

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

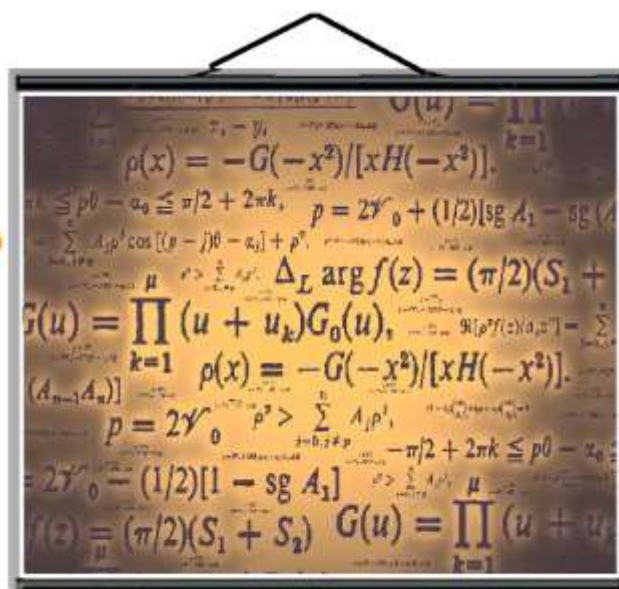
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»

Кафедра экономической безопасности

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ПЛАНИРОВАНИИ И ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к изучению дисциплины, выполнению лабораторных
работ и самостоятельной работы по дисциплине
«Экономико-математическое моделирование в
планировании и организации производства»
для обучающихся по направлению
магистерской подготовки 38.04.02 "Менеджмент",
профиль "Экономика и управление на предприятиях"
всех форм обучения



Воронеж 2022

УДК 519.85 (075) + 658.012.122 (075)
ББК 65в641я7

Составитель

д-р. экон. наук, проф. С.В. Амелин

Методические указания к изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и самостоятельной работы по дисциплине «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» для обучающихся по направлению магистерской подготовки 38.04.02 "Менеджмент", профиль "Экономика и управление на предприятиях" всех форм обучения / ФГБОУ ВО «ВГТУ»; сост. С.В. Амелин. Воронеж, 2022. 35 с.

Основной целью указаний является изучение ключевых понятий дисциплины, приобретение умений и навыков обоснования принятия решений посредством применения экономико-математических методов и моделей в целях обеспечения и повышения эффективности деятельности предприятий и организаций.

Предназначены для изучения дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» и выполнения лабораторных работ и самостоятельной работы для магистрантов, обучающихся по направлению подготовки 38.04.02 «Менеджмент».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ ЭМвПиОП 2022. pdf.

Ил.: 2. Табл.: 3. Библиогр.: 3 назв.

УДК 519.85 (075) + 658.012.122 (075)
ББК 65в641я7

Рецензент - И.Ф. Елфимова, канд. экон. наук, доц.
кафедры экономической безопасности ВГТУ

*Издается по решению учебно-методического совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Целью изучения дисциплины является формирование у обучающихся в магистратуре комплекса знаний, умений и практических навыков использования современной теории и практики экономико-математического моделирования при обосновании управленческих решений в планировании и организации производства.

Задачами дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» являются:

- изучение теоретических основ и развитие практических навыков применения математического аппарата методов экономико-математического моделирования при принятии управленческих решений в планировании и организации производства с использованием современных информационных технологий;

- освоение будущим магистром методов поиска и обоснованного выбора наилучших организационно-экономических решений с использованием методов системного анализа;

- развитие навыков использования методов оптимизации в процессе математического моделирования при выработке своевременных обоснованных управленческих решений на современных промышленных предприятиях и в организациях.

Результатом изучения дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» является освоение компетенций:

ПК-3 - Способность применять математический аппарат, методы оптимизации, системного анализа для принятия решений в области стратегического и тактического планирования организации производства.

Методические указания включают содержание тем изучаемой дисциплины в соответствии с рабочей программой, перечень лабораторных работ, рекомендации по выполнению самостоятельной работы и домашнего задания, а также перечень рекомендуемой литературы и вопросы к зачёту и задания для самопроверки.

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Подготовка к занятиям, выполнению лабораторных работ и итоговой аттестации предусматривает изучение теоретического материала дисциплины по следующим темам.

Тема 1. Количественные математические методы и модели обоснования управленческих решений в планировании и организации производства.

Место математических методов и моделей исследования операций в обосновании управленческих решений. Основные понятия исследования операций в экономике. Предпосылки применения методов исследования операций в обосновании оптимальных решений. Классификация задач, решаемых методами исследования операций. Критерии оптимальности и показатели эффективности в организационно-экономических задачах. Вероятностные распределения. Многомерные случайные величины. (*Самост.*) Модели сетевого планирования и управления. Модели управления запасами. Модели теории игр. Эвристические методы в моделировании. Понятие об имитационном моделировании.

Тема 2. Моделирование по схеме марковских случайных процессов.

Марковский случайный процесс с дискретными состояниями. Случайные процессы с дискретным и прерывным временем. Марковская цепь. Марковский процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Поток событий. Простейший поток. Потоки Пальма. Потоки Эрланга. Пуассоновские потоки событий и непрерывные марковские цепи. Предельные вероятности состояний. Процесс "гибели и размножения". Модели теории массового обслуживания.

Тема 3. Модели целочисленного программирования.

Модели линейного программирования. Постановка задачи целочисленного программирования. Методы отсечения. Геометрическая интерпретация задачи целочисленного программирования. Метод Гомори. Понятие о методе ветвей и границ. Полностью и частично целочисленные задачи. Определение оптимального плана задачи целочисленного программирования. Использование программного обеспечения ЭВМ для решения задач целочисленного программирования.

Тема 4. Модели динамического программирования.

Общая постановка задачи динамического программирования. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Нахождение решения задач методом динамического программирования. Задача о распределении капитальных вложений между предприятиями (проектами). Общая схема применения метода динамического программирования. Задача о замене оборудования

Тема 5. Модели нелинейного программирования

Экономическая и геометрическая интерпретация задачи нелинейного программирования. Метод множителей Лагранжа. Модели стохастического программирования. Использование программного обеспечения ЭВМ для решения задач нелинейного программирования

Тема 6. Факторный и компонентный анализ

Корреляционно-регрессионный анализ. Основная модель факторного анализа. Компоненты дисперсии в факторном анализе. Получение матрицы коэффициентов парной корреляции и ее преобразование. Факторное отображение и факторная структура. Пространство общих факторов и полное факторное пространство. Связь факторных решений, полученных различными методами. Метод главных компонент

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Перечень Лабораторных работ.

Лабораторная работа № 1. Оптимизационные модели в планировании и организации производства

Модель транспортного типа с промежуточными пунктами многопродуктовая модель транспортного типа

Экономико-математические модели распределительных задач являются математическим описанием процессов распределения, возникающих в случаях когда: а) существует ряд операций, которые необходимо выполнить, и ряд различных путей их выполнения; б) нет в наличии ресурсов или средств, обеспечивающих выполнение каждой из этих операций наиболее рациональным образом.

В таком случае задача заключается в выборе такого распределения ресурсов по операциям, при котором достигается максимальная общая эффективность. Для таких задач характерны следующие условия: 1) существует ряд операций, которые должны быть выполнены; 2) имеется достаточное количество ресурсов для выполнения всех операций; 3) некоторые операции можно выполнять различными способами, а следовательно, используя различные количества и комбинации ресурсов; 4) некоторые способы выполнения операций лучше других (например, менее дороги или более прибыльны); 5) имеющиеся в наличии количество ресурсов недостаточно для выполнения каждой операции оптимальным способом.

Простейшими задачами этого типа являются задачи назначения, в которых для выполнения каждой операции требуется только один вид ресурса, причём число операций и число различных ресурсов совпадают. Задачи назначения сводятся к выбору (назначению) одного ресурса для выполнения каждой операции.

Каждой комбинации операций и ресурсов соответствуют определённые затраты и прибыль. Задача сводится к такому распределению ресурсов, чтобы общая сто-

имость выполнения операций была минимальна или прибыль максимальна.

