

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

НАДЕЖНОСТЬ ЭЛЕКТРОННЫХ СРЕДСТВ. ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для всех видов работы по дисциплине
«Методы обеспечения надежности РЭС»
для студентов направления
11.04.03 «Конструирование и технология электронных средств»
всех форм обучения

задания для практических работ
задания для лабораторных работ
задания для курсового проектирования
задания для самостоятельных работ

Воронеж 2021

ББК 34.9я73

М 18

Малафеев С. И., Копейкин А. И.

М 18 Надежность технических систем. Примеры и задачи: Учебное пособие. — 2-е изд., стер. — СПб.: Издательство «Лань», 2016. — 316 с.: ил. — (Учебники для вузов. Специальная литература).

ISBN 978-5-8114-1268-6

Рассмотрены основные понятия теории надежности технических систем. Приведены сведения о физических процессах нарушения работоспособности объектов, математических методах расчетов надежности, мероприятиях, направленных на повышение надежности и живучести систем. Даны примеры решения типовых задач надежности элементов и систем автоматики. Приведены задания для самостоятельной работы.

Для студентов вузов, обучающихся по направлению подготовки «Управление в технических системах», а также по другим техническим направлениям подготовки.

ББК 34.9я73

Рецензенты:

В. М. МУСАЛИМОВ — доктор технических наук, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры «Мехатроника» Санкт-Петербургского государственного университета информационных технологий, механики и оптики; *Л. М. САМСОНОВ* — доктор технических наук, заслуженный деятель науки РФ, профессор кафедры «Приборостроение и информационно-измерительные технологии» Владимирского государственного университета имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых.

Обложка

Н. А. ГОНЧАРОВА

- © Издательство «Лань», 2016
- © С. И. Малафеев,
А. И. Копейкин, 2016
- © Издательство «Лань»,
художественное оформление, 2016



ПРЕДИСЛОВИЕ

Развитие современного общества опирается на создание и использование сложных технических систем, нарушение нормальной работы которых может привести к авариям, чрезвычайным ситуациям, катастрофам, экономическому ущербу и другим негативным последствиям. Поэтому обеспечение высокой надежности технических объектов различного назначения является стратегической задачей индустриального общества.

Теория надежности изучает общие закономерности возникновения отказов в различных системах и методы обеспечения максимальной эффективности, надежности и безопасности объектов при их проектировании, изготовлении, испытаниях и эксплуатации.

Надежность технических систем — ответственная и творческая область деятельности. Как учебный предмет она отличается междисциплинарным характером, сложным математическим аппаратом и постоянным развитием, обусловленным обновлением и усложнением технических средств, созданием новых технологий и методов проектирования и совершенствования изделий и материалов, а также развитием науки о физических свойствах материалов, алгоритмах и программах и психофизиологических качествах человека как элемента сложной системы. Поэтому для успешного проектирования высоконадежных систем необходимы глубокие математические знания и широкая эрудиция, а также интуиция и большой личный опыт.

Настоящая книга написана в условиях реформы учебных планов высших учебных заведений и представляет собой элементарный курс по теории надежности. В ней сохранены и подробно изложены классические методы исследования показателей надежности технических систем, а также отражены основные изменения в методологии надежности, связанные с деятельностью человека в системах управления и развитием информационных технологий.

При изложении учебного материала в книге сделан акцент на моделирование физических свойств объектов и комплексный подход к исследованию надежности элементов и систем на всех этапах их жизненного цикла. Многочисленные примеры и задачи для самостоятельной работы заимствованы из различных областей и подчеркивают универсальный характер методов теории надежности.

В книге использован опыт исследования и проектирования автоматических систем для различных приложений, накопленный авторами в Международной энергетической академии и ООО «Компания „Объединенная Энергия“», г. Москва.

ВВЕДЕНИЕ

Надежность — это свойство объекта выполнять заданные функции при сохранении в течение определенного промежутка времени значений установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих определенным режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования. Надежность — это комплексное свойство системы, зависящее от ее безотказности, ремонтпригодности, долговечности и т. д.

Вопросами обеспечения надежности люди занимаются с момента появления первых орудий (скребок, каменное рубило, топор, простейшая колесная тачка, каменные жернова и т. п.), т. е. с первой стадии развития техники. Однако несмотря на то, что проблема надежности — одна из самых древних, в самостоятельную науку теория надежности оформилась в середине XX в. При этом в истории надежности техники можно выделить три основных этапа.

Первый этап — **ранней истории надежности**, охватывает период от древнейших времен до середины XX в. Многочисленные исторические данные свидетельствуют о том, что еще в древности надежности сооружений, оружия и других вещей уделялось достойное внимание. Почти 4000 лет назад в Вавилоне существовал закон, который гласил, что в случае разрушения построенного архитектором дома и гибели при этом его владельца архитектор подлежит смертной казни. Если погибнут и члены семьи

владельца дома, то казни подлежат и члены семьи архитектора. С древних времен сохранилась традиция: при испытании построенного моста автор проекта стоит под мостом.

Известен указ Петра I, показывающий, какое значение он придавал качеству и надежности изготавливаемого оружия. Царский указ гласил:

«П. 1. Повелеваю хозяина тульской оружейной фабрики Корнилу Белоглаза бить кнутом и сослать в работу в монастыри, понеже он, подлец, осмелился войску государеву продавать негодные пищали и фузеи. Старшину олдермана Фрола Фукса бить кнутом и сослать в Азов, пусть не ставит клейма на плохие ружья.

П. 2. Приказываю ружейной канцелярии из Петербурга переехать в Тулу и денно и нощно блюсти исправность ружей. Пусть дьяки и подьячие смотрят, как олдерман клейма ставит, буде сомнение возьмет, самим проверять и смотреть, и стрельбою. А два ружья каждый месяц стрелять, пока не испортятся»*.

Так около трехсот лет тому назад царским указом были организованы испытания оружия на надежность.

На протяжении длительной истории техники надежность различных устройств всегда имела главный приоритет. Создание и промышленное использование различных технических объектов в XVIII и XIX вв. стало возможным благодаря достижениям науки и техники, главным образом в области механики. Дальнейшее развитие промышленности происходило при использовании паровых и электрических машин, механических передаточных устройств, измерительных приборов, электротехнических и других устройств. Вопросы надежности при этом решались индивидуально, эмпирически, интуитивно. В большинстве случаев решение вопросов надежности было связано с увеличением прочности используемых материалов, совершенствованием конструкций, элементарным резервированием, организацией хранения и ремонтов. Особое

* Сорин, Я. М. Беседы о надежности / Сорин Я. М., Лебедев А. В. — М.: Знание, 1968. — С. 6.

значение при этом имело развитие научных исследований в различных областях, главным образом в физике и математике.

Начало исследований прочности материалов, напряжений в элементах строительных конструкций и выбора безопасных размеров конструкций было положено в работах Л. да Винчи (1452–1519) и Г. Галилея (1564–1642). Первый научный труд «О восстановительной способности или об упругости», в котором рассматривались упругие свойства материалов, был опубликован в 1678 г. Р. Гуком. Фундаментальные результаты в области механики деформируемого тела, сопротивления материалов и прочности связаны с именами великих ученых: Э. Мариотта, математиков семьи Бернулли, Ж. Понселе, Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, Т. Юнга, М. Кулона, А. Парана, Г. Монжа, О. Коши, С. Пуассона, М. В. Остроградского, Л. Навье и многих других.

В XVII в. в период активного развития математики, были заложены основы теории вероятностей, которые впоследствии стали фундаментом теории надежности. Первую книгу по теории вероятностей «О расчетах в азартной игре» опубликовал голландский математик Х. Гюйгенс (1629–1695). Становление теории вероятностей как математической науки связано с именем Я. Бернулли (1654–1705), который ввел классическое определение события и доказал простейший случай закона больших чисел. Первой российской научной работой по теории вероятностей была магистерская диссертация П. Л. Чебышева «Опыт элементарного анализа теории вероятностей», защищенная в 1846 г.

Особое значение имело развитие научных исследований процессов в новых машинах. Во второй половине XIX в. только в Англии работало более 75 000 паровых машин, управляемых простыми центробежными регуляторами Уатта. В промышленности часто сталкивались со случаями нарушения устойчивости системы «паровая машина — регулятор». Журналы тех лет заполнены описанием таких случаев и призывами разобраться в природе явления, реально сдерживающего промышленный прогресс.

Незатухающие колебания в системе «паровая машина — регулятор» были рассмотрены в 1846 г. профессором Н. Ф. Ястржемским в курсе лекций по теоретической механике. Для преодоления указанных недостатков рекомендовалось применять регуляторы с механическим и гидравлическим усилением моментов. В лекциях, впервые в Европе, было представлено теоретическое обоснование принципов расчета и выбора регуляторов непрямого действия.

Природные системы демонстрируют образец высочайшей надежности. Идея применения знаний о живой природе для решения инженерных задач принадлежит Леонардо да Винчи, который пытался построить летательный аппарат с машущими крыльями, как у птиц, — орнитоптер. Появление кибернетики, рассматривающей общие принципы управления и связи в живых организмах и машинах, стало стимулом для более широкого изучения строения и функций живых систем с целью выяснения их общности с техническими системами, а также использования полученных сведений о живых организмах для создания новых приборов, механизмов, материалов и т. п. В 1932–1933 гг. советским физиологом академиком П. К. Анохиным была разработана теория функциональных систем, рассматривающая принципы высокой организации, приспособляемости, гибкости, надежности, экономичности, имеющие универсальный характер в системах различной природы.

Этап ранней истории надежности — период познаний, изобретений и совершенствования, завершился в первой половине XX в. созданием фундамента этой науки, основу которого составили:

- многочисленные технические объекты, надежная работа которых имела принципиальное значение для общества;
- реализованные в различных устройствах методы повышения надежности изделий;
- модели физических явлений, позволяющие на их основе проектировать технические устройства, системы и сооружения с высокой надежностью;
- математическая теория вероятностей и статистика.

Начало второго этапа в истории надежности — периода **классической теории и практики**, относится к первой половине XX в. и связано с решением проблем, возникших при использовании сложных систем, в первую очередь военной техники. В результате научно-технического прогресса увеличилось количество видов технических систем, объектов, инструментов, машин, приборов, сооружений, устройств, систем, предприятий различного функционального назначения, изделий, выпускаемых серийно. Технические системы по своему устройству и взаимодействию элементов стали более сложными, усложнились также выполняемые ими функции. Повысился уровень функциональных показателей технических объектов (производительность, мощность, скорость, точность). Увеличились интенсивность использования оборудования, систем, напряженность режимов их работы. Выросли затраты на создание технических систем и сооружений. Особая роль в становлении науки о надежности принадлежит использованию автоматических систем и устройств управления сложными техническими объектами: самолетами, судами, энергетическими и транспортными установками и др.

В 1913 г. компания по производству автомобилей Г. Форда применила первую механизированную сборочную линию. Новая технология обеспечивала полное изготовление автомобиля только за три человеко-часа и произвела революцию в промышленном производстве. Л. Сперри разработал в 1914 г. автопилот для самолета: гироскоп и элероны самолета были охвачены обратной связью, благодаря чему обеспечивалась стабилизация самолета без участия пилота. В 1914–1918 гг. в военной технике Германии широко использовались дистанционно управляемые моторные лодки для прибрежной защиты. В марте 1918 г. в США успешно прошел испытания беспилотный самолет-бомбардировщик. В начале 1920-х гг. американская Военно-морская научно-исследовательская лаборатория разработала наземное транспортное средство с дистанционным управлением — «электрическую собаку». Это была трехколесная тележка, приводимая в движение

электрическими двигателями. Для радиоуправления был применен аналог системы, использовавшейся в немецких беспилотных лодках. В 1939 г. в Германии (Borgward Company в Бремене) было начато создание В1V — наземного транспортного средства для дистанционного взрыва.

Эффективное и безопасное использование новой сложной техники, состоящей из множества взаимосвязанных элементов, было возможным только при высокой надежности отдельных устройств и системы в целом.

Первые научные работы в области надежности относятся к теории надежности механических систем и выполнены Н. Ф. Хоциаловым в СССР и Г. Майером в Германии в 1929–1931 гг. Работы этих специалистов посвящены применению теоретико-вероятностных методов к расчету прочности объектов. В 30–40 гг. XX в. Н. С. Стрелецким и А. Р. Ржаницыным были разработаны статистические методы строительной механики, основанные на вероятностных моделях свойств материалов и внешних нагрузок. В СССР в 1934 г. по инициативе академика С. А. Чаплыгина была создана комиссия при АН СССР по изучению надежности и долговечности машин. В частности, этой организацией была разработана методика расчета долговечности подшипников, не потерявшая своей ценности и в наше время.

Вторая мировая война послужила мощным толчком к развитию теории и приложений надежности. В этот период совершенствуются все образцы военной техники, автопилоты, системы орудийной наводки, станции радарного слежения и другие сложные устройства. Многие образцы военной техники, созданные в тяжелое военное время, стали символами высокой надежности: автомат М. Т. Калашникова, танк Т-34, истребитель ИЛ-18 и др.

Увеличение сложности технических систем обычно сопровождалось снижением их надежности. Во многих случаях обнаруживалось принципиальное несоответствие показателей надежности многих технических систем тем требованиям, которым они должны были удовлетворять. По опубликованным данным, в США в 1949 г. около 70% морской радиоэлектронной аппаратуры находилось в не-

работоспособном состоянии; 60% самолетного оборудования, переброшенного на Дальний Восток во время Второй мировой войны, по прибытии к месту назначения оказалось неработоспособным; 50% оборудования и запасных частей вышло из строя в процессе хранения на складах. По более поздним данным было установлено, что радиолокационное оборудование находилось в неработоспособном состоянии 84% всего времени, гидроакустическое — 48%. В то время вопросы надежности требовали безотлагательного решения.

В послевоенный период произошло формирование математической теории надежности, основу которого составил аппарат теории вероятностей и математической статистики. В решение проблемы надежности, в том числе радиоэлектронных устройств, большой вклад внесли Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев, А. М. Берг, Н. Г. Бруевич, В. И. Сифоров, А. М. Половко, Г. В. Дружинин, Ю. К. Беляев, Н. А. Шишонок, Дж. Нейман, А. Пирс, К. Шеннон и др.

Активное развитие теории надежности происходило в 60-е годы прошлого столетия. Начиная с 1970-х гг. появились труды ряда известных ученых, посвященные разработке и обоснованию вероятностных методов расчета, оценке показателей надежности конструкций различного назначения и их элементов с учетом физики процессов накопления повреждений (Б. С. Сотсков, Дж. Богдановф, В. В. Болотин и др.).

Многочисленные научные исследования, выполненные в то время, позволили успешно решить целый ряд актуальных вопросов. Результаты не замедлили сказаться, и уже к 1960 г. было отмечено, что надежность систем, оружия и аппаратуры увеличилась со времен Второй мировой войны в 50 раз. С тех пор и до настоящего времени исследования в области надежности приобретают все большее значение. В табл. В.1 приведены данные о сложности технических объектов в разные исторические периоды. В качестве показателя сложности здесь используется количество элементов. В настоящее время ни одна разработка технической системы не выполняется

Таблица В.1

Технические объекты и их сложность

Временной период	Примерное количество видов технических объектов различного назначения	Среднее число элементов наиболее сложных технических объектов (сложность)
100 000 лет назад	5	1
10 000 лет назад	50	10
1000 лет назад	1000	100
Настоящее время	50 000	(6...8)·10 ⁵

без соответствующих оценок и расчетов надежностных характеристик. Современные технические системы (автоматические поточные линии, автоматизированные цеха, авиалайнеры, системы запуска космических объектов, системы противовоздушной обороны, атомные электростанции) имеют в своем составе миллионы элементов. Каждая из деталей выполняет свою функцию, обеспечивая в исправном состоянии работоспособность системы в целом и влияя на появление отказа в случае своей неисправности. Таким образом, система находится в исправном состоянии тогда, когда каждый из множества ее элементов исправен.

Непрерывный рост сложности аппаратуры опережает рост качества и надежности элементной базы. При этом в настоящее время происходит значительное расширение диапазона условий функционирования технических систем: высокие и низкие температуры окружающей среды, высокие давления, механические нагрузки, радиация, агрессивные химические среды, негативные биологические факторы и др.

Надежность техники имеет большое экономическое значение. Стоимость эксплуатации многих систем превышает их совокупную стоимость на порядок в течение их жизненного цикла. Ущерб, вызванный отказом аппаратуры или программного обеспечения, может в сотни раз превысить стоимость самой системы управления и вызвать серьезные экологические последствия и человеческие жертвы.

Таким образом, рассмотренная краткая история свидетельствует о том, что надежность всегда была важнейшей проблемой техники. Достижения математики, физики и других наук обеспечили ее активное развитие и эффективное использование результатов при создании современных сложных технических систем путем преодоления противоречия между возрастающей сложностью объектов и снижением надежности при увеличении количества элементов в системе.

Вместе с тем во второй половине XX в. сформировались новые проблемы развития техники и общества, связанные с надежностью. Из основных аспектов этого процесса необходимо отметить следующие.

1. Основа существования общества — промышленность — сконцентрировала в себе колоссальные запасы энергии и новых материалов и представляет угрозу жизни и здоровью людей и окружающей среде. Техногенные аварии по своим масштабам и тяжести последствий сравнимы с природными катастрофами и разрушительными последствиями военных действий с применением ядерного оружия. За тридцать лет (с начала 60-х до конца 80-х годов XX в.) число учтенных аварий удваивалось примерно каждые десять лет. За последние 20 лет XX в. произошло 56% от наиболее крупных происшествий в промышленности и на транспорте. Ущерб от аварийности и травматизма достигает 10...15% от валового национального продукта промышленно развитых государств, а экологическое загрязнение окружающей природной среды и несовершенная техника безопасности являются причиной преждевременной смерти 20...30% мужчин и 10...20% женщин.

2. Постоянно возрастает количество и тяжесть аварий, происходящих по вине человека. В результате анализа большинства аварий и происшествий на всех видах транспорта, в промышленности и энергетике были получены следующие данные. В 1960-х гг. ошибка человека была первоначальной причиной аварий лишь в 20% случаев, а к концу 1980-х гг. доля «человеческого фактора» стала приближаться к 80%.

3. Создание компьютеров привело к формированию в рамках мировой цивилизации международного информационного пространства. Повсеместное внедрение в практику человеческой деятельности систем управления сопровождается целым комплексом негативных последствий, таких как ошибки программ, компьютерные преступления, экономические и политические диверсии с применением новых технических средств, электронные диверсии, нарушение прав и свобод личности и т. п. Все это свидетельствует об особой роли информационной безопасности в жизни человеческого общества.

4. Проблема надежности вышла за рамки технических систем. В 1950–1960 гг. на основе результатов изучения возможностей реабилитации сердечной деятельности (Дж. Хоппс, 1941) и сердечных ритмов (В. Грейтбатч) были разработаны и применены внешние и имплантируемые кардиостимуляторы, спасающие жизнь миллионам людей. Искусственные органы и трансплантология сделали «ремонтопригодными» живые существа, в том числе человека.

5. Новые технологии — атомная энергетика, геновая инженерия, микросистемная техника, нанотехнологии, гибридные системы и др., выводят науку и технику на новый уровень взаимодействия с естественными системами. При этом отсутствуют не только принципы управления в таких системах, но и не определены допустимые и безопасные границы внешних управлений.

Следовательно, проблема надежности приобретает особое и общее значение. При этом классические понятия теории надежности оказываются непосредственно не применимыми в новых условиях. Например, отказ программы или оператора имеет принципиально иное физическое содержание, нежели отказ элемента технической системы.

Таким образом, достижения науки и техники и новые задачи в начале XXI в. свидетельствуют о завершении второго этапа развития классической теории надежности. Новые достижения науки и техники и новые задачи дают основания говорить о начале третьего этапа развития этой

области науки и техники — **периода современной теории надежности**. Стратегией развития техники в XXI в., по-видимому, должно стать гармоничное управление, обеспечивающее создание новых систем и алгоритмов, основанных на использовании высоких функциональных возможностей живых организмов. При этом центр тяжести исследований в области надежности систем смещается в сторону фундаментальных наук и моделирования.

Успехи теории и практики надежности обеспечили ей приоритетное место практически во всех областях деятельности человека. Вместе с тем перспективы развития научных исследований и техники дают основания полагать, что время главных достижений в этой области еще впереди.

ГЛАВА 1

НАДЕЖНОСТЬ: ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Теория надежности опирается на совокупность различных понятий, определений, терминов и показателей, которые строго регламентируются в государственных стандартах. Все термины и определения используются применительно к техническим объектам целевого назначения, рассматриваемым в течение всего жизненного цикла изделия, в том числе испытаний на надежность. В настоящей главе рассматриваются важнейшие понятия и определения, используемые при оценке надежности технических систем.

1.1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Основные понятия теории надежности регламентированы ГОСТ 27.002-89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения». В соответствии с этим стандартом **надежность** — это свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонта, хранения и транспортирования.

Объект в приведенном определении — это предмет определенного целевого назначения, рассматриваемый в процессах проектирования, производства, эксплуатации, изучения, исследования и испытаний на надежность. Объектами могут быть системы и их элементы, в частности

технические изделия, устройства автоматики, аппараты, приборы, их составные части, отдельные детали и т. д. В понятие «объект» могут быть включены информация и ее носители, а также человеческий фактор, например при рассмотрении человеко-машинных систем. Понятие «эксплуатация» включает в себя, кроме применения по назначению, техническое обслуживание, ремонт, хранение и транспортирование.

Совокупность фактических состояний объекта, например автоматической системы, и возникающих событий, способствующих переходу в новое состояние, охватывает так называемый **жизненный цикл** объекта, который протекает во времени и имеет определенные закономерности, изучаемые в теории надежности. Жизненный цикл делят на отдельные этапы (стадии), отличающиеся своими специфическими чертами, в том числе и особенностями задач, связанных с обеспечением надежности и эффективности.

Основные этапы (стадии) жизненного цикла:

1. Этап инициализации цикла. Этот этап характеризуется:

- осознанием и изучением вновь сложившейся или изменившейся потребности в новом техническом средстве;
- возникшей возможностью использования новых материалов, технологий, конструкторских решений, достижений фундаментальной и прикладной науки, накопленного опыта эксплуатации аналогичных технических средств для решения практических задач.

2. Этап создания. Включает следующие стадии:

- разработка (проектирование); состав возможных стадий разработки определен ГОСТ 2.103-68: техническое задание, техническое предложение, эскизный проект, технический проект, разработка рабочей документации на опытный образец (партию) изделий, изготовление опытного образца (партии) изделий, испытания опытного образца (партии) изделий, подготовка документации на изделия серийного (массового) производства, изготовление и испытание установочной серии и т. д.;

- изготовление;
- поставка.

3. Этап применения (эксплуатации), включающий в себя следующие стадии:

- хранение;
- транспортирование;
- подготовка к применению по назначению (развертывание, монтаж и наладка);
- испытание;
- ожидание применения по назначению;
- применение по назначению;
- техническое обслуживание;
- ремонт.

4. Конечный этап жизненного цикла (вывод из эксплуатации, списание, ликвидация и утилизация отходов). Основаниями для перехода к конечному этапу жизненного цикла могут быть:

- исчезновение или существенное изменение потребности;
- моральное старение;
- физическое старение (полное исчерпание ресурса вследствие физического износа и невозможность или нецелесообразность его восстановления путем ремонта).

Из приведенного определения следует, что надежность — это комплексное свойство объекта, которое в зависимости от его назначения и условий функционирования может включать безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость или определенное сочетание этих свойств.

Безотказность — свойство объекта непрерывно сохранять работоспособное состояние в течение некоторого времени или наработки.

Долговечность — свойство объекта сохранять работоспособное состояние при установленной системе технического обслуживания и ремонта.

Ремонтпригодность — свойство объекта, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния путем технического обслуживания и ремонта.

Сохраняемость — свойство объекта сохранять в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять требуемые функции, в течение и после хранения и/или транспортирования.

Указанные важнейшие свойства надежности характеризуют определенные технические состояния объекта. Различают пять основных видов технического состояния объектов.

Исправное состояние. Состояние объекта, при котором он соответствует всем требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неисправное состояние. Состояние объекта, при котором он не соответствует хотя бы одному из требований нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Работоспособное состояние. Состояние объекта, при котором значения всех параметров, характеризующих способность выполнять заданные функции, соответствуют требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Неработоспособное состояние. Состояние объекта, при котором значения хотя бы одного параметра, характеризующего способность выполнять заданные функции, не соответствует требованиям нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Предельное состояние. Состояние объекта, при котором его дальнейшая эксплуатация недопустима или нецелесообразна либо восстановление его работоспособного состояния невозможно или нецелесообразно. **Критерий предельного состояния** — это признак или совокупность признаков предельного состояния объекта, установленных нормативно-технической или конструкторской (проектной) документацией.

Отказ по ГОСТ 15467 — это событие, заключающееся в нарушении работоспособного состояния объекта. **Критерий отказа** — признак или совокупность признаков нарушения работоспособного состояния объекта, установленных в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной)

документации. Критичность отказа — это совокупность признаков, характеризующих последствия отказа.

Повреждение — событие, заключающееся в нарушении исправного состояния объекта при сохранении работоспособного состояния.

В ГОСТ 15467-79 введено еще одно понятие, отражающее состояние объекта — дефект. **Дефектом** называется каждое отдельное несоответствие объекта установленным нормам или требованиям. Дефект отражает состояние, отличное от отказа. В соответствии с определением отказа как события, заключающегося в нарушении работоспособности, предполагается, что до появления отказа объект был работоспособен. Отказ может быть следствием развития неустранимых повреждений или наличия дефектов: царапин; потертости изоляции; небольших деформаций, завышенных напряжений в элементах конструкции и т. д.

Сбой — самоустраняющийся отказ или однократный отказ, устраняемый незначительным вмешательством оператора. Отличительным признаком сбоя является то, что восстановление работоспособного состояния объекта может быть обеспечено без ремонта, например путем воздействия оператора на органы управления.

Физическими причинами отказов технических средств являются изменения, которые происходят с течением времени в любом объекте и приводят к потере им работоспособности. Эти изменения связаны с внешними и внутренними энергетическими воздействиями, которым подвергается объект во время эксплуатации. При этом можно выделить три основных источника воздействий:

- действие энергии окружающей среды, включая человека, выполняющего функции оператора и ремонтника;
- внутренние источники энергии, связанные с рабочими процессами, протекающими в объекте;
- накопленная потенциальная энергия материалов, из которых изготовлен объект.

Различные виды энергии (гравитационная, солнечная, механическая, тепловая, химическая, электромагнитная,

ядерная, биоэнергия), действуя на объект, инициируют в его составных частях процессы, изменяющие свойства или состояние материалов. Эти процессы связаны, как правило, со сложными физико-химическими явлениями и приводят к деформации, износу, поломке и другим видам повреждений (отклонений контролируемых свойств материалов от их первоначального уровня). Накопление повреждений, в свою очередь, влечет за собой изменение выходных качественных параметров объекта, что в конечном счете приводит к отказу.

В сложных системах, содержащих в своем составе вычислительные устройства и комплексы, возможно возникновение ошибок программного обеспечения, приводящих к нарушению работоспособности вычислительных средств и снижению их производительности. Отказы программного обеспечения как результат проявления ошибок имеют совершенно другую физическую природу, чем отказы техники. Однако термины и показатели надежности техники применимы при исследовании качества программного обеспечения.

В зависимости от последствий отказы принято разделять на критические и некритические. Последние подразделяют на существенные и несущественные. Границы между категориями являются условными и зависят от степени ответственности объекта.

В зависимости от возможности прогнозирования момента наступления отказа различают внезапные и постепенные отказы. Внезапным называют отказ, характеризующийся скачкообразным изменением значений одного или нескольких параметров объекта. Постепенный отказ — это отказ, возникающий в результате постепенного изменения одного или нескольких параметров объекта.

Классификация отказов по причинам возникновения используется с целью установления, на какой стадии создания или существования объекта следует провести мероприятия для устранения причин отказов. **Конструктивным** называют отказ, возникающий по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленных правил и/или норм проектирования и конструирования.

Производственный отказ — это отказ, возникший по причине, связанной с несовершенством или нарушением установленного процесса изготовления или ремонта, выполненного на ремонтном предприятии. **Эксплуатационным** считается отказ, возникший по причине, связанной с нарушением установленных правил и/или условий эксплуатации. Отказы, обусловленные естественными процессами старения, изнашивания, коррозии и усталости при соблюдении всех установленных правил и/или норм проектирования, изготовления и эксплуатации, называют **деградационными**.

