МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

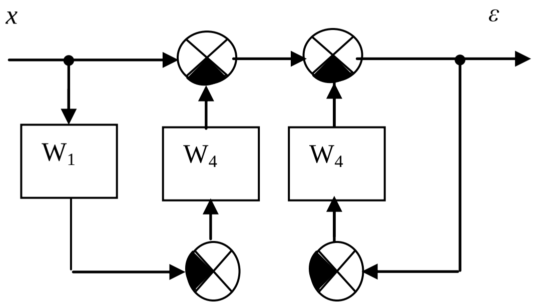
Кафедра автоматизированных и вычислительных систем

690-2021

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ
Часть 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
по дисциплине «Теория информационно-управляющих систем»
для студентов направления 09.03.01
«Информатика и вычислительная техника» (профиль
«Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»)
очной и заочной форм обучения



Воронеж 2021

УДК 62.51
ББК 30

Составители:
канд. техн. наук Г.В. Петрухнова,
д-р техн. наук, проф С.Л. Подвальный

Моделирование систем управления. Часть 2: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Теория информационно-управляющих систем» для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети») / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. Г. В. Петрухнова, С.Л. Подвальный. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 42 с.

Методические указания содержат теоретические и практические сведения для выполнения лабораторной работы № 1 по дисциплине «Теория информационно-управляющих вычислительных систем».

Предназначены для студентов четвертого курса очной формы обучения и студентов пятого курса заочной форм обучения

МУ подготовлены в электронном виде и содержатся в файле Методичка ТИУВС2.pdf.

Ил. 16. Табл. 3. Библиогр.: 4 назв.

УДК 62.51
ББК 30

Рецензент – А.В. Бурковский, доц. канд. техн. наук, декан ФЭСУ

Издается по решению учебно-методического совета
Воронежского государственного технического университета

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания содержат теоретические и практические сведения об основах моделирования автоматизированных систем управления (АСУ). Рассматриваются динамические характеристики типовых звеньев САУ и особенности моделирования типовых звеньев САУ в среде Scilab.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2. ДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТИПОВЫХ ЗВЕНЬЕВ САУ (8 ЧАСОВ)

Цель работы: Помощь студентам в освоении методов анализа САУ с помощью среды Scilab.

Оформление отчета

Содержание отчёта по исследованию одного динамического звена представлено в прил. 1. Оформляйте отчет по мере выполнения лабораторной работы. Отчет обязательно должен содержать:

- стандартный титульный лист и номер варианта;
- краткое описание исследуемых звеньев;
- результаты выполнения всех пунктов инструкции, которые выделены серым фоном в табл. 1, результаты вычислений, графики, ответы на вопросы.

При составлении отчета рекомендуется копировать необходимую информацию через буфер обмена из рабочего окна среды Scilab. Для этих данных используйте шрифт **Courier New**, в котором ширина всех символов одинакова.

Все формулы, передаточные функции и матрицы, набираются в **редакторе формул** текстового процессора.

Передаточные функции в отчёте должны быть записаны в стандартной форме – по убывающим степеням переменной (начиная со старшей степени).

Все числовые значения округляются до **трёх знаков** в дробной части (например, вместо 0,123987678 пишем 0,124). Если значение меньше 1, нужно оставить 3 значащие цифры, например, 0,000123.

Краткие сведения о среде Scilab

Scilab — пакет прикладных математических программ, предоставляющий открытое окружение для инженерных (технических) и научных расчётов. Это самая полная общедоступная альтернатива пакету MATLAB.

Scilab содержит сотни математических функций, и есть возможность добавления новых, написанных на различных языках (C, C++, Fortran и т. д.). Также имеются разнообразные структуры данных (списки, полиномы, рациональные функции, линейные системы), интерпретатор и язык высокого уровня.

Scilab был спроектирован как открытая система, и пользователи могут добавлять в него свои типы данных и операции путём перегрузки.

Свободно распространяемую версию пакета вместе с полной документацией на английском языке можно получить на сайте производителя.

Основные теоретические сведения

Под ***динамическим звеном*** *понимают устройство любого физического вида и конструктивного оформления, но описываемое определённым дифференциальным уравнением.*

Под ***типовым динамическим звеном*** *понимают звено, которое описывается дифференциальным уравнением не выше второго порядка.*

Звенья подразделяются на ***позиционные, интегрирующие*** **и** ***дифференцирующие.***

Позиционными *называют звенья, у которых передаточная функция отвечает условию*

$$W(p)\,\|_{p=0} = const \neq \begin{Bmatrix} 0 \\ \pm\infty \end{Bmatrix},$$

то есть передаточная функция при $p=0$ *равна константе, которая не равна нулю и плюс/минус бесконечности.*

Типы позиционных звеньев

1) ***Безынерционное звено (усилительное звено)***

$$y = kx \Rightarrow W(p) = \frac{y}{x} = k, \qquad (k = const);$$

2***) Инерционное (апериодическое) звено первого порядка***

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1} = \frac{y}{x} \Rightarrow T\dot{y} + y = kx;$$

3) ***Консервативное, колебательное, инерционное (апериодическое) звенья второго порядка***

$$W(p) = \frac{k}{T^2p^2 + 2dTp + 1} = \frac{y}{x} \Rightarrow T^2\ddot{y} + 2dT\dot{y} + y = kx,$$

где d – параметр затухания,

T – постоянная времени,

k – коэффициент передачи.

При $d=0$ звено называется консервативным, при $0<d<1$ – колебательным, при $d \geq 1$ – инерционным второго порядка;

4) ***Форсирующее звено***

$$W(p) = k(1+Tp) = \frac{y}{x} \Rightarrow y = k(x + T\dot{x})$$

Интегрирующие звенья

1) ***Идеальное интегрирующее звено***

$$W(p)=\frac{k}{p}=\frac{y}{x}\Rightarrow py=kx\Rightarrow \dot{y}=kx\Rightarrow y=k\int_0^t xdt\,;$$

2) ***Интегрирующее звено с замедлением***

$$W(p)=\frac{k}{p(Tp+1)}=\frac{y}{x}\Rightarrow T\ddot{y}+\dot{y}=kx;$$

3) ***Изодромное звено (ПИ-регулятор)***

$$W(p)=k(1+\frac{1}{Tp})=k\frac{Tp+1}{Tp}=\frac{y}{x},$$

$$y=k(x+\frac{1}{T}\int_0^t xdt)\Rightarrow T\dot{y}=k(T\dot{x}+x).$$

Дифференцирующие звенья

1***) идеальное дифференцирующее звено***

$$W(p)=kp=\frac{y}{x}\Rightarrow y=k\dot{x};$$

2) ***реальное дифференцирующее звено (звено с замедлением)***

$$W(p)=\frac{kp}{Tp+1}=\frac{y}{x}\Rightarrow T\dot{y}+y=k\dot{x}.$$

При исследовании САУ одним из наиболее распространенных способов является подача на ее вход возмущающего воздействия определенной формы. Зная реакцию системы на возмущающий сигнал той или иной формы, можно рассчитать все необходимые качественные показатели САУ, т.е. определить ее поведение в самых различных условиях.

Типовые возмущающие воздействия

1) ***Единичная ступенчатая функция***

$$\sigma(t)=1(t),$$

где

$$1(t)=\begin{cases}0,\ t<0\\1,\ t\geq 0\end{cases}.$$

Предполагается, что единица имеет ту же размерность, что и физическая величина на входе звена.

Если входное воздействие представляет собой не единичную ступенчатую функцию $x_1=N\cdot 1(t)$, то выходная величина будет равна $x_2=N\cdot h(t)$.

Умножение какой-либо функции времени $x(t)$ на единичную ступенчатую функцию $1(t)$ означает, что функция времени $x(t)$ будет существовать только при $t \geq 0$, а при $t<0$ она обращается в нуль.

2) ***Единичная импульсная функция.*** Другие названия: ***функция Дирака, дельта-функция.***

$$\delta(t) = \frac{d\sigma(t)}{dt} .$$

Дельта-функция равна нулю повсюду, кроме точки $t=0$, где она стремится к бесконечности.

$$\delta(t) = \begin{cases} 0, & t \neq 0 \\ \infty, & t = 0 \end{cases}, \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1 .$$

Основное свойство дельта-функции заключается в том, что она имеет единичную площадь. В случае, если на вход звена поступает неединичная импульсная функция $x_1=G\delta(t)$, на выходе звена получим $x_2=Gw(t)$.

3) ***Гармоническое возмущение***

$$x(t) = A\sin \omega t .$$

Для определения динамических характеристик исследуемого звена или САУ на вход подается одно из перечисленных воздействий, или все поочередно согласно разработанной методике исследования.

При подаче на вход гармонического возмущающего воздействия после окончания переходного процесса выходная характеристика также будет изменяться по гармоническому закону, но с другими амплитудой и фазой. Это свойство позволяет определить ***частотные характеристики*** исследуемого объекта.

Временными характеристиками САУ являются переходная и весовая функции**.**

Импульсная характеристика

Импульсной характеристикой (***весовой функцией***) $w(t)$ *называется реакция системы на единичный бесконечный импульс (дельта-функцию или функцию Дирака) при нулевых начальных условиях* (рис. 1).

Иллюстрация модели получения импульсной характеристики представлена рис. 1.

Рис. 1. Иллюстрация модели получения импульсной характеристики

Дельта-функция $\delta(t)$ определяется равенствами:

$$\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases}, \qquad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\,dt=1.$$

Это *обобщенная функция* (математический объект) является идеальным сигналом. Реальное устройство не способно его воспроизвести. Дельта-функцию можно рассматривать как предел прямоугольного импульса единичной площади с центром в точке $t=0$ при стремлении ширины импульса к нулю.

