

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики и механики

**АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ
ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению курсовой работы по дисциплине
«Математический анализ»
для студентов специальности 24.05.02
«Проектирование авиационных и ракетных двигателей»
всех форм обучения

Воронеж 2021

УДК 517(07)
ББК 22.161я7

Составители:

докт. техн. наук А. А. Хвостов,
канд. физ.-мат. наук А. В. Ряжских,
канд. физ.-мат. наук Е. А. Соболева

Анализ динамики сложных линейных систем: методические указания к выполнению курсовой работы по дисциплине «Математический анализ» для студентов специальности 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А. А. Хвостов, А. В. Ряжских, Е. А. Соболева. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. - 24 с.

Содержат комплекс заданий и методических рекомендаций к выполнению курсовой работы по дисциплине «Математический анализ». Выполнение предусмотренных заданий позволит студентам закрепить теоретические знания и приобрести необходимые практические навыки.

Предназначены для студентов специальности 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» всех форм обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле KR_RD_Math.pdf.

Ил. 6. Библиогр.: 5 назв.

УДК 517(07)
ББК 22.161я7

Рецензент - Т. И. Костина, канд. физ.-мат. наук, доцент
кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Цель методических указаний - научить студентов самостоятельно синтезировать систему интегро-дифференциальных уравнений, а также ее решать с помощью интегрального преобразования Лапласа.

Системный анализ процессов передачи информации является важнейшим элементом при изучении количественных соотношений в различных предметно-ориентированных областях науки

Методические указания составлены по программе дисциплины «Математический анализ» для студентов направления 24.05.02 «Проектирование авиационных и ракетных двигателей» Воронежского государственного технического университета.

В настоящих указаниях предлагается разобранный типовой вариант с составлением системы уравнений на основе представленной схемы, используя понятия передаточной функции.

В начале приводятся краткие сведения о преобразовании Лапласа, а также его свойства; характеризуются основные элементы с помощью соответствующих математических записей. Особое внимание уделяется синтезу модели, описывающую данную систему. В конце представлены набор схем и входных функций для составления индивидуального варианта

ТИПОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ

Будем рассматривать линейные цепи с постоянными и сосредоточенными параметрами математическая модель которых представляется неоднородными обыкновенными дифференциальными уравнениями n - го порядка с постоянными коэффициентами

$$a_0 \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_{n-1} \frac{dy(t)}{dt} + a_n y(t) = x(t),$$

где $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}, a_n$ - константы, характеризующие функционирование элемента во времени; $x(t), y(t)$ - входная и выходная функции из элемента цепи (рис.1); t - текущее время.



Рис. 1. Схематическое изображение элемента цепи

На практике ограничиваются уравнениями модели до 2-го порядка включительно. Поэтому назовем элементы, которые описываются дифференциальными уравнениями не выше второго порядка ($n \leq 2$), типовыми элементами и проведем их классификацию:

1) усилительный элемент:

$$y(t) = k \cdot x(t), \text{ где } k > 0 - \text{коэффициент усиления.}$$

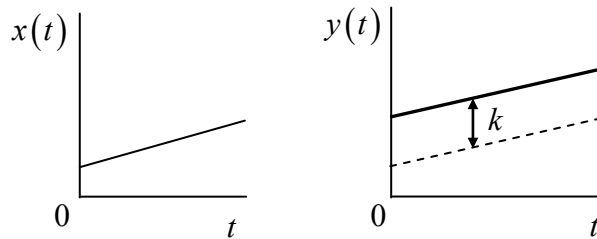


Рис. 2. Характеристика усилительного элемента

2) интегрирующий элемент:

$$y(t) = \int_0^t k \cdot x(t) dt.$$

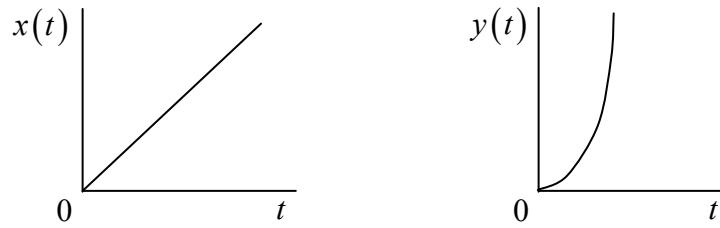


Рис. 3. Характеристика интегрирующего элемента

Пусть, например, $k = 1$, $x(t) = t$, тогда $y(t) = 0,5t^2$.

