

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Воронежский государственный технический университет»**

Кафедра кадастра недвижимости, землеустройства и геодезии

ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ

**к выполнению курсовой работы
для студентов направления 21.03.03 «Геодезия и дистанционное зондирование»
профиль «Геодезическое обеспечение геоинформационных систем» всех
форм обучения**

Воронеж 2025

ЗАДАНИЕ ДЛЯ КУРСОВОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ВЫСШАЯ ГЕОДЕЗИЯ»

Тема: «Системы координат в высшей геодезии»

Введение (актуальность, цели и задачи)

1 Геодезические системы координат

1.1 Пространственная прямоугольная система координат

1.2 Плоская прямоугольная система координат

1.3 Геоцентрическая система координат

1.4 Переход к местной системе координат

2 Вычисления и решения в разных системах координат

2.1 Вычисление длин линий в разных проекциях

2.2 Вычисление площадей земельных участков в разных системах

2.3 Перевод координат из одной системы в другую.

Заключение (выводы по работе)

Список использованной литературы

Приложения

Вычисление плоских прямоугольных координат по геодезическим

Исходные значения:

Широта: $51^{\circ}40'19''$ с.ш.

Долгота: $39^{\circ}11'03''$ в.д.

Высота над уровнем моря: 156 м

Для получения своих координат необходимо:

1) к секундам широты добавить N (номер варианта), например номер варианта 9, итоговое значение будет $51^{\circ}40'28''$;

2) к минутам долготы добавить N (номер варианта), например номер варианта 5, итоговое значение будет $39^{\circ}16'03''$

Для пересчета координат из геодезических в прямоугольные необходимо градусные значения перевести в радианы.

Проекции Гаусса – Крюгера

Система геодезических координат обладает несомненным достоинством как единая система для поверхности земного эллипсоида, позволяет решать научные и практические задачи при различных удалениях между точками земной поверхности и околоземного пространства. При решении инженерно-геодезических задач, а также при математической обработке измерений, выполненных на ограниченных территориях, нецелесообразно применение громоздких сфероидических формул. В этих целях наиболее удобной, наглядной и простой является система прямоугольных координат на плоскости геодезической проекции. В настоящее время на территории РФ применяют геодезическую проекцию Гаусса-Крюгера.

Изыскать проекцию для обработки геодезических измерений - это значит установить связь плоских прямоугольных координат x, y с геодезическими B, L , а также получить формулы для редуцирования длин геодезических линий, их азимутов и углов между ними на плоскость проекции. Точность формул должна быть на порядок выше точности измерений.

Для инженерно-геодезического обеспечения строительства вводят местные системы координат, осевой меридиан таких зон, как правило, совпадает с серединой объекта, в этом случае размеры зоны невелики и искажения в них пренебрегаемо малы. Это создаёт удобство при проектировании объектов, при их выносе на местность.

При выполнении работы вычисления производим для шестиградусных зон, поэтому формулы работающие для девятиградусных зон можно упростить.

Плоские прямоугольные координаты, вычисленные по геодезическим координатам в какой-либо геодезической проекции, находят самое широкое практическое применение. В данном случае существенно облегчается решение любых геодезических задач на участках земной поверхности, размеры которых допускают их изображение в одной координатной зоне. Вместе с тем, следует иметь в виду, что в проекции Гаусса – Крюгера принята международная разграфка шестиградусных зон. Так долгота осевых меридианов рассчитывается по формуле

$$L_0 = 6n - 3,$$

где n – номер зоны.

Трапеции топографических карт в масштабе 1 : 1 000 000 образуют колонну, расположенную в соответствующей координатной зоне, номер колонны определяется выражением $30 + n$. Счет широт граничных параллелей, образующих пояса трапеций топографической карты в масштабе 1 : 1 000 000, ведется от экватора через четыре градуса. Территория Беларуси расположена в трех поясах международной разграфки, ограниченных параллелями с широтами в 48^0 , 52^0 , 56^0 , 60^0 .