Второе название – ***весовая функция***, – связано с тем, что для произвольного входного сигнала $u(t)$ выход системы $y(t)$ вычисляется как свертка

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t}u(\tau)\,w(t-\tau)\,d\tau=\int_{0}^{\infty}u(t-\tau)\,w(\tau)\,d\tau\,.$$

Здесь функция $w(t)$ как бы «взвешивает» входной сигнал в подынтегральном выражении.

Импульсная характеристика отражает лишь вход-выходные соотношения при *нулевых начальных условиях*, то есть, не может полностью описывать динамику системы. Понятие импульсной характеристики используется главным образом для систем, передаточные функции которых *строго правильные*.

*Передаточная функция W(λ) называется **правильной**, если степень ее числителя не больше, чем степень знаменателя; **строго правильной**, если степень числителя меньше степени знаменателя; **неправильной**, если степень числителя больше, чем степень знаменателя*. Например, функция

$$\frac{1}{\lambda+1}$$

является строго правильной и одновременно правильной; функция

$$\frac{\lambda}{\lambda+1}$$

– правильная, но не строго правильная (***бигравильной***), а

$$\frac{\lambda^2+\lambda+1}{\lambda+1}$$

является неправильной.

Если передаточная функция правильная, но не строго правильная, коэффициент прямой передачи с входа на выход не равен нулю, поэтому бесконечный импульс на входе в момент $t=0$ передается на выход. Такую (бесконечную по величине) импульсную характеристику невозможно построить. Система SCILAB в этом случае просто добавляет значение *D* к импульсной характеристике строго правильной части (для которой $D=0$), то есть «поднимает» импульсную характеристику на величину *D*. Это один из тех случаев, когда компьютер выдает качественно неверный результат.

***Если система не содержит интеграторов, импульсная характеристика стремится к* нулю**. Это следует из теоремы о предельном значении:

$$\lim_{t\to\infty}w(t)=\lim_{s\to 0}s\,W(s)\,,$$

где $W(s)$ – передаточная функция системы, которая является преобразованием Лапласа для $w(t)$.

Импульсная характеристика системы с одним интегратором стремится к постоянной величине, равной статическому коэффициенту передачи системы без интегратора. Для системы с двумя интеграторами импульсная характеристика асимптотически стремится к прямой, с тремя интеграторами – к параболе и т.д.

Переходная характеристика

Переходной характеристикой *(переходной функцией)* $h(t)$ *называется реакция системы (при нулевых начальных условиях) на единичный ступенчатый сигнал (единичный скачок)*

$$1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}.$$

Импульсная и переходная функции связаны выражениями

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}, \qquad h(t) = \int_0^t w(\tau)\,d\tau .$$

Для систем без интеграторов переходная характеристика стремится к постоянному значению. Переходная характеристика системы с дифференцирующим звеном (числитель передаточной функции имеет нуль в точке $s = 0$) стремится к нулю. Если система содержит интегрирующие звенья, переходная характеристика асимптотически стремится к прямой, параболе и т.д., в зависимости от количества интеграторов. По определению предельное значение переходной функции $h(t)$ при $t \to \infty$ есть статический коэффициент усиления:

$$k_s = \lim_{t \to 0} h(t).$$

Эта величина имеет смысл только для устойчивых систем, поскольку при неустойчивости переходный процесс не сходится к конечному значению.

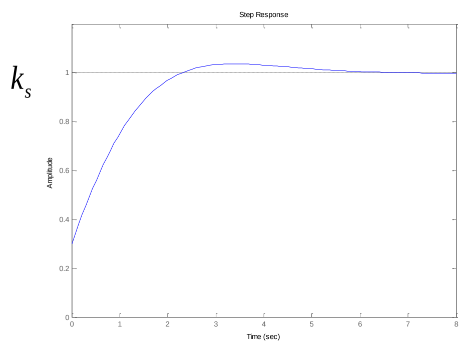


Рис. 2. Общий вид переходной функции устойчивых систем

Если передаточная функция правильная, но не строго правильная, скачкообразное изменение входного сигнала мгновенно приводит к скачкообразному изменению выхода. Величина этого скачка равна отношению коэффициентов при старших степенях числителя и знаменателя передаточной функции (или матрице D ***модели в пространстве состояний).***

По переходной характеристике можно найти важнейшие показатели качества системы – перерегулирование (*overshoot*) и время переходного процесса (*settling time*).

Перерегулирование определяется как

$$\sigma = \frac{h_{\max} - h_\infty}{h_\infty} \times 100\%,$$

где $h_{\max}$ – максимальное значение функции $h(t)$, а $h_\infty = \lim_{t\to\infty} h(t)$ – установившееся значение выхода.

Если установившееся значение отрицательное, при вычислении перерегулирования нужно выполнить «зеркальное отражение» сигналов – поменять знаки у $h(t)$ и h_∞. В формуле вместо максимального значения нужно взять минимальное:

$$\sigma = \frac{h_{\min} - h_\infty}{h_\infty} \times 100\%.$$

Время переходного процесса – *это время, после которого сигнал выхода отличается от установившегося значения не более, чем на заданную малую величину (обычно 2% или 5% от установившегося значения).*

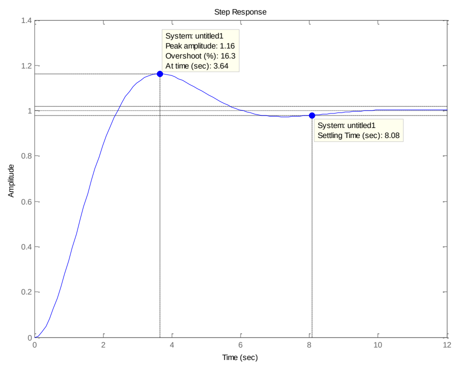


Рис. 3. Иллюстрация показателей «перерегулирование» и «время переходного процесса»

Частотные динамические характеристики

При описании частотных характеристик широко используются комплексные переменные. Необходимые сведения о комплексных переменных приведены в прил. 2.

Частотные характеристики *описывают реакцию на выходе динамического звена в установившемся режиме при подаче на вход звена синусоидально-*

го сигнала.

Будем рассматривать следующие частотные характеристики:

– амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ),
– амплитудная частотная характеристика (АЧХ),
– фазовая частотная характеристика (ФЧХ),
– логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ),
– логарифмическая фазовая частотная характеристика (ЛФЧХ).

Частотные характеристики получаются из передаточных функций. **АФЧХ получается заменой в передаточной функции оператора p на $j\omega$, где j – мнимая единица, ω – частота.**

Если передаточная функция – $W(p)$, то АФЧХ обозначается $W(j\omega)$.

Пример.

$$W(p)=\frac{k_1+k_2 p}{T_1^2 p^2+T_2 p+1}, \qquad (1)$$

$$W(j\omega)=\frac{k_1+k_2 j\omega}{(1-T_1^2\omega^2)+jT_2\omega}. \qquad (2)$$

Выражение (2) можно представить без мнимости в знаменателе двумя способами:

1) числитель и знаменатель умножить на функцию, комплексно сопряжённую знаменателю;

2) представить выражение (2) в показательной форме. Для этого надо модуль числителя разделить на модуль знаменателя, а из аргумента числителя вычесть аргумент знаменателя. Для первого и второго случаев будем иметь

$$W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega)=A(\omega)\exp(j\psi(\omega)),$$

где U – действительная часть, jV – мнимая часть, $A(\omega)$ – модуль, $\psi(\omega)$ – аргумент.

Взаимосвязь между перечисленными переменными представлена графиком на рис. 4.

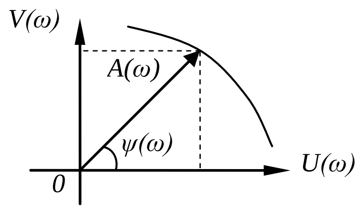


Рис. 4. Взаимосвязь составляющих АФЧХ

$$A(\omega)=\frac{|\text{числитель}|}{|\text{знаменатель}|}=\frac{\sqrt{k_1^2+(k_2\omega)^2}}{\sqrt{(1-T_1^2\omega^2)^2+(T_2\omega)^2}},$$

$$\psi(\omega) = \arg(\textit{числителя}) - \arg(\textit{знаменателя}) =$$
$$= arctg\,\frac{k_2\omega}{k_1} - arctg\,\frac{T_2\omega}{1 - T_1^2\omega^2}.$$

В ТАУ $A(\omega)$ *называется амплитудной частотной характеристикой (АЧХ),* $\psi(\omega)$ *– фазовой частотной характеристикой (ФЧХ).*

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}, \quad \psi(\omega) = arctg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)}.$$

АЧХ *показывает, как изменяется амплитуда сигнала на каждой частоте при его прохождении через звено*. **АЧХ** *равна зависимости от частоты отношения амплитуды выходного сигнала к амплитуде входного сигнала*. Пример графика АЧХ представлен на рис. 5.

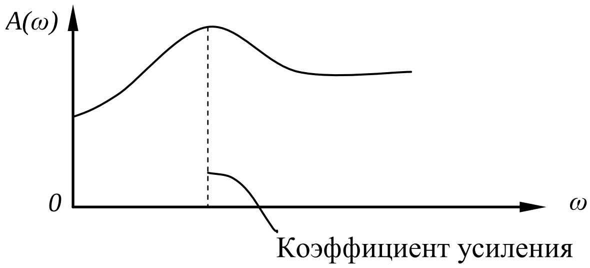


Рис. 5. Пример графика АЧХ

Косвенной характеристикой уровня колебательности системы служит **показатель колебательности**

$$M = max\, A_3(\omega) / A_3(0),$$

представляющий собой отношение максимального значения амплитудно-частотной характеристики системы в замкнутом состоянии к значению этой характеристики при ω = 0.