3) апериодический устойчивый элемент:

$$T \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t),$$

где $T, k = const$. Из физических соображений следует, что в начальный момент времени сигнал на выходе из элемента отсутствует, т.е.

$$y(0) = 0.$$

Решение такой задачи Коши имеет вид

$$y(t) = \frac{k}{T} e^{-\frac{t}{T}} \int_0^t x(t) e^{\frac{t}{T}} dt.$$

В частности, если $x(t) = 1$, то

$$y(t) = \frac{k}{T^2} \left(1 - e^{-\frac{t}{T}} \right).$$

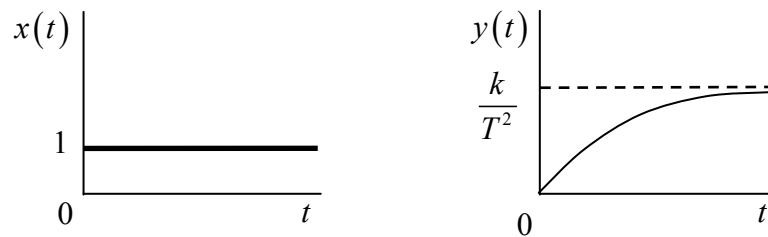


Рис. 4. Характеристика апериодического элемента

4) апериодический неустойчивый элемент:

$$T \frac{dy(t)}{dt} - y(t) = k \cdot x(t).$$

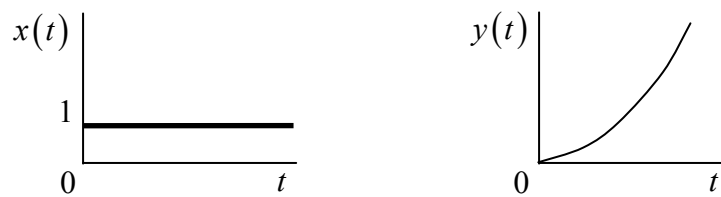


Рис. 5. Характеристика аperiodического неустойчивого элемента

В этом случае при $y(0) = 0$ и $x(t) = 1$ имеем

$$y(t) = \frac{k}{T^2} \left(e^{\frac{t}{T}} - 1 \right).$$

5) дифференцирующий идеальный элемент:

$$y(t) = k \frac{dx(t)}{dt},$$

где $k > 0$ - постоянная величина. Для получения изменения выходного сигнала необходимо продифференцировать входной сигнал $x(t)$.

Разновидностью дифференциального идеального элемента является дифференциальный элемент 1-го порядка.

$$y(t) = k \left[x(t) + T \frac{dx(t)}{dt} \right].$$

6) запаздывающий элемент:

$$y(t) = k \cdot x(t - \tau),$$

где $k > 0$ - постоянная величина; τ - время сдвига.

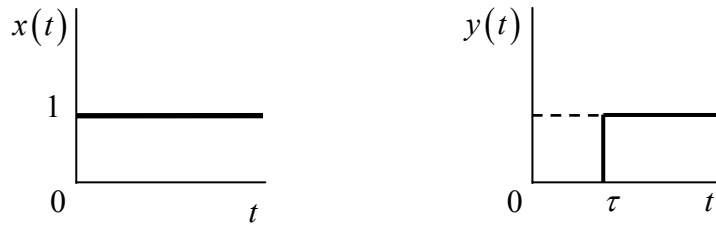


Рис. 6. Характеристика запаздывающего элемента

7) колебательный элемент:

$$\frac{1}{\omega^2} \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega} \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k \cdot x(t),$$

где ω , ξ , k - постоянные величины. Вновь из физических соображений замыкаем уравнение до задачи Коши

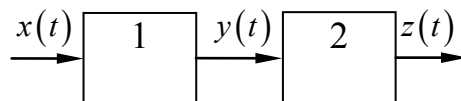
$$y(0) = y'(0) = 0.$$

При $\xi \geq 1$ - апериодический выход; $\xi < 1$ - колебательный выход.

КОМБИНАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ

Последовательное соединение

Пусть элементы 1 и 2 являются апериодическими устойчивыми, тогда для первого элемента имеем:



$$T_1 \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = k_1 \cdot x(t). \quad (1)$$

Для второго элемента входной функцией служит выходная функция из первого элемента, поэтому для него запишем

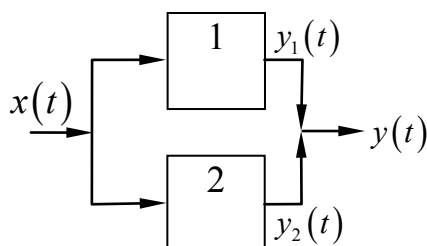
$$T_2 \frac{dz(t)}{dt} + z(t) = k_2 \cdot y(t). \quad (2)$$

К уравнениям (1) и (2) добавляются начальные условия

$$y(0) = z(0) = 0. \quad (3)$$

Т.о. математическое описание функционирования такой системы сводится к решению задачи Коши (1) – (3).