В зависимости от возможности обнаружения различают явные и скрытые отказы. **Явным** называют отказ, обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования при подготовке объекта к применению или при применении его по назначению. **Скрытый** отказ — это отказ, не обнаруживаемый визуально или штатными методами и средствами контроля и диагностирования, но выявляемый при проведении технического обслуживания или специальными методами диагностики.

В зависимости от характера наступления различают искусственные и естественные отказы. **Искусственные** отказы вызываются преднамеренно, например с исследовательскими целями, с целью необходимости прекращения функционирования и т. п. Отказы, происходящие без преднамеренной организации их наступления в результате направленных действий человека (или автоматических устройств), относят к категории **естественных** отказов.

Отсутствие полных сведений о процессах в объектах и окружающей среде определяет вероятностный характер отказов. Отказ — явление детерминированное, но происходит он в случайный момент времени. Поэтому основным математическим аппаратом теории надежности являются теория вероятностей и математическая статистика.

Для объектов, которые являются потенциальными источниками опасности, важными понятиями являются

«безопасность» и «живучесть». **Безопасность** — это свойство объекта при изготовлении и эксплуатации и в случае нарушения работоспособного состояния не создавать угрозу для жизни и здоровья людей, а также для окружающей среды.

Под **живучестью** понимают свойство объекта, состоящее в его способности противостоять развитию критических отказов из-за дефектов и повреждений при установленной системе технического обслуживания и ремонта, или свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации, а также свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при наличии дефектов или повреждений определенного вида и при отказе некоторых компонентов.

При расчетах и анализе надежности широко используются термины «элемент» и «система». Под элементом понимается часть сложного объекта, которая имеет самостоятельную характеристику надежности, используемую при расчетах и выполняющую определенную частную функцию в составе сложного объекта, который по отношению к элементу представляет собой систему.

Например, тиристор в преобразователе выполняет роль элемента, а сам преобразователь — это система. В системе электропривода двигателя, автоматические выключатели, полупроводниковые преобразователи, силовые трансформаторы и т. п. являются элементами, а сам электропривод является системой. Из приведенных примеров видно, что в зависимости от уровня решаемой задачи и степени объединения анализируемых аппаратов и устройств определенный объект может в одном случае быть системой, а в другом — элементом. Так, при анализе надежности тиристорного управляемого выпрямителя его можно «разложить» на множество элементов: тиристоры, блок управления, датчики тока и напряжения и т. д. С другой стороны, для электропривода преобразователь удобнее представить как элемент, у которого есть свои характеристики надежности, нормативно-техническая документация, требования к эксплуатации.

1.2. ОСНОВНЫЕ ВРЕМЕННЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Для оценки продолжительности или объема работы объекта используется понятие **наработка**. Нарботка может быть как непрерывной величиной (продолжительность работы в часах, километраж пробега и др.), так и целочисленной величиной (число рабочих циклов запуска двигателя, число циклов заряда — разряда аккумулятора и др.).

Нарботка до отказа — это наработка объекта от начала эксплуатации до возникновения первого отказа.

Нарботка между отказами — наработка объекта от окончания восстановления его работоспособного состояния после отказа до возникновения следующего отказа.

Время восстановления — это продолжительность восстановления работоспособного состояния объекта.

Срок службы — календарная продолжительность эксплуатации от начала эксплуатации объекта или ее возобновления после ремонта до перехода в предельное состояние.

Срок сохраняемости — это календарная продолжительность хранения и/или транспортирования объекта, в течение которой сохраняются в заданных пределах значения параметров, характеризующих способность объекта выполнять заданные функции. По истечении срока сохраняемости объект должен соответствовать требованиям безотказности, долговечности и ремонтпригодности, установленным нормативно-технической документацией на проект.

Остаточный ресурс — это суммарная наработка объекта от момента контроля его технического состояния до перехода в предельное состояние.

Назначенный ресурс — суммарная наработка, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Назначенный срок службы — календарная продолжительность эксплуатации, при достижении которой эксплуатация объекта должна быть прекращена независимо от его технического состояния.

Назначенный срок хранения — календарная продолжительность хранения, при достижении которой хранение объекта должно быть прекращено независимо от его технического состояния.

1.3. ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБСЛУЖИВАНИЕ И РЕМОНТ

Для различных объектов предусматривают выполнение (или невыполнение) технического обслуживания на протяжении срока их службы, т. е. объекты можно разделить на технически обслуживаемые и технически не обслуживаемые.

Техническое обслуживание — это этап эксплуатации, включающий организацию и технические мероприятия, направленные на поддержание надежности и готовности используемого или хранящегося оборудования. В техническое обслуживание входят работы по непосредственному обеспечению работоспособности оборудования (профилактика, текущий ремонт, контрольные мероприятия), а также конкретные мероприятия технической подготовки к работе (развертывание, регулирование, заправка, экипировка, смазка и др.) и другие работы, большую часть которых выполняют без снятия и разборки узлов и агрегатов.

Восстановление — процесс перевода объекта в работоспособное состояние из неработоспособного состояния.

Ремонт — процесс восстановления работоспособности объектов путем устранения отказов и восстановления израсходованного ресурса. Ремонты разделяются на текущие, средние и капитальные. Текущий ремонт направлен на устранение отказов и неисправностей, возникающих в процессе работы машин и оборудования, средний и капитальный — на восстановление частично или полностью израсходованного ресурса объектов.

Обслуживаемый объект — это объект, для которого проведение технического обслуживания предусмотрено нормативно-технической документацией и/или конструкторской (проектной) документацией.

Необслуживаемый объект — это объект, для которого проведение технического обслуживания не предусмотрено нормативно-технической документацией и/или конструкторской (проектной) документацией.

Восстанавливаемый объект — объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния предусмотрено в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Невосстанавливаемый объект — объект, для которого в рассматриваемой ситуации проведение восстановления работоспособного состояния не предусмотрено в нормативно-технической и/или конструкторской (проектной) документации.

Ремонтируемый объект — объект, ремонт которого возможен и предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и/или конструкторской (проектной) документацией.

Неремонтируемый объект — объект, ремонт которого невозможен или не предусмотрен нормативно-технической, ремонтной и/или конструкторской (проектной) документацией.

1.4. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 для количественной оценки надежности применяются характеристики отдельных ее свойств: безотказности, долговечности, ремонтнопригодности и сохраняемости, а также комплексные показатели, характеризующие готовность и эффективность использования технических объектов.

Эти показатели позволяют проводить расчеты и аналитическую оценку количественных характеристик отдельных свойств при выборе различных схемных и конструктивных вариантов технических систем (объектов) при их разработке, испытаниях и в условиях эксплуатации. Комплексные показатели надежности используются главным образом на этапах испытаний и эксплуатации при оценке и анализе соответствия эксплуатационно-технических характеристик технических объектов (устройств) заданным требованиям.

На стадиях экспериментальной отработки, испытаний и эксплуатации, как правило, роль показателей надежности выполняют статистические оценки соответствующих вероятностных характеристик. В целях единообразия все показатели надежности, в соответствии с ГОСТ 27.002-89, определяются как вероятностные характеристики. Обычно отказ объекта рассматривается как случайное событие, т. е. заданная структура объекта и условия его эксплуатации не определяют точно момент и место возникновения отказа. Использование такой концепции предопределяет широкое использование теории вероятностей при анализе и расчетах надежности.

1.5. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ БЕЗОТКАЗНОСТИ ОБЪЕКТОВ

ВЕРоятНОСТЬ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ

Вероятность безотказной работы — это вероятность того, что в пределах заданной наработки отказ объекта не возникает. В этом определении предполагается, что в начальный момент времени объект находился в работоспособном состоянии.

Обозначим через t время или суммарную наработку объекта. Возникновение первого отказа — случайное событие, а наработка τ от начального момента до возникновения этого события — случайная величина. Вероятность безотказной работы $P(t)$ объекта в интервале от 0 до t включительно определяется по формуле

$$P(t) = P\{\tau > t\}, \quad (1.1)$$

где $P\{*\}$ — вероятность события, обозначенного в скобках.

Если способность объекта выполнять заданные функции характеризуется одним параметром v , то формула (1.1) может быть представлена в виде

$$P(t) = P\{v^*(t_1) < v(t_1) < v^{**}(t_1); 0 \leq t_1 \leq t\},$$

где v^* и v^{**} — предельные по условиям работоспособности значения параметра.

Вероятность безотказной работы $P(t)$ является функцией наработки. Обычно эту функцию предполагают непрерывной и дифференцируемой. Она связана с функцией распределения $F(t)$ и плотностью распределения $f(t)$ наработки до отказа формулами

$$F(t) = 1 - P(t); \quad f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}; \quad P(t) = 1 - \int_0^t f(t)dt.$$

Из определения вероятности безотказной работы следует, что эта характеристика является невозрастающей функцией времени и может принимать значения от 1 до 0.

Вероятность отказа — это вероятность того, что объект откажет хотя бы один раз в течение заданной наработки, будучи работоспособным в начальный момент времени. Вероятность отказа на отрезке от 0 до t определяется по формуле

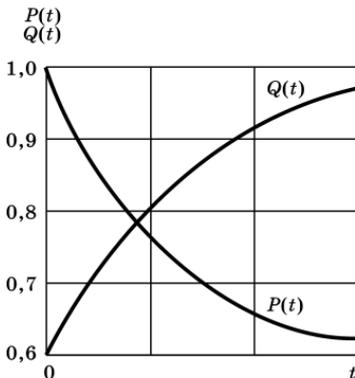


Рис. 1.1

Графики вероятностей безотказной работы $P(t)$ и отказа $Q(t)$

$$Q(t) = P(\tau \leq t) \quad \text{или} \\ Q(t) = 1 - P(t) = F(t). \quad (1.2)$$

Графики вероятностей безотказной работы и отказа показаны на рис. 1.1.

Точечные статистические оценки для вероятности безотказной работы $\hat{P}(t)$ от 0 до t и для функции распределения наработки до отказа $\hat{F}(t)$ определяются формулами

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{n(t)}{N}; \quad \hat{F}(t) = \frac{n(t)}{N},$$

где $n(t)$ — число объектов, отказавших к моменту времени t ; N — число объектов, работоспособных в начальный момент времени.

Пример 1.1. На испытание поставлено $N = 1000$ образцов однотипных элементов (транзисторов). При испытании отказавшие элементы не заменялись исправными. За время t отказало 10 транзисторов. Следовательно,

$$\hat{P}(t) = 1 - \frac{10}{1000} = 0,99.$$

Это означает, что любой транзистор из данной выборки не откажет за время t с вероятностью $P(t) = 0,99$.

Пример 1.2. Требуется определить условную вероятность $P(t_1, t_2)$ безотказной работы объекта в заданном интервале времени $t_1 \leq t \leq t_2$. В момент времени t_1 объект работоспособен и известны $P(t_1)$ и $P(t_2)$.

Решение. На основании формулы вероятности совместного появления двух зависимых событий, определяемой произведением вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную при условии, что первое событие уже наступило, запишем

$$P(t_2) = P(t_1)P(t_1, t_2).$$

Из полученного выражения определим

$$P(t_1, t_2) = \frac{P(t_2)}{P(t_1)}.$$

При известных статистических данных можно записать выражение

$$\hat{P}(t_1, t_2) = \frac{N(t_2)}{N(t_1)},$$

где $N(t_1)$, $N(t_2)$ — число объектов, работоспособных соответственно к моментам времени t_1 и t_2 : $N(t_1) = N - n(t_1)$; $N(t_2) = N - n(t_2)$.

Отметим, что не всегда в качестве наработки выступает время (в часах, годах). Например, для оценки вероятности безотказной работы коммутационных аппаратов с большим количеством переключений (вакуумный выключатель) в качестве переменной величины наработки целесообразно брать количество циклов «включить — выключить». При оценке надежности скользящих контактов удобнее в качестве наработки брать количество проходов токоприемника по этому контакту, а при оценке надежности движущихся объектов наработку целесообразно брать в километрах пробега. Суть математических выражений оценок $P(t)$, $Q(t)$, $f(t)$ при этом остается неизменной.

СРЕДНЯЯ НАРАБОТКА ДО ОТКАЗА

Средней наработкой до отказа называется математическое ожидание наработки объекта до первого отказа. Этот показатель определяется по формуле

$$T_1 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - F(t)] dt = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (1.3)$$

Статистическая оценка для средней наработки до отказа определяется по формуле

$$\hat{T}_1 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \tau_j,$$

где N — число работоспособных однотипных невосстанавливаемых объектов при $t = 0$ (в начале испытания); τ_j — наработка до отказа j -го объекта.

Отметим, что средняя наработка до отказа может оцениваться не только в часах (годах), но и в циклах, километрах пробега и др.

ИНТЕНСИВНОСТЬ ОТКАЗОВ

Интенсивность отказов — это условная плотность вероятности возникновения отказа объекта, определяемая при условии, что до рассматриваемого момента времени отказ не возник. Интенсивность отказов $\lambda(t)$ определяют по формуле

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{1 - F(t)} = - \frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt}. \quad (1.4)$$

Для высоконадежных систем $P(t) \approx 1$, поэтому интенсивность отказов приближенно равна плотности распределения наработки до отказа:

$$\lambda(t) \approx - \frac{dP(t)}{dt}.$$

Решение уравнения (1.4) относительно $P(t)$ дает выражение

$$P(t) = \exp \left[- \int_0^t \lambda(t) dt \right].$$

Статистическая оценка интенсивности отказов определяется как отношение числа отказавших объектов в еди-

ницу времени к среднему числу объектов, продолжающих исправно работать в соответствующем интервале времени, и вычисляется по формуле

$$\hat{\lambda}(t) = \frac{n(t) - n(t + \Delta t)}{\bar{n}(\Delta t)\Delta t}, \quad (1.5)$$

где Δt — интервал времени, для которого определяется интенсивность отказов; $n(t + \Delta t)$ — число элементов, исправно работающих в момент времени $t + \Delta t$; $n(t)$ — число элементов, исправно работающих в момент времени t ; $\bar{n}(\Delta t)$ — среднее число элементов, исправно работающих в интервале времени $[t, t + \Delta t]$,

$$\bar{n}(\Delta t) = \frac{n(t + \Delta t) + n(t)}{2}. \quad (1.6)$$

Интенсивность отказов показывает, какая часть объектов выходит из строя в единицу времени по отношению к среднему числу исправно работающих объектов. Характерная кривая интенсивности отказов показана на рис. 1.2. График интенсивности отказов имеет три участка, соответствующие периоду приработки ($0 \dots t_1$), периоду нормальной эксплуатации ($t_1 \dots t_2$) и периоду интенсивного износа и старения (t_2 и далее).



Рис. 1.2
График интенсивности отказов

В период приработки выявляются отказы по вине проектировщиков, конструкторов и изготовителей. Здесь характерны внезапные отказы. Период нормальной эксплуатации характеризуется наименьшим количеством отказов и практически постоянной их интенсивностью. Третий период характеризуется повышенным значением износа и старения, в результате чего его дальнейшая эксплуатация становится невозможной.

Пример 1.3. На испытание было поставлено 1000 однотипных датчиков давления. За первые 3000 ч отказало 80 датчиков, а в течение интервала времени отказало еще 50 устройств. Требуется определить статистическую оценку

интенсивности отказов датчиков в интервале времени 3000...4000 ч.

Решение. В рассматриваемом примере $t = 1000$ ч; $n(t) = 920$; $\Delta t = 1000$ ч; $n(t + \Delta t) = 870$. С использованием формул (1.5) и (1.6) находим

$$\bar{n}(\Delta t) = \frac{870 + 920}{2} = 895; \quad \hat{\lambda}(t) = \frac{920 - 870}{895 \cdot 1000} = 5,6 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}.$$

СРЕДНЯЯ НАРАБОТКА НА ОТКАЗ

Средняя наработка на отказ — это отношение суммарной наработки восстанавливаемого объекта к математическому ожиданию числа его отказов в течение этой наработки. Этот показатель относится к восстанавливаемым объектам, при эксплуатации которых допускаются многократно повторяющиеся отказы. Эксплуатация таких объектов может быть описана следующим образом: в начальный момент времени объект начинает работу и продолжает работу до первого отказа; после отказа происходит восстановление работоспособности, и объект вновь работает до отказа и т. д. На оси времени моменты отказов образуют поток отказов, а моменты восстановлений — поток восстановлений.

Средняя наработка на отказ объекта (наработка на отказ) определяется по формуле

$$T = \frac{t}{M[r(t)]},$$

где t — суммарная наработка; $r(t)$ — число отказов, наступивших в течение этой наработки; $M[r(t)]$ — математическое ожидание этого числа.

В общем случае средняя наработка на отказ является функцией суммарной наработки t . Для стационарных потоков отказов средняя наработка на отказ не зависит от t .

Статистическая оценка средней наработки на отказ \hat{T} вычисляется по формуле

$$\hat{T} = \frac{t}{r(t)},$$

где $r(t)$ — число отказов, фактически происшедших за суммарную наработку t .

ПАРАМЕТР ПОТОКА ОТКАЗОВ

Параметр потока отказов — это отношение математического ожидания числа отказов восстанавливаемого объекта за достаточно малую его наработку к значению этой наработки:

$$\omega(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{M[r(t + \Delta t) - r(t)]}{\Delta t}, \quad (1.7)$$

где Δt — малый отрезок наработки; $r(t)$ — число отказов, наступивших от начального момента времени до достижения наработки t .

Разность $r(t + \Delta t) - r(t)$ есть число отказов на отрезке Δt .

Осредненный параметр потока отказов вычисляется по формуле

$$\bar{\omega}(t) = \frac{M[r(t_2) - r(t_1)]}{t_2 - t_1},$$

где $r(t_1)$ и $r(t_2)$ — количество отказов объекта, зафиксированных, соответственно, по истечении времени t_1 и t_2 .

Статистическую оценку параметра потока отказов определяют по формуле

$$\hat{\omega}(t) = \frac{r(t_2) - r(t_1)}{t_2 - t_1}.$$

Параметр потока отказов представляет собой плотность вероятности возникновения отказа восстанавливаемого объекта. Отказы объектов возникают в случайные моменты времени, и в течение заданного периода эксплуатации наблюдается поток отказов.

ГАММА-ПРОЦЕНТНАЯ НАРАБОТКА ДО ОТКАЗА

Гамма-процентная наработка до отказа — наработка, в течение которой отказ объекта не возникнет с вероятностью γ , выраженной в процентах. Этот показатель определяется из уравнения

$$F(t_\gamma) = 1 - \frac{\gamma}{100}, \quad (1.8)$$

где $F(t_\gamma)$ — функция распределения наработки до отказа.

Из формулы (1.8) следует, что гамма-процентная наработка до отказа равна квантили функции распределения. Если вероятности выражают в процентах, то для показателей безотказности обычно принимают значения 90;

95; 99; 99,5% и т. д. Это означает, что вероятность возникновения отказа на отрезке $[0; t]$ составляет 0,1; 0,05; 0,01; 0,005% и т. д. Задаваемые значения γ для критических отказов должны быть весьма близки к 100%, чтобы сделать критические отказы практически невозможными событиями. Более низкие значения γ используются при расчетах потребностей в запасных частях, ремонтных мощностях и др.

1.6. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

СРЕДНИЙ СРОК СЛУЖБЫ (МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ СРОКА СЛУЖБЫ)

Для восстанавливаемого объекта средний срок службы представляет собой среднюю календарную продолжительность эксплуатации объекта от ее начала или ее возобновления после ремонта определенного вида до перехода в предельное состояние.

СРЕДНИЙ РЕСУРС (МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОЖИДАНИЕ РЕСУРСА)

Средний ресурс представляет собой среднюю наработку объекта от начала эксплуатации или ее возобновления после предупредительного ремонта до наступления предельного состояния. В эксплуатации весьма важно так подобрать параметры объекта по мощности, стратегии технического обслуживания и ремонта, режимы работы, чтобы срок службы и срок срабатывания ресурса совпадали. Опыт эксплуатации объектов массового производства показывает, что как наработка на отказ, так и наработка между отказами имеют значительный статистический разброс. Аналогичный разброс имеют также ресурс и срок службы. Этот разброс зависит от технологической культуры и дисциплины, а также достигнутого уровня технологии как изготовления объектов, так и их эксплуатации (использования по назначению, технического обслуживания, ремонта). Разброс наработки до первого отказа, ре-

сурса и срока службы можно уменьшить при увеличении их значения указанными способами.

Поскольку средний и капитальный ремонты позволяют частично или полностью восстановить ресурс, то отсчет наработки при исчислении ресурса возобновляют по окончании такого ремонта, различая в связи с этим доремонтный, межремонтный, послеремонтный и полный (до списания) ресурс. Термин «технический ресурс» представляет собой запас возможной наработки объекта. Полный ресурс отсчитывают от начала эксплуатации объекта до его перехода в предельное состояние, соответствующее окончательному прекращению эксплуатации.

Аналогичным образом выделяют и виды срока службы. Соотношение значений ресурса и срока службы зависит от интенсивности использования объекта. Полный срок службы, как правило, включает продолжительность всех видов ремонта, т. е. учитывается календарный срок.

Для невозстанавливаемого объекта ресурс представляет собой среднюю продолжительность работы до отказа или до наступления предельного состояния. Практически эта величина совпадает со средней наработкой до отказа T_1 .

Гамма-процентный ресурс представляет наработку, в течение которой объект не достигает предельного состояния с заданной вероятностью (численно равной заданной величине γ в процентах).

1.7. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РЕМОНТОПРИГОДНОСТИ

При количественном описании этого свойства, которое присуще только восстанавливаемому объекту, время восстановления является случайной величиной, зависящей от целого ряда факторов: характера возникшего отказа; приспособленности объекта (устройства, установки и др.) к быстрому обнаружению отказа; квалификации обслуживающего персонала; наличия технических средств; быстроты замены отказавшего элемента в объекте и др. Время восстановления — это время, затраченное

на обнаружение, поиск причины отказа и устранения последствий отказа. Опыт показывает, что в сложных технических системах 70...90% времени восстановления приходится на поиск отказавшего элемента.

Среднее время восстановления. Это математическое ожидание времени восстановления работоспособного состояния объекта после отказа. Из определения следует, что

$$\hat{T}_B = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \tau_i,$$

где n — число восстановлений, равное числу отказов; τ_i — время, затраченное на восстановление (обнаружение, поиск причины и устранение отказа), в часах.

Показатель \hat{T}_B можно определить и на основании статистических данных, полученных для m однотипных восстанавливаемых объектов. Структура расчетной формулы остается той же:

$$\hat{T}_B = \frac{\sum_{j=1}^m \tau_j}{\sum_{j=1}^m n_j},$$

где m — количество однотипных объектов, для каждого из которых определено общее время восстановления τ_j за заданное время наблюдений;

$$\tau_j = \sum_{i=1}^{n_j} \tau_{ij}.$$

Здесь τ_{ij} — время восстановления j -го объекта после i -го отказа; n_j — количество восстановлений j -го объекта за время наблюдений, причем $1 \leq j \leq m$.

Интенсивность восстановления. Это отношение условной плотности вероятности восстановления работоспособного состояния объекта, определенной для рассматриваемого момента времени при условии, что до этого момента восстановление не было завершено, к продолжительности этого интервала. Статистическая оценка этого показателя определяется по формуле

$$\hat{\mu}(t) = \frac{n_{\text{в}}}{N_{\text{н.ср}} \Delta t},$$

где $n_{\text{в}}$ — количество восстановлений однотипных объектов за интервал Δt ; $N_{\text{н.ср}}$ — среднее количество объектов, находящихся в невосстановленном состоянии на интервале Δt .

В случае постоянной интенсивности восстановления, т. е. $\mu(t) = \mu = \text{const}$, вероятность восстановления за заданное время t подчиняется экспоненциальному закону и определяется по выражению

$$P_{\text{в}}(t) = 1 - e^{-\mu t}.$$

Этот частный случай имеет наибольшее практическое значение, поскольку реальный закон распределения времени восстановления большинства технических объектов (поток восстановлений) близок к экспоненциальному. На основе свойства этого распределения широко используют очень важную зависимость

$$T_{\text{в}} = \frac{1}{\mu}.$$

При уточненных расчетах показателей надежности ремонтируемых (восстанавливаемых) объектов определяется такой показатель ремонтпригодности, как процентное время восстановления ζ . Этот показатель равен времени, в течение которого восстановление работоспособности объекта будет осуществлено с вероятностью ζ .

1.8.

КОМПЛЕКСНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ

Коэффициент готовности. Процесс функционирования восстанавливаемого объекта можно представить как последовательность чередующихся интервалов работоспособности и восстановления (простоя). Коэффициент готовности — это вероятность того, что объект окажется в работоспособном состоянии в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается. Этот показатель одновременно оценивает свойства работоспособности и ремонтпригодности объекта.

Для одного ремонтируемого объекта коэффициент готовности определяется по формуле

$$k_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{i=1}^n \tau_i}, \quad (1.9)$$

где t_i — продолжительность i -го интервала работы; τ_i — продолжительность i -го интервала восстановления.

Из выражения (1.9) следует, что коэффициент готовности объекта может быть повышен за счет увеличения наработки на отказ и уменьшения среднего времени восстановления. Максимальное значение коэффициента готовности $k_{\Gamma, \text{макс}} = 1$. Для экспериментального определения коэффициента готовности необходимо достаточно длительный календарный срок функционирования объекта.

Зависимость коэффициента готовности от времени восстановления затрудняет оценку надежности объекта, так как по нему нельзя судить о времени непрерывной работы до отказа. Это объясняется тем, что одному и тому же численному значению k_{Γ} могут соответствовать разные значения t_i и τ_i . Следовательно, на конкретном интервале работоспособности вероятность безотказной работы будет больше там, где больше t_i , хотя за этим интервалом может последовать длительный интервал простоя τ_i . Коэффициент готовности является удобной характеристикой для объектов, которые предназначены для длительного функционирования, но решают поставленную задачу в течение короткого промежутка времени (находятся в ждущем режиме), например релейная защита, контактная сеть, сложная контрольная аппаратура и т. д.

В ряде случаев используют коэффициент простоя

$$k_{\Pi} = 1 - k_{\Gamma} = \frac{\sum_{i=1}^n \tau_i}{\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{i=1}^n \tau_i}.$$

Коэффициент оперативной готовности $k_{\text{оп}}$. Определяется как вероятность того, что объект окажется в работо-

способном состоянии в произвольный момент времени (кроме планируемых периодов, в течение которых применение объекта по назначению не предусматривается) и начиная с этого момента будет работать безотказно в течение заданного интервала времени. Из этого определения следует, что

$$k_{ог} = k_r P(t_p),$$

где k_r — коэффициент готовности; $P(t_p)$ — вероятность безотказной работы объекта в течение времени t_p , необходимого для безотказного использования по назначению.

Для часто используемого в расчетной практике простейшего потока отказов при $\mu = \lambda$ вероятность безотказной работы объекта определяется по выражению

$$P(t_p) = e^{-\lambda t_p} = e^{-\frac{1}{T} t_p}.$$

Коэффициент технического использования $k_{ти}$. Определяется как отношение математического ожидания суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии за некоторый период эксплуатации к математическому ожиданию суммарного времени пребывания объекта в работоспособном состоянии и простоев, обусловленных техническим обслуживанием и ремонтом за тот же период эксплуатации:

$$k_{ти} = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + \sum_{i=1}^m \tau_i + \sum_{j=1}^k \tau_j}, \quad (1.10)$$

где t_i — продолжительность i -го интервала работы; τ_i — продолжительность восстановления после i -го отказа объекта; τ_j — продолжительность j -й профилактики, требующей вывода объекта из работающего состояния; n — число рабочих циклов за рассматриваемый период эксплуатации; m — число отказов (восстановлений) за рассматриваемый период; k — число профилактик, требующих отключения объекта за рассматриваемый период.

Из выражения (1.10) следует, что коэффициент технического использования характеризует долю времени нахождения объекта в работоспособном состоянии относительно

общей (календарной) продолжительности эксплуатации. Следовательно, $k_{\text{ти}}$ отличается от k_r тем, что при его определении учитывается все время вынужденных простоев, тогда как при определении k_r время простоя, связанное с проведением профилактических работ, не учитывается.

Суммарное время вынужденного простоя объекта обычно включает время на поиск и устранение отказа; на регулировку и настройку объекта после устранения отказа; продолжительность простоя из-за отсутствия запасных элементов; длительность профилактических работ.

В электроэнергетических объектах, к примеру в трансформаторах, линиях электропередачи, шинах распределительных устройств и т. п., предусмотрены плановые отключения для проведения плановых ремонтов и технического обслуживания. Эти интервалы времени, так же как и интервалы, связанные с отключением по причине отказа, учитываются при определении анализируемых коэффициентов надежности.

