

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан факультета информационных  
технологий и компьютерной безопасности

П.Ю. Гусев /

*И.О. Фамилия*

«31» августа 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**дисциплины (модуля)**

**Методы оптимизации**

«\_\_\_\_\_»

**Направление подготовки** 09.03.01 Информатика и вычислительная техника

**Профиль (специализация)** Вычислительные машины, комплексы, системы и сети

**Квалификация выпускника** бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года / 4 года и 11 м.

**Форма обучения** Очная/ Заочная

**Год начала подготовки** 2019 г.

Автор программы

  
подпись

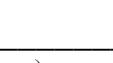
С.А. Олейникова

Заведующий кафедрой  
Автоматизированных и  
вычислительных систем

  
подпись

В.Ф. Барабанов

Руководитель ОПОП

  
подпись

С.Л. Подвальный

**Воронеж 2021**

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1.1. Цели дисциплины**

изучение и практическое освоение методов решения экстремальных линейных, дискретных и комбинаторных задач, возникающих в научно-технической деятельности.

### **1.2. Задачи освоения дисциплины**

- к теоретическим задачам относится изучение математических основ и методов решения линейных, дискретных и комбинаторных экстремальных задач;

- прикладные задачи состоят в приобретении навыков разработки алгоритмов решения экстремальных задач и их численного исследования с использованием современных вычислительных сред.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к дисциплинам вариативной части блока Б1.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Процесс изучения дисциплины «Методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1 - Способен обосновывать проектные решения, проверять их корректность и эффективность

ПК-2 - Способен проектировать и разрабатывать компоненты программных комплексов и информационных систем, используя современные технологии программирования и инструментальные средства разработки

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
ПК-1	Знать основные методы решения оптимизационных задач
	Уметь определять области применения различных методов оптимизации, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных результатов
	Владеть методиками проверки корректности и эффективности полученных решений
ПК-2	Знать возможности современных инструментальных средств для автоматизации решения оптимизационных задач
	Уметь решать прикладные задачи оптимизации с использованием современных программных средств
	Владеть методиками применения современных технологий программирования для решения оптимизационных задач с помощью численных методов

#### **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины «Методы оптимизации» составляет 5 з.е.

**Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий**  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		6	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	72	72	
В том числе:			
Лекции	36	36	
Лабораторные работы (ЛР)	36	36	
<b>Самостоятельная работа</b>	72	72	
Часы на контроль	36	36	
Виды промежуточной аттестации - экзамен	+	+	
Общая трудоемкость:			
академические часы	180	180	
зач.ед.	5	5	

**заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		8	
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	24	24	
В том числе:			
Лекции	8	8	
Лабораторные работы (ЛР)	16	16	
<b>Самостоятельная работа</b>	147	147	
<b>Контрольная работа</b>	+	+	
Часы на контроль	9	9	
Виды промежуточной аттестации - экзамен	+	+	
Общая трудоемкость:			
академические часы	180	180	
зач.ед.	5	5	

#### **5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий**

**очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Введение в методы оптимизации. Методы решения задач линейного программирования.	Постановка оптимизационных задач. Классификация оптимизационных задач. Специфика задач линейного программирования. Симплекс-метод	8	4	24	36
2	Аналитические методы решения оптимизационных задач	Методы решения задач безусловной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Методы решения задач условной оптимизации. Теорема	8	10	18	36

		Куна-Таккера.				
3	Численные методы решения оптимизационных задач	Численные методы безусловной оптимизации: градиентный метод; метод Ньютона и его модификации. Численные методы решения задач условной оптимизации: метод проекции градиента; метод штрафных функций; метод барьерных функций	8	12	16	36
4	Задачи дискретной оптимизации	Особенности задач дискретной оптимизации. Аналитические методы решения задач дискретной оптимизации. Точные алгоритмы решения задач дискретной оптимизации: метод ветвей и границ, динамическое программирование, дихотомическое программирование. Приближенные методы решения задач дискретной оптимизации: алгоритмы локальной оптимизации, эвристические алгоритмы, жадные алгоритмы.	12	10	14	36
<b>Итого</b>			<b>36</b>	<b>36</b>	<b>72</b>	<b>144</b>