Параллельное соединение



Пусть вновь элементы 1 и 2 являются аperiodическими устойчивыми, тогда для первого элемента

$$T_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = k_1 \cdot x(t), \quad (4)$$

для второго элемента

$$T_2 \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = k_2 \cdot x(t), \quad (5)$$

уравнения (4) и (5), дополненные начальным условиям

$$y_1(0) = y_2(0) = 0 \quad (6)$$

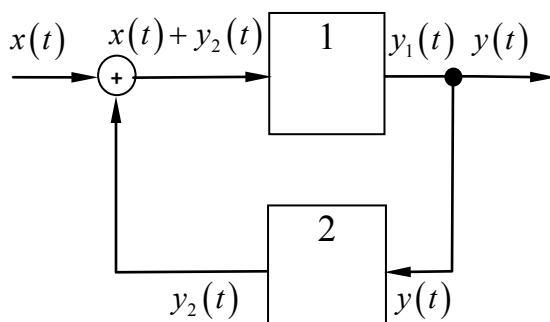
описывают функционирование указанного соединения с результатом

$$y(t) = y_1(t) + y_2(t). \quad (7)$$

Соединение с обратной связью

Если выходная функция через какой-либо (или какие-либо) элемент подается на вход и складывается с входной, то такая связь называется обратной положительной.

По-прежнему считаем элементы 1 и 2 аperiodическими устойчивыми, тогда



согласно схеме для первого элемента получим

$$T_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = k(x(t) + y_2(t)), \quad (8)$$

а для второго

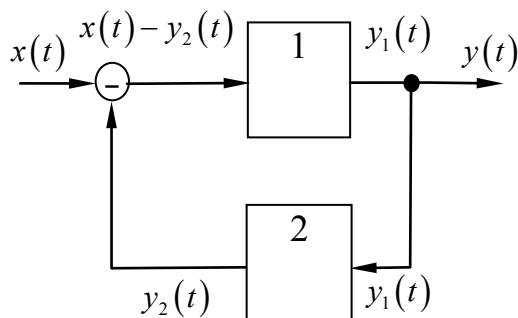
$$T_2 \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = y_1(t), \quad (9)$$

с соответствующими начальными условиями

$$y_1(0) = y_2(0) = 0. \quad (10)$$

Если выходная функция, через какой либо элемент подается на вход и вычитается из входной функцией, то такая связь называется обратной отрицательной.

Математическое описание при тех же предположениях об элементах 1 и 2 таково



$$T_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = k(x(t) - y_2(t)), \quad (11)$$

$$T_2 \frac{dy_2(t)}{dt} + y_2(t) = y_1(t), \quad (12)$$

$$y_1(0) = y_2(0) = 0. \quad (13)$$

Вывод. Если комбинация элементов и их соединение в системе представляет собой сложную схему, то получение выходной функции по известной входной в явном виде может представлять собой весьма трудную проблему. Поэтому анализ таких цепей проводится с помощью интегрального преобразования Лапласа.

ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ИНТЕГРАЛЬНОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ЛАПЛАСА

Преобразование Лапласа – математический метод, позволяющий сравнительно просто решать линейные дифференциальные уравнения. В результате преобразования дифференциальное уравнение (оригинал) приобретает форму алгебраического уравнения (изображения), в котором в качестве независимой переменной вместо времени t используется комплексная переменная s . Применяя к решению полученного алгебраического уравнения обратное преобразование Лапласа, находим решение исходного дифференциального уравнения.

Преобразование Лапласа для функции, зависящий от времени, записывается в виде:

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) e^{-st} dt,$$

где $F(s)$ - функция комплексной переменной s ; L - оператор преобразования Лапласа.

Свойства преобразования Лапласа

1) *линейность*

Если функции $f_1(t)$ и $f_2(t)$ являются оригиналами и их изображения есть соответственно $F_1(s)$ и $F_2(s)$, то

$$L[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha F_1(s) + \beta F_2(s),$$

где $\alpha, \beta = const$.

2) *дифференцирование оригинала*

$$L[f^n(t)] = s^n F(s) - s^{n-1} f(0) - s^{n-2} f'(0) - \dots - f^{(n-1)}(0).$$

3) *интегрирование интеграла*

$$L\left[\int_0^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}.$$

4) *изменение масштаба*

$$L[f(at)] = \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right), \quad a > 0.$$

5) сдвиг аргумента у оригинала

$$L[f(t-b)] = F(s)e^{-bs}, \quad b > 0 \text{ и, если } f(t) = 0 \text{ для } t \leq 0.$$

6) свертка оригиналов

Пусть

$$f_1 * f_2 = \int_0^t f_1(\tau) f_2(t-\tau) d\tau,$$

тогда

$$L[f_1 * f_2] = F_1(s)F_2(s).$$

7) дифференцирование и интегрирование по параметру

$$L\left[\frac{\partial}{\partial \alpha} f(t, \alpha)\right] = \frac{\partial}{\partial \alpha} F(s, \alpha); \quad L\left[\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} f(t, \alpha) d\alpha\right] = \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} F(s, \alpha) d\alpha.$$

8) дифференцирование изображения

$$L[(-1)^n t^n f(t)] = F^{(n)}(s).$$

9) интегрирование изображения

$$L\left[\frac{1}{t} f(t)\right] = \int_s^{\infty} F(s) ds.$$

10) сдвиг аргумента у изображения

$$L[f(t)e^{at}] = F(s-a).$$

ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Передающей функцией элемента $W(s)$ называется отношение изображения выходного сигнала $L[y(t)]$ к изображению входного сигнала $L[x(t)]$ при нулевых начальных условиях, т.е.

