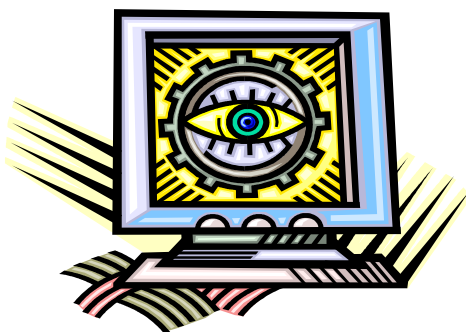


ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

Кафедра технологии машиностроения

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
"Математическое моделирование в машиностроении"
для студентов направления подготовки бакалавров
15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств»
(направленности «Конструкторско-технологическое
обеспечение кузнечно-штамповочного производства»,
«Металлообрабатывающие станки и комплексы»,
«Технология машиностроения»)
всех форм обучения



Воронеж 2017

Составитель канд. техн. наук А.В. Перова

УДК 51:621(075.8)

ББК 22.1:34.00Я7

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине "Математическое моделирование в машиностроении" для студентов направления подготовки бакалавров 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» (направленности «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Металлообрабатывающие станки и комплексы», «Технология машиностроения») всех форм обучения / ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический университет"; сост. А.В. Перова. Воронеж, 2017. 37 с.

Методические указания включают краткие теоретические сведения по математическому моделированию в машиностроении, методику и порядок выполнения лабораторных работ, снабжены перечнем рекомендуемой литературы и конкретными примерами моделирования с использованием численных методов.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе MS Word XP и содержится в файле «Лабораторные_MMM_150305.pdf».

Табл. 4. Ил. 8. Библиогр.: 5 назв.

Рецензент д-р техн. наук, проф. А.И. Болдырев

Ответственный за выпуск зам. зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. Е.В. Смоленцев

Издается по решению учебно-методического совета Воронежского государственного технического университета

© ФГБОУ ВО

«Воронежский государственный
технический университет», 2017

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №1

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТОРОИДАЛЬНЫМ РОЛИКОМ

При поверхностном пластическом деформировании деталей, для получения требуемой шероховатости, необходимо обеспечить определенное давление в зоне контакта, которое известным образом [1] зависит от площади пятна контакта.

Цель задания — определить размеры ролика и угол его наклона для обеспечения требуемой площади пятна контакта при заданном натяге.

Теоретические сведения

При составлении расчетной схемы (рис. 1) принимаем, что ролик выполнен тороидальным из абсолютно жесткого материала. Обрабатываемая деталь абсолютно плоская и в момент контакта имеет абсолютную податливость. Площадь контакта рассчитываем в проекции на плоскость, параллельную обрабатываемой поверхности.

Для определения координат профиля пятна контакта при принятых упрощениях расчетные формулы имеют вид:

$$E_{\max} = r \cdot \cos \left(ar \cos \cdot \frac{r - \Delta}{r} - \theta \right); \quad (1.1)$$

$$E_{\min} = r \cdot \cos \left(ar \cos \cdot \frac{r - \Delta}{r} + \theta \right); \quad (1.2)$$

$$E_i = \frac{E_{\max} - E_{\min}}{n} \cdot i + E_{\min}; \quad (1.3)$$

$$\varphi = \arcsin \cdot \frac{R \cdot \sin \theta + r - \Delta - E_i \cdot \cos \theta}{R_i \cdot \sin \theta}; \quad (1.4)$$

$$R_i = R + \sqrt{r^2 - E_i^2} ; \quad (1.5)$$

$$X_i = R_i \cdot \cos \varphi ; \quad (1.6)$$

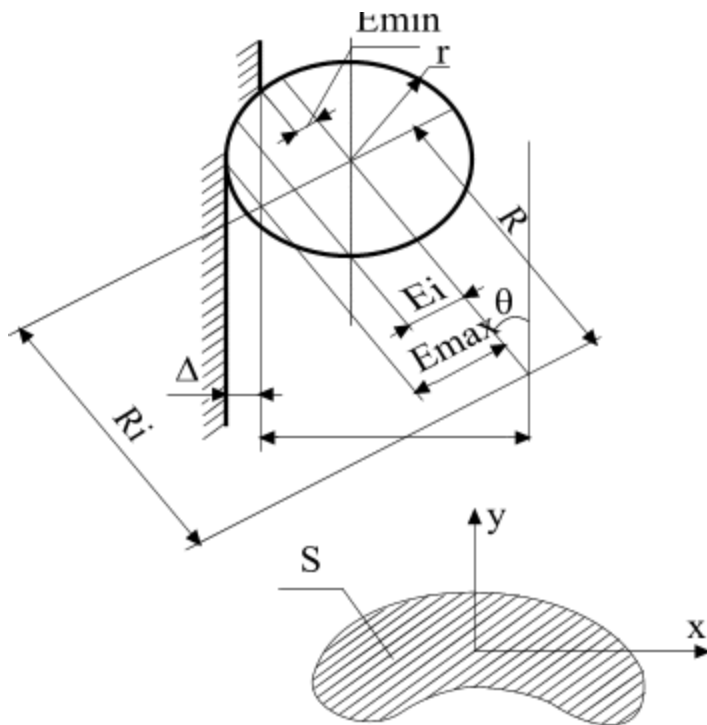


Рис. 1. Расчетная схема процесса поверхностного пластического деформирования поверхности детали

$$Y_i = R_i \cdot \sin \varphi \cdot \cos \theta - E_i \cdot \sin \theta , \quad (1.7)$$

где $E_{\max}$, $E_{\min}$ - параметры, характеризующие расстояние от оси симметрии тора до его крайних сечений, контактирующих с плоскостью, мм;
 r - радиус тора;

Δ - натяг, мм;

θ - угол наклона торового ролика к плоскости обработки, град;

n - число шагов интегрирования (не более 30);

R - радиус от центра вращения до оси тора, мм;

φ - пересчетный параметр, определяющий угловое расстояние от оси y до места контакта торового круга в сечении E_i с плоскостью обработки, град.;

R_i - значение радиуса окружности при пересечении тора плоскостью на расстоянии E_i от оси симметрии, мм.

Площадь пятна контакта описывается системой параметрических уравнений (1.6 – 1.7), в которых параметром является расстояние от оси симметрии тора до секущей плоскости.

Методика расчета

Для заданного значения натяга Δ необходимо определить угол наклона θ_0 ролика, обеспечивающего заданное значение площади пятна контакта S_0 .

Для вычисления площади пятна контакта, описываемой уравнениями (1.6) и (1.7), используется метод трапеций. Площадь пятна контакта определяется по формуле:

$$S = \sum_{i=1}^n \left[\frac{(X_i - X_{i-1}) \cdot (Y_i + Y_{i-1})}{2} \right], \quad (1.8)$$

где X_i , Y_i - определяются по уравнениям (1.6), (1.7);

n - число шагов интегрирования или число участков, на которые разбивается площадь пятна контакта.

Изменяя значение угла контакта ролика θ от 90° до заданного $\theta_{\min}$ с шагом $1^\circ - 5^\circ$, вычисляем площадь пятна контакта по формулам (1.1 - 1.8) для каждого угла θ от 90° до $\theta_{\min}$. В результате получим зависимость площади S от угла θ . Эту зависимость можно проиллюстрировать графически (рис. 2).

По графику определяется угол θ_0 , обеспечивающий заданную площадь пятна контакта S_0 .

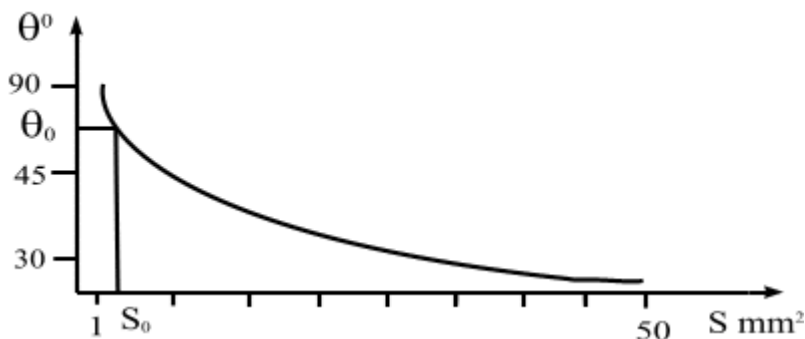


Рис. 2. График зависимости S от θ

Порядок выполнения работы

1. Составить алгоритм и программу расчета пятна контакта.
2. Для своего варианта по табл. 1 определить значения $\theta_{\min}$, Δ и S_0 .
3. Выбрать типоразмер ролика по табл. 2.
4. По вычисленным значениям S для различных углов θ построить график (рис. 2).
5. По графику (рис. 2) определить значения угла θ , обеспечивавшего заданное значение S_0 .
6. Если $\theta < \theta_{\min}$, то необходимо взять другой типоразмер ролика и повторить расчеты.
7. На рис. 1 указать полученные значения параметров.

