

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета экономики, менеджмента и  
инновационных технологий

С.А. Баркалов /

11 февраля 2025 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**«Математическое моделирование и методы оптимизации»**

**Направление подготовки** 27.03.05 Инноватика

**Профиль** Инновационные технологии

**Квалификация выпускника** бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года / 5 лет / 4 года и 6 м.

**Форма обучения** очная / очно-заочная / заочная

**Год начала подготовки** 2025

**Автор программы**  А.А. Дробышев

**И.о. заведующего кафедрой  
Инноватики и строительной  
физики имени профессора  
И.С. Суровцева**  С.Н. Дьяконова

**Руководитель ОПОП**  С.Н. Дьяконова

Воронеж 2025

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цели дисциплины

Целью изучения дисциплины «Математическое моделирование и методы оптимизации» является формирование представлений о роли математических методов в различных областях науки и экономики, изучение студентами теоретических основ и формализма математического моделирования и оптимизации, практических методов построения моделей процессов и явлений, а также решения оптимизационных задач.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины

Задача настоящего курса состоит в ознакомлении студентов с основными понятиями и аппаратом учебной дисциплины, изучение принципов построения математических моделей различных объектов и систем, применение математического моделирования и методов оптимизации в практической деятельности.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математическое моделирование и методы оптимизации» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математическое моделирование и методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-4 - Способен осуществлять оценку эффективности систем управления, разработанных на основе математических методов

ОПК-8 - Способен решать профессиональные задачи на основе истории и философии нововведений, математических методов и моделей для управления инновациями, компьютерных технологий в инновационной сфере

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-4	знать: основные методы математического моделирования; основные законы математической статистики и теории вероятности; основные методы решения оптимизационных задач
	уметь: строить математические модели процессов и явлений; решать оптимизационные задачи
	владеть: методами построения, анализа, применения и оптимизации математических моделей различных процессов и систем
ОПК-8	знать: основы применения ЭВМ для моделирования и оптимизации различных процессов

	уметь: применять пакеты прикладных программ для решения прикладных инженерно-технических и технико-экономических задач
	владеть: методами применения пакетов прикладных программ для решения задач моделирования и оптимизации

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Математическое моделирование и методы оптимизации» составляет 7 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	126	72	54
В том числе:			
Лекции	54	36	18
Практические занятия (ПЗ)	36	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	36	18	18
<b>Самостоятельная работа</b>	99	72	27
<b>Курсовой проект</b>	+		+
Часы на контроль	27	-	27
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет	+	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	252	144	108
зач.ед.	7	4	3

**очно-заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		4	5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	94	40	54
В том числе:			
Лекции	34	16	18
Практические занятия (ПЗ)	34	16	18
Лабораторные работы (ЛР)	26	8	18
<b>Самостоятельная работа</b>	131	104	27
<b>Курсовой проект</b>	+		+
Часы на контроль	27	-	27
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет	+	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	252	144	108

зач.ед.	7	4	3
<b>заочная форма обучения</b>			
Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		4	5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	14	6	8
В том числе:			
Лекции	4	2	2
Практические занятия (ПЗ)	6	2	4
Лабораторные работы (ЛР)	4	2	2
<b>Самостоятельная работа</b>	225	98	127
<b>Курсовой проект</b>	+		+
Часы на контроль	13	4	9
Виды промежуточной аттестации - экзамен, зачет	+	+	+
Общая трудоемкость:			
академические часы	252	108	144
зач.ед.	7	3	4

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Основы функционального анализа.	Определение функции. Числовые последовательности. Определение производной, её геометрический смысл. Экстремумы. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Производная сложной функции. Приложения определенного интеграла. Функция как математическая модель. Уравнения и неравенства как математические модели.	6	4	4	10	22
2	Математическое моделирование случайных процессов.	Определение вероятности. Условная вероятность. Случайные величины. Типы распределений. Временные ряды. Многомерные данные. Метрика. Факторный анализ. Информационный анализ сложных систем. Информация в иерархических структурах. Принцип сохранения информации.	6	4	4	10	22
3	Численные методы дифференцирования и интегрирования	Численное дифференцирование и интегрирование. Формула прямоугольников. Формула Симпсона. Формула Гаусса.	6	4	4	10	22
4	Решение систем линейных уравнений	Численные методы решения дифференциальных уравнений. Решение систем линейных	6	4	4	10	24