Показатель колебательности наглядно иллюстрируется на рисунке 6.

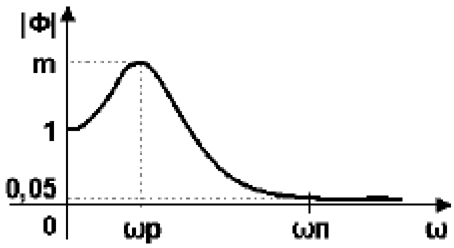


Рис. 6. График модуля АЧХ замкнутой системы

Условно считается, что значение М=1,5-1,6 является оптимальным для промышленных САР, т.к. в этом случае величина перерегулирования обеспечивается в районе от 20% до 40%. При увеличении значения М колебательность в системе возрастает.

ФЧХ *является зависимостью от частоты сдвига по фазе выходного сигнала по отношению к входному сигналу*. Пример графика ФЧХ представлен на рис. 7.

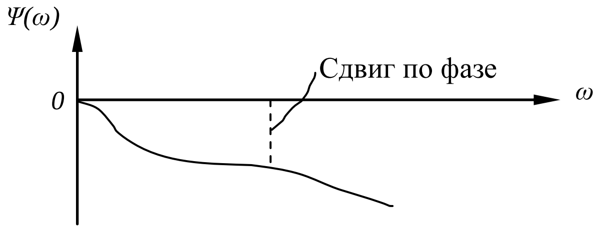


Рис. 7. Пример графика ФЧХ

Рассмотрим экспериментальное определение АЧХ и ФЧХ.

Пусть x и y являются входным и выходным сигналами звена, как показано на рис. 8.

Рис. 8. Модель исследования звена САУ

В соответствии с принятыми обозначениями и определениями

$$x = X\sin(\omega t), \quad y = Y(\omega)\sin(\omega t + \psi(\omega)), \ \ 0 \le \omega < \infty .$$

Для различных значений частоты ω строятся графики АЧХ и ФЧХ по зависимостям. Чтобы определить по графику фазовый сдвиг φ, нужно найти расстояние Δt по оси времени между соответствующими точками синусоид (например, точками пересечения с осью t или вершинами). Если Δt умножить на частоту ω , получаем сдвиг фазы φ (в радианах):

$$A(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X}, \ \psi\,(\omega) = \tau\,(\omega)\cdot\omega .$$

На рис. 9 представлены примеры графиков ФЧХ. По форме АЧХ различают несколько основных типов звеньев:

1) ***фильтр низких частот*** *– пропускает низкочастотные сигналы примерно с одинаковым коэффициентом усиления, блокирует высокочастотные шумы и помехи;*

2) ***фильтр высоких частот*** *– пропускает высокочастотные сигналы, блокирует сигналы низкой частоты;*

3) ***полосовой фильтр*** *– пропускает только сигналы с частотами в полосе от* ω_1 *до* ω_2 *;*

4) ***полосовой режекторный фильтр*** *– блокирует только сигналы с частотами в полосе от* ω_1 *до* ω_2*, остальные пропускает.*

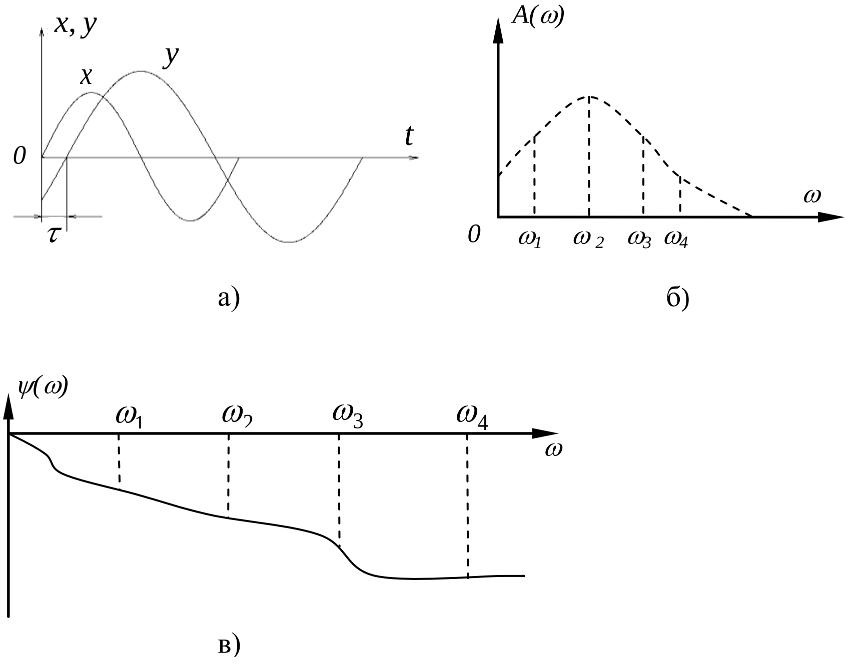


Рис. 9. Примеры графиков ФЧХ

Логарифмические характеристики динамических звеньев

Частотные характеристики достаточно сложно построить вручную. В 60-е годы прошлого столетия, т.е. в те времена, когда развивалась классическая теория управления, не было мощных компьютеров, поэтому наибольшую популярность приобрели приближенные методы, с помощью которых можно было проектировать регуляторы с помощью ручных вычислений и построений. Один из таких подходов основан на использовании **логарифмических частотных характеристик**.

Логарифмические частотные характеристики введены для упрощения расчётов и графических построений при исследовании САУ.

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика (ЛАЧХ) обозначается $L(\omega)$ и определяется по зависимости:

$$L(\omega) = 20 \lg A(\omega),\ \text{дБ (децибел)}.$$

ЛАЧХ строится в логарифмических осях, как это показано на рис. 10. На рис. 10 $\omega_{ср}$ – частота среза, дБ – децибел.

Декада *– единица измерения, соответствующая изменению частоты в 10 раз.*

Это диапазон, на котором частота увеличивается в 10 раз (а значение ее логарифма увеличивается на единицу).

На частоте среза $L(\omega_{ср}) = 0,\ A(\omega_{ср}) = 1$.

Принято полагать, что если $A(\omega) > 1\ (L(\omega) > 0)$, то сигнал через звено пропускается, а если $A(\omega) < 1\ (L(\omega) < 0)$, то сигнал не пропускается. Пример графика

ЛАЧХ приведен на рис. 10.

Частота, после которой значение АЧХ падает ниже -3 дБ от значения при $\omega = 0$ *(коэффициент усиления становится меньше* $\frac{1}{\sqrt{2}}k_s$*), называется* ***полосой пропускания*** *системы* ω_b.

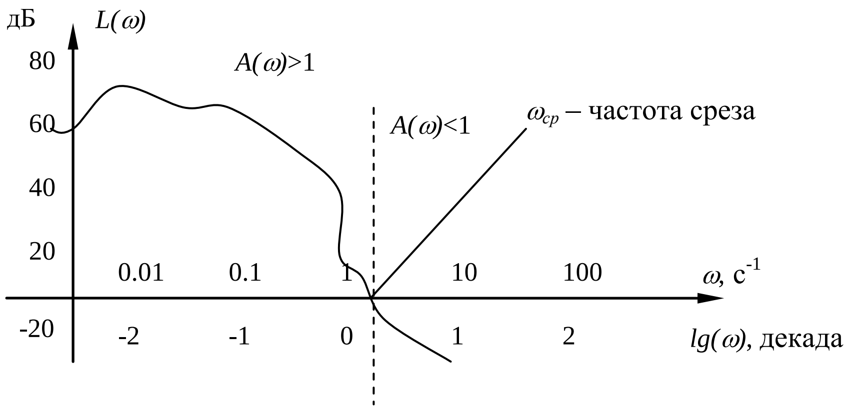


Рис. 10. Пример графика ЛАЧХ

Совокупность частот, где $A(\omega) > 1\,(L(\omega) > 0)$ *называется* ***полосой пропускания системы***.

ЛФЧХ строится в полулогарифмическом масштабе (рис. 11).

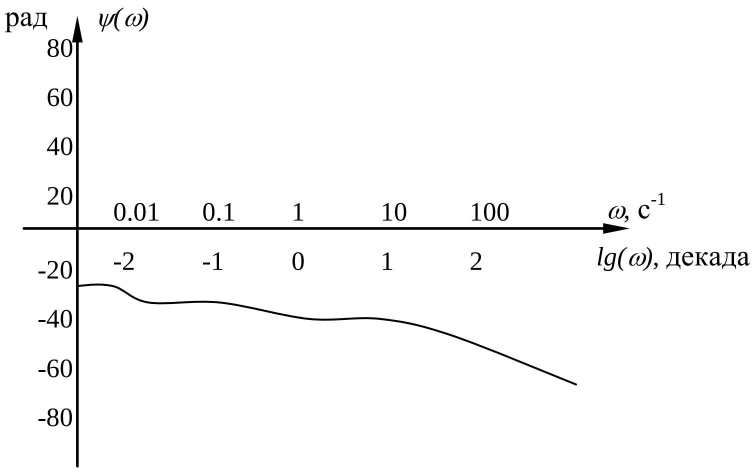


Рис. 11. Пример графика ЛФЧХ

Логарифмические характеристики обладают двумя ценными свойствами:

– ЛАЧХ и ЛФЧХ для произведения двух передаточных звеньев *W1s W2s* вычисляются как суммы ЛАЧХ и ЛФЧХ отдельных звеньев;

– в области высоких и низких частот ЛАЧХ асимптотически приближаются к прямым, наклон которых составляет ± 20 дБ/дек (дБ/дек - децибел на декаду), ± 40дБ/дек и т.д.

