

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра экономической безопасности

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению практических заданий по дисциплине
«Математические методы в экономике»
для студентов направления 38.03.05. «Бизнес-информатика»
(профиль «Информационные системы»)
всех форм обучения



Воронеж 2020

УДК 519.862.6
ББК 65в6

Составитель:

канд. экон. наук И. А. Бейнар

Методические указания к выполнению практических заданий по дисциплине «Математические методы в экономике» для студентов направления 38.03.05. «Бизнес-информатика» (профиль «Информационные системы») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: И. А. Бейнар. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2020. 23 с.

Основной целью методических указаний является выработка навыков применения математических методов к высокоструктурированным задачам экономического профиля.

Предназначены для проведения практических занятий по дисциплине «Математические методы в экономике» для студентов 2 курса очной формы и 3 курса заочной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле PZ ММЕ.pdf.

Табл. 25. Библиогр.: 6 назв.

УДК 519.862.6
ББК 65в6

Рецензент – М. И. Самогородская, д-р экон. наук, проф.
кафедры экономической безопасности ВГТУ

*Издается по решению учебно-методического совета
Воронежского государственного технического университета*

Тема 1: Применение методов временных рядов, прогнозирования, построения тренда, наименьших квадратов

Задание 1.

Предприятия района (номер предприятия X) упорядочены по объему выпускаемой продукции. Показатель Y характеризует численность управленческого персонала. Данные сведены в табл. 1. Рассчитать методом наименьших квадратов коэффициенты линейной регрессии.

Таблица 1

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3

X	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Y	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5	5	5

Задание 2

Имеются поквартальные данные о прибыли за последние шесть лет (в тыс.руб.) (табл. 2).

Рассчитать трендовую и сезонную компоненту.

Сделать прогноз ожидаемой прибыли компании за 1 и 2 полугодия 2019 года.

Таблица 2

Год	Квартал			
	1	2	3	4
2014	68	65,2	65,5	68,9
2015	67,6	70,3	69,5	73
2016	70,1	70,2	70,7	73,1
2017	69,5	70,1	71,5	73,1
2018	70,9	71,2	71,5	73,2
2019	71,6	72,2	71,5	73,3

Задание 3.

По исходным данным задач 3.1. – 3.6. выполнить следующие задания.

1. Составить уравнение линейной регрессии

$$y = a + bx + \varepsilon,$$

используя метод наименьших квадратов, и найти числовые характеристики переменных.

2. Вычислить коэффициент корреляции, коэффициент детерминации.
3. Оценить полученное уравнение регрессии.
4. Найти доверительные интервалы для «а» и «b» при уровне значимости $\alpha = 0,05$.
5. Вычислить среднюю ошибку аппроксимации и оценить качество выбранного уравнения регрессии.

Задача 3.1.

Имеются данные о стаже работы X (лет) и месячной выработке Y (тыс. руб.) (табл. 3).

Таблица 3

X	3,4	3,0	2,1	4,6	11,4	2,6	4,4	12,0	2,4	1,0
Y	5,0	4,2	4,0	5,1	6,2	4,0	4,0	5,0	3,0	2,5

Задача 3.2.

Имеются данные по магазинам о размере торговой площади X (кв. м) и объемам товарооборота Y (тыс. руб.) (табл. 4).

Таблица 4

X	100	200	120	180	100	210	100	350	280	130
Y	10,6	38,8	12,4	24,6	10,8	45,4	11,8	70,8	50,5	15,0

Задача 3.3.

Имеются данные о среднегодовой стоимости основных производственных фондов X (млн. руб.) и объёме валовой продукции Y (млн. руб.) по десяти предприятиям одной отрасли промышленности (табл. 5).

Таблица 5

X	2,6	4,8	4,6	1,2	5,5	5,0	4,4	1,2	1,0	3,4
Y	2,8	4,2	4,4	1,6	5,8	5,4	5,0	1,4	1,6	3,8

Задача 3.4.

Имеются данные по десяти заводам одной отрасли промышленности об уровнях энерговооруженности труда X (тыс. кВт/ч) и об уровне производительности труда одного рабочего в год Y (тыс. шт. изд.) (табл. 6).