Коэффициент планируемого применения. Представляет собой долю периода эксплуатации, в течение которой объект не должен находиться на плановом техническом обслуживании и ремонте, и определяется по формуле

$$k_{\text{пп}} = \frac{t_{\text{э}} - \bar{t}_{\text{п.о}} - \bar{t}_{\text{п.рем}}}{t_{\text{э}}},$$

где $t_{\text{э}}$ — заданная продолжительность эксплуатации; $\bar{t}_{\text{п.о}}$ и $\bar{t}_{\text{п.рем}}$ — математические ожидания суммарной продолжительности плановых технических обслуживаний и ремонтов в течение заданного периода эксплуатации.

Коэффициент сохранения эффективности. Определяется как отношение показателя эффективности \mathcal{E} за определенный период эксплуатации к номинальному значению этого показателя \mathcal{E}_0 , вычисленному при условии, что отказы объекта в течение этого же периода эксплуатации не возникают, т. е.

$$k_{\text{эф}} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}.$$

При этом под эффективностью применения объекта по назначению понимают его свойство создавать некоторый

полезный результат в течение периода эксплуатации в определенных условиях. Показатель эффективности — это показатель качества, характеризующий выполнение объектом его функций.

В ГОСТ 27.002-89, кроме проанализированных наиболее употребляемых показателей надежности, введены и другие показатели: средняя трудоемкость восстановления, средний срок сохраняемости, гамма-процентный ресурс, гамма-процентное время восстановления, гамма-процентный срок сохраняемости и др. При необходимости определения указанных показателей используются специальные методики, в которых процедура расчета основывается на тех же законах математической статистики и теории вероятностей, по которым определяются и более широко используемые показатели надежности.

В некоторых областях техники применяют комплексные показатели надежности, отражающие специфику эксплуатации оборудования.

Контрольные вопросы

1. Объясните понятие «надежность» как комплексную характеристику объекта.
2. Что понимают под жизненным циклом объекта?
3. Дайте характеристику основных видов технического состояния объектов.
4. Объясните понятия «безопасность» и «живучесть» объекта.
5. Что понимают под отказом объекта? Приведите классификацию отказов.
6. Какова физическая природа отказов технических систем?
7. Объясните различие отказа и повреждения объекта.
8. Объясните понятие «дефект». Приведите примеры.
9. Что называют сбоем?
10. В чем состоит различие исправного и работоспособного состояний объекта?
11. Объясните понятия «техническое обслуживание», «восстановление» и «ремонт».
12. Объясните основные временные понятия теории надежности.
13. Какие мероприятия составляют техническое обслуживание объекта?
14. Сформулируйте определения функции и плотности распределения вероятностей случайной величины.
15. Как определяются вероятность безотказной работы и вероятность отказа?

16. Как определяется средняя наработка до отказа?
17. Что понимают под интенсивностью отказов? Как вычисляется статистическая оценка интенсивности отказов?
18. Как определяется для объекта средняя наработка на отказ?
19. Сформулируйте определение параметра потока отказов.
20. Как определяется гамма-процентная наработка до отказа?
21. Что понимается под долговечностью объекта? Объясните основные показатели долговечности.
22. Объясните основные показатели ремонтпригодности.
23. Перечислите и объясните комплексные показатели надежности.
24. Как определить комплексные показатели надежности по результатам испытаний?

УПРАЖНЕНИЯ

1. На испытание была поставлена 1000 однотипных датчиков давления. За 5000 ч отказало 75 устройств. Определите вероятность безотказной работы и вероятность отказа датчиков в течение 5000 ч.

2. На испытание поставлено 6 однотипных изделий. Получены следующие значения времени безотказной работы i -го изделия: $t_1 = 280$ ч; $t_2 = 350$ ч; $t_3 = 400$ ч; $t_4 = 320$ ч; $t_5 = 380$ ч; $t_6 = 330$ ч. Требуется определить статистическую оценку среднего времени безотказной работы изделия.

3. Электропривод проработал 3000 ч, после чего проводились наблюдения за его работой. В течение последующих 2000 ч работы было зарегистрировано 8 отказов. Определите среднюю наработку на отказ.

4. В течение наблюдаемого периода эксплуатации аппаратуры было зафиксировано 5 отказов. Время восстановления составило: $t_1 = 0,1$ ч; $t_2 = 0,05$ ч; $t_3 = 0,2$ ч; $t_4 = 0,25$ ч; $t_5 = 0,15$ ч. Определите среднее время восстановления аппаратуры.

5. Коэффициент готовности технологического агрегата составляет 0,9. Среднее время его восстановления равно 12 ч. Определите вероятность застать агрегат в исправном состоянии в момент времени $t = 20$ ч.

6. Интенсивность отказов системы управления равна $\lambda = 0,01$ ч⁻¹. Среднее время восстановления равно 10 ч. Определите вероятность застать систему в исправном состоянии в момент времени $t = 20$ ч.

ОСНОВНЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Вероятностные методы расчета надежности основываются на использовании теоретических законов распределения случайных величин. В настоящей главе рассмотрены основные статистические распределения, применяемые при определении вероятности безотказной работы и интенсивности отказов.

2.1. ПОКАЗАТЕЛЬНОЕ (ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОЕ) РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Плотность экспоненциального распределения с параметром $\lambda > 0$ случайной величины τ имеет вид

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{при } t \geq 0; \\ 0 & \text{при } t < 0. \end{cases}$$

График плотности экспоненциального распределения показан на рис. 2.1.

Моменты k -го порядка случайной величины, имеющей показательное распределение, определяются по формуле

$$M(\tau^k) = \frac{k!}{\lambda^k}; \quad k = 1, 2, \dots$$

Математическое ожидание и дисперсия случайной величины равны соответственно

$$m_\tau = \frac{1}{\lambda}; \quad D_\tau = \frac{1}{\lambda^2}.$$

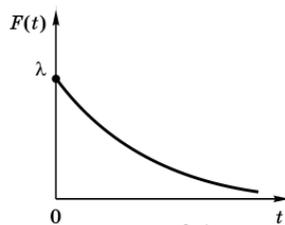


Рис. 2.1
График плотности
экспоненциального
распределения

Коэффициент асимметрии $\gamma_1 = 2$, коэффициент эксцесса $\gamma_2 = 9$.

Случайная величина с показательным распределением обладает свойством отсутствия последействия:

$$P(\tau > t + s \mid \tau > s) = P(\tau > t).$$

Показательное распределение применяется чаще других при исследовании надежности технических средств. Оно является типичным для сложных объектов, состоящих из множества элементов с различными значениями наработки до отказа. Кроме того, для некоторых объектов можно устранить повышенную интенсивность отказов в начальный период эксплуатации применением тренировки. При отсутствии в процессе эксплуатации этих объектов периода значительного износа интенсивность отказов можно считать постоянной. При постоянных значениях интенсивностей отказов изделий получают простые формулы для расчетов надежности, так как при $\lambda = \text{const}$ вероятность безотказной работы в течение заданной наработки t не зависит от суммарной наработки и определяется формулой

$$P(t) = e^{-\lambda t}. \quad (2.1)$$

Среднее время безотказной работы при экспоненциальном законе распределения интервала безотказной работы выражается формулой

$$T_1 = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda}. \quad (2.2)$$

Заменив в выражении (2.1) параметр λ величиной $\frac{1}{T_1}$, получим

$$P(t) = e^{-\frac{t}{T_1}}. \quad (2.3)$$

Таким образом, зная среднее время безотказной работы T_1 (или постоянную интенсивность отказов λ), можно в случае экспоненциального распределения найти вероятность безотказной работы для интервала времени от момента включения объекта до любого заданного момента t .

Отметим, что вероятность безотказной работы на интервале, превышающем среднее время T_1 , при экспоненциальном распределении всегда менее 0,368 (рис. 2.2).

Длительность периода нормальной эксплуатации до наступления старения может оказаться существенно меньше T_1 , т. е. интервал времени, на котором допустимо использование экспоненциальной модели, часто бывает меньшим среднего времени безотказной работы, вычисленного для этой модели. Это легко обосновать, воспользовавшись дисперсией времени безотказной работы

$$D_\tau = \frac{1}{\lambda^2} = T_1^2.$$

Наиболее вероятные значения наработки, группирующиеся в окрестности T_1 , лежат в диапазоне

$$T_1 \pm \sqrt{D_\tau} = T_1 \pm T_1,$$

т. е. от $t = 0$ до $t = 2T_1$. Следовательно, объект может отработать любое время $0 \leq t \leq 2T_1$ при сохранении $\lambda = \text{const}$. Но вероятность безотказной работы на интервале $2T_1$ мала:

$$P(2T_1) = e^{-2\lambda T_1} = e^{-2} = 0,135.$$

Важно отметить, что при безотказной работе объекта в течение времени t_0 при $\lambda = \text{const}$ дальнейшее распределение времени его безотказной работы будет таким, как в момент первого включения при $\lambda = \text{const}$.

Таким образом, отключение работоспособного объекта в конце интервала t_0 и новое его включение на такой же интервал множество раз приведет к пилообразной кривой вероятности безотказной работы $P(t)$ (см. рис. 2.3).

Полученный результат объясняется тем, что предположение об экспоненциальном распределении интервала безотказной работы означает, что устройство не стареет.

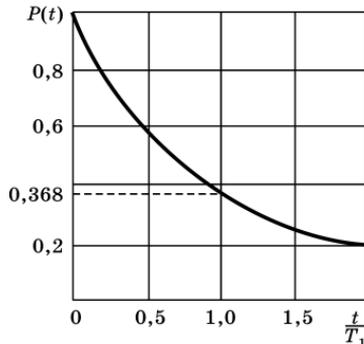


Рис. 2.2
Вероятность безотказной работы при экспоненциальном законе распределения

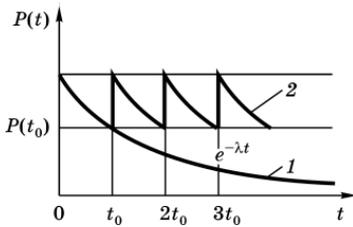


Рис. 2.3
Вероятность безотказной работы:
1 — при непрерывной работе за время t ;
2 — при работе с интервалами τ .

Модель экспоненциального распределения часто используется для априорного анализа, так как позволяет получить простые соотношения для различных вариантов создаваемой системы. На стадии апостериорного анализа (опытных данных) должна проводиться проверка соответствия экспоненциальной модели результатам испытаний. В частности, если при обработке результатов испытаний окажется, что $T_1 = \sqrt{D[T_1]}$, то это является доказательством экспоненциальности анализируемой зависимости.

Пример 2.1. Объект имеет экспоненциальное распределение времени возникновения отказов с интенсивностью отказов $\lambda = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$. Требуется определить основные показатели надежности невозстанавливаемого объекта за время $t = 2000$ ч.

Решение. Вероятность безотказной работы за время $t = 2000$ ч равна

$$P(2000) = e^{-\lambda t} = e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2000} = e^{-0,05} = 0,9512.$$

Вероятность отказа за время $t = 2000$ ч равна

$$q(2000) = 1 - P(2000) = 1 - 0,9512 = 0,0488.$$

Вероятность безотказной работы объекта в интервале времени от 500 ч до 2500 ч при условии, что объект проработал без отказов 500 ч, равна (см. пример 1.2)

$$P(500, 2500) = \frac{P(2500)}{P(500)} = \frac{e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 2500}}{e^{-2,5 \cdot 10^{-5} \cdot 500}} = 0,9512.$$

Средняя наработка до отказа

$$T_1 = \frac{1}{2,5 \cdot 10^{-5}} = 40\,000 \text{ ч.}$$

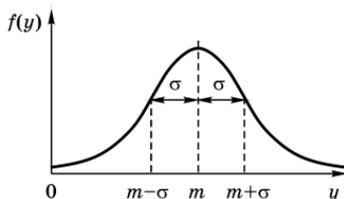
2.2. НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина η имеет нормальное распределение с параметрами (m, σ) , если

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y-m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < y < +\infty,$$

где m — математическое ожидание; σ — среднее квадратическое отклонение.

График плотности нормального распределения показан на рис. 2.4. Функция $f(y)$ симметрична относительно линии $y = m$. Точки перегиба $f(y)$ имеют абсциссы $m \pm \sigma$.



Функция распределения вероятностей:

Рис. 2.4
График плотности нормального распределения

$$F(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left[-\frac{(u-m)^2}{2\sigma^2}\right] du.$$

Моменты:

$$M(\eta) = m; \quad D(\eta) = \sigma^2;$$

$$M(\eta^k) = mM(\eta^{k-1}) + (k-1)\sigma^2 M(\eta^{k-2}).$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса: $\gamma_1 = 0$; $\gamma_2 = 3$. Мода y_m и медиана $y_{0,5}$ совпадают с математическим ожиданием m .

Нормальное распределение — самое важное в прикладной статистике. В соответствии с центральной предельной теоремой функция распределения случайной величины, являющейся суммой одинаково распределенных независимых случайных величин, приближается к функции нормального распределения с ростом числа слагаемых.

Важное свойство нормального распределения состоит в том, что нормальная случайная величина с большой вероятностью принимает значения, близкие к своему математическому ожиданию. Количественно это свойство выражается **правилом сигм**:

$$P(|\eta - m| \geq k\sigma) = \begin{cases} 0,3173, & k = 1; \\ 0,0455, & k = 2; \\ 0,0027, & k = 3. \end{cases}$$

Наибольшее применение находит **правило трех сигм**:

$$P(|\eta - m| \geq 3\sigma) = 0,0027 \quad \text{или} \quad P(|\eta - m| \leq 3\sigma) = 0,9973.$$

Нормированная нормальная случайная величина вводится с помощью линейного преобразования

$$\xi = \frac{(\eta - m)}{\sigma} \quad (2.4)$$

и позволяет привести нормальное распределение с произвольными параметрами (m, σ) к стандартному нормальному закону с параметрами $(0, 1)$, плотностью и функцией распределения соответственно

$$f_{\text{н}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right); \quad F_{\text{н}}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\right) du.$$

Графики плотности и функции нормированного нормального распределения приведены соответственно на рис. 2.5а и б.

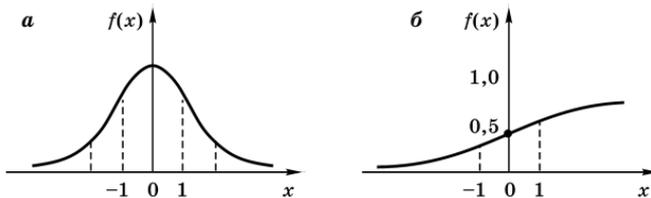


Рис. 2.5

Плотность (а) и функция распределения вероятностей (б) нормированного нормального распределения

Функция и плотность нормированного нормального распределения могут быть вычислены по приближенным формулам:

$$F_{\text{н}}(x) \approx \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - c_1x + c_2x^2 - c_3x^3 + c_4x^4)^{-4}, & x < 0; \\ 1 - \frac{1}{2}(1 + c_1x - c_2x^2 + c_3x^3 - c_4x^4)^{-4}, & x \geq 0; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 c_1 &= 0,196\,854; & c_2 &= 0,115\,194; \\
 c_3 &= 0,000\,344; & c_4 &= 0,019\,527; \\
 f(x) &\approx (a_0 + a_2x^2 + a_4x^4 + a_6x^6)^{-1}; \\
 a_0 &= 2,490\,895; & a_2 &= 1,466\,003; \\
 a_4 &= -0,024\,393; & a_6 &= 0,178\,257.
 \end{aligned}$$

Рациональная аппроксимация для квантилей нормированного нормального распределения имеет вид

$$x_p \approx \begin{cases} -z + \frac{a_0 + a_1z}{1 + b_1z + b_2z^2}; & z = \sqrt{\ln \frac{1}{p^2}}, \quad 0 < p \leq 0,5; \\ z - \frac{a_0 + a_1z}{1 + b_1z + b_2z^2}; & z = \sqrt{\ln \frac{1}{(1-p)^2}}, \quad 0,5 < p \leq 1; \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 a_0 &= 2,307\,53; & a_1 &= 0,270\,61; \\
 b_1 &= 0,992\,29; & b_2 &= 0,044\,81.
 \end{aligned}$$

Пример 2.2. Определение показателей схемы при нормальном распределении параметров.

Электрическая схема собрана из трех последовательно включенных типовых резисторов: $R_1 = 3000 \text{ Ом} \pm 10\%$; $R_2 = 2000 \text{ Ом} \pm 10\%$; $R_3 = 1000 \text{ Ом} \pm 10\%$ (в % задано значение отклонения сопротивлений от номинального). Требуется определить суммарное сопротивление схемы с учетом отклонений параметров резисторов.

Решение. Известно, что при массовом производстве однотипных элементов плотность распределения их параметров подчиняется нормальному закону. Используя правило трех сигм, определим по исходным данным диапазоны, в которых лежат значения сопротивлений резисторов:

$$3\sigma_{R_1} = \pm 300 \text{ Ом}; \quad 3\sigma_{R_2} = \pm 200 \text{ Ом}; \quad 3\sigma_{R_3} = \pm 100 \text{ Ом}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 R_1 &= 3000 \text{ Ом} \pm 300 \text{ Ом}; & R_2 &= 2000 \text{ Ом} \pm 200 \text{ Ом}; \\
 R_3 &= 1000 \text{ Ом} \pm 100 \text{ Ом}.
 \end{aligned}$$

Если значения параметров элементов имеют нормальное распределение, а при реализации схемы элементы выбираются случайным образом, то результирующее значение параметра R_Σ является функциональной переменной, распределенной также по нормальному закону. При

этом дисперсия результирующего значения $\sigma_{R_\Sigma}^2$ определяется по формуле

$$\sigma_{R_\Sigma}^2 = \sigma_{R_1}^2 + \sigma_{R_2}^2 + \sigma_{R_3}^2.$$

Так как результирующее значение R_Σ распределено по нормальному закону, то с учетом правила трех сигм можно записать выражение

$$R_\Sigma = (\bar{R}_1 + \bar{R}_2 + \bar{R}_3) \pm 3\sigma_{R_\Sigma},$$

где $\bar{R}_1, \bar{R}_2, \bar{R}_3$ — номинальные паспортные параметры резисторов.

Поскольку $3\sigma_{R_\Sigma} = 374$ Ом, то $R_\Sigma = 6000 \pm 374$ Ом или $R_\Sigma = 6000$ Ом $\pm 6,2\%$.

Рассмотренный пример показывает, что при увеличении количества последовательно соединенных элементов результирующая погрешность уменьшается. В частности, если суммарная погрешность всех отдельных элементов равна ± 600 Ом, то суммарная результирующая погрешность равна ± 374 Ом. В более сложных схемах, например в колебательных контурах, состоящих из индуктивностей и емкостей, отклонение индуктивности или емкости от заданных параметров сопряжено с изменением резонансной частоты, и возможный диапазон ее изменения можно предусмотреть методом, аналогичным расчету резисторов.

2.3. УСЕЧЕННОЕ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

При нормальном распределении случайной величины она может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$. Поскольку возможные значения случайной наработки до отказа могут быть только положительными, то при использовании нормального распределения необходимо ограничить интервал возможных значений аргумента функции распределения.

Усеченным нормальным распределением случайной величины называется распределение, получаемое из нормального при ограничении интервала возможных значений этой величины. Так как возможные значения случай-

ной величины T ограничены интервалом (t_1, t_2) , то плотность усеченного распределения

$$\bar{f}(t) = cf(t),$$

где $f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right]$; c — нормирующий множитель, определяемый из условия, что площадь под кривой распределения равна единице, т. е.

$$c \int_{t_1}^{t_2} f(t) dt = 1 \quad \text{или} \quad c = \frac{1}{\int_{t_1}^{t_2} f(t) dt}.$$

С учетом (2.4) множитель c определяется по формуле

$$c = \frac{1}{F_H(t_2) - F_H(t_1)}. \quad (2.5)$$

Вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t) = c \left[\frac{1}{2} - F_H\left(\frac{t-m}{\sigma}\right) \right], \quad (2.6)$$

а интенсивность отказов — по выражению

$$\lambda(t) = \frac{\bar{f}(t)}{P(t)} = \frac{\frac{1}{\sigma_i\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right]}{\frac{1}{2} - F_H\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)},$$

где m и σ — математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение неусеченного нормального распределения наработки до отказа.

Числовые характеристики усеченного нормального распределения: математическое ожидание наработки до отказа m_{T_1} и дисперсия наработки до отказа $\sigma_{T_1}^2$ определяются по формулам

$$m_{T_1} = \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} t \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt = m - k\sigma; \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &= \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} (t - m_{T_1})^2 \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt = \\ &= \sigma^2 \left\{ 1 - k^2 - \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[x_2 \exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - x_1 \exp\left(-\frac{x_1^2}{2}\right) \right] \right\}; \end{aligned} \quad (2.8)$$

$$k = \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{x_1^2}{2}\right) \right]; \quad (2.9)$$

$$x_1 = \frac{t_1 - m}{\sigma}; \quad x_2 = \frac{t_2 - m}{\sigma}.$$

Если возможные значения случайной величины τ лежат в интервале $(0, +\infty)$, то формулы (2.5), (2.7), (2.8) и (2.9) принимают вид

$$c = c_0 = \frac{1}{0,5 + F_H\left(\frac{m}{\sigma}\right)}; \quad m_{T_1} = m - k_0\sigma;$$

$$\begin{aligned} \sigma_T^2 &= \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{t_1}^{t_2} (t - m_T)^2 \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right] dt = \\ &= \sigma^2 \left\{ 1 - k^2 - \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[x_2 \exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - x_1 \exp\left(-\frac{x_1^2}{2}\right) \right] \right\}; \\ k &= \frac{c}{\sqrt{2\pi}} \left[\exp\left(-\frac{x_2^2}{2}\right) - \exp\left(-\frac{x_1^2}{2}\right) \right]. \end{aligned}$$

2.4. ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Для логарифмически нормального распределения случайной величины τ плотность определяется выражением

$$f(t) = \frac{1}{\sigma t \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln t - m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad t \geq 0,$$

где m и σ — параметры распределения, $-\infty < m < +\infty$ и $\sigma > 0$.

График плотности логарифмически нормального распределения показан на рис. 2.6.

Моменты:

$$M(\tau^k) = \exp\left(\frac{1}{2}k^2\sigma^2 + km\right); \quad M(\tau) = \exp\left(m + \frac{1}{2}\sigma^2\right);$$

$$D(\tau) = \exp(\sigma^2 + 2m)[\exp(\sigma^2) - 1].$$

Если ввести в рассмотрение новую случайную величину $\eta = \ln \tau$, то η имеет нормальное распределение с математическим ожиданием m и средним квадратическим отклонением σ .

Функция логарифмически нормального распределения определяется по формуле

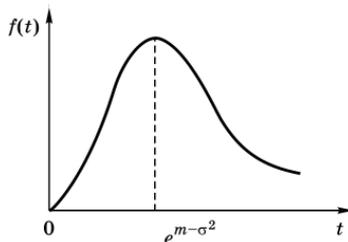


Рис. 2.6
График плотности логарифмически нормального распределения

$$F(t) = \int_0^t \frac{1}{\sigma\tau\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln \tau - m)^2}{2\sigma^2}\right] d\tau,$$

и ее можно следующим образом связать с нормированной нормально распределенной случайной величиной ξ :

$$F(t) = P(\tau \leq t) = P\left(\xi \leq \frac{\ln t - m}{\sigma}\right).$$

Вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t) = P(\tau > t) = P\left(\xi > \frac{\ln t - m}{\sigma}\right) = F_H\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right). \quad (2.10)$$

Интенсивность отказов имеет вид

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{f_H\left(\frac{\ln t - m}{\sigma}\right)}{t\sigma P(t)}, \quad (2.11)$$

где m и σ — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение натурального логарифма случайной величины τ , обозначающей наработку до отказа.

Пример 2.3. Нарботка элемента до отказа имеет логарифмически нормальное распределение с параметрами

$m = 5$ и $\sigma = 1$. Требуется определить вероятность безотказной работы элемента и интенсивность отказов при наработке, составляющей 150 единиц времени.

Подставляя в формулу (2.10) численные значения m , σ и t , получаем

$$P(150) = P\left(\xi > \frac{\ln 150 - 5}{1}\right) = P(\xi > 0,01) = 0,496.$$

Используя выражение (2.11) для интенсивности отказов, имеем

$$\begin{aligned} \lambda(150) &= \frac{f_{\text{н}}\left(\frac{\ln 150 - 5}{1}\right)}{150 \cdot 1 \cdot 0,496} = \frac{f_{\text{н}}(0,01)}{150 \cdot 0,496} = \frac{0,399}{150 \cdot 0,496} = \\ &= 0,0053 \text{ отказа в единицу времени.} \end{aligned}$$

2.5. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЙБУЛЛА

Опыт эксплуатации многих электронных приборов и значительного количества электромеханических устройств показывает, что для них характерны три вида зависимостей интенсивности отказов от времени (см. рис. 1.2), соответствующих трем периодам жизни этих изделий: приработке, нормальной эксплуатации и износу. График функции $\lambda(t)$ соответствует закону Вейбулла. Указанные три вида зависимостей интенсивности отказов от времени можно получить, используя для вероятностного описания случайной наработки до отказа двухпараметрическое распределение Вейбулла. Согласно этому распределению плотность вероятности момента отказа определяется по формуле

$$f(t) = \begin{cases} \alpha \vartheta t^{\alpha-1} e^{-(\vartheta t^\alpha)}, & t > 0; \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

где α — безразмерный параметр формы (определяется подбором в результате обработки экспериментальных данных, $\alpha > 0$); ϑ — параметр масштаба, $\vartheta > 0$, размерность параметра масштаба $[\vartheta] = \text{ч}^{-\alpha}$.

Моменты:

$$M(\tau^k) = \vartheta^{-\frac{k}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{k}{\alpha} + 1\right); \quad m_\tau = \vartheta^{-\frac{1}{\alpha}} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right);$$

$$D(\tau) = \vartheta^{-\frac{2}{\alpha}} \left\{ \frac{2}{\alpha} \Gamma\left(\frac{k}{\alpha} + 1\right) - \frac{1}{\alpha^2} \left[\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right) \right]^2 \right\},$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция; $\Gamma(x) = \int_0^\infty e^{-t} t^{x-1} dt$; $\Gamma(1) = 1$; $\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x)$.

Интенсивность отказов определяется по выражению

$$\lambda(t) = \vartheta \alpha t^{\alpha-1}. \quad (2.12)$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(t) = \int_0^t e^{-\lambda(t)} dt = e^{-\vartheta t^\alpha}, \quad (2.13)$$

а средняя наработка до отказа:

$$T_1 = \int_0^\infty P(t) dt = \int_0^\infty e^{-\vartheta t^\alpha} dt. \quad (2.14)$$

Отметим, что при параметре $\alpha = 1$ распределение Вейбулла переходит в экспоненциальное, а при $\alpha = 2$ соответствует распределению Рэля. При $\alpha < 1$ интенсивность отказов монотонно убывает (период приработки), а при $\alpha > 1$ монотонно возрастает (период износа), см. рис. 1.2. Следовательно, путем подбора параметра α можно получить на каждом из трех участков такую теоретическую кривую $\lambda(t)$, которая достаточно близко совпадает с экспериментальной кривой, и тогда расчет требуемых показателей надежности можно производить на основе известной закономерности.

Пример 2.4. Нарботка элемента автоматической системы имеет распределение Вейбулла параметрами $\alpha = 0,5$; $\vartheta = 0,001 \text{ ч}^{-0,5}$. Требуется определить вероятность безотказной работы элемента и интенсивность отказов при наработке, равной 1500 ч.

Решение. Подставив заданные значения в формулу (2.13), получаем

$$P(t) = \exp(-0,001 \cdot 1500^{0,5}) = 0,962.$$

С помощью формулы (2.12) находим искомую интенсивность отказов:

$$\lambda(1500) = 0,001 \cdot 0,5 \cdot 1500^{-0,5} = 1,3 \cdot 10^{-5} \text{ отказов в час.}$$

2.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ РЭЛЕЯ

Плотность распределения вероятности случайной величины, имеющей распределение Рэля (рис. 2.7), имеет вид

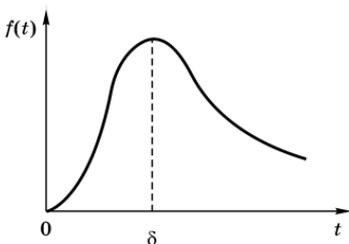


Рис. 2.7
График плотности
распределения Рэля

$$f(t) = \frac{t}{\delta^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\delta^2}\right), \quad (2.15)$$

где δ — параметр распределения Рэля (равен моде этого распределения).

Интенсивность отказов рав-

$$\text{на } \lambda(t) = \frac{1}{\delta^2} t. \text{ Это означает, что}$$

распределение Рэля дает описание модели надежности при линейно возрастающей интенсивности отказов.