		уравнений. Метод Гаусса. Метод Крамера. Метод итераций.						
5	Методы одномерной оптимизации.	Метод математического анализа (классический). Метод перебора. Метод дихотомии (первый метод деления отрезка пополам). Метод «золотого» сечения. Метод Фибоначчи. Метод средней точки. Метод парабол.	6	4	4	10	24	
6	Градиентные методы.	Алгоритм градиентного метода. Метод наискорейшего спуска. Графическая иллюстрация метода. Расчет шага и направления спуска. Алгоритм метода наискорейшего спуска и примеры использования. Приложение методов градиентного спуска к задачам выбора оптимальных параметров.	6	4	4	10	24	
7	Линейное программирование.	Основные разделы математического программирования. Классические задачи математического программирования: транспортная задача, задача о режиме работы энергосистемы. Виды ограничений. Теорема о представлении и о существовании оптимальной точки. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Условие оптимальности для задачи линейного программирования.	6	4	4	10	24	
8	Симплекс-метод.	Приведение задачи линейного программирования к канонической форме. Симплекс-таблица и критерий оптимальности. Элементарное преобразование базиса. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода. Двойственная задача.	4	4	4	10	22	
9	Оптимизация на графах.	Порождающие деревья. Задача о минимальном порождающем дереве. Алгоритм построения минимального остова. Задача о кратчайшем маршруте между выбранными вершинами. Задача о максимальном потоке. Реализация сетей в трехмерном пространстве.	4	2	2	10	20	
10	Генетические алгоритмы оптимизации	Классический генетический алгоритм. Описание алгоритма. Операторы селекции. Гибридные генетические алгоритмы. Применение в задачах оптимизации.	4	2	2	9	21	
<b>Итого</b>			<b>54</b>	<b>36</b>	<b>36</b>	<b>99</b>	<b>225</b>	

### очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Основы функционального анализа.	Определение функции. Числовые последовательности. Определение производной, её геометрический	2	2	2	13	22

		смысл. Экстремумы. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Определенный интеграл, его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Производная сложной функции. Приложения определенного интеграла. Функция как математическая модель. Уравнения и неравенства как математические модели.					
2	Математическое моделирование случайных процессов.	Определение вероятности. Условная вероятность. Случайные величины. Типы распределений. Временные ряды. Многомерные данные. Метрика. Факторный анализ. Информационный анализ сложных систем. Информация в иерархических структурах. Принцип сохранения информации.	2	2	2	13	22
3	Численные методы дифференцирования и интегрирования	Численное дифференцирование и интегрирование. Формула прямоугольников. Формула Симпсона. Формула Гаусса.	2	2	2	13	22
4	Решение систем линейных уравнений	Численные методы решения дифференциальных уравнений. Решение систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Метод Крамера. Метод итераций.	4	4	2	13	22
5	Методы одномерной оптимизации.	Метод математического анализа (классический). Метод перебора. Метод дихотомии (первый метод деления отрезка пополам). Метод «золотого» сечения. Метод Фибоначчи. Метод средней точки. Метод парабол.	4	4	2	13	22
6	Градиентные методы.	Алгоритм градиентного метода. Метод наискорейшего спуска. Графическая иллюстрация метода. Расчет шага и направления спуска. Алгоритм метода наискорейшего спуска и примеры использования. Приложение методов градиентного спуска к задачам выбора оптимальных параметров.	4	4	2	13	22
7	Линейное программирование.	Основные разделы математического программирования. Классические задачи математического программирования: транспортная задача, задача о режиме работы энергосистемы. Виды ограничений. Теорема о представлении и о существовании оптимальной точки. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Условие оптимальности для задачи линейного программирования.	4	4	2	13	22
8	Симплекс-метод.	Приведение задачи линейного программирования к канонической форме. Симплекс-	4	4	4	13	22