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Введение в методы оптимизации. Методы решения задач линейного программирования.	Постановка оптимизационных задач. Классификация оптимизационных задач. Специфика задач линейного программирования. Симплекс-метод	2	4	36	42
2	Аналитические методы решения оптимизационных задач	Методы решения задач безусловной оптимизации. Метод множителей Лагранжа. Методы решения задач условной оптимизации. Теорема Куна-Таккера.	2	4	38	44
3	Численные методы решения оптимизационных задач	Численные методы безусловной оптимизации: градиентный метод; метод Ньютона и его модификации. Численные методы решения задач условной оптимизации: метод проекции градиента; метод штрафных функций; метод барьерных функций	2	4	36	42
4	Задачи дискретной оптимизации	Особенности задач дискретной оптимизации. Аналитические методы решения задач дискретной оптимизации. Точные алгоритмы решения задач дискретной оптимизации: метод ветвей и границ, динамическое программирование, дихотомическое программирование. Приближенные методы решения задач дискретной оптимизации: алгоритмы локальной оптимизации, эвристические алгоритмы, жадные алгоритмы.	2	4	37	43
<b>Итого</b>			<b>8</b>	<b>16</b>	<b>147</b>	<b>171</b>

### 5.2 Перечень лабораторных работ

Лабораторная работа № 1. Методы решения задач линейного программирования

Лабораторная работа № 2. Метод множителей Лагранжа

Лабораторная работа № 3. Численные методы решения задач безусловной оптимизации

Лабораторная работа № 4. Численные методы решения задач условной оптимизации

Лабораторная работа № 5. Метод ветвей и границ

Лабораторная работа № 6. Метод динамического программирования

Лабораторная работа № 7. Эвристические алгоритмы

Лабораторная работа № 8. Жадные алгоритмы

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы). Для бакалавров заочной формы обучения предусмотрена контрольная работа.

Задания для контрольной работы приведены ниже.

**Задание 1.** Решить задачу линейного программирования с помощью симплекс-метода

Варианты заданий

$1. \begin{cases} f(x) = x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 7 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$	$6. \begin{cases} f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \geq 4 \\ 3x_1 + x_2 \geq 4 \\ 4x_1 + x_2 \leq 24 \\ x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$
$2. \begin{cases} f(x) = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 3x_2 \geq 7 \\ 2x_1 - x_2 \geq 0 \\ 6x_1 + 10x_2 \leq 78 \\ x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$	$7. \begin{cases} f(x) = x_1 - 4x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 10 \\ x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$
$3. \begin{cases} f(x) = 5x_1 + x_2 \rightarrow \max \\ x_1 - 3x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_2 \leq 8 \\ 2x_1 + x_2 \leq 16 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$	$8. \begin{cases} f(x) = -x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + x_2 \geq 2 \\ x_1 - 2x_2 \leq 3 \\ -2x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 20 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$
$4. \begin{cases} f(x) = -x_1 - 4x_2 \rightarrow \min \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 5x_1 + x_2 \geq 11 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 23 \\ 4x_1 + 5x_2 \leq 55 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$	$9. \begin{cases} f(x) = -2x_1 - x_2 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ x_1 \leq 7 \\ x_1 + x_2 \leq 10 \\ -x_1 + 4x_2 \leq 24 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$
$5. \begin{cases} f(x) = x_1 - 8x_2 \rightarrow \min \\ 2x_1 + x_2 \geq 5 \\ x_1 + 4x_2 \geq 6 \\ 2x_1 - x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 32 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$	$10. \begin{cases} f(x) = x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ x_1 + 4x_2 \geq 4 \\ -2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_2 \leq 10 \\ x_1 + 3x_2 \leq 100 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$