$$W(s) = \frac{L[y(t)]}{L[x(t)]}.$$

Согласно этому определению передаточные функции типовых элементов цепей таковы:

1) *усилительный элемент*

Т.к. $L[y(t)] = L[kx(t)] = kL[x(t)]$, то

$$W(s) = k.$$

2) *интегрирующий элемент*

Продифференцируем по t ,

$$y(t) = \int_0^t kx(t) dt,$$

получим

$$y'(t) = kx(t),$$

тогда $L\left[\frac{dy(t)}{dt}\right] = sL[y(t)] - y(0) = sL[y(t)]$, а $L[kx(t)] = kL[x(t)]$, поэтому

$$sL[y(t)] = kL[x(t)],$$

откуда

$$W(s) = \frac{k}{s}.$$

3) *апериодический устойчивый элемент*

Т.к.

$$L\left\{T \frac{dy(t)}{dt} + y(t)\right\} = L[kx(t)],$$

то

$$TL\left[\frac{dy(t)}{dt}\right] + L[y(t)] = kL[x(t)],$$

откуда

$$T\{sL[y(t)] - y(0)\} + L[y(t)] = kL[x(t)],$$

ввиду того, что $y(0) = 0$, получим

$$(Ts + 1)L[y(t)] = kL[x(t)],$$

т.е.

$$W(s) = \frac{k}{Ts + 1}.$$

4) апериодический неустойчивый элемент

Рассуждая аналогично предыдущему, получим

$$W(s) = \frac{k}{Ts - 1}.$$

5) дифференцирующий идеальный элемент

Имеем

$$L[y(t)] = L\left[k \frac{dx(t)}{dt}\right],$$

откуда

$$L[y(t)] = k\{sL[x(t)] - x(0)\},$$

считая, что входной сигнал равен 0, получим

$$W(s) = ks.$$

6) запаздывающий элемент

Применим оператор L :

$$L[y(t)] = kL[x(t - \tau)] = kL[x(t)]e^{-\tau s},$$

поэтому

$$W(s) = ke^{-\tau s}.$$

7) колебательный элемент

Применим оператор L :

$$\frac{1}{\omega^2}\{s^2L[y(t)] - sy(0) - y'(0)\} + \frac{2\xi}{\omega}\{sL[y(t)] - y(0)\} + L[y(t)] = L[kx(t)],$$

т.к. $y(0) = y'(0) = 0$, то

$$\frac{s^2}{\omega^2}L[y(t)] + \frac{2\xi}{\omega}sL[y(t)] + L[y(t)] = kL[x(t)],$$

откуда

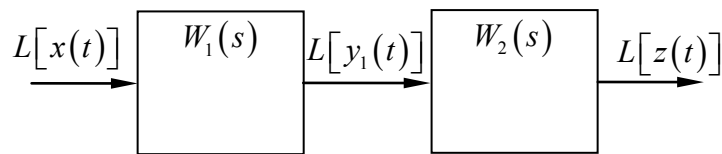
$$L[y(t)]\left(\frac{s^2}{\omega^2} + \frac{2\xi}{\omega}s + 1\right) = kL[x(t)],$$

поэтому

$$W(s) = \frac{k\omega^2}{s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2}.$$

ОПИСАНИЕ КОМБИНАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ

Последовательное соединение

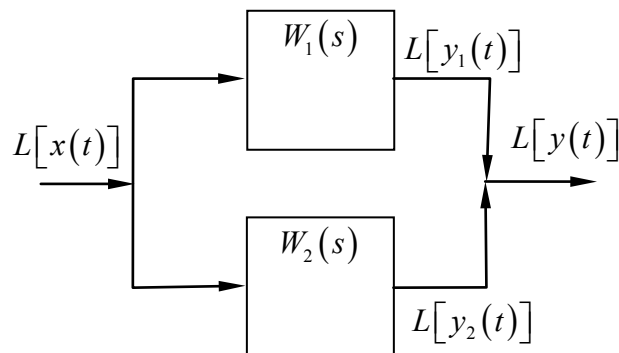


Передаточная функция последовательного соединения

$$W(s) = W_1(s)W_2(s),$$

которая обобщается на n элементов.

Параллельное соединение

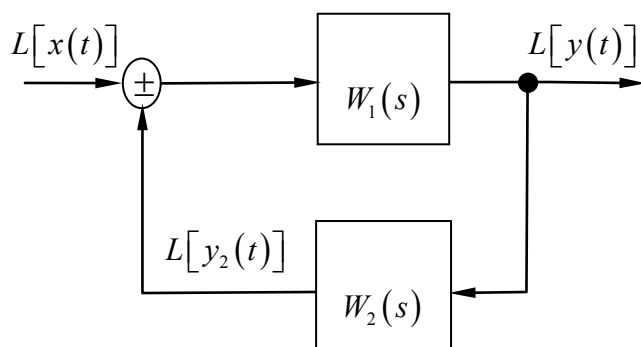


Передаточная функция параллельного соединения

$$W(s) = W_1(s) + W_2(s),$$

которая обобщается на n элементов.