Таким образом территория нашей страны отображается на семи трапециях топографической карты масштаба 1 : 1 000 000. В пределах каждой шестиградусной координатной зоны размещается целое число трапеций всего масштабного ряда топографических карт от 1 : 500 000 до 1 : 10 000.

Системы прямоугольных координат в каждой координатной зоне проекции Гаусса – Крюгера совершенно идентичны. Для того, чтобы различать, в какой координатной зоне расположены точки на практике принято к ординате слева приписывать номер зоны. Чтобы избежать на топографических картах отрицательных ординат, к ним прибавляют 500 км. Таким образом используют условные ординаты, связанные с истинными выражением

$$y_{\text{усл.}} = y_{\text{ист.}} + (0.5 + n) 10^6. \quad (7.66)$$

Например, если в каталоге условная ордината $y_{\text{усл}} = 5\,365\,421,216$ м, это означает, что точка расположена в пятой координатной зоне с долготой осевого меридиана 27^0 , а ее истинная ордината будет $y_{\text{ист}} = -134\,578,784$ м. Абсциссы в каталогах координат приводятся истинные, отсчитанные от экватора.

Следует заметить, что линейные размеры координатных зон изменяются с изменением широты. Так, если на экваторе эти размеры максимальны и составляют 668 км, то с изменением широты эта величина изменяется по формуле

$$2(y_{\text{макс}})_{\text{км}} \approx 668 \cos B.$$

Так для территории Республики Беларусь размеры шестиградусных зон изменяются от 420 км на широте ее южной точки до 374 км на широте ее северной точки. Максимальные удаления от осевого меридиана ($y_{\text{макс}}$), влияющие на искажения в проекции будут в два раза меньше.

Территории, на которых создана геодезическая сеть, может быть расположена в двух и более координатных зонах, следовательно, координаты исходных пунктов вычислены и приведены в каталогах в разных зонах (координатных системах). В этом случае возникает необходимость преобразования координат всех исходных пунктов в одну зону. Эта задача не вызывает каких–либо проблем, ее решение приведем дальше. Но вместе с тем это вызывает определенные неудобства и затрудняет массовые геодезические и топографические работы. Для того, чтобы свести к минимуму такого рода проблемы, на практике приняты семиградусные зоны с разностью долгот осевых меридианов в 6^0 . В каталогах координаты пунктов государственной геодезической сети, попадающих в полосу перекрытия, приводят в двух зонах. При выборе координат из каталогов необходимо обращать внимание на то, чтобы первые цифры ординат совпадали.

На трапециях топографических карт, попадающих в зону перекрытия, наносятся выходы координатной сетки смежной зоны. Это облегчает работу с топографическими картами на объектах, расположенных в разных зонах.

Необходимость преобразования координат возникает, несмотря на перекрытия зон. Например, при инженерно-геодезическом обеспечении проектирования, строительства и эксплуатации инженерных и иных объектов, когда предъявляются повышенные требования к величинам искажений отображаемых на плоскости геометрических параметров объектов. В этих случаях применяют условные системы плоских прямоугольных координат, когда в качестве осевого принимают меридиан со средней долготой объекта. В последние годы стали применяться проекции, отличные от проекции Гаусса – Крюгера. В этом случае также необходимо уметь решать задачу преобразования систем координат из одной проекции в другую. Раньше для решения этой задачи применялись самые различные по точности и сложности использования методы, от графических до аналитических, основанных на применении специальных таблиц. В настоящее время геодезические вычисления производятся, в основном, с применением современных ЭВМ. Поэтому наилучшим образом задача преобразования систем координат решается по следующей схеме

$$\left\{ x, y \right\}_A \rightarrow \left\{ B, l_A \right\} \rightarrow \left\{ B, l_B \right\} \rightarrow \left\{ x, y \right\}_B \quad (7.67)$$

Первое действие предполагает вычисление геодезических широт и разности долгот по плоским прямоугольным координатам данной зоны A , далее переходят к разности долгот в другой зоне B . На последнем этапе производят вычисление плоских прямоугольных координат по геодезическим в зоне B . Эта схема работает также и при переходе от одной проекции к другой.