**Задание 2.** Решить задачу на безусловный экстремум градиентным методом.

Варианты заданий

№ вар.	Функция	Нач. приближение
1	$F(x_1, x_2) = 100 \cdot (x_2 - x_1^2)^2 + (1 - x_1)^2$	( -1, -2 )
2	$F(x_1..x_4) = (x_1 + 10 \cdot x_2)^2 + 5 \cdot (x_3 - x_4)^2 + 10 \cdot (x_1 - x_4)^4$	( 3, 4, 2, 1 )
3	$F(x_1, x_2) = 20 + (x_1^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_1)) + (x_2^2 - 10 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot x_2))$	( -4 , -5 )
4	$F(x_1..x_5) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$	( 3, 4, 1, 2, -9 )
5	$F(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 + 10)^2 + (x_1 + x_2^2 - 122)^2$	( -10, -1 )

6	$F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i - i)^2$	(9, 3, -9)
7	$F(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + 2 \cdot x_1^2 \cdot x_2^2 - 4 \cdot x_1 + 3$	(-7, 10)
8	$F(x_1, x_2) = (x_1^2 + x_2 - 11)^2 + (x_1 + x_2^2 - 7)^2$	(10, 10)
9	$F(x_1, x_2, x_3) = \sum_{i=1}^3 (x_i + 2 \cdot i)^2$	(9, -4, -6)
10	$F(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum_{i=1}^4 (x_i - 3 \cdot \sqrt{i})^2$	(5, -5, 6, -9)

**Задание 3.** Решить задачу на условный экстремум (найти минимум функции):

- методом множителей Лагранжа
- штрафным методом
- барьерным методом.

Для численных методов начальное приближение и шаг выбрать самостоятельно.

Варианты заданий

1) $f = 15x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 + 2x_2 \leq 10$ $x_1, x_2 \geq 0$	2) $f = 15x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + x_1x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 + 2x_2 \leq 30$ $2x_1 + 4x_2 \leq 20$ $x_1, x_2 \geq 0$
3) $f = -x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 3x_2^2 + 3x_1x_2 \rightarrow \max$ $-2x_1 + x_2 \leq 2$ $x_1 + x_2 \leq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$	4) $f = -4x_1 + 8x_2 - x_1^2 - 1,5x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 5x_2 \leq 15$ $x_1 - x_2 \leq 1$ $x_1, x_2 \geq 0$
5) $f = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 6x_2 \leq 18$ $x_1 - 4x_2 \leq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$	6) $f = 3x_1 + 10x_2 - 2x_1^2 - 5x_2^2 \rightarrow \max$ $4x_1 - x_2 \geq 8$ $x_1 + x_2 \leq 12$ $x_1, x_2 \geq 0$
7) $f = 4x_1 + 4x_2 - 3x_1^2 - x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 4x_2 \leq 12$ $x_1 - 2x_2 \leq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	8) $f = 5x_1 + 10x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 0,5x_1x_2 \rightarrow \max$ $8 - 2x_2 \geq 0$ $5 - x_1 - x_2 \geq 0$ $x_1, x_2 \geq 0$
9) $f = 4x_1 + 4x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2 + 4x_1x_2 \rightarrow \max$ $-x_1 + x_2 \leq 2$ $2x_1 + x_2 \leq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$	10) $f = 30x_1 + 16x_2 - 2x_1^2 - 6x_2^2 + 2x_1x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + x_2 \leq 15$ $x_1 + 2x_2 \leq 10$ $x_1, x_2 \geq 0$

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### **7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

#### **7.1.1 Этап текущего контроля**

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Аттестован</b>	<b>Не аттестован</b>
ПК-1	Уметь определять области применения различных методов оптимизации, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных результатов	Активная работа на занятиях, ответы на теоретические вопросы при защите лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть методиками проверки корректности и эффективности полученных решений	Владение материалом при выполнении лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Знать возможности современных инструментальных средств для автоматизации решения оптимизационных задач	Владение материалом при выполнении лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ПК-2	Уметь решать прикладные задачи оптимизации с использованием современных программных средств	Активная работа на занятиях, ответы на теоретические вопросы при защите лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть методиками применения современных технологий программирования для решения оптимизационных задач с помощью численных методов	Владение материалом при выполнении лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь определять области применения различных методов оптимизации, интерпретировать результаты	Владение материалом при выполнении лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