Распределение Рэля можно получить из распределения Вейбулла, положив $\alpha = 2$. Характерным признаком распределения Рэля является прямая линия графика $\lambda(t)$, начинающаяся с начала координат.

Вероятность безотказной работы объекта в случае распределения Рэля определяется по формуле

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t) dt} = e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}}. \quad (2.16)$$

Средняя наработка до отказа:

$$T_1 = \int_0^{\infty} P(t) dt = \delta \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (2.17)$$

Пример 2.5. Нарботка на отказ элемента имеет распределение Рэля с параметром $\delta = 100$ ч. Требуется определить для $t = 50$ ч величины $P(t)$, $Q(t)$, $\lambda(t)$ и T_1 .

Воспользовавшись формулами (2.15), (2.16), (2.17), получим

$$P(50) = e^{-\frac{t^2}{2\delta^2}} = e^{-\frac{50^2}{2 \cdot 100^2}} = e^{-0,12} \approx 0,88;$$

$$Q(50) = 1 - P(50) = 1 - 0,88 = 0,12;$$

$$\lambda(50) = \frac{t}{\delta^2} = \frac{50}{100^2} = 0,005 \text{ ч}^{-1}; T_1 = \delta \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 100 \sqrt{\frac{3,14}{2}} = 126 \text{ ч.}$$

2.7. ГАММА-РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина τ имеет гамма-распределение с параметрами (α, ϑ) , если

$$f(t) = \begin{cases} \frac{\vartheta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} t^{\alpha-1} e^{-\vartheta t}, & t > 0; \\ 0, & t \leq 0, \end{cases} \quad (2.18)$$

где α — параметр формы, $\alpha > 0$; ϑ — параметр масштаба, $\vartheta > 0$, $[\vartheta] = \text{ч}^{-1}$.

Графики плотности гамма-распределения для различных значений α приведены на рис. 2.8.

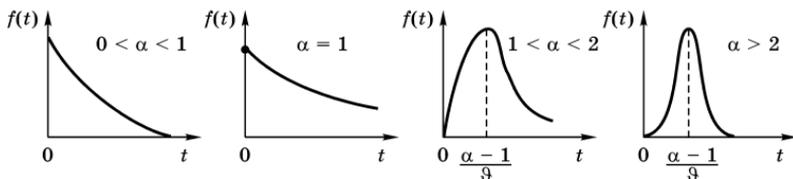


Рис. 2.8
Графики плотности гамма-распределения

Функция гамма-распределения:

$$F(t) = \int_0^t \frac{\vartheta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} v^{\alpha-1} e^{-\vartheta v} dv.$$

При целых значениях α функция распределения имеет вид

$$F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\vartheta t)^k \exp(-\vartheta t)}{k!}. \quad (2.19)$$

Моменты:

$$M(\tau^k) = \frac{\alpha(\alpha-1)\dots(\alpha+k-1)}{\vartheta^k}; \quad m_\tau = \frac{\alpha}{\vartheta}; \quad D_\tau = \frac{\alpha}{\vartheta^2}.$$

Мода $t_{0,5} = \frac{(\alpha-1)}{\vartheta}; \quad \alpha \geq 1.$

Коэффициент асимметрии $\gamma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$; коэффициент эксцесса $\gamma_2 = 3 + \frac{6}{\alpha}$.

При $\alpha = 1$ гамма-распределение совпадает с показательным, а при $\alpha = \frac{\nu}{2}$ и $\vartheta = 0,5$ — с χ^2 -распределением с ν степенями свободы.

Вероятность безотказной работы определяется по формуле

$$P(t) = 1 - F(t) = \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(\vartheta t)^k \exp(-\vartheta t)}{k!}. \quad (2.20)$$

Интенсивность отказов:

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = \frac{\vartheta^\alpha t^{\alpha-1} e^{-\vartheta t}}{\sum_{k=1}^{\infty} \frac{(\vartheta t)^k \exp(-\vartheta t)}{k!}}.$$

Пример 2.6. Нарботка элемента до отказа имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 3$ и $\vartheta = 0,05 \text{ ч}^{-1}$. Требуется определить вероятность безотказной работы элемента и интенсивность отказов при наработке, равной 24 единицам времени.

Решение. Используя формулу (2.20), определяем

$$P(t) = \sum_{k=0}^2 \frac{(0,05 \cdot 24)^k \exp(-0,05 \cdot 24)}{k!} = 0,88.$$

С помощью формулы (2.18) вычисляем

$$f(24) = \frac{0,05^3 \cdot 24^2}{\Gamma(3)} e^{-(0,05 \cdot 24)} = 0,011 \text{ ч}^{-1}.$$

Определяем интенсивность отказов:

$$\lambda(24) = \frac{f(24)}{P(24)} = \frac{0,011}{0,88} = 0,0125 \text{ отказа в единицу времени.}$$

2.8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БЕРНУЛЛИ

Дискретная случайная величина ξ имеет распределение Бернулли с параметром p ($0 < p < 1$), если $P(\xi = 1) = p$; $P(\xi = 0) = 1 - p = q$. Распределение Бернулли представляет собой модель любого случайного эксперимента, исходы которого принадлежат двум взаимно исключающим классам (либо отказ, либо работоспособное состояние объекта).

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ 1 - p, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

Математическое ожидание $m = p$; дисперсия $D = pq$.

2.9. БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина ξ имеет биномиальное распределение с параметрами n, p ($0 < p < 1, n \geq 1$), если

$$P(\xi = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} = C_n^k p^k q^{n-k};$$

$$C_n^k = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}; \quad q = 1 - p; \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

Биномиальное распределение является моделью случайных экспериментов, состоящих из n независимых однородных испытаний Бернулли. Если ξ_k ($k = 1, \dots, n$) независимы и имеют распределения Бернулли с параметром p , то случайная величина $\xi = \sum_{k=1}^n \xi_k$ имеет биномиальное распределение с параметрами n, p . Примеры графического представления биномиального закона распределения показаны на рис. 2.9.

Функция распределения:

$$F(x) = \begin{cases} \sum_{k=1}^l C_n^k p^k q^{n-k}, & l < x \leq l + 1; \\ 1, & x \geq n; \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$$

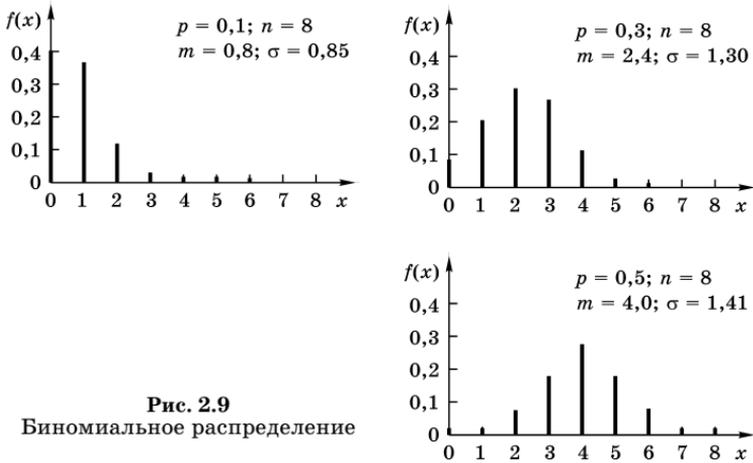


Рис. 2.9
Биномиальное распределение

Моменты:

$$\alpha_1 = m = np; \quad \mu_2 = D = npq; \quad \mu_3 = npq(q-p);$$

$$\mu_4 = 3n^2p^2q^2 + npq(1-6npq).$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = \frac{q-p}{\sqrt{npq}}; \quad \gamma_2 = 3 + \frac{1-6pq}{npq}.$$

При $n \rightarrow \infty$ величина γ_1 стремится к 0, γ_2 — к 3.

Если известна вероятность $P(\xi = k)$, то значение $P(\xi = k+1)$ можно вычислить, пользуясь рекуррентной формулой

$$P(\xi = k+1) = \frac{n-k}{k+1} \frac{p}{q} P(\xi = k); \quad P(\xi = 0) = q^n.$$

Пример 2.7. На поверхности защитного экрана радиотелескопа в результате эксплуатации образовалось шесть дефектов. Площадь экрана равна S_0 . Определите вероятность того, что по крайней мере четыре дефекта окажутся внутри квадрата площадью S , расположенного на поверхности экрана.

Решение. Вероятность того, что какой-либо дефект окажется внутри указанного квадрата, равна $p = \frac{S}{S_0}$. То-

гда вероятность того, что четыре и более дефекта окажутся внутри данного квадрата, равна

$$P = C_4^6 p^4 q^2 + C_5^6 p^5 q^1 + C_6^6 p^6 q^0.$$

Если параметры биномиального распределения таковы, что $npq > 9$ и $\frac{1}{n+1} < p < \frac{n}{n+1}$, то для вычисления значений $P(\xi = k)$ и $F(x)$ могут быть использованы приближенные формулы

$$F(x) \approx F_H\left(\frac{x + 0,5 - np}{\sqrt{npq}}\right); \quad P(\xi = k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} f_H\left(\frac{x - np}{\sqrt{npq}}\right);$$

$$P(\xi = k) \approx F_H\left(\frac{x + 0,5 - np}{\sqrt{npq}}\right) - F_H\left(\frac{x - 0,5 - np}{\sqrt{npq}}\right),$$

где $f_H(x)$ и $F_H(x)$ — плотность и функция распределения вероятностей нормированного нормального распределения.

Если при больших значениях n величины p и $\frac{1}{n}$ имеют одинаковый порядок, или $p < 0,1$, то для аппроксимации биномиального распределения может быть использовано распределение Пуассона:

$$P(\xi = k) \approx \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}; \quad F(k) \approx \sum_{l=0}^k \frac{(np)^l}{l!} e^{-np}.$$

2.10. ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Дискретная случайная величина ξ имеет геометрическое распределение с параметром p ($0 < p < 1$), если

$$P(\xi = k) = pq^k; \quad q = 1 - p; \quad k = 0, 1, \dots$$

Геометрическое распределение можно интерпретировать как число испытаний в схеме Бернулли до первого «успеха» включительно.

График геометрического распределения для $p = 0,3$ показан на рис. 2.10.

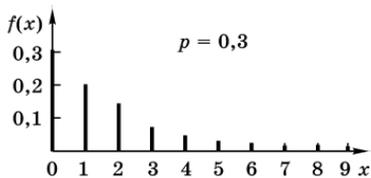


Рис. 2.10
Геометрическое распределение

Моменты:

$$\alpha_1 = m = \frac{q}{p}; \quad \mu_2 = D = \frac{q}{p^2}; \quad \mu_3 = \frac{q(1+q)}{p^3}; \quad \mu_4 = \frac{9q^2}{p^4} + \frac{q}{p^2}.$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = \frac{1-q}{\sqrt{q}}; \quad \gamma_2 = 9 + \frac{p^2}{q}.$$

Геометрическое распределение характеризуется отсутствием последействия: при любых $m, n \geq 0$

$$P(\xi \geq m + n \mid \xi \geq m) = P(\xi \geq n).$$

2.11. ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Дискретная случайная величина ξ имеет гипергеометрическое распределение с параметрами N, p, n ($0 < p < 1$), если

$$P(\xi = k) = \frac{C_{Np}^k C_{Nq}^{n-k}}{C_N^n}; \quad k = 0, 1, \dots, n. \quad (2.21)$$

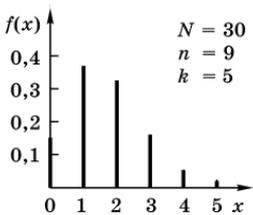


Рис. 2.11
Гипергеометрическое
распределение

Гипергеометрическое распределение можно интерпретировать следующим образом. Из партии продукции, содержащей Np годных и Nq бракованных изделий, случайным образом выбирают n изделий. Число годных изделий среди выбранных описывается гипергеометрическим распределением. График гипергеометрического распределения приведен на рис. 2.11.

Моменты:

$$\alpha_1 = m = np; \quad \mu_2 = D = \frac{N-n}{N-1} npq; \quad \mu_3 = \frac{(N-n)(N-2n)}{(N-1)(N-2)} (1-2p) npq;$$

$$\mu_4 = \frac{npq(N-n) \{N(N+1) + 6n(N-n) + 3pq[n(N-n)(N+6) - 2N^2]\}}{(N-1)(N-2)(N-3)}.$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = \frac{(1-2p)(N-2n)\sqrt{N-1}}{\sqrt{npq(N-n)(N-2)}};$$

$$\gamma_2 = \frac{(N-1)\{N(N+1)+6n(N-n)+3pq[n(N-n)(N+6)-2N^2]\}}{(N-1)(N-2)(N-3)npq}.$$

Если $n \ll N$ (практически $n < 0,1N$), то можно использовать приближенную формулу, аппроксимирующую гипергеометрическое распределение биномиальным:

$$P(\xi = k) \approx C_n^k p^k q^{n-k}.$$

Пример 2.8. В партии из 21 датчика 16 устройств соответствуют классу точности 2, а остальные 5 — классу 1. Из партии наугад выбираются 3 датчика. Требуется составить закон распределения дискретной случайной величины ξ — числа датчиков класса точности 1 из отобранных устройств, и определить математическое ожидание этой случайной величины.

Решение. Случайная величина ξ принимает значения 0, 1, 2, 3. Вероятности этих значений находим по формуле (2.21)

$$p_0 = P(\xi = 0) = \frac{C_5^0 C_{16}^3}{C_{21}^3} \approx 0,4211; \quad p_1 = P(\xi = 1) = \frac{C_5^1 C_{16}^2}{C_{21}^3} \approx 0,4511;$$

$$p_2 = P(\xi = 2) = \frac{C_5^2 C_{16}^1}{C_{21}^3} \approx 0,1203; \quad p_3 = P(\xi = 3) = \frac{C_5^3 C_{16}^0}{C_{21}^3} \approx 0,0075.$$

Ряд распределения:

$\xi = k$	0	1	2	3
p_k	0,4211	0,4511	0,1203	0,0075

Значение математического ожидания найдем двумя способами:

- по ряду распределения:

$$m = 0 \cdot 0,4211 + 1 \cdot 0,4511 + 2 \cdot 0,1203 + 3 \cdot 0,0075 = 0,7142;$$

- по формуле для математического ожидания:

$$m = np = 3 \cdot \frac{5}{21} \approx 0,7142.$$

2.12. ОТРИЦАТЕЛЬНОЕ БИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ (РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПАСКАЛЯ)

Случайная величина ξ имеет отрицательное биномиальное распределение с параметрами r, p , если

$$P(\xi = k) = C_{r+k-1}^k p^r q^k; \quad k = 0, 1, \dots$$

При натуральном k отрицательное биномиальное распределение описывает число испытаний в схеме Бернулли, необходимых для того, чтобы получить значение 1 (успех) ровно r раз.

Моменты:

$$\alpha_1 = m = \frac{rq}{p}; \quad \mu_2 = D = r \frac{q}{p^2}; \quad \mu_3 = \frac{rq(1+q)}{p^3};$$

$$\mu_4 = \frac{rq}{p^4}(3rq + 6q + p^2).$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = \frac{1+q}{\sqrt{rq}}; \quad \gamma_2 = 3 + \frac{6}{r} + \frac{p^2}{rq}.$$

2.13. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПУАССОНА

Случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром μ ($\mu > 0$), если

$$P(\xi = k) = \frac{\mu^k}{k!} e^{-\mu}; \quad k = 0, 1, \dots \quad (2.22)$$

Пуассоновское распределение представляет собой предельный случай биномиального распределения при устремлении n к бесконечности, а p — к нулю таким образом, чтобы математическое ожидание оставалось постоянным и равным μ .

Распределение Пуассона является простейшей моделью для описания случайного числа появления определенных событий в фиксированном промежутке времени, в фиксированной части пространства. Пример случайной величины, подчиняющейся распределению Пуассона, —

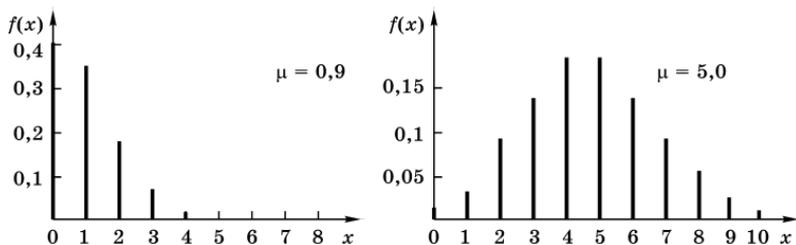


Рис. 2.12
Распределение Пуассона

число дефектов на определенном участке ткани. Примеры графиков распределения Пуассона показаны на рис. 2.12.

Моменты:

$$\alpha_1 = m = \mu; \quad \mu_2 = D = \mu; \quad \mu_3 = \mu; \quad \mu_4 = \mu(1 + 3\mu).$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = \sqrt{\mu}; \quad \gamma_2 = 3 + \frac{1}{\mu}.$$

Для больших μ справедлива приближенная формула

$$P(\xi \leq k) \approx F_{\text{н}}\left(\frac{k + 0,5 - \mu}{\sqrt{\mu}}\right).$$

Если $F_{\nu}(x)$ — функция χ^2 -распределения с ν степенями свободы, то $P(\xi = k) \approx 1 - F_{2(k+1)}(2\mu)$.

Если случайная величина ξ имеет распределение Пуассона с параметром μ , то при больших значениях μ величина $\sqrt{\xi}$ имеет близкое к нормальному распределение с параметрами $\left(\sqrt{\mu}, \frac{1}{4}\right)$.

Пример 2.9. Пекарь выпекает 160 кексов с изюмом. При этом на 10 кг теста он кладет 300 изюминок. Какова вероятность того, что какой-нибудь выбранный наугад кекс не будет содержать ни одной изюминки?

Решение. Для решения задачи воспользуемся биномиальным распределением. Каждая изюминка с вероятностью, равной $\frac{159}{160}$, не попадает в выбранный кекс. Вероятность того, что все изюминки не попадут в этот кекс, равна

$$\left(\frac{159}{160}\right)^{300} = 0,152.$$

Рассмотрим решение этой задачи с помощью распределения Пуассона. Среднее число изюминок в каждом кексе равно $\frac{300}{160} = 1,875$. Предположим, что распределение изюминок в кексе является пуассоновским со средним значением 1,875. По формуле (2.22) получаем

$$P(\xi = 0) = e^{-1,875} \frac{(1,875)^0}{0!} = e^{-1,875} = 0,153.$$

Пример 2.10. При наборе текста в среднем делается 1,5 опечатки на страницу. Требуется определить вероятность того, что данная страница содержит не более семи опечаток, а также вероятность того, что в книге объемом 200 страниц нет страницы, содержащей более семи опечаток.

Решение. Каждая страница содержит большое число знаков, и вероятность искажения знака невелика. В этом случае применимо распределение Пуассона. Вероятность того, что выбранная страница содержит более семи опечаток, равна

$$P(\xi > 7) = e^{-1,5} \left[\frac{(1,5)^0}{0!} + \frac{(1,5)^1}{1!} + \frac{(1,5)^2}{2!} + \dots + \frac{(1,5)^7}{7!} \right] = 0,000170.$$

Вероятность, что выбранная страница содержит семь и менее опечаток, равна 0,999 830; вероятность того, что никакая из двухсот страниц книги не содержит более семи опечаток, равна $(0,999 830)^{200} = 0,967$.

Решение задачи можно получить на основе использования свойств пуассоновского распределения. Страницу, содержащую более семи опечаток, будем называть дефектной. Вероятность того, что выбранная страница будет дефектной, невелика (0,000 170), но число страниц в книге велико (200). Среднее число дефектных страниц в книге равно $200 \cdot 0,000 170 = 0,0340$. Вероятность отсутствия в книге дефектных страниц равна

$$P(\xi \leq 7) = e^{-0,0340} \frac{(0,0340)^0}{0!} = 0,967.$$

2.14. ПОЛИНОМИАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина ξ имеет полиномиальное распределение с параметрами $n, p_1, p_2, \dots, p_{k-1}$, ($0 < p_i < 1, i = 1, 2, \dots, k$), если

$$P(x_1, x_2, \dots, x_k) = \frac{n!}{x_1! x_2! \dots x_k!} p_1^{x_1} p_2^{x_2} \dots p_k^{x_k},$$

где $\sum_{i=1}^k p_i = 1; \sum_{i=1}^k x_i = n$.

Полиномиальное распределение представляет собой обобщение биномиального распределения. Вероятность $P(x_1, x_2, \dots, x_k)$ равна вероятности того, что в выборке объемом n будет x_1 элементов с первым признаком, x_2 — со вторым признаком и т. д.

Моменты:

$$\alpha_1 = m_i = np_i; \quad \mu_{2i} = D_i = np_i q_i; \quad \text{cov}(\xi_i, \xi_j) = -np_i p_j, \quad i \neq j.$$

Коэффициент корреляции чисел появления i -го и j -го признаков:

$$\rho_{ij} = \sqrt{\frac{p_i p_j}{q_i q_j}}.$$

Полиномиальное распределение может быть аппроксимировано распределением χ^2 . Если ξ_i ($i = 1, 2, \dots, k$) — случайные величины с полиномиальным распределением, то при не слишком малых значениях математических ожиданий np_i (например, $np_i > 5; i = 1, 2, \dots, k$) случайная величина

$$\eta = \sum_{i=1}^k \frac{(\xi_i - np_i)^2}{np_i}$$

имеет распределение, близкое к распределению χ^2 с $k - 1$ степенью свободы.

2.15. РАВНОМЕРНОЕ ДИСКРЕТНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина ξ имеет равномерное дискретное распределение с параметром n , если

$$P(\xi = k) = \frac{1}{n}; \quad k = 0, 1, \dots, n.$$

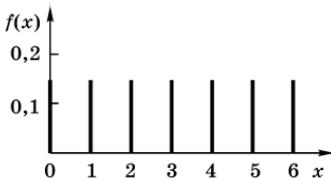


Рис. 2.13
Равномерное дискретное распределение

Величина ξ принимает равноотстоящие дискретные значения. Постоянная вероятность $1/n$ — обратная величина от числа значений, которые может принимать ξ .

График равномерного закона распределения показан на рис. 2.13.

Моменты:

$$\alpha_1 = m = \frac{n+1}{2}; \quad \mu_2 = D = \frac{n^2-1}{12}; \quad \mu_3 = 0; \quad \mu_4 = \frac{(n^2-1)(3n^2-7)}{240}.$$

Коэффициенты асимметрии и эксцесса:

$$\gamma_1 = 0; \quad \gamma_2 = 1,8 - \frac{2,4}{n^2-1}.$$

2.16.

ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Случайная величина ξ имеет логарифмическое распределение с параметром p ($1 < p < 1$), если

$$P(\xi = k) = -\frac{(1-p)^k}{k \ln p}; \quad k = 0, 1, \dots$$

Моменты:

$$\alpha_1 = m = \frac{q}{p \ln p}; \quad \mu_2 = D = -\frac{q}{p^2 \ln p} \left(1 + \frac{q}{\ln p} \right).$$

Логарифмическое распределение используется при описании множества категорий наблюдений, например числа различных видов дефектов в стандартных изделиях и др.

Контрольные вопросы

1. Какие величины называют случайными? Какие математические характеристики используют для описания случайных величин?
2. Какие случайные величины называют непрерывными и дискретными? Приведите примеры.
3. Как определяются моменты случайной величины? Что называют модой и медианой случайной величины?
4. Объясните значение нормального закона распределения в теории надежности.

5. Объясните правило сигм.
6. Объясните смысл усеченного нормального распределения. Как это распределение связано с обычным нормальным распределением?
7. В каких задачах исследования надежности применяется экспоненциальное распределение и почему?
8. Объясните сущность и особенности усеченного нормального распределения.
9. Объясните вероятностное описание наработки до отказа с помощью распределения Вейбулла.
10. Объясните применение распределения Пуассона для исследования редких событий.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Выведите уравнение, связывающее параметр потока отказов объекта и плотность распределения наработки до отказа.

2. Величина ξ имеет нормальное распределение со средним значением 50 и среднеквадратическим отклонением 5. Определите $P(\xi < 47)$, $P(\xi > 49)$, $P(49 < \xi < 52)$.

3. Сопротивление резисторов можно считать нормально распределенной случайной величиной со среднеквадратическим отклонением 2%. Какова вероятность брака, если бракуются резисторы, сопротивление которых отклоняется от номинала на 5%?

4. Случайная величина ξ имеет показательное распределение с параметром $\lambda = 2$. Найти вероятность события $(1 < \xi < 3)$.

5. Погрешность датчика следящей системы является случайной величиной, подчиняющейся нормальному распределению с математическим ожиданием 30 угл. мин и среднеквадратическим отклонением 5 угл. мин. Определите вероятность того, что погрешность произвольно установленного датчика: а) не превысит 25 угл. мин; б) будет лежать в пределах от 25 до 35 угл. мин.

6. Время безотказной работы контроллера — случайная величина T , подчиняющаяся показательному распределению с параметром λ (среднее число отказов в единицу времени). Определите вероятность того, что время безотказной работы $T > \frac{10}{\lambda}$.

7. Время безотказной работы авиационного радиоэлектронного оборудования в полете является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону. Определите вероятность безотказной работы оборудования в течение десятичасового полета, если среднее время безотказной работы равно 200 ч.

8. Усталостная долговечность рычагов стеклоочистителя автомобиля имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 500 тыс. циклов и средним квадратическим отклонением 25 циклов. Найдите вероятность безотказной работы рычагов стеклоочистителя за 450 тыс. циклов. Постройте график интенсивности отказов.

9. Покажите, что при нормальном распределении наработки до отказа интенсивность отказов является монотонно возрастающей функцией.

10. Определите ожидаемое число отказов через 18 000 км пробега автомобиля, если испытаниям подвергаются 50 одинаковых электронных блоков управления, характеризующихся следующими интенсивностями отказов: а) $\lambda(t) = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; б) $\lambda(t) = 10^{-8} \text{ ч}^{-1}$; в) $\lambda(t) = 10^{-4} \exp(10^{-2}t)$, ч^{-1} .

11. Рассмотрите гамма-распределение с различными значениями параметра ϑ при $\alpha = 2$ и постройте кривые, аналогичные изображенным на рис. 2.8.

12. Нарботка элемента системы управления до отказа имеет гамма-распределение с параметрами $\alpha = 2$ и $\vartheta = 0,001 \text{ ч}^{-1}$. Определите вероятность безотказной работы элемента и интенсивность отказов при наработке, равной 100 единицам времени. Каково среднее время безотказной работы элемента?

13. Испытаниям на долговечность подвергаются 15 одинаковых электронных блоков. Нарботка измеряется в тысячах рабочих циклов. Отказы произошли при следующих значениях наработки: 90, 150, 240, 340, 410, 450, 510, 550, 600, 670, 710, 770, 790, 830, 880. На основании полученных данных постройте графики для плотности распределения наработки до отказа, вероятности появления отказа, интенсивности отказов. Предложите модель для описания интенсивности отказов.

14. Вероятность превышения напряжением в электрической сети допустимого ГОСТом уровня равна p_1 . Вероятность выхода из строя электронного прибора при повышенном напряжении равна p_2 . Определите вероятность аварии в результате повышения напряжения в электрической сети.

15. Время безотказной работы электронного блока подчинено усеченному нормальному закону распределения с параметрами $m = 10\,000$ ч, $\sigma = 2000$ ч. Определите вероятность безотказной работы блока для значений наработки 2000 ч, 5000 ч, 8000 ч.

16. Время исправной работы модуля подчинено закону Вейбулла с параметрами $\alpha = 2,5$ и $\vartheta = 0,8 \cdot 10^{-7}$ ч $^{-2,5}$. Требуется найти вероятность безотказной работы, плотность вероятности и интенсивность отказов модуля за время $t = 200$ ч. Определите среднюю наработку до первого отказа элемента.

17. Вероятность безотказной работы объекта в течение 1000 ч равна 0,95. Время исправной работы подчинено закону Рэлея. Требуется определить количественные характеристики надежности $f(t)$, $\lambda(t)$ и T_{cp} .

18. Определите математическое ожидание и дисперсию наработки до отказа для экспоненциального закона распределения.

19. По каналу связи передается $n = 5$ сообщений, каждое из которых искажается независимо от других с вероятностью $p = 0,1$. Постройте ряд распределения числа искаженных сообщений ξ . Определите закон распределения случайной величины ξ , найдите ее математическое ожидание и дисперсию.

20. Из-за снижения качества электрической энергии в электрической сети происходит в среднем 8 отключений технологического оборудования в месяц. В предположении, что все отключения в течение месяца независимы и их число имеет распределение Пуассона, определите вероятность того, что в течение двух месяцев произойдет 20 или более отключений.