		таблица и критерий оптимальности. Элементарное преобразование базиса. Прямой симплекс-метод. Геометрическая интерпретация симплекс-метода. Двойственная задача.					
9	Оптимизация на графах.	Порождающие деревья. Задача о минимальном порождающем дереве. Алгоритм построения минимального остова. Задача о кратчайшем маршруте между выбранными вершинами. Задача о максимальном потоке. Реализация сетей в трехмерном пространстве.	4	4	4	13	22
10	Генетические алгоритмы оптимизации	Классический генетический алгоритм. Описание алгоритма. Операторы селекции. Гибридные генетические алгоритмы. Применение в задачах оптимизации.	4	4	4	14	27
<b>Итого</b>			<b>34</b>	<b>34</b>	<b>26</b>	<b>131</b>	<b>225</b>

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Методы одномерной оптимизации.	Метод математического анализа (классический). Метод перебора. Метод дихотомии (первый метод деления отрезка пополам). Метод «золотого» сечения. Метод Фибоначчи. Метод средней точки. Метод парабол.	1	2	1	75	79
2	Градиентные методы.	Алгоритм градиентного метода. Метод наискорейшего спуска. Графическая иллюстрация метода. Расчет шага и направления спуска. Алгоритм метода наискорейшего спуска и примеры использования. Приложение методов градиентного спуска к задачам выбора оптимальных параметров.	1	2	1	75	80
3	Линейное программирование.	Основные разделы математического программирования. Классические задачи математического программирования: транспортная задача, задача о режиме работы энергосистемы. Виды ограничений. Теорема о представлении и о существовании оптимальной точки. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. Условие оптимальности для задачи линейного программирования.	2	2	2	75	80
<b>Итого</b>			<b>4</b>	<b>6</b>	<b>4</b>	<b>225</b>	<b>239</b>

### 5.2 Перечень лабораторных работ

1. Математическое моделирование функциональных зависимостей.
2. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.
3. Численное дифференцирование и интегрирование.

4. Решение систем уравнений.
5. Методы одномерной оптимизации.
6. Градиентные методы.
7. Линейное программирование.
8. Симплекс-метод.
9. Оптимизация на графах.
10. Генетические алгоритмы оптимизации

## **6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсового проекта в 4 семестре для очной формы обучения, в 5 семестре для очно-заочной формы обучения, в 5 семестре для заочной формы обучения.

Примерная тематика курсового проекта: «Применение алгоритмов оптимизации для решения производственной задачи»

Задачи, решаемые при выполнении курсового проекта:

- Провести анализ методов решения поставленной задачи;
- Решить поставленную задачу одним из рассмотренных методов;
- Сделать выводы.

Курсовой проект включают в себя графическую часть и расчетно-пояснительную записку.

## **7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

### **7.1.1 Этап текущего контроля**

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Аттестован</b>	<b>Не аттестован</b>
ОПК-4	знать: основные методы математического моделирования; основные законы математической статистики и теории вероятности; основные методы решения оптимизационных задач	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Лабораторные работы, практические работы	Полное или частичное посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические	Непосещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены

			задания решены	
	уметь: строить математические модели процессов и явлений; решать оптимизационные задачи	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Лабораторные работы, практические работы	Полное или частичное посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания решены	Непосещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены
	владеть: методами построения, анализа, применения и оптимизации математических моделей различных процессов и систем	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Лабораторные работы, практические работы	Полное или частичное посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания решены	Непосещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены
ОПК-8	знать: основы применения ЭВМ для моделирования и оптимизации различных процессов	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Лабораторные работы, практические работы	Полное или частичное посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания решены	Непосещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены
	уметь: применять пакеты прикладных программ для решения прикладных инженерно-технических и технико-экономических задач	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Лабораторные работы, практические работы	Полное или частичное посещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания решены	Непосещение лекционных, лабораторных и практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены
	владеть: методами применения	Посещение лекционных, лабораторных и практических занятий.	Полное или частичное посещение	Непосещение лекционных, лабораторных и