	вычислений и оценивать качество полученных результатов			
--	--	--	--	--

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 6 семестре для очной формы обучения, 8 семестре для заочной формы обучения по четырехбалльной системе:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
ПК-1	Уметь определять области применения различных методов оптимизации, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных результатов	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Владеть методиками проверки корректности и эффективности полученных решений	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Знать возможности современных инструментальных средств для автоматизации решения оптимизационных задач	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ПК-2	Уметь решать прикладные задачи оптимизации с использованием современных программных средств	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Владеть методиками применения современных технологий	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

программирования для решения оптимизационных задач с помощью численных методов		верные ответы	верный ответ во всех задачах		
Уметь определять области применения различных методов оптимизации, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных результатов	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

**7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)**

**7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию**

1. Определите правильную последовательность решения оптимизационной задачи:

- а) проверка задачи на существование и единственность решения;
  - б) моделирование рассматриваемой физической ситуации;
  - в) анализ результата
  - г) выбор подходящего метода для решения оптимизационной задачи
  - д) реализация выбранного метода
- правильная последовательность б) а) г) д) в)

2. метод оптимизации, в котором осуществляется переход задачи с ограничениями к задачи без ограничений – это метод....:

- а) классического анализа;
- б) множителей Лагранжа;
- в) линейного программирования
- г) нелинейного программирования

Правильный ответ б)

3. Вид ограничений общей задачи линейного программирования – это:

- а) уравнения и неравенства;
- б) только уравнения;
- в) только неравенства;
- г) только условия неотрицательности.

Правильный ответ а)

4. Перечислите все методы, которые относятся к методам нулевого порядка:

- а) дихотомии;
- б) наискорейшего спуска;
- в) релаксации;

г) наилучшей пробы.

Правильные ответы а) и г).

5. Какая матрица представляет собой градиент функции многих переменных?

а) Матрица перестановок.

б) Матрица Якоби

в) Матрица множества альтернатив.

г) Матрица Гессе.

Правильный ответ г)

6. Какая оптимационная задача относится к задачам линейного программирования?

а) В случае, если целевая функция линейна, а ограничения отсутствуют

б) в случае, если целевая функция и ограничения линейны

в) в случае, если ограничения линейны

г) в случае, если целевая функция линейна

Правильный ответ б)

7. Если при попытке решить задачу методом линейного программирования не обнаружено необходимого числа базисных переменных, то:

а) необходимо ввести искусственный базис

б) задача является неразрешимой

в) необходимо перейти к двойственной задаче

г) необходимо использовать графический подход для решения данной задачи

Правильный ответ а)

8. На какие группы разделяются методы оптимизации в зависимости от существования или отсутствия ограничений?

а) Полной и безусловной оптимизации.

б) Полной и неполной оптимизации.

в) условной и безусловной оптимизации.

г) условной и частичной оптимизации.

Правильный ответ в)

9. Если некоторое множество  $D$  из  $R^n$ , замкнуто, ограничено. Функция  $f$  выпукла на  $R^n$ , то

а) Функция  $f$  неограничена снизу на  $D$ .

б) Задача минимизации функции  $f$  на  $D$  не имеет допустимых решений.

в) Минимум функции  $f$  на  $R^n$  находится на границе множества  $D$ .

г) Функция  $f$  неограничена сверху на  $D$ .

Правильный ответ в)

10. Пусть функция  $f$  линейна на  $R^n$ . В этом случае:

а) в любой точке множество направлений спуска функции  $f$  не пусто

б) в любой точке (кроме абсолютного минимума  $f$  на  $R^n$ ) множество направлений спуска функции  $f$  не пусто

в) в любой точке множество направлений спуска функции пусто

г) существуют точки, для которых множество направлений спуска функции  $f$  пусто; существуют точки, для которых множество направлений спуска функции  $f$  непусто.

Правильный ответ б)

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Форма задачи линейного программирования

$$\begin{cases} f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 4x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

а) каноническая

б) общая

в) основная

г) стандартная

Правильный ответ г).