Задание 1. Теоретически исследовать усилительное звено, инерционное (апериодическое) звено первого порядка, идеальное дифференцирующее звено.

Усилительное звено задано уравнением:

$$y(t) = k \cdot x(t).$$

Необходимо аналитически (без использования компьютера) получить:

– передаточную функцию,
– переходную характеристику и график,
– импульсную характеристику,
– амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) и ее график,
– амплитудную частотную характеристику (АЧХ) и ее график,
– фазовую частотную характеристику (ФЧХ) и ее график.

Инерционное (апериодическое) звено первого порядка задано уравнением:

$$T \cdot \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t).$$

Необходимо аналитически (без использования компьютера) получить :

– передаточную функцию,
– переходную характеристику и график,
– импульсную характеристику,
– амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ),
– амплитудную частотную характеристику (АЧХ),
– фазовую частотную характеристику (ФЧХ).

Идеальное дифференцирующее звено задано уравнением:

$$y(t) = k \cdot x'(t).$$

Необходимо аналитически (без использования компьютера) получить:

– передаточную функцию,
– переходную характеристику и график,
– импульсную характеристику,
– амплитудно-фазовую частотную характеристику (АФЧХ) и ее график,
– амплитудную частотную характеристику (АЧХ) и ее график,
– фазовую частотную характеристику (ФЧХ) и ее график.

Задание 2. Получение навыков работы в среде Scilab, исследование динамических типовых звеньев.

Обратите внимание на построение графиков. Графики должны выглядеть красиво и содержать всю необходимую информацию о процессах в системе. При необходимости выберите подходящее конечное время моделирования. Перед выполнением задания ознакомьтесь с основами работы в среде SCILAB**.**

Основы работы в среде SCILAB

Сведения о *сохранении и записи данных* в среде Scilab содержатся в прил. 3.

Передаточная функция в среде SCILAB вводится в виде отношения двух многочленов (полиномов) от комплексной переменной s. Полиномы хранятся как массивы коэффициентов, **<u>записанных по *возрастанию* степеней</u>**. Например, передаточная функция

$$F(s) = \frac{2s+4}{s^3+1.5s^2+1.5s+1}$$

Вводится следующим образом[1]

```
–          --> n = poly([4 2], 's', 'coeff')
–     n =
–          4 + 2s
```

Второй параметр (`'s'`) обозначает переменную, а третий (`'coeff'`) показывает, что массив задаёт коэффициенты полинома (а не его корни). В отличие от среды Matlab, коэффициенты полинома вводятся в обратном порядке – от младшего к старшему. Можно было также использовать встроенную переменную `%s`:

```
–          --> s = %s
–          --> n = 2*s + 4
–     n =
–          4 + 2s
–          --> d = s^3 + 1.5*s^2 + 1.5*s + 1
–     d  =
–         1 + 1.5s + 1.5s^2 + s^3
–          --> f = syslin('c', n, d)
–                 4 + 2s
–         -----------------------
–         1 + 1.5s + 1.5s^2 + s^3
```

или сразу, без предварительного построения числителя и знаменателя:

```
–     --> f = syslin('c', 2*s+4, s^3+1.5*s^2+1.5*s+1);
```

[1] Черным цветом обозначается ввод пользователя, синим – ответ среды SCILAB.

В памяти создается объект, описывающий передаточную функцию. Точка с запятой в конце команды подавляет вывод на экран.

Коэффициент усиления в установившемся режиме

Одной из важнейших характеристик линейной системы является коэффициент усиления в установившемся режиме или **статический коэффициент усилении** (*static gain, DC-gain*). Его можно определить как установившееся значение сигнала выхода при постоянном входном сигнале, равном единице. Размерность этой величины равна отношению размерностей сигналов входа и выхода.

Если задана передаточная функция, то для вычисления k_s надо подставить в нее $s=0$, т.к. переменная s соответствует оператору дифференцирования. Рассмотренному уравнению можно сопоставить передаточную функцию

$$W(s)=\frac{4s+5}{s^2+2s+3}.$$

Тогда

$$k_s=\lim_{s\to 0}W(s)=\frac{5}{3}.$$

Если система содержит интегрирующее звено (передаточная функция имеет полюс в точке $s=0$), этот предел равен бесконечности, то есть, при постоянном сигнале выход бесконечно увеличивается или уменьшается, не достигая установившегося режима

Чтобы найти статический коэффициент усиления модели **f** в SCILAB, используется команда:

```
--> k = horner ( f, 0 )  // подставить s = 0
```

Чтобы построить частотные характеристики в SCILAB, надо сначала создать массив частот в нужном диапазоне. Для этого можно использовать функции **`linspace`** (равномерное распределение точек по линейной шкале) и **`logspace`** (равномерное распределение точек по логарифмической шкале). Команда

```
--> w = linspace (0, 10, 100);
```

строит массив из 100 точек с равномерным шагом в интервале от 0 до 10, а команда

```
>> w = logspace (-1, 2, 100);
```

– массив из 100 точек с равномерным шагом по логарифмической шкале в интервале от 10^{-1} до 10^{2}.

Частотная характеристика на сетке **w** для линейной модели **f** (заданной как передаточная функция, модель в пространстве состояний или в форме «нули-полюса») вычисляется с помощью функции **repfreq**:

```
>> fResp = repfreq(f, w/(2*%pi));
```

Функция **repfreq** принимает два аргумента: модель системы и массив частот в герцах. Поскольку массив **w** – это угловые частоты ($\omega = 2\pi f$), для получения массива «обычных» частот нужно разделить все значения на 2π. Дальше можно найти модуль частотной характеристики:

```
>> Aw = abs(fResp);
```

Для вывода графика АЧХ на экран можно воспользоваться следующей командой SCILAB:

```
>> plot2d ( "ln", w, Aw )
```

Первый аргумент «ln» указывает на использование логарифмического масштаба по оси абсцисс (частот). Для вычисления фазы в градусах используется команда:

```
>> phi = phasemag(fResp);
```

после нее можно вывести график ФЧХ на экран, например, таким образом:

```
>> plot2d ( "ln", w, phi );
```

Частота, после которой значение АЧХ падает ниже -3 дБ от значения при $\omega = 0$ (коэффициент усиления становится меньше $\frac{1}{\sqrt{2}} k_s$), – это **полоса пропускания** системы ω_b. Смысл этой величины в том, что коэффициент усиления сигнала этой частоты *по мощности* в 2 раза меньше коэффициента усиления постоянного сигнала.

Найдем коэффициент усиления, равный -3 дБ:

```
>> k3dB = 10^(-3/20);
```

Найдём индексы массива значений АЧХ, для которых коэффициент усиления не меньше -3 дБ от значения **Aw(1)** (при нулевой частоте):

```
>> ind = find(Aw >= k3dB*Aw(1));
```

Полосу пропускания вычислим как максимальную частоту, для которой коэффициент усиления больше или равен -3дБ:

```
>> B = max( w(ind) );
```

Инструкция по выполнению работы

Инструкция и порядок выполнения лабораторной работы приведены в табл. 1. Основная часть команд вводится в командном окне среды SCILAB.

Таблица 1

Инструкция по выполнению работы

Этап выполнения задания	Команды SCILAB
1. Очистите рабочее пространство SCILAB (память)	`clear`
2. Очистите окно SCILAB	`clc`
3. Посмотрите краткую справку по команде **`syslin`**	`help syslin`

4. Введите передаточную функцию динамического звена 2-го порядка[2]
 $F(s) = \dfrac{n_0}{d_2 s^2 + d_1 s + d_0}$
 Коэффициенты полиномов в Scilab перечисляются от младшего к старшему!
	`n = poly([n0],'s','coeff')`
	 `d = poly([d0 d1 d2] ,'s','coeff')`
	 `f = syslin ('c', n, d )`

5. Проверьте, как извлечь из этого объекта числитель и знаменатель передаточной функции	`n1 = numer( f )` `d1 = denom( f )`
6. Найдите коэффициент усиления звена в установившемся режиме	`k = horner ( f, 0 )`

[2] Все коэффициенты надо взять из табл. 2

Продолжение табл.1

Этап выполнения задания	Команды SCILAB
7. Выясните, что обозначают переменные %e и %pi?	

8. Постройте импульсную характеристику (весовую функцию) этой системы. При необходимости выберите подходящее конечное время моделирования	`t = [0:0.05:30]`
	`yImp = csim('impuls', t, f)`
	`plot ( t, yImp )`

9. Введите надпись над графиком	`legend('Импульсная характеристика динамического звена 2-го порядка')`
10. Откройте новое графическое окно	`...`
11. Постройте переходную характеристику исходной системы	`yStep = csim('step', t, f)` `plot( t, yStep )`
12. Введите надпись над графиком	`legend('Переходная характеристика динамического звена 2-го порядка');`
13. Создайте массив частот для построения частотной характеристики[3] (100 точек в интервале от 10^{-2} до 10^{2} рад/с с равномерным распределением на логарифмической шкале)	`w = logspace(-2, 2, 100);`
14. Рассчитайте амплитудную частотную характеристику исходной системы (деление на 2π – это переход к частоте в Гц!)	`fResp = repfreq(f, w/(2*%pi));` `Aw = abs(fResp);`

[3] Точка с запятой в конце команды подавляет вывод на экран результата выполнения. Это удобно при работе с большими массивами.