21. Подводная лодка атакует корабль, выстреливая по нему последовательно n торпед, вероятность попадания

каждой из которых в корабль равна p . При попадании торпеды с вероятностью $1/m$ затопляется один из m отсеков корабля. Определить вероятность потопления корабля, если для этого необходимо разрушение не менее двух отсеков.

22. Производятся испытания n изделий на надежность. Вероятность выдержать испытания для каждого изделия равна p . Построить ряд распределения случайного числа изделий, выдержавших испытания.

23. Партия из 100 изделий содержит 10 бракованных. Из всей партии случайным образом отбирают с целью проверки качества 5 изделий. Определите математическое ожидание числа бракованных изделий, содержащихся в случайной выборке.

24. Электронная система управления состоит из 1000 элементов. Вероятность отказа одного элемента в течение одного года работы равна 0,001 и не зависит от состояния других элементов. Какова вероятность отказа двух и не менее двух элементов за год?

25. В приборный отсек космического аппарата за время его полета попадает k частиц с вероятностью

$$P(k, \lambda) = \frac{\lambda^k}{k!} e^{-\lambda}.$$

Условная вероятность для каждой частицы попасть в уязвимый блок равна p . Определите вероятность попадания в блок: ровно k частиц; хотя бы одной частицы.

26. Рукопись, сданная в издательство, содержит 500 страниц. При этом количество опечаток равно 500. Определите вероятность того, что на одной странице содержится не менее трех опечаток.

27. Средняя наработка на отказ для танка составляет 800 км. При допущении об экспоненциальном распределении наработки до отказа определите: какой должна быть максимальная дальность боевого рейда, чтобы вероятность возвращения танка составила 0,98; какова вероятность того, что танк вернется из боевого рейда дальностью 160 км; сколько танков нужно послать в боевой рейд дальностью 160 км, чтобы с вероятностью 0,99 не менее 5 танков прибыли в заданный район, расстояние до которого равно 80 км?

28. Для автомобильного прибора средняя наработка на отказ составляет 1200 ч. При допущении об экспоненциальном законе распределения наработки на отказ определите, какова вероятность отказа прибора в рейсе продолжительностью 4 ч.

29. Для описания интенсивности отказов изделия предложена кусочно-линейная модель

$$\lambda(t) = \begin{cases} c_0 - c_1 t + \lambda_0, & 0 \leq t \leq \frac{c_0}{c_1}; \\ \lambda_0, & \frac{c_0}{c_1} \leq t \leq t_0; \\ c_2(t - t_0) + \lambda_0, & t > t_0, \end{cases}$$

где $c_0, c_1, c_2, \lambda_0, t_0$ — постоянные.

Для этой модели интенсивность отказов линейно снижается от значения c_0 при $t = 0$ до значения λ_0 , достигаемого при $t = \frac{c_0}{c_1}$, остается постоянной до момента t_0 , а затем снова возрастает.

Определите плотность распределения, соответствующую этой модели, и вероятность безотказной работы для трех интервалов времени.

30. В случаях, когда интенсивность отказов резко возрастает или убывает, используется экспоненциальная модель

$$\lambda(t) = ce^{\alpha t},$$

где c и α — константы.

Для этой модели определите плотность распределения вероятностей и вероятность безотказной работы.

31. Найдите квантиль логарифмически нормального распределения с параметрами m и σ , соответствующую вероятности $P = 0,975$.

32. Определите квантиль пуассоновского распределения со средним значением 5, соответствующую вероятности $P = 0,05$.

ОСНОВЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Исторически надежность как научная дисциплина развивалась по двум основным направлениям, которые можно определить как физическое и математическое.

Физическое направление связано с изучением физики отказов, с разработкой методов расчета на прочность, износостойкость, теплостойкость и др. Теоретической основой этого направления являются естественные науки, изучающие различные аспекты разрушения, старения и изменения свойств материалов: теории упругости, пластичности и ползучести, теория усталостной прочности, механика разрушения, трибология, физико-химическая механика материалов и др.

Математическое направление связано с развитием математических методов оценки надежности, особенно применительно к сложным системам, с разработкой методов статистической обработки информации о надежности, разработкой структур систем, обеспечивающих высокий уровень надежности. Теоретической базой этого направления являются теория вероятностей, математическая статистика, теория случайных процессов, теория массового обслуживания, математическое моделирование и другие разделы математики.

В настоящее время происходит активный процесс объединения этих направлений и формирование на этой основе единой науки о надежности.

3.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАДЕЖНОСТИ ОБЪЕКТА

Для анализа различных вариантов потери объектом работоспособности при эксплуатации рассмотрим совокупность его выходных параметров $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, которые определяют его состояние и являются случайными функциями времени (наработки объекта). Надежность объекта как общая характеристика его состояния также изменяется во времени. Состояние объекта в момент времени (наработки) t можно интерпретировать как точку $\xi(t)$ в n -мерном пространстве его выходных параметров с координатами $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n)$, а процесс потери объектом работоспособности (изменения технического состояния объекта) во времени может быть представлен как однопараметрическое семейство точек (параметр — время или наработка), т. е. как линия в n -мерном пространстве состояний. Для математического описания состояния объекта можно также использовать случайную вектор-функцию $\vec{\xi}(t)$ с компонентами $\{\xi_1(t), \xi_2(t), \dots, \xi_n(t)\}$. Начало вектора $\vec{\xi}(t)$ находится в начале координат, а конец описывает во времени случайную кривую — траекторию. В начальный момент времени $t = 0$ значения компонент вектора $\vec{\xi}(t)$ равны начальным значениям выходных параметров объекта.

В n -мерном пространстве состояний можно выделить связное множество G — **область работоспособности** объекта. Границы этого множества определяются предельными допустимыми значениями выходных параметров объекта $(x_{i\text{мин}}, x_{i\text{макс}})$. Дополнение множества G до универсального множества всех возможных значений выходных параметров объекта U представляет собой **область отказов** $G_{\text{от}}$. Принадлежность данного состояния (точки в пространстве состояний) $\xi(t)$ области G означает, что объект находится в работоспособном состоянии; принадлежность точки $\xi(t)$ границе области G (или переход через эту границу в область $G_{\text{от}}$) означает отказ объекта.

Пример 3.1. На рис. 3.1 представлены две реализации процесса потери работоспособности узла «вал — опоры»

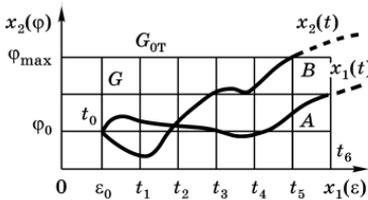


Рис. 3.1
Изменение радиального биения и угла перекоса оси вала φ при износе его подшипников

при параметрических отказах, вызванных износом подшипников электрического двигателя. К точности вращения вала предъявляются требования по двум основным параметрам: $\xi_1 = \varepsilon$ — радиальное биение вала (эксцентриситет вращения) и $\xi_2 = \varphi$ — угол перекоса оси вала.

Начальное состояние объекта характеризуется значениями ε_0 и φ_0 , зависит от технологии изготовления и сборки двигателя и определяется соответствующими допусками. Отказ наступает, если любой из выходных параметров превышает допустимые значения ε_{\max} или φ_{\max} , указанные в эксплуатационной документации.

При износе подшипников изменяются ε и φ . При этом вид траектории случайного процесса $\xi(t)$ в рассматриваемом двумерном пространстве выходных параметров объекта (плоскость) зависит от величины и характера внешних нагрузок (равномерность усилий, приложенных к двум подшипникам), условий эксплуатации и других факторов.

Реализация случайного процесса $x_1(t)$ характерна для случая, когда износ переднего и заднего подшипника относительно равномерен, и поэтому угол перекоса оси вала φ меняется незначительно, а основную роль в потере работоспособности рассматриваемого узла играет радиальное биение вала ε .

Реализация по типу $x_2(t)$ имеет место при неравномерном износе подшипников, когда работоспособность данного узла лимитируется выходным параметром φ .

На траекториях отмечены точки через равные промежутки времени, показывающие, что процесс потери работоспособности объекта при реализации по типу $x_2(t)$ идет быстрее. Отказ экземпляра $x_2(t)$ объекта наступает в момент t_4 , а для экземпляра $x_1(t)$ объекта отказ наступает в момент $t_6 > t_4$.

Для математического описания показателей надежности при эволюции системы во времени в пространстве состояний используется понятие функционала. Считается, что функционал F определен на процессе, если каждой реализации $x(t)$ (траектории) этого процесса ставится в соответствие некоторое число $F[x(t)]$. Это число характеризует роль данной траектории в потере объектом работоспособности. Тот или иной показатель надежности Ψ определяется как математическое ожидание этого функционала, т. е. $\Psi = M\{F[x(t)]\}$.

Например, если функционал F равен случайной длительности пребывания траектории процесса потери работоспособности объекта в области G , т. е. $F = \tau$ — наработка до отказа, то $M[F] = T_1$ — средняя наработка до отказа.

Если же функционал F принять равным 1 при $x(t) \in G$ и равным нулю при $x(t) \notin G$, то $M[F] = P(t)$ — вероятность безотказной работы.

Рассмотрим область работоспособности объекта (рис. 3.2) в представлении n -мерного пространства состояний на плоскости ($n = 2$). Границы области G зависят от уровня требований к объекту. Более высокие требования к его выходным параметрам сужают область работоспособности. Например, область работоспособности прецизионного металлорежущего станка по параметрам, непосредственно влияющим на точность обработки, намного уже, чем область работоспособности станка нормальной точности. На рис. 3.2 показаны две области работоспособности: G_1 — для нормального уровня требований к объекту и G_2 — для повышенного уровня требований.

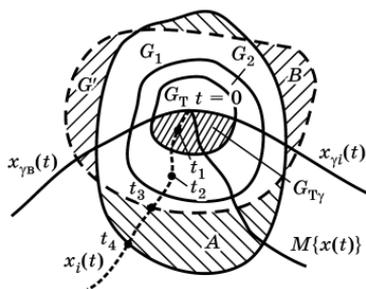


Рис. 3.2
Области работоспособности и состояний объекта

Различают действительную область работоспособности G , которая реально определяет требуемую работоспособность объекта, и расчетную область работоспособности G' , которая определяется требованиями документации

к отдельным параметрам. Между этими областями в общем случае имеется различие, обусловленное тем, что при оценке работоспособности сложного объекта во многих случаях трудно назначить предельные значения отдельных параметров, выход из которых будет означать неработоспособность объекта в целом. Кроме того, часто критерий отказа устанавливается по косвенным показателям (расход смазки, уровень шума и вибраций и т. п.), которые дают приближенную оценку действительной работоспособности.

В зависимости от соотношения границ областей действительной и расчетной работоспособности могут существовать **область неиспользованных возможностей A** , в которой по требованиям документации объект считается потерявшим работоспособность, хотя может еще нормально функционировать, и **область неучтенных параметров B** , в которой согласно требованиям документации можно применять по назначению объект, перешедший в действительности в неработоспособное состояние.

Процесс потери объектом работоспособности характеризуется траекторией случайного процесса $\xi(t)$ в пространстве состояний. Для i -й реализации этой траектории (i -го экземпляра объекта) $x_i(t)$ считается, что в момент t_3 произошел отказ по требованиям, установленным в документации; действительный отказ i -го экземпляра объекта произошел в момент t_4 .

Вероятностными характеристиками случайного процесса потери работоспособности объекта во времени в представлениях n -мерного пространства являются:

- **математическое ожидание случайного процесса** потери работоспособности $M[\xi(t)]$, которое дает оценку того, как будет протекать процесс в среднем;
- **гамма-процентная область работоспособности G_γ** — область, в которую реализации процесса попадают с вероятностью $\gamma \cdot 100\%$. Границы этой области очерчены реализациями $x_{\gamma\text{в}}(t)$ и $x_{\gamma\text{н}}(t)$ — верхней и нижней границами гамма-процентной области работоспособности. Поскольку уровень γ выбирается достаточно высоким (обычно $\gamma = 0,9$ или $\gamma = 0,95$), считается, что от-

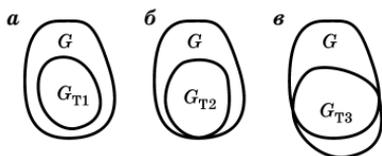
дельные реализации $x_i(t)$ проходят вне области G_γ только в экстремальных условиях эксплуатации или в случаях, когда объект имеет дефекты.

Область состояний G_T — область в пространстве состояний, в которой находятся все реализации случайного процесса $x_i(t)$ к моменту времени (наработки) $t = T$.

Гамма-процентная область состояний G_{T_γ} — область в пространстве состояний, в которой находятся $\gamma \cdot 100\%$ всех реализаций случайного процесса $x_i(t)$ к моменту времени (наработки) $t = T$.

Возможны различные варианты отношений между областью работоспособности G и областью состояний G_T объекта (рис. 3.3).

Рис. 3.3
Варианты отношений между областью работоспособности G и областью состояний G_T объекта ($T_1 < T_2 < T_3$)



Если $G_{T_1} \in G$ (рис. 3.3а), то объект считается устойчивым к отказам, так как вероятность отказа равна 0 (вероятность безотказной работы $P(t) = 1$). В этой области характеристикой безотказности объекта является запас надежности $k_n > 1$.

Случай, когда области G и G_{T_2} соприкасаются (рис. 3.3б), является предельным по устойчивости к отказам; запас надежности $k_n = 1$.

Если $G_{T_3} \notin G$ (рис. 3.3в), т. е. области G и G_{T_3} пересекаются, то объект считается неустойчивым к отказам. В этой области запас надежности объекта считается исчерпанным, т. е. $k_n < 1$, и наиболее информативным показателем безотказности является вероятность безотказной работы $P(t) < 1$.

3.2.

ЗАВИСИМОСТЬ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕМЕНТА ОТ НАГРУЗОК И ПРОЧНОСТИ

В основу анализа надежности положено предположение о том, что каждый элемент обладает определенной прочностью по отношению к нагрузкам. На этапе проектирования требуется учитывать вероятностный характер

конструктивных параметров. В этом случае в явном виде задаются все конструктивные параметры, которые, в свою очередь, определяют распределения нагрузок и прочности (рис. 3.4). Если оба эти распределения известны, то можно определить вероятность безотказной работы элемента.

На рис. 3.5 показана схематически методика анализа влияния различных факторов на надежность. Первым этапом при проектировании элемента является определение окружающих условий, так как они являются важнейшим фактором при расчетах напряжения и прочности. При рас-

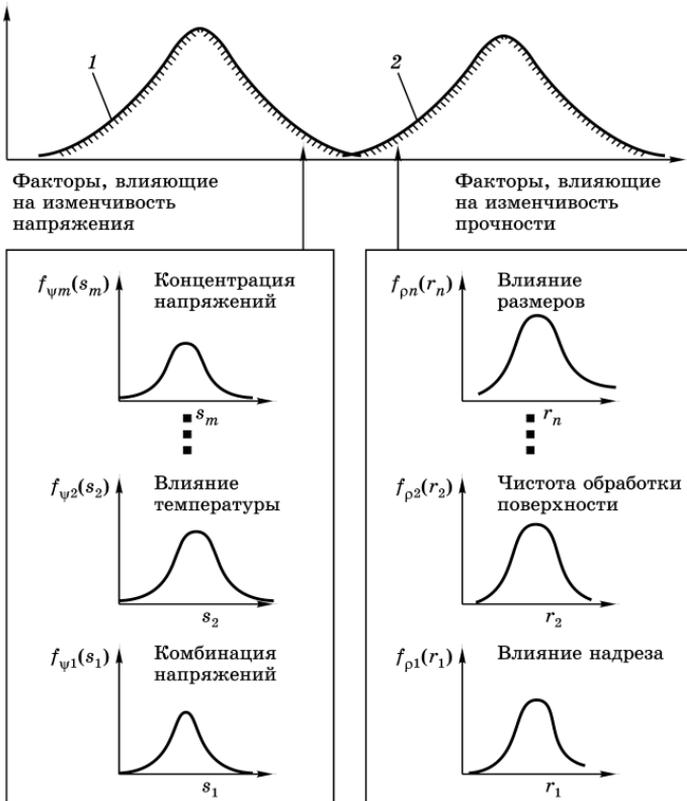


Рис. 3.4

Иллюстрация влияния различных фактов на распределение напряжений $f_{\psi}(s_1, \dots, s_m)$ (а) и распределение прочности $f_{\rho}(r_1, \dots, r_n)$ (б)

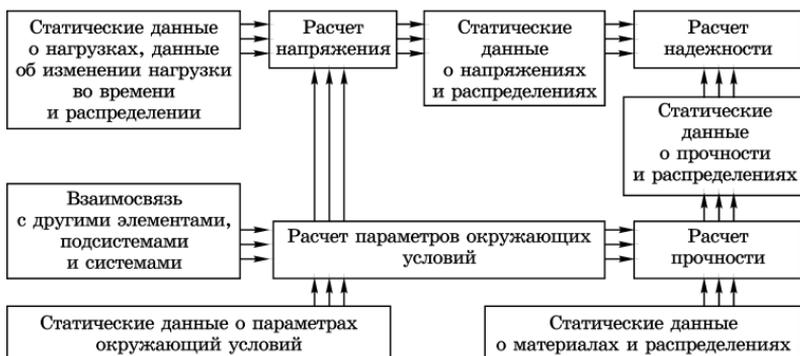


Рис. 3.5

Схема применения вероятностных методов при проектировании

чете прочности необходимо учитывать свойства используемого материала и распределение вероятностей для таких факторов, влияющих на прочность, как, например, чистота и способ обработки поверхности. При расчете напряжений необходимо учитывать статистические данные о нагрузках и распределениях факторов, влияющих на напряжение, например таких, как концентрация напряжений и температура. Путем таких расчетов можно определить распределения напряжения и прочности и их параметры.

Затем эти распределения используются для вычисления вероятности того, что прочность элемента превышает нагрузку, действующую на элемент. Для эффективного применения этой методики необходимо располагать информацией о распределении прочности, данными об ее ухудшении и расчетными данными о распределении нагрузок.

3.3. ВЕРоятНОСТЬ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ И КОЭФФИЦИЕНТ БЕЗОПАСНОСТИ

Введем случайную величину ρ , обозначающую прочность, и случайную величину ψ , обозначающую напряжение, или, в общем случае, нагрузку. Обозначим через $f_{\psi}(\cdot)$ плотность распределения напряжения ψ , а через $f_{\rho}(\cdot)$ — плотность распределения прочности ρ , изображенные на

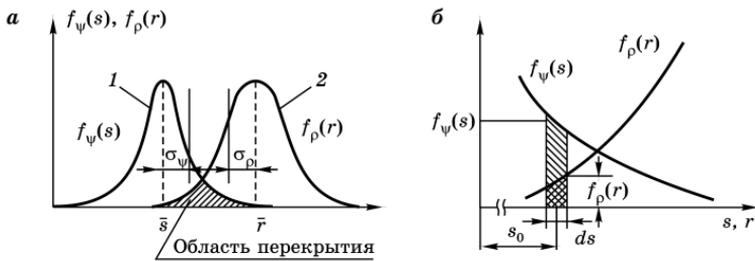


Рис. 3.6

Распределения прочности $f_\rho(r)$ и напряжения $f_\psi(s)$ (а); перекрытие распределений напряжения и прочности в увеличенном масштабе (б)

рис. 3.6а. Тогда, по определению, вероятность безотказной работы имеет вид

$$P(t) = P(\rho > \psi) = P(\rho - \psi > 0).$$

Заштрихованный участок на рис. 3.6 показывает область перекрытия распределений напряжения и прочности, которая характеризуется определенной вероятностью отказа (на рис. 3.6б эта область показана в увеличенном масштабе). Вероятность того, что некоторое значение напряжения находится в небольшом интервале шириной ds , равна площади элемента ds , т. е.

$$P\left(s_0 - \frac{ds}{2} \leq \psi \leq s_0 + \frac{ds}{2}\right) = f_\psi(s_0)ds.$$

Вероятность того, что прочность ρ превышает некоторое значение напряжения s_0 , задана выражением

$$P(\rho > s_0) = \int_{s_0}^{\infty} f_\rho(r)dr.$$

Вероятность того, что значение напряжения заключено в малом интервале ds , а прочность ρ превышает напряжение, задаваемое этим интервалом, при условии, что случайные величины (напряжение и прочность) независимы, имеет вид

$$f_\psi(s_0)ds \int_{s_0}^{\infty} f_\rho(r)dr.$$

В данном случае вероятность безотказной работы есть вероятность того, что прочность ρ превышает напряже-

ние ψ для всех возможных значений напряжения и, следовательно, имеет вид

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\psi}(s) \left[\int_s^{\infty} f_{\rho}(r) dr \right] ds. \quad (3.1)$$

Вероятность безотказной работы можно также рассчитать исходя из того, что напряжение остается меньше прочности. Вероятность того, что значение прочности ρ находится в малом интервале dr , определяется выражением

$$P\left(r_0 - \frac{dr}{2} \leq \rho \leq r_0 + \frac{dr}{2}\right) = f_{\rho}(r_0) dr,$$

а вероятность того, что напряжение меньше r_0 , имеет вид

$$P(\psi \leq r_0) = \int_{-\infty}^{r_0} f_{\psi}(s) ds.$$

Полагая, что напряжение и прочность являются независимыми случайными величинами, определим вероятность того, что значение прочности находится в малом интервале dr , а значение напряжения ψ не превышает r_0 , т. е.

$$f_{\rho}(r_0) dr \int_{-\infty}^{r_0} f_{\psi}(s) ds.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы элемента при всех возможных значениях прочности ρ имеет вид

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\rho}(r) \left[\int_{-\infty}^r f_{\psi}(s) ds \right] dr. \quad (3.2)$$

Вероятность отказа $Q(t)$ определяется по формуле

$$Q(t) = 1 - P(t) = P(\rho \leq \psi). \quad (3.3)$$

Подставляя в уравнение (3.3) выражение для $P(t)$ из формулы (3.1), получаем

$$\begin{aligned} Q(t) = P(\rho \leq \psi) &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\psi}(s) \left[\int_s^{\infty} f_{\rho}(r) dr \right] ds = \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\psi}(s) [1 - F_{\rho}(r)] dr = \int_{-\infty}^{\infty} F_{\rho}(r) f_{\psi}(s) ds. \end{aligned}$$

Кроме того, используя формулу (3.2), имеем

$$\begin{aligned} Q(t) = P(\rho \leq \psi) &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\rho}(r) \left[\int_{-\infty}^r f_{\psi}(s) ds \right] dr = \\ &= 1 - \int_{-\infty}^{\infty} f_{\rho}(r) F_{\psi}(r) dr = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_{\psi}(r)] f_{\rho}(r) dr. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Если прочность и напряжение описываются нормальным распределением, то случайная величина $\rho - \psi$ также имеет нормальное распределение. При этом вероятность безотказной работы $P(t)$ имеет вид

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{m_{\rho} - m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}}}^{\infty} e^{-\frac{u^2}{2}} du, \quad (3.5)$$

где m_{ρ} — среднее значение прочности; m_{ψ} — среднее значение напряжения, а σ_{ρ} и σ_{ψ} — средние квадратические отклонения прочности и напряжения соответственно. Вероятность безотказной работы зависит от нижнего предела интеграла в формуле (3.5). Ее увеличение можно получить за счет снижения нижнего предела интегрирования в (3.5). Обозначим отрицательное значение нижнего предела интеграла в формуле (3.5) через x_0 :

$$x_0 = \frac{m_{\rho} - m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}}. \quad (3.6)$$

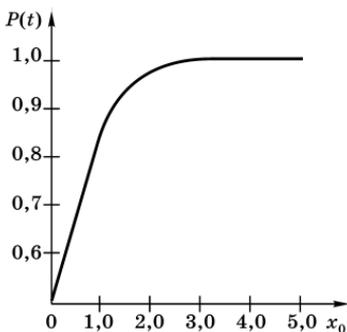


Рис. 3.7
График зависимости
вероятности безотказной
работы от x_0

Соотношение между x_0 и вероятностью безотказной работы $P(t)$ показано на рис. 3.7.

Отношение

$$n = \frac{m_{\rho}}{m_{\psi}}$$

представляет собой среднее значение коэффициента безопасности. С его учетом формула (3.6) принимает вид

$$x_0 = \frac{\frac{m_p}{m_\psi} - 1}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_p}{m_p}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_\psi}{m_\psi}\right)^2}} = \frac{n - 1}{\sqrt{v_p^2 n^2 + v_\psi^2}},$$

где $v_p = \frac{\sigma_p}{m_p}$ и $v_\psi = \frac{\sigma_\psi}{m_\psi}$ — коэффициенты вариации прочности и напряжения.

Рассмотрим коэффициент безопасности как случайную величину η , равную отношению прочности ρ к напряжению ψ , определяющим появление отказа, т. е. $\eta = \frac{\rho}{\psi}$.

Пусть $\bar{\rho}$ и $\bar{\psi}$ обозначают среднюю прочность и среднее напряжение соответственно, а $\bar{\eta}$ обозначает математическое ожидание коэффициента безопасности η . Тогда можно записать неравенство Чебышёва

$$P(|\eta - a| \leq \varepsilon) \geq 1 - \frac{M\{(\eta - a)\}^2}{\varepsilon^2}, \tag{3.7}$$

где a — произвольная положительная постоянная, а $\varepsilon > 0$.

Для доказательства справедливости неравенства (3.7) заметим, что

$$M\{(\eta - a)\}^2 = \int_{*} (n - a)^2 f(n) dn \geq \int_{*} (n - a)^2 f(n) dn, \tag{3.8}$$

где * показывает, что интеграл берется только для тех значений n , для которых $|n - a| > \varepsilon$. При этом

$$\int_{*} (n - a)^2 f(n) dn > \varepsilon^2 \int_{*} f(n) dn = \varepsilon^2 P(|\eta - a| > \varepsilon). \tag{3.9}$$

Из выражений (3.8) и (3.9) имеем

$$P(|\eta - a| > \varepsilon) < \frac{1}{\varepsilon^2} M\{(\eta - a)^2\},$$

откуда непосредственно следует неравенство (3.7).

Пусть $a = k\bar{\eta}$, тогда

$$\begin{aligned} M(\eta - a)^2 &= M\{(\eta - k\bar{\eta})^2\} = M\{\eta^2 - 2k\bar{\eta}\eta + k^2\bar{\eta}^2\} = \\ &= M(\eta^2) - 2k\bar{\eta}^2 + k^2\bar{\eta}^2 = \sigma_\eta^2 + \bar{\eta}^2 - 2k\bar{\eta}^2 + k^2\bar{\eta}^2 = \\ &= \bar{\eta}^2 \left[\frac{\sigma_\eta^2}{\bar{\eta}^2} + (1 - k)^2 \right] = \bar{\eta}^2 [v_\eta^2 + (1 - k)^2]. \end{aligned}$$

Неравенство (3.7) можно представить в виде

$$P(a - \varepsilon \leq \eta \leq a + \varepsilon) \geq 1 - \frac{M\{(\varepsilon - a)^2\}}{\varepsilon^2}. \quad (3.10)$$

Пусть $a - \varepsilon = 1$, тогда соотношение (3.10) можно представить следующим образом:

$$P(1 \leq \eta \leq 2k\bar{\eta} - 1) \geq 1 - \frac{\bar{\eta}^2[v_\eta^2 + (1 - k)^2]}{(k\bar{\eta} - 1)^2}. \quad (3.11)$$

По определению имеем

$$P(t) = P(\eta \geq 1). \quad (3.12)$$

Рассматривая совместно формулы (3.11) и (3.12), получаем нижний предел вероятности безотказной работы

$$P_{\text{н}}(t) \geq 1 - \frac{\bar{\eta}^2[v_\eta^2 + (1 - k)^2]}{(k\bar{\eta} - 1)^2}. \quad (3.13)$$

Максимальное значение нижнего предела можно получить путем определения минимума относительно k величины

$$\omega = \frac{\bar{\eta}^2[v_\eta^2 + (1 - k)^2]}{(k\bar{\eta} - 1)^2}.$$

Дифференцируя ω по k и приравнявая результат к нулю, имеем

$$\frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{-2\bar{\eta}^3[v_\eta^2 + (1 - k)^2]}{(k\bar{\eta} - 1)^3} + \frac{-2\bar{\eta}^2(1 - k)}{(k\bar{\eta} - 1)^2} = 0. \quad (3.14)$$

Из уравнения (3.14) находим критическое значение k^* :

$$k^* = \frac{\bar{\eta}(v_\eta^2 + 1) - 1}{(\bar{\eta} - 1)}.$$

Вторая частная производная $\frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2}$, вычисленная при этом значении k^* , всегда положительная, что гарантирует минимум ω . Подставляя значение k^* в неравенство (3.13), получаем

$$P(t) \geq 1 - \frac{\bar{\eta}^2 v_\eta^2}{[\bar{\eta}^2 v_\eta^2 + (\bar{\eta} - 1)^2]} \quad (3.15)$$

или

$$\bar{\eta} \geq \frac{1}{1 - \nu_{\eta} \sqrt{\frac{P(t)}{1 - P(t)}}}. \quad (3.16)$$

Формулы (3.15) и (3.16) дают искомые соотношения между средним значением коэффициента безопасности, коэффициентом вариации коэффициента безопасности и вероятностью безотказной работы. Формула (3.16) дает нижний предел значения $\bar{\eta}$, при котором гарантируется, что вероятность нахождения η в интервале $1 \leq \eta \leq 2k^* \bar{\eta} - 1$ равна $P(t)$.