2. Приравнивание к нулю частных производных в точке является:

а) необходимым условием экстремума;

б) достаточным условием экстремума

в) необходимым и достаточным условием экстремума;

г) алгоритмом сведения задачи на условный экстремум к задаче на безусловный экстремум

Правильный ответ а)

3. Составить функцию Лагранжа для следующей задачи:

$$\begin{cases} f(x) = x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2 \rightarrow \min \\ x_1 + x_2 = 50 \\ x_1^2(x_2 - 10) + 4x_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

а)  $L = x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2$

б)  $L = \lambda_0(x_1 x_2^2 + x_1^2 x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2) + \lambda_1(x_1 + x_2 - 50) + \lambda_2(x_1^2(x_2 - 10) + 4x_1 x_2)$

в)  $L = \lambda_0(2x_1 x_2 + 2x_1 x_2 - 6x_1 - 6x_2) + \lambda_1(x_1 + x_2 - 50) + \lambda_2(x_1^2(x_2 - 10) + 4x_1 x_2)$

г)  $L = \lambda_0(2x_1 x_2 + 2x_1 x_2 - 6x_1 - 6x_2) + \lambda_1 + \lambda_2(2x_1(x_2 - 10) + 4x_1 x_2)$

Правильный ответ б)

4. Построить штрафную функцию для следующей задачи:

$$f(\bar{x}) = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 \rightarrow \max$$

$$-x_1 - x_2 = 2$$

а)  $P = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 + (x_1 + x_2 + 2)$

б)  $P = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 + (x_1 + x_2 + 2)^2$

в)  $P = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 + 0.01(x_1 + x_2 + 2)^2$

г)  $P = -4x_1^2 - 8x_1 + x_2 + 3 + \ln(x_1 + x_2 + 2)$

Правильный ответ в)

5. Построить барьерную функцию для следующей задачи:

$$f(\bar{x}) = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2 \rightarrow \min$$

$$x_1 - 1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0$$

a)  $F = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2$

б)  $F = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2 + (x_1 - 1)^2 + x_2^2$

в)  $F = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2 + 0.01(x_1 - 1)^2 + 0.01x_2^2$

г)  $F = \frac{1}{3}(x_1 + 1)^3 + x_2 + \ln(x_1 - 1) + \ln(x_2)$

Правильный ответ г)

6. Каким образом будет выглядеть формула метода динамического программирования для решения задачи о ранце из множества предметов с весом  $c_i$  и ценностью  $p_i$  отобрать те, которые обладают максимальной ценности при ограничении на вес  $R$ .

Пусть  $P(k,r)$  – максимальная ценность рюкзака весом  $r$  если доступны первые  $k$  предметов

а)  $P(k,r) = \max[P(k-1,r); p_k + P(k-1,r-c_k)]$

б)  $P(k,r) = \max[P(k-1,r-1); p_k + P(k-1,r-c_k)]$

в)  $P(k,r) = \max[P(k-1,r); c_k + P(k-1,r-c_k)]$

г)  $P(k,r) = \max[P(k-1,r); p_k + P(k,r-c_k)]$

Правильный ответ а)

7. Каким образом не может выглядеть функция штрафа:

а)  $P(x, r^k) = r^k \sum_{i=1}^K (h_i(x))^2$

б)  $P(x, r^k) = r^k \sum_{j=1}^J g_j^+(x)^2,$

Где  $g_j^+(x)$  - срезка функции:

$$g_j^+(x) = \max\{0, g_j(x)\}^2 = \begin{cases} g_j(x), & \text{если } g_j(x) > 0 \\ 0, & \text{если } g_j(x) \leq 0 \end{cases}$$

в)  $P(x, r^k) = +\infty \sum_{j \in J} |g_j(x)|$

г)  $P(x, r^k) = -r^k \sum_{j=1}^J \ln[-g_j(x)]$

Правильный ответ г)

8. Методом наискорейшего спуска получить следующую итерацию оптимизационной задачи:

$$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2 - 4x_1 \rightarrow \min$$

Начиная с точки (-2,3)

а) (0,0)

б) (1.116, 1,688)

в) (-0,312, 1.727)

г) (1.251, 2.12)

Правильный ответ б)