Продолжение табл.1

Этап выполнения задания	Команды SCILAB
15. Создайте новое окно для вывода графика	…
16. Постройте АЧХ на осях с логарифмическим масштабом по оси абсцисс (первый параметр –«ln»)	`plot2d ( "ln", w, Aw )`
17. Введите надпись над графиком	`legend('АЧХ динамического звена 2-го порядка');`
18. Вычислите показатель колебательности системы	`M = max(Aw) / Aw(1)`

19. Введите передаточную функцию динамического звена 3-го порядка[4]
Коэффициенты полиномов в Scilab перечисляются от младшего к старшему!
	`n = poly([n0],'s','coeff')`
	`d = poly([d0 d1 d2 1] ,'s','coeff')`
	`f = syslin ('c', n, d )`

20. Найдите коэффициент усиления звена в установившемся режиме	`k = horner ( f, 0 )`
21. Создайте новое окно для вывода графика	…

22. Постройте импульсную характеристику (весовую функцию) этой системы.
При необходимости выберите подходящее конечное время моделирования
	`t = [0:0.05:30]`
	`yImp = csim('impuls', t, f)`
	`plot ( t, yImp )`

23. Введите надпись над графиком	`legend('Импульсная характеристика динамического звена 3-го порядка')`
24. Откройте новое графическое окно 25.	...

[4] Все коэффициенты надо взять из таблицы в конце файла.

Продолжение табл.1

Этап выполнения задания	Команды SCILAB
26. Постройте переходную характеристику исходной системы	`yStep = csim('step', t, f)` `plot( t, yStep )`
27. Введите надпись над графиком	`legend('Переходная характеристика динамического звена 3-го порядка');`
28. Создайте массив частот для построения частотной характеристики[5] (100 точек в интервале от 10^{-2} до 10^{2} рад/с с равномерным распределением на логарифмической шкале)	`w = logspace(-2, 2, 100);`
29. Рассчитайте амплитудную частотную характеристику исходной системы (деление на 2π – это переход к частоте в Гц!)	`fResp = repfreq(f, w/(2*%pi));` `Aw = abs(fResp);`
30. Создайте новое окно для вывода графика	…
31. Постройте АЧХ на осях с логарифмическим масштабом по оси абсцисс (первый параметр –«ln»)	`plot2d ( "ln", w, Aw )`
32. Введите надпись над графиком	`legend('АЧХ динамического звена 3-го порядка');`
33. Вычислите показатель колебательности системы	`M = max(Aw) / Aw(1)`

[5] Точка с запятой в конце команды подавляет вывод на экран результата выполнения. Это удобно при работе с большими массивами.

Продолжение табл.1

Этап выполнения задания	Команды SCILAB

34. Введите передаточную функцию интегрирующего звена $F(s)=\frac{n_0}{s}$ Коэффициенты полиномов в Scilab перечисляются от младшего к старшему!	`n = poly([n0],'s','coeff')`
	`d = poly([0 1] ,'s','coeff')`
	`f = syslin ('c', n, d )`

35. Откройте новое графическое окно...	

36. Постройте импульсную характеристику (весовую функцию) этой системы. При необходимости выберите подходящее конечное время моделирования	`t = [0:0.05:30]`
	`yImp = csim('impuls', t, f)`
	`plot ( t, yImp )`

37. Введите надпись над графиком	`legend('Импульсная характеристика интегрального звена')`
38. Откройте новое графическое окно	...
39. Постройте переходную характеристику исходной системы	`yStep = csim('step', t, f)` `plot ( t, yStep )`
40. Введите надпись над графиком	`legend('Переходная характеристика интегрального звена')`
41. Создайте массив частот для построения частотной характеристики[6] (100 точек в интервале от 10^{-2} до 10^{2} рад/с с равномерным распределением на логарифмической шкале).	`w = logspace(-2, 2, 100);`

[6] Точка с запятой в конце команды подавляет вывод на экран результата выполнения. Это удобно при работе с большими массивами.

Окончание табл.1

Этап выполнения задания	Команды SCILAB
42. Рассчитайте амплитудную частотную характеристику исходной системы (деление на 2π – это переход к частоте в Гц!)	`fResp = repfreq(f, w/(2*%pi));` `Aw = abs(fResp);`
43. Создайте новое окно для вывода графика.	…
44. Постройте АЧХ на осях с логарифмическим масштабом по оси абсцисс (первый параметр –«ln»).	`plot2d ( "ln", w, Aw )`
45. Введите надпись над графиком	`legend('АЧХ интегральногоого звена');`
46. Вычислите показатель колебательности системы	`M = max(Aw) / Aw(1)`

По аналогии с приведенными инструкциями исследовать интегрирующее звено с замедлением и реальное дифференцирующее звено (звено с замедлением).

Таблица 2

Таблица коэффициентов

Вариант	n_0	d_2	d_1	d_0
1.	0.110	3.3000	3.4760	1.3100
2.	0.499	2.8280	2.9492	1.2120
3.	0.096	2.3957	2.2486	0.9182
4.	0.100	2.2228	2.0466	0.9181
5.	0.254	1.8506	1.5440	0.7008
6.	-0.238	1.6833	1.3647	0.7031
7.	-0.222	1.3408	0.9058	0.4617
8.	0.206	1.1975	0.7749	0.4637
9.	0.436	1.2100	0.7720	0.3592
10.	-0.395	1.3366	0.8798	0.3591
11.	-0.356	1.2120	0.7480	0.2761

Окончание табл.2				
Вариант	n_0	d_2	d_1	d_0
12.	0.622	1.3089	0.7762	0.2097
13.	-0.574	1.4377	0.8485	0.2096
14.	-0.477	1.3972	0.7606	0.1568
15.	0.505	1.5150	0.8166	0.1558
16.	-0.772	1.2543	0.6200	0.1119
17.	-0.808	1.1481	0.5774	0.1119
18.	-0.832	0.8080	0.3737	0.0505
19.	0.879	0.7070	0.3535	0.0505

Контрольные вопросы к защите лабораторной работы

1. Процесс на входе объекта управления, обеспечивающий такое протекание процессов на выходе объекта управления, которое обеспечивает достижение заданной цели

а) управление,

б) возмущающее воздействие

2. Передаточная функция элемента или системы – это

а) отношение операторного (лапласового) изображения соответствующей выходной величины к операторному изображению входной величины;

б) отношение операторного (лапласового) изображения соответствующей входной величины к операторному изображению выходной величины

3. Система, в которой происходит подлежащий управлению процесс

а) объект управления,

б) управляющая система,

в) случайная система

4. Передаточная функция звена

$$W_э=W_3(p)W_2(p)W_1(p)$$

соответствует

а) параллельному соединению звеньев с передаточными функциями W_1, W_2, W_3;

б)) последовательному соединению звеньев с передаточными функциями W_1, W_2, W_3;

в)) встречно-параллельному соединению звеньев с передаточными функциями W_1, W_2, W_3

5. Динамическое звено

а) устройство определенного физического вида и определенного конструктивного оформления, которое часто находится в динамичном движении;

б) устройство любого физического вида и конструктивного оформления, но описываемое определённым дифференциальным уравнением;

в) такого понятия не существует

6. Динамические модели могут описываться дифференциальными уравнениями и уравнениями в частных производных.

а) да,

б) нет

7. Передаточная функция *W*(р) называется правильной,

а) если степень ее числителя не больше, чем степень знаменателя;

б) если степень ее числителя равна степени знаменателя;

в) если степень ее числителя больше, чем степень знаменателя

8. Переходной характеристикой (переходной функцией) называется реакция системы (при нулевых начальных условиях)

а) на единичный ступенчатый сигнал (единичный скачок);

б) на единичный бесконечный импульс (функцию Дирака)

9. Под типовым динамическим звеном понимают звено, которое

а) описывается дифференциальным уравнением;

б) описывается дифференциальным уравнением не выше второго порядка;

в) описывается дифференциальным уравнением выше третьего порядка

10 Физическая величина, посредством которой управляется показатель технологического процесса

а) технологическое воздействие,

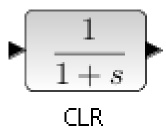
б) управляющее воздействие

11. Scilab был спроектирован как открытая система, и пользователи могут добавлять в него свои типы данных и операции путём перегрузки

а) да,

б) нет

12. С какой целью в системе Scilab используется данный элемент?



а) для представления числа в виде дроби;

б) для построения передаточной функции;

в) для очистки значений функции

13. Математическая модель системы, которая описывается дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами

а) безинерционная система,

б) простая система,

в) стационарная система,

г) нестационарная система (во времени)

14. Преобразование Лапласа – это

а) интегральное преобразование, связывающее функцию F(p) комплексного переменного (изображение) с функцией f(x) действительного переменного (оригинал),

б) дифференциальное преобразование, связывающее функцию F(p) комплексного переменного (изображение) с функцией f(x) действительного переменного (оригинал)

15. Математическая модель системы описывается дифференциальными уравнениями с переменными параметрами

а) безинерционная система,

б) простая система,

в) стационарная система,

г) нестационарная систем

16. Передаточная функция связывает между собой изображение по Лапласу входных и выходных координат.