Задачи этого типа усложняются, если для выполнения некоторых операций требуется более одного вида ресурсов, или если ресурсы одного и того же вида могут быть использованы для выполнения более одной операции. Тогда задача связана с правильным распределением ресурсов и операций. Примером задач этого типа являются транспортные задачи.

Задачи другого типа возникают тогда, когда наличных ресурсов не хватает для выполнения всех возможных операций. Поэтому необходимо выбрать ряд операций, которые должны выполняться, а также определить, каким способом их выполнить.

К этому типу относятся задачи выбора ассортимента выпускаемой продукции, большинство задач финансирования и т.д.

Задачи распределения третьего типа возникают тогда, когда имеется возможность регулировать количество ресурсов, а, следовательно, определять, какие ресурсы необходимо добавить и от каких ресурсов и где именно целесообразно отказаться.

К этому типу относятся задачи размещения нового производства, создания баз для управления запасами, расширения и реконструкции производственных линий и т.д.

Постановка общей распределительной задачи ЛП

Общая распределительная задача ЛП – это РЗЛП, в которой работы и ресурсы (исполнители) выражаются в различных единицах измерения. Типичным примером такой задачи является организация выпуска разнородной продукции на оборудовании различных типов. В распределительных задачах линейного программирования используются двухиндексные переменные.

Этапы построения модели

- 1.Определение переменных.
- 2.Построение распределительной матрицы.
- 3.Задание целевой функции (ЦФ).
- 4.Задание системы ограничений.

Исходные параметры модели РЗЛП

m – количество исполнителей;

n – количество видов выполняемых работ;

a_i – запас рабочего ресурса исполнителя A_i ($i = \overline{1, m}$) [ед.ресурса];

b_j – план по выполнению работы B_j ($j = \overline{1, n}$) [ед. работ];

c_{ij} – стоимость выполнения работы B_j исполнителем A_i [руб./ед. работ];

λ_{ij} – интенсивность выполнения работы B_j исполнителем A_i [ед. работ/ед.ресурса].

Искомые параметры модели РЗЛП

x_{ij} – планируемая загрузка исполнителя A_i при выполнении работ B_j [ед. ресурса];

x_{ij}^k – количество работ B_j , которые должен будет произвести исполнитель A_i [ед. работ];

$f(x)$ – общие расходы на выполнение всего запланированного объема работ [руб.].

Общий вид распределительной матрицы

Исполнители, A_i	Работы, B_j				Запас ресурса, ед.ресурса (a_i)
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	C_{11} λ_{11}	C_{12} λ_{12}	...	C_{1n} λ_{1n}	a_1
A_2	C_{21} λ_{21}	C_{22} λ_{22}	...	C_{2n} λ_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	C_{m1} λ_{m1}	C_{m2} λ_{m2}	...	C_{mn} λ_{mn}	a_m
План, ед.работы (b_j)	b_1	b_2	...	b_n	

Модель РЗ

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} (\lambda_{ij} x_{ij}) \rightarrow \min, \begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & (i = \overline{1, m}), \\ \sum_{i=1}^m \lambda_{ij} x_{ij} = b_j, & (j = \overline{1, n}), \\ \forall x_{ij} \geq 0 & (i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}), \end{cases}$$

где $(\lambda_{ij} x_{ij})$ – количество работ j -го вида, выполненных i -м исполнителем.

Решение задач транспортного типа.

При ведении хозяйственной деятельности предприятия всегда испытывают недостаток средств. При этом возникает необходимость в решении задачи определения максимального эффекта при заданных ограничениях на ресурсы. В результате анализа предметной области формулируется целевая функция и уравнения-ограничения, описывающие область определения. В случае если целевая функция и

ограничения линейны, то такая задача относится к задачам линейного программирования. В задачах транспортного типа присутствует эта линейность. Транспортная задача (ТЗ) ассоциируется с перемещением груза от поставщиков к потребителям. Решение данной задачи позволяет разработать наиболее рациональные пути и способы транспортирования товаров, устранить чрезмерно дальние, встречные, повторные перевозки. Всё это сокращает время продвижения товаров, уменьшает затраты предприятий и фирм, связанные с осуществлением процессов снабжения сырьём, материалами, топливом, оборудованием и т.д. Вместе с тем алгоритм и методы решения транспортной задачи могут быть использованы при решении некоторых задач, не имеющих ничего общего с транспортировкой груза. Всё зависит от того, как интерпретируются так называемые тарифы. Так, например, при решении задачи обеспечения материальными ресурсами при производстве продукции товары, находящиеся на складе, физически не перемещаются, но при этом увеличивается их стоимость в результате расходов на хранение. Таким образом, товар как бы перемещается во времени, а значит, задачу по минимизации расходов на осуществление процесса обеспечения ресурсами можно решить с помощью ТЗ.

Транспортная задача. Общая постановка задачи. В общей постановке транспортная задача состоит в отыскании оптимального плана перевозок некоторого однородного груза от m поставщиков $A_1, A_2, \dots, A_m$ до n потребителей $B_1, B_2, \dots, B_n$. Обозначим количество груза, имеющегося у каждого из m поставщиков (запасы), соответственно $a_1, a_2, \dots, a_m$, а заказы каждого из потребителей (потребности) обозначим соответственно $b_1, b_2, \dots, b_n$. Тогда при условии $\sum a_i = \sum b_j$, мы имеем закрытую модель, а при условии $\sum a_i \neq \sum b_j$ – открытую модель транспортной задачи. Очевидно, в случае закрытой модели весь имеющийся в наличии груз развозится полностью, и все потребности заказчиков полностью удовлетворены; в случае же открытой модели либо все заказчики удовлетворены, и при этом на некоторых базах остаются излишки груза ($\sum a_i > \sum b_j$), либо весь груз оказывается израсходованным, хотя потребности полностью не удовлетворены ($\sum a_i < \sum b_j$). Также существуют одноэтапные модели задач, где перевозка осуществляется напрямую с базы или завода изготовителя к потребителю, и двухэтапные, где между ними имеется «перевалочный пункт», например склад. План перевозок с указанием запасов и потребностей удобно записывать в виде следующей таблицы, называемой таблицей перевозок:

Пункты отправле- ния	Пункты назначения				Запасы
	B_1	B_2	...	B_n	
A_1	x_{11}	x_{12}	...	x_{1n}	a_1
A_2	x_{21}	x_{22}	...	x_{2n}	a_2
...	...	...	...	...	...
A_m	x_{m1}	x_{m2}	...	x_{mn}	a_m
Потребно- сти	b_1	b_2	...	b_n	

Математическая модель задачи.

Целевая функция (минимизация транспортных расходов на доставку продукции):

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min.$$

система ограничений (количество перевозимых грузов от каждого поставщика должно соответствовать его предложению и количество перевозимых грузов каждому потребителю должно соответствовать его спросу):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, & j = \overline{1, n}, \end{cases}$$

условие неотрицательности получаемого решения:

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n},$$

где x_{ij} – количество товара, перевозимого из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения, шт; c_{ij} – затраты на перевозку единицы товара из i -го пункта отправления в j -й пункт назначения, ден.ед.; a_i – предложение i -го поставщика, шт.; b_j – спрос j -го потребителя, шт.; m – количество поставщиков; n – количество потребителей.

Тогда математическая модель транспортной задачи имеет вид

$$f(x) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij} \rightarrow \min.$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & i = \overline{1, m}, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, & j = \overline{1, n}, \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, m}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Транспортно-производственная задача. В исследованиях, посвященных вопросам определения границ зон сбыта продукции или рациональных связей по прикреплению потребителей к поставщикам, должны учитываться не только транспортные, но и производственные затраты. Такие задачи получили название транспортно-производственных. В качестве $c_{ij} = S_i + t_{ij}$ выступают транспортно-производственные затраты, т. е. S_i – затраты на производство единицы продукции (себестоимость, цена единицы продукции или приведенные удельные затраты) i -м поставщиком; t_{ij} – затраты на перевозку продукции между i -м поставщиком и j -м потребителем. Если увеличить или уменьшить на одну и ту же величину все показатели c_{ij} в матрице или в строке, или в столбце, то свойства матрицы не изменятся. Суммарные мощности поставщиков равны суммарному спросу потребителей. Сле-

довательно, какой бы ни была стоимость производства, потребители для удовлетворения своего спроса возьмут продукцию у всех поставщиков. От каких поставщиков получит каждый потребитель продукцию, зависит от транспортных затрат.