Таблица 6

X	9,4	6,0	6,1	7,2	6,8	9,4	10,5	11,4	11,5	12,1
Y	5	2	7	4	6	5	7	8	9	8

Задача 3.5.

Имеются данные о количестве вносимых минеральных удобрений X (кг) и урожайности картофеля Y (ц) по десяти сельхозпредприятиям (табл. 7).

Таблица 7

X	262	140	290	200	190	202	210	150	280	160
Y	180	130	220	135	136	165	200	140	210	140

Тема 2: Применение методов множественной регрессии, прогнозирования, построения тренда, наименьших квадратов

Задание 1.

По исходным данным задач 1.1. – 1.5. выполнить следующие задания.

1. Оценить регрессию Y на X_1 и X_2 .
2. Спрогнозировать изменения Y при выбранных фиксированных значениях X_1 и X_2 .
3. Оценить изменения Y при последовательном возрастании (уменьшении) значений X_1 и X_2 . Величину изменений факторов (Δ_1 и Δ_2) выбрать самостоятельно.
4. Определить сумму квадратов остатков, вычислить среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации (относительно среднего значения Y).
5. Построить линии уровня функции Y и объяснить экономический смысл соотношения факторов X_1 и X_2 , определяющего равные величины Y .

Задача 1.1.

Изучить зависимость выработки продукции на одного работника Y (тыс. руб.) от ввода в действие новых основных фондов X_1 (процент стоимости фондов на конец года) и от удельного веса рабочих высокой квалификации в общей численности рабочих X_2 (%) (табл. 8).

Таблица 8

№	Y	X_1	X_2
1	7	3,9	10
2	9	3,9	14
3	8	3,7	15
4	12	4,0	16
5	17	3,8	17

Задача 1.2.

Имеются данные о влиянии климатических условий на урожайность зерновых Y (ц с га) за счёт количества осадков X_1 (мм) в период вегетации и средней температуры воздуха X_2 ($^{\circ}\text{C}$) (табл. 9).

Таблица 9

№	Y	X_1	X_2
1	10	5	15
2	12	12	20
3	14	6	12
4	15	7	17
5	16	8	14

Задача 1.3.

По предприятиям лёгкой промышленности получена информация, характеризующая зависимость объёма выпускаемой продукции Y (млн руб.) от количества отработанных за год человеко-часов X_1 (тыс. ч-ч) и среднегодовой стоимости производственного оборудования X_2 (млн руб.) (табл. 10).

Таблица 10

№	Y	X_1	X_2
1	0,8	1,2	2,0
2	0,9	1,4	2,1
3	1,2	1,6	2,2
4	1,1	1,3	1,8
5	1,5	1,5	1,9

Задача 1.4.

По предприятиям отрасли получены следующие результаты анализа зависимости объёма выпуска продукции Y (млн руб.) от численности занятых на предприятии X_1 (тыс. чел.) и

среднегодовой стоимости основных фондов X_2 (млн руб.) (табл. 11).

Таблица 11

№	Y	X_1	X_2
1	1,2	2,0	0,5
2	1,4	2,1	0,6
3	2,0	3,0	0,8
4	1,8	2,5	0,4
5	1,6	2,4	0,5

Задача 1.5.

По данным, полученным от фермерских хозяйств одного из регионов, изучается зависимость объёма выпуска продукции растениеводства Y (млн руб.) от двух факторов: численности работников X_1 (чел.) и количества осадков в период вегетации X_2 (мм) (табл. 12).

Таблица 12

№	Y	X_1	X_2
1	2,0	0,5	10
2	2,4	0,6	12
3	2,5	0,8	15
4	2,6	0,7	10
5	3,0	0,9	13

Задание 2

Статистическое обследование шести случайно выбранных организаций дало следующие результаты (в млн руб.) (см. табл. 13).

По приведенным данным:

1. Оценить регрессию Y на X_1 и X_2 .
2. Спрогнозировать поступления в фонд накопления организации, имеющей валовый доход 15 млн руб. и имущество стоимостью 18 млн руб.