Обратная связь



Передаточная функция обратной положительной связи

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 - W_1(s)W_2(s)}.$$

Передаточная функция обратной отрицательной связи

$$W(s) = \frac{W_1(s)}{1 + W_1(s)W_2(s)}.$$

ПЕРЕХОД ОТ ИЗОБРАЖЕНИЯ К ОРИГИНАЛУ

Восстановление выходной функции по передаточной функции осуществляется по формуле

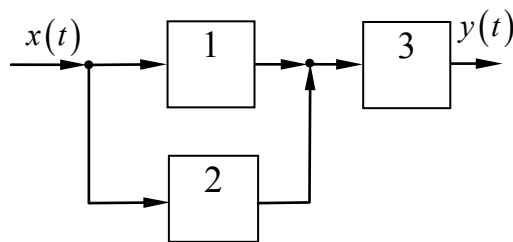
$$y(t) = L^{-1}\{W(s)L[x(t)]\}.$$

Для нахождения обратного преобразования Лапласа можно использовать:

- таблицу преобразований Лапласа;
- разложение в правильную рациональную дробь, и дальнейшее использование свойств Лапласа;
- вторую теорему разложения с помощью вычетов.

ПРИМЕР ВЫПОЛНЕНИЯ ТИПОВОГО ВАРИАНТА

Вариант № 0



1 – аperiodический устойчивый элемент с характеристиками $T_1 = 0,5$; $k_1 = 0,2$;

2 – интегрирующий элемент с характеристиками $k_2 = 0,1$;

3 – запаздывающий элемент с характеристиками $\tau_3 = 0,3$; $k_3 = 1$.

Входной сигнал: $x(t) = 1(t)$.

Получить:

1. Математическое описание в виде задачи Коши для системы дифференциальных уравнений и получить ее решение методом интегрального преобразования Лапласа.
2. Математическое описание с помощью передаточных функций и найти оригинал изображения с помощью стандартных таблиц.
3. Построить график для $y(t)$.

Вводная часть

Рекомендуется проанализировать раздел «Введение», выбрав из классификации типовых элементов только те, которые встречаются в задании.

1. Теоретическая часть (с новой страницы)

1.1. Математическое описание в виде задачи Коши

Представленная система состоит из параллельного соединения элементов 1 и 2, которые состыкуются последовательно с элементом 3.

Математическое описание элемента 1 таково:

$$T_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t) = k_1 x(t) \quad (1)$$

Математическое описание элемента 2 таково:

$$y_2(t) = \int_0^t k_2 x(t) dt. \quad (2)$$

Т.о. входной сигнал для элемента 3 формируется в виде

$$z(t) = y_1(t) + y_2(t), \quad (3)$$

тогда математическое описание для элемента 3 будет

$$y(t) = k_3 z(t - \tau_3). \quad (4)$$

Математическое описание (1) – (4) дополняется начальным условием

$$y_1(0) = 0. \quad (5)$$

Т.о. в результате получено математическое описание представленной цепи в виде задачи Коши.

1.2. Решение задачи Коши

Применим к системе (1) – (5) интегральное преобразование Лапласа:

$$L\left[T_1 \frac{dy_1(t)}{dt} + y_1(t)\right] = L[k_1 x(t)]; \quad (6)$$

$$L[y_2(t)] = L\left[\int_0^t k_2 x(t) dt\right]; \quad (7)$$

$$L[z(t)] = L[y_1(t)] + L[y_2(t)]; \quad (8)$$

$$L[y(t)] = L[k_3 z(t - \tau_3)]; \quad (9)$$

Обозначим:

$$L[y_1(t)] = Y_1(s); \quad L[x(t)] = X(s);$$

$$L[y_2(t)] = Y_2(s); \quad L[y(t)] = Y(s); \quad L[z(t)] = Z(s),$$

тогда система (6) – (9) примет вид:

$$T_1 s L[y_1(t)] + L[y_1(t)] = k_1 L[x(t)];$$

$$L[y_2(t)] = k_2 \frac{L[x(t)]}{s};$$

$$L[z(t)] = L[y_1(t)] + L[y_2(t)];$$

$$L[y(t)] = k_3 L[z(t)] e^{-\tau_3 s},$$

а с учетом принятых обозначений

$$\begin{cases} T_1 s Y_1(s) + Y_1(s) = k_1 X(s); \\ Y_2(s) = k_2 \frac{X(s)}{s}; \\ Z(s) = Y_1(s) + Y_2(s); \\ Y(s) = k_3 Z(s) e^{-\tau_3 s}. \end{cases} \quad (10)$$

Система (10) представляет собой систему алгебраических уравнений.
Из 1-го уравнения найдем

$$Y_1(s) = \frac{k_1}{T_1 s + 1} X(s),$$

тогда

$$Z(s) = \left(\frac{k_1}{T_1 s + 1} + \frac{k_2}{s} \right) X(s),$$

поэтому

$$Y(s) = k_3 \left(\frac{k_1}{T_1 s + 1} + \frac{k_2}{s} \right) e^{-\tau_3 s} X(s). \quad (11)$$

Т.к. $x(t) = 1$, то $L[x(t)] = X(s) = \frac{1}{s}$,

поэтому изображение выходного сигнала есть

$$Y(s) = \frac{k_3}{s} \left(\frac{k_1}{T_1 s + 1} + \frac{k_2}{s} \right) e^{-\tau_3 s} \quad (12)$$

Найдем оригинал (12). Сначала найдем оригинал предэкспоненциального множителя, т.е.

$$\begin{aligned} L^{-1}\left[\frac{k_3}{s}\left(\frac{k_1}{T_1s+1}+\frac{k_2}{s}\right)\right] &= L^{-1}\left[\frac{k_1k_3}{s(T_1s+1)}+\frac{k_2k_3}{s^2}\right]= \\ &= L^{-1}\left[\frac{k_1k_3}{s(T_1s+1)}\right]+L^{-1}\left[\frac{k_2k_3}{s^2}\right]. \end{aligned}$$

По таблице преобразований Лапласа находим

$$L^{-1}\left[\frac{1}{(s-a)(s-b)}\right]=\frac{1}{a-b}(e^{at}-e^{bt}),$$

положив $a=0$; $b=-\frac{1}{T_1}$, находим

$$L^{-1}\left[\frac{k_1k_3}{T_1s\left(s+\frac{1}{T_1}\right)}\right]=\frac{k_1k_3}{T_1}T_1\left(1-e^{-\frac{t}{T_1}}\right)=k_1k_3\left(1-e^{-\frac{t}{T_1}}\right).$$

По таблице преобразований Лапласа находим

$$L^{-1}\left[\frac{1}{s^2}\right]=t, \text{ тогда} \quad L^{-1}\left[\frac{k_2k_3}{s^2}\right]=k_2k_3t.$$

Отсюда следует:

$$L^{-1}\left[\frac{k_3}{s}\left(\frac{k_1}{T_1s+1}+\frac{k_2}{s}\right)\right]=k_1k_3\left(1-e^{-\frac{t}{T_1}}\right)+k_2k_3t$$

Воспользовавшись свойством сдвига аргумента у оригинала, получим

$$y(t)=k_1k_3\left[1-e^{-\frac{(t-\tau_3)}{T_1}}\right]+k_2k_3(t-\tau_3), \quad (13)$$

но т.к. из физического смысла при $t \leq \tau_3$ $y(t) = 0$, то соотношение (13) в расчетах необходимо использовать только для $t > \tau_3$.

1.3. Математическое описание с помощью передаточных функций

Пусть $W_1(s)$, $W_2(s)$, $W_3(s)$ - передаточные функции элементов 1, 2, 3, тогда передаточная функция цепи будет

$$W(s) = [W_1(s) + W_2(s)]W_3(s).$$

Т.к. передаточные функции элементов имеют вид

$$W_1(s) = \frac{k_1}{T_1s + 1}; \quad W_2(s) = \frac{k_2}{s}; \quad W_3(s) = k_3 e^{-\tau_3 s},$$

то

$$W(s) = \left(\frac{k_1}{T_1s + 1} + \frac{k_2}{s} \right) k_3 e^{-\tau_3 s}, \quad (14)$$

но по определению

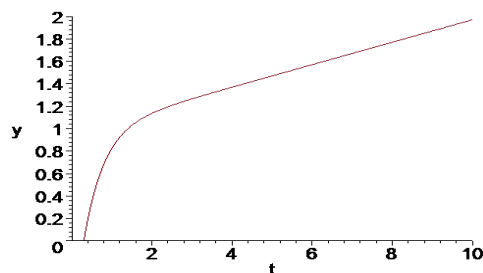
$$W(s) = \frac{Y(s)}{X(s)},$$

а $X(s) = \frac{1}{s}$, получим идентичный результат с (12), что позволяет воспользоваться найденным выражением для $y(t)$ по формуле (13).

2. Практическая часть.

2.1. Листинг кода для проведения вычислительного эксперимента

```
> restart;
> k1:=1:k2:=0.1:k3:=1:T1:=0.5:tau3:=0.3:
> y(t):=k1*k3*(1-exp(-(t-tau3)/T1))+k2*k3*(t-tau3):
> plot( y(t), t=0..10,labels=[t,'y'], view=[0..10,0..2]);
```



2.2. Графический материал и его анализ

Физический смысл имеет только та часть графика, которая находится правее вертикальной асимптоты $t = 0,3$.