Решение открытой транспортно-производственной задачи должно учитывать показатель S_i , например, себестоимость продукции. При суммарной мощности поставщиков, предположим на 20 единиц, превышающих суммарный спрос потребителей, у последних появляется свобода выбора в получении продукции от более выгодных поставщиков, поэтому оптимальный план может быть экономически более эффективным.

Модель транспортно-производственной задачи при введении дополнительных условий можно использовать для оптимизации развития и размещения промышленного производства, получить ответ, где должны располагаться новые промышленные объекты.

Лабораторная работа № 2. Модели теории массового обслуживания.

Многие экономические процессы можно представить в виде систем массового обслуживания.

Системы, в которых, с одной стороны, возникают массовые запросы (требования) на выполнение каких-либо видов услуг, а с другой стороны, происходит удовлетворение этих запросов, называются *системами массового обслуживания*.

Система массового обслуживания включает следующие элементы: источник требований, входящий поток требований, очередь, обслуживающее устройство (обслуживающий аппарат, канал обслуживания), выходящий поток требований.

Системы массового обслуживания классифицируют по разным признакам. К таким признакам относятся, например, условия ожидания требованием начала обслуживания. В соответствии с этим признаком системы подразделяются на следующие виды: 1) системы массового обслуживания с потерями (отказами); 2) системы массового обслуживания с ожиданием; 3) системы массового обслуживания с ограниченной длиной очереди; 4) системы массового обслуживания с ограниченным временем ожидания.

Системы массового обслуживания, у которых требования, поступающие в момент, когда все приборы обслуживания заняты, получают отказ и теряются, называются *системами с потерями* или *отказами*.

Системы массового обслуживания, у которых возможно появление какой угодно длинной очереди требований к обслуживающему устройству, называются *системами с ожиданием*.

Системы массового обслуживания, допускающие очередь, но с ограниченным числом мест в ней, называются *системами с ограниченной длиной очереди*.

Системы массового обслуживания, допускающие очередь, но с ограниченным сроком пребывания каждого требования в ней, называются *системами с ограниченным временем ожидания*.

По числу каналов или приборов системы делятся на *одноканальные* и *много-*

канальные.

По месту нахождения источника требований системы массового обслуживания делятся на *разомкнутые*, когда источник находится вне системы, и *замкнутые*, когда источник находится в самой системе. К последнему виду относится, например, станочный участок, в котором ставки являются источником неисправностей, а следовательно, и требований на их обслуживание.

Показатели эффективности систем массового обслуживания делятся на показатели, характеризующие качество и условия работы обслуживающей системы, и показатели, отражающие экономические особенности системы.

Показатели первой группы обычно формируют на основе полученных из расчетов значений вероятностей состояний системы. Показатели второй группы рассчитывают на основе показателей первой группы.

Среди показателей первой группы можно выделить следующие.

1) Вероятность того, что поступающее в систему требование откажется присоединяться к очереди и теряется ($P_{отк}$). Этот показатель для системы массового обслуживания с отказами равен вероятности того, что в системе находится столько требований, сколько она содержит приборов (каналов) обслуживания:

$$P_{отк} = P_n,$$

где n - число каналов обслуживания.

Для системы с ограниченной длиной очереди $P_{отк}$ равна вероятности того, что в системе находится $n + l$ требований:

$$P_{отк} = P_{n+l}$$

где l - допустимая длина очереди.

Противоположным показателем является вероятность обслуживания требования

$$P_{обсл} = 1 - P_{отк}.$$

2) Среднее количество требований, ожидающих начала обслуживания,

$$M_{ожс} = \sum_{m=n+1}^{n+l} (m-n)P_m,$$

где P_m - вероятность того, что в системе находится m требований.

При условии простейшего потока требований и экспоненциального закона распределения времени обслуживания формулы для $M_{ожс}$ принимают следующий вид:

система с ограниченной длиной очереди

$$M_{ожс} = \frac{P_0 \alpha^n}{n!} \sum_{m=1}^l m \left(\frac{\alpha}{n} \right)^m,$$

где $\alpha = \lambda / \nu$, λ - интенсивность входящего потока требований (среднее число требований, поступающих в единицу времени), ν - интенсивность обслуживания (среднее число обслуженных требований в единицу времени);

система с ожиданием

$$M_{ожс} = \frac{P_0 \alpha^{n+1}}{n \cdot n!} \cdot \frac{1}{(1 - \alpha / n)^2}.$$

3) Относительная (q) и абсолютная, (A) пропускные способности системы. Эти величины находят соответственно по формулам

$$q = 1 - P_{отк}, \quad A = \lambda q, \quad q = \nu / (\lambda + \nu)$$

4) Среднее число занятых обслуживанием приборов в случае экспоненциального характера потока требований и времени обслуживания

$$n_3 = \alpha q.$$

для системы массового обслуживания с отказами n_3 можно найти по формуле

$$n_3 = \sum_{m=1}^n m P_m.$$

5) Общее количество требований, находящихся в системе (M). Эту величину определяют следующим образом:

система массового обслуживания с отказами

$$M = n_3,$$

система массового обслуживания с ограниченной длиной очереди и ожиданием

$$M = n_3 + M_{ож}$$

6) Среднее время ожидания требованием начала обслуживания ($T_{ож}$). Если известна функция распределения вероятностей времени ожидания требованием начала обслуживания

$$F(t) = P(T_{ож} < t),$$

то среднее время ожидания находится как математическое ожидание случайной величины $T_{ож}$:

$$T_{ож} = M[T_{ож}] = \int_0^{\infty} t dF,$$

$T_{ож}$ при показательном законе распределения требований во входящем потоке можно определить по формуле

$$T_{ож} = M_{ож} / \lambda.$$

Показатели, характеризующие экономические особенности, формируют обычно в соответствии с конкретным видом системы и её назначением. Одним из общих экономических показателей является экономическая эффективность

$$E = P_{обсл} \lambda c T - G_n$$

где c - средний экономический эффект, полученный при обслуживании одного требования; T - рассматриваемый интервал времени, G_n - величина потерь в системе.

Величину потерь можно определить по следующим формулам:

система с отказами

$$G_n = (q_k n_3 + q_y P_{отк} \lambda + q_{нк} n_{св}) T$$

где q_k - стоимость эксплуатации одного прибора в единицу времени, q_y - стоимость убытков в результате ухода требований из системы в единицу времени, $q_{нк}$ - стоимость единицы времени простоя прибора системы, $n_{св} = n - n_3$

система с ожиданием

$$G_n = (q_{ож} M_{ож} + q_{нк} n_{св} + q_k n_3) T$$

где $q_{ож}$ - стоимость потерь, связанных с простоем требований в очереди в единицу времени.

Лабораторная работа № 3. Модели целочисленной оптимизации.

В некоторых задачах, например, транспортного типа, это условие выполняется автоматически, если исходные данные (количества отправляемых и получаемых грузов) выражены целыми числами. Но в общей задаче линейного программирования обычные методы решения целочисленности не гарантируют, независимо от того, целыми или дробными являются исходные величины.

В математической записи общая задача целочисленного программирования выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} & \text{максимизировать } \sum_{j=1}^n C_j X_j \rightarrow \max \\ & \text{при условиях } \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad (i = \overline{1, m}); \\ & x_j \geq 0, \quad x_j - \text{целые.} \end{aligned}$$

Экономические задачи линейного программирования чаще всего требуют целочисленного решения. Это относится к задачам, в которых переменные величины обозначают количество единиц неделимой продукции, оборудования, работников (задачи наилучшего распределения производственных заданий между предприятиями, задачи оптимизации производственной программы отдельных предприятий, задачи оптимальной загрузки оборудования и др.). Часто такие задачи решаются обычным симплекс-методом с последующим округлением полученных значений переменных величин до целых чисел. Но в этом случае можно получить лишь некоторое приближение к действительно оптимальному целочисленному плану.