Содержание отчета

1. Алгоритм и программа расчета.
2. Номер варианта задания и исходные значения параметров.
3. Вариант типоразмера ролика.

4. Вычисленные значения S и θ при выбранном числе n .
5. График зависимости S от θ .
6. Найденное значение параметра $\theta_{\min}$.

Таблица 1

№ варианта	$\theta_{\min}$	Δ , мм	S , мм ²
1	60	0,05	2,50
2	50	0,07	3,50
3	45	0,08	4,10
4	55	0,05	2,60
5	70	0,06	2,95
6	55	0,15	7,67
7	40	0,03	1,65
8	65	0,06	3,00
9	45	0,14	7,30
10	50	0,10	5,25
11	40	0,10	5,00
12	45	0,03	1,55
13	50	0,01	0,5
14	60	0,05	2,1
15	50	0,02	1,6
16	45	0,07	3,9
17	55	0,16	7,2
18	40	0,2	1,6
19	70	0,05	3,1
20	65	0,07	3,3

Параметры, мм	Тип ролика					
	1	2	3	4	5	6
R	25	30	20	34	25	33
r	4	5	3	6	5	4

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ ОБРАБОТКИ ОТВЕРСТИЙ

Цель работы - разработать программную модель расчета точности обработки отверстий и определить параметры, при которых достигается заданная точность.

Теоретические основы

Обработка отверстий мерными лезвийными инструментами описывается системой математических моделей (1-6), расчетные схемы которых приведены на рис. 3 - 7.

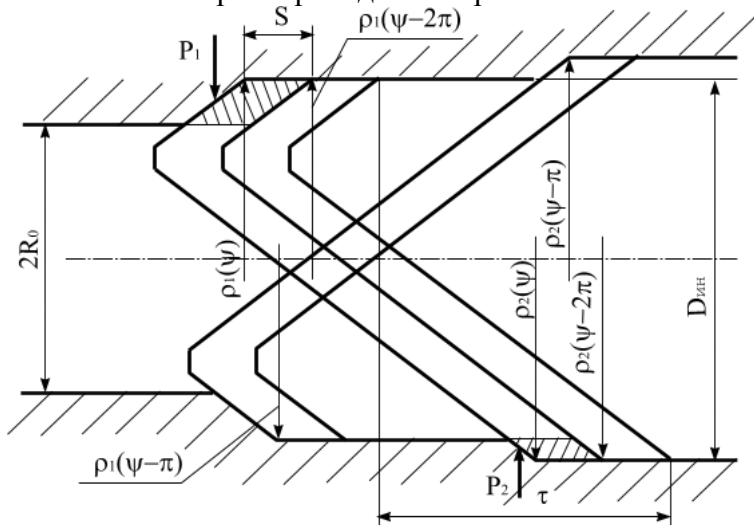


Рис. 3. Модели № 1 и № 6

Математическая модель 1

1	$\frac{S}{2} \gg \tau,$ $Kr \langle 0;$ $K_1 \langle K_2,$ $D_0 \neq 0;$ $J = 0$	$R(\psi) = \frac{-R(\psi - \pi) \cdot B}{A} - \frac{C}{A};$ $A = \frac{K_1 \cdot h + K_2 \cdot h}{\operatorname{tg} \varphi} + (K_1 + K_2) \times$ $\times (S/2 + 2 \cdot Os \cdot \cos(n(\psi - \pi/2)) \cdot \sin(n \cdot \pi/2)) +$ $\tau \cdot (K_1 - K_2)$ $B = \frac{h(K_1 + K_2)}{\operatorname{tg} \varphi};$ $C = (K_1 - K_2) \cdot h \times$ $\times \left(S/2 + 2 \cdot Os \cdot \cos(n(\psi - \pi/2)) \cdot \sin(n \cdot \pi/2) + \right);$ $h = \frac{D - D_0}{2}$
---	--	--

Математическая модель 2

2	$0 \leq Kr \leq e$ $D_0 = 0;$ $K_1 \langle K_2,$ $J \neq 0$	$R(\psi) = \frac{A + S \cdot 2Os \cdot \cos(n\psi) \cdot (K'_2 - K'_1)}{C} + \frac{B}{C} \cdot R(\psi - \pi)$ $A = \tau \cdot S \cdot (K_1 + K_2) + S^2/2 \cdot (K_2 - K_1) +$ $+ D \cdot \left(-S \cdot K_2 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1 - S \cdot K_1 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 + J \cdot \frac{\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi_2}{2} \right) +$ $+ (\ln + \tau) \cdot \left(\frac{\operatorname{ctg} \varphi_1}{\operatorname{ctg} \varphi_2} - 1 \right) \cdot K_2 \cdot S;$ $B = S \cdot (K_1 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 + K_2 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1);$ $C = S \cdot (-K_1 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 - K_2 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2) + J \cdot (\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi_2)$ $\ln = \frac{0,87 \cdot D}{2 \cdot \operatorname{tg} \varphi}$
---	---	--

Математическая модель 3

3	$Kr < 0,$ $D_0 = 0;$ $K_1 < K_2,$ $J \neq 0$	$R(\psi) = \frac{A + 2 \cdot h \cdot Os \cdot \cos(n\psi) \cdot (K_2 - K_1)}{C} -$ $- \frac{B \cdot R(\psi - \pi)}{C}$ $A = h \cdot \frac{S}{2} \cdot (K_2 - K_1) + h \cdot \tau \cdot (K_2 + K_1) + \frac{D \cdot h \cdot (K_2 + K_1)}{\operatorname{tg} \varphi} + \frac{D \cdot J}{2};$ $C = J + \frac{h \cdot (K_1 + K_2)}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad B = \frac{h(K_1 + K_2)}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad h = 0,435 \cdot D$
---	---	---

Математическая модель 4

4	$0 \leq Kr \leq e$ $D_0 \neq 0;$ $K_1 < K_2$ $J \neq 0$	$R(\psi) = \frac{A + 2S \cdot Os \cdot \cos(n\psi) \cdot (K_2 - K_1)}{C} -$ $- \frac{K_1 \cdot h \cdot S \cdot (\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi_2) + B \cdot R(\psi - \pi)}{C};$ $A = \tau \cdot S \cdot (K_1 + K_2) + S^2/2 \cdot (K_2 - K_1) +$ $+ D \cdot \left(-S \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 \cdot (K_1 + K_2) + J \cdot \frac{\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi_2}{2} \right);$ $B = S \cdot (K_1 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 + K_2 \cdot \operatorname{ctg} \varphi_1); \quad h = \frac{D_0}{2};$ $C = J \cdot (\operatorname{ctg} \varphi_1 - \operatorname{ctg} \varphi_2) - S \cdot \operatorname{ctg} \varphi_2 \cdot (K_2 + K_1)$
---	--	--

Математическая модель 5

5	$Kr < 0,$ $K_1 < K_2;$ $J \neq 0,$ $D_0 \neq 0$	$R(\psi) = \frac{-R(\psi - \pi) \cdot B}{A} + \frac{C}{A};$ $A = J + S_0 \cdot (K_1 + K_2) + \tau \cdot (K_1 - K_2) + \frac{h}{\operatorname{tg} \varphi} \cdot (K_1 + K_2)$ $B = \frac{h \cdot (K_1 + K_2)}{\operatorname{tg} \varphi}; \quad h = \frac{D - D_0}{2};$ $C = h \cdot (S_0 \cdot (K_2 - K_1) - \tau \cdot (K_1 + K_2));$ $S_0 = \frac{S}{2} + 2 \cdot Os \cdot \cos\left(n \cdot \left(\psi - \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \sin\left(n \cdot \frac{\pi}{2}\right)$
---	--	---