а) да,

б) нет

17. Для того чтобы система была асимптотически устойчивой, необходимо, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения были одного знака и отличались от нуля

а) да,

б) нет

18. $\delta(t)=\begin{cases}0, & t\neq 0\\ \infty, & t=0\end{cases}$,

называется

а) единичной ступенчатой функции,

б) функцией Дирака,

в) гармоническим возмущением

19. Уравнение

$$x(t) = A\sin\omega t$$

описывает

а) единичную ступенчатую функцию,

б) функцию Дирака,

в) гармоническое возмущение

20. Передаточная функция, описываемая как

$$\frac{1}{\lambda+1}$$

является

а) правильной,

б) неправильной,

в) строго правильной

21. Передаточная функция, описываемая как

$$\frac{\lambda}{\lambda+1}$$

является

а) строго правильной,

б) неправильной,

в) правильной

22. Типовое звено, которое пропускает низкочастотные сигналы примерно с одинаковым коэффициентом усиления, блокирует высокочастотные шумы и помехи – это

а) фильтр низких частот,

б) фильтр высоких частот ,

в) полосовой фильтр,

г) полосовой режекторный фильтр

23.Функция $A(\omega) = k\omega$ является амплитудно-частотной функцией

а) интегрирующего звена,

б) дифференцирующего звена,

в) пропорционального звена

24. Типовое звено, которое пропускает высокочастотные сигналы, блокирует сигналы низкой частоты – это

а) фильтр низких частот,

б) фильтр высоких частот,

в) полосовой фильтр,

г) полосовой режекторный фильтр

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3. УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ НЕПРЕРЫВНЫХ ЛИНЕЙНЫХ САУ (4 ЧАСА)

Цель работы. Освоение корневых критериев устойчивости САУ с помощью среды SCILAB

Оформление отчета

Шаблон отчёта по исследованию одного динамического звена представлен в прил. 4. Оформляйте отчет по мере выполнения лабораторной работы. Отчет обязательно должен содержать:

- стандартный титульный лист и номер варианта;
- описание САУ в виде дифференциального уравнения;
- результаты выполнения всех пунктов инструкции, которые выделены серым фоном (см. ниже): результаты вычислений, графики, ответы на вопросы.

При составлении отчета рекомендуется копировать необходимую информацию через буфер обмена из рабочего окна среды SCILAB. Для этих данных используйте шрифт **Courier New**, в котором ширина всех символов одинакова.

Все формулы, передаточные функции и матрицы, набираются в **редакторе формул** текстового процессора.

Передаточные функции в отчёте должны быть записаны в стандартной форме – по убывающим степеням переменной (начиная со старшей степени).

Все числовые значения округляются до **трёх знаков** в дробной части (например, вместо 0,123987678 пишем 0,124). Если значение меньше 1, нужно оставить 3 значащие цифры, например, 0,000123.

Основные понятия устойчивости движения непрерывных линейных САУ

САУ описывается системой дифференциальных уравнений. Если в системе имеются только один вход и один выход, то систему можно преобразовать к одному дифференциальному уравнению того же порядка, что и вся система. Пусть это дифференциальное уравнение записано в операторном виде (3)

$$D(p)y = R(p)x, \tag{3}$$

где y – выходной сигнал; x – входной сигнал; $D(p), R(p)$ – полиномы (многочлены) оператора дифференцирования p.

Пусть

$$\begin{aligned} D(p) &= a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n, \\ R(p) &= b_0 p^r + b_1 p^{r-1} + \ldots + b_r. \end{aligned} \tag{4}$$

Уравнение (3) является линейным неоднородным дифференциальным уравнением. Его решение состоит из двух слагаемых: ***частного решения*** ($y_ч$) и ***общего решения*** соответствующего однородного уравнения (y_o), т.е.

$$y = y_o + y_ч.$$

*В ТАУ общее решение называется **собственным решением** (или **собственным движением**), частное решение называется **вынужденным решением*** (или ***вынужденным движением***):

$$y = y_c + y_в. \tag{5}$$

Вынужденное решение удовлетворяет уравнению

$$D(p)y_в = R(p)x. \tag{6}$$

Вычитая (6) из (3), найдём уравнение собственных движений:

$$D(p)y_c = 0. \tag{7}$$

Уравнение (7) называется однородным уравнением для уравнения (3). ***Устойчивость или неустойчивость линейных САУ определяется только уравнением (7).***

Будем различать 3 категории устойчивости:

1 **– *асимптотическая устойчивость,***

2 – ***неустойчивость,***

3 – ***граничная устойчивость.***

*Система называется **асимптотически устойчивой**, если при всех начальных условиях*

$$\lim_{t\to\infty} y_c = 0 \quad \text{или} \quad \lim_{t\to\infty} y = y_в. \tag{8}$$

*Система называется **неустойчивой**, если имеется хотя бы одно сочетание начальных условий, при котором*

$$\lim_{t\to\infty} y_c = \pm\infty. \tag{9}$$

*Система называется **находящейся на границе устойчивости (гранично устойчивой)**, если имеется хотя бы одно сочетание начальных условий, при котором y_c не стремится ни к нулю, ни к бесконечности, а при других начальных условиях выполняется условие (8).*

График на рис. 12 иллюстрирует асимптотическую устойчивость системы управления, а график на рис. 13, наоборот, иллюстрирует неустойчивость системы. На рис. 14 содержится график, демонстрирующий граничную устойчивость.

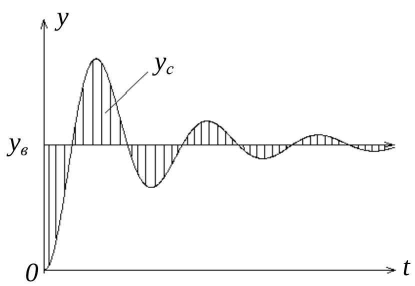


Рис. 12. График, демонстрирующий асимптотическую устойчивость системы

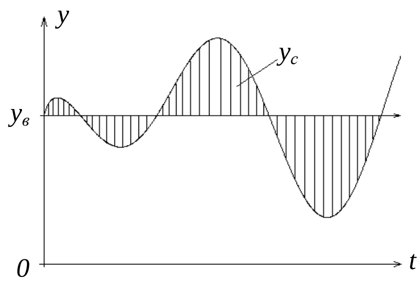


Рис. 13. График, демонстрирующий неустойчивость системы

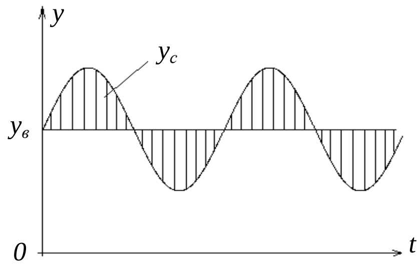


Рис. 14. График, демонстрирующий граничная устойчивость системы

Корневые критерии устойчивости

Как следует из рисунков 12 - 13, y_c не равно тождественно нулю, тогда из (7) следует

$$D(p) \equiv 0 \quad . \qquad (10)$$

Уравнение (10) называется **характеристическим уравнением**, соответствующим уравнениям (3) и (7). Пусть это уравнение будет n-го порядка, тогда оно имеет n корней $p_1, p_2,..., p_n$. Если коэффициенты $a_0, a_1,..., a_n$ – действительные, то корни уравнения (3) могут быть действительными и комплексными (комплексно-сопряженными):

$$p_k = \alpha_k + j\beta_k, \qquad p_{k+1} = \alpha_k - j\beta_k .$$

Корни могут быть ***простыми*** (нет им равных) и ***кратными*** (равными). ***Кратность*** *– это количество равных корней*. Если корни простые, то решение уравнения (7) можно представить в виде

$$y_c = c_1 e^{p_1 t} + c_2 e^{p_2 t} + \ldots + c_n e^{p_n t}, \qquad (11)$$

где $c_1, c_2,..., c_n$ – постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий.

В выражении (11) каждое слагаемое называется ***модой***. Рассмотрим две моды, соответствующие паре комплексно-сопряженных корней:

$$y_{ck} = c_k e^{\alpha_k + j\beta_k} + c_{k+1} e^{\alpha_k - j\beta_k} . \qquad (12)$$

С помощью формулы Эйлера уравнение (12) можно представить в виде

$$y_{ck} = A_k e^{\alpha_k t} \sin(\beta_k t + \varphi_k), \qquad (13)$$

где A_k, φ_k – новые постоянные интегрирования, зависящие от начальных условий.

На рис. 15 представлены различные виды переходных процессов моды в зависимости от вида корней, соответствующих данной моде. На основании рис. 15 можно констатировать следующее.

Для того чтобы система была ***асимптотически устойчивой****,* *<u>необходимо и достаточно</u>, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения были отрицательными.*

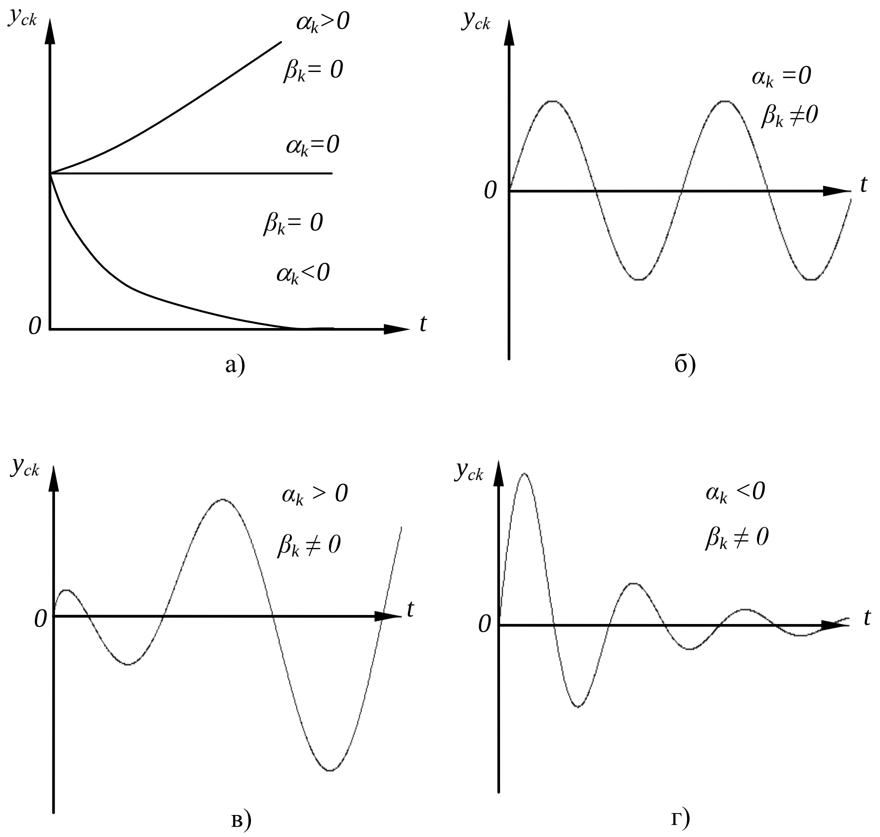


Рис. 15. Различные виды переходных процессов моды в зависимости от вида корней, соответствующих данной моде

Для того чтобы система была ***неустойчивой****,* *<u>достаточно</u>, чтобы хотя бы у одного корня действительная часть была положительной.*

Для того чтобы система была ***гранично устойчивой****,* *<u>необходимо и достаточно</u>, чтобы у части корней действительные части были равны нулю, причём среди этих корней не должно быть кратных, а у остальных корней действительные части должны быть меньше нуля.*

При наличии кратных корней (например, $p_1 = p_2 = p_3 = p_{1-3}$) вместо выражения (11) будет выражение (14).

$$y_c = (c_1 + c_2 t + c_3 t^2) e^{p_{1-3} t} + c_4 e^{p_4 t} + \ldots + c_n e^{p_n t}. \qquad (14)$$

Выражение (14) позволяет заключить, что при мнимом корне p_{1-3} нулевое решение будет неустойчивым за счет выражения в скобках.