В другой группе задач линейного программирования подлежащими определению величинами являются производственные мощности, наиболее эффективно обеспечивающие заданную потребность. Поскольку «носителями» производственной мощности выступают отдельные предприятия, неделимые единицы оборудования и т. д., эти задачи также сводятся к целочисленным задачам линейного программирования.

Целочисленными являются также задачи рационального раскроя мерного материала (задачи на минимум отходов), так как переменные обозначают в них, как правило, количество исходных заготовок, раскраиваемое тем или иным способом.

Во всех упомянутых задачах решение может быть найдено обычными методами линейного программирования с последующей корректировкой и получением целочисленного плана, более или менее близкого к оптимальному. Но имеются задачи, нецелочисленное решение которых не имеет смысла. К ним относятся задачи выбора, в которых численные значения переменных служат лишь для определения альтернативы («или - или», «да – нет»).

К целочисленным моделям выбора относят некоторые задачи оперативно-календарного планирования, например, задачи об оптимальной последовательности запуска различных изделий (деталей) в производство. Допустим необходимо определить порядок запуска n деталей, каждая из которых последовательно обрабаты-

ется на нескольких станках. Переменные x_{ij} равняются единице, если деталь j должна запускаться за деталью i , и нулю - во всех остальных случаях. Для каждого фиксированного j , так же как и для каждого i , только одна из n переменных может равняться единице, поэтому в число ограничений задачи входят следующие:

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1 \quad \text{и} \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1.$$

Минимизируется общее время обработки всех деталей на станках данной группы. Нецелочисленное решение такой задачи лишено смысла.

Существует несколько методов решения задач целочисленного программирования. Наиболее известен *метод Гомори*, основывающийся на использовании симплексного метода.

Лабораторная работа № 4. Модели динамического программирования.

Оптимизация решения о капиталовложениях в несколько объектов одновременно. Допустим имеется возможность вложения средств C в группу из n предприятий на реконструкцию и модернизацию оборудования. Известен возможный прирост продукции на каждом предприятии в зависимости от выделенных ему средств $r_i(x)$; $i = \overline{1, n}$.

Необходимо таким образом распределить инвестиции C между предприятиями, чтобы общий прирост выпуска продукции на всех n предприятиях в сумме был максимальным.

Составим основное функциональное уравнение. Обозначим через f_1 – максимально возможный прирост выпуска продукции на одном предприятии при различных значениях вкладываемых средств x . Каждому значению x отвечает определённый результат $r_1(x)$:

$$f_1(y_{n-1}) = \max_{0 \leq x \leq y_{n-1}} [r_1(x)],$$

где y_{n-1} – допустимая сумма средств, которая может быть вложена в одно предприятие – это допустимое состояние процесса на начало первого шага вычислений.

На следующем шаге - оптимальный эффект от вложения средств в два предприятия получаем максимизируя объём прироста продукции на втором предприятии $r_2(x)$ плюс оптимальный результат, полученный на предыдущем шаге:

$$f_2(y_{n-2}) = \max_{0 \leq x \leq y_{n-2}} [r_2(x) + f_1(y_{n-2} - x)],$$

где y_{n-2} – средства, вкладываемые в два предприятия;

x – средства, выделяемые второму предприятию;

$(y_{n-2} - x)$ – средства, вкладываемые в первое предприятие.

В общем случае функциональное уравнение задачи, позволяющее максимизировать эффект, получаемый на i -м шаге, плюс оптимальное решение, полученное на предыдущем шаге, имеет вид:

$$f_i(y_{n-i}) = \max_{0 \leq x \leq y_{n-i}} [r_i(x) + f_{i-1}(y_{n-i} - x)].$$

Лабораторная работа № 5. Модели нелинейного программирования.

Переход от административных к экономическим методам управления производством, развитие рыночных отношений, распространение договорных цен – все это нацеливает экономические службы на поиск наилучших хозяйственных решений, обеспечивающих максимум результатов или минимум затрат. Необходимость поиска таких решений обуславливается, прежде всего, существованием ограничений на факторы производства, в пределах которых предприятия (отдельные производители) постоянно функционируют. Если бы эти ограничения отсутствовали, то нечего было бы выбирать, не было бы и вариантов решений.

Известно, что определенный вид продукции можно произвести, используя различные технологические способы; в некоторых производствах возможна взаимозаменяемость материалов; один и тот же тип оборудования может быть использован для производства различных видов продукции и т.п.

Как лучше организовать производство, по каким ценам выгодно производить продукцию, как лучше всего использовать производственные ресурсы, которые высвобождаются и т.п.? На все эти вопросы позволяет получить ответ математическое программирование, являющееся действенным инструментом принятия решений.

Математическое программирование представляет собой математическую дисциплину, занимающуюся изучением экстремальных задач и разработкой методов их решения.

В общем виде математическая постановка экстремальной задачи состоит в определении наибольшего или наименьшего значения целевой функции

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

при условиях

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_i,$$

где f и g_i — заданные функции, а b_i — некоторые действительные числа.

В зависимости от свойств функций f и g_i математическое программирование можно рассматривать как ряд самостоятельных дисциплин, занимающихся изучением и разработкой методов решения определенных классов задач.

Прежде всего, задачи математического программирования делятся на задачи линейного и нелинейного программирования. При этом, если все функции f и g_i линейные, то соответствующая задача является задачей линейного программирования. Если же хотя бы одна из указанных функций нелинейная, то соответствующая задача является задачей нелинейного программирования. Наиболее изученным разделом математического программирования является линейное программирование. Для решения задач линейного программирования разработан целый ряд эффективных методов, алгоритмов и программ.

В математических моделях нелинейных оптимизационных задач, называемых задачами нелинейного программирования, целевая функция и ограничения являются нелинейными функциями. Модель остается нелинейной и в случае если только це-

левая функция нелинейна, а ограничения – линейны, или наоборот – хотя бы одно из ограничений нелинейно, а целевая функция линейна.

В отличие от задач линейного программирования, для задач нелинейного программирования не существует общего метода, позволяющего решать любые оптимизационные нелинейные задачи. Это обусловлено тем, что в задачах нелинейного программирования область допустимых решений может быть невыпуклой, а целевая функция может достигать экстремума не только на границе, но и внутри области допустимых решений системы ограничений. Кроме того, нелинейная целевая функция может иметь несколько локальных экстремумов, среди которых необходимо найти глобальный. В общем случае, ни один из существующих методов не гарантирует определение глобального экстремума.

Среди задач нелинейного программирования наиболее глубоко изучены задачи выпуклого программирования. Это задачи, в результате решения которых определяется минимум выпуклой (или максимум вогнутой) функции, заданной на выпуклом замкнутом множестве.

Вместе с тем, некоторые типы задач нелинейного программирования хорошо изучены и для них существуют методы определения глобального экстремума. К таким задачам можно отнести классические задачи оптимизации без ограничений или с ограничениями-равенствами, у которых отсутствуют условия неотрицательности и дискретности переменных, целевая функция и функции в ограничениях непрерывны, имеют непрерывные частные производные по крайней мере второго порядка.

К таким задачам относятся, в частности, задачи квадратичного программирования, для которых характерно то, что целевая функция и/или ограничения являются функциями своих аргументов, в степени не выше второй. Наиболее важной характеристикой выпуклых (вогнутых) моделей нелинейного программирования является то, что для них локальный экстремум обязательно является и глобальным экстремумом.

Лабораторная работа № 6. Модели корреляционно-регрессионного анализа. Метод главных компонент.

При моделировании производственно-экономических процессов, чем ниже уровень рассматриваемой производственной подсистемы (структурного подразделения, исследуемого процесса), тем более характерна для входных параметров относительная независимость определяющих их факторов. При анализе основных качественных показателей работы предприятия (производительности труда, себестоимости продукции, прибыли и других показателей) приходится иметь дело с моделированием процессов со взаимосвязанной системой входных параметров (факторов). При этом процесс статистического моделирования систем характеризуется сильной коррелированностью, а в отдельных случаях почти линейной зависимостью определяющих факторов (входных параметров процесса). Это случай мультиколлинеарности, т.е. существенной взаимозависимости (коррелированности) входных параметров, модель регрессии здесь не отражает адекватно реального исследуемого процес-

са. Если использовать добавление или отбрасывание ряда факторов, увеличение или уменьшение объема исходной информации (количества наблюдений), то это существенно изменит модель исследуемого процесса. Применение такого подхода может резко изменить и величины коэффициентов регрессии, характеризующие влияние исследуемых факторов, и даже направление их влияния (знак при коэффициентах регрессии может измениться на противоположный при переходе от одной модели к другой).