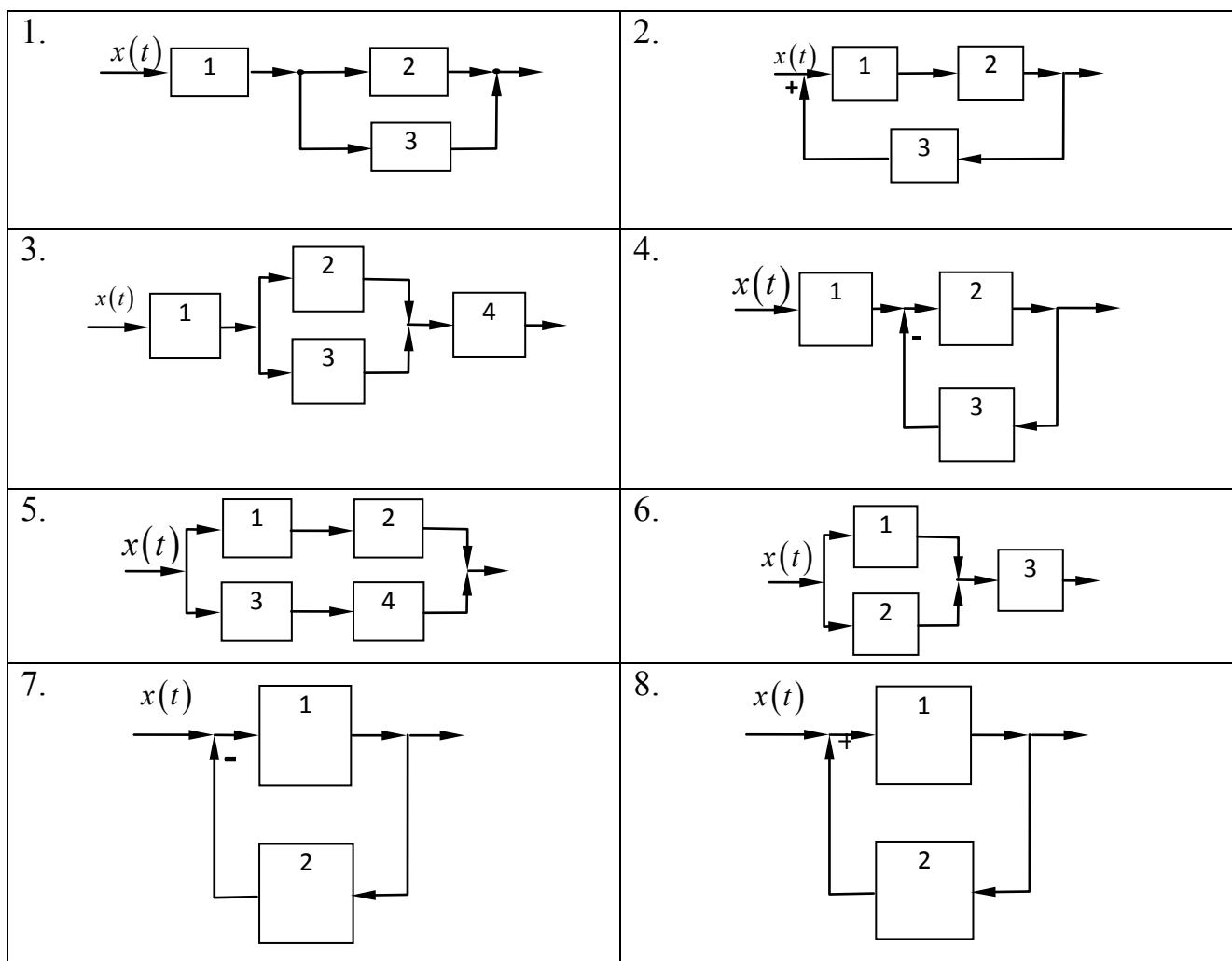
Заключение

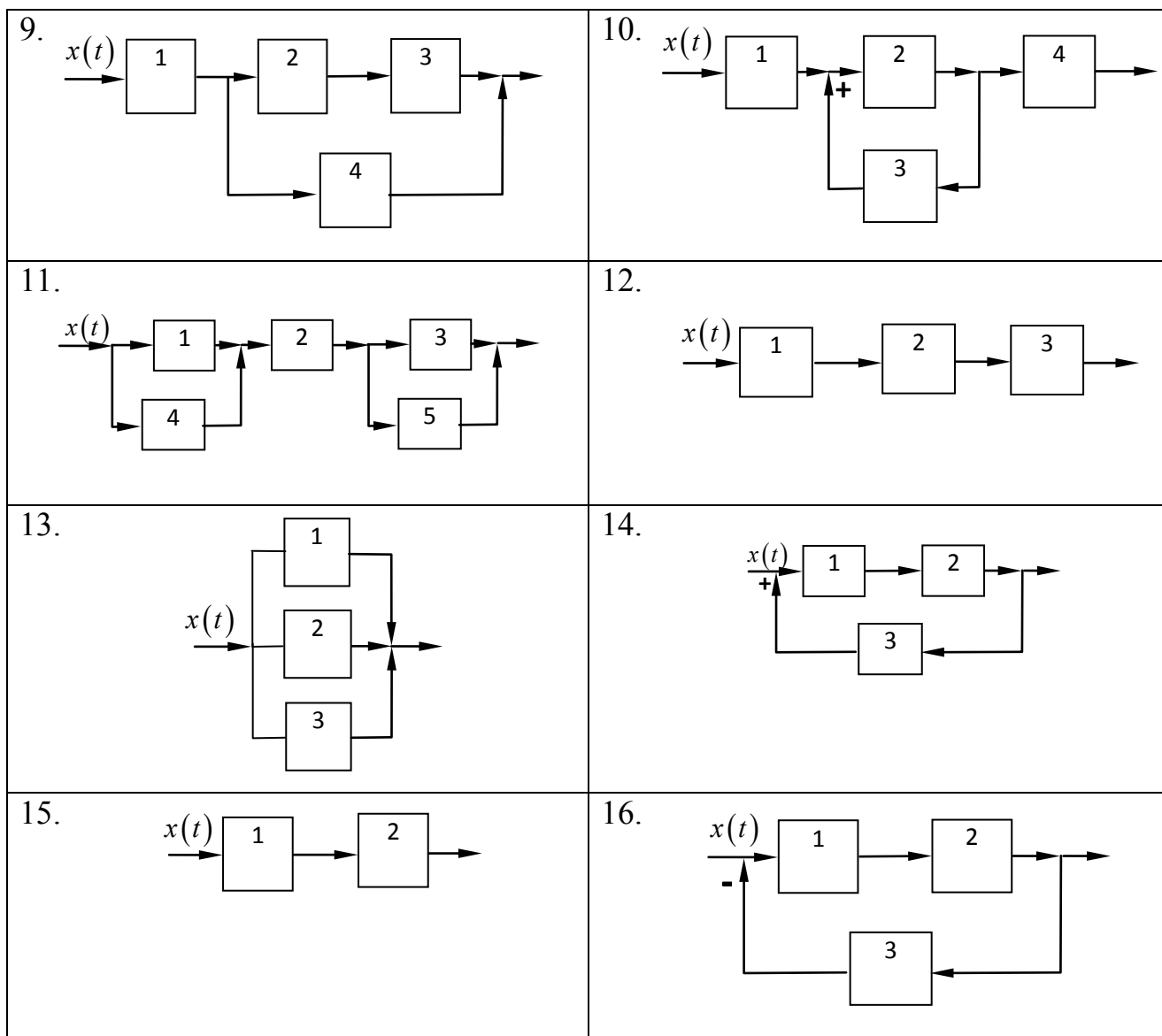
На интервале $t \in (0,3;\infty)$ система функционирует в неустановившемся режиме.

ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ

Преподаватель сам выбирает алгоритм выдачи варианта, в котором собрана совокупность из типовых соединений, элементов и функций. Ниже предлагается набор из них

Типовые соединения





Типовые элементы

1. Колебательный элемент.
2. Усилительный элемент.
3. Апериодический устойчивый элемент.
4. Апериодический неустойчивый элемент.
5. Дифференцирующий идеальный элемент.
6. Интегрирующий элемент.

Входные функции

- $x(t) = 1(t)$ - функция Хэвисайда.
 $x(t) = \delta(t)$ - функция Дирака.
 $x(t) = e^{at}$; $a = -1$.
 $x(t) = sht$;
 $x(t) = cht$;
 $x(t) = \cos t$;
 $x(t) = \sin t$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831с.
2. Анго А. Математика для электро-и радиоинженеров. – М.: Наука, 1964. – 772с.
3. Диткин В.А., Прудников А.П. Справочник по операционному исчислению. – М.: Высш. шк., 1965. – 465с.
4. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление. Теория устойчивости. – М.: Наука, 1981. – 302с.
5. Деч Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z -преобразования. – М.: Физматгиз, 1971. – 288с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	3
1. ТИПОВЫЕ ЭЛЕМЕНТЫ.....	4
2. КОМБИНАЦИЯ ЭЛЕМЕНТОВ.....	7
3. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ ПО ИНТЕГРАЛЬНОМУ ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ЛАПЛАСА.....	10
4. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ.....	11
5. ОПИСАНИЕ КОМБИНАЦИИ ЭЛЕМЕНТОВ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕДАТОЧНЫХ ФУНКЦИЙ.....	14
6. ПЕРЕХОД ОТ ИЗОБРАЖЕНИЯ К ОРИГИНАЛУ.....	15
7. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ.....	21
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	23

**АНАЛИЗ ДИНАМИКИ СЛОЖНЫХ
ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению курсовой работы по дисциплине
«Математический анализ»
для студентов специальности 24.05.02
«Проектирование авиационных и ракетных двигателей»
всех форм обучения

Составители:

Хвостов Анатолий Анатольевич,
Ряжских Александр Викторович,
Соболева Елена Александровна

Издается в авторской редакции

Компьютерный набор А. В. Ряжских

Подписано к изданию 08.12.2021.

Уч.-изд. л. 1,5.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84