Сформулируем приведенные критерии в геометрическом виде. На рис. 16 изображена плоскость корней, где крестиками обозначено расположение корней. Рисунок позволяет приведенные критерии перефразировать.

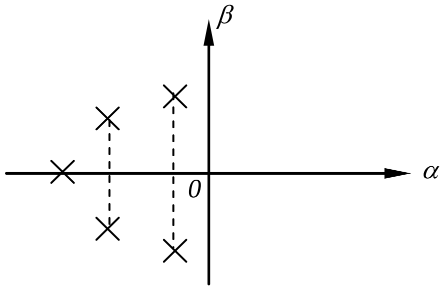


Рис. 16. Расположение корней в случае асимптотической устойчивости

Для того чтобы система была ***асимптотически устойчивой****,* <u>*необходимо и достаточно*</u>*, чтобы все корни характеристического уравнения находились в левой полуплоскости.*

Для того чтобы система была ***неустойчивой****,* <u>*достаточно*</u>*, чтобы хотя бы один корень находился в правой полуплоскости.*

Для того чтобы система была ***гранично устойчивой****,* <u>*необходимо и достаточно*</u>*, чтобы часть корней находилась на мнимой оси, причём среди этих корней не должно быть совпадающих, а остальные корни должны лежать в левой полуплоскости.*

Критерий о необходимых условиях устойчивости

Для того чтобы система была ***асимптотически устойчивой****,* <u>*необходимо*</u>*, чтобы все коэффициенты характеристического уравнения были одного знака и отличались от нуля.*

Задачи для практической части занятия

1. Исследовать устойчивость системы, описываемой дифференциальным уравнением:

   а) $3y'+y=g$
   б) $4y'-y=g$
   в) $y''+2y'+y=g$
   г) $y''+2y'-y=g$

2. Определить устойчивость систем по виду характеристического уравнения $7p^3+2p^2-4p+1=0$.

3. Передаточная функция имеет вид $W(p)=\frac{1}{p\cdot(T\cdot p+1)}$. Определить устойчивость системы в зависимости от параметра T.

4. Определить устойчивость системы, если характеристическое уравнение имеет вид $p^3+p^2+2p+2=0$

Задание. Получение навыков работы в среде Scilab

В таблице коэффициентов (табл. 3) представлены коэффициенты числителя (n_i) и знаменателя (d_i) передаточной функции линейной системы.

1) Найдите нули и полюса передаточной функции (корни полинома числителя называют нулями, а корни полинома знаменателя – полюсами):

```
z = roots ( n )
p = roots ( d )
```

2) Постройте графики переходной и импульсной функций
3) Сделайте вывод об устойчивости исследуемой системы
4) Измените коэффициенты передаточной функции так, чтобы изменилось состояние устойчивости/неустойчивости системы. Для подтверждения Вашей версии постройте графики переходной и импульсной функций.

Табл.3

Таблица коэффициентов

Вариант	n_0	n_1	n_2	d_2	d_1	d_0
1.	0.110	1.21	0.110	3.3000	3.4760	1.3100
2.	0.499	1.60	0.534	2.8280	2.9492	1.2120
3.	0.096	1.19	0.105	2.3957	2.2486	0.9182
4.	0.100	1.14	0.101	2.2228	2.0466	0.9181
5.	0.254	-1.39	0.277	1.8506	1.5440	0.7008
6.	-0.238	-0.99	-0.216	1.6833	1.3647	0.7031
7.	-0.222	0.88	-0.200	1.3408	0.9058	0.4617
8.	0.206	1.50	0.224	1.1975	0.7749	0.4637
9.	0.436	-1.79	0.475	1.2100	0.7720	0.3592
10.	-0.395	-0.69	-0.360	1.3366	0.8798	0.3591
11.	-0.356	0.66	-0.334	1.2120	0.7480	0.2761
12.	0.318	1.84	0.344	1.3382	0.8363	0.2761
13.	0.622	-2.18	0.677	1.3089	0.7762	0.2097
14.	-0.574	-0.44	-0.607	1.4377	0.8485	0.2096
15.	-0.477	0.26	-0.432	1.3972	0.7606	0.1568
16.	0.505	2.47	0.550	1.5150	0.8166	0.1558
17.	-0.772	0.29	-0.703	1.2543	0.6200	0.1119
18.	-0.808	-0.25	-0.739	1.1481	0.5774	0.1119
19.	-0.832	0.31	-0.766	0.8080	0.3737	0.0505
20.	0.879	3.50	0.793	0.7070	0.3535	0.0505

Контрольные вопросы к защите

1. При выведении системы внешними воздействиями из состояния равновесия (покоя) она возвращается в него после прекращения внешних воздействий

а) открытая система,

б) уравновешенная система,

в) устойчивая система,

г) переменная система

2. Если путём наблюдения за системой или измерения её выходных величин y(t) при заданных входных управлениях U(t) на интервале времени $t_0 \le t \ge t_k$ можно определить все координаты начального состояния системы x, то такая система называется

а) полностью наблюдаемой,

б) управляемой,

в) измеряемой

3. Устойчивая система возвращается в состояние покоя, если входное воздействие равно 0

а) да,

б) нет

4. После прекращения внешнего воздействия система не возвращается к состоянию равновесия, то она является

а) неустойчивой

б) безинерционной

5. Исследование устойчивости обычно проводят на начальных этапах создания системы управления

а) да,

б) нет

6. Для того чтобы система была неустойчивой, достаточно, чтобы хотя бы один корень находился в левой полуплоскости

а) да,

б) нет

7. Для того чтобы система была асимптотически устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы все корни характеристического уравнения находились в правой полуплоскости

а) да,

б) нет

8. Для того чтобы система была гранично устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы у части корней действительные составляющие были равны нулю, причём среди этих корней не должно быть кратных, а у остальных корней действительные части должны быть меньше нуля

а) да,

б) нет

9. Для того чтобы система была неустойчивой, достаточно, чтобы хотя бы у одного корня действительная часть была отрицательной

а) да,

б) нет

10. Для того чтобы система была асимптотически устойчивой, необходимо и достаточно, чтобы действительные части всех корней характеристического уравнения были положительными

а) да,

б) нет

11. Если имеется хотя бы одно сочетание начальных условий, при котором y_c не стремится ни к нулю, ни к бесконечности, а при других начальных условиях выполняется условие

$$\lim_{t\to\infty} y_c = 0 \quad \text{или} \quad \lim_{t\to\infty} y = y_в,$$

где $y_с$ – собственное решение, $y_в$ – вынужденное решение, то система называется

а) асимптотически устойчивой,

б) неустойчивой,

в) гранично устойчивой

12. Если имеется хотя бы одно сочетание начальных условий, при котором $\lim_{t\to\infty} y_c = \pm\infty$, где $y_с$ – собственное решение, то система называется

а) асимптотически устойчивой,

б) неустойчивой,

в) гранично устойчивой

13. Если при всех начальных условиях

$$\lim_{t\to\infty} y_c = 0 \quad \text{или} \quad \lim_{t\to\infty} y = y_в,$$

где $y_с$ – собственное решение, $y_в$ – вынужденное решение, то система называется

а) гранично устойчивой,

б) неустойчивой,

в) асимптотически устойчивой

ПРИЛОЖЕНИЕ 1
ШАБЛОН ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 2

Динамические характеристики типовых звеньев САУ

Исследуется система, описываемая математической моделью в виде передаточной функции

$$F(s) = \frac{\dots}{s^3 + \dots}$$

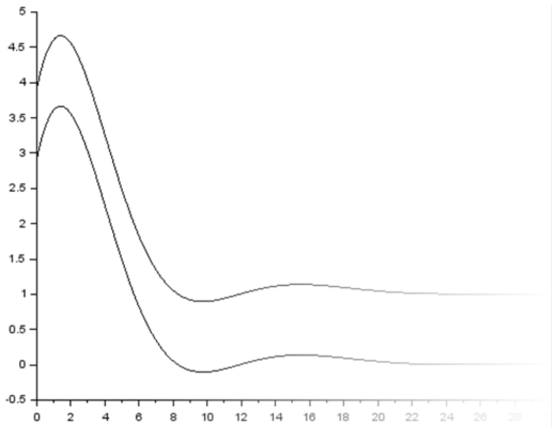
1. Результаты исследования

- коэффициент усиления звена в установившемся режиме

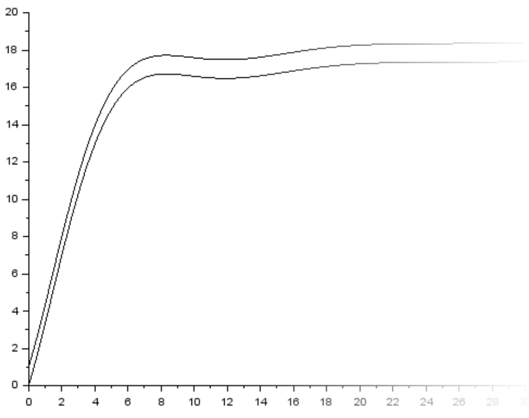
k = ...

