

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета Тусев П.Ю.
«31» августа 2021 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
дисциплины
«Теория графов и ее приложения»

Специальность 10.05.03 Информационная безопасность
автоматизированных систем

Специализация специализация N 7 "Анализ безопасности информационных
систем"

Квалификация выпускника специалист по защите информации

Нормативный период обучения 5 лет и 6 м.

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2021


Автор программы

 / Шелковой А.Н./

Заведующий кафедрой
высшей математики и
физико-математического
моделирования

 /Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП

 /Остапенко А.Г./

Воронеж 2021

1 ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

- теоретическая и практическая подготовка специалистов по основам теории графов и их приложениями к анализу и синтезу линейных систем;
- обеспечение фундаментальной подготовки в одной из важнейших областей современной математики.

1.2. Задачи освоения дисциплины

- формирование научного мировоззрения, понимания широты и универсальности методов теории графов;
- изучение основных методов и алгоритмов теории графов, связанных с моделированием и оптимизацией информационных систем.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория графов и ее приложения» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Теория графов и ее приложения» направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-7.5 – Способен обеспечивать безопасность информационных систем, реализующих дистанционный сбор и обработку информации.

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ПК-7.5	Знать метрические характеристики графов.
	Уметь обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи.
	Владеть навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Теория графов и ее приложения» составляет 6 з. е.

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий
очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
Аудиторные занятия (всего)	126	54	72
В том числе:			
Лекции	72	36	36
Практические занятия (ПЗ)	54	18	36
Самостоятельная работа	90	18	72
Курсовой проект	+		+
Виды промежуточной аттестации - зачет, зачет с оценкой	+	+	+
Общая трудоемкость:			
академические часы	216	72	144
зач.ед.	6	2	4

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий
очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Основные понятия теории графов	Ориентированные и неориентированные графы. Простой граф. Полный граф. Мультиграф. Псевдограф. Двудольный граф. Полный двудольный граф. Помеченный граф. Плоский (планарный) граф. Дополнительный граф. Самодополнительный граф. Латинская матрица. Матрица смежности вершин. Матрица смежности дуг. Матрица инцидентностей. Матрица связности. Матрица достижимости. Матрица контрдостижимости. Матрица Кирхгофа и её свойства. Подграф. Инцидентность вершин и рёбер. Степени вершин. Объединение графов. Произведение графов. Удаление и отождествление вершин, удаление, стягивание и подразбиение рёбер. Понятие маршрута. Связность в графах. Связность и матрица смежности графа. Матрица взаимодостижимости графа.	12	6	6	24
2	Метрические характеристики графов и экстремальные задачи	Расстояния в графах. Периферийные и центральные вершины графа. Задачи практической деятельности, сводящиеся к нахождению центральных вершин графа. Независимость и покрытия. Оценки для числа независимости графа. Связь между числом независимости и числом вершинного покрытия графа. Взвешенные графы. Алгоритм Дейкстры для нахождения кратчайших маршрутов в графе. Нахождение кратчайших маршрутов в бесконтурном графе.	8	4	4	16
3	Деревья	Понятия дерева, остовного и свободного деревьев. Свойства деревьев (различные определения деревьев). Ориентированные деревья. Теорема Менгера. Теорема Холла. Задача обхода упорядоченного дерева. Определения фундаментального цикла и фундаментального множества циклов. Матрица фундаментальных циклов. Пример построения матрицы	8	4	4	16

		фундаментальных циклов. Определения разреза и коцикла (простого разреза). Связь матрицы фундаментальных разрезов с матрицей фундаментальных циклов.				
4	Эйлеровы и гамильтоновы графы	Определение эйлерова графа. Признак эйлеровости графа. Алгоритм Флери построения эйлерова цикла. Оценка числа эйлеровых графов. Определение гамильтонова графа. Достаточные условия гамильтоновости. Оценка числа гамильтоновых графов.	8	4	4	16
5	Приложения графов для задач программирования	Процедура статической маршрутизации. Процедура динамической маршрутизации. Использование алгоритма Дейкстры. Дерево кратчайших путей. Таблица маршрутов. Двоичное дерево поиска. Алгоритм поиска. Ключ поиска. Алгоритм вставки. Ключи вставок. Алгоритм правильного обхода. Пирамидальная сортировка.	4	4	8	16
6	Графы линейных систем	Граф сигналов. Узлы-источники. Смешанные узлы. Узлы-стоки. Система уравнений, изображаемых графом. Путь. Передача пути. Контур. Передача контура. Запись системы уравнений в форме "следствие-причина". Построение входящих и исходящих ветвей для сигнала каждого узла. Графы линейных систем: разновидности и свойства. У-графы. Уравнение для электрической цепи в матричной форме по методу узловых потенциалов. К-графы. Матричное уравнение, составленное на основании метода контурных токов. Нормализующий множитель. Объединение однонаправленных параллельных ветвей. Объединение однонаправленных последовательных ветвей (исключение смешанного узла). Уравнения для описания линейных аналоговых цепей. Правило исключения петли. Правило исключения узла, исключение переменной и уменьшение числа переменных. Правило исключения ветви. Инверсия ветви. Инверсия прямого пути. Инверсия контура обратной связи. Разностные уравнения для описания линейных цифровых устройств. Разностные уравнения для описания линейных цифровых устройств. Применение преобразований графа для решения вопроса о связи между двумя зависимыми переменными. Алгоритм решения данной задачи. Граф Коутса. Касание двух контуров. Касание пути и контура. Математическое выражение правила Мэзона. Примеры применения формулы Мэзона для прямого решения графа. Нахождение передачи между смешанными узлами, где непосредственное применение формулы Мэзона невозможно. Поэтапное применение формулы Мэзона. Нахождение требуемой связи предварительным инвертированием ветви или пути от узла-источника к смешанному узлу. Обобщённый сигнальный граф. Поэтапное применение правила Мэзона на основании принципа суперпозиции, справедливого для любой линейной системы. Рассмотрение конкретных примеров. Приложения сигнальных графов для определения тока в ветви электрической цепи. Составление системы уравнений по методу контурных токов. Преобразование системы к форме "следствие-причина". Составление графа полученной системы уравнений. Решение графа с применением формулы Мэзона. Унисторный граф. Выражение А-параметров через Y-параметры четырёхполюсника. Нахождение связи между Z-параметрами и H-параметрами четырёхполюсника. Определение параметров	28	28	56	112

		сложного четырёхполосника по заданным параметрам простейших четырёхполосников и заданной схеме их соединения. Использование методов узловых потенциалов и контурных токов для определения передаточных функций четырёхполосника. Случай каскадного соединения четырёхполосников. Ориентированный беспетлевой граф.				
7	Случайные графы	Использование датчика равномерно распределённых случайных чисел в генерировании случайного графа. Алгоритм построения случайного неориентированного графа. Алгоритм построения случайного ориентированного графа. Алгоритм построения случайного ориентированного бесконтурного графа. Схема размещения и компоненты случайных графов.	4	4	8	16
Итого			72	54	90	216

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсового проекта в 4 семестре для очной формы обучения.

Примерная тематика курсового проекта: «Приложения теории графов к анализу линейных систем».

Задачи, решаемые при выполнении курсового проекта:

- изучить учебную и научную литературу по теме;
- рассмотреть основные понятия, касающиеся проблемы исследования;
- привести примеры использования математических методов теории графов в анализе линейных систем.