3.4. ВЕРоятность БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПРИ НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОЧНОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ

Выражения для плотности нормального распределения напряжения ψ и прочности ρ имеют вид соответственно

$$f_{\psi}(s) = \frac{1}{\sigma_{\psi} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s - m_{\psi}}{\sigma_{\psi}} \right)^2 \right], \quad -\infty < s < +\infty;$$

$$f_{\rho}(r) = \frac{1}{\sigma_{\rho} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - m_{\rho}}{\sigma_{\rho}} \right)^2 \right], \quad -\infty < r < +\infty,$$

где m_{ψ} и σ_{ψ} — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение напряжения; m_{ρ} и σ_{ρ} — математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение прочности.

Введем случайную величину $\zeta = \rho - \psi$. Известно, что случайная величина ζ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $m_{\zeta} = m_{\rho} - m_{\psi}$ и средним квадратическим отклонением

$$\sigma_{\zeta} = \sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2} \quad (\text{рис. 3.8}).$$

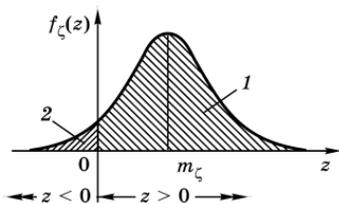


Рис. 3.8

Плотность распределения случайной величины ζ :

1 — вероятность безотказной работы системы; 2 — вероятность отказа.

Определим вероятность безотказной работы по формуле

$$P(t) = P(\zeta > 0) = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\zeta} \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{z - m_{\zeta}}{\sigma_{\zeta}} \right)^2 \right] dz.$$

Если обозначить $u = \frac{z - m_{\zeta}}{\sigma_{\zeta}}$, то $\sigma_{\zeta} dz = du$. При $z = 0$

нижний предел случайной величины u равен

$$u = \frac{0 - m_{\zeta}}{\sigma_{\zeta}} = -\frac{\mu_{\rho} - \mu_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}}, \quad (3.17)$$

а при $z \rightarrow +\infty$ верхний предел $u \rightarrow +\infty$. Следовательно,

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\frac{m_{\rho} - m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}}}^{\infty} e^{-u^2/2} du = 1 - F_{\text{н}} \left(-\frac{m_{\rho} + m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}} \right). \quad (3.18)$$

Вероятность безотказной работы можно найти с помощью таблиц функции нормального распределения.

Соотношение (3.17), используемое для определения нижнего предела нормированной случайной величины u , распределенной по нормальному закону, обычно называется уравнением связи.

Пример 3.2. Деталь автомобиля способна выдерживать определенные нагрузки. Из опыта известно, что вследствие изменения нагрузки напряжение имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 30 000 кПа и средним квадратическим отклонением 3000 кПа. Вследствие колебаний характеристик материала и допусков на размеры прочность детали также является случайной величиной. Было определено, что прочность имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 40 000 кПа и средним квадратическим отклонением 4000 кПа. Вычислите вероятность безотказной работы детали.

Задано: $m_{\rho} = 40000$ кПа; $\sigma_{\rho} = 4000$ кПа; $m_{\psi} = 30000$ кПа; $\sigma_{\psi} = 3000$ кПа.

Определим нижний предел интеграла для вычисления $P(t)$ по формуле

$$u = -\frac{40000 - 30000}{\sqrt{4000^2 + 3000^2}} = -\frac{10000}{5000} = -2,0.$$

По таблице нормального распределения находим $P(t) = 0,977$.

Пример 3.3. Известно, что напряжение, возникающее в элементе двигателя, имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 350,0 МПа и средним квадратическим отклонением 40,0 МПа. Вследствие воздействия температуры и некоторых других факторов прочность материала является случайной величиной с нормальным распределением с математическим ожиданием 820,0 МПа и средним квадратическим отклонением 80,0 МПа.

Обычный коэффициент безопасности, определяемый как отношение средних значений прочности и напряжения, имеет вид

$$\frac{m_p}{m_\psi} = \frac{820,0}{350,0} = 2,34.$$

Для вычисления вероятности безотказной работы элемента используем уравнение связи:

$$u = -\frac{m_p - m_\psi}{\sqrt{\sigma_p^2 + \sigma_\psi^2}} = -\frac{820,0 - 350,0}{\sqrt{40,0^2 + 80,0^2}} = -\frac{470,0}{89,44} = -5,25.$$

Следовательно, вероятность безотказной работы элемента равна 0,999 999 9.

Допустим, что плохая термическая обработка и большие колебания окружающей температуры вызывают увеличение среднего квадратического отклонения прочности элемента до 150,0 МПа. В этом случае вычисленный выше коэффициент безопасности остается без изменения, а вероятность безотказной работы изменяется. Используя уравнение связи, имеем

$$u = -\frac{820,0 - 350,0}{\sqrt{40,0^2 + 150,0^2}} = -\frac{470,0}{155,24} = -3,03$$

и находим, что вероятность безотказной работы элемента равна 0,998 77.

Таким образом, надежность снижается вследствие увеличения изменчивости прочности элемента.

Пример 3.4. Проектируемый элемент испытывает растягивающее напряжение. Нагрузка меняется, и растягивающее напряжение имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $m_{\psi_t} = 2,4 \cdot 10^8$ Н/м² и средним квадратическим отклонением $\sigma_{\psi_t} = 2,8 \cdot 10^7$ Н/м². Производственные операции вызывают остаточное сжимающее напряжение, имеющее нормальное распределение с математическим ожиданием $m_{\psi_c} = 6,8 \cdot 10^7$ Н/м² и средним квадратическим отклонением $\sigma_{\psi_c} = 1 \cdot 10^7$ Н/м². Анализ прочности элемента показал, что среднее значение эффективной прочности составляет $m_p = 3,4 \cdot 10^8$ Н/м². Так как определение зависимости прочности от различных факторов затруднительно, то необходимо знать максимальное значение среднего квадратического отклонения прочности, при котором гарантируется, что вероятность безотказной работы элемента не окажется меньше 0,999.

Среднее эффективное напряжение имеет вид

$$m_{\psi} = m_{\psi_t} - m_{\psi_c} = 2,4 \cdot 10^8 - 6,8 \cdot 10^7 = 1,72 \cdot 10^8 \text{ Н/м}^2,$$

а его среднее квадратическое отклонение определяется выражением

$$\sigma_{\psi} = \sqrt{\sigma_{\psi_t}^2 + \sigma_{\psi_c}^2} = \sqrt{(2,8 \cdot 10^7)^2 + (1 \cdot 10^7)^2} = 2,97 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

С помощью таблиц для нормального распределения находим, что значение u , соответствующее вероятности безотказной работы 0,999, составляет $-3,1$. Подставляя это значение в уравнение связи, получаем

$$-3,1 = -\frac{3,4 \cdot 10^8 - 1,72 \cdot 10^8}{\sqrt{\sigma_p^2 + (2,97 \cdot 10^7)^2}}.$$

Решая это уравнение относительно σ_p , имеем

$$\sigma_p = 4,53 \cdot 10^7 \text{ Н/м}^2.$$

3.5. ВЕРОЯТНОСТЬ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПРИ ЛОГАРИФМИЧЕСКИ НОРМАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОЧНОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ

Для логарифмически нормального распределения случайной величины η плотность определяется выражением (2.10):

$$f(y) = \frac{1}{\sigma y \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\ln y - m)^2}{2\sigma^2}\right], \quad y \geq 0, \quad (3.19)$$

где m и σ — соответственно математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение случайной величины $\ln \eta$, распределенной по нормальному закону.

Рассмотрим соотношения для логарифмически нормального распределения, которые потребуются впоследствии при анализе вероятности безотказной работы. Пусть

$x = \ln y$. Тогда $dx = \left(\frac{1}{y}\right) dy$. С помощью формулы (3.19) находим

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x - m)^2\right], \quad -\infty < x < +\infty.$$

Следовательно,

$$M[\xi] = M[(\ln \eta)] = m \text{ и } D[\xi] = \sigma^2 = D[\ln \eta] = \sigma_{\ln \eta}^2.$$

Рассмотрим математическое ожидание случайной величины η :

$$M(\eta) = M[e^\xi] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^x \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x - m}{\sigma}\right)^2\right] dx.$$

Выполнив преобразование выражения показателя экспоненты:

$$\begin{aligned} x - \frac{1}{2}\left(\frac{x - m}{\sigma}\right)^2 &= x - \frac{1}{2\sigma^2}(x^2 - 2xm + m^2) = \\ &= -\frac{1}{2\sigma^2}(x^2 - 2mx - 2\sigma^2 x + m^2) = -\frac{m^2}{2\sigma^2} + \frac{(m + \sigma^2)^2}{2\sigma^2} - \\ &-\frac{1}{2\sigma^2}[x^2 - 2x(m + \sigma^2) + (m + \sigma^2)^2] = \frac{1}{2\sigma^2}(2m\sigma^2 + \sigma^4) - \\ &-\frac{1}{2\sigma^2}[x - (m + \sigma^2)]^2 = m + \frac{\sigma^2}{2} - \frac{1}{2\sigma^2}[x - (m + \sigma^2)]^2, \end{aligned}$$

получим

$$M[\eta] = \exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[x - (m + \sigma^2)]^2}{2\sigma^2}\right\} dx = \\ = \exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right). \quad (3.20)$$

При вычислении дисперсии случайной величины η заметим, что

$$M[\eta^2] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[2x - \frac{1}{2\sigma^2}(x - m)^2\right] dx.$$

Преобразуем показатель при экспоненте в выражении для $M(\eta^2)$:

$$2x - \frac{1}{2\sigma^2}(x - m)^2 = -\frac{1}{2\sigma^2}(-4\sigma^2x + x^2 - 2mx + m^2) = \\ = -\frac{1}{2\sigma^2}[x^2 - 2x(m + 2\sigma^2) + (m + 2\sigma^2)^2] - \frac{m^2}{2\sigma^2} + \frac{(m + 2\sigma^2)^2}{2\sigma^2} = \\ = -\frac{1}{2\sigma^2}[x - (m + 2\sigma^2)]^2 + 2m + 2\sigma^2.$$

Следовательно, $M(\eta^2) = \exp[2(m + \sigma^2)]$.

Дисперсия случайной величины η определяется выражением

$$D(\eta) = \exp[2(m + \sigma^2)] - \left[\exp\left(m + \frac{\sigma^2}{2}\right)\right]^2 = \\ = [\exp(2m + \sigma^2)][\exp(\sigma^2) - 1].$$

Учитывая, что $\frac{D(\eta)}{[M(\eta)]^2} = e^{\sigma^2} - 1$, получаем

$$\sigma^2 = \ln\left\{\frac{D(\eta)}{[M(\eta)]^2} + 1\right\}. \quad (3.21)$$

Из (3.20) имеем

$$m = \ln M(\eta) - \frac{1}{2}\sigma^2. \quad (3.22)$$

Обозначим $y_{0,5}$ медиану случайной величины η и запишем уравнение:

$$\begin{aligned}
 0,5 &= \int_0^{y_{0,5}} \frac{1}{y\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln y - m)^2\right] dy = \\
 &= \int_0^{\ln y_{0,5}} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x - m)^2\right] dx,
 \end{aligned}$$

из которого получим $m = \ln y_{0,5}$, или $y_{0,5} = e$.

Для анализа случая логарифмически нормального распределения прочности ρ и напряжения ψ введем обозначение $\eta = \frac{\rho}{\psi}$. Это означает, что $\ln \eta = \ln \rho - \ln \psi$. При этом случайная величина $\ln \eta$ имеет нормальное распределение, так как $\ln \rho$ и $\ln \psi$ распределены по нормальному закону.

Плотность логарифмически нормального распределения имеет положительную асимметрию, следовательно, медиана является лучшим и более удобным средним показателем в случае логарифмически нормального распределения, чем математическое ожидание. Антилогарифм среднего значения $\ln \rho$ равен медиане распределения $f_\rho(\cdot)$, а антилогарифм среднего значения $\ln \psi$ равен медиане распределения $f_\psi(\cdot)$, т. е.

$$\begin{aligned}
 r_{0,5} &= \exp[M(\ln \rho)] \text{ или } [M(\ln \rho)] = \ln(r_{0,5}); \\
 s_{0,5} &= \exp[M(\ln \psi)] \text{ или } [M(\ln \psi)] = \ln(s_{0,5}),
 \end{aligned}$$

где $r_{0,5}$ и $s_{0,5}$ — медианы случайных величин ρ и ψ соответственно. При этом $M(\ln \eta) = \ln y_{0,5}$, так как известно, что случайная величина η также имеет логарифмически нормальное распределение.

Учитывая, что

$$M(\ln \eta) = M(\ln \rho) - M(\ln \psi) = \ln r_{0,5} - \ln s_{0,5}, \quad (3.23)$$

получаем $\ln y_{0,5} = \ln r_{0,5} - \ln s_{0,5} = \ln \frac{r_{0,5}}{s_{0,5}}$.

При этом

$$\sigma_{\ln \eta} = \sqrt{\sigma_{\ln \rho}^2 + \sigma_{\ln \psi}^2}. \quad (3.24)$$

По определению вероятности безотказной работы

$$P(t) = P\left(\frac{\rho}{\psi} > 1\right) = P(\eta > 1) = \int_1^\infty f_\eta(y) dy. \quad (3.25)$$

Введем нормированную нормально распределенную случайную величину

$$\xi = \frac{\ln \eta - M(\ln \eta)}{\sigma_{\ln \eta}}$$

и определим новые пределы интегрирования в формуле (3.25). При $y = 1$ с учетом (3.23) и (3.24) имеем

$$x_1 = \frac{\ln 1 - M(\ln \eta)}{\sigma_{\ln \eta}} = - \frac{\ln r_{0,5} - \ln s_{0,5}}{\sqrt{\sigma_{\ln \rho}^2 + \sigma_{\ln \psi}^2}}.$$

При $y \rightarrow +\infty$ значение $x_2 \rightarrow +\infty$. Вероятность безотказной работы при этом определяется по формуле

$$P(t) = \int_{\frac{\ln r_{0,5} - \ln s_{0,5}}{\sqrt{\sigma_{\ln \rho}^2 + \sigma_{\ln \psi}^2}}}^{\infty} f_{\xi}(u) du.$$

Пример 3.5. Прочность ρ и напряжение ψ распределены по логарифмически нормальному закону со следующими параметрами: $M(\rho) = 100$ МПа, $\sigma(\rho) = 10$ МПа, $M(\psi) = 60$ МПа, $\sigma(\psi) = 20$ МПа. Требуется вычислить вероятность безотказной работы.

Пусть

$$M(\ln \rho) = m_{\rho} \text{ и } M(\ln \psi) = m_{\psi}; \quad D(\ln \rho) = \sigma_{\rho}^2 \text{ и } D(\ln \psi) = \sigma_{\psi}^2.$$

С помощью формулы (3.21) находим

$$\sigma_{\rho}^2 = \ln \left\{ \frac{D(\rho)}{[M(\rho)]^2} + 1 \right\} = \ln \left(\frac{10^8}{10^{10}} + 1 \right) = \ln 1,01 = 0,00995,$$

а с помощью формулы (3.22) получаем

$$m_{\rho} = \ln[M(\rho)] - \frac{1}{2} \sigma_{\rho}^2 = \ln 100\,000 - \frac{0,00995}{2} = 11,50795.$$

Аналогично для напряжения ψ имеем

$$\sigma_{\psi}^2 = \ln \left(\frac{20000^2}{60000^2} + 1 \right) = \ln(1,111) = 0,10535$$

и

$$m_{\psi} = \ln[M(\psi)] - \frac{1}{2} \sigma_{\psi}^2 = 11,00209 - \frac{1}{2} \cdot 0,10535 = 10,94942.$$

Следовательно,

$$P(t) = \int_{-x_1}^{\infty} f_{\text{н}}(u) du,$$

где x_1 задается уравнением связи:

$$x_1 = -\frac{m_{\rho} - m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}} = -\frac{11,50795 - 10,94942}{\sqrt{0,00995 + 0,10535}} = -1,64.$$

С помощью таблицы для нормального распределения при $x_1 = -1,64$ находим, что $P(t) = 0,9495$.

Пример 3.6. Прочность ρ и напряжение ψ распределены по логарифмически нормальному закону со следующими параметрами: $M(\rho) = 150\,000$ кПа, $M(\psi) = 10\,000$ кПа, $\sigma(\psi) = 15\,000$ кПа. Требуется определить максимально допустимое среднее квадратическое отклонение прочности ρ , при котором вероятность безотказной работы окажется не ниже 0,999.

Вначале вычислим

$$\sigma_{\psi}^2 = \ln \left\{ \frac{D(\psi)}{[M(\psi)]^2} + 1 \right\} = \ln \left(\frac{15000^2}{100000^2} + 1 \right) = 0,02225$$

и

$$m_{\psi} = \ln[M(\psi)] - \frac{1}{2}\sigma_{\psi}^2 = 11,51243,$$

а также $m_{\rho} = \ln[M(\rho)] - \frac{1}{2}\sigma_{\rho}^2 = 11,9183 - \frac{1}{2}\sigma_{\rho}^2$.

Теперь с помощью таблиц для нормального распределения находим, что значение x , соответствующее вероятности безотказной работы 0,999, составляет

$$x = -\frac{m_{\rho} - m_{\psi}}{\sqrt{\sigma_{\rho}^2 + \sigma_{\psi}^2}} = -3,1.$$

После упрощения получаем

$$m_{\rho}^2 - 2m_{\rho}m_{\psi} + m_{\psi}^2 = 9,61\sigma_{\psi}^2 + 9,61\sigma_{\rho}^2.$$

Подставляя в это выражение найденные ранее значения m_{ψ} , σ_{ψ}^2 и m_{ρ} и упрощая, получаем квадратное уравнение относительно σ_{ρ}^2 :

$$0,16422 - 10,0153\sigma_{\rho}^2 + 0,25(\sigma_{\rho}^2)^2 = 0.$$

Корни этого уравнения равны 0,016 45 и 40,044 75. Выбирая меньший корень, получаем

$$m_p = 11,9183 - \frac{1}{2}\sigma_p^2 = 11,91,$$

следовательно,

$$\begin{aligned} D(\rho) &= [\exp(2m_p + \sigma_p^2)][\exp(\sigma_p^2) - 1] = \\ &= [\exp(2 \cdot 11,91 + 0,01645)][\exp(0,01645) - 1] = 19314 \text{ кПа}^2. \end{aligned}$$

Требуемое максимально допустимое среднее квадратическое отклонение прочности ρ составляет

$$\sqrt{19314} = 139 \text{ кПа.}$$

3.6. ВЕРОЯТНОСТЬ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПРИ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОЧНОСТИ И НАПРЯЖЕНИЯ

В случае экспоненциального закона распределения прочности и напряжения плотности распределений имеют вид соответственно

$$f_p(r) = \begin{cases} \lambda_p e^{-\lambda_p r} & \text{при } r \geq 0; \\ 0 & \text{при } r < 0; \end{cases}$$

$$f_\psi(s) = \begin{cases} \lambda_\psi e^{-\lambda_\psi s} & \text{при } s \geq 0; \\ 0 & \text{при } s < 0. \end{cases}$$

Вероятность безотказной работы определим по формуле (3.1)

$$\begin{aligned} P(t) &= \int_0^\infty f_\psi(s) \left[\int_s^\infty f_p(r) dr \right] ds = \int_0^\infty \lambda_\psi e^{-\lambda_\psi s} \left(\int_0^\infty \lambda_p e^{-\lambda_p r} dr \right) ds = \\ &= \int_0^\infty \lambda_\psi e^{-(\lambda_p + \lambda_\psi)s} ds = \frac{\lambda_\psi}{\lambda_p + \lambda_\psi} e^{-(\lambda_p + \lambda_\psi)s} \Big|_0^\infty = \frac{\lambda_\psi}{\lambda_p + \lambda_\psi}. \end{aligned}$$

Если обозначить среднее значение прочности $\bar{r} = 1/\lambda_p$, а среднее значение напряжения $\bar{s} = 1/\lambda_\psi$, то

$$P(t) = \frac{\bar{r}}{\bar{s} + \bar{r}}.$$

**3.7.
ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ
БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ ПРИ НОРМАЛЬНОМ
(ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ) РАСПРЕДЕЛЕНИИ
ПРОЧНОСТИ И ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНОМ
(НОРМАЛЬНОМ) РАСПРЕДЕЛЕНИИ
НАПРЯЖЕНИЯ**

Плотность нормального распределения прочности имеет вид

$$f_p(r) = \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - m_p}{\sigma_p} \right)^2 \right], \quad -\infty < r < +\infty,$$

а плотность экспоненциального распределения напряжения имеет вид

$$f_\psi(s) = \lambda e^{-\lambda s}, \quad s \geq 0.$$

Известно, что $m_\psi = \frac{1}{\lambda}$ и $\sigma_\psi = \frac{1}{\lambda}$.

Перепишем формулу (3.2) для вероятности безотказной работы:

$$P(t) = \int_0^\infty f_p(r) \left[\int_0^r f_\psi(s) ds \right] dr.$$

При $\int_0^r f_s(s) ds = \int_0^r \lambda e^{-\lambda s} ds = 1 - e^{-\lambda r}$ получаем

$$\begin{aligned} P(t) &= \int_0^\infty \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - m_p}{\sigma_p} \right)^2 \right] (1 - e^{-\lambda r}) dr = \\ &= \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - m_p}{\sigma_p} \right)^2 \right] dr - \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{r - m_p}{\sigma_p} \right)^2 \right] e^{-\lambda r} dr = \\ &= 1 - F_H \left(-\frac{m_p}{\sigma_p} \right) - \frac{1}{\sigma_p \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma_p^2} [(r - m_p + \lambda \sigma_p^2)^2 + 2m_p \sigma_p^2 - \lambda^2 \sigma_p^4] \right\} dr. \end{aligned}$$

Обозначим

$$x = \frac{\rho - m_p + \lambda \sigma_p^2}{\sigma_p}$$

и $\sigma_p dx = dr$. В этом случае выражение для $P(t)$ принимает вид

$$\begin{aligned}
 P(t) &= 1 - F_{\text{H}}\left(-\frac{m_{\rho}}{\sigma_{\rho}}\right) - \\
 & - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{m_{\rho} - \lambda\sigma_{\rho}^2}{\sigma_{\rho}}}^{\infty} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \exp\left[-\frac{1}{2}(2m_{\rho}\lambda - \lambda^2\sigma_{\rho}^2)\right] dx = \\
 & = 1 - F_{\text{H}}\left(-\frac{m_{\rho}}{\sigma_{\rho}}\right) - \exp\left[-\frac{1}{2}(2m_{\rho}\lambda - \lambda^2\sigma_{\rho}^2)\right] \left[1 - F_{\text{H}}\left(-\frac{m_{\rho} - \lambda\sigma_{\rho}^2}{\sigma_{\rho}}\right)\right].
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

Рассмотрим случай, когда прочность имеет экспоненциальное распределение с параметром λ_{ρ} , а напряжение имеет нормальное распределение с параметрами m_{ψ} и σ_{ψ} . С использованием формулы (3.1) получается следующее выражение для вероятности безотказной работы:

$$P(t) = \int_0^{\infty} f_{\psi}(s) \left[\int_s^{\infty} f_{\rho}(r) dr \right] ds = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_{\psi} \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{s - m_{\psi}}{\sigma_{\psi}}\right)^2\right] \exp(-\lambda_{\rho}s) ds.$$

После упрощения получаем

$$P(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}(2m_{\psi}\lambda_{\rho} - \lambda_{\rho}^2\sigma_{\psi}^2)\right] \left[1 - F_{\text{H}}\left(-\frac{m_{\psi} - \lambda_{\rho}\sigma_{\psi}^2}{\sigma_{\psi}}\right)\right].
 \tag{3.27}$$

Этот результат несколько отличается от выражения (3.26).

Пример 3.7. Прочность элемента имеет нормальное распределение с параметрами $m_{\rho} = 100$ МПа и $\sigma_{\rho} = 10$ МПа. Возникающее в элементе напряжение имеет экспоненциальное распределение с математическим ожиданием 50 МПа. Вычислите вероятность безотказной работы элемента.

С помощью формулы (3.26) получаем

$$\begin{aligned}
 P(t) &= 1 - F_{\text{H}}(-10) - \\
 & - \exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{2 \cdot 100}{50} - \left(\frac{10}{50}\right)^2\right]\right\} \left[1 - F_{\text{H}}\left(-\frac{100 - \left(\frac{10}{50}\right)^2}{10}\right)\right] = \\
 & = 1 - 0,0 - \exp(-1,98)(1 - 0,0) = 1 - 0,13806 = 0,86194.
 \end{aligned}$$

3.8. КРИТЕРИИ НАДЕЖНОСТИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ

При оценке надежности управляющих систем и комплексов, использующих программное обеспечение, принято различать **программную надежность объекта**, т. е. свойство объекта выполнять заданные функции, обусловленные качеством программного обеспечения, и **надежность программного обеспечения** — свойство программного обеспечения выполнять предписанные ему требования.

Программная надежность изделия проявляется при совместной работе аппаратурных и программных средств. Она характеризует способность изделия выполнять заданные функции при выполнении управляющей программы. Надежность программного обеспечения определяется качеством (правильностью, корректностью или надежностью) программы.

Программная надежность — это потребительское свойство объекта. При этом необходимым условием надежной работы объекта является «корректность» программ, т. е. отсутствие в них ошибок. Программная надежность становится особо актуальной, когда программы являются самостоятельным изделием. В этом случае они разрабатываются, проверяются и подвергаются приемо-сдаточным испытаниям так же, как физические объекты.

Отказы программно-управляемых технических систем могут быть вызваны отказами как аппаратурных средств, так и программ. Общими свойствами обоих видов отказов являются:

- нарушение выполнения объектом заданных функций;
- случайный характер интервалов времени работы до отказов и устранения отказов;
- одинаковое содержание статистических оценок показателей надежности аппаратурных и программных средств. При этом возможно как разделение показателей надежности в зависимости от вида отказа (программного или аппаратного), так и использование комплексных оценок (средняя наработка объекта на

программный и аппаратурный отказы, интенсивность программных и аппаратурных отказов объекта и т. д.).

Вместе с тем отказы программные существенно отличаются от отказов аппаратурных:

- аппаратурный отказ зависит от времени или от объема выполненной объектом работы, а программный отказ — от выполняемой объектом под управлением программы функции, т. е. происходит при выходе программы на участок, содержащий ошибку;
- обнаружение и устранение аппаратурного отказа, например замена отказавшего элемента исправным, не исключает повторения такого же отказа при дальнейшей работе изделия; обнаружение и устранение программного отказа (исправление программы) означает, что такой отказ при дальнейшей работе не повторится. Таким образом, интенсивность отказов программного обеспечения в процессе эксплуатации уменьшается;
- возникновение аппаратурных отказов можно прогнозировать статистическими методами, предвидеть появление программных отказов, т. е. выход программы на участок, содержащий ошибку, во многих случаях не представляется возможным;
- аппаратурные отказы классифицируют по их физической природе, законам распределения времени до отказа и др. Программные отказы возникают внезапно при переходе программы на участок, содержащий ошибку. При этом они имеют другую природу по сравнению с внезапными аппаратурными отказами: вероятность их возникновения связана не с продолжительностью работы изделия, а с условной вероятностью того, что программа содержит ошибку, и вероятностью того, что изделие будет работать под управлением этой части программы;
- надежность программ в значительной степени зависит от используемой входной информации, так как от значения входного набора зависит траектория исполнения программы; если при этом информационное обеспечение содержит дефекты, то программа выдаст неправильный результат даже при отсутствии программных ошибок.