Из опыта научных исследований известно, что большинство экономических процессов отличается высокой степенью взаимовлияния (интеркорреляции) параметров (изучаемых факторов). При расчетах регрессии моделируемых показателей по этим факторам возникают трудности в интерпретации значений коэффициентов в модели. Такая мультиколлинеарность параметров модели часто носит локальный характер, т. е. существенно связаны между собой не все исследуемые факторы, а отдельные группы входных параметров. Наиболее общий случай мультиколлинеарных систем характеризуется таким набором исследуемых факторов, часть из которых образует отдельные группы с сильно взаимосвязанной внутренней структурой и практически не связанных между собой, а часть представляет собой отдельные факторы, несформированные в блоки и несущественно связанные как между собой, так и с остальными факторами, входящими в группы с сильной интеркорреляцией.

Для моделирования такого типа процессов требуется решение проблемы о способе замены совокупности существенно взаимосвязанных факторов на какой-либо другой набор некоррелированных параметров, обладающий одним важным свойством: новый набор независимых параметров должен нести в себе всю необходимую информацию о вариации или дисперсии первоначального набора факторов исследуемого процесса. Эффективным средством решения такой задачи является использование метода главных компонент. При использовании этого метода возникает задача экономической интерпретации комбинаций исходных факторов, вошедших в наборы главных компонент. Метод позволяет уменьшить число входных параметров модели, что упрощает использование получаемых в результате регрессионных уравнений.

Сущность вычисления главных компонент заключается в определении корреляционной (ковариационной) матрицы для исходных факторов X_j и нахождении характеристических чисел (собственных значений) матрицы и соответствующих векторов. Характеристические числа являются дисперсиями новых преобразованных переменных и для каждого характеристического числа соответствующий вектор дает вес, с которым старые переменные входят в новые. Главные компоненты – это линейные комбинации исходных статистических величин. Переход от исходных (наблюдаемых) факторов к векторам главных компонент осуществляется посредством поворота координатных осей.

Для регрессионного анализа используют, как правило, лишь несколько первых главных компонент, которые в сумме объясняют от 80 до 90 % всей исходной вариации факторов, остальные из них отбрасываются. В случае если все компоненты включены в регрессию, результат ее, выраженный через первоначальные переменные, будет идентичен множественному уравнению регрессии.

Алгоритм вычисления главных компонент

Допустим, имеется m векторов (исходных факторов) размерностью n (количество измерений), которые составляют матрицу X :

$$X = \begin{pmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{im} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & \dots & x_{nj} & \dots & x_{nm} \end{pmatrix}.$$

Поскольку, как правило, основные факторы моделируемого процесса имеют разные единицы измерения (одни выражены в кг, другие – в км, третьи – в денежных единицах и т. д.), для их сопоставления, сравнения степени влияния, применяют операцию масштабирования и центрирования. Преобразованные входные факторы обозначим через y_{ij} . В качестве масштабов выбираются чаще всего величины стандартных (среднеквадратических) отклонений:

$$\sigma_j^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2, \quad \sigma_j = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}{n}},$$

где σ_j – среднее квадратическое отклонение X_j ; σ_j^2 – дисперсия; $\bar{x}_j$ – среднее значение исходных факторов в данной j -ой серии наблюдений

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_{ij},$$

тогда

$$y_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j}.$$

(Центрированной случайной величиной называется отклонение случайной величины от ее математического ожидания. Нормировать величину x – означает перейти к новой величине y , для которой средняя величина равна нулю, а дисперсия – единице).

Определим матрицу парных коэффициентов корреляции

$$r_{jk} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{ij} \cdot y_{ik},$$

где y_{ij} – нормированное и центрированное значение x_j –й случайной величины для i -го измерения; y_{ik} – значение для k -й случайной величины.

Значение r_{jk} характеризует степень разброса точек по отношению к линии регрессии.

Искомая матрица главных компонент F определяется из следующего соотношения (здесь используется транспонированная, – “повернутая на 90° ” – матрица величин y_{ij}):

или используя векторную форму:

$$\begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \\ \dots \\ \bar{y}_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{f}_1 \\ \bar{f}_2 \\ \dots \\ \bar{f}_m \end{pmatrix} \quad \text{или} \quad \begin{aligned} \bar{y} &= A \cdot \bar{f} \\ Y &= A \cdot F \\ \text{отсюда} &, \\ F &= A^{-1} \cdot Y \end{aligned}$$

Элементы матрицы A находятся из следующего выражения

$$\bar{a}_i = \lambda_i^{1/2} \cdot \bar{u}_i,$$

Число λ называется собственным значением (или характеристическим числом) квадратной матрицы R порядка m , если можно подобрать такой m -мерный ненулевой собственный вектор u , что $Ru = \lambda u$.

Множество всех собственных значений матрицы R совпадает с множеством всех решений уравнения $|R - \lambda E| = 0$. Если раскрыть определитель $\det |R - \lambda E|$, то получится характеристический многочлен матрицы R . Уравнение $|R - \lambda E| = 0$ называется характеристическим уравнением матрицы R .

$$\det |R - \lambda E| = \begin{vmatrix} r_{11} - \lambda & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & r_{22} - \lambda & \dots & r_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mm} - \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Рабочей программой дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» предусмотрена самостоятельная работа студентов. Виды самостоятельной работы:

1. подготовка к лекциям и самостоятельная проработка материала;
2. подготовка к лабораторным занятиям;
3. выполнение домашних заданий;
4. самоподготовка к итоговой проверке знаний.

Подготовка к лекциям и самостоятельная проработка материала является обязательным видом самостоятельной работы и предполагает предварительное ознакомление студента с вопросами предстоящей лекции с целью наиболее эффективного усвоения материала. Особое внимание следует уделить вопросам, выносимым на самостоятельное изучение.

Подготовка к лабораторным занятиям заключается в проработке теоретического материала к каждой лабораторной работе. Защита лабораторных работ является обязательной и оценивается преподавателем как элемент общей успеваемости студента.

Отчёты по лабораторным работам оформляются как индивидуальный отчет студента, на листах формата А4 в соответствии с требованиями нормоконтроля ВГТУ. Наличие титульного листа обязательно.

Выполнение домашних заданий является обязательным элементом процесса обучения.

Домашнее задание оформляется как индивидуальный отчет студента, на листах формата А4 в соответствии с требованиями нормоконтроля ВГТУ. Наличие титульного листа обязательно.

Самоподготовка к итоговой проверке знаний предполагает самостоятельную проработку материала, опираясь на содержание лекций и практических занятий, вопросы, выносимые на самостоятельное изучение.

Студент допускается к итоговой аттестации (экзамену) на основании посещения лекций, выполнения и защиты лабораторных работ, а также выполнения индивидуальных домашних заданий и домашней работы. На экзамен выносятся основные вопросы, изучаемые в течение семестра. Экзамен включает письменное представление ответов на теоретические вопросы, решение стандартного и прикладного заданий.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

В соответствии с учебным планом самостоятельная домашняя работа является обязательным структурным элементом изучения дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства».

Примерная тематика домашнего задания: «Применение методов математического моделирования для проведения научного исследования и обоснования положений и решений в рамках тематики магистерского диссертационного исследования (указать тему диссертации)»

Задачи, решаемые при выполнении домашнего задания: систематизация и закрепление полученных теоретических значений и практических умений по дисциплине; углубление теоретических знаний в соответствии с выбранной темой; развитие навыков научно-исследовательской работы (развитие умения обобщать, критически оценивать теоретические положения, вырабатывать свою точку зрения); формирование профессиональных навыков, умение применять теоретические знания при решении поставленных задач; развитие творческой инициативы, самостоятельности.