Курсовой проект включает в себя графическую часть и расчетно-пояснительную записку.

Контрольные работы.

Третий семестр

Контрольная работа по теме «Нахождение метрических характеристик графа» на 7 неделе, тест по теме «Деревья» на 14 неделе.

Четвёртый семестр

Контрольная работа по теме «Расчёт передаточных функций линейных систем» на 16 неделе.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ПК-7.5	Знать метрические характеристики графов.	Тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи.	Решение стандартных задач, контрольная работа	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	Решение стандартных и прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3, 4 семестре для очной формы обучения по двух/четырёхбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ПК-7.5	Знать метрические характеристики графов.	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	Уметь	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

ИЛИ

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
-------------	--------------------------------------	---------------------	---------	--------	--------	----------

	сформированность компетенции					
ПК-7.5	Знать метрические характеристики графов.	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Уметь обосновать выбор подходящего математического метода и привести алгоритм решения задачи.	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть навыками пользования библиотеками прикладных программ и пакетами программ для решения прикладных задач теории графов.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типичные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию Третий семестр

1. Если в графе $G = (S, U)$ все элементы множества U изображаются дугами, то граф называется

- а) ориентированным;
- б) неориентированным;
- в) полным;
- г) мультиграфом.

2. Если в графе $G = (S, U)$ все элементы множества U изображаются рёбрами, то граф называется

- а) ориентированным;
- б) неориентированным;
- в) полным;
- г) мультиграфом.

3. Если граф не содержит петель и параллельных дуг, то он называется

- а) ориентированным;
- б) полным;
- в) простым;
- г) псевдографом.

4. Простой граф, в котором каждая пара вершин смежна, называется

- а) мультиграфом;
- б) ориентированным;

- в) псевдографом;
- г) полным.

5. Граф, содержащий хотя бы две параллельные дуги (ребра), называется

- а) мультиграфом;
- б) простым;
- в) полным;
- г) неориентированным.

6. Граф, содержащий петли, называется

- а) ориентированным;
- б) псевдографом;
- в) мультиграфом;
- г) простым.

7. Если существует такое разбиение вершин графа на две части (доли), что концы каждого ребра принадлежат разным частям, то граф называется

- а) неориентированным;
- б) полным;
- в) двудольным;
- г) псевдографом.

8. Если в двудольном графе любые две вершины, входящие в разные доли смежны, то граф называется

- а) мультиграфом;
- б) псевдографом;
- в) простым;
- г) полным двудольным.

9. Если граф может быть изображён на плоскости так, чтобы все пересечения рёбер являлись его вершинами, то он называется

- а) планарным;
- б) простым;
- в) полным;
- г) ориентированным.

10. Граф, изоморфный своему дополнению, называется

- а) плоским;
- б) самодополнительным;
- в) полным;
- г) псевдографом.

Четвёртый семестр

1. Таблица, в которой указаны ближайшие соседи для передачи сообщения тому или иному адресату в коммуникационной сети, называется

- а) таблицей цепей;
- б) таблицей расстояний;
- в) таблицей маршрутов;
- г) таблицей циклов.

2. Если данные, стоящие в левом поддереве данной вершины x меньше данных, соответствующих этой вершине, а данные, расположенные в правом её поддереве – больше, то дерево данных, удовлетворяющее указанному

условию, называется

- а) двоичным деревом сортировки;
- б) двоичным деревом поиска;
- в) остовным деревом поиска;
- г) остовным деревом сортировки.

3. Графическое изображение соотношений между несколькими переменными называется

- а) полным графом;
- б) псевдографом;
- в) графом сигналов;
- г) мультиграфом.

4. Непрерывная последовательность ветвей одного направления (по стрелкам), вдоль которой каждый входящий в этот путь узел встречается только один раз, называется

- а) маршрутом;
- б) контуром;
- в) циклом;
- г) путём.

5. Замкнутый путь, состоящий либо из непрерывной последовательности одинаково направленных ветвей, возвращающийся в исходный узел, либо из одной ветви, выходящей и входящей в один и тот же узел, называется

- а) контуром;
- б) маршрутом;
- в) цепью;
- г) путём.

6. Если $t \neq 1$ – передача петли, то при исключении петли передачи всех ветвей, входящих в узел, содержащий петлю, умножаются на

- а) $t-1$;
- б) $\frac{1}{1-t}$;
- в) $1-t$;
- г) $\frac{1}{t-1}$.

7. Математически правило Мэсона выражается формулой:

а) $T_{ij} = \frac{\prod_{k=1}^n P_k \Delta_k}{\Delta}$;

б) $T_{ij} = \frac{\Delta}{\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k}$;

в) $T_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^n P_k \Delta_k}{\Delta}$;

$$\Gamma) T_{ij} = \frac{\Delta}{\prod_{k=1}^n P_k \Delta_k}.$$

8. Если L_k – передача k -го контура обратной связи, а символ * означает, что из произведения Π исключаются произведения тех контуров, которые касаются друг друга, то знаменатель формулы Мэсона может быть записан в виде выражения

$$\text{а) } \Delta = \prod_k (L_k - 1)^*.$$

$$\text{б) } \Delta = \prod_k \frac{1}{1 - L_k}^*;$$

$$\text{в) } \Delta = \prod_k \frac{1 - L_k}{L_k - 1}^*;$$

$$\text{г) } \Delta = \prod_k (1 - L_k)^*.$$

9. Передаточные функции четырёхполюсника имеют вид:

$$K(i\omega) = \frac{U_2}{U_1}; K(i\omega) = \frac{I_2}{I_1}; Z(i\omega) = \frac{U_2}{I_1}; Y(i\omega) = \frac{I_2}{U_1};$$

$$\text{а) } U_2 = \frac{U_1}{U_1}, I_2 = \frac{I_1}{I_1}, Z_{21} = \frac{U_2}{I_1}, Y_{21} = \frac{I_2}{U_1};$$

$$\text{б) } K_U(i\omega) = U_2/U_1, K_I(i\omega) = I_2/I_1, Z_{21}(i\omega) = U_2/I_1, Y_{21}(i\omega) = I_2/U_1;$$

$$\text{в) } K_U(i\omega) = U_2/U_1 + U_2/I_1, K_I(i\omega) = I_2/I_2 + I_2/I_1, Z_{21}(i\omega) = U_2/I_2 + U_2/I_1, Y_{21}(i\omega) = I_2/I_2 + I_2/U_1;$$

$$\text{г) } K_U(i\omega) = U_2/U_1 - U_2/I_1, K_I(i\omega) = I_2/I_2 - I_2/I_1, Z_{21}(i\omega) = U_2/I_2 - U_2/I_1, Y_{21}(i\omega) = I_2/I_2 - I_2/U_1.$$

10. Если все ячейки матрицы смежности n вершин случайного графа расположить в одну строку и $N = [n^2 R] + 1$ – номер найденной случайным образом ячейки матрицы, где квадратные скобки означают целую часть заключённого в них выражения, R – случайное число, равномерно распределённое в отрезке $[0,1]$, то восстановление строки i и столбца j матрицы, содержащих ячейку, в алгоритмах построения выборок случайных графов с заданными свойствами делается с помощью формул:

$$\text{а) } i = \left[\frac{N}{n} \right] - 1, j = N + (i-1)n;$$

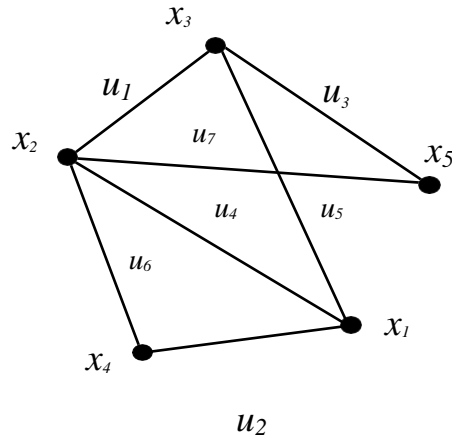
$$\text{б) } i = \left[\frac{N}{n} \right] + 1, j = N - (i-1)n;$$

$$\text{в) } i = \left[\frac{N}{n} \right] - 1, j = N - (i+1)n;$$

$$\text{г) } i = \left[\frac{N}{n} \right] + 1, j = N + (i+1)n.$$

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач Третий семестр

1. Для графа, изображённого на рисунке, составить матрицу смежности вершин.



а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; в) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2. Для графа, изображённого на рисунке к заданию 1, составить матрицу смежности дуг.

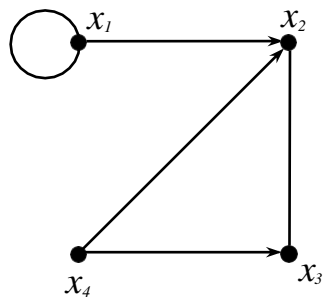
а) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$;

в) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$; г) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

3. Для графа, изображённого на рисунке к заданию 1, составить матрицу инцидентий.

$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \\
 \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

4. Найти матрицу сильных компонент для графа, изображённого на рисунке.



$$\begin{array}{l}
 \text{а) } \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.
 \end{array}$$

5. С помощью матрицы смежности вершин найти маршруты длины три дуги, исходящие из вершины x_1 , для графа, изображённого на рисунке к заданию 4.

а) $x_1 - x_1 - x_1 - x_1$, $x_1 - x_1 - x_1 - x_2$, $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;

б) $x_1 - x_1 - x_1 - x_2$, $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;

в) $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$, $x_1 - x_1 - x_2 - x_3$;

г) $x_1 - x_2 - x_3 - x_2$.

6. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину минимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 5 & 10 & 13 & \infty & \infty \\ \infty & - & 8 & 9 & 13 & \infty \\ \infty & \infty & - & 5 & 3 & 6 \\ \infty & \infty & \infty & - & 8 & 10 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}$$

а) 15; б) 16; в) 17; г) 18.

7. Для графа, заданного матрицей весов в задании 6, найти величину максимального пути от вершины $s = x_1$ до вершины $t = x_6$ по алгоритму нахождения максимального пути в ациклическом графе.

а) 34; б) 36; в) 37; г) 35.

8. Для графа G , заданного матрицей весов, найти вес минимального остова G' , используя алгоритм Прима.

$$\begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 10 & \infty & 5 & \infty & \infty & 14 \\ 10 & - & 6 & 2 & 4 & 8 & \infty \\ \infty & 6 & - & 3 & 1 & 1 & \infty \\ 5 & 2 & 3 & - & 6 & \infty & 3 \\ \infty & 4 & 1 & 6 & - & 5 & \infty \\ \infty & 8 & 1 & \infty & 5 & - & 2 \\ 14 & \infty & \infty & 3 & \infty & 2 & - \end{pmatrix} \end{matrix}$$

а) 14; б) 13; в) 12; г) 11.

9. Разбить орграф без контуров, заданный матрицей смежности вершин, на уровни.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

а) $N_0 = \{x_2\}$, $N_1 = \{x_5\}$, $N_2 = \{x_3\}$, $N_3 = \{x_6\}$, $N_4 = \{x_4, x_7\}$, $N_5 = \{x_5\}$;

б) $N_0 = \{x_2\}$, $N_1 = \{x_5\}$, $N_2 = \{x_3, x_6\}$, $N_3 = \{x_4, x_7\}$, $N_4 = \{x_1\}$;

в) $N_0 = \{x_2\}$, $N_1 = \{x_5\}$, $N_2 = \{x_3, x_6\}$, $N_3 = \{x_4\}$, $N_4 = \{x_7\}$, $N_5 = \{x_5\}$;

$$\Gamma) N_0 = \{x_2\}, N_1 = \{x_5\}, N_2 = \{x_3\}, N_3 = \{x_6\}, N_4 = \{x_4\}, N_5 = \{x_7\}, N_6 = \{x_5\}.$$

10. Для орграфа без контуров, заданного матрицей смежности вершин в задании 9, найти функцию Гранди.

$$\text{а) } g(x_2)=0, g(x_3)=2, g(x_4)=3, g(x_5)=4, g(x_6)=1, g(x_7)=2;$$

$$\text{б) } g(x_1)=1, g(x_2)=0, g(x_3)=2, g(x_4)=2, g(x_5)=3, g(x_6)=4, g(x_7)=5;$$

$$\text{в) } g(x_1)=1, g(x_2)=0, g(x_3)=2, g(x_4)=3, g(x_5)=1, g(x_6)=2, g(x_7)=2;$$

$$\text{г) } g(x_1)=1, g(x_2)=0, g(x_3)=2, g(x_4)=3, g(x_5)=4, g(x_6)=5, g(x_7)=6.$$

Четвёртый семестр

1. В сигнальном графе, заданном весовой матрицей передач ветвей, найти все пути от источника x_1 к стоку x_5 .

$$\begin{pmatrix} 0 & a & b & 0 & 0 \\ 0 & t & d & f & e \\ 0 & c & 0 & g & 0 \\ 0 & 0 & h & 0 & m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{а) } P_1 = atdgm, P_2 = afm, P_3 = adgm, P_4 = bce, P_5 = bgm, P_6 = bcfm;$$

$$\text{б) } P_1 = ae, P_2 = adce, P_3 = adgm, P_4 = bce, P_5 = bgm, P_6 = bcfm;$$

$$\text{в) } P_1 = ae, P_2 = afm, P_3 = adcte, P_4 = bce, P_5 = bgm, P_6 = bcfm;$$

$$\text{г) } P_1 = ae, P_2 = afm, P_3 = adgm, P_4 = bce, P_5 = bgm, P_6 = bcfm.$$

2. В сигнальном графе, заданном весовой матрицей передач ветвей в задании 1, найти все контуры обратной связи.

$$\text{а) } L_1 = t, L_2 = cd, L_3 = gh, L_4 = cfh;$$

$$\text{б) } L_1 = t, L_2 = afm, L_3 = gh, L_4 = cfh;$$

$$\text{в) } L_1 = t, L_2 = cd, L_3 = adcte, L_4 = cfh;$$

$$\text{г) } L_1 = t, L_2 = cd, L_3 = gh, L_4 = bce.$$

3. Дана система трёх уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} ax_1 - y_2 + by_3 = 0 \\ cx + dy - y + ey = 0, \\ fy + gy^2 - y^3 = 0 \end{cases}$$

где x_1 – независимая переменная, y_2, y_3, y_4 – зависимые переменные. Какой весовой матрице передач ветвей соответствует граф, который можно составить для данной системы?

$$\text{а) } \begin{pmatrix} 0 & a & b & 0 \\ 0 & 0 & d & f \\ 0 & c & 0 & g \\ 0 & 0 & e & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 0 & a & c & 0 \\ 0 & 0 & d & f \\ 0 & b & 0 & g \\ 0 & 0 & e & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{в) } \begin{pmatrix} 0 & a & c & 0 \\ 0 & 0 & d & e \\ 0 & b & 0 & g \\ 0 & 0 & f & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{г) } \begin{pmatrix} 0 & a & c & 0 \\ 0 & 0 & d & b \\ 0 & f & 0 & g \\ 0 & 0 & e & 0 \end{pmatrix}.$$

4. По графу, заданному весовой матрицей передач ветвей, в котором один узел-источник x_1 (ветви только исходят из x_1), остальные узлы y_2, y_3, y_4 и y_5 – смешанные узлы (имеют и входящие и исходящие ветви) восстановить систему уравнений, изображаемых данным графом и записать её в канонической форме.

$$\begin{pmatrix} 0 & a & 0 & 0 & m \\ 0 & 0 & b & f & h \\ 0 & 0 & c & d & 0 \\ 0 & g & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n & 0 \end{pmatrix}$$

а) $\begin{cases} -\frac{1}{a}y_2 + \frac{g}{a}y_4 = x_1 \\ by_2 + (c-1)y_3 + ey_4 = 0 \\ fy_2 + dy_3 - y_4 + ny_5 = 0 \\ -\frac{h}{m}y_2 + \frac{1}{m}y_5 = x_1 \end{cases}$, б) $\begin{cases} \frac{1}{a}y_2 - \frac{g}{a}y_4 = x_1 \\ ey_2 + (c-1)y_3 + by_4 = 0 \\ fy_2 + dy_3 - y_4 + ny_5 = 0 \\ -\frac{h}{m}y_2 + \frac{1}{m}y_5 = x_1 \end{cases}$,

в) $\begin{cases} \frac{1}{a}y_2 - \frac{g}{a}y_4 = x_1 \\ by_2 + (c-1)y_3 + ey_4 = 0 \\ fy_2 + dy_3 - y_4 + ny_5 = 0 \\ -\frac{h}{m}y_2 + \frac{1}{m}y_5 = x_1 \end{cases}$, г) $\begin{cases} \frac{1}{a}y_2 - \frac{g}{a}y_4 = x_1 \\ by_2 + (c-1)y_3 + ey_4 = 0 \\ fy_2 - dy_3 + y_4 + ny_5 = 0 \\ -\frac{h}{m}y_2 + \frac{1}{m}y_5 = x_1 \end{cases}$.

5. Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bx \end{cases} \begin{matrix} 2 \\ 1 \end{matrix}$$

составить уравнение для графа, полученного из исходного объединением однонаправленных параллельных ветвей.

а) $x_2 = (a-b)x_1$; б) $x_2 = abx_1$; в) $x_2 = \frac{a}{b}x_1$; г) $x_2 = (a+b)x_1$.

Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bx \end{cases} \begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix}$$

составить уравнение для графа, полученного из исходного объединением однонаправленных последовательных ветвей (исключением смешанного узла).

а) $x_3 = abx_1$; б) $x_3 = (a+b)x_1$; в) $x_3 = \frac{a}{b}x_1$; г) $x_3 = (a-b)x_1$.

6. Граф, заданный системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bx \end{cases} \begin{matrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} \begin{matrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

упростить до вида $x_4 = T_{14}x_1$ и найти T_{14} .

а) $T_{14} = (a+b)cd$; б) $T_{14} = ab(c+d)$; в) $T_{14} = (a+d)bc$; г) $T_{14} = ad(b+c)$.

7. Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} y_1 = ax_1 \\ y_2 = by_1 \\ y_2 = cx_2 \\ y_2 = dy_2 \\ y_3 = ey_2 \\ y_4 = fy_2 \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением петли узла y_2 .

а) $\begin{cases} y_1 = ax_1 \\ y_2 = \frac{b}{d-1}y_1 \\ y = \frac{b}{d-1}x \\ y_3 = ey_2 \\ y = fy \end{cases}$; б) $\begin{cases} y_1 = ax_1 \\ y_2 = \frac{1-d}{1-bd}y_1 \\ y = \frac{1-bd}{c}x \\ y_3 = ey_2 \\ y = fy \end{cases}$; в) $\begin{cases} y_1 = ax_1 \\ y_2 = \frac{b}{1-d}y_1 \\ y = \frac{b}{1-d}x \\ y_3 = ey_2 \\ y = fy \end{cases}$; г) $\begin{cases} y_1 = ax_1 \\ y_2 = \frac{d-1}{b}y_1 \\ y = \frac{d-1}{c}x \\ y_3 = ey_2 \\ y = fy \end{cases}$.

8. Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} z = ax_1 \\ z = bx \\ y = cz \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением узла z .

а) $\begin{cases} y = (a+c)x_1 \\ y = (b+c)x \end{cases}$; б) $\begin{cases} y = (a-c)x_1 \\ y = (b-c)x \end{cases}$; в) $\begin{cases} y = \frac{a}{c}x \\ y = \frac{b}{c}x \end{cases}$; г) $\begin{cases} y = acx_1 \\ y = bcx \end{cases}$.

9. Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} z = ax \\ y = bz \\ y_2 = cz \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением узла z .

а) $\begin{cases} y_1 = abx \\ y_2 = acx \end{cases}$; б) $\begin{cases} y_1 = (a+b)x \\ y_2 = (a+c)x \end{cases}$; в) $\begin{cases} y_1 = (a-b)x \\ y_2 = (a-c)x \end{cases}$; г) $\begin{cases} y_1 = \frac{a}{b}x \\ y_2 = \frac{a}{c}x \end{cases}$.

10. Для графа, заданного системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = cx \\ \begin{matrix} 3 & 2 \\ x_2 = bx_3 \\ x = ex \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 3 \\ x = dx \\ 3 & 4 \end{matrix} \\ x_4 = fx_4 \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением узла x_3 .

$$\text{а) } \begin{cases} x_2 = ax_2 \\ x = bcx \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ x = cex \\ 4 & 2 \\ x = bdx \\ 2 & 4 \end{matrix} \\ x_4 = (f + de)x_4 \end{cases} ; \text{ б) } \begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bcx \\ \begin{matrix} 2 & 2 \\ x = cex \\ 4 & 2 \\ x = bdx \\ 2 & 4 \end{matrix} \\ x_4 = (f + de)x_4 \end{cases} ; \text{ в) } \begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bcx \\ \begin{matrix} 2 & 2 \\ x = cex \\ 4 & 4 \\ x = bdx \\ 2 & 2 \end{matrix} \\ x_4 = (f + de)x_4 \end{cases} ; \text{ г) } \begin{cases} x_2 = ax_4 \\ x = bcx \\ \begin{matrix} 2 & 2 \\ x = cex \\ 4 & 4 \\ x = bdx \\ 2 & 2 \end{matrix} \\ x_4 = (f + de)x_1 \end{cases} .$$

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Третий семестр

1. В вычислительной сети в очереди на выполнение находятся пять различных программ с номерами от 1 до 5. Программа с номером 2 идёт впереди программы с номером 4, программа с номером 5 – впереди программы с номером 1, но позади программы с номером 4, программа с номером 3 впереди программы с номером 2. Какая программа идёт первой, какая последней?

- а) первая – с номером 3, последняя – с номером 1;
- а) первая – с номером 5, последняя – с номером 2;
- а) первая – с номером 3, последняя – с номером 4;
- а) первая – с номером 4, последняя – с номером 3.

2. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего пути от пункта $s = x_1$ до пункта $t = x_6$, определяемого бортовым компьютером современного автомобиля, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 11 & \infty & 14 & 15 & \infty \\ \infty & - & 13 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 13 \\ \infty & 7 & 11 & - & 9 & \infty \\ \infty & 11 & 10 & \infty & - & 14 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix} .$$

- а) 29; б) 30; в) 27; г) 28.

3. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего маршрута доставки сообщения с сервера $s = x_1$ на сервер $t = x_6$, определяемого маршрутизатором, являющимся важнейшим элементом глобальной компьютерной сети Интернет, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 5 & 8 & 7 & 18 & \infty \\ \infty & - & 11 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & \infty & - & \infty & \infty & 17 \\ \infty & 10 & 12 & - & 6 & \infty \\ \infty & 7 & 8 & \infty & - & 11 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 25; б) 24; в) 23; г) 22.

4. Известны места размещения компьютеров локальной сети и известны каналы связи, которые можно проложить между ними, а также их пропускные способности. В матрице весов Ω графа G указаны места расположения компьютеров и пропускные способности каналов связи. Требуется определить, используя алгоритм Прима, наименьшую пропускную способность системы каналов связи из всех возможных схем расположения каналов связи, которая позволяет производить сообщения между любыми компьютерами сети.

$$\Omega = \begin{matrix} & A & B & C & D & E & F \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 1 & \infty & \infty & 16 & 3 \\ 1 & - & 6 & \infty & \infty & 5 \\ \infty & 6 & - & 1 & 3 & 3 \\ \infty & \infty & 1 & - & 2 & \infty \\ 16 & \infty & 3 & 2 & - & 4 \\ 3 & 5 & 3 & \infty & 4 & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

5. По матрице Ω пропускных способностей каналов связи в локальной компьютерной сети графа G найти максимальный поток программ в вычислительной сети от компьютера $s = x_1$ до компьютера $t = x_7$.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 18 & 16 & - & - & 9 & - \\ - & - & 8 & 11 & 7 & - & 13 \\ - & - & - & - & 13 & - & 19 \\ - & - & 10 & - & - & 15 & - \\ - & - & - & 17 & - & 28 & - \\ - & - & - & - & - & - & 14 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) $\varphi_{\max} = 43$; б) $\varphi_{\max} = 44$; в) $\varphi_{\max} = 42$; г) $\varphi_{\max} = 41$.

6. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего пути от пункта $s = x_1$ до пункта $t = x_6$, определяемого бортовым компьютером современного автомобиля, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 6 & 8 & 11 & 10 & \infty \\ \infty & - & \infty & 9 & 7 & 15 \\ \infty & 8 & - & 7 & 4 & 11 \\ \infty & \infty & \infty & - & 6 & 7 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & - & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 19; б) 17; в) 16; г) 18.

7. По заданной матрице весов Ω графа G найти величину кратчайшего маршрута доставки сообщения с сервера $s = x_1$ на сервер $t = x_6$, определяемого маршрутизатором, являющимся важнейшим элементом глобальной компьютерной сети Интернет, используя алгоритм Дейкстры.

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 5 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ \infty & - & \infty & 3 & \infty & 14 \\ \infty & 3 & - & 3 & 4 & 16 \\ \infty & \infty & \infty & - & \infty & 4 \\ \infty & \infty & \infty & 3 & - & 8 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 12; б) 13; в) 11; г) 10.

8. Известны места размещения компьютеров локальной сети и известны каналы связи, которые можно проложить между ними, а также их пропускные способности. В матрице весов Ω графа G указаны места расположения компьютеров и пропускные способности каналов связи. Требуется определить, используя алгоритм Прима, наименьшую пропускную способность системы каналов связи из всех возможных схем расположения каналов связи, которая позволяет производить сообщения между любыми компьютерами сети.

$$\Omega = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 8 & 9 & \infty & \infty & \infty & 6 \\ 8 & - & 7 & 6 & 9 & \infty & \infty \\ 9 & 7 & - & 6 & 10 & 5 & \infty \\ \infty & 6 & 6 & - & 8 & 7 & \infty \\ \infty & 9 & 10 & 8 & - & 4 & 5 \\ \infty & \infty & 5 & 7 & 4 & - & 6 \\ 6 & \infty & \infty & \infty & 5 & 6 & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) 33; б) 32; в) 31; г) 30.

9. По матрице Ω пропускных способностей каналов связи в локальной компьютерной сети графа G найти максимальный поток программ в вычислительной сети от компьютера $s = x_1$ до компьютера $t = x_7$.

$$\Omega = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 9 & - & 11 & - & 17 & - \\ - & - & 6 & - & 8 & - & 12 \\ - & - & - & - & - & - & 7 \\ - & 5 & - & - & - & 5 & - \\ - & - & - & - & - & 7 & - \\ - & - & - & - & - & - & 9 \\ - & - & - & - & - & - & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

а) $\varphi_{\max} = 26$; б) $\varphi_{\max} = 28$; в) $\varphi_{\max} = 29$; г) $\varphi_{\max} = 27$.

10. Расстояния между потребителями электроэнергии A, B, C, D, E, F в десятках километров задано матрицей

$$\Omega = \begin{matrix} & A & B & C & D & E & F \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 7 & 11 & 6 & 8 & 15 \\ 7 & - & 9 & 12 & 6 & 7 \\ 11 & 9 & - & 3 & 7 & 3 \\ 6 & 12 & 3 & - & 2 & 4 \\ 8 & 6 & 7 & 2 & - & 1 \\ 15 & 7 & 3 & 4 & 1 & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

Найти, используя алгоритм Прима, минимальное количество затраченных на построение сети линий электроэнергии проводов, чтобы можно было передать энергию от каждого потребителя к любому другому.

а) 19; б) 17; в) 16; г) 18.

Четвёртый семестр

1. Используя алгоритм Дейкстры, найдите кратчайшие пути от узла x_1 к любому другому по графу вычислительной сети, вершины которого представляют компьютерные компоненты, а дуги – коммуникационные линии связи, заданному матрицей весов, обозначающих пропускные способности соответствующих линий:

$$\begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} - & 5 & \infty & 2 & \infty & \infty & \infty \\ 4 & - & 3 & 3 & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 3 & - & \infty & \infty & 3 & \infty \\ 2 & 5 & \infty & - & 1 & \infty & \infty \\ \infty & \infty & \infty & 2 & - & 4 & 5 \\ \infty & \infty & 3 & \infty & 4 & - & 2 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 4 & 2 & - \end{pmatrix} \end{matrix}.$$

После этого изобразите дерево кратчайших путей и заполните таблицу маршрутов для узла x_1 .

а)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_2	x_1	x_4	x_5	x_5

б)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_4	x_1	x_1	x_2	x_5	x_5

в)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_2	x_5	x_4	x_1	x_5

г)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_2	x_5	x_1	x_5	x_4

2. Используя алгоритм Дейкстры, найдите кратчайшие пути от компьютерной компоненты x_2 к любой другой по вычислительной сети, о которой шла речь в задании 1. После этого изобразите дерево кратчайших путей и заполните таблицу маршрутов для узла x_2 .

а)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_3	x_2	x_1	x_4	x_5	x_5

б)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_3	x_4	x_4	x_3	x_3

в)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_2	x_5	x_4	x_1	x_5

г)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_2	x_5	x_1	x_5	x_4

3. Предположим, что временная задержка передачи от компьютерной компоненты x_2 к компьютерной компоненте x_4 в вычислительной сети из задания 1 уменьшилась с 3 до 1. Как изменятся при этом дерево кратчайших путей и таблица маршрутов для узла x_2 ?

а)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_2	x_3	x_1	x_4	x_5	x_5

б)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_3	x_3	x_4	x_4	x_3

в)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
---------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

Следующий узел	x_4	x_3	x_4	x_4	x_3	x_4
----------------	-------	-------	-------	-------	-------	-------

г)

Адресат	x_1	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_4	x_5	x_1	x_5	x_2

4. Какими будут дерево кратчайших путей и таблица маршрутов для компьютерной компоненты x_1 вычислительной сети из задания 1, если удалить коммуникационные линии связи между компьютерными компонентами x_5 и x_6 ?

а)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_4	x_3	x_1	x_2	x_5	x_5

б)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_1	x_4	x_3	x_4	x_3	x_3

в)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_4	x_3	x_3	x_4	x_4	x_4

г)

Адресат	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
Следующий узел	x_2	x_2	x_4	x_4	x_4	x_4

5. Для участка электрической цепи, изображаемой графом, заданным системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bx \\ \begin{matrix} 3 & 1 \\ x_3 = dx_2 \\ x = cx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 & 3 \\ x_4 = fx_3 \\ x_3 = ex_4 \end{matrix} \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением узла x_3 .

а) $\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bcx \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ x_2 = dcx_2 \\ x = bfx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 1 \\ x = dfx \\ \begin{matrix} 4 & 2 \\ x_2 = ecx_4 \\ x = efx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 4 \end{matrix} \end{cases}$; б) $\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = dcx \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ x_2 = bcx_2 \\ x = bfx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 1 \\ x = dfx \\ \begin{matrix} 4 & 2 \\ x_2 = ecx_4 \\ x = efx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 4 \end{matrix} \end{cases}$; в) $\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = dcx \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ x_2 = bcx_2 \\ x = dfx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 1 \\ x = bfx \\ \begin{matrix} 4 & 2 \\ x_2 = ecx_4 \\ x = efx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 4 \end{matrix} \end{cases}$; г) $\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = dcx \\ \begin{matrix} 2 & 1 \\ x_2 = bcx_2 \\ x = dfx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 1 \\ x = bfx \\ \begin{matrix} 4 & 2 \\ x_2 = efx_4 \\ x = ecx \end{matrix} \\ \begin{matrix} 4 & 4 \end{matrix} \end{cases}$.

6. Граф, изображающий участок электрической цепи, заданный системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = ax_1 \\ x = bx \\ \left. \begin{array}{l} x_3 = dx_2 \\ x = cx \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} x_4 = fx_3 \\ x_3 = ex_4 \end{array} \right\} \end{cases}$$

преобразовать до графа, описываемого уравнением $x_4 = T_{14}x_1$ и найти передачу T_{14} .

а) $T_{14} = \frac{abg + cf + adg + bf}{1 - cd - h + cdh - ef - edg}$; б) $T_{14} = \frac{af + bcf + adg + bg}{1 - cd - h + cdh - ef - edg}$;

в) $T_{14} = \frac{af + bcf + adg + bg}{1 - cd + h - cdh - ef - edg}$; г) $T_{14} = \frac{af + bcf + adg + bg}{1 + cd - h - cdh - ef - edg}$.

7. Граф, изображающий электрическую цепь, заданный системой уравнений

$$\begin{cases} z_1 = 4x \\ z = 0,2z \\ \left. \begin{array}{l} y = 3x \\ y = 0,2z \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} z_2 = -4x \\ z_1 = -2z_2 \\ y = 2z \end{array} \right\} \end{cases}$$

преобразовать до графа, описываемого уравнением $y = T_{yx}x$ и определить y , если $x = -6$.

а) $y = 10$; б) $y = -10$; в) $y = 12$; г) $y = -12$.

8. Для участка электрической цепи, изображаемой графом, заданным системой уравнений

$$\begin{cases} x_2 = bx_1 \\ x = ax \\ \left. \begin{array}{l} x_2 = cx_3 \\ x = dx \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} x = fx \\ x = ex \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} x_5 = kx_4 \\ x = gx \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} x_4 = hx_5 \end{array} \right\} \end{cases}$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного исключением ветви с передачей f .

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} x_2 = ax_1 \\ x = bx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = bx_1 \\ x = ax \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = bx_1 \\ x = ax \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = bx_1 \\ x = ax \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} x_2 = cx_3 \\ x = dx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = cx_3 \\ x = dx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = dx_3 \\ x = cx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_2 = cx_3 \\ x = dx \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = dfx \\ x = dfx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = dfx \\ x = dfx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = dfx \\ x = dfx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = dfx \\ x = dfx \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} x_4 = afx_1 \\ x = efx \end{array} \right. ; \text{ б) } \left\{ \begin{array}{l} x_4 = afx_1 \\ x = efx \end{array} \right. ; \text{ в) } \left\{ \begin{array}{l} x_4 = afx_1 \\ x = efx \end{array} \right. ; \text{ г) } \left\{ \begin{array}{l} x_4 = afx_1 \\ x = efx \end{array} \right. . \\
 \left\{ \begin{array}{l} x_3 = ex_4 \\ x_5 = kx_4 \\ x = gx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_3 = ex_4 \\ x_5 = gx_4 \\ x = kx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_3 = ex_4 \\ x_5 = kx_4 \\ x = gx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_3 = ex_4 \\ x_5 = kx_4 \\ x = gx \end{array} \right. \\
 \left\{ \begin{array}{l} x_4 = gfx_5 \\ x = hx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_4 = gfx_5 \\ x = hx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_4 = gfx_5 \\ x = hx \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x_4 = gfx_5 \\ x = hx \end{array} \right.
 \end{array}$$

9. Для участка электрической цепи, изображаемой графом, заданным системой уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} y = bx_2 \\ y = ax \\ y = cx^1 \end{array} \right.$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного инвертированием ветви с передачей c .

$$\begin{array}{l}
 \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{b}{c} x \\ x = -\frac{a}{c} x \end{array} \right. ; \text{ б) } \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{a}{c} x \\ x = -\frac{b}{c} x \end{array} \right. ; \text{ в) } \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{a}{c} x \\ x = -\frac{b}{c} x \end{array} \right. ; \text{ г) } \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{b}{c} x \\ x = -\frac{a}{c} x \end{array} \right. . \\
 \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{c} y \\ x = -\frac{1}{c} y \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{c} y \\ x = -\frac{1}{c} y \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{c} y \\ x = \frac{1}{c} y \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = -\frac{1}{c} y \\ x = \frac{1}{c} y \end{array} \right.
 \end{array}$$

10. Для электрической цепи, изображаемой графом, заданным системой уравнений

$$\left\{ \begin{array}{l} x_2 = ax_1 \\ x = cx \\ x_3 = ex_2 \\ x = ax \\ x_4 = kx_3 \\ x = fx \\ x_3 = mx_4 \\ x_5 = bx_1 \\ x = gx \\ x_4 = hx_5 \end{array} \right.$$

составить систему уравнений для графа, полученного из исходного инвертированием ветви с передачей a .

$$\begin{array}{l}
\left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = \frac{c}{x} \\ \frac{1}{2} \\ x_3 = -\frac{c}{x_2} \\ x = -\frac{a}{x} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = -\frac{c}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = e x^a \\ \frac{3}{a} \\ x = -\frac{d}{x} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = -\frac{c}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = e x^a \\ \frac{3}{a^2} \\ x_1 = k x_3 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} x = \frac{1}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = -\frac{c}{x} \\ \frac{1}{a^2} \\ x = e x^a \\ \frac{3}{a^2} \\ x_1 = k x_3 \end{array} \right. \\
\text{а) } \left\{ \begin{array}{l} x^1 = k x^a \\ \frac{4}{3} \\ x = m x \\ \frac{3}{4} \\ x = -\frac{f}{x} \\ \frac{1}{a^4} \\ x = b x^a \\ \frac{5}{1} \\ x = h x \\ \frac{4}{a^5} \\ x = -\frac{g}{x} \end{array} \right. ; \text{ б) } \left\{ \begin{array}{l} x^1 = k x^a \\ \frac{4}{3} \\ x = m x \\ \frac{3}{4} \\ x = -\frac{f}{x} \\ \frac{1}{a^4} \\ x = b x^a \\ \frac{5}{1} \\ x = h x \\ \frac{4}{a^5} \\ x = -\frac{g}{x} \end{array} \right. ; \text{ в) } \left\{ \begin{array}{l} x_4 = -\frac{d}{a} x_3 \\ x = m x \\ \frac{3}{4} \\ x = -\frac{f}{x} \\ \frac{1}{a^4} \\ x = b x^a \\ \frac{5}{1} \\ x = h x \\ \frac{4}{a^5} \\ x = -\frac{g}{x} \end{array} \right. ; \text{ г) } \left\{ \begin{array}{l} x_4 = -\frac{d}{a} x_3 \\ x = m x \\ \frac{3}{4} \\ x = -\frac{f}{x} \\ \frac{1}{a^4} \\ x = b x^a \\ \frac{5}{1} \\ x_4 = -\frac{g}{a} x_5 \\ x_1 = h x_5 \end{array} \right. .
\end{array}$$

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Третий семестр

1. Граф. Рёбра. Вершины. Концевые вершины. Ориентированный граф (орграф). Неориентированный граф. Смежные вершины и рёбра. Инцидентность вершины и ребра. Порядок графа. Степень вершины. Изолированные и висячие вершины. Параллельные (кратные) дуги (рёбра). Мультиграф. Петля. Псевдограф.

2. Двудольный граф. Полный двудольный граф. Изоморфные графы. Плоский (планарный) граф. Дополнительный граф (дополнение) к произвольному графу. Самодополнительный граф. Подграф.

3. Операции над графами: объединение (наложение), дизъюнктное объединение, произведение графов. Слияние (отождествление) вершин, стягиваемость рёбер и графов. Расщепление вершин.

4. Маршрут. Цепь, простая цепь. Гамильтонова цепь. Циклический маршрут. Цикл, простой цикл. Длина маршрута. Гамильтонов цикл. Обхват графа.

5. Связный граф. Путь. Сильно связный граф. Теорема о связности. Компоненты связности. Прямое разложение графа. Теорема о связных (сильно связных) компонентах. Теорема о числе рёбер неориентированного связного графа. Граф со взвешенными дугами (сеть). Узлы сети. Вес дуги. Вес пути.

6. Тривиальный граф. Связность и рёберная связность графа. Соотношение между связностью, рёберной связностью и минимальной степенью вершин графа. Рёберно и вершинно непересекающиеся простые цепи. Разделяющие и отделяющие множества. Теоремы о максимальном числе рёберно и вершинно непересекающихся простых цепей. Необходимые и достаточные условия связности и рёберной связности. Теорема Менгера.

7. Латинская матрица. Матрица смежности вершин. Необходимое и достаточное условие изоморфности графов и следствие из неё. Ранг графа.

Матрица смежности дуг.

8. Матрица инцидентий. Векторы инцидентий графа. Необходимое и достаточное условие изоморфности графов. Матрица весов. Матрица Кирхгофа и её свойства. Матрицы связности и достижимости. Матрица контрдостижимости. Теорема о связи между матрицами достижимости и контрдостижимости. Использование матриц достижимости и контрдостижимости для нахождения сильных компонент графа.

9. Расстояние между вершинами графа и его свойства. Эксцентриситет вершины. Диаметр графа. Радиус графа. Периферийные и центральные вершины. Центр графа. Диаметральная цепь. Теорема о диаметре связного графа.

10. Упорядочивание вершин связного орграфа без контуров. Алгоритм Фалкерсона упорядочивания вершин и дуг графа. Полуустепени захода и выхода вершин. Матричный способ упорядочивания вершин орграфа.

11. Теорема о количестве маршрутов с заданным количеством рёбер и следствия из неё. Модифицированная матрица смежности. Выявление маршрутов с заданным количеством рёбер.

12. Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути в орграфе с положительными взвешенными дугами.

13. Алгоритм нахождения максимального пути в ациклическом графе (сети).

14. Особенности алгоритмов теории графов.

15. Дерево. Лес. Теорема о дереве. Ориентированное дерево (ордерево). Остовный подграф. Остовное поддерево (остовный каркас). Теорема Кэли. Теорема Кирхгофа. Теорема о числе рёбер произвольного неориентированного графа, которые необходимо удалить для получения остова, и следствия из неё. Цикломатическое число (циклический ранг) графа. Коциклический ранг (коранг). Теорема о сумме циклического ранга и коранга графа.

16. Алгоритм Прима (алгоритм ближайшего соседа) построения экстремального остовного дерева.

17. Эйлеров граф. Гамильтонов граф. Необходимое и достаточное условие эйлеровости связного графа. Алгоритм Флери построения эйлерова цикла. Покрытие графа набором его рёберно-непересекающихся цепей. Теорема о минимальном числе рёберно-непересекающихся цепей. Достаточное условие гамильтоновости графа со степенной последовательностью (списком степеней его вершин). Теорема Оре и следствия из неё.

18. Теорема о связном ориентированном графе. Необходимое и достаточное условие существования в связном орграфе открытой эйлеровой цепи. Достаточное условие существования в сильно связном орграфе без петель и параллельных дуг гамильтонова контура. Ветви остова. Хорды остова. Фундаментальный цикл графа. Фундаментальное множество циклов.

19. Плоский граф. Планарный граф. Свойства планарных графов. Грань планарного графа. Граница грани. Внешняя и внутренняя грани. Теорема

Эйлера. Подразбиение ребра в графе. Гомеоморфные графы. Теорема Понтрягина-Куратовского и эквивалентная ей форма критерия планарности. Число планарности (искажённость) графа. Толщина непланарного графа и её свойства.

20. Сегмент графа. Контактная вершина сегмента. Допустимая грань для сегмента. α -цепи. Конфликтующие сегменты. Алгоритм укладки планарного графа на плоскость.

21. Требования к графу в задаче о максимальном потоке и минимальном разрезе. Источник, сток. Пропускная способность дуги. Поток в сети, условие его сохранения. Остаточная пропускная способность дуги. Насыщенная дуга. Разрез. Ориентированный разрез. Пропускная способность (величина) разреза. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока и минимального разреза. Полный поток. Потоки на обратных дугах.

22. Разбиение множества вершин графа на непересекающиеся упорядоченные подмножества. Порядковая функция орграфа без контуров. Функция Гранди для орграфа. Табличный и матричный методы построения функции Гранди.

23. Независимое (внутренне устойчивое) множество вершин графа. Максимальное и наибольшее независимые множества. Число вершинной независимости (неплотность) графа, теорема о нём. Алгоритм построения независимого множества. Доминирующее (внешне устойчивое) подмножество вершин графа. Минимальное и наименьшее доминирующие множества. Необходимое и достаточное условия независимости множества. Клика. Максимальная и наибольшая клики. Кликовое число (плотность) графа. Необходимое и достаточное условия клики. Алгоритм выделения клик в графе. Матрица клик графа.

24. Рёберное число независимости графа. Вершинные и рёберные покрытия. Соотношение между числами вершинной и рёберной независимости, вершинного и рёберного покрытия. Паросочетание, наибольшее и совершенное паросочетания. Теоремы Кёнига и Холла.

25. Раскраска графа, его хроматическое число. Теоремы об оценках хроматического числа. Гипотеза Кэли четырёх красок. Теорема Хивуда. Алгоритм последовательной раскраски графа. Теорема Кёнига.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой

Четвёртый семестр

1. Коммуникационные сети.
2. Процедуры статической и динамической маршрутизации.
3. Таблица ближайших соседей (таблица маршрутов).
4. Двоичное дерево и алгоритм поиска. Алгоритмы вставки и правильного обхода.
5. Сигнальный граф.
6. Передача ветви.

7. Типы узлов.
8. Система уравнений, изображаемых графом.
9. Путь, контур, их передачи.
10. Составление графов систем уравнений.
11. Нормализованные графы.
12. Решение графа через его последовательные преобразования.
13. Объединение однонаправленных параллельных и последовательных ветвей.
14. Исключение петли, узла, ветви.
15. Инверсия ветви, прямого пути, контура обратной связи.
16. Решение графа с несколькими узлами-источниками.
17. Определение связи между двумя зависимыми переменными.
18. Правило Мэзона.
19. Определение тока в ветви электрической цепи постоянного тока.
20. Получение связей между первичными параметрами четырёхполюсника.
21. Определение передаточных функций четырёхполюсников.
22. Составление графа сложного четырёхполюсника, полученного в результате соединения простых четырёхполюсников.
23. Генератор случайных графов.
24. Алгоритмы построения случайного неориентированного, ориентированного и ориентированного бесконтурного графов.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Третий семестр – зачёт

Зачёт проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Отметка «Зачтено» ставится в случае, если студент набрал 10-19 баллов.

2. Отметка «Незачтено» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Четвёртый семестр – зачёт с оценкой

Зачёт проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции ПК-7.5 в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

2. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16

баллов.

3. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

4. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

7.2.7. Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Основные понятия теории графов	ПК-7.5	Тест, устный опрос, зачёт
2	Метрические характеристики графов и экстремальные задачи	ПК-7.5	Тест, контрольная работа, зачёт
3	Деревья	ПК-7.5	Тест, устный опрос, зачёт
4	Эйлеровы и гамильтоновы графы	ПК-7.5	Тест, устный опрос, зачёт
5	Приложения графов для задач программирования	ПК-7.5	Тест, устный опрос, зачёт с оценкой
6	Графы линейных систем	ПК-7.5	Тест, контрольная работа, зачёт с оценкой
7	Случайные графы	ПК-7.5	Тест, устный опрос, зачёт с оценкой

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы, курсового проекта или отчета по всем видам практик осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Дискретная математика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / Н. В. Рогова. – Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017, Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/75372.html> ЭБС “IPRbooks”.

2. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: учеб. пособие / Ф.А. Новиков. – СПб.: Питер, 2005. – 364 с. – (Учебник для вузов).

3. Остапенко А.Г., Ряжских А.В., Ююкин Н.А., Шелковой А.Н. Основы теории графов [Электронный ресурс]: Учеб. пособие. – Электрон. текстовые, граф. дан. (6,3 Мб). – Воронеж: ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2013.

8.2. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
OpenOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Профессиональные базы данных

Банк данных угроз безопасности информации. Электрон. дан. - Режим доступа: <http://www.bdu.fstec.ru>

Стандарт Common Vulnerabilities and Exposures. Электрон. дан. - Режим доступа: <http://cve.mitre.org>

База данных с информационными бюллетенями (Secunia Advisories), содержащими сведения об обнаруженных угрозах и уязвимостях ПО Secunia Advisory and Vulnerability Database Электрон. дан. - Режим доступа: <https://secuniaresearch.flexerasoftware.com/community/advisories>

База уязвимостей VND (Vulnerability Notes Database Электрон. дан. - Режим доступа: <https://www.kb.cert.org/vuls>

База сценариев эксплуатации уязвимостей Exploit Database Электрон. дан. - Режим доступа: <https://www.exploit-db.com>

Агрегатор информации об уязвимостях CVEDetails. Электрон. дан. - Режим доступа: <https://www.cvedetails.com>

Information Security Информационная безопасность. Электрон. дан. - Режим доступа: <http://www.itsec.ru>

Securitylab.ru by Positive Technologies. Электрон. дан. - Режим доступа: <https://www.securitylab.ru/>

Anti-Malware.ru. Электрон. дан. - Режим доступа: <https://www.anti-malware.ru/news>

Iso27000.ru Искусство управления информационной безопасностью.

Электрон. дан. - Режим доступа: <http://www.iso27000.ru/>

SecurityPolicy.ru Документы по информационной безопасности. Электрон. дан. - Режим доступа: <http://securitypolicy.ru/>

SearchInform – Информационная безопасность. Электрон. дан. - Режим доступа: <https://searchinform.ru/informatsionnaya-bezopasnost/>

Информационная безопасность предприятия. Электрон. дан. - Режим доступа: Ekrost.ru

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Для выполнения домашних работ возможно использование пакетов MAPLE, MATLAB, MATHCAD, MAXIMA или МАТЕМАТИКА для ОС Windows.

При этом перечень информационных технологий включает:

- сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
- самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;

– использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащенные техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по теории графов и её приложениям.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Теория графов и ее приложения» читаются лекции, проводятся практические занятия, выполняется курсовой проект.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Методика выполнения курсового проекта изложена в учебно-методическом пособии. Выполнять этапы курсового проекта должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсового проекта, защитой курсового проекта.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none">- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;- выполнение домашних заданий и расчетов;- работа над темами для самостоятельного изучения;

	<ul style="list-style-type: none">- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;- подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом, зачетом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.