- переменная %pi обозначает

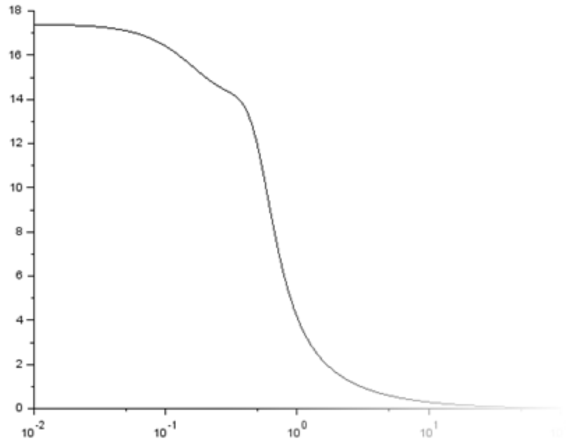
- Импульсная характеристика системы:



- Переходный процесс системы:



• амплитудная частотная характеристика замкнутой системы



• показатель колебательности системы

Приведен фрагмент отчета для одного звена. Отчет должен содержать информацию по исследованию всех динамических звеньев

ПРИЛОЖЕНИЕ 2
ФОРМЫ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ КОМПЛЕКСНЫХ ФУНКЦИЙ

Формы представления комплексных функций п риведены ниже:

– *алгебраическая форма*:

$$a = \alpha + j\beta \qquad j = \sqrt{-1} \quad \text{(мнимая единица)};$$

– *тригонометрическая форма*:

$$\alpha = a\cos\varphi; \quad \beta = a\sin\varphi,$$

где

$|a| = \rho = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ есть модуль комплексного числа,

$\varphi = arctg\,\dfrac{\beta}{\alpha}$ есть аргумент комплексного числа,

$a = \rho(\cos\varphi + j\sin\varphi)$ является тригонометрической формой;

– *показательная форма*:

$$a = \rho e^{j\varphi},$$

$$a_1 + a_2 = (\alpha_1 + \alpha_2) + j(\beta_1 + \beta_2),$$

$$a = \alpha + j\beta = \rho(\cos\varphi + j\sin\varphi) = \rho e^{j\varphi},$$

$$a_1 a_2 = \rho_1 e^{j\varphi_1} \rho_2 e^{j\varphi_2} = \rho_1\rho_2 e^{j(\varphi_1+\varphi_2)} = \rho e^{j\varphi},\ \rho = \rho_1\rho_2,\ \varphi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Складывать комплексные переменные лучше в алгебраической форме, а умножать и делить – в показательной. Причём модуль произведения (частного) двух функций равен произведению (частному) модулей, а аргумент равен сумме (разности) аргументов сомножителей.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

СОХРАНЕНИЕ И ЗАПИСЬ ДАННЫХ В СРЕДЕ SCILAB

С помощью команды **save** или с помощью меню **File-Save** данные в файл записываются в бинарном формате. По-видимому, следует давать этому файлу и соответствующее расширение.

Синтаксис:

save(filename [,x1,x2,...,xn]) save(fd [,x1,x2,...,xn])

Параметры:

– filename : имя файла, включающее пути к нему(тип character string);

– fd : файловый дескриптор для последующего вызова командой mopen ;

– xi : имена записываемых Scilab переменных;

– save(filename) без указания переменных запишет в файл все текущие переменные.

– save(fd) запишет все текущие переменные в файл, определенный дескриптором fd.

– save(filename,x,y) или save(fd,x,y) запишет только поименованные переменные x и y.

Загрузка переменных из образованного с помощью команды save файла на магнитном диске в пакет Scilab осуществляется командой **load**.

Синтаксис:

load(filename [,x1,...,xn]) load(fd [,x1,...,xn])

Параметры:

– filename строка, содержащая путь к файлу;

– fd : файловый дескриптор, связанный с открытием файла;

– xi : имена Scilab-переменных, заданные в виде строк.

– load(filename,'x','y') или load(fd,'x','y') загружает только переменные x, y.

ПРИЛОЖЕНИЕ 4
ШАБЛОН ОТЧЕТА ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ № 3

Устойчивость движения непрерывных линейных САУ

1. Описание системы

Исследуется система, описываемая математической моделью в виде передаточной функции

$$F(s) = \frac{\dots}{s^3 + \dots}$$

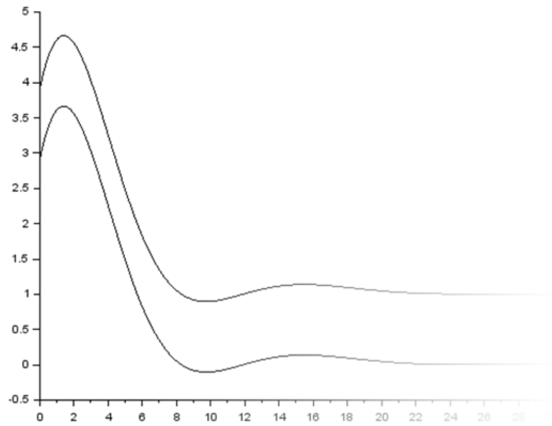
2. Результаты исследований

Нули передаточной функции

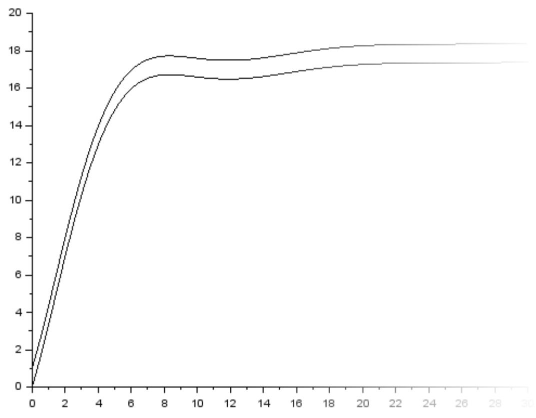
...

Полюса передаточной функции

Импульсная характеристика системы:



Переходный процесс системы:



Выводы по результатам исследований

. . .

ПРИЛОЖЕНИЕ 5

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ И КУБИЧЕСКИ УРАВНЕНИЙ

Квадратное уравнение – это уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a, b и c – произвольные числа, причем $a \neq 0$.

Формула для нахождения корней квадратного уравнения выглядит так:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a};$$

где x_1 и x_2 – корни квадратного уравнения.

Выражение под знаком корня называется дискриминант.

Любое кубическое уравнение с действительными коэффициентами имеет по крайней мере один действительный корень, два других либо также действительные, либо являются комплексно сопряженной парой.

Если коэффициенты кубического уравнения $Ax^3+Bx^2+Cx+D=0$ являются целыми числами, то уравнение может иметь рациональные корни.

Оно может иметь целые корни, которые являются делителями свободного члена. Так что выписываем все делители и начинаем их подставлять в полученное уравнение до получения тождественного равенства. Тот делитель y_1, при котором тождество получено, является корнем уравнения. Следовательно, корнем исходного уравнения является $x_1=y_1/A$.

Далее делим многочлен Ax^3+Bx^2+Cx+D на $(x - x_1)$ и находим корни полученного квадратного трехчлена.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Подвальный С. Л. Теория информационно-управляющих вычислительных систем: учеб. пособие / С. Л. Подвальный, Д. В. Дорофеев, В. И. Дорофеев. – Воронеж : ВГТУ. – 2007

2. Подвальный С. Л. Информационно-управляющие системы мониторинга сложных объектов: учеб. пособие / С. Л. Подвальный. – Воронеж : ВГТУ. – 2010

3. Методы анализа и синтеза модульных информационно-управляющих систем: учебное пособие / Н. А. Кузнецов В.В. [и др.] – М.: "Физматлит». ЭБС «Лань», 2016.

4. Ключев А. О. Распределенные информационно-управляющие системы.: учебное пособие / А. О. Ключев, П. В Кустарев, А. Е. Платунов. – СПб.: Университет ИТМО. ЭБС «IPRbooks», 2015.

5. Петрухнова Г. В. Моделирование систем управления. Часть 1: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Теория информационно-управляющих систем» для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» (профиль «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети») / Г. В. Петрухнова, С. Л. Подвальный. – Воронеж: ВГТУ – 2020.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение………………………………………………………...	2
Лабораторная работа № 2. Динамические характеристики типовых звеньев САУ ………………………………………………………………	2
Лабораторная работа № 3. устойчивость движения непрерывных линейных САУ	28
Приложение 1……………………………………………………..................	36
Приложение 2……………………………………………………..................	38
Приложение 3……………………………………………………..................	39
Приложение 4………………………………………………………………	40
Приложение 5………………………………………………………………	41
Библиографический список ……………………………...……...	42

МОДЕЛИРОВАНИЕ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ.
Часть 2

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Теория информационно-управляющих систем»
для студентов направления 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»)
очной и заочной форм обучения

Составители:
Петрухнова Галина Викторовна
Подвальный Семен Леонидович

Компьютерный набор Г. В. Петрухновой

Подписано к изданию .11.2021

Уч.-изд. л. 3.7

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14