9. Методом наискорейшего спуска получить следующую итерацию оптимизационной задачи:

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + 1.5x_1x_2 \rightarrow \min$$

Начиная с точки (2,3)

а) (-0.635, 0.21)

б) (1.116, 1,688)

в) (-0,312, 1.727)

г) (1.251, 2.12)

Правильный ответ а)

10. Пусть требуется минимизировать функцию

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \min$$

При ограничениях  $x_1 \geq 0; x_2 \geq 0$ . Пусть исходная точка выбрана следующим образом  $x^0 = (1, 0.5)$ , а  $r=1$ . Выбрав барьер вида  $1/g_i(x)$ , выполнить одну итерацию барьерным методом. Получим следующую точку:

а) (0.23, -0.17)

б) (0.82, 0.21)

в) (0.48, 0.48)

г) (0.57, 0.82)

Правильный ответ в)

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Найти точки локального экстремума функции

$$f(x) = x_1x_2^2 + x_1^2x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2$$

а) (0,0)

б)  $(3\sqrt{5} - 3, -3\sqrt{5} - 3)$

в)  $(-3\sqrt{5} - 3, 3\sqrt{5} - 3)$

г)  $(0,0); (3\sqrt{5} - 3, -3\sqrt{5} - 3)$

Правильный ответ а)

2. Пусть требуется решить следующую оптимизационную задачу:

$$\begin{cases} f(x) = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \min \\ x_1^2 + x_2^2 = 1 \end{cases}$$

Какая система уравнений потребуется для ее решения

а)

$$\begin{cases} \lambda_0(4x_1 + 3x_2) = 0 \\ \lambda_1(x_1^2 + x_2^2 - 1) = 0 \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} 4\lambda_0 + 2\lambda_1x_1 = 0 \\ 3\lambda_0 + 2\lambda_1x_2 = 0 \\ x_1^2 + x_2^2 = 1 \end{cases}$$

в)

$$\begin{cases} 4\lambda_0 + 2\lambda_1 x_1 = 0 \\ 3\lambda_0 + 2\lambda_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

г)

$$\begin{cases} 4\lambda_0 + 2\lambda_1 x_1 = 0 \\ 3\lambda_0 + 2\lambda_1 x_2 = 0 \\ \lambda_2(x_1^2 + x_2^2) = 1 \end{cases}$$

Правильный ответ б)

3. С помощью методов множителей Лагранжа составить систему уравнений для решения следующей оптимизационной задачи:

$$\begin{cases} f(x) = e^{xy} \rightarrow \text{extr} \\ x + y = 1 \end{cases}$$

а)

$$\begin{cases} \lambda_0 e^{xy} x + \lambda_1 = 0 \\ \lambda_0 e^{xy} y + \lambda_1 = 0 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} \lambda_0 e^{xy} + \lambda_1 = 0 \\ \lambda_1(x + y - 1) = 0 \end{cases}$$

в)

$$\begin{cases} \lambda_0 e^{xy} = 0 \\ \lambda_1(x + y - 1) = 0 \end{cases}$$

г)

$$\begin{cases} \lambda_0 e^{xy} x + \lambda_1 = 0 \\ \lambda_0 e^{xy} y + \lambda_1 = 0 \\ (\lambda_0 + \lambda_1)(x + y - 1) = 0 \end{cases}$$

Правильный ответ а)

4. Пусть имеется следующая матрица стоимости переезда из одного города в другой

	1	2	3	4	5
1	×	15	10	27	30
2	25	×	20	23	25
3	16	30	×	20	22
4	25	20	18	×	15
5	28	30	20	25	×

Методом ветвей и границ выполнить один этап решения задачи. Какая матрица получится ко второму этапу?