	пакетов прикладных программ для решения задач моделирования и оптимизации	Лабораторные работы, практические работы	лекционных, лабораторных и практических занятий. Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания решены	практических занятий. Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах. Практические задания не решены
--	---	--	---	---

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3, 4 семестре для очной формы обучения, 4, 5 семестре для очно-заочной формы обучения, 4, 5 семестре для заочной формы обучения по двух/четырёхбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ОПК-4	знать: основные методы математического моделирования; основные законы математической статистики и теории вероятности; основные методы решения оптимизационных задач	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	уметь: строить математические модели процессов и явлений; решать оптимизационные задачи	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть: методами построения, анализа, применения и оптимизации математических моделей различных процессов и систем	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-8	знать: основы применения ЭВМ для моделирования и оптимизации различных процессов	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	уметь: применять пакеты прикладных программ для решения прикладных инженерно-технических и технико-экономических задач	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть: методами применения пакетов прикладных программ для решения задач моделирования и оптимизации	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

ИЛИ  
«отлично»;  
«хорошо»;  
«удовлетворительно»;  
«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ОПК-4	знать: основные методы математического моделирования; основные законы математической статистики и теории вероятности; основные методы решения оптимизационных задач	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	уметь: строить математические модели процессов и явлений; решать оптимизационные задачи	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть: методами построения, анализа, применения и оптимизации математических моделей различных процессов и систем	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-8	знать: основы применения ЭВМ для моделирования и оптимизации различных процессов	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	уметь: применять пакеты прикладных программ для решения прикладных инженерно-технических и технико-экономических задач	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть: методами применения пакетов прикладных программ для решения задач моделирования и оптимизации	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

---

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типичные контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Оптимизация системы состоит в:

- а) в поиске такой системы, в которой максимум параметров управления;
- б) в поиске такого набора параметров управления, при котором целевая функция достигает экстремума;
- в) в поиске такого набора параметров управления, при котором целевая функция равна нулю;
- г) в поиске такого набора параметров управления, при котором целевая функция не существует.

2. Целевая функция – это:

- а) любая функция, у которой есть экстремумы
- б) любая функция, у которой нет экстремумов;
- в) любая функция, у которой есть минимумы;
- г) функция, экстремумы которой необходимо найти.

3. Какое число неопределенных множителей Лагранжа может быть в задаче условной оптимизации, если число переменных в составе оптимизируемой функции равно 8.

- а) не более 7;
- б) не более 8;
- в) не более 10;
- г) любое количество.

4. Если в критической точке функции одной переменной вторая производная отрицательна, то:

- а) эта точка является точкой максимума;
- б) эта точка является точкой минимума;
- в) в этой точке функция имеет разрыв;
- г) в этой точке функция не определена.

5. Для решения задачи условной оптимизации методом неопределенных множителей Лагранжа обязательно:

- а) знание аналитического выражения оптимизируемой функции;
- б) наличие ограничений только в виде равенств;
- в) линейность ограничений;
- г) нелинейность ограничений.

6. Если при реализации метода проекции градиента на  $k$ -ом шаге в точке  $x_k$  направление градиента функции отклика совпадает с направлением нормали к поверхности, ограничивающей область допустимых значений переменных,

---

то:

- а) точка  $x_k$  является точкой оптимума;
- б) координаты точки  $x_k$  определены неверно;
- в) длина шага из точки  $x_k$  должна быть удвоена;
- г) длина шага из точки  $x_k$  должна быть уменьшена.

7. Найти четырнадцатое число  $F_{14}$  в последовательности чисел Фибоначчи.

- а) 610;
- б) 377;
- в) 233;
- г) 0.