Математическая модель 6

6	$K_r, \tau > S/2$ $K_1 < K_2,$ $D_0 \neq 0;$ $J \neq 0$	$R(\psi) = -R \cdot (\psi - m \cdot \pi) \cdot B - A;$ $B = \frac{K_2 \cdot S}{K_2 \cdot S + K_1 \cdot S + J}; \quad A = \frac{K_1 \cdot S \cdot h(\psi)}{K_2 \cdot S + K_1 \cdot S + J};$ $m = \frac{2 \cdot \tau}{S} - \text{ближайшее целое число};$ $h = \frac{D}{2} - R_0(\psi);$ $R_0(\psi) = \frac{D_0}{2} + \frac{\delta_3}{2} \cdot \sin(\psi) \quad - \text{при расчете увода};$ $R_0(\psi) = \frac{D_0}{2} \quad - \text{при расчете разбивки};$ $\delta_3 - \text{погрешности расположения оси отверстия в заготовке}$
---	--	--

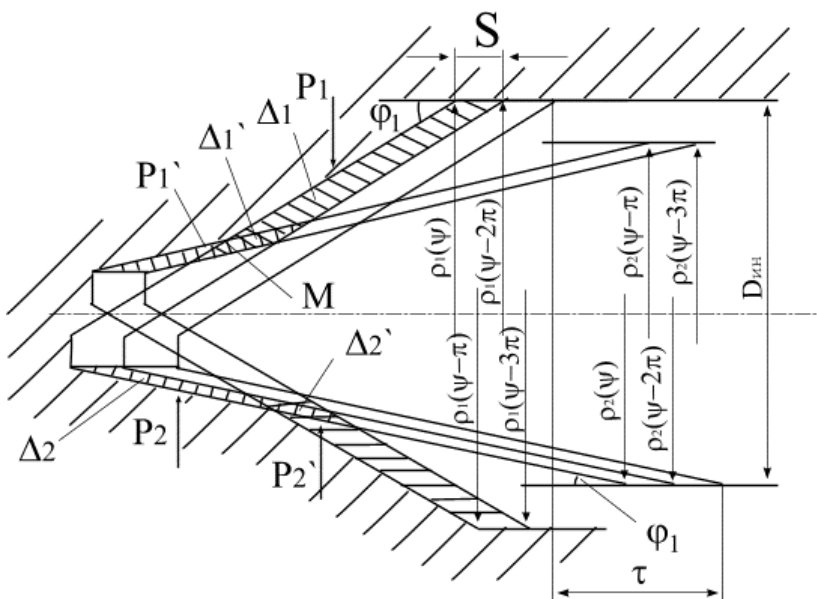


Рис. 4. Модель № 2

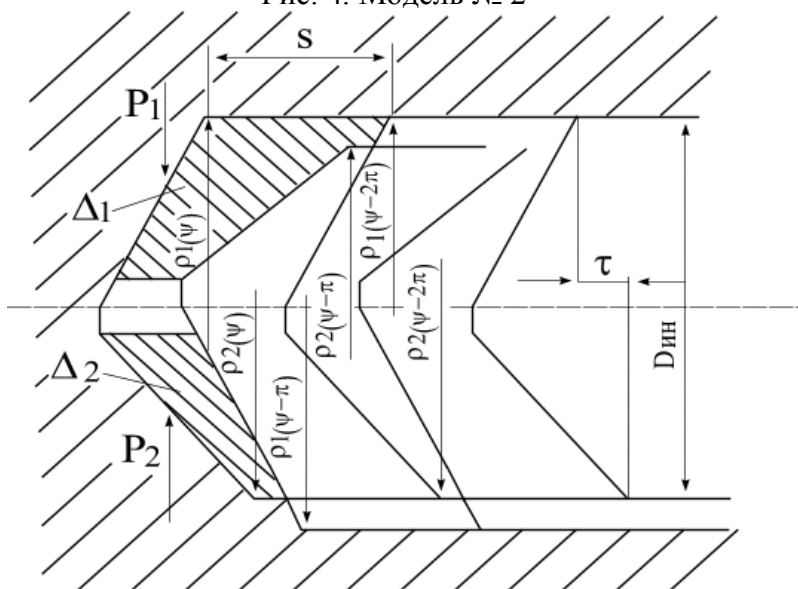


Рис. 5. Модель № 3

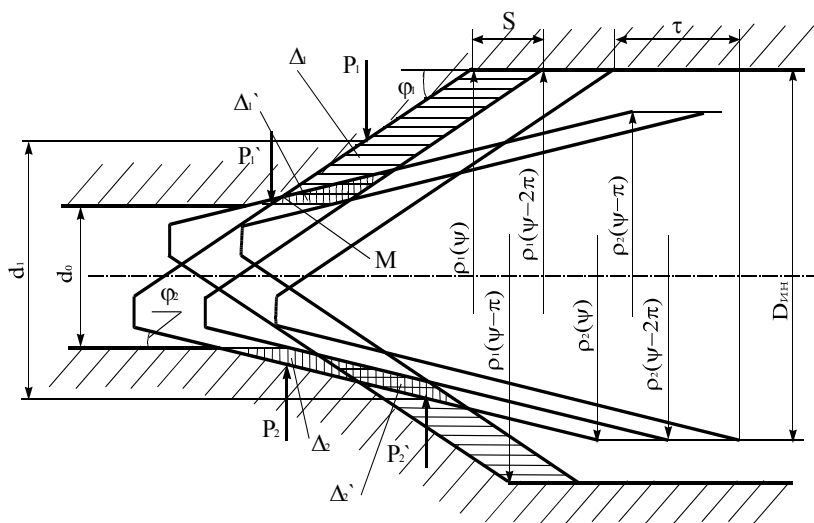


Рис. 6. Модель № 4

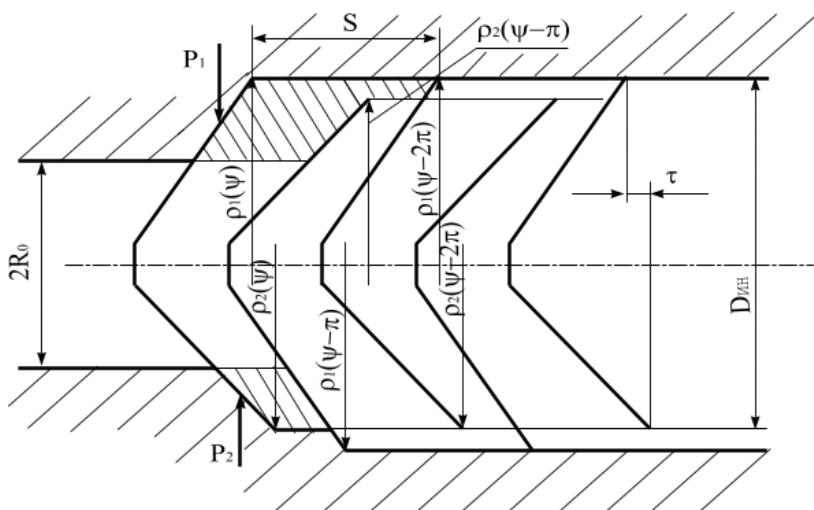


Рис. 7. Модель № 5

Эти модели позволяют определить в любой момент времени положение радиус-вектора $\rho(\psi)$ режущей кромки инструмента [2, 3]. В математических моделях вычисляется значение $\rho(\psi)$, положение же его определяется в полярных координатах в зависимости от угла поворота ψ инструмента. Поскольку в математических моделях используются разностные уравнения, то положение $\rho(\psi)$ при повороте инструмента на угол ψ определяется, исходя из его положения пол оборота назад - $\psi - \pi$. Зная положение радиус-вектора $\rho(\psi)$, всегда можно определить параметры точности отверстия: расположение оси, точность формы и диаметрального размера. Для выбранной математической модели необходимо разработать программную модель, позволяющую определить положение радиус-вектора $\rho(\psi)$ и графически изобразить положение его конечной точки в поперечном сечении отверстия. Параметры точности отверстия определяются по предельным значениям $\rho(\psi)$ в последнем сечении отверстия, т.е. на последнем обороте инструмента. Если параметры точности не достигнуты, то необходимо изменять технологические параметры (подачу, припуск, угол φ и т.д.) и повторить расчеты.

Порядок проведения работы

1. По заданному варианту из табл. 3 выписать исходные данные.
2. Определить математическую модель, соответствующую заданным условиям обработки, исходя из значения K_r .
3. Определить вводимые данные и постоянные параметры процесса обработки. Коэффициенты резания K_1 и K_2 определяются следующим образом

$$K_1 = 120 \cdot K_{\gamma_1} \cdot K_{\varphi_1} \cdot K_{\lambda_1}; \quad (2.1)$$

$$K_2 = 120 \cdot K_{\gamma_2} \cdot K_{\varphi_2} \cdot K_{\lambda_2}, \quad (2.2)$$

где K_{γ} , K_{φ} , K_{λ} - коэффициенты, зависящие от углов γ , φ , λ , при этом $\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi$, $\varphi_2 = \varphi - \Delta\varphi$;

$\Delta\varphi$ - допуск на угол φ ;

$$K_{\gamma} = 0,000001 \cdot e^{-\gamma \cdot 0,001158} \cdot \gamma^{3,365471} \quad (\text{здесь } \gamma = 90 - \gamma \text{ в град.});$$

$$K_{\varphi} = 4,50155 \cdot e^{-\varphi \cdot 0,013959} \cdot \varphi^{-0,239089} \quad (\varphi \text{ в град.});$$

$$K_{\lambda} = 0,151289 \cdot e^{\lambda \cdot 0,00378} \cdot \lambda^{0,678222} \quad (\text{здесь } \lambda = 15 + \lambda \text{ в град.}).$$

Для сверла λ и γ находятся по формулам

$$\lambda_1 = \arctg \left(\frac{P_{\lambda_1} \cdot \sin \varphi_1}{\sqrt{1 - (P_{\lambda_1} \cdot \sin \varphi_1)^2}} \right);$$

$$\lambda_2 = \arctg \left(\frac{P_{\lambda_2} \cdot \sin \varphi_2}{\sqrt{1 - (P_{\lambda_2} \cdot \sin \varphi_2)^2}} \right); \quad (2.3)$$

$$\gamma_1 = \arctg \left(\frac{P_{\gamma_1} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ - \operatorname{tg} \lambda_1 \cdot \cos \varphi_1}{\sin \varphi_1} \right);$$

$$\gamma_2 = \arctg \left(\frac{P_{\gamma_2} \cdot \operatorname{tg} 30^\circ - \operatorname{tg} \lambda_2 \cdot \cos \varphi_2}{\sin \varphi_2} \right), \quad (2.4)$$

где P_{γ} и P_{λ} определяются из табл. 4.

Таблица 3

№ п/п	Метод обработки	D, L	Δ	ΔY	τ	S	D_0	J
1	Сверление	10, 40	0,2	0,2	0,1	0,1...0,25	0	10
2	Рассверливание	20, 60	0,1	0,1	0,2	0,2...0,4	16	20
3	Растачивание	90, 80	0,05	0,05	0,1	0,5...0,8	88	0
4	Зенкерование	60, 90	0,04	0,06	0,08	0,2...0,5	57	100
5	Сверление	5, 20	0,1	0,2	0,06	0,05...0,2	0	5
6	Рассверливание	30, 80	0,18	0,2	0,3	0,1...0,4	25	60
7	Рассверливание	28, 90	0,17	0,15	0,25	0,3...0,5	24	50
8	Растачивание	80, 90	0,06	0,1	0,1	0,1...0,3	76	20
9	Сверление	18, 45	0,3	0,2	0,15	0,2...0,5	0	40
10	Зенкерование	40, 80	0,1	0,1	0,08	0,4...0,6	36	100
11	Растачивание	90, 90	0,08	0,1	0,15	0,1...0,3	88	0
12	Рассверливание	26, 50	0,15	0,2	0,25	0,05...0,2	20	40
13	Растачивание	88, 80	0,06	0,12	0,15	0,4...0,8	86	200
14	Сверление	15, 60	0,12	0,3	0,12	0,05...0,2	0	12
15	Зенкерование	50, 90	0,08	0,1	0,1	0,1...0,3	46	55
16	Зенкерование	40, 80	0,07	0,1	0,08	0,3...0,6	36	45
17	Сверление	6, 20	0,08	0,15	0,07	0,05...0,2	0	5
18	Растачивание	60, 50	0,05	0,1	0,15	0,4...0,8	58	0
19	Растачивание	50, 60	0,04	0,08	0,15	0,2...0,4	49	80
20	Сверление	7, 30	0,12	0,1	0,06	0,05...0,1	0	5

Таблица 4

Мо- дель	$P\lambda_1$	$P\lambda_2$	$P\gamma_1$	$P\gamma_2$	$P\lambda_{1,2}$	$P\gamma_{1,2}$
2	0,1733	0,342	0,75	0,38	0,2816	0,5
3	0,23	0,23	0,565	0,565	-	-
4	0,13	0,13	$\frac{D_1}{D}$	$\frac{D_2}{D}$	-	-
5	$\frac{0,26 \cdot D}{D + D_0}$	$\frac{0,26 \cdot D}{D + D_0}$	$\frac{D + D_0}{2D}$	$\frac{D + D_0}{2D}$	-	-
7	$\frac{0,26 \cdot D}{D + D_0}$	$\frac{0,26 \cdot D}{D + D_0}$	$\frac{D + D_0}{2D}$	$\frac{D + D_0}{2D}$	-	-

$$D_1 = \frac{3D + D_0}{4}, \quad D_2 = \frac{D + 3D_0}{4}$$

Для других инструментов значения γ, φ, λ назначать соответствующими заданному аргументу, при этом всегда

$$\varphi_1 = \varphi + \Delta\varphi; \quad \varphi_2 = \varphi - \Delta\varphi; \quad \gamma_1 = \gamma + \Delta\gamma; \quad \gamma_2 = \gamma - \Delta\gamma; \\ \lambda_1 = \lambda_2.$$

Рекомендуемые значения

для сверл $\varphi = 45^\circ \dots 70^\circ$, $\Delta\varphi = \pm 2^\circ \dots 4^\circ$;

для зенкеров $\varphi = 15^\circ \dots 45^\circ$, $\Delta\varphi = \pm 1^\circ \dots 2^\circ$, $\gamma = -5^\circ \dots 10^\circ$,
 $\Delta\gamma = \pm 1^\circ \dots 2^\circ$, $\lambda = 0^\circ \dots 5^\circ$, $\Delta\lambda = \pm 1^\circ \dots 2^\circ$;

для расточных пластин $\varphi = 5^\circ \dots 30^\circ$, $\gamma = 0^\circ \dots 5^\circ$,
 $\lambda = 0^\circ \dots 5^\circ$, $\Delta\varphi, \Delta\gamma, \Delta\lambda = \pm 1^\circ \dots 2^\circ$.

Принятые обозначения

S - подача инструмента в мм/об; K_1, K_2 - коэффициенты резания; D_0 - диаметр отверстия заготовки в мм; τ - осевое биение режущей кромки инструмента в мм;

$$Kr = \frac{J - \text{жесткость инструмента в Н/мм;}}{(\tau - S/2) \cdot \operatorname{tg} \varphi_2}; \quad l = \frac{(D/2 - lp/2)}{\operatorname{tg} \varphi};$$

$lp = D_0/2$ при $D_0 \neq 0$; $lp = 0,13D$ при $D_0 = 0$; φ - угол в плане; $\Delta\varphi$ - допуск на заточку угла φ ; D - диаметр инструмента в мм; h - припуск под обработку в мм;

n - количество колебаний шпинделя станка за один оборот; Os - осевые биения шпинделя, обычно 0,05...0,1 мм; ψ - угол поворота инструмента; δ_3 - допуск отверстия в заготовке 0,3...0,5 мм; L - длина отверстия.

4. Составить алгоритм расчета точности обработки отверстия по схеме (рис. 8).

5. Методика расчета параметров точности.

5.1. Расчет точности диаметра (разбивка отверстия). Для расчета точности диаметрального размера задаются значения: $Os = 0$ и $n = 0$.

5.2. Разбивка отверстия определяется для моделей 2, 3, 4 по формуле

$$\Delta p = |(R(\psi) + R(\psi + \pi))_{\max} - D|,$$

т.е. определяется как максимальная сумма пар радиус-векторов на последнем обороте инструмента.

Для моделей 1, 5, 6 - по формуле $\Delta P = (R(\psi) + R(\psi - \pi))_{\max}$.

5.3. Расчет точности расположения оси (увод оси).

Для расчета увода задаются значения: $Os \neq 0$ и $n = 1$.

Увод оси определяется по формуле

$$\Delta_Y^P = \left| \frac{R(\psi) - R(\psi - \pi)}{2} \right|_{\max},$$

т.е. определяется как максимальная разность радиус-векторов на последнем обороте инструмента.

6. Рассчитать точность обработки при заданных усло-

виях и определить параметры процесса, при которых обеспечивается заданная точность диаметра Δ_P и расположения оси Δ_P^m , т.е. $(\Delta \geq \Delta_P, \Delta_Y^P \leq \Delta_Y)$.

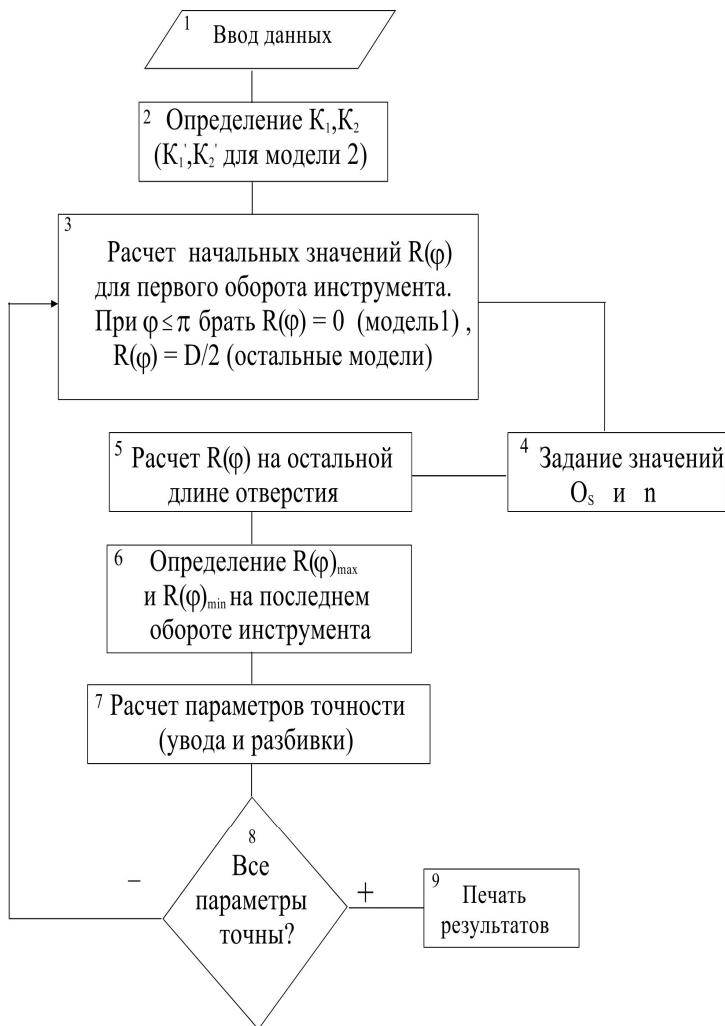


Рис. 8. Блок-схема алгоритма расчета точности обработки

Содержание отчета

- ра.
1. Выбранная математическая модель и критерии выбо-
 2. Расчетная схема.
 3. Алгоритм расчета.
 4. Результаты моделирования.

Рекомендации по снижению увода оси отверстия.

1. Уменьшить подачу (модели 2, 4).
2. Увеличить подачу (модели 1, 3, 5, 6).
3. Уменьшить осевые биения шпинделя O_s (все модели).
4. Уменьшить угол φ .

Рекомендации по повышению точности диаметрального размера.

1. Увеличить подачу (все модели).
2. Увеличить угол φ (модели 2, 4).
3. Уменьшить угол φ (модели 1, 3, 5, 6).
4. Уменьшить осевое биение режущей кромки инструмента τ (все модели).

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОСТЕЙШЕГО ПОТОКА

Цель: Изучить свойства и характеристики простейшего потока. Сравнить теоретические и модельные значения полученных характеристик.

Теоретические сведения

Свойства и характеристики простейшего потока

Простейший поток обладает следующими свойствами:

- *стационарность,*
- *отсутствие последствий,*

- ординарность.

Стационарность означает, что с течением времени вероятностные характеристики потока не меняются. Стационарность потока равносильна постоянной плотности вероятности поступления вызовов в любой момент времени, иначе говоря, для стационарного потока вероятность поступления i вызовов за промежуток длиной Δt зависит только от величины промежутка и не зависит от его расположения на оси времени (3.1).

$$P_i(t + \Delta t) = P_i(t_1 + \Delta t) = P_i(\Delta t) \quad (3.1)$$

Последствие означает зависимость вероятностных характеристик потока от предыдущих событий. Иными словами, вероятность поступления i вызовов в промежуток $[t_1, t_2]$ зависит от числа, времени поступления и длительности обслуживания вызовов до момента t_1 . Для случайного потока без последствия условная вероятность поступления вызовов в промежутке $[t_1, t_2]$, вычисленная при любых предположениях о течении процесса обслуживания вызовов до момента t_1 , равна безусловной (3.2).

$$P_i([t_1, t_2]) | t < t_1 = P_i([t_1, t_2]) \quad (3.2)$$

Ординарность означает практическую невозможность группового поступления вызовов. Иначе говоря, вероятность поступления двух или более вызовов за любой бесконечно малый промежуток времени Δt есть величина бесконечно малая более высокого порядка, чем Δt , т.е.

$$P_{i \geq 2}(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.3)$$

К основным характеристикам случайного потока относят **ведущую функцию, параметр и интенсивность**.

Ведущая функция случайного потока $\bar{x}(0, t)$ есть математическое ожидание числа вызовов в промежутке $[t, t + \Delta t]$. Функция $\bar{x}(0, t)$ - неотрицательная, неубывающая и в практических задачах теории распределения информации непрерывна и принимает только конечные значения.

Параметр потока $\lambda(t)$ в момент времени t есть предел отношения вероятности поступления не менее одного вызова в

промежутке $[t, t+\Delta t]$ к величине этого промежутка Δt при: $\Delta t \rightarrow 0$.

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (3.4)$$

Параметр потока определяет плотность вероятности наступления вызывающего момента в момент t . Определение параметра равносильно предположению, что вероятность поступления хотя бы одного вызова в промежутке $[t, t+\Delta t]$ с точностью до бесконечно малой пропорциональна промежутку и параметру потока $\lambda(t)$:

$$P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t) = \lambda(t) \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.5)$$

Для стационарных потоков вероятность поступления вызовов не зависит от времени, т. е., $P_{i \geq 1}(t, t + \Delta t) = P_{i \geq 1}(\Delta t)$, поэтому параметр стационарного потока постоянный. Соответственно получаем

$$P_{i \geq 1}(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t) \quad (3.6)$$

Интенсивность стационарного потока μ есть математическое ожидание числа вызовов в единицу времени.

Если интенсивность характеризует поток вызовов, то параметр - поток вызывающих моментов. Поэтому всегда $\mu(t) \geq \lambda(t)$, а равенство имеет место только для ординарных потоков, когда в каждый вызывающий момент поступает только один вызов.

Моделирование простейшего потока

Для простейшего потока вызовов длины промежутков $z_k = t_k - t_{k-1} > 0$ времени между последовательными вызовами потока распределены по показательному закону с тем же параметром λ

$$P(z < t) = F(t) = \begin{cases} 1 - e^{-\lambda t}, & t > 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (3.7)$$

Это обстоятельство позволяет моделировать простейший поток вызовов на заданном промежутке времени при по-

мощи метода Монте-Карло, который основывается на следующей теореме:

Теорема: Если r_i - случайные числа, равномерно распределенные на $(0,1)$, то возможное значение x_i разыгрываемой непрерывной случайной величины X с заданной функцией распределения $F(x)$, соответствующее r_i является корнем уравнения

$$F(x_i) = r_i. \quad (3.8)$$

Согласно этой теореме, для получения последовательности случайных значений Z_k , распределенных по показательному закону с параметром λ , требуется для каждого случайного числа $r_i(0,1)$, генерируемого на ПЭВМ датчиком псевдослучайных чисел, решить уравнение

$$1 - e^{-\lambda z_i} = r_i, \quad i=1,2,\dots \quad (3.9)$$

Решая это уравнение относительно z_i , имеем

$$z_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(1-r_i) \quad (3.10)$$

или

$$z_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(r_i) \quad i=1,2,\dots \quad (3.11)$$

Порядок выполнения работы

1. Сгенерировать случайные равномерно распределённые числа от 0 до 1.

2. По формуле $z_i = -\frac{1}{\lambda} \ln(r_i)$, где $i=1, 2, \dots$ получить Z_i для промежутков между вызовами.

3. $\lambda = 10(N+1)/(N+4)$ (выз/мин); где N – номер по журналу.

4. На промежутке $[T_1 ; T_2]$, $T_1 = N+1$, $T_2 = N+4$ мин. получить последовательность t_k моментов поступления вызовов.

$$t_k = T_1 + \sum_{i=1}^k z_i \quad \text{до тех пор пока } t_k \leq T_2$$

5. Полученные данные свести в табл. 5:

Таблица 5

R_i	Z_i	T_k
r_1	z_1	T_1
r_2	z_2	T_2
.	.	.
.	.	.

6. Провести статистическую обработку полученных результатов, для этого разделить заданный интервал на 24 равных промежутка длиной:

$$\tau = \frac{T_2 - T_1}{24}, \text{ (мин).}$$

Для каждого промежутка определить $x(\tau)$ – количество вызовов, попавших в промежуток, длиной τ .

$N_{\text{интервала}}$	1	2	$\dots$	24
$x(\tau)$				

Получить таблицу статистического распределения случайной величины

$x(\tau)$	0	1	2	$\dots$
N_k	n_1	N_2	n_3	$\dots$

$$n = \sum n_k = 24$$

n_k - количество интервалов в которое попало k вызовов.

7. Определить модельное значение параметра потока:

$$a = \bar{x}(\tau) = \frac{1}{n} \sum_k x(\tau) n_k - \text{мат. ожидание числа вызовов в } k$$

интервале.

$$a = \bar{\lambda} \tau \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{a}{\tau}$$

8. Для заданного (λ) и модельного значения ($\bar{\lambda}$), определить:

Вероятность отсутствия вызовов $P_0(t)$ за промежутков

$$t = T_2 - T_1;$$

Вероятность поступления одного вызова $P_1(t)$;

Вероятность поступления четырёх вызовов $P_4(t)$;

Вероятность поступления не менее пяти вызовов

$$P_{\geq 5}(t) = 1 - (P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4);$$

Вероятность поступления менее трёх вызовов

$$P_{< 3}(t) = P_0 + P_1 + P_2;$$

Вероятность поступления не более семи вызовов

$$P_{\leq 7}(t) = P_0 + \dots + P_7;$$

Вероятность, что промежуток между вызовами Z_k

$$P[0.1 < Z_k < 0.5] = F(0.5) - F(0.1).$$

9. Сделать выводы.

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 СУММИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ

Цель: Исследовать сумму двух простейших потоков и определить характеристики результирующего потока.

Теоретические сведения

Суммирование и разъединение простейших потоков

При объединении нескольких независимых простейших потоков образуется также простейший поток с параметром, равным сумме параметров исходных потоков. При разъединении поступающего простейшего потока с параметром λ на n направлений так, что каждый вызов исходного потока с вероятностью $P_i \left(\sum_{i=1}^n P_i = 1 \right)$ поступает на i -е направление, поток i -го направления также будет простейшим с параметром λP_i . Эти свойства простейшего потока широко используются на практике, поскольку значительно упрощают расчёты стационарного оборудования и сетей связи.

Экспериментальная проверка соответствия реального потока простейшему

В простейшем потоке промежутки z между соседними вызовами распределены по показательному (экспоненциальному) закону с параметром λ

$$p(t) = e^{-\lambda t}.$$

Определим математическое ожидание, дисперсию и среднеквадратическое отклонение промежутка z :

$$M_z = \int_0^{\infty} t p(t) dt = \int_0^{\infty} t \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 / \lambda$$

$$D_z = \int_0^{\infty} t^2 p(t) dt - M_z^2 = \int_0^{\infty} t^2 \lambda e^{-\lambda t} dt - 1 / \lambda^2 = 1 / \lambda^2 ;$$

$$\sigma_z = \sqrt{D_z} = 1 / \lambda .$$

Полученное совпадение величин M_z и D_z характерно для показательного распределения. Это свойство на практике используют как критерий для первоначальной проверки соответствия гипотезы о показательном распределении полученным статистическим данным.

Другой способ проверки основывается на том, что количество вызовов простейшего потока, попавших в интервал времени t описывается распределением Пуассона:

$$P_i(t) = \frac{(\lambda t)^i}{i!} e^{-\lambda t}$$

Определим математическое ожидание M_i и дисперсию D_i числа вызовов за промежутки t :

$$M_i = \sum_{i=1}^{\infty} i P_i(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=1}^{\infty} i (\lambda t)^i / i! = \lambda t e^{-\lambda t} \sum_{r=0}^{\infty} (\lambda t)^r / r! = \lambda t ;$$

$$D_i = \sum_{i=1}^{\infty} i^2 P_i(t) - M_i^2 = e^{-\lambda t} \sum_{i=1}^{\infty} i^2 (\lambda t)^i / i! - (\lambda t)^2 = \lambda t .$$

Совпадение математического ожидания и дисперсии числа вызовов за промежутки t означает соответствие реальному потоку простейшему. Допустим, для некоторого реального потока получен ряд чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, характеризующий чис-

ло вызовов, поступающих в n промежутков длиной t . Обычно принимают $t = 15$ мин. Рассчитываются среднее значение и несмещенная оценка дисперсии величины x :

$$\bar{x} = \sum_{j=1}^n x_j / n; \quad Dx = \sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2 / (n - 1).$$

В зависимости от степени совпадения величин $\bar{x}$ и Dx делается вывод о приемлемости модели простейшего потока. Для дальнейшего анализа можно использовать третий центральный момент, величина которого тоже равна λt .

Порядок выполнения работы

1. Промоделировать два простейших потока. Использовать методику 1-6 л. р. № 3

$$\lambda_1 = 10 \frac{N+1}{N+4}; \quad \lambda_2 = 15 \frac{N+1}{N+4}.$$

N_{umm}	I	$\dots$	24
$x_1(\tau)$			
$x_2(\tau)$			
x_1+x_2			

2. Получить суммарный поток складывая $x(\tau)$ соответствующих интервалов. Построить графики $x_1(n)$, $x_2(n)$, $x(n)$, где n - № интервала,

x_1 , x_2 , x - количество вызовов, попавших в интервал для I, II и суммарного потока соответственно.

3. Для суммарного потока получить $\lambda_{сум}$ модельное. Использовать методику п. 7 л. р. № 3.

4. Сравнить полученное значение $\lambda_{сум}$ и $\lambda_1 + \lambda_2$.

5. Рассчитать оценки дисперсии и математического ожидания случайной величины $x(\tau)$ - количество вызовов суммарного потока, попавших в интервал τ .

6. Сделать выводы.

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ПОЛНЫЙ ФАКТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ

Цель: провести планирование эксперимента; построить линейную, неполную квадратичную, полную квадратичную математические модели.

1. Для построения математических моделей "Операций" применяют полный факторный эксперимент (ПФЭ). Ортогональность матрицы планирования ПФЭ позволяет получить отдельные оценки для коэффициентов в уравнении регрессии.

2. ПФЭ называется эксперимент, реализующий все возможные неповторяющиеся комбинации уровней независимых переменных $X_1, X_2, \dots, X_n$, каждая из которых принудительно варьируется на двух уровнях.

3. Математическая модель ищется в виде неполного квадратичного уравнения регрессии взаимосвязи показателя качества "Операции" y от управляемых параметров. Например, для трех факторов это уравнение вида

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^3 b_i x_i + \sum_{i < j}^3 b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3 \quad (5.1)$$

или с учетом линеаризации путем замены переменных это

$$y = \sum_{i=1}^7 b_i x_i, \quad (5.2)$$

$$x_i = \frac{x_i - x_{i_0}}{\Delta_i}, \quad (1 \leq i \leq n) \quad (5.3)$$

x_{i_0} - нулевой уровень варьирования i -ой переменной;

Δ_i - интервал варьирования i -ой переменной.

4. Матрицу планирования ПФЭ и результаты опытов представляют в виде таблицы 6. Например для ПФЭ типа 2^3 ,

Таблица 6

	z_0	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	$\bar{y}$		
	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y_1		y_m
									y_1		y_m
1	+	-	-	-	+	+	+	-	y_{11}		y_{1m}
2	+	+	-	-	-	-	+	+	y_{21}		y_{2m}
3	+	+	-	-	+	-	+	-	-		-
4	+	+	+	-	+	-	-	-	-		-
5	+	+	+	+	-	-	+	-	-		-
6	+	+	-	+	-	+	-	-	-		-
7	+	-	+	+	-	+	-	-	-		-
8	+	+	+	+	+	+	+	+	y_{81}		y_{8m}

где x_0 – “фиктивная” переменная;

x_i – кодированные по формуле (2.3) значения переменных;

z_0 – новые переменные (после линеаризации);

$y_1, y_2, \dots, y_m$ - m параллельных наблюдений показателя качества y для каждого опыта.

“+”; “-” – кодированная запись +1 и -1 соответственно.

5. Так как изменение показателя качества y носит случайный характер, то в каждой точке $\bar{z}_i$ ($1 \leq i \leq N = 2^n$) надо проводить m параллельных опытов и результаты наблюдений $y_{i_1}, y_{i_2}, \dots, y_{i_m}$ (см. последние столбца таблю 6) усреднить

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^m y_i}{m}, \quad 1 \leq i \leq N \quad (5.4)$$

6. Перед реализацией плана на объекте необходимо рандомизировать варианты проведения эксперимента, т.е. последовательность реализации опытов матрицы проводить случайно.

7. Проверка воспроизводимости заключается в проверке однородности выборочных дисперсий, т.е. в проверке гипотезы $H_0: \sigma^2\{y_1\} = \sigma^2\{y_2\} = \dots = \sigma^2\{y_N\}$; при экспериментах соответственно в точках $\bar{z}_1, \bar{z}_2, \dots, \bar{z}_N$.

Для этих целей используется критерий Кохрена

$$G_p = \frac{\max_i \{\tilde{\sigma}^2(y_i)\}}{\sum_{i=1}^N \sigma^2\{y_i\}} \quad (5.5)$$

с числами степеней свободы для числителя $\nu_1 = m - 1$ и знаменателя $\nu_2 = N$. Если вычисленное значение критерия G_p окажется меньше значения $G_{кр}$, найденного по статистической таблице для выбранного уровня значимости q , то H_0 принимается.

Тогда оценка дисперсии воспроизводимости будет равна

$$\tilde{\sigma}^2\{y\} = \frac{\sum_{i=1}^N \tilde{\sigma}^2\{y_i\}}{N} \quad (5.6)$$

Оценки дисперсий $\tilde{\sigma}^2\{y_i\}$ для всех i ищутся по формуле

$$\tilde{\sigma}^2\{y_i\} = \frac{\sum_{\varepsilon=1}^m (y_{i,\varepsilon} - \bar{y}_{i,\varepsilon})^2}{m-1} \quad (5.7)$$

8. Независимые оценки коэффициентов в уравнении регрессии (5.2) ищутся по формуле

$$\tilde{b}_i = \frac{\sum_{i=1}^N z_{ig} \times \bar{y}_i}{N}, \quad (g = 0, 1, \dots, n). \quad (5.8)$$

9. Значимость коэффициентов регрессии b_i проверяется с помощью t – критерия Стьюдента, который в этом случае преобразуется к виду

$$t_{p_i} = \frac{|\tilde{b}_q|}{\sigma^2\{\tilde{b}_q\}}, \quad (q = 0, 1, \dots, n) \quad (5.9)$$

где

$$\sigma^2\{\tilde{b}_q\} = \frac{\tilde{\sigma}^2\{y\}}{N \times m}, \quad (\text{для всех } i) \quad (5.10)$$

- дисперсия ошибки определения коэффициентов регрессии.

Если вычисленное значение t_{p_i} превышает значение $t_{кр}$, определенное по таблице приложения для числа степеней свободы $\nu = N \times (m - 1)$ при заданном уровне значимости q , то коэффициент b_i признается значимым. В противном случае $b_i = 0$.

10. Проверка адекватности полученной модели проводится по F - критерию Фишера:

$$F_p = \frac{\tilde{\sigma}_{\text{aq}}^2}{\tilde{\sigma}_{\{y\}}^2}, \quad (5.11)$$

где

$$\tilde{\sigma}_{\text{aq}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\tilde{y}_i - y_i)^2}{N - d} \quad (5.12)$$

d - число значимых коэффициентов уравнения регрессии.

Если вычисленное значение F_p критерия меньше $F_{\text{кр}}$ найденного по статистической таблице для соответствующих степеней свобода $\nu_1 = N - d$ и $\nu_2 = N(m - 1)$ при заданном уровне значимости q , то гипотеза об адекватности принимается. Полученная модель признается годной для дальнейших исследований.

Проверка адекватности возможна только при $\nu_1 > 0$, Если $\nu_1 = 0$, то адекватность проверить нельзя.

Порядок выполнения задания

1. Выбрать вид модели (регрессионного уравнения - линейное, неполное квадратичное, полное квадратичное).
2. Выбрать матрицу планирования, сформировать таблицу
- 6.
3. Вычислить осредненные значения $\tilde{y}_i$.
4. Проверить воспроизводимость по критерию Кохрена.
5. Вычислить оценки коэффициентов регрессии. Записать уравнение.
6. Проверить значимость коэффициентов b_i , по критерию Стьюдента.
Сформировать, если нужно новое уравнение регрессии.
7. Проверить адекватность полученного уравнения.
8. Сделать выводы, оформить задание.

Пример расчета линейной модели и содержание отчета

Построить линейную математическую модель в кодированных значениях и проверить ее адекватность с доверительной вероятностью $\beta = 0,95$ технологического процесса крашения, если на протекание процесса оказывают влияние два фактора – X_1 – концентрация красителя, (%); X_2 – температура, $С^0$. Результаты трех параллельных наблюдений над показателем качества операции - времени протекания процесса (мин) при реализации матрицы планирования представлены в табл. 7 (порядок опытов определяется табл. 6).

Таблица 7

$\begin{matrix} \text{№} \\ y \end{matrix}$	1	2	3	4
y_1	0.20	1.00	1.45	4.08
y_2	0.01	0.42	2.81	4.16
y_3	0.14	1.86	1.73	3.99

1. Из условия задачи при $n = 2$ модель выбираем в виде

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 \quad (5.13)$$

2. $n = 2$. Зная матрицу планирования для ПФЭ типа 2^2 сформируем таблицу вида 8.

3. Вычислим $\bar{y}_i$ ($1 \leq i \leq 4$). При $m = 3$

$$\bar{y}_1 = \frac{0.2 + 0.01 + 0.14}{3} \approx 0.12, \quad \bar{y}_2 = \frac{1.0 + 0.42 + 1.86}{3} \approx 1.09,$$

$$\bar{y}_3 = \frac{1.45 + 2.81 + 1.73}{3} \approx 2, \quad \bar{y}_4 = \frac{4.08 + 4.16 + 3.99}{3} \approx 4.08.$$

4. Проверим воспроизводимость, для этого вычислим оценки дисперсий по формуле (2.7)

$$\tilde{\sigma}^2\{y_1\} = \frac{(0.2 - 0.12)^2 + (0.01 - 0.12)^2 + (0.14 - 0.12)^2}{2} \approx 0.009,$$

$$\tilde{\sigma}^2\{y_2\} = \frac{(1 - 1.09)^2 + (0.42 - 1.09)^2 + (1.86 - 1.09)^2}{2} \approx 0.5249,$$

$$\tilde{\sigma}^2\{y_3\} = \frac{(1.45-2)^2 + (2.81-2)^2 + (1.73-2)^2}{2} \approx 0.5157,$$

$$\tilde{\sigma}^2\{y_4\} = \frac{(4.08-4.08)^2 + (4.16-4.08)^2 + (3.99-4.08)^2}{2} \approx 0.0072.$$

$$\text{Тогда } G_P = \frac{0.5249}{0.5249 + 0.5157 + 0.0072 + 0.009} \approx 0.497.$$

$$\text{Найдем } v_1 = m - 1 = 3 - 1 = 2; \quad v_2 = N = 2^2 = 4;$$

$$q = 100 \% (1 - \beta) = 5 \%.$$

Из статистических таблиц [3] находим табличное значение критерия Кохрена $G_{кр} = 0.7679$. И так как $G_P < G_{кр}$, то дисперсии однородны.

Таблица 8

Новые перем. Номер опыта	z_0 x_0	z_1 x_1	z_2 x_2	y_1	y_2	y_3
1	+	-	-	0.2	0.01	0.14
2	+	+	-	1.0	0.42	1.86
3	+	-	+	1.45	2.81	1.73
4	+	+	+	4.08	4.16	3.99

Найдем оценку дисперсии воспроизводимости

$$\tilde{\sigma}^2\{y\} = \frac{0.5249 + 0.5157 + 0.0072 + 0.009}{4} \approx 0.2642,$$

5. Найдем оценки коэффициентов регрессии

$$\tilde{b}_0 = \frac{0.12 + 1.09 + 2 + 4.08}{4} \approx 1.82, \quad \tilde{b}_1 = \frac{-0.12 + 1.09 - 2 + 4.08}{4} \approx$$

$$0.76, \quad \tilde{b}_2 = \frac{-0.12 - 1.09 + 2 + 4.08}{4} \approx 1.22.$$

Тогда модель первоначально запишется в виде

$$y = 1,82 + 0,76x_1 + 1,22x_2 \quad (5.14)$$

6. Вычислим оценку дисперсии ошибки в определении коэффициентов

$$\tilde{\sigma}^2\{b\} = \frac{0.2642}{4 \times 3} \approx 0.022$$

Тогда расчетные значения критерия Стьюдента равны

$$t_{p_0} \approx \frac{1.82}{0.022} \approx 82.73; t_{p_1} \approx \frac{0.76}{0.022} \approx 34.55; t_{p_2} \approx \frac{1.22}{0.022} \approx 55.45.$$

Найдем по статистической таблице [3] табличное значение критерия Стьюдента $t_{кр}$ для $v = 4 \times 2 = 8$ и $q = 5\%$ - $t_{кр} = 2.31$.