а)

	2	3	4	5
1	0	×	14	20
2	×	0	0	5
4	0	3	×	0
5	5	0	2	×

б)

	1	2	3	4
1	×	0	0	14
2	5	×	0	0
3	0	9	×	1
5	8	5	0	×

в)

	1	2	4	5
1	×	0	14	20
2	5	×	0	5
3	0	9	1	×
4	8	5	×	2

г)

	1	2	4	5
1	×	0	14	20
2	5	×	0	5
3	0	9	1	×
4	6	3	×	0

Правильный ответ а)

5. Пусть имеются 7 мероприятий. Задано время начала и окончания каждого из них: [0,3], [7,10], [3,7], [6,8], [1,4], [5,7], [3,6]. Необходимо составить график посещения мероприятий таким образом, чтобы посетить как можно больше мероприятий за время [0,10]. Каким образом будет выглядеть решение с помощью жадных алгоритмов:

- а) [0,3], [3,7], [7,10]
- б) [0,3], [3,6], [6,8]
- в) [1,4], [5,7], [7,10]
- г) [0,3], [3,6], [7,10]

Правильный ответ б)

6. методом динамического программирования решить задачу о ранце со следующими исходными данными: R=10

ценность	10	5	3	20	7
Вес	1	2	3	4	5

- а) (1,0,0,1,1)
- б) (1,1,1,1,0)
- в) (0,1,1,0,1)
- г) (1,1,0,0,1)

правильный ответ б)

7. Решить оптимизационную задачу методом множителей Лагранжа

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 5)^2 \rightarrow \min$$

- а) (0,0,0)
- б) (1,2,6)

в) (2,3,5)

г) (-1, 2, 2)

Правильный ответ в)

8. Получить следующую итерацию методом наискорейшего спуска, взяв в качестве начального приближения точку (4,-1,2)

$$f(x) = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 5)^2 \rightarrow \min$$

а) (1,1,1)

б) (1.19, 2.75, -4.55)

в) (1.15, 2.81, 0.55)

г) (3.23, 0.02, -5.17)

Правильный ответ г)

9. Найти максимум функции градиентным методом, начав итерационный процесс с точки (4,5):

$$f(x) = -x_1^2 - x_2^2 + 4x_1 + 2x_2 + 5 \rightarrow \max$$

а) (2,1)

б) (0,0)

в) (1,-1)

г) (1,1)

Правильный ответ а)

10. Найти экстремумы функции

$$f(x) = 2x_1 + 4x_2$$

При условии

$$x_1^2 + 4x_2^2 = 8$$

а) (-2,-1)

б) (-2, 1)

в) (2,1)

г) (-2,-1) и (2,1)

Правильный ответ г)

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом

#### 7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Классификация оптимизационных задач

2. Постановка задачи линейного программирования. Математическая модель задачи линейного программирования. Ограничения в модели линейного программирования. Дополнительные переменные.

3. Каноническая форма записи задачи линейного программирования

4. Стандартная форма задачи линейного программирования и ее базисные решения. Определение базисных решений. Свободные переменные и базисные решения.

5. Алгоритм симплекс-метода. Пример решения.

6. Оптимационная задача безусловной оптимизации
7. Метод множителей Лагранжа.
8. Аналитические методы решения задач условной оптимизации.
9. Теорема Куна-Таккера.
10. Численные методы безусловной оптимизации: градиентный метод
11. Численные методы безусловной оптимизации: метод Ньютона и его модификации.
12. Численные методы решения задач условной оптимизации: метод проекции градиента
13. Численные методы решения задач условной оптимизации: метод штрафных функций
14. Численные методы решения задач условной оптимизации: метод барьерных функций
15. Особенности задач дискретной оптимизации
16. Аналитические методы решения задач дискретной оптимизации.
17. Метод ветвей и границ.
18. Метод динамического программирования.
19. Метод дихотомического программирования.
20. Алгоритмы локальной оптимизации
21. Эвристические алгоритмы.
22. Жадные алгоритмы

#### **7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Экзамен проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 10 вопросов и задачу. Каждый правильный ответ на вопрос в teste оценивается 1 баллом, задача оценивается в 10 баллов (5 баллов верное решение и 5 баллов за верный ответ). Максимальное количество набранных баллов – 20.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал менее 6 баллов.
2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 6 до 10 баллов
3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 15 баллов.
4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 16 до 20 баллов.

### **7.2.7 Паспорт оценочных материалов**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Введение в методы оптимизации. Методы решения задач линейного программирования.	ПК-1, ПК-2	Тест, защита лабораторных работ
2	Аналитические методы решения оптимизационных задач	ПК-1, ПК-2	Тест, защита лабораторных работ
3	Численные методы решения оптимизационных задач	ПК-1, ПК-2	Тест, защита лабораторных работ
4	Задачи дискретной оптимизации	ПК-1, ПК-2	Тест, защита лабораторных работ

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестируирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **(8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Струченков В.И. Методы оптимизации в прикладных задачах [Электронный ресурс]/ Струченков В.И.— Электрон. текстовые данные.— М.: СОЛОН-ПРЕСС, 2009.— 315 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8722.html>.— ЭБС «IPRbooks»

2. Пантелейев А.В. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Пантелейев А.В., Летова Т.А.— Электрон. текстовые данные.— М.: Логос, 2011.— 424 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/9093.html>.— ЭБС «IPRbooks»

3. Розова В.Н. Методы оптимизации [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Розова В.Н., Максимова И.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Российский университет дружбы народов, 2010.— 112 с.— Режим доступа:

<http://www.iprbookshop.ru/11536.html>.— ЭБС «IPRbooks»

4. Методические рекомендации по выполнению контрольных работ для бакалавров направления 09.03.01 профиля «Вычислительные машины, комплексы, системы и сети», магистров профиля 09.04.01 Информатика и вычислительная техника, программа: Распределенные автоматизированные системы очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А.М. Нужный, Ю.С. Акинина, Н.И. Гребенникова. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2020.— 8с.

5. Организация самостоятельной работы обучающихся : методические указания для студентов, осваивающих основные образовательные программы высшего образования – бакалавриата, специалитета, магистратуры: методические указания / сост. В.Н. Почечихина, И.Н. Крючкова, Е.И. Головина, В.Р. Демидов; ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет ». – Воронеж, 2020. – 14 с.

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

**Лицензионное ПО:**

- Windows Professional 7 Single Upgrade MVL A Each Academic
- Microsoft Office Word 2007
- Microsoft Office Power Point 2007

**Свободно распространяемое ПО:**

- Microsoft Visual Studio Community Edition

**Отечественное ПО:**

- Яндекс.Браузер
- Архиватор 7z
- Astra Linux

**Ресурс информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:**

- Образовательный портал ВГТУ
- <http://www.edu.ru/>
- <https://metanit.com/>

**Информационно-справочные системы:**

- <http://window.edu.ru>
- <https://wiki.cchgeu.ru/>

**Современные профессиональные базы данных:**

- <https://proglab.io>
- <https://msdn.microsoft.com/ru-ru/>
- <https://docs.microsoft.com/>

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная оборудованием для лекционных демонстраций и проекционной аппаратурой.

Для проведения лабораторных работ необходима лаборатория с ПК, оснащенными программами для проведения лабораторного практикума и обеспечивающими возможность доступа к локальной сети кафедры и Интернет, из следующего перечня:

- 307 (Лаборатория микропроцессорной техники)
- 309 (Лаборатория телекоммуникационных систем)
- 311 (Лаборатория разработки программных систем)
- 320 (Лаборатория общего назначения)
- 322 (Лаборатория распределённых вычислений)
- 324 (Специализированная лаборатория сетевых систем управления (научно-образовательный центр «АТОС»))
- 325 (Лаборатория автоматизации проектирования вычислительных комплексов и сетей)

Лаборатории расположены по адресу: 394066, г. Воронеж, Московский проспект, 179 (учебный корпус №3).

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Методы оптимизации» читаются лекции, проводятся лабораторные работы.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Лабораторные работы выполняются на лабораторном оборудовании в соответствии с методиками, приведенными в указаниях к выполнению работ.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удается разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы

	наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомится с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоения учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом с оценкой, зачетом с оценкой три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

### Лист регистрации изменений

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	<p>Актуализирован раздел 8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.</p> <p>Актуализирован раздел 8.2 в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем.</p>	31.08.2020	
2	<p>Внесены изменения в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем, учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.</p>	31.08.2021	