Для количественной оценки и прогнозирования надежности программного обеспечения обычно используют статистические (вероятностные) критерии классической теории надежности радиоэлектронной аппаратуры. При этом оценка надежности программного обеспечения на основе статистической теории надежности аппаратуры возможна только в пределах ряда ограничений, учитывающих специфику программ как определенного вида продукта человеческого труда. Рассмотрим основные характеристики и количественные показатели надежности программного обеспечения:

1. Безотказность. Этот показатель характеризует способность программного обеспечения выполнять требуемые функции в заданных условиях эксплуатации технической системы. Отказ программы понимается как результат проявления скрытой ошибки. При этом подразумевается, что входные данные и данные, создаваемые программой, не являются элементами программного обеспечения, поскольку их надежность связана с работой внешних устройств и аппаратурных средств.

Для невозстанавливаемых в ходе эксплуатации программ обобщенной характеристикой надежности (безотказности) является вероятность безотказной работы $P(t)$, характеризующая вероятность того, что за время t отказа не произойдет. Этот показатель определяется по формуле (1.1), а вероятность отказа на отрезке от 0 до t находится по выражению (1.2).

Средняя наработка до отказа (среднее время безотказной работы) определяется как математическое ожидание наработки программного обеспечения до первого отказа в соответствии с выражением (1.3).

Программы имеют явно выраженные циклы работы, поэтому средняя наработка T_1 до отказа программы может быть выражена через календарное или машинное время, либо через количество решенных задач и т. п. Простой способ оценки T_1 состоит в наблюдении за поведением программы в определенный временной период. В этом случае величину среднего времени между отказами (сбоями) программного обеспечения можно определить по формуле

$$m_{\tau} = \frac{N}{n - r},$$

где N — общее количество часов успешной работы программы, определяемое по формуле

$$N = \sum_{i=1}^r t_i^{\text{п}} - \sum_{j=1}^l t_j^{\text{о}};$$

$t_i^{\text{п}}$ — время непрерывного i -го цикла безошибочной работы программного обеспечения; $t_j^{\text{о}}$ — время j -го цикла до появления ошибки; n — общее количество циклов работы программного обеспечения; r — количество циклов работы программного обеспечения без ошибок; $l = n - r$ — количество циклов работы с ошибками.

Если при эксплуатации возможна корректировка программного обеспечения или восстановление программы после отказа, вызванного действием помех от внепрограммных источников, а время восстановления достаточно мало по сравнению с интервалами между отказами или сбоями, в качестве характеристики безотказности программного обеспечения используется параметр потока отказов во времени (1.5), который можно определить по формуле

$$\mu(t) = \frac{dN(t)}{dt},$$

где $N(t)$ — среднее число отказов за время t .

Для программ, время корректировки которых сравнимо со временем между отказами, обобщающей характеристикой безотказности является функция коэффициента готовности $k_r(t)$ в зависимости от времени. Показатель готовности характеризует вероятность работоспособного состояния системы в заданный момент времени.

2. Устойчивость. Устойчивость программного обеспечения определяет способность системы выполнять заданные функции в условиях действия помех (ошибок, сбоев, отказов), возникающих во внепрограммных источниках (техническое обеспечение, исходные данные). При оценке устойчивости программного обеспечения должны быть заданы параметры окружающей среды, по отношению к которой определяется устойчивость программ.

Основные показатели устойчивости — это показатели безотказности, но с учетом условных вероятностей. Условием, при котором вычисляются вероятности, является отказ (сбой) в программе или аппаратуре. Для невозстанавливаемых (некорректируемых) программ обобщенным показателем устойчивости служит условная вероятность безотказной работы:

$$P_y(t) = [P(T \geq t)]P(A),$$

где $P(A)$ — вероятность ошибки (сбоя) программы или отказа аппаратуры.

Безотказность и устойчивость представляют собой динамические характеристики, так как характеризуют надежность программного обеспечения в процессе функционирования.

3. Корректируемость. Этот показатель надежности программного обеспечения средств характеризует его приспособленность к поиску и устранению ошибок и внесению в него изменений в ходе эксплуатации и аналогичен показателю ремонтпригодности аппаратурных средств. Он применяется для оценки восстанавливаемых в ходе эксплуатации программ. Показатели корректируемости: время корректировки T_k , вероятность корректировки программы за заданное время $P_k(t)$, коэффициент готовности k_r , параметр потока корректировок $\mu_k(t)$.

4. Защищенность. Показатель защищенности программного обеспечения от посторонних вмешательств в работу определяется вероятностью внесения искажений при постороннем вмешательстве.

5. Долговечность. Показатель долговечности характеризует свойства программ избегать морального старения при длительном использовании и определяется временем отказа программного обеспечения из-за морального старения.

В зависимости от условий применения программного обеспечения можно выделить три режима его работы:

1. Программа не корректируется, и любой отказ является полным, т. е. после отказа программное обеспечение не восстанавливается. Основные показатели надежности

для этого режима работы программ — безотказность, устойчивость и защищенность.

2. Программа не корректируется, однако после отказа программного обеспечения система продолжает функционировать нормально. Основные показатели надежности — безотказность, устойчивость, защищенность и долговечность.

3. После каждого отказа программное обеспечение корректируется, отлаживается и только после этого снова сдается в эксплуатацию. Основные показатели надежности — безотказность, устойчивость, корректируемость, защищенность, а также потери времени.

3.9.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ НАДЕЖНОСТИ КОМПЛЕКСОВ ПРОГРАММ

При оценке достоверности результатов и надежности функционирования сложных комплексов программ используются статистические методы анализа и оценки достоверности результатов. Качество отладки определяется интенсивностью отказов и значениями ошибок в выходных результатах, полученными за счет невыявленных ошибок в программах и искажений исходных данных.

Приближенные вероятностные оценки количества ошибок в программе основываются на построении математических моделей в предположении наличия корреляции между общим количеством и проявлениями ошибок в комплексе программ после его отладки в течение времени t , т. е. между следующими параметрами:

- суммарным количеством ошибок n_0 в комплексе программ;
- количеством ошибок, выявляемых в единицу времени $\frac{dn}{dt}$ в процессе тестирования и отладки при постоянных усилиях на их проведение;
- интенсивностью отказов λ или числом искажений результатов на выходе комплекса программ вследствие невыявленных ошибок при нормальном функционировании системы в единицу времени.

В вероятностных моделях надежности комплексов программ используются различные гипотезы относительно законов распределения ошибок. Преимущественное использование нашли экспоненциальная модель изменения ошибок в зависимости от времени отладки; модель, учитывающая дискретно-понижающуюся частоту появления ошибок как линейную функцию времени тестирования и испытаний; модель, использующая распределение Вейбулла, и модель, основанная на дискретном гипергеометрическом распределении.

Наиболее обоснованной представляется первая экспоненциальная модель изменения ошибок в процессе отладки программ. Эта модель основана на следующих предположениях:

- ошибки в программе являются независимыми и проявляются в случайные моменты времени;
- время работы между ошибками определяется средним временем выполнения команды на данной ЭВМ и средним числом команд, исполняемых между ошибками. Это означает, что интенсивность проявления ошибок при реальном функционировании программы зависит от среднего быстродействия ЭВМ;
- выбор отладочных тестов должен быть представительным и случайным, с тем чтобы исключить концентрацию необнаруженных ошибок для некоторых реальных условий функционирования программы;
- ошибка, являющаяся причиной искажения результатов, фиксируется и исправляется после завершения тестирования либо вообще не обнаруживается.

Сформулированные предположения позволяют считать, что при нормальных условиях эксплуатации количество ошибок, проявляющихся в некотором интервале времени, распределено по закону Пуассона. В результате длительность непрерывной работы между искажениями распределена экспоненциально.

Предположим, что в начале отладки комплекса программ при $t = 0$ в нем содержалось N_0 ошибок. После отладки в течение времени t осталось N_0 ошибок и устранено n ошибок ($n_0 + n = N_0$). При этом время t соответствует

длительности исполнения программ в вычислительном устройстве для обнаружения ошибок и не учитывает простой машины, необходимые для анализа результатов и проведения корректировок. Интенсивность обнаружения ошибок в программе $\frac{dn}{dt}$ и абсолютное количество устраненных ошибок связаны уравнением

$$\frac{dn}{dt} + kn = kN_0, \quad (3.28)$$

где k — коэффициент пропорциональности.

Если предположить, что в начале отладки при $t = 0$ отсутствуют обнаруженные ошибки, то решение уравнения (3.28) имеет вид

$$n = N_0(1 - e^{-kt}).$$

Количество оставшихся ошибок в комплексе программ определяется по формуле

$$n_0 = N_0 - n = N_0 e^{-kt}$$

и пропорционально интенсивности обнаружения $\frac{dn}{dt}$.

Время безотказной работы программ до отказа T или наработка на отказ, который рассматривается как обнаруживаемое искажение программ, данных или вычислительного процесса, нарушающее работоспособность, равно величине, обратной интенсивности обнаружения отказов (ошибок):

$$T = \left(\frac{dn}{dt}\right)^{-1} = \frac{1}{kN_0} e^{kt}.$$

Так как до начала тестирования в комплексе программ содержалось N_0 ошибок и этому соответствовала наработка на отказ T_0 , то функцию наработки на отказ от длительности проверок можно представить в следующем виде:

$$T = T_0 e^{\frac{t}{N_0 T_0}}.$$

Если известны моменты обнаружения ошибок t_i , в которые обнаруживается и достоверно устраняется одна ошибка, то с помощью метода максимального правдоподобия можно получить уравнение для определения общего количества ошибок

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{N_0 - (i-1)} = \frac{n \sum_{i=1}^n t_i}{N_0 \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^n (i-1)t_i}$$

и выражение для расчета коэффициента пропорциональности

$$k = \frac{n}{N_0 \sum_{i=1}^n t_i - \sum_{i=1}^n (i-1)t_i}.$$

Для повышения наработки на отказ от T_1 до T_2 необходимо в процессе отладки и испытаний программ обнаружить и устранить Δn ошибок. Величина Δn определяется по формуле

$$\Delta n = N_0 T_0 \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right).$$

Затраты времени Δt на проведение отладки, которые позволяют устранить Δn ошибок и соответственно повысить наработку на отказ от значения T_1 до T_2 , определяются по формуле

$$\Delta t = \frac{N_0 T}{k} \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right).$$

При использовании гипотезы о том, что частота проявления ошибок (интенсивность отказов) линейно зависит от времени испытания t_i между моментами обнаружения последовательных i -й и $(i-1)$ -й ошибок, т. е.

$$\lambda(t_i) = k[N_0 - (i-1)]t_i,$$

для оценки наработки на отказ получается выражение, соответствующее распределению Релея:

$$P(t_i) = \exp \left\{ -k[N_0 - (i-1)] \frac{t_i^2}{2} \right\},$$

где $P(t_i) = P(T \geq t_i)$.

Плотность распределения времени наработки на отказ определяется выражением

$$f(t_i) = -P(t_i) = k[N_0 - (i-1)]t_i \exp \left\{ -k[N_0 - (i-1)] \frac{t_i^2}{2} \right\}.$$

С помощью функции максимального правдоподобия можно получить оценки для общего количества ошибок N_0 и коэффициента k :

$$N_0 = \left[\frac{2n}{k} + \sum_{i=1}^n (i-1)t_i^2 \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_i^2}; \quad k = \left[\sum_{i=1}^n \frac{2}{N_0 - (i-1)} \right] \frac{1}{\sum_{i=1}^n t_i^2}.$$

Для аппроксимации изменения интенсивности от времени при обнаружении и устранении ошибок используется функция

$$\lambda(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1}.$$

При $0 < \alpha < 1$ интенсивность отказов снижается по мере отладки или в процессе эксплуатации. В этом случае плотность функции распределения наработки на отказ описывается двухпараметрическим распределением Вейбулла (см. 2.5).

3.10. ПОКАЗАТЕЛИ НАДЕЖНОСТИ ЧЕЛОВЕКО-МАШИННЫХ СИСТЕМ

В больших технических системах во многих узлах управления находятся люди, выполняющие множество различных функций. При оптимизации управления возникает множество вопросов, связанных как с организацией человеко-машинного интерфейса, так и с согласованием отношений внутри коллективов с учетом психологических характеристик отдельных лиц и эмоциональных нагрузок, вызванных спецификой решаемых задач управления. Человеческий фактор в сложных системах может иметь множество форм проявления и оказывать на достижение целей системы в зависимости от конкретной ситуации и конкретных людей как негативное, так и позитивное действие.

Надежность человека при проектировании системы должна также учитываться, как и надежность аппаратурных и программных средств. Однако функционирования технической системы и человека принципиально различны. Человек более сложная система, чем любая машина,

ему внутренне свойственна меньшая стабильность, чем машине, на его работу оказывает влияние большее число факторов.

Надежность оператора упрощенно может быть определена с использованием входных и выходных параметров. Поведение человека можно упрощенно представить комбинацией трех параметров: входного сигнала S , внутренней реакции R и отклика на выходе O (рис. 3.9). Здесь S — изменение окружающих условий, воспринимаемых оператором (например, загорание сигнальной лампы); R — восприятие и обработка физического сигнала (запоминание, обдумывание и т. д.); O — действие, обусловленное внутренней реакцией человека на сигнал; E — изменение в системе, вызванное действием оператора.



Рис. 3.9
Упрощенная схема поведения человека в системе управления

Поведение человека определяется действием многих цепей $S \rightarrow R \rightarrow O$, переплетенных между собой. Ошибочные действия человека могут быть вызваны различными причинами, в том числе неисправностями технических средств. Например:

- физические изменения окружающих условий не воспринимаются как сигнал S ;
- сигналы неразличимы;
- сигнал принят, но неправильно понят;
- сигнал принят, понят, но правильный отклик неизвестен оператору;
- правильный отклик находится за пределами возможностей человека;
- отклик выполняется неправильно, не в требуемой последовательности.

Применительно к конструированию аппаратуры это означает следующее: для того чтобы оператор был в состоянии откликнуться соответствующим образом, сигналы должны

восприниматься оператором и требовать отклика, который оператор способен произвести. Характеристики аппаратуры должны быть приспособлены к возможностям оператора, учитывать ограничения, связанные с ростом человека, его весом, временем реакции на сигнал. Для четкой работы системы оператор должен получить подтверждение о последствиях отклика по каналам обратной связи. Не имея возможности видеть результаты своей деятельности, оператор не может быть уверен в их правильности, его реакция будет характеризоваться большой изменчивостью.

Вместе с тем оператор имеет уникальные по сравнению с любой техникой качества, главным образом при неожиданных событиях в системе, так как только человек обладает гибкостью, необходимой для принятия решения в сложных ситуациях.

При проектировании человеко-машинных систем производится оценка надежности человека, машины и системы «человек — машина» в целом.

Надежность человеко-машинной системы оценивается вероятностью правильного решения задач, которая, по статистическим данным, определяется соотношением

$$P_{\text{пр}} = 1 - \frac{m_{\text{ош}}}{N},$$

где $m_{\text{ош}}$ и N — соответственно число ошибочно решенных и общее число решаемых задач.

Точность работы оператора — степень отклонения некоторого параметра, измеряемого, устанавливаемого или регулируемого оператором, от заданного или номинального значения. Количественно точность работы оператора оценивается величиной погрешности, с которой оператор измеряет, устанавливает или регулирует данный параметр:

$$\gamma = I_{\text{н}} - I_{\text{оп}},$$

где $I_{\text{н}}$ — истинное или номинальное значение параметра; $I_{\text{оп}}$ — фактически измеряемое или регулируемое оператором значение этого параметра.

Следует отметить, что погрешность становится ошибкой в том случае, если ее значение выходит за допустимые пределы.

В работе оператора различают случайную и систематическую погрешности. Случайная погрешность оператора оценивается величиной среднеквадратической погрешности, систематическая погрешность — величиной математического ожидания отдельных погрешностей.

Своевременность решения задачи в человеко-машинной системе оценивается вероятностью того, что задача будет решена за время, не превышающее допустимое:

$$P_{\text{св}} = P(T_3 \leq T_{\text{доп}}) = \int_0^{T_{\text{доп}}} f_3(T) dT,$$

где $f_3(T)$ — функция плотности времени решения задачи системой «человек — машина». Эта вероятность на основе статистических данных может быть определена по формуле

$$P_{\text{св}} = 1 - \frac{m_{\text{нс}}}{N},$$

где $m_{\text{нс}}$ — число несвоевременно решенных задач.

В качестве **общего показателя надежности** используется вероятность правильного $P_{\text{пр}}$ и своевременного $P_{\text{св}}$ решения задачи:

$$P_{\text{чмс}} = P_{\text{пр}} P_{\text{св}}.$$

Безопасность труда человека в человеко-машинной системе оценивается вероятностью безопасной работы

$$P_{\text{бт}} = 1 - \sum_{i=1}^n P_{\text{вози}} P_{\text{опи}},$$

где $P_{\text{вози}}$ — вероятность возникновения опасной или вредной для человека производственной ситуации i -го типа; $P_{\text{опи}}$ — вероятность неправильных действий оператора в i -й ситуации; n — число возможных травмоопасных ситуаций.

Надежность оператора — свойство качественно выполнять трудовую деятельность в течение определенного времени при заданных условиях. Ошибками оператора являются: невыполнение требуемого или выполнение лишнего (несанкционированного) действия, нарушение последовательности выполнения действий, неправильное

или несвоевременное выполнение требуемого действия. В зависимости от последствий ошибки могут быть аварийными и неаварийными.

Надежность оператора характеризуется показателями безошибочности, готовности, восстанавливаемости и своевременности.

В качестве показателей **безошибочности** используются вероятность безошибочной работы и интенсивность ошибок:

$$P_j = \frac{N_j - n_j}{N_j}; \quad \lambda_j = \frac{n_j}{N_j T_j},$$

где P_j — вероятность безошибочного выполнения операций j -го типа; λ_j — интенсивность ошибок j -го вида; N_j и n_j — общее число выполненных операций j -го вида и допущенное при этом число ошибок; T_j — среднее время выполнения операций j -го вида.

Для участка устойчивой работоспособности оператора можно найти вероятность безошибочного выполнения операций:

$$P_{\text{оп}} = \prod_{j=1}^r P_j^{k_j} = e^{-\sum_{j=1}^r (1-P_j)k_j} = e^{-\sum_{j=1}^r \lambda_j T_j k_j},$$

где k_j — число выполненных операций j -го вида; r — число различных типов операций ($j = 1, 2, \dots, r$).

Коэффициент готовности оператора представляет собой вероятность включения оператора в работу в любой произвольный момент времени:

$$k_{\text{оп}} = 1 - \frac{T_0}{T},$$

где T_0 — время, в течение которого оператор по тем или иным причинам отсутствует на рабочем месте; T — общее время работы оператора.

Показатель восстанавливаемости характеризует возможность самоконтроля оператором своих действий и исправления допущенных ошибок и представляет вероятность исправления оператором допущенной ошибки:

$$P_{\text{исп}} = P_{\text{к}} P_{\text{об}} P_{\text{и}},$$

где P_k — вероятность формирования сигнала системой контроля; $P_{об}$ — вероятность обнаружения оператором сигнала контроля; $P_{и}$ — вероятность исправления ошибочных действий при повторном выполнении операций.

Основным показателем своевременности является вероятность выполнения задачи в течение времени $\tau \leq t_3$:

$$P_{св} = P(\tau \leq t_3) = \int_0^{t_3} f_o(\tau) d\tau,$$

где $f_o(\tau)$ — функция распределения времени решения задачи оператором.

Надежность деятельности оператора не остается величиной постоянной, а меняется с течением времени. Это обусловлено как изменением условий работы, так и колебаниями состояния оператора.

Среднее значение вероятности безошибочной работы оператора:

$$P_{оп} = \sum_{i=1}^m P_i P_{оп/i},$$

где P_i — вероятность наступления i -го состояния человеко-машинной системы; $P_{оп/i}$ — условная вероятность безошибочной работы оператора в i -м состоянии; m — число рассматриваемых состояний системы.

Для систем непрерывного типа показателем надежности является вероятность безотказного, безошибочного и своевременного протекания производственного процесса в течение времени t :

$$P_{чм1}(t) = P_T(t) + [1 - P_T(t)]k_{оп}[P_{оп}P_{св} + (1 - P_{оп})P_{исп}(t_3)],$$

где $P_T(t)$ — вероятность безотказной работы технических средств; $P_{оп}(t)$ — вероятность безотказной работы оператора; $P_{св}(t)$ — вероятность своевременного протекания производственного процесса.

Для человеко-машинных систем дискретного типа

$$P_{чм2}(t) = k_T P_T P_{оп} P_{св} + (1 - k_T P_T) P_{вос} P_{оп} P_{св} + (1 - P_{оп}) P_T P_{исп},$$

где k_T — коэффициент готовности техники; $P_{вос}$ — вероятность восстановления отказавшей техники.

Показатель $P_{\text{чм1}}(t)$ используется в случаях, когда:

- технические средства работают исправно;
- произошел отказ технических средств, но при этом оператор безошибочно и своевременно выполнил требуемые действия по ликвидации аварийной обстановки или оператор допустил ошибочные действия, но своевременно их исправил.

Показатель надежности $P_{\text{чм2}}(t)$ используется, если:

- в требуемый момент времени техника находится в исправном состоянии, не отказала в течение времени выполнения задачи, действия оператора были безошибочными и своевременными;
- не готовая или отказавшая техника была своевременно восстановлена, операторы при решении задачи не допускали ошибок;
- при безотказной работе техники оператор допустил ошибку, но своевременно исправил ее.

Контрольные вопросы

1. Объясните основные положения физического и математического направлений в исследовании надежности объектов.
2. Объясните применение функционала для математического описания показателей надежности при эволюции системы.
3. Как определяются область работоспособности и область отказов объекта в n -мерном пространстве состояний?
4. Как определяется запас надежности?
5. Как различаются действительная и расчетная области работоспособности объекта?
6. Как связаны изменения выходного параметра объекта во времени с изменениями степени повреждения материала? Приведите примеры.
7. Объясните общую схему формирования отказа объекта, отражающую вероятностный характер процессов.
8. Необходимо спроектировать механический элемент, работающий на изгиб и кручение. Прочность этого элемента и возникающие в нем напряжения являются случайными величинами и функциями других случайных величин. Назовите эти случайные величины, влияющие на напряжение и прочность, и покажите, как можно определить их распределения.
9. Объясните особенности анализа надежности программного обеспечения.

10. Что понимают под человеческим фактором? Какое влияние может оказывать человеческий фактор на надежность технических систем?
11. Что понимают под человеко-машинным интерфейсом?
12. Дайте сравнительный анализ оператора и автоматики при управлении сложными системами.
13. Какими показателями характеризуется надежность оператора?
14. Объясните понятия «отказ» и «ошибка оператора».
15. Какова относительная частота ошибок оператора в сложных системах?
16. К каким последствиям могут привести ошибки операторов при управлении сложными системами?
17. Расскажите о причинах ошибок операторов.
18. По каким признакам классифицируются ошибки операторов сложных систем?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Выведите выражение (3.5) с помощью свертки случайных величин (прочности и напряжения), распределенных по нормальному закону.

2. Прочность и напряжение являются коррелированными случайными величинами с коэффициентом корреляции k . Для этого случая выведите выражение для вероятности безотказной работы.

3. Прочность ρ и напряжение ψ имеют логарифмически нормальное распределение со следующими параметрами: $M[\rho] = 750$ МПа; $\sigma_\rho = 50$ МПа; $M[\psi] = 500$ МПа; $\sigma_\psi = 80$ МПа. Определите вероятность безотказной работы элемента.

4. Требуется спроектировать элемент с надежностью 0,999 90. Прочность и напряжение имеют логарифмически нормальное распределение со следующими параметрами: $M[\rho] = 1100$ МПа; $\sigma_\rho = 100$ МПа; $M[\psi] = 850$ МПа. Определите максимально допустимое среднее квадратическое отклонение напряжения элемента, при котором обеспечивается требуемая вероятность безотказной работы.

5. С помощью выражения (3.27) определите вероятность безотказной работы элемента, если известны следующие величины: $m_\psi = 200$ МПа; $\sigma_\psi = 50$ МПа; $\lambda_\rho = 0,001$ ч⁻¹.

6. Напряжение, возникающее в элементе, имеет равномерное распределение в интервале $[s_{\text{мин}}, s_{\text{макс}}]$. Прочность элемента имеет нормальное распределение $(m_{\rho}, \sigma_{\rho})$. Выведите формулу для вероятности безотказной работы элемента.

7. Постройте расчетную номограмму, показывающую взаимосвязь между следующими четырьмя конструктивными параметрами:

- а) коэффициентом безопасности η ;
- б) коэффициентом вариации прочности v_{ρ} ;
- в) коэффициентом вариации напряжения v_{ψ} ;
- г) вероятностью безотказной работы $P(t)$.

8. Напряжение, возникающее в элементе силового агрегата, имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 300,0 МПа и средним квадратическим отклонением 30,0 МПа. Вследствие воздействия внешних факторов прочность материала является нормально распределенной случайной величиной с математическим ожиданием 800,0 МПа и средним квадратическим отклонением 80,0 МПа. Определите коэффициент безопасности и вероятность безотказной работы элемента.

9. Прочность элемента имеет экспоненциальное распределение со средним значением 100 МПа. Возникающее в элементе напряжение имеет нормальное распределение с параметрами $m_{\psi} = 60$ МПа и $\sigma_{\psi} = 10$ МПа. Вычислите вероятность безотказной работы элемента.

10. Предложите методы повышения надежности оперативного персонала сложных систем.

ГЛАВА 4

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НАДЕЖНОСТИ

В современных сложных технических системах отказ даже одного элемента может привести к исключительно серьезным последствиям. Поэтому основной задачей при проектировании изделия является выбор наилучших конструктивных, механических, электрических и других параметров системы с учетом стоимости и надежности. Для достижения этой цели проводится оценка надежности изделия на этапе проектирования. При этом используются априорные показатели надежности элементов с учетом действия возможных нагрузок и внешних факторов, которые лишь приблизительно характеризуют процессы при эксплуатации технической системы. Тем не менее такой анализ позволяет на стадии проектирования выявить слабые с точки зрения надежности места в конструкции, принять необходимые меры к их устранению, а также отклонить неудовлетворительные варианты построения системы. Предварительная оценка надежности изделия и его компонентов служит основой разработки правил его эксплуатации, назначения регламентов и сроков контроля, испытаний и планово-предупредительных ремонтов, а также завершения жизненного цикла. Поэтому априорный расчет надежности имеет важное значение в практике проектирования технических систем и составляет неотъемлемую часть технических проектов.

В настоящей главе рассмотрены типовые методики анализа надежности технических систем на этапе проектирования, а также основные методы повышения надежности.

4.1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Надежность технического объекта любой сложности должна обеспечиваться на всех этапах его жизненного цикла: от начальной стадии выполнения проектно-конструкторской разработки до заключительной стадии эксплуатации. Основные условия обеспечения надежности состоят в строгом выполнении правила, называемого **триадой надежности: надежность закладывается при проектировании, обеспечивается при изготовлении и поддерживается в эксплуатации.** Без строгого выполнения этого правила нельзя решить задачу создания высоконадежных изделий и систем путем компенсации недоработок предыдущего этапа на последующем.

Если в процессе проектирования должным образом не решены все вопросы создания устройства или системы с заданным уровнем надежности и не заложены конструктивные и схемные решения, обеспечивающие безотказное функционирование всех элементов системы, то эти недостатки невозможно устранить в процессе производства, и их последствия приведут к низкой надежности системы в эксплуатации. В процессе создания системы должны быть в полном объеме реализованы все решения, разработки и указания конструктора (проектировщика).

Особое значение в реализации необходимого уровня надежности технической системы имеют условия эксплуатации. При эксплуатации должны выполняться установленные инструкциями условия и правила применения устройств, к примеру электроустановок; своевременно приниматься меры по изучению и устранению причин выявленных дефектов и неисправностей; анализироваться и обобщаться опыт использования устройств.

Обычно для типовых устройств массового производства (трансформаторов, выключателей и т. д.) заводы-изготовители указывают основные показатели надежности: среднюю наработку до отказа; интенсивность отказов; среднее время восстановления; технический ресурс и др.

Очевидно, на любом предприятии должна быть программа обеспечения надежности, разрабатываемая для

каждого этапа жизненного цикла устройства (системы). Одним из важнейших документов, в значительной мере гарантирующим сохранение высокого уровня надежности электроустановок в эксплуатации, являются «Правила эксплуатации электроустановок потребителей».

4.2. ОСНОВНЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ

Каждому этапу разработки или модернизации системы соответствует определенный уровень расчета надежности. Как правило, выделяют три уровня расчетов: прикидочный; ориентировочный; окончательный. В табл. 4.1 показана примерная связь этапов разработки и уровней расчетов надежности устройств и систем автоматики и полупроводниковой техники.