И так как $t_{p_0}, t_{p_1}, t_{p_2} > t_{кр}$, то все коэффициенты значимы.

$$\text{Значит } \tilde{y} = 1,82 + 0,76x_1 + 1,22x_2 \quad (5.15)$$

12.7. Вычислим оценку дисперсии адекватности

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma}_{ад}^2 &= \frac{(0.12 - 0.16)^2 + (1.09 - 1.36)^2 + (2 - 2.28)^2}{4 - 3} + \\ &\frac{(4.08 - 3.80)^2}{4 - 3} \approx 0.3081 \end{aligned}$$

Тогда расчетное значение F - критерия равно $F_p \approx \frac{0.3081}{0.2642} \approx 1.17$.

Найдем по статистической таблице [3] табличное значение критерия Фишера $v_1 = N - d = 1$ и $v_2 = 4 \times 2 = 8$ для $q = 5\%$ - $F_{кр} = 5.3$. И так как $F_p = 1.17 < 5.3 = F_{кр}$ делаем заключение, что модель вида (2.15) адекватно описывает рассматриваемую статистику, ее можно использовать в качестве математической модели.

Варианты задания лабораторной работы № 5

Необходимо построить линейную, неполную квадратичную, полную квадратичную математические модели в кодированных значениях технологической операции формирования некоторого размера детали.

Адекватность проверить с доверительной вероятностью β .

Известно, что на ход операции оказывают влияние два фактора X_1 – температура ($^{\circ}\text{C}$); X_2 - давление (атм). Результаты трех параллельных наблюдений над y представлены в таблицах (порядок определяется табл. 6).

$\beta = 0.95$

Вариант 1

	1	2	3	4
y_1	1.20	2.03	4.16	4.58
y_2	2.19	3.44	2.34	5.88
y_3	0.99	0.2	1.41	4.74

 $\beta = 0.9$

Вариант 2

	1	2	3	4
y_1	1.09	2.31	3.14	4.40
y_2	0.08	0.89	2.71	4.64
y_3	1.09	2.28	4.28	3.86

 $\beta = 0.95$

Вариант 3

	1	2	3	4
y_1	2.95	3.47	5.18	5.87
y_2	0.23	4.47	4.00	4.45
y_3	4.38	4.68	3.42	5.81

 $\beta = 0.9$

Вариант 4

	1	2	3	4
y_1	1.73	3.99	4.10	4.45
y_2	3.08	2.90	2.65	4.49
y_3	3.16	3.54	3.56	3.81

 $\beta = 0.95$

Вариант 5

	1	2	3	4
y_1	0.7	5.79	4.04	6.41
y_2	2.36	4.61	4.92	5.12
y_3	2.91	2.64	5.83	6.42

 $\beta = 0.9$

Вариант 6

	1	2	3	4
y_1	2.74	5.38	4.40	4.54
y_2	1.75	4.97	5.01	6.41
y_3	1.79	3.24	5.21	6.12

 $\beta = 0.95$

Вариант 7

	1	2	3	4
y_1	0.94	0.76	4.49	3.87
y_2	0.40	2.25	2.66	3.39
y_3	0.35	2.15	2.80	2.38

$\beta = 0.9$

Вариант 8

	1	2	3	4
y_1	0.15	1.30	3.89	4.86
y_2	2.11	4.19	3.51	2.84
y_3	2.22	2.84	2.29	5.88

 $\beta = 0.95$

Вариант 9

	1	2	3	4
y_1	0.44	2.22	1.88	4.72
y_2	0.22	0.47	3.51	2.58
y_3	0.25	1.67	1.89	2.57

 $\beta = 0.9$

Вариант 10

	1	2	3	4
y_1	2.65	3.07	4.83	4.15
y_2	0.87	0.86	4.08	5.61
y_3	4.92	2.49	4.56	4.77

 $\beta = 0.95$

Вариант 11

	1	2	3	4
y_1	0.83	0.18	2.69	4.71
y_2	0.08	1.81	1.05	3.12
y_3	0.56	0.77	1.55	2.70

 $\beta = 0.9$

Вариант 12

	1	2	3	4
y_1	0.11	3.99	4.36	3.33
y_2	2.44	3.39	3.63	2.23
y_3	0.83	3.14	3.77	3.67

 $\beta = 0.95$

Вариант 13

	1	2	3	4
y_1	1.36	1.53	3.39	5.17
y_2	0.63	0.13	3.32	3.22
y_3	0.78	1.67	4.31	5.14

 $\beta = 0.9$

Вариант 14

	1	2	3	4
y_1	2.4	2.09	2.14	4.21
y_2	0.46	0.71	2.73	2.24
y_3	0.65	1.79	3.61	4.89

$\beta = 0.95$

Вариант 15

	1	2	3	4
y_1	0.14	2.21	3.14	4.39
y_2	0.73	0.24	4.11	3.48
y_3	1.61	2.88	4.06	4.12

 $\beta = 0.9$

Вариант 16

	1	2	3	4
y_1	0.55	3.40	1.77	3.12
y_2	1.54	3.57	1.45	3.55
y_3	0.21	2.06	3.71	2.36

 $\beta = 0.95$

Вариант 17

	1	2	3	4
y_1	0.76	2.13	5.50	3.90
y_2	0.45	2.55	4.16	3.61
y_3	2.71	1.31	4.42	5.27

 $\beta = 0.9$

Вариант 18

	1	2	3	4
y_1	1.23	2.22	1.83	4.19
y_2	1.22	2.41	1.49	3.92
y_3	1.40	0.86	5.35	4.77

 $\beta = 0.95$

Вариант 19

	1	2	3	4
y_1	2.7	2.89	3.58	3.09
y_2	0.95	1.18	3.20	4.03
y_3	1.75	2.38	4.19	5.04

 $\beta = 0.9$

Вариант 20

	1	2	3	4
y_1	0.19	1.42	4.74	5.09
y_2	3.16	3.58	4.59	6.52
y_3	1.34	4.86	3.08	4.59

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. - М.: Наука, 1976.
2. Гарбер Г.З. Основы программирования на Visual Basic в Microsoft Excel / Г.З. Гарбер. – М.: Торговый дом СПАРРК, 2004.
3. Колесов И.М. Основы технологии машиностроения: учебник для машиностр. вузов / И.М. Колесов. - М.: Машиностроение, 1997.
4. Руденко А.Н. Проектирование технологических процессов в машиностроении / А.Н. Руденко. - Киев: Вища шк., 1985.
5. Перова А.В. Математическое моделирование в машиностроении: курс лекций / А.В. Перова. ФГБОУ ВО ВГТУ.- Воронеж, 2015.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Лабораторная работа № 1. Математическое моделирование поверхностного пластического деформирования поверхностей тороидальным роликом.....	1
2. Лабораторная работа № 2. Проектирование операций обработки отверстий.....	6
3. Лабораторная работа № 3. Моделирование простейшего потока.....	18
4. Лабораторная работа № 4. Суммирование случайных потоков.....	23
5. Лабораторная работа № 5. Полный факторный эксперимент.....	26
Библиографический список.....	36

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
"Математическое моделирование в машиностроении"
для студентов направления подготовки бакалавров
15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение
машиностроительных производств»
(направленности «Конструкторско-технологическое
обеспечение кузнечно-штамповочного производства»,
«Металлообрабатывающие станки и комплексы»,
«Технология машиностроения»)
всех форм обучения

Составитель
Перова Алла Владимировна

В авторской редакции

Компьютерный набор А.В. Перовой

Подписано к изданию 10.10.2017.

Уч.-изд. л. 2,2. “С”

ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический
университет"
394026 Воронеж, Московский просп., 14