Таблица 13

№	Фонд накопления	Доходы	Имущество
	Y	X ₁	X ₂
1	1	10	20
2	2	14	14
3	1,5	11	12
4	1,1	8	5
5	0,8	6	8
6	0,5	8	10

3. Если предположить, что валовый доход возрос на 5 млн руб., в то время как стоимость имущества не изменилась, как изменится рост накоплений.

4. Оценить, как вырастет фонд накопления, если валовый доход увеличился на 3 млн руб., а стоимость имущества на 5 млн руб.

5. Найти сумму квадратов остатков, вычислить среднее квадратическое отклонение и коэффициент вариации (относительно среднего значения Y).

6. Построить линии уровня функции Y и объяснить экономический смысл соотношения «доход-имущество», определяющего равные накопления.

Задание 3.

Имеются данные за 12 месяцев года по получению валового дохода организации (Y – величина валового дохода (млн у.е.), X – стоимость основных производственных фондов (млн у.е.)).

По данным табл. 14:

1. Рассчитать параметры уравнений регрессий

$$y = a + bx + \varepsilon \text{ и } y = a + b\sqrt{x} + \varepsilon .$$

Таблица 14

Месяц	X	Y
1	22,5	29,0
2	25,8	36,2
3	20,8	28,9
4	15,2	32,4
5	25,8	49,7
6	19,4	38,1
7	18,2	30,0
8	21,0	32,6
9	16,4	27,5
10	23,5	39,0
11	18,8	27,5
12	17,5	31,2

2. Оценить тесноту связи с показателем корреляции и детерминации.

3. Рассчитать средний коэффициент эластичности и дать сравнительную оценку силы связи фактора с результатом.

4. Рассчитать среднюю ошибку аппроксимации и оценить качество модели.

5. С помощью F-статистики Фишера (при $\alpha = 0,05$) оценить надежность уравнения регрессии.

6. Рассчитать прогнозное значение Y, если прогнозное значение фактора увеличится на 5% от его среднего значения. Определите доверительный интервал прогноза.

Задание 4.

Имеются следующие данные о ценах и дивидендах по обыкновенным акциям, а также о доходности компании (табл. 15).

1. Построить линейное уравнение множественной регрессии и пояснить экономический смысл его параметров.

2. Определить стандартизованные коэффициенты регрессии.
3. Рассчитать частные коэффициенты эластичности.
4. Сделать вывод о силе связи результата с каждым из факторов.
5. Определить парные и частные коэффициенты корреляции, а также множественный коэффициент корреляции.

Таблица 15

№	Цена акции, долл. США)	Доходность капитала, %	Уровень дивидендов, %
1	25	15,2	2,6
2	20	13,9	2,1
3	15	15,8	1,5
4	34	12,8	3,1
5	20	6,9	2,5
6	33	14,6	3,1
7	28	15,4	2,9
8	30	17,3	2,8
9	23	13,7	2,4
10	24	12,7	2,4
11	25	15,3	2,6
12	26	15,2	2,8
13	26	12	2,7
14	20	15,3	1,9
15	20	13,7	1,9
16	13	13,3	1,6
17	21	15,1	2,4
18	31	15	3
19	26	11,2	3,1
20	11	12,1	2

Тема 3: Применение методов наименьших квадратов, линейной, степенной, экспоненциальной, обратной, гиперболической парной регрессии

Задание 1.

По данным табл. 16 построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи.

Рассчитать параметры уравнений линейной, степенной, экспоненциальной, обратной, гиперболической парной регрессии.

Таблица 16

№	X	Y
1	0,1	0,1219
2	0,4	0,1743
3	0,7	0,7286
4	1	1,6223
5	1,3	3,2761
6	1,6	5,7402
7	1,9	9,4417
8	2,2	14,8419
9	2,5	21,6135
10	2,8	31,4062

Задание 2.

Имеются следующие данные о цене на нефть (ден. ед.) и индексе акций нефтяных компаний (усл. ед.) (табл. 17).

Таблица 17

Цена на нефть (ден. ед.)	17,28	17,05	18,30	18,80	19,20	18,50
Индекс акций (усл. ед.)	537	534	550	555	560	552

По данным табл. 17:

1. Построить корреляционное поле.
2. Предполагая, что между переменными X и Y существует линейная зависимость, найти уравнение линейной регрессии.
3. Оценить тесноту связи.
4. Сделать вывод об изменениях.

Задание 3

По территории региона приводятся данные за 2019 г. (табл. 18).

Таблица 18

№ региона	Число персональных компьютеров на 100 работников организаций, ед.	Затраты на приобретение вычислительной техники и ПО, млн р.
1	75	133
2	78	125
3	81	129
4	93	153
5	86	140
6	77	135
7	85	135
8	77	132
9	89	161
10	95	159
11	72	120
12	115	160

По данным табл. 18:

1. Построить линейное уравнение парной регрессии.
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и среднюю ошибку аппроксимации.

3. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции с помощью критериев Фишера и Стьюдента.

4. Выполнить прогноз заработной платы при прогнозном значении среднедушевого прожиточного минимума, составляющем 107% от среднего уровня.

5. Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал.

6. На одном графике построить исходные данные и теоретическую прямую.

Задание 4.

Администрация страховой компании приняла решение о введении нового вида услуг – страхование на случай пожара. С целью определения тарифов по выборке из 10 случаев пожаров анализируется зависимость стоимости ущерба, нанесенного пожаром от расстояния до ближайшей пожарной станции (табл. 19).

Таблица 19

№ п/п	Общая сумма ущерба, млн.руб.	Расстояние до ближайшей станции, км
1	26,2	3,4
2	17,8	1,8
3	31,3	4,6
4	23,1	2,3
5	27,5	3,1
6	36,0	5,5
7	14,1	0,7
8	22,3	3,0
9	19,6	2,6
10	33,1	4,3

По данным табл. 19:

1. Построить диаграмму рассеяния результирующей величины (общая сумма ущерба) и независимой переменной (расстояние до ближайшей станции)
2. Определить параметры a и b уравнения парной линейной регрессии.
3. Рассчитать линейный коэффициент корреляции.
4. Проверить статистическую значимость коэффициента регрессии « b » с помощью t -критерия Стьюдента.
5. Оценить статистическую значимость построенной модели регрессии в целом с помощью F -критерия Фишера.

Задание 5.

По группе предприятий, выпускающих один и тот же вид продукции, рассматриваются функции издержек:

$$y = \alpha + \beta x;$$

$$y = \alpha x^\beta;$$

$$y = \alpha \beta^x;$$

$$y = \alpha + \beta / x;$$

где y – затраты на производство, тыс. д. е.,

x – выпуск продукции, тыс. ед.

Требуется по данным табл. 20:

1. Построить уравнения парной регрессии Y от X :
 - линейное;
 - степенное;
 - показательное;
 - равносторонней гиперболы.
2. Рассчитать линейный коэффициент парной корреляции и коэффициент детерминации. Сделать выводы.
3. Оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом.
4. Оценить статистическую значимость параметров регрессии и корреляции.

5. Выполнить прогноз затрат на производство при прогнозном выпуске продукции, составляющем 195 % от среднего уровня.

6. Оценить точность прогноза, рассчитать ошибку прогноза и его доверительный интервал.

7. Оценить модель через среднюю ошибку аппроксимации.

Таблица 20

№	X	Y
1	78	133
2	82	148
3	87	134
4	79	154
5	89	162
6	106	195
7	67	139
8	88	158
9	73	152
10	87	162
11	76	159
12	115	173

Задание 6.

На основе данных табл. 21 требуется:

Таблица 21

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Y	107	109	110	113	120	122	123	128	136	140	145

1. Рассчитать коэффициент линейной парной корреляции и построить уравнение линейной парной регрессии одного признака от другого. Один из признаков будет играть роль факторного (X), другой – результативного (Y). Причинно-

следственные связи между признаками установить самим на основе экономического анализа. Пояснить смысл параметров уравнения.

2. Определить теоретический коэффициент детерминации и остаточную (необъясненную уравнением регрессии) дисперсию. Сделать вывод.

3. Оценить статистическую значимость уравнения регрессии в целом на пятипроцентном уровне с помощью F-критерия Фишера. Сделать вывод.

4. Выполнить прогноз ожидаемого значения признака-результата Y при прогнозном значении признака-фактора X , составляющим 105% от среднего уровня X . Оценить точность прогноза, рассчитав ошибку прогноза и его доверительный интервал с вероятностью 0,95.

Рекомендации и проверочные таблицы к решению задач

Тема 2.

Задание 3. Алгоритм решения

1. Составить таблицу расчетов 22.

Таблица 22

	x	x^2	y	xy	y^2
	29,0	841,0	22,5	652,5	506,3
	36,2	1310,4	25,8	934,0	665,6
	28,9	835,2	20,8	601,1	432,6
	32,4	1049,8	15,2	492,5	231,0
	49,7	2470,1	25,8	1282,3	665,6
	38,1	1451,6	19,4	739,1	376,4
	30,0	900,0	18,2	546,0	331,2
	32,6	1062,8	21,0	684,6	441,0
	27,5	756,3	16,4	451,0	269,0
	39,0	1521,0	23,5	916,5	552,3
	27,5	756,3	18,8	517,0	353,4
	31,2	973,4	17,5	546,0	306,3
Σ	402,1	13927,8	244,9	8362,6	5130,7
Среднее значение	33,5	1160,7	20,4	696,9	427,6
σ	6,43	-	3,47	-	-
σ^2	41,28	-	12,06	-	-

2. Определить «а» и «b» для составления линейного уравнения регрессии ($y = 9,446 + 0,327x$).

3. Рассчитать коэффициент корреляции ($r_{xy} = 0,606$).

4. Оценить связь между признаком Y и фактором X (связь заметная).

5. Рассчитать коэффициент детерминации – квадрат коэффициента или индекса корреляции.

($R^2 = 0,606^2 = 0,367$, т.е. 36,7% результата объясняется вариацией объясняющей переменной).

6. Для оценки качества модели определяется средняя ошибка аппроксимации, допустимые значения которой 8-10 %.

Тема 3.

Задание 2. Алгоритм решения

1. Построить корреляционное поле, для чего определить в системе координат 6 точек, соответствующих данным парам значений признаков.

По расположению точек на рисунке определить, может ли зависимость между компонентами и двумерной дискретной случайной величиной выражаться линейным уравнением регрессии.

2. В случае, если установлена линейная зависимость, необходимо составить расчетную таблицу (пример в табл. 22).

Таблица 22

№	X	Y	X ²	Y ²	X Y
1	17,28	537	298,5984	288369	9279,36
2	17,05	534	290,7025	285156	9104,7
3	18,3	550	334,89	302500	10065
4	18,8	555	353,44	308025	10434
5	19,2	560	368,64	313600	10752
6	18,5	552	342,25	304704	10212
Σ	109,13	3288	1988,521	1802354	59847,06

3. Для определения уравнения линейной регрессии необходимо найти коэффициенты уравнения регрессии. Один из применяемых методов - метод наименьших квадратов, для его использования необходимо составить и решить систему нормальных уравнений.

4. Уравнение парной линейной регрессии получается путем подставления в составленную систему нормальных уравнений числовых значений и решения ее.

5. Вычислить коэффициент линейной корреляции.

6. Вывод о наличии и тесноте связи между ценой на нефть и индексом акций делается на основе величины коэффициента корреляции.

(Ответ: уравнение линейной регрессии позволяет определить, что с увеличением цены на нефть на 1 ден.ед. цена акций увеличивается на 12,078 ед. Коэффициент корреляции очень близок к единице, т.е. между исследуемыми величинами существует очень тесная связь).

Задание 3. Алгоритм решения

1. Построить расчетную таблицу для расчета параметров уравнения линейной регрессии (см. пример в табл. 23; при необходимости добавить недостающие параметры).

2. Составить уравнение линейной регрессии и сделать вывод по зависимости возрастания затрат на приобретение вычислительной техники и ПО от количества персональных компьютеров на 100 работников организаций.

3. Оценить тесноту линейной связи с помощью коэффициента корреляции; определить коэффициент детерминации (69.2 % вариации затрат объясняется вариацией фактора – количества ПК).

4. Оценить качество модели с помощью средней ошибки аппроксимации (качество построенной модели оценивается как хорошее, если средняя ошибка аппроксимации не превышает 8-10%).

Таблица 23

№	x	y	xy	x ²	y ²
1	75	133	9975	5625	17689
2	78	125	9750	6084	15625
3	81	129	10449	6561	16641
4	93	153	14229	8649	23409
5	86	140	12040	7396	19600
6	77	135	10395	5929	18225
7	85	135	11475	7225	18225
8	77	132	10164	5929	17424
9	89	161	14329	7921	25921
10	95	159	15105	9025	25281
11	72	120	8640	5184	14400
12	115	160	18400	13225	25600
Итого	1023	1682	144951	88753	238040
Среднее значение	85.250	140.167	12079.250	7396.083	19836.667
	11.337	13.783			
	128.521	189.972			

5. Провести оценку статистической значимости параметров регрессии с помощью t–статистики Стьюдента и путем расчета доверительного интервала каждого из показателей.

6. Использовать полученные оценки уравнения регрессии для прогнозирования изменения величины затрат на приобретение вычислительной техники и ПО.

7. Определить предельную ошибку прогноза, которая в 95% случаев не будет превышена

8. Построить исходные данные и теоретическую прямую.

Задание 5. Алгоритм решения

1. Определение вида уравнения ($y = \alpha + \beta x$).

2. Рассчитать параметры уравнения регрессии: средние значения, величину дисперсии, среднеквадратическое отклонение (табл. 24).

Таблица 24

x	y	x ²	y ²	x · y	y(x)	(y-y) ²	(y-y(x)) ²	(x-x _p) ²
78	133	6084	17689	10374	142.16	115.98	83.83	1
82	148	6724	21904	12136	148.61	17.9	0.37	9
87	134	7569	17956	11658	156.68	95.44	514.26	64
79	154	6241	23716	12166	143.77	104.67	104.67	0
89	162	7921	26244	14418	159.9	332.36	4.39	100
106	195	11236	38025	20670	187.33	2624.59	58.76	729
67	139	4489	19321	9313	124.41	22.75	212.95	144
88	158	7744	24964	13904	158.29	202.51	0.08	81
73	152	5329	23104	11096	134.09	67.75	320.84	36
87	162	7569	26244	14094	156.68	332.36	28.33	64
76	159	5776	25281	12084	138.93	231.98	402.86	9
115	173	13225	29929	19895	201.86	854.44	832.66	1296
		0	0	0	16.3	20669.59	265.73	6241
1027	1869	89907	294377	161808	1869	25672.31	2829.74	8774

3. Рассчитать коэффициент корреляции для определения вида и тесноты связи между признаком Y фактором X (связь сильная и прямая).

4. Составить уравнение регрессии.

5. Рассчитать коэффициент детерминации ($R^2=0,94^2 = 0,89$, т.е. в 88,9774 % случаев изменения X приводят к изменению Y. Точность подбора уравнения регрессии – высокая).

6. Оценить параметры уравнения регрессии: По таблице Стьюдента найти $T_{табл} = (n-m-1; \alpha/2) = (11; 0.05/2) = 1.796$. (Поскольку $T_{набл} > T_{табл}$, то гипотеза о равенстве коэффициента корреляции 0 отклоняется. Коэффициент корреляции является статистически значимым).

7. Рассчитать границы интервала, в котором будет сосредоточено 95% возможных значений Y при неограниченно большом числе наблюдений и $X = 1 (-20.41; 56.24)$.

8. Проверить гипотезу относительно коэффициентов линейного уравнения регрессии:

1) t -статистика (статистическая значимость коэффициента регрессии a подтверждается, коэффициента регрессии b - не подтверждается);

2) F -статистика ($F_{кр} = 4.84$. Поскольку $F > F_{кр}$, то коэффициент детерминации является статистически значимым).

Задание 6. Алгоритм решения

1. Определить вид уравнения ($y = ax + b$).

2. Определить средние значения, дисперсию, средне-квадратическое отклонение (см. табл. 25).

Таблица 25

x	y	x ²	y ²	x·y	y(x)	(y _i -y) ²	(y-y(x)) ²	(x-x _p) ²
1	107	1	11449	107	103.19	333.06	14.5	30.25
2	109	4	11881	218	107.2	264.06	3.23	20.25
3	110	9	12100	330	111.21	232.56	1.47	12.25
4	113	16	12769	452	115.22	150.06	4.95	6.25
5	120	25	14400	600	119.23	27.56	0.59	2.25
6	122	36	14884	732	123.24	10.56	1.55	0.25
7	123	49	15129	861	127.26	5.06	18.11	0.25
8	128	64	16384	1024	131.27	7.56	10.67	2.25
9	136	81	18496	1224	135.28	115.56	0.52	6.25
10	140	100	19600	1400	139.29	217.56	0.51	12.25
11	145	121	21025	1595	143.3	390.06	2.9	20.25
12	150	144	22500	1800	147.31	612.56	7.25	30.25

3. Рассчитать коэффициент корреляции и установить тип и тесноту связи между признаком Y и фактором X по шкале Чеддока.

4. Составить уравнение регрессии.

5. Определить коэффициент регрессии: ($k = a = 4.01$) и коэффициент детерминации $R^2 = 0.99^2 = 0.97$. (В 97% случаев изменения X приводят к изменению Y . Точность подбора уравнения регрессии высокая. Остаточная дисперсия 3%).

6. Определить значимость коэффициента корреляции путем выдвижения гипотез:

$H_0: r_{xy} = 0$, нет линейной взаимосвязи между переменными;
 $H_1: r_{xy} \neq 0$, есть линейная взаимосвязь между переменными.
 Для того чтобы при уровне значимости α проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции нормальной двумерной случайной величины при конкурирующей гипотезе $H_1 \neq 0$, надо вычислить наблюдаемое значение критерия (величина случайной ошибки).

По таблице Стьюдента определяется $t_{\text{табл}} (n-m-1; \alpha/2) = (10; 0.025) = 2.228$

Поскольку $T_{\text{набл}} > t_{\text{табл}}$, то гипотеза о равенстве коэффициента корреляции 0 отклоняется, т.е., коэффициент корреляции статистически значим.

7. Определить интервальную оценку для коэффициента корреляции (доверительный интервал):

$$r - \Delta_r \leq r \leq r + \Delta_r$$

$$\Delta_r = \pm t_{\text{табл}} m_r = \pm 2.228 \cdot 0.0529 = 0.118$$

$$0.986 - 0.118 \leq r \leq 0.986 + 0.118$$

Доверительный интервал для коэффициента корреляции: $0.868 \leq r \leq 1$.

8. Рассчитать границы интервала, в котором будет сосредоточено 95% возможных значений Y при неограниченно большом числе наблюдений и $X = 7$.

$$(122.4; 132.11)$$

1) t-статистика:

$$(a - t_a S_a; a + t_a S_a) (3.6205; 4.4005)$$

$$(b - t_b S_b; b + t_b S_b) (96.3117; 102.0519)$$

2) F-статистика: $F_{\text{кр}} = 4.96$.

Поскольку $F > F_{\text{кр}}$, то коэффициент детерминации статистически значим (см. критерий Фишера).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Основная литература:

1. Катышев П.К. Сборник задач к начальному курсу эконометрики / П. К. Катышев, А. А. Персецкий. – М.: Дело, 2009. – 125 с.
2. Практикум по эконометрике: Учеб. пособие / И.И. Елисеева [и др.]. – М.: Финансы и статистика, 2012. – 192 с.
3. Эконометрика: Учебник / ред. И.И. Елисеева. – М.: Финансы и статистика, 2012. – 344 с.

Дополнительная литература:

1. Айвазян С.А. Прикладная статистика и основы эконометрики / С. А. Айвазян, В. С. Мхитарян. – М.: ЮНИТИ, 1998. – 234 с.
2. Воронежский статистический ежегодник. 2018: Стат. сб. / Воронежстат. – Воронеж, 2018. – 336 с.
3. Магнус Я.Р. Эконометрика. Начальный курс: Учеб. / Я. Р. Магнус, П. К. Катышев, А. А. Персецкий. – М.: Дело, 2001. – 400 с.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению практических заданий по дисциплине
«Математические методы в экономике»
для студентов направления 38.03.05. «Бизнес-информатика»
(профиль «Информационные системы»)
всех форм обучения

Составитель:
Бейнар Ирина Анатольевна

Компьютерный набор И. А. Бейнар

Подписано к изданию _____.
Уч.-изд. л. _____.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14