Современные требования к геодезическим проекциям

С развитием измерительных технологий, прежде всего основанных на спутниковых системах позиционирования *GPS - NAVSTAR* (США) и *ГЛОНАСС* (Российская Федерация), когда на целый порядок повышается точность координатных определений по сравнению с классическими технологиями, существенно повышается оперативность работ и автоматизируются процессы формирования и математической обработки баз картографо-геодезических данных коренным образом меняются требования к их представлению в определенной координатной среде. Естественно, в этих условиях формирование координатной среды должно производиться с учетом как новых измерительных и вычислительных возможностей, так и с учетом требований автоматизированных информационных технологий в описании и представлении пространственно распределенных объектов, несущих самую разнообразную информацию.

Для целей навигации и описания взаимного положения объектов, расположенных на больших территориях, включающих группы государств, континенты и Землю в целом, а также для решения специальных научных и технических задач геодезии применяется система геодезических пространственных координат (X, Y, Z или B, L, H) на общеземном или референц – эллипсоиде. Такие системы координат рассмотрены нами ранее. Порядок их установления будет рассмотрен нами в следующем разделе курса «Высшая геодезия», который называется «Теоретическая или физическая геодезия».

Для геодезического обеспечения самых различных геоинформационных технологий удобнее и более доступна система плоских прямоугольных координат.

Сформулируем общие требования, предъявляемые в современных условиях к формированию таких систем координат:

- строгое математическое обоснование и формирование систем координат на основе теории отображения поверхности земного эллипсоида и плоскости (геодезические проекции);
- математически обоснованная высокоточная взаимосвязь с системой геодезических пространственных координат;
- математически обоснованная и достаточно точная взаимосвязь между различными системами плоских прямоугольных координат;
- обеспечение государственного контроля, доступности, простоты и удобства практического применения для различных пользователей;
- обеспечение минимально возможных искажений отображаемых геометрических образов и взаимного положения объектов;
- автоматический выбор и связь различных систем координат на ЭВМ.

Следует отметить то, что в современных условиях происходит сближение понятий геодезическая и картографическая проекции, как это понималось ранее. Это имеет место, прежде всего, при создании электронно-цифровых аналогов топографических карт, как картографической основы высокоточных ГИС. Такие карты в современных условиях все более создаются с использованием материалов дистанционного зондирования земной поверхности методами аэрокосмической съемки и их последующей обработки фотограмметрическими технологиями. Совершенствуются аэрофотосъемочные и стремительно развиваются электронно-сканирующие системы, повышается их разрешающая способность и точность. Таким образом, появляются новые возможности повышения качества и точности самых различных карт, в том числе, топографических, оперативности их обновления. Известны уже в настоящее время технологии поддержания информации на специальных картах в режиме реального времени.

Вычисление плоских прямоугольных координат по геодезическим

При выполнении этого задания можно использовать формулы, приведенные в курсе лекций, однако, если вычисления вести на поверхности эллипсоида, параметры которого известны, то можно использовать рабочие формулы с заранее вычисленными значениями коэффициентов, например для эллипсоида Красовского имеем рабочую формулу, удобную для вычислений

$$\left. \begin{aligned} x &= 6367558.497B - (((a_{28}l^2 - a_{26})l^2 + a_{24})l^2 + 0.5)l^2N - a_0) \sin B \cos B \\ y &= (((b_{17}l^2 + b_{15})l^2 + b_{13})l^2 + 1)lN \cos B \end{aligned} \right\}$$

где $l = L - L_0$ – разность долгот точки и осевого меридиана в радианной мере (зональная долгота точки); B, l – задаются в радианной мере;

$$N = ((0.605 \sin^2 B + 107.155) \sin^2 B + 21346.142) \sin^2 B + 6378245;$$

$$a_0 = (0.7032 \cos^2 B - 135.3277) \cos^2 B + 32140.4046;$$

$$a_{24} = ((0.0000076 \cos^2 B + 0.0025269) \cos^2 B + 0.25) \cos^2 B - 0.0416667;$$

$$a_{26} = ((0.00562 \cos^2 B + 0.16358) \cos^2 B - 0.08333) \cos^2 B + 0.00139;$$

$$a_{28} = ((0.125 \cos^2 B - 0.104) \cos^2 B + 0.014) \cos^2 B;$$

$$b_{13} = (0.00112309 \cos^2 B + 0.33333333) \cos^2 B - 0.16666667;$$

$$b_{15} = ((0.004043 \cos^2 B + 0.196743) \cos^2 B - 0.166667) \cos^2 B + 0.008333;$$

$$b_{17} = ((0.1429 \cos^2 B - 0.1667) \cos^2 B + 0.0361) \cos^2 B - 0.0002.$$

Для проекции Гаусса-Крюгера значения коэффициентов следующие, обеспечивающие необходимую точность вычислений для шестиградусных зон.

Для шестиградусной координатной зоны координаты x, y вычисляются по этим формулам с точностью до 0,001 м.

Пример оформления расчета

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ КООРДИНАТ ГАУССА-КРЮГЕРА ПО КРИВОЛИНЕЙНЫМ ГЕОДЕЗИЧЕСКИМ КООРДИНАТАМ

Формулировка задачи

Заданы криволинейные геодезические координаты $B = 53^\circ 10' 41,811''$, $L = 50^\circ 24' 05,989''$ пункта, относительно эллипсоида Красовского с параметрами $a = 6378245$ м — большая полуось, $f = 1:298,3$ — сжатие. Пункт расположен в 9-й зоне с осевым меридианом $L_9^0 = 51^\circ$.

Требуется вычислить плоские прямоугольные координаты x_{42} , y_{42} этого пункта в системе координат СК-42.

Алгоритм вычислений

1. Вычисляем радиус кривизны первого вертикала N для точки с заданной геодезической широтой

$$N = 6399698,902 - [21562,267 - (108,973 - 0,612 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B = \\ = 6391967,919 \text{ м.}$$

2. Вычисляем коэффициенты разложения a_k

$$a_0 = 32140,404 - [135,3302 - (0,7092 - 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B = 32091,886;$$

$$a_3 = (0,3333333 + 0,001123 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,1666667 = -0,047;$$

$$a_4 = (0,25 + 0,00252 \cos^2 B) \cos^2 B - 0,04166 = 0,048;$$

$$a_5 = 0,0083 - [0,1667 - (0,1968 + 0,0040 \cos^2 B) \cos^2 B] \cos^2 B = -0,026;$$

$$a_6 = (0,166 \cos^2 B - 0,084) \cos^2 B = -0,009.$$

3. Вычисляем долготу пункта относительно осевого меридиана зоны

$$l = L - L_9^0 = -0,01044294 \text{ рад.}$$

4. Вычисляем абсциссу пункта в системе координат СК-42

$$x = x_{42} = 6367558,4969 B - \{a_0 - [0,5 + (a_4 + a_6 l^2) l^2] l^2 N\} \sin B \cos B = \\ = 5894731,543 \text{ м.}$$

5. Вычисляем ординату пункта относительно осевого меридиана зоны

$$y = [1 + (a_3 + a_5 l^2) l^2] l N \cos B = -40005,441 \text{ м.}$$

6. Вычисляем ординату пункта в системе координат СК-42

$$y_{42} = y + \frac{L_9^0 + 3}{6} 1000000 + 500000 = 9459994,559 \text{ м.}$$