8. Методы Чисел Фибоначчи и Золотого сечения являются

- а) методами отыскания экстремумов многоэкстремальных функций;
- б) методами отыскания только минимумов многоэкстремальных функций;
- в) методами отыскания экстремумов унимодальных функций;
- г) методами отыскания только минимумов унимодальных функций.

9. Оптимизационную задачу относят к линейному программированию, если

- а) целевая функция и функции ограничений линейны;
- б) целевая функция вогнута, а функции ограничений образуют выпуклое множество;
- в) целевая функция линейна, а функции ограничений образуют выпуклое множество;
- г) целевая функция вогнута, а функции ограничений линейны.

10. Если в критической точке функции одной переменной третья производная отрицательна, то:

- д) эта точка является точкой максимума;
  - е) эта точка является точкой минимума;
  - ж) точка перегиба;
- в этой точке функция не определена.

### **7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач**

1. Вычислить количество способов, которыми можно задать четырёхзначный пин-код для пластиковой карты.

2. В урне находится 15 белых, 5 красных и 10 чёрных шаров. Наугад извлекается 1 шар, найти вероятность того, что он будет: а) белым, б) красным, в) чёрным.

3. Найти вероятность того, что при бросании двух игральных костей в сумме выпадет: а) 6 очков; б) не более 3 очков; в) от 4 до 10 очков включительно.

4. В первой урне содержится 12 шаров, из них 7 белых, во второй – 6 шаров,

из них 3 белых. Из первой урны во вторую наудачу перекладывают один шар, а затем из второй урны наудачу извлекают один шар. Найти вероятность того, что он окажется белым.

5. Вычислить

$$\begin{pmatrix} 2 & 8 & -4 \\ 3 & 6 & -5 \\ 4 & 4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему уравнений методом Крамера

$$\begin{cases} 3x + y - 3 = 2z, \\ y + 2x + 2z = 1 \\ 2x - y = 2 - 2z. \end{cases}$$

7. Решить систему уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} x + y - 3 = z, \\ 2y + 2x + z = 3 \\ x - y = 1 - 2z. \end{cases}$$

8. Посчитать частные производные по  $x, y, z$

$$f = y + x^3 \sin(x + xyz^3)$$

9. Посчитать интеграл

$$\int x^2 \exp(x) dx$$

10. Вычислить определитель матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 2 & -2 & 5 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Найти минимум функции методом дихотомии

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

2. Определить точки глобальных и локальных экстремумов функции

$$f(x) = x \exp(-2x^2 + x - 1)$$

3. Методом покоординатного спуска найти точку минимума функции

$$f(x_1, x_2) = (2x_1 + 3)^2 + (x_2 - 2)^2$$

Начальная точка  $x^{(0)} = (2, 2)$ , точность поиска  $\varepsilon = 0.5$ .

4. Найти методом наискорейшего спуска точку локального минимума функции

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 2x_2 - 5$$

начальная точка  $x^{(0)} = (0, 1)$ , точность поиска  $\varepsilon = 0.3$ .

5. Найти методом наискорейшего спуска точку локального максимума функции

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_2^2 - 4x_1 - 4x_2$$

начальная точка  $x^{(0)} = (0, 0)$ , точность поиска  $\varepsilon = 0.3$ .

6. Найти минимум функции методом золотого сечения

$$f(x) = x + (1 - x)^2$$

на интервале  $[0, 4]$ , с точностью  $\varepsilon = 0.4$ .

7. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \leq 18, \\ 2x_1 + x_2 \leq 16, \\ Z = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min. \end{cases}$$

8. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом:

$$\begin{cases} -x_2 + x_3 + x_4 = 1, \\ -5x_1 + x_2 + x_3 = 2, \\ -8x_1 + x_2 + 2x_3 - x_5 = 3, \\ Z = -3x_1 + x_2 + 4x_3 \rightarrow \max. \end{cases}$$

9. Компания производит полки 2-х размеров А и В. Агент по продажам считает, что на рынке в неделю может быть продано до 750 полок. Для каждой полки типа А требуется  $3 \text{ м}^2$  материала, а для полки типа В –  $2 \text{ м}^2$ . Компания может получить до  $900 \text{ м}^2$  материала в неделю. Для изготовления одной полки типа А требуется 11 минут машинного времени, а для изготовления полки типа В – 25 минут. Машину можно использовать 160 часов в неделю. Прибыль от продажи полки А составляет 3 у.е., а полки В – 4 у.е. Сколько полок каждого типа нужно выпускать в неделю, чтобы прибыль была максимальной?

10. Математическая модель задачи линейного программирования имеет вид:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ 2x_1 - x_2 \leq 4, \\ Z = 4x_1 + 2x_2 \rightarrow \max. \end{cases}$$

Привести ее к каноническому виду.

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Основные принципы математического моделирования.
2. Методы исследования математических моделей.
3. Проверка адекватности математических моделей.
4. Определение функции.
5. Числовые последовательности. Предел последовательности.
6. Определение производной, её геометрический смысл.
7. Экстремумы.
8. Первообразная.
9. Неопределенный интеграл, его свойства.
10. Определенный интеграл, его свойства.
11. Формула Ньютона-Лейбница.
12. Производная сложной функции.
13. Математические средства представления данных.
14. Определение вероятности. Условная вероятность.
15. Случайные величины. Нормальное распределение.
16. Типы распределений.
17. Временные ряды.
18. Анализ временных рядов.
19. Построение прогноза.
20. Многомерные данные. Метрика.
21. Факторный анализ.
22. Информация в иерархических структурах.
23. Принцип сохранения информации.
24. Общие свойства графов.
25. Пути и связность в графе.
26. Деревья.
27. Планарный граф.
28. Задачи интерполяции и экстраполяции.
29. Методы аппроксимации функции.
30. Формула прямоугольников.
31. Формула Симпсона.
32. Формула Гаусса.
33. Метод Гаусса.
34. Метод Крамера.
35. Метод итераций

#### 7.2.5 Примерный перечень заданий для подготовки к экзамену

1. Общая формулировка оптимизационной задачи. Глобальный и локальный экстремумы.
2. Целевая функция. Примеры целевых функций. Оптимизируемые параметры.
3. Ограничения. Классификация задач и методов оптимизации.
4. Общая схема безусловной оптимизации.
5. Метод перебора.
6. Метод дихотомии (первый метод деления отрезка пополам).
7. Метод «золотого» сечения.
8. Метод Фибоначчи.
9. Метод средней точки.
10. Метод наискорейшего спуска. Графическая иллюстрация метода.
11. Формулирование общей задачи математического программирования. Виды ограничений.
12. Теорема о представлении и о существовании оптимальной точки.
13. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
14. Условие оптимальности для задачи линейного программирования.
15. Прямой симплекс-метод.
16. Геометрическая интерпретация симплекс-метода.
17. Транспортная задача.
18. Построение оптимального плана методом потенциалов.
19. Теорема о потенциалах.
20. Алгоритм метода потенциалов.
21. Порождающие деревья. Задача о минимальном порождающем дереве.
22. Алгоритм построения минимального остова.
23. Задача о кратчайшем маршруте между выбранными вершинами.
24. Задача о максимальном потоке.
25. Реализация сетей в трехмерном пространстве.
26. Основы метода динамического программирования.
27. Геометрическая интерпретация методов динамического программирования и алгоритмы расчета.
28. Использование методов целочисленного программирования в задачах сетевого планирования.
29. Метод динамического программирования.
30. Применение метода динамического программирования в задачах оптимизации.

#### **7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Экзамен проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 10 вопросов и задачу. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1 баллом, задача оценивается в 10 баллов (5 баллов верное решение и 5 баллов за верный ответ). Максимальное количество набранных баллов – 20.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент

набрал менее 6 баллов.

2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 6 до 10 баллов

3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 15 баллов.

4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 16 до 20 баллов.

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Основы функционального анализа.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
2	Математическое моделирование случайных процессов.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
3	Численные методы дифференцирования и интегрирования	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
4	Решение систем линейных уравнений	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
5	Методы одномерной оптимизации.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
6	Градиентные методы.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
7	Линейное программирование.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
8	Симплекс-метод.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
9	Оптимизация на графах.	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач
10	Генетические алгоритмы оптимизации	ОПК-4, ОПК-8	Тест, КП, защита лабораторных работ, решение задач

---

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсового проекта осуществляется согласно требованиям, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Гармаш, Александр Николаевич. Экономико-математические методы и прикладные модели [Текст] : учебник для бакалавриата и магистратуры : рекомендовано УМО / под ред. В. В. Федосеева. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт, 2015 (Москва : Тип. "ТДДС-Столица-8"). - 328 с. - (Бакалавр. Академический курс). - Библиогр.: с. 327-328 (20 назв.). - ISBN 978-5-9916-3874-6 : 412-00.

2. Баркалов, Сергей Алексеевич. Математические методы и модели в управлении и их реализация в MS EXCEL [Текст] : учебное пособие для студентов специальностей: 080200 "Менеджмент", 081100 "Государственное и муниципальное управление", 220100 "Системный анализ и управление" / Воронеж. гос. архит.-строит. ун-т. - Воронеж : [б. и.], 2015 (Воронеж : Отдел оперативной полиграфии изд-ва учеб. лит. и учеб.-метод. пособий Воронежского ГАСУ, 2015). - 263 с. - Библиогр.: с. 255-259. - ISBN 978-5-89040-540-1 : 83-82.

3. Головинский, Павел Абрамович. Математические модели: Теоретическая физика и анализ сложных систем. От формализма классической механики до квантовой интерференции [Текст] . [Ч. 1]. - Изд. стер. - Москва : URSS, 2017. - 238 с. - Библиогр.: с. 231-234. - Предм. указ.: с. 235-238. - ISBN 978-5-397-

05904-6 : 514-80.

4. Головинский, Павел Абрамович. Математические модели: Теоретическая физика и анализ сложных систем. От нелинейных колебаний до искусственных нейронов и сложных систем [Текст] . [Ч. 2]. - Изд. стер. - Москва : URSS, 2017. - 227 с. - Библиогр.: с. 219-223. - Предм. указ.: с. 224-227. - ISBN 978-5-397-05907-7 : 514-80.

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

1. Microsoft Office Power Point 2013/2007;
2. Microsoft Office Excel 2013/2007;
3. Adobe Acrobat Reader;
4. Skype;
5. Яндекс.Браузер;
6. <https://www.tehnari.ru/> – информационный ресурс по техническим наукам;
7. <https://habr.com/ru/> – информационный ресурс по техническим наукам и информационными технологиям;
8. <http://www.edu.ru/> – федеральный портал «Российское образование»;
9. <https://education.cchgeu.ru> – образовательный портал ВГТУ;
10. <http://window.edu.ru/> – единое окно доступа к информационным ресурсам;
11. <https://cyberleninka.ru/> – научная электронная библиотека;
12. <http://www.iprbookshop.ru> – электронно-библиотечная система.

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для использования презентаций при проведении лекционных занятий необходимы аудитории, оснащенные презентационным оборудованием (компьютер с ОС Windows и программой PowerPoint или Adobe Reader, мультимедийный проектор и экран). Лабораторные занятия проходят в аудиториях оснащенных компьютерами с соответствующим программным обеспечением.

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Математическое моделирование и методы оптимизации» читаются лекции, проводятся практические занятия и лабораторные работы, выполняется курсовой проект.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков и умений. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Большое значение по закреплению и совершенствованию знаний имеет самостоятельная работа студентов. Информацию о всех видах самостоятельной работы студенты получают на занятиях.

Методика выполнения курсового проекта изложена в учебно-методическом пособии. Выполнять этапы курсового проекта должны своевременно и в установленные сроки.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомиться с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li> <li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li> <li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li> <li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li> <li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li> </ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
----------	-----------------------------	----------------------------	--