На стадии прикидочного и ориентировочного расчетов предполагается, что объект собран по основной схеме, интенсивность отказов всех элементов не зависит от времени, т. е. $\lambda_i = \text{const}$. Отказы элементов происходят случайно,

Таблица 4.1

Этапы разработки и уровни расчетов надежности

Этапы разработки системы	Уровень расчета
Предэскизный проект. Разработка технического задания	Прикидочный расчет с целью определения норм надежности
Эскизный проект	Ориентировочный расчет норм надежности
Технический проект	Окончательный расчет с учетом режимов работы элементов и факторов, воздействующих на систему
Рабочий проект	Окончательный вариант расчета с учетом дополнительных факторов, зависящих от принятых схемных и конструктивных решений
Готовый объект (стендовые и натурные испытания)	Экспериментальная оценка уровня надежности объекта. Выявление узлов с недостаточной надежностью. Введение необходимых коррективов в схему и конструкцию. Внесение поправок в окончательный расчет

любой отказ не вызывает изменения характеристик (работоспособности) элементов, кроме отказавшего, т. е. поток отказов принимается простейшим.

В реальных условиях эксплуатации элементы, из которых собрана система, в большинстве случаев оказываются в условиях, значительно отличающихся от расчетных (номинальных). Это обстоятельство влияет как на надежность элементов, так и на систему в целом.

Для электротехнических установок наиболее существенными факторами являются: электрическая нагрузка и скорость ее изменения; механические воздействия (вибрация, тряски, удары); влажность окружающего воздуха; наличие пыли в воздухе и др.

Обычно указанные факторы учитываются с помощью соответствующих поправочных коэффициентов. При этом интенсивность отказов элемента определяется по выражению

$$\lambda_i = \lambda_{0i} \cdot \alpha_{11} \cdot \alpha_{21} \cdot \dots \cdot \alpha_{ki}, \alpha_i > 1, \quad (4.1)$$

где λ_{0i} — интенсивность отказов i -го элемента в номинальных условиях; α_{1i} — поправочный коэффициент, учитывающий влияние электрической нагрузки на i -й элемент; α_{2i} — поправочный коэффициент, учитывающий влияние температуры окружающей среды на i -й элемент; α_{ki} — поправочный коэффициент, учитывающий влияние k -го фактора на i -й элемент.

В приложении 2 даны таблицы для определения поправочных коэффициентов при соответствующих величинах воздействующих факторов.

Проанализируем основные причины возникновения отказов в наиболее распространенных элементах автоматики и электрооборудования.

Резисторы — наиболее часто используемые элементы. Их надежность достаточно велика. У этих элементов наиболее частым видом отказа является обрыв. Статистические данные показывают, что свыше 55% отказов резисторов происходит из-за обрывов и 35...40% — из-за перегорания проводящего элемента, т. е. 90...95% отказов связано с обрывом цепи резистора.

Конденсаторы, как и резисторы, широко распространены в схемах автоматики. Наиболее частый вид отказов конденсатора — пробой диэлектрика и перекрытие изоляции между обкладками (поверхностный разряд). Отказ конденсатора типа «короткое замыкание» составляет около 50% всех отказов.

В высоковольтных измерительных и силовых трансформаторах отказы наиболее часто обусловлены пробоем межобмоточной и слоевой изоляции. Снижение электрической прочности изоляции связано с низкой влагозащитностью обмоточных материалов, ускорением старения диэлектрика, находящегося под воздействием случайно изменяющейся температуры и влажности. Для трансформаторов и дросселей эта зависимость может быть выражена с помощью температурных коэффициентов интенсивности отказов, значения которых зависят от типа трансформатора.

У полупроводниковых приборов — диодов, транзисторов, тиристоров, микросхем — постепенные и внезапные отказы возникают чаще, чем другие виды отказов. Наиболее характерным изменением параметров полупроводниковых приборов, приводящим к постепенным отказам, является увеличение обратного тока диодов и неуправляемых обратных токов коллекторных переходов транзисторов и тиристоров. Внезапные отказы являются следствием ошибок в конструкции полупроводниковых приборов и нарушения технологии их изготовления. На основе данных о работе полупроводниковых приборов в различных схемах можно считать, что около 80% их отказов являются постепенными. В справочной литературе достаточно широко учтены влияющие факторы на работоспособность полупроводниковых приборов в виде поправочных коэффициентов, определяемых по таблицам или номограммам.

Расчет надежности рекомендуется проводить в следующем порядке.

1. Формулируется понятие отказа. Прежде чем приступить к расчету надежности, необходимо четко сформулировать, что следует понимать под отказом объекта

(системы) и выделить для расчета только те элементы, которые ведут к отказу объекта. В частности, по всем элементам следует задать вопрос, что произойдет с системой, если откажет определенный элемент? Если при отказе такого элемента система отказывает в целом, то на структурной схеме расчета надежности анализируемый элемент включается последовательно.

2. Составляется схема расчета надежности. Схему расчета надежности целесообразно составлять таким образом, чтобы элементами расчета были конструктивно оформленные блоки (звенья), которые имеют свои показатели надежности, техническую документацию, нормативы содержания и другие документы. Если в расчетах эти элементы работают не одновременно, то целесообразно такие элементы распределять по времени их работы на группы и образовывать из этих групп самостоятельные блоки расчета. На схеме расчета надежности желательно указывать время работы каждого расчетного элемента.

3. Выбирается метод расчета надежности. В соответствии с видом расчета надежности выбираются расчетные формулы, и для определения интенсивности отказов системы по соответствующим таблицам и номограммам определяются величины интенсивности отказов элементов. При наличии ведомостей режимов работы элементов вычисляются поправочные коэффициенты для уточнения интенсивности отказов всех элементов. Если в течение времени работы системы элементы имеют не постоянные интенсивности отказов, но существуют четко выраженные временные интервалы, где интенсивность отказов элементов постоянна, то для расчета используется так называемая эквивалентная интенсивность отказов элемента. Допустим, что интенсивность отказов элемента за период времени t_1 равна λ_1 , за последующий период t_2 равна λ_2 и т. д. Тогда интенсивность отказов элемента за интервал времени $t = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_k$ будет равна

$$\lambda_{\text{ЭКВ}} = \frac{1}{t}(\lambda_1 t_1 + \lambda_2 t_2 + \dots + \lambda_k t_k).$$

4. Составляется таблица расчета интенсивности отказов системы с учетом всех расчетных элементов схемы.

5. Составляется таблица с учетом всех элементов схемы и режимов их работы для окончательного расчета надежности с использованием поправочных коэффициентов.

6. Рассчитываются количественные характеристики надежности.

Данные расчеты заносят в типовые таблицы, в которых на основе найденной интенсивности отказов определяются и заносятся другие показатели надежности.

Расчеты представляются в виде технического отчета, который должен содержать:

- 1) структурную схему расчета надежности с кратким пояснительным текстом;
- 2) формулировку понятия отказа системы;
- 3) расчетные формулы для определения количественных показателей надежности;
- 4) расчет показателей надежности, сведенный в таблицы и графики;
- 5) оценку точности расчета с обоснованием принятых математических моделей;
- 6) выводы и рекомендации.

4.3. МЕТОДИКА НОРМИРОВАНИЯ И ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО УСТРОЙСТВА

НОРМИРОВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ НАДЕЖНОСТИ

1. Производится условная разбивка схемы электронного устройства на 4...6 функциональных элементов.

2. Для каждого функционального элемента подсчитывается количество типов элементов, затем заполняются соответствующие колонки табл. 4.2. Если в схеме присутствуют элементы, которые не указаны в табл. 4.2, данные по ним необходимо взять из справочной литературы.

3. Рассчитываются средние суммарные интенсивности отказов по типам элементов и суммарная средняя интенсивность отказов для каждого функционального элемента по формулам

$$\bar{\lambda}_{\Sigma} = N_{\text{тип}} \bar{\lambda}_{\text{тип}}; \quad \bar{\lambda}_{i\text{фэ}\Sigma} = \sum_{j=1}^{m_i} \bar{\lambda}_{\text{тип}\Sigma j},$$

5. По заданной вероятности безотказной работы для всего устройства $P_3 = 0,99$ и заданной продолжительности времени непрерывной работы t_3 в предположении экспоненциального закона распределения определяется требуемая интенсивность отказов λ_3 по формуле

$$\lambda_3 = -\frac{\ln P_3}{t_3} = \frac{0,01}{t_3}.$$

6. Определяются нормированное значение интенсивности λ_{zi} и вероятности безотказной работы P_{zi} для каждого функционального элемента по формулам

$$\lambda_{zi} = \lambda_3 k_i; P_{zi} = e^{-\lambda_{zi} t_3} \approx 1 - \lambda_{zi} t_3.$$

Результаты заносятся в табл. 4.2.

ОРИЕНТИРОВОЧНЫЙ РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПО ВНЕЗАПНЫМ ОТКАЗАМ

Ориентировочный расчет надежности выполняется для каждого функционального элемента отдельно.

1. По принципиальной схеме выбранного для анализа функционального элемента составляется перечень элементов, который заносится в табл. 4.3.

Таблица 4.3

Перечень элементов для расчета надежности

Наименование элемента	Тип	Количество N_j	Интенсивность отказов $\lambda_{0j} \cdot 10^6, 1/\text{ч}$	$N_j \lambda_{0j}$

2. По справочникам или с помощью компьютерной базы данных определяются интенсивности отказов λ_{0i} для каждого типа элементов и производится расчет суммарной интенсивности отказов $\lambda_{фз}$ (заполняются строки табл. 4.3).

3. Так как справочные данные по интенсивностям отказов являются точечными оценками, производится доверительное оценивание интенсивности отказов, определяются нижняя λ_n и верхняя λ_v границы доверительного

интервала. Для этого среднеквадратическое отклонение справочных данных определяется ориентировочно по формуле

$$\sigma_i = \frac{\lambda_{0i}}{3},$$

а среднеквадратическое отклонение суммарной интенсивности отказов — в соответствии с выражением

$$\sigma_{\Sigma} = \frac{1}{3} \sqrt{\sum_{i=1}^m N_i \lambda_{0i}^2}.$$

Доверительные оценки интенсивности отказов определяются по формулам

$$\begin{aligned} \lambda_{\text{н}} &= \lambda_{\text{фэ}} - 1,65\sigma_{\Sigma}; \\ \lambda_{\text{в}} &= \lambda_{\text{фэ}} + 1,65\sigma_{\Sigma}. \end{aligned}$$

4. По результатам расчетов строятся графики вероятности безотказной работы $P(t) = e^{-\lambda t} \approx 1 - \lambda t$ для $\lambda_{\text{н}}$ и $\lambda_{\text{в}}$ на интервале и сравниваются с уровнем $P_{\text{з}}$, на основании чего делаются выводы о выполнимости требований по безотказности.

УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ ПО ВНЕЗАПНЫМ ОТКАЗАМ

Уточненный расчет надежности производится для каждого функционального элемента отдельно с учетом температурного и электрического режимов. Для этого интенсивности отказов элементов λ_{0ji} корректируются с помощью поправочных коэффициентов:

- для микросхем:

$$\lambda_{\text{вт}} = \lambda_0 k_{\text{сэ}} k_{\text{р}},$$

где $k_{\text{сэ}}$ — коэффициент, учитывающий стойкость микросхемы к разрядам статического электричества, т. е. допустимым значением статического потенциала U и определяется по приближенной формуле $k_{\text{сэ}} \approx 2,9e^{-0,0025U}$; $k_{\text{р}}$ — коэффициент режима, учитывающий влияние электрического режима (коэффициент нагрузки $k_{\text{н}}$) и температуры (определяется по табл. 4.4);

■ для полупроводниковых элементов:

$$\lambda_{\text{УТ}} = \lambda_0 k_p k_y,$$

где k_p — коэффициент режима, определяемый по формуле

$$k_p = \exp[\beta(U_{\text{пр}} - U)],$$

где $\beta = 0,1 \dots 0,2$; $U_{\text{пр}}$, U — напряжения питания в предельном и нормальном режимах; k_y — коэффициент, учитывающий влияние температуры,

$$k_y = \exp\left\{6 \cdot 10^3 \left(\frac{1}{298} - \frac{1}{273 + \theta}\right)\right\};$$

■ для конденсаторов:

$$\lambda_{\text{УТ}} = \lambda_0 k_p k_c,$$

где k_p — коэффициент режима, зависящий от температуры,

$$k_p = A \left[\left(\frac{U}{U_n N_s} \right)^H + 1 \right] \exp B \left(\frac{\theta + 273}{N_T} \right);$$

U , U_n — рабочее и номинальное напряжения; θ — температура окружающей среды, °С; A , N_s , H , B , N_T , G — постоянные коэффициенты, определяемые по табл. 4.5; k_c — коэффициент, зависящий от величины емкости (выбирается из табл. 4.6);

Таблица 4.5

Значения постоянных коэффициентов, используемых при определении коэффициента режима k_p для отдельных групп конденсаторов

Группа изделий	A	N_s	H	B	N_T	G
Конденсаторы постоянной емкости керамические, стеклокерамические	$5,909 \cdot 10^{-7}$	0,3	3	14,3	398	1,0
Конденсаторы постоянной емкости стеклянные	$2,426 \cdot 10^{-4}$	0,5	4	16	473	1,0
Конденсаторы постоянной емкости слюдяные	$9,885 \cdot 10^{-2}$	0,4	3	16	358	1,0
Конденсаторы постоянной емкости бумажные	$9,583 \cdot 10^{-3}$	0,4	5	2,5	358	18

Продолжение табл. 4.5

Группа изделий	A	N_s	H	B	N_T	G
Конденсаторы постоянной емкости оксидно-электролитические алюминиевые (кроме импульсных), танталовые	$3,59 \cdot 10^{-2}$	0,55	3	4,09	358	5,9
Конденсаторы постоянной емкости оксидно-полупроводниковые, ниобиевые	$1,05 \cdot 10^{-2}$	0,55	3	5,5	398	2,5
Конденсаторы постоянной емкости с органическим синтетическим диэлектриком (кроме импульсных)	$9,259 \cdot 10^{-3}$	0,4	5	2,5	358	18
Конденсаторы подстроечные с твердым диэлектриком	$5,909 \cdot 10^{-7}$	0,3	3	14,3	398	1,0

Таблица 4.6

Значения коэффициента k_c или его математические модели для отдельных групп конденсаторов

Группа конденсаторов	Математическая модель или значение k_c	Примечание
Конденсаторы керамические и стеклокерамические	$k_c = 0,4C^{0,12}$	C — емкость, пФ
Конденсаторы стеклянные	$k_c = 0,4C^{0,12}$	То же
Конденсаторы слюдяные	$k_c = 0,4C^{0,12}$	То же
Конденсаторы бумажные	$k_c = 0,4C^{0,14}$	C — емкость, мкФ
Конденсаторы с органическим синтетическим диэлектриком	$k_c = 0,4C^{0,05}$	То же
Конденсаторы оксидно-электролитические алюминиевые, танталовые	1	$C \leq 10^{-3}$ мкФ
	2	$10 < C \leq 22 \cdot 10^3$ мкФ
	2,5	$C > 22 \cdot 10^3$ мкФ
Конденсаторы оксидно-полупроводниковые, ниобиевые	1	—

■ для сопротивлений:

$$\lambda_{yT} = \lambda_0 k_p k_T,$$

где k_p — коэффициент режима, зависящий от электрической нагрузки и температуры:

$$k_p = A \exp B \left(\frac{\theta + 273}{N_T} \right)^G \left[\frac{P}{P_H N_S} \left(\frac{\theta + 273}{273} \right)^J \right]^H,$$

где P, P_H — рабочая и номинальная мощности, Вт; A, N_S, H, B, N_T, G, J — постоянные коэффициенты, определяемые по табл. 4.7; k_r — коэффициент, зависящий от величины сопротивления, определяемый по табл. 4.8.

Таблица 4.7

Значения постоянных коэффициентов, используемых при определении коэффициента режима k_p для отдельных групп резисторов

Группы резисторов	A	B	N_T	G	N_S	J	H
Постоянные непроволочные металлодиэлектрические	0,2600	0,5078	343	9,278	0,878	1,0	0,886
Углеродистые	0,1910	0,6310	343	10,46	0,749	0,8	1,295
Постоянные проволочные прецизионные	0,0985	0,4000	373	8,643	0,559	1,5	1,147
Постоянные проволочные нагрузочные	0,0368	1,985	373	2,331	0,556	1,0	1,115

Таблица 4.8

Значения коэффициента k_r для отдельных групп резисторов

Группа изделий	Диапазон сопротивлений R	Значение коэффициента k_r
Постоянные непроволочные металлодиэлектрические	$R \leq 100$ кОм	0,3
	100 кОм $< R \leq 1$ МОм	3,0
	$R > 1$ МОм	0,4
Углеродистые	$R \leq 100$ кОм	0,5
	100 кОм $< R \leq 1$ МОм	2,7
	$R > 1$ МОм	0,7
Постоянные проволочные прецизионные	$R \leq 1$ кОм	1,6
	1 кОм $< R \leq 10$ кОм	0,6
	10 кОм $< R \leq 100$ кОм	0,4

Продолжение табл. 4.8

Группа изделий	Диапазон сопротивлений R	Значение коэффициента k_r
Постоянные проволочные нагрузочные	$R \leq 1 \text{ кОм}$	1,3
	$1 \text{ кОм} < R \leq 10 \text{ кОм}$	0,8
	$10 \text{ кОм} < R \leq 100 \text{ кОм}$	1,5
Переменные непроволочные композиционные пленочные	$R \leq 1 \text{ кОм}$	1,0
	$1 \text{ кОм} < R \leq 10 \text{ кОм}$	0,3
	$10 \text{ кОм} < R \leq 100 \text{ кОм}$	0,5
	$100 \text{ кОм} < R \leq 1 \text{ МОм}$	1,0
	$R > 1 \text{ МОм}$	1,6
Переменные непроволочные керметные и металлооксидные	$10 \text{ Ом} < R \leq 100 \text{ Ом}$	1,6
	$100 \text{ Ом} < R \leq 330 \text{ Ом}$	1,4
	$R > 330 \text{ Ом}$	1,0
Переменные непроволочные композиционные объемные	$10 \text{ Ом} < R \leq 100 \text{ Ом}$	0,5
	$100 \text{ Ом} < R \leq 1 \text{ кОм}$	1,0
	$1 \text{ кОм} < R \leq 10 \text{ кОм}$	0,5
	$10 \text{ кОм} < R \leq 100 \text{ кОм}$	0,9
	$100 \text{ кОм} < R \leq 1 \text{ МОм}$	1,0
	$R > 1 \text{ МОм}$	1,4
Переменные проволочные подстроечные	$R \leq 1 \text{ кОм}$	1,9
	$1 \text{ кОм} < R \leq 10 \text{ кОм}$	0,3
	$10 \text{ кОм} < R \leq 100 \text{ кОм}$	0,8
Переменные проволочные регулировочные	$R \leq 1 \text{ кОм}$	1,7
	$1 \text{ кОм} < R \leq 10 \text{ кОм}$	0,5
	$10 \text{ кОм} < R \leq 100 \text{ кОм}$	0,9

Уточненный расчет надежности проводится следующим образом.

1. Рассчитываются коэффициенты нагрузки.
2. Определяются поправочные коэффициенты.
3. Рассчитываются уточненные интенсивности отказов для отдельных элементов.
4. Рассчитывается суммарная уточненная интенсивность отказов.
5. Строится зависимость $P(t) = e^{-\lambda_{\text{yr}} t} \approx 1 - \lambda_{\text{yr}} t$.

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ДЕГРАДАЦИОННЫХ (ПОСТЕПЕННЫХ) ОТКАЗОВ

1. Определяется N элементов анализируемого функционального устройства, которые подвержены деградации наиболее сильно.

2. Определяется время t_n испытаний (или эксплуатационных наблюдений), при котором установлены $\lambda_{iyт}$. По графику на рис. 4.1 в зависимости от t_n и $\lambda_{iyт}$ определяется средняя наработка до отказа T_i каждого деградирующего элемента, $i = 1, \dots, N$. График построен для случая DN -распределения (диффузионного немонотонного распределения) наработки до отказа, которое наиболее характерно для электрорадиоизделий, электронных схем и других технических систем, содержащих электронные компоненты и механические устройства, доминирующими причинами отказов которых являются старение и усталость. Плотность DN -распределения имеет вид

$$f_{DN}(t) = \frac{\sqrt{\mu}}{\lambda t \sqrt{2\pi t}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2v^2\mu t}\right], \quad t > 0,$$

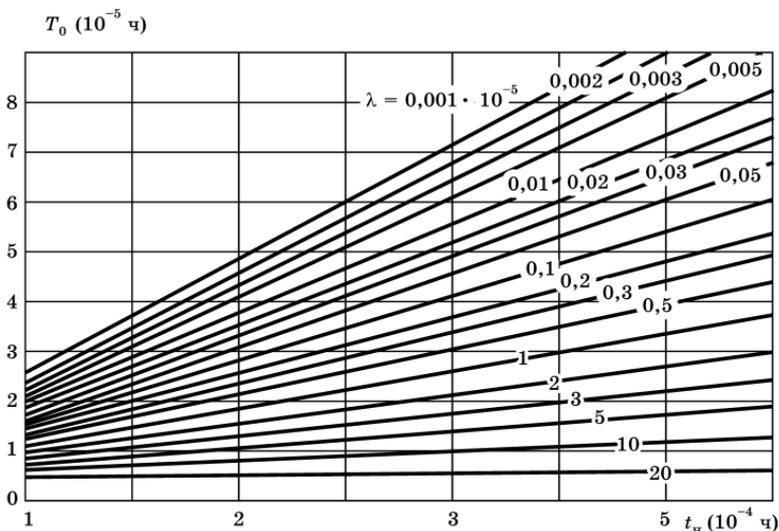


Рис. 4.1

Зависимость средней наработки до отказа T_1 электрорадиоизделий от значений интенсивности отказов $\lambda_{iyт}$ и продолжительности испытаний t_n при DN -распределении наработки до отказа

где μ — параметр масштаба, имеющий размерность времени и совпадающий с математическим ожиданием наработки до отказа, $\mu > 0$; ν — безразмерный параметр формы, совпадающий с коэффициентом вариации наработки до отказа, $\nu > 0$.

3. По значениям T_i определяется параметр масштаба:

$$\mu = \left(\sum_{i=1}^N \frac{1}{T_i^2} \right)^{-\frac{1}{2}}.$$

4. Вероятность $P_{\text{по}}(t)$ безотказной работы по деградационным отказам определяется по формуле

$$P_{\text{по}}(t) = F_{\text{H}} \left(\frac{\mu - t}{\sqrt{\mu t}} \right) - e^2 F_{\text{H}} \left(-\frac{\mu - t}{\sqrt{\mu t}} \right) = F_{\text{H}} \left(\frac{x - 1}{\sqrt{x}} \right) - e^2 F_{\text{H}} \left(\frac{x - 1}{\sqrt{x}} \right),$$

где $x = \frac{\mu}{t}$.

5. Общая вероятность безотказной работы $P(t)$ определяется по формуле

$$P(t) = P_{\text{во}}(t)P_{\text{по}}(t),$$

где $P_{\text{во}}(t)$ — вероятность безотказной работы по внезапным отказам.

6. По точкам строится график функции $P(t)$ и по нему определяется вероятность безотказной работы $P(t_3)$, а также путем интегрирования — средняя наработка до отказа T_1 .

4.4. ПОВЫШЕНИЕ НАДЕЖНОСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Надежность технической системы — это комплексное свойство, включающее в общем случае безотказность, долговечность, ремонтпригодность и сохраняемость. Существующие методы повышения надежности направлены на повышение свойств объекта, определяющих его надежность на всех этапах жизненного цикла: при проектировании, изготовлении и в процессе эксплуатации.

Методы повышения надежности технических объектов могут быть разделены на следующие основные группы.

1. Уменьшение интенсивности отказов элементов системы.

2. Снижение опасных нагрузок системы.

3. Резервирование.
4. Сокращение времени непрерывной работы.
5. Уменьшение времени восстановления.
6. Организация рациональной периодичности и объема контроля систем.
7. Активизация человеческого фактора.
8. Защита оборудования, программ и персонала от внешних воздействий.

Надежность технических систем, в первую очередь, закладывается при проектировании, конструировании и изготовлении. В процессе **проектирования и конструирования** используются схмотехнические и конструктивные методы повышения надежности систем.

К схмотехническим методам относятся:

- проектирование схем с минимально необходимым количеством элементов;
- резервирование элементов и блоков;
- использование аппаратных и программных решений, ограничивающих или исключающих опасные последствия отказов элементов;
- применение отказоустойчивых решений;
- оптимизация последовательности работы элементов схемы;
- рациональное распределение требований к надежности между элементами системы.

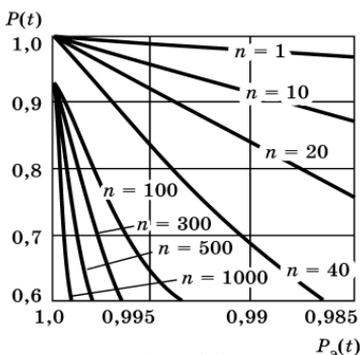


Рис. 4.2

Зависимость вероятности безотказной работы системы $P(t)$ от количества n и надежности $P_0(t)$ элементов

Уменьшение числа элементов при прочих равных условиях приводит к увеличению вероятности безотказной работы системы (рис. 4.2), а также благоприятно сказывается на ее массе, габаритах и стоимости. При этом сокращение числа элементов не должно увеличивать коэффициент нагрузки у оставшихся элементов.

Резервирование — это один из наиболее эффектив-

ных методов повышения надежности объектов. При резервировании в конструкции заранее предусматривается замена неисправного элемента исправным.

При создании схем с ограниченным последствием отказов применяется включение в схемы специальных защитных и предохранительных устройств, которые предотвращают аварийные последствия отказов.

Отказоустойчивые решения гарантируют продолжение работы системы и выполнение основных функций даже при наличии неисправностей. Это достигается применением специальных схемотехнических решений, обеспечивающих низкую чувствительность характеристик системы к отдельным неисправностям. В простейших случаях отказоустойчивая технология базируется на введении избыточности: физической, информационной и избыточности по времени. Физическая избыточность обычно реализуется путем дублирования некоторых элементов. При аварии одного блока автоматически включается в работу другой. Информационная избыточность используется, например, в коммуникационных протоколах в виде служебной информации, добавляемой к пакету для обеспечения возможности восстановления искаженных сообщений. Другие примеры информационной избыточности — резервирование программ и данных на внешних носителях и др. Избыточность по времени состоит в организации алгоритма функционирования устройства, при котором сначала выполняется действие, а затем оценивается его результат.

Под оптимизацией последовательности работы элементов схемы понимается согласование тактов автоматической работы схем не только по времени, но и по достижении тем или иным параметром заданного значения.

К конструктивным методам повышения надежности относятся:

- применение элементов с малой величиной интенсивности отказов при заданных условиях эксплуатации;
- обеспечение благоприятных режимов работы элементов;
- рациональный выбор совокупности контрольных параметров;

- рациональный выбор допусков на изменение основных параметров элементов и систем;
- использование защиты элементов от вибраций и ударов;
- унификация элементов и систем;
- разработка эксплуатационной документации с учетом опыта применения системы, подобной конструируемой;
- обеспечение эксплуатационной технологичности конструкции (применение встроенных контрольных устройств, автоматизация контроля и индикация неисправностей, ремонтпригодность).

Среди способов повышения надежности при **производстве** основными являются следующие:

- совершенствование технологии и организации производства, его автоматизация;
- применение инструментальных методов контроля качества продукции при статистически обоснованных выборках;
- технологическая тренировка элементов и систем.

Особое место при производстве принадлежит автоматизации технологических процессов, обеспечивающей высокую степень однородности продукции.

Методы повышения надежности технических систем, используемые в процессе **эксплуатации**, могут быть разбиты на две группы. Первая группа охватывает мероприятия, связанные с совершенствованием или доработкой эксплуатируемого объекта (изменение схемы, замена элементов, изменение конструкции, материалов и т. п.) в соответствии с результатами его конкретной работы.

Вторая группа мероприятий, повышающих качество систем при эксплуатации, относится к деятельности обслуживающего персонала. К этим мероприятиям относятся:

- повышение квалификации обслуживающего персонала;
- совершенствование человеко-машинного интерфейса;
- диагностика технического состояния объекта;
- обоснование объема и сроков проведения профилактических мероприятий, основанных на применении методов теории надежности;

- обоснование сроков службы элементов и состава запасных элементов;
- разработка и внедрение способов прогнозирования неисправностей.

При эксплуатации объектов надежность в значительной степени зависит от вредных воздействий, которые могут быть субъективными или объективными.

Субъективные воздействия обусловлены проявлