

## Вопросы по теме «незатухающие колебания»

1. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
2. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $x = A \cos(\omega_0 t + \varphi)$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
3. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $\Phi = \arccos \frac{x(t)}{A}$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
4. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $F = mgx/L$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
5. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $const = \frac{p^2}{2m} + \frac{kx^2}{2} = \frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega^2 x^2}{2}$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
6. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $1 = \frac{p^2}{2mE} + \frac{x^2}{2E/m\omega^2}$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
7. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $2\pi \frac{E}{\omega} = \dot{L}$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
8. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $\dot{L} = 2\pi E/\omega = E/v$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
9. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $E = \mathbf{v}_0 \int \mathbf{P} d\mathbf{X}$ , и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
10. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $V = \dot{x} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) = -V_{max} \sin(\omega_0 t + \varphi)$  и привести иллюстрирующий пример (свой рис. или схему).
11. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $a = \ddot{x} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi) = -a_{max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$  и привести иллюстрирующий пример (свой рис. или схему).
12. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $E_{кин} = mV^2/2 = \frac{mA^2\omega_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
13. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $E_{пот} = kx^2/2 = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi)$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).
14. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $E_{пол} = E_{кин} + E_{пот} = \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) + \frac{kA^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi) = \frac{kA^2}{2}$
15. Дать формулировку (своими словами) уравнения  $W = \int f(x) dx = 1$  и привести иллюстрирующий пример (свой рисунок или схему).

**Необходимо выбрать из предложенных только один вопрос (по своим силам) и подготовить развернутый иллюстрированный ответ, исключительно своими словами!**

## Вопросы для проверки степени усвоения материала ЛЕКЦИИ №2;

### темы: 1) Затухающие, 2) Вынужденные колебания.

1. Предложить собственную иллюстрацию затухающих колебаний физических объектов.
2. Предложить собственную иллюстрацию соотношения (9).
3. Дать математическую трактовку и объяснить физический смысл соотношения (10).
4. Дать математическую трактовку и объяснить физический смысл соотношения (11).
5. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (12) и (13).
6. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (14) и (15).
7. Что называют ДОБРОТНОСТЬЮ колебательной системы?
8. Разъяснить математически и сформулировать физический смысл соотношения (17).
9. С помощью рисунка №3 сформулировать принципиальные отличия незатухающих и затухающих колебаний.
10. Какой процесс называют *вынужденные колебания механической системы*.
11. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (18).
12. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (19).
13. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (20).
14. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (21).
15. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (22).
16. С помощью рисунка №4 сформулировать принципиальные отличия затухающих и вынужденных колебаний.
17. Что называют РЕЗОНАНСОМ колебаний механической системы?
18. Назвать необходимые и достаточные условия резонанса механической системы.
19. Найти максимальную величину амплитуды из соотношения (23).
20. Какие выводы можно сделать из анализа уравнений (24) и (25).
21. С помощью рисунка №3 сформулировать принципиальные отличия механических систем, для которых представлены АЧХ.
22. Назвать варианты обстоятельств, при которых механическая система не совершает вынужденных колебаний или совершает с ничтожно малой амплитудой.
23. Какие выводы можно сделать из анализа уравнений (26) и (27).
24. Как объяснить отставание по фазе вынужденных колебаний от вынуждающей силы.

## Вопросы для проверки степени усвоения материала ЛЕКЦИИ №3;

### тема: Волновые процессы в упругих средах.

1. Предложить собственную трактовку рисунка 1; привести пример. *(это обязательный вопрос)*
2. Предложить собственную иллюстрацию соотношений (1-3).
3. Для процесса гармонических колебаний и волнового процесса найти и указать их общность и отличия.
4. Что имеют общего и чем отличаются волновой фронт и волновая поверхность?
5. Что имеют общего и чем отличаются продольная и поперечная волны, если они распространяются в одной среде?
6. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (3) и (3.1).
7. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (4.1) и (4.2).
8. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (4.2) и (4.3).
9. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (4.3) и (4.4).
10. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (5) и (6).
11. Объяснить физический смысл и взаимосвязь соотношений (6) и (6.1).
12. Разъяснить и сформулировать физический смысл соотношения (7).
13. Почему в конспекте Лекции скорость волны называется фазовой скоростью?
14. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнениях (4-6).
15. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (7, 8).
16. Назвать и привести пример распространения энергии упругой волной.
17. От каких величин зависит потенциальная энергия упругой среды?
18. От каких величин зависит кинетическая энергия упругой среды?
19. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнении (9).
20. Назвать размерность и физический смысл величин в уравнениях (10, 11).
21. Назвать необходимые и достаточные условия для возникновения продольной волны.
22. Назвать необходимые и достаточные условия для возникновения поперечной волны.
23. Назвать достаточные условия, когда распространение упругих волн не происходит.
24. Что называют потоком энергии и плотностью потока энергии?
25. Какие выводы можно сделать из анализа соотношения (12).
26. Назвать варианты обстоятельств, при которых модуль вектора Умова со временем убывает.
27. Какие выводы можно сделать из анализа уравнения (13).
28. Какие выводы можно сделать из анализа уравнения (14).

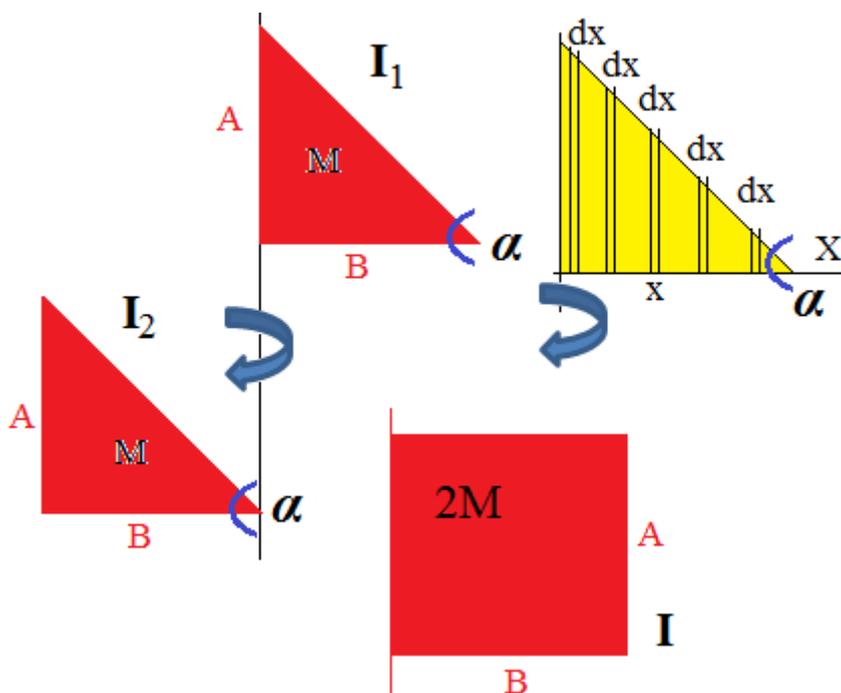


Диск радиусом 20см вращается согласно уравнению  $\varphi = 100 - 8t + t^2$  [радиан]. Определить угловое ускорение диска в момент времени  $t=5$ с.

Диск радиусом 20см вращается согласно уравнению  $\varphi = 100 - 8t + t^2$  [радиан]. Определить угловую скорость диска в момент времени  $t=5$ с.

Диск радиусом 20см вращается согласно уравнению  $\varphi = 100 - 8t + t^2$  [радиан]. Определить линейную скорость точек окружности диска в момент времени  $t=5$ с.

Диск радиусом 20см вращается согласно уравнению  $\varphi = 100 - 8t + t^2$  [радиан]. Определить кинетическую энергию диска в момент времени  $t=5$ с.



$$I_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \rho \int_0^B x^2 dV = \frac{2M}{AB} \int_0^B x^2 (A - x \operatorname{tg} \alpha) dx =$$

$$= \frac{2M}{AB} \left( A \int_0^B x^2 dx - \operatorname{tg} \alpha \int_0^B x^3 dx \right) = \frac{2M}{AB} \left( A \frac{B^3}{3} - \operatorname{tg} \alpha \frac{B^4}{4} \right) =$$

$$= \frac{2M}{AB} \left( A \frac{B^3}{3} - \operatorname{tg} \alpha \frac{B^4}{4} \right) = 2M \left( \frac{B^2}{3} - \operatorname{tg} \alpha \frac{B^3}{4A} \right) = 2M \left( \frac{B^2}{3} - \frac{B^2}{4} \right) \quad I_1 = M \frac{B^2}{6}$$

$$I_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 = \rho \int_0^B x^2 dV = \frac{2M}{AB} \int_0^B x^2 x \operatorname{tg} \alpha dx =$$

$$= \frac{2M}{AB} \operatorname{tg} \alpha \int_0^B x^3 dx = \frac{2M}{AB} \operatorname{tg} \alpha \left( \frac{B^4}{4} \right) = 2M \left( \frac{B^2}{4} \right) \quad I_2 = M \frac{B^2}{2}$$

$$I = I_1 + I_2 = M \frac{B^2}{6} + M \frac{B^2}{2} = 2M \frac{B^2}{3}$$

Домашнее задание:

Вариант	М, кг	А, м	В, м	$I_1$	$I_2$	$I$
1	0,5	0,1	0,75	?	?	
2	0,4	0,25	0,5		?	?
3	0,5	0,5	0,25	?		?
4	0,4	0,75	0,1	?	?	

## Методический материал на тему: СЛОЖЕНИЕ КОЛЕБАНИЙ

**ЗАДАЧА №1:** Материальная точка ( $M$ ) под действием пружины совершает незатухающие колебания  $x_1(t)=A_1\cos(\omega t+\varphi_1)$ . Математический маятник, закрепленный на  $M$ , совершает незатухающие колебания  $x_2(t)=A_2\cos(\omega t+\varphi_2)$  (см. рис. 1). Под действием двух независимых упругих сил, материальная точка ( $m$ ) участвует одновременно в двух колебаниях. Найти уравнение движение результирующего колебания м.т.  $m$ .

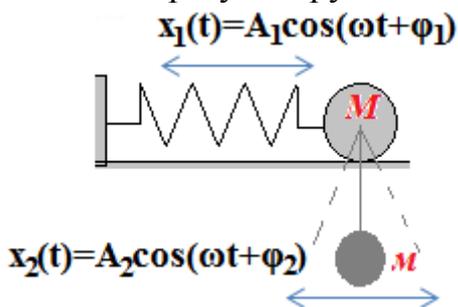
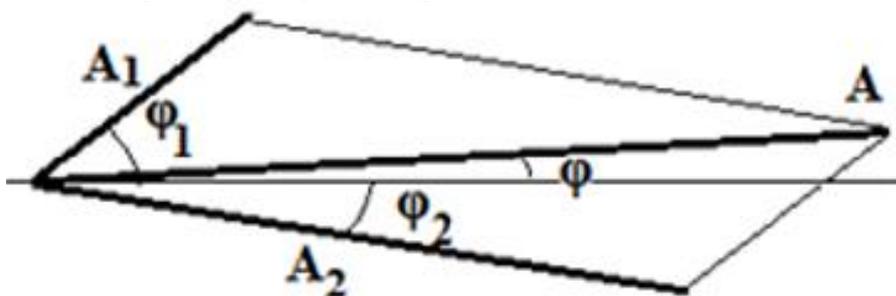


Рис. 1 – Два независимых колебания м.т.  $m$ .

**РЕШЕНИЕ.** Сложение уравнений движения (1, 2) приводит к соотношению (3). Графически такое сложение иллюстрирует векторная диаграмма на рисунке 2. Если отложить вектора по модулю равные амплитуде колебания и относительно произвольной оси повернуть их на угол равный начальной фазе колебания, то вектор равный их сумме будет иметь модуль равный амплитуде результирующего колебания. Для определения  $A$  можно использовать соотношение (4) - теорема косинусов. Начальная фаза результирующего колебания может быть определена из соотношения (5). Амплитуда и начальная фаза результирующего колебания можно измерить на векторной диаграмме (рис. 2).



$$x_1(t)=A_1\cos(\omega t+\varphi_1) \quad x_2(t)=A_2\cos(\omega t+\varphi_2) \quad (1, 2)$$

$$x(t)=x_1(t) + x_2(t) = A\cos(\omega t+\varphi) \quad (3)$$

$$A = \sqrt{(A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\Delta\varphi)} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}\varphi = (A_1\sin\varphi_1 + A_2\sin\varphi_2) / (A_1\cos\varphi_2 + A_1\cos\varphi_2) \quad (5)$$

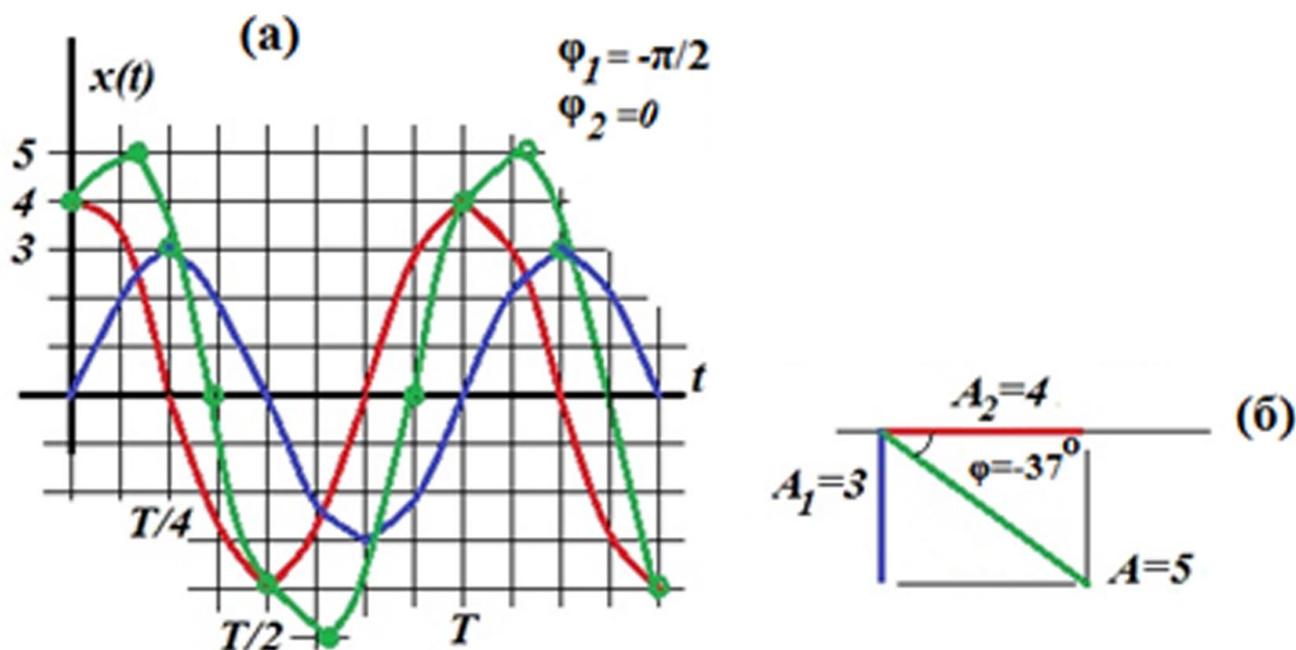
Рис. 2 – Векторная диаграмма для сложения колебаний (с одинаковой частотой), совершаемых в одном направлении.

**ЗАДАЧА №2:** Найти амплитуду колебания ( $A$ ), возникающего при наложении двух упругих волн одинаковой частоты и бегущих в одном направлении. Амплитуда одной волны 3 см, другой 4 см, неизменная разность фаз составляет  $\pi/2$ .

**РЕШЕНИЕ:** Поскольку распространение упругих волн одинаковой частоты и бегущих в одном направлении возбуждает одновременные колебания частиц среды, которым отвечают уравнения (1, 2), с учетом принципа суперпозиции, имеем право записать соотношение (3) см. рис.2. Решения возможно в двух вариантах:

1) Для графического сложения (3) в координатах  $x=f(t)$  построим два графика:  $x_1(t)=3\cos(\omega t-\pi/2)$  и  $x_2(t)=4\cos\omega t$  см. рисунок №3а. Далее путем сложения величин отклонения в одинаковые моменты времени точек  $x$  двух графиков получаем искомый график результирующего колебания (см. зелёная линия на рис. 3а).

2) Сложение с помощью векторной диаграммы представлен на рис. 3б. В обоих вариантах получаем амплитуду колебания  $A=0,05$ м.



$$\underline{x_1(t) = 3\cos(\omega t - \pi/2) = 3\sin\omega t}$$

$$\underline{x_2(t) = 4\cos\omega t}$$

$$\underline{x(t) = x_1(t) + x_2(t) = \sqrt{(A_1^2 + A_2^2 - 2A_1A_2\cos\Delta\varphi)} \cos[\omega t + \arctg(A_1/A_2)] = 3\sin\omega t + 4\cos\omega t = 5\cos[\omega t + \arctg(-3/4)] = 5\cos(\omega t - 37^\circ)}$$

**ОТВЕТ:**  $A = 0,05$  м

Рис. 3 – Сложение колебаний одинаковой частоты, совершаемых в одном направлении. Метод графического сложения (а) и метод векторной диаграммы (б).

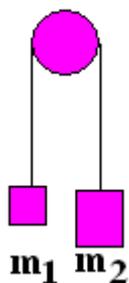
## Вопросы и задачи для самостоятельной подготовки к экзамену (1 Семестр)

1. Скорость и ускорение поступательного движения.
2. Скорость и ускорение вращательного движения.
3. Кинетическая энергия вращающегося тела.
4. Импульс. Момент импульса.
5. Сила. Момент сил. Консервативные и диссипативные силы.
6. Момент инерции твердого тела. Теорема Штейнера.
7. Основной закон динамики вращательного движения твердого тела
8. Работа. Энергия. Мощность.
9. Закон сохранения механической энергии.
10. Закон сохранения импульса системы тел.
11. Закон сохранения момента импульса системы тел.
12. Закон всемирного тяготения.
13. Напряженность и потенциал гравитационного поля.
14. Сила тяжести, вес, масса. Космические скорости.
15. Математический и физический маятники.
16. Дифференциальное уравнение свободных колебаний и его решение.
17. Дифференциальное уравнение затухающих колебаний и его решение.
18. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний и его решение.
19. Скорость, ускорение, материальной точки при гармонических колебаниях.
20. Резонанс в механике. Амплитудно-частотная характеристика.
21. Распространение колебаний в упругой среде.
22. Поперечные и продольные волны. Уравнение распространения волн.

### ЗАДАЧИ

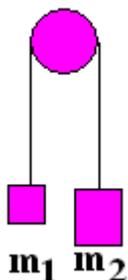
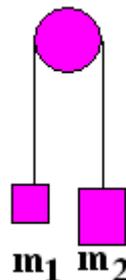
1. На краю плота, неподвижного относительно берега озера, массой 240кг стоит человек массой 60кг. Найти скорость плота относительно берега, если человек будет идти по плоту со скоростью  $1\text{ м}\cdot\text{с}^{-1}$ .
2. На краю платформы, имеющей форму диска массой 240кг, стоит человек массой 60кг. На какой угол повернется платформа, если человек совершит полный оборот по ее краю.
3. Найти угловую скорость диска, диаметром 0,1 м, скатившегося с наклонной плоскости высотой 1м.
4. Найти угловую скорость кольца, диаметром 0,1 м, скатившегося с наклонной плоскости высотой 1м.
5. Диск радиусом 20см вращается согласно уравнению  $\varphi = 3 - t + 0,1t^2$  [радиан]. Определить угловое ускорение точек окружности диска в момент времени  $t=5\text{с}$ .

6. Материальная точка движется согласно уравнению  $X = 3 - t + 0,1t^2$  [м]. Определить значения мгновенной скорости и ускорения в момент времени  $t = 5$  с.



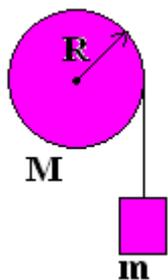
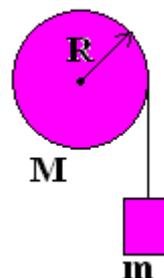
7. Нерастяжимая нить перекинута через невесомый блок и связывает удерживаемые грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  (см. рис.). Определить: скорость; суммарный импульс грузов; кинетическую энергию второго груза; через 1 сек. после того, как грузы перестали удерживать. ( $m_1 = 55$  г;  $m_2 = 45$  г)

8. Нерастяжимая нить перекинута через невесомый блок и связывает удерживаемые грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  (см. рис.). Определить: ускорение; пройденный первым грузом путь; кинетическую энергию первого груза; через 1 сек. после того, как грузы перестали удерживать. ( $m_1 = 5$  г;  $m_2 = 95$  г)



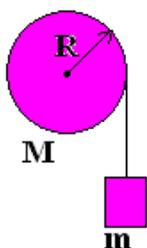
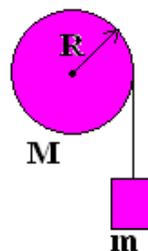
9. Нерастяжимая нить перекинута через невесомый блок и связывает удерживаемые грузы массой  $m_1$  и  $m_2$  (см. рис.). Определить силу натяжения нити; пройденный вторым грузом путь; кинетическую энергию системы грузов через 1 сек. после того, как грузы перестали удерживать ( $m_1 = 40$  г;  $m_2 = 60$  г)

10. Намотанная на блок массой  $M$  и радиусом  $R$  нерастяжимая нить другим концом прикреплена к грузу массой  $m$  (см. рис.). Определить силу натяжения нити; пройденный грузом путь; импульс груза через 1 сек. после того, как груз перестали удерживать ( $m = 4$  г;  $M = 60$  г;  $R = 10$  см)



11. Намотанная на блок массой  $M$  и радиусом  $R$  нерастяжимая нить другим концом прикреплена к грузу массой  $m$  (см. рис.). Определить угловую скорость блока; угловое ускорение блока; кинетическую энергию блока через 1 сек. после того, как груз перестали удерживать. ( $m = 40$  г;  $M = 60$  г;  $R = 10$  см)

12. Намотанная на блок массой  $M$  и радиусом  $R$  нерастяжимая нить другим концом прикреплена к грузу массой  $m$  (см. рис.). Определить момент импульса блока; импульс груза; ускорение груза через 1 сек. после того, как груз перестали удерживать. ( $m = 40$  г;  $M = 60$  г;  $R = 10$  см)



13. Намотанная на блок массой  $M$  и радиусом  $R$  нерастяжимая нить другим концом прикреплена к грузу массой  $m$  (см. рис.). Определить скорость груза; ускорение груза; кинетическую энергию груза через 1 сек. после того, как груз перестали удерживать. ( $m = 40$  г;  $M = 60$  г;  $R = 10$  см)

Намотанная на блок массой  $M$  и радиусом  $R$  нерастяжимая нить другим концом прикреплена к грузу массой  $m$  (см. рис.). Определить угловое ускорение блока; момент сил вращения; кинетическую энергию системы через 1 сек. после того, как груз перестали удерживать. ( $m = 40$  г;  $M = 60$  г;  $R = 10$  см)