Отчёт по домашнему заданию представляет собой расчётно-пояснительную записку объемом 30-35 страниц, которая должна содержать следующие разделы: введение, теоретический раздел, включающий обоснование актуальности направления научных исследований магистранта в соответствии с темой диссертации, анализ современных тенденций использования математического моделирования при обосновании принятия управленческих решений, расчётно-аналитический раздел, включающий решение четырёх научных и практических задач диссертационного исследования с помощью различных математических методов и моделей, глоссарий терминов по теме исследования и разделам математического моделирования, заключение, включающее рекомендации по применению математического моделирования при обосновании решений в сфере экономики и управления в целях повышения эффективности деятельности предприятий и организаций, список литературы, приложения. Указанные разделы являются обязательными. Введение и заключение не нумеруются как разделы.

Во *введении* отчёта по домашнему заданию обосновывается актуальность использования математических методов и моделей для решения задач, поставленных в диссертационном исследовании магистранта, цель и задачи домашней работы, приводится краткая характеристика предмета исследования, излагается краткое содержание основных разделов домашнего задания.

Теоретический раздел должен включать два параграфа, посвящённые (1) обоснованию актуальности темы диссертационного исследования, степени разработанности темы отечественными и зарубежными учёными, цели и задачи диссертационного исследования, методические подходы и методы исследования, источники информации, перечень задач диссертационного исследования, требующих применения математического моделирования для обоснования принимаемых решений, (2)

анализ проблем и современных тенденций использования экономико-математического моделирования в деятельности предприятий и организаций с примерами успешного применения математического моделирования для обоснования управленческих решений на практике и мнения различных специалистов в области обоснования и поддержки принятия решений с помощью математического моделирования. Теоретический раздел для обоих параграфов выполняется в формате критического обзора точек зрения и взглядов разных специалистов (теоретиков и практиков) по выбранному направлению (*ссылки на используемую информацию являются строго обязательными*). По результатам проведённого исследования необходимо сделать собственные выводы.

Расчётно-аналитический раздел должен содержать не менее четырёх параграфов, посвящённых решению теоретических и практических задач диссертационного исследования с применением математического моделирования. Заголовки параграфов должны отражать название решаемой проблемы и применяемого метода экономико-математического моделирования. Содержание каждого параграфа данного раздела должно включать: постановку задачи в соответствии с решаемой проблемой, математическую модель, расчётные формулы, исходные данные по конкретному предприятию, решение задачи, графическое представление моделей (если метод предполагает построение графиков и диаграмм), анализ полученных результатов, выводы по обоснованию управленческих решений. Скриншоты применения информационных технологий при решении задач размещаются в тексте параграфов. Все рисунки и таблицы должны иметь нумерацию и названия, формулы должны иметь пояснения к используемым переменным. Каждый параграф должен содержать библиографические ссылки на используемые источники литературы.

Глоссарий терминов состоит из тематического словаря используемых в работе терминов и понятий, как по теоретическому разделу, так и по расчётно-аналитическому, каждое понятие или термин должен быть определен и дана ссылка на автора интерпретации этого понятия или определения.

Заключение посвящается обобщению полученных результатов, оценке их эффективности.

Использование современных информационных технологий и программных средств. Каждая домашняя работа должна включать как подробные расчёты по соответствующим экономико-математическим моделям, так и использование современных информационных технологий и программных средств, скриншоты с пояснениями проводимых расчётов включаются в соответствующие параграфы.

Отчёт по домашнему заданию должен завершаться библиографическим списком использованных литературных источников. Используемые публикации должны быть современными, по дате опубликования не ранее, чем за пять предшествующих выполнению курсовой работы лет. *Библиографический список* должен включать не менее 20 источников, в т.ч. периодические издания и ресурсы сети Интернет. Не допускается: общее описание практики обоснования принятия решений с помощью математического моделирования без анализа проблем и выявления слабых сторон; переписывание статей без ссылок и анализа. В библиографический список литера-

туры включаются только использованные в тексте отчёта по домашнему заданию источники.

Примерное распределение объема отчёта по домашнему заданию по разделам: введение 1-2 с.; теоретическая часть 10-15 с.; расчётно-аналитическая часть 15-20 с.; глоссарий 1-2 с.; заключение 1-2 с.

5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

5.1 Тесты

1. Наиболее раннее время наступления события равно:

- 1) минимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 2) максимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 3) максимальной длине пути из начального узла в данный;
- 4) максимальному времени наиболее раннего окончания работ, входящих в данный узел;
- 5) минимальному времени наиболее позднего начала работ, выходящих из данного узла.

2. Наиболее позднее время наступления события равно:

- 1) минимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 2) максимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 3) максимальной длине пути из начального узла в данный;
- 4) максимальному времени наиболее раннего начала работ, выходящих из данного узла;
- 5) минимальному времени наиболее позднего начала работ, выходящих из данного узла.

3. Полный резерв времени выполнения работы равен разности между:

- 1) наиболее поздним и наиболее ранним временем ее начала;
- 2) наиболее ранним временем ее начала и наиболее ранним временем ее окончания;
- 3) наиболее поздним временем ее начала и наиболее поздним временем ее окончания;
- 4) наиболее ранним временем ее окончания и наиболее поздним временем ее начала;
- 5) наиболее поздним временем ее окончания и наиболее ранним временем ее начала.

4. В сетевом графике с неопределенным временем выполнения работ пессимистическое время выполнения работы А равно 12, оптимистическое — 6, ожидаемое — 10.

Чему равно наиболее вероятное время выполнения работы А?

Варианты ответов:

- 1) 6; 2) 10; 3) 10,5; 4) 12; 5) 12,5.

5. В сетевом графике с неопределенным временем выполнения работ пессимистическое время выполнения работы А равно 8, оптимистическое — 2. Величина запаса времени (полный резерв времени) работы А оказалась равной 3. Наиболее раннее время ее начала 2, а наиболее позднее время окончания 8.

Чему равно наиболее вероятное время выполнения работы А?

Варианты ответов:

1) 2; 2) 4; 3) 5; 4) 6; 5) 8.

6. Ремонт вышедших из строя компьютеров на экономическом факультете осуществляют три специалиста, работающие одновременно и независимо друг от друга. Модель такой системы массового обслуживания можно охарактеризовать как:

- 1) многоканальную с ограниченным потоком заявок;
- 2) одноканальную с неограниченным потоком заявок;
- 3) одноканальную с ограниченным потоком заявок;
- 4) одноканальную с ограниченной очередью;
- 5) многоканальную с неограниченным потоком заявок.

7. Если поток заявок ограничен и заявки, покинувшие систему, могут в нее возвращаться, СМО является

- 1) открытой
- 2) замкнутой
- 3) многофазной
- 4) однофазной

8. Если для любых двух непересекающихся участков времени T_1 и T_2 число событий, попадающих на один из них, не зависит от того, сколько событий попало на другой, поток событий называется

- 1) ординарным
- 2) стационарным
- 3) без последствия

9. Если вероятность появления того или другого числа событий на участке времени T зависят от длины этого участка и не зависят от того, где на оси времени этот участок расположен, поток событий называется

- 1) ординарным
- 2) стационарным
- 3) без последствия

10. Если вероятность попадания на малый отрезок времени t более одного события пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания на него ровно одного события, поток событий называется

- 1) ординарным
- 2) стационарным
- 3) без последствия

11. Закон распределения интервала времени между соседними событиями простейшего потока

- 1) показательный
- 2) пуассоновский
- 3) нормальный

12. На предприятии — два цеха. Проведены оптимизационные расчеты по определению программы развития предприятия с минимальными затратами. Получены

оптимальный план и двойственные оценки ограничений по загрузке мощностей двух цехов. Оказалось, что двойственная оценка ограничений на производственные мощности первого цеха равна нулю, а второго – строго положительна. Это означает, что:

- 1) информации для ответа недостаточно;
- 2) мощности обоих цехов недогружены;
- 3) мощности обоих цехов использованы полностью;
- 4) мощности цеха 1 использованы полностью, а цеха 2 недогружены;
- 5) мощности цеха 1 недогружены, а цеха 2 использованы полностью.

13. Рассматривается задача планирования нефтеперерабатывающего производства, описанная в виде модели линейного программирования. Критерий – минимум издержек. В результате решения лимитирующим фактором оказалась мощность оборудования, измеряемая в тоннах перерабатываемой нефти. В каких единицах измеряется двойственная оценка соответствующего ограничения?

Варианты ответов:

- 1) т/руб.; 2) руб./ч; 3) ч/руб.; 4) руб./т; 5) т.

14. Рассматривается задача оптимизации плана производства нефтепродуктов. Объем производства измеряется в тоннах. Задача решается на минимум издержек. Учитывается ограничение на время использования оборудования. В каких единицах измеряется значение коэффициентов матрицы для этого ограничения?

Варианты ответов:

- 1) т/ч; 2) ч/т; 3) руб./т; 4) т/руб.; 5) руб./ч.

15. Рассматривается задача оптимизации производственной программы. Критерий – максимум прибыли. Оптимальное значение критерия – 100. двойственная оценка ограничения по трудозатратам равна 0,5, по объему производства – 1,5. Чему будет равна максимальная прибыль, если общий объем трудозатрат сократится на 10 единиц?

Варианты ответов:

- 1)85; 2)90; 3)95; 4)100; 5)110.

16. Рассматривается задача оптимального раскроя кожи для пошива перчаток. В соответствующей модели линейного программирования учитывается ограничение на количество материала. Правая часть ограничения измеряется в штуках кожи. Максимизируется количество пар пошитых перчаток. В каких единицах измеряется двойственная оценка ресурсного ограничения?

Варианты ответов:

- 1) шт.; 2) пара; 3) пара/шт.; 4) шт./пара;
- 5) безразмерная величина.

19. Нижняя цена матричной игры $\{a_{ij}\}_{m,n}$ определяется формулой:

- 1) $\min_j a_{ij}$; 2) $\min_i a_{ij}$; 3) $\min_i \min_j a_{ij}$; 4) $\max_i \min_j a_{ij}$; 5) $\max_j \min_i a_{ij}$.

20. Верхняя цена матричной игры $\{a_{ij}\}_{m,n}$ определяется формулой:

- 1) $\max_j a_{ij}$; 2) $\max_i a_{ij}$; 3) $\max_i \min_j a_{ij}$; 4) $\max_i \max_j a_{ij}$; 5) $\min_j \max_i a_{ij}$.

5.2. Стандартные задания

Задание 1. Рассмотрим задачу линейного программирования:

$$12X + 10Y \rightarrow \max$$

при условиях

$$4X + 3Y \leq 480,$$

$$2X + 3Y \leq 360,$$

$$X \geq 0, Y \geq 0.$$

Оптимальное значение целевой функции в этой задаче равно:

- 1) 1600; 2) 1520; 3) 1800; 4) 1440;
5) не равно ни одному из указанных значений.

Задание 2. Рассмотрим следующую задачу линейного программирования:

$$12X + 10Y \rightarrow \max$$

при условиях

$$4X + 3Y \leq 480,$$

$$2X + 3Y \leq 360,$$

$$X \geq 0, Y \geq 0.$$

Какая из следующих точек с координатами (X, Y) не является допустимой?

- 1) (0, 100); 2) (100, 10) 3) (70, 70); 4) (20, 90);
5) ни одна из указанных.

Задание 3. Какова верхняя цена следующей игры?

Стратегии игрока 2		1	2	3
Стратегии игрока 1	1	1	-4	3
	2	-4	4	6
	3	3	-6	5
	4	3	-6	5

Варианты ответов:

- 1) 1; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) 6.

Задание 4. Какова нижняя и верхняя цена игры для нижеприведённой матрицы?

Стратегии игрока 2 \ Стратегии игрока 1	1	2	3	4	5
1	4	2	-3	-1	0
2	8	3	5	2	-2
3	7	4	2	-4	8
4	3	5	4	10	5

Варианты ответов:

1) (-4, 10); 2) (0, 5); 3) (2, 4); 4) (3, 5); 5) (2, 8).

Задание 5. Чему равно значение элемента матрицы игры в седловой точке?

Стратегии игрока 2 \ Стратегии игрока 1	1	2	3	4
1	40	40	8	15
2	1	-5	6	25
3	50	55	3	1

Варианты ответов:

1) 6; 2) 8; 3) 15; 4) 25; 5) седловая точка отсутствует.

Задание 6. Используя свойство доминирования стратегий игроков, максимально редуцируйте (сократите) следующую матрицу игры:

Стратегии игрока 2 \ Стратегии игрока 1	1	2	3	4	5
1	4	7	2	3	4
2	3	5	6	8	9
3	4	4	2	2	8
4	3	6	1	2	4
5	3	5	6	8	9

Какова размерность результирующей матрицы?

Варианты ответов:

1) 1x2; 2) 2x1; 3) 2x2; 4) 3x2; 5) 3x3.

5.3. Прикладные задания

Задание 1. По представленным данным построить графическую зависимость между двумя показателями, определить уравнение регрессии и коэффициент корреляции. Имеются данные по объему выпускаемой продукции и ее себестоимости.

Объем выпускаемой продукции, тыс.шт	21	29	20	28	27	26	25	24	23	22
Себестоимость, ден.ед	3,9	2,8	4,8	3,0	3,1	3,2	3,3	3,4	3,5	3,7

Применить математический инструментарий для решения экономической задачи. Провести анализ и интерпретацию полученных результатов моделирования. Проанализировать возможные угрозы экономической безопасности.

Задание 2. Предприятие, располагающее ресурсами сырья четырех видов А, В, С и D, может производить продукцию двух видов P_1 , P_2 . В таблице указаны за траты ресурсов на изготовление 1 т продукции, объем ресурсов и прибыль, получаемая от продажи 1 т соответствующей продукции.

Вид сырья	Вид продукции		Объем ресурсов, т
	P_1	P_2	
А	4	1	7
В	1	2	10
С	3	1	6
Д	6	1	10
Прибыль, ден. ед.	7	2	

Определить ассортимент выпускаемой продукции, при котором полученная прибыль будет максимальной. Применить математический инструментарий для решения экономической задачи. Провести анализ и интерпретацию полученных результатов моделирования

Задание 3. Применить математический инструментарий экономико-математического моделирования для решения следующей экономической задачи. Провести анализ и интерпретацию полученных результатов моделирования. Консалтинговая компания специализируется на разработке систем поддержки проектов. Компания заключила контракт на разработку компьютерной системы, предназначенной для помощи руководству фирмы при планировании капиталовложений. Руководитель проекта разработал следующий перечень взаимосвязанных работ:

Работа	Непосредственно предшествующие работы	Время выполнения, недели
А	-	5
Б	-	3
В	А	7
Г	А	6
Д	Б	7
Е	Г, Д	3
Ж	Г, Д	10
З	В, Е	8

Постройте графическое представление проекта. Найдите критический путь.

За какое минимальное время может быть выполнен проект? Сколько работ находится на критическом пути? На сколько недель можно отложить выполнение работы Г без отсрочки завершения проекта в целом? На сколько недель можно отложить выполнение работы В без отсрочки завершения проекта в целом?

Задание 4. Применить математический инструментарий экономико-математического моделирования для решения следующей экономической задачи. Определить значение добавленной стоимости, если матрица коэффициентов прямых материальных затрат имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 0,1 & 0,2 & 0,3 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \\ 0,3 & 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$$

вектор конечной продукции (4 2,7 1,6)
вектор валового выпуска (8 7 6)

Задание 5. Используя правила построения игровых моделей, решить следующую задачу, проанализировать и интерпретировать полученные результаты. Компания собирается построить в различных районах филиалы. Имеется 4 проекта A1, A2, A3 и A4. Выгода (млн. руб.) зависят от того, какие условия будут в предполагаемых районах размещения филиалов. Возможны 5 вариантов выбора региона П1 – П5. Выбрать оптимальный проект используя критерии Байеса, Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица и максимакса при коэффициенте оптимизма $6,0=k$. Матрица выигрышей имеет вид:

	п1	п2	п3	п4	п5
A1	7	12	8	10	5
A2	9	10	7	9	9
A3	6	8	15	8	7
A4	9	10	8	11	7

Вероятности «успеха» в регионах составляют 0,15, 0,2, 0,3, 0,2, 0,15

5.4. Вопросы для подготовки к экзамену

1. В чем заключается смысл системного подхода к анализу социально-экономических систем и процессов?
2. Сформулируйте понятия «модель» и «метод моделирования».
3. Дайте характеристику этапов экономико-математического моделирования.
4. Назовите основные виды экономико-математических моделей и приведите примеры.
5. В чем суть принципа оптимальности в планировании и управлении?
6. Сформулируйте задачу линейного программирования.
7. В чем заключается геометрическая интерпретация задачи линейного программирования?
8. В чем суть симплекс-метода? Сформулируйте основные этапы стандартной итерации алгоритма симплекс-метода при решении задач линейного программирования.
9. Дайте общую характеристику метода Жордана-Гаусса при поиске оптимального решения задачи линейного программирования.
10. Дайте определение двойственной задачи в линейном программировании. В чем заключается экономическая интерпретация переменных двойственной задачи?
11. Опишите экономико-математическую модель транспортной задачи. Какие методы решения транспортных задач вы знаете?
12. Что положено в основу метода потенциалов? Перечислите основные этапы метода потенциалов. Дайте экономическую интерпретацию метода потенциалов решения транспортной задачи.

13. Опишите метод построения допустимого плана транспортной задачи. Сколько ненулевых элементов должен содержать невырожденный базисный план транспортной задачи?

14. Сформулируйте критерий оптимальности для допустимого плана транспортной задачи.

Что следует делать при возникновении ситуации вырожденности текущего плана в транспортной задаче?

15. Перечислите основные этапы распределительного метода для транспортной задачи.

16. Что представляют собой задачи целочисленного программирования? Приведите примеры таких задач и назовите известные вам методы их решения.

17. Какие экономико-математические модели могут быть сведены к задаче о коммивояжере?

18. Какой принцип используется для построения правильного отсечения в методе Гомори?

19. Перечислите принципиальные идеи, лежащие в основе методов ветвей и границ. Опишите схему решения целочисленной задачи линейного программирования методом ветвей и границ.

20. В чем сущность задач многокритериальной оптимизации? Дайте характеристику метода последовательных уступок.

21. Опишите общую постановку задачи нелинейного программирования. В чем суть метода Лагранжа решения оптимизационной задачи?

22. При каких условиях оптимизационная задача может быть отнесена к классу нелинейных? Приведите пример экономической модели, сводящейся к задаче нелинейного программирования.

23. Дайте краткую характеристику задач динамического программирования и методов их решения. Для решения каких задач предназначен метод динамического программирования?

24. Сформулируйте математическую модель для задачи о вложении капитала. Выпишите основное рекуррентное соотношение, используемое при решении задачи о вложении капитала.

25. Какой вид имеет целевая функция в динамической задаче о замене оборудования?

Выпишите основное рекуррентное соотношение, используемое при решении динамической задачи о замене оборудования.

26. Раскройте основные понятия имитационного моделирования и перечислите этапы машинной имитации как экспериментального метода изучения экономики.

27. В чем суть методов сетевого планирования и управления? Дайте содержательную характеристику элементов сетевого графика.

28. Какие задачи решаются на основе сетевых моделей? Раскройте сущность сетевого планирования в условиях неопределенности.

29. В чем суть балансового метода исследования социально-экономических систем?

Поясните принципиальную схему межотраслевого баланса и раскройте экономическое содержание ее разделов.

30. Дайте определение коэффициентов прямых и полных материальных затрат и укажите способы их вычисления.

31. В чем суть постановки классической задачи управления запасами? Укажите основные принципиальные системы регулирования запасов и назовите их регулирующие параметры.

32. Приведите примеры систем массового обслуживания в экономике. Из каких элементов состоит СМО?

33. Раскройте суть аналитического и имитационного моделирования СМО. Укажите требования к входящему потоку и времени обслуживания в аналитических моделях СМО.

34. Назовите основные характеристики СМО и укажите методы их расчета для замкнутых и разомкнутых систем.

35. Кратко сформулируйте предмет теории игр как научной дисциплины. Для описания каких экономических ситуаций может быть применен аппарат теории игр?

36. Какая игра называется антагонистической? Какие подходы существуют к определению оптимальных стратегий?

37. В чем заключаются принципы максимина и минимакса?

При каких условиях можно говорить о том, что игра имеет седловую точку?

Приведите примеры игр, которые имеют седловую точку и в которых она отсутствует.

Что называют «ценой игры»?

38. Дайте определение понятию «смешанная стратегия».

39. Дайте основные понятия теории игр и приведите примеры экономических задач, которые могут быть решены методами теории игр.

40. Какие парные игры называются матричными? Приведите пример построения платежной матрицы.

41. Поясните принципы использования моделей теории игр в экономических задачах в условиях неопределенности (игры с природой).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изучение дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» направлено на получение знаний и практических навыков использования современной теории и практики экономико-математического моделирования при разработке, принятии и реализации управленческих решений в управлении наукоёмким производством.

Кроме того, дисциплина «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» ориентирована на развитие умений и навыков обучающихся в части поиска научно-технической, управленческой и экономической информации, работы с литературой, проведения исследований по заданной тематике, публичных выступлений, ответов на вопросы, принятия решений и использования результатов освоения дисциплин программы магистратуры в процессе исследований и выполнения домашней работы, посвящённой обоснованию решений задач диссертационного исследования с помощью математических методов и моделей задач в целях повышения эффективности систем управления наукоёмким производством.

Изучение дисциплины «Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства» является одним из основных этапов в формировании высококвалифицированных кадров, которые необходимы предприятиям и организациям в современных условиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Симак Р.С. Экономико-математические методы и модели в социально-экономических исследованиях : учебно-методический комплекс / Симак Р.С., Васильев Д.И., Левкин Г.Г.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 152 с. — ISBN 978-5-4486-0387-7. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/76890.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей до 04.06.2028

2. 65(ББК) А 615 Амелин С. В. Математические методы и модели в экономике [Электронный ресурс] : учебное пособие / ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т", каф. экономики и управления на предприятии машиностроения. - Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 192 с. : ил. : табл. - Библиогр.: 9 назв.

<http://bibl.cchgeu.ru/MarcWeb2/Found.asp>

3. Якимов М.Р. Методы и модели в экономике. В 2 частях. Ч.1 : учебно-методическое пособие / Якимов М.Р., Левда Н.М.. — Пермь : Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2016. — 63 с. — ISBN 978-5-398-01584-3 (ч.1), 978-5-398-01583-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/108472.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей до 10.08.2026

4. Барлаков С.А. Модели и методы в управлении и экономике с применением информационных технологий : учебное пособие / Барлаков С.А., Мойсеев С.И., Порядина В.Л.. — Санкт-Петербург : Интермедия, 2017. — 264 с. — ISBN 978-5-4383-0135-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/66793.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей до 18.01.2023

5. 65(ББК) А 615 Амелин, С. В. Математические методы и модели в экономике : лабораторный практикум [Электронный ресурс] : учебное пособие / ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т", каф. экономики и управления на предприятии машиностроения. - Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 149 с. : ил. - Библиогр.: 9 назв. <http://bibl.cchgeu.ru/MarcWeb2/Found.asp>

6. Воронин А.А. Математические модели организаций : учебное пособие / А.А. Воронин [и др.]. — Москва : ЛЕНАНД, 2008. — 359 с. — ISBN 978-5-9710-0178-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/8494.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей. Лицензия: весь срок охраны авторского права

7. Лихтенштейн В.Е. Математическое моделирование экономических процессов и систем : учебное пособие / Лихтенштейн В.Е., Росс Г.В.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2018. — 129 с. — ISBN 978-5-4486-0350-1. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/74969.html> — Режим доступа: для авторизир. пользователей до 13.06.2028. - DOI: <https://doi.org/10.23682/74969>

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
1. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	4
2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ПРОВЕДЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ.....	5
3. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ.....	20
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ	21
5. ЗАДАНИЯ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ.....	23
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	32
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	33

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к изучению дисциплины, выполнению лабораторных работ и самостоятельной работы по дисциплине
«Экономико-математическое моделирование в планировании и организации производства»
для обучающихся по направлению
магистерской подготовки 38.04.02 "Менеджмент",
профиль "Экономика и управление на предприятиях"
всех форм обучения

Составитель:

Амелин Станислав Витальевич

В авторской редакции

Подписано к изданию 29.01.2022.

Уч.-изд. л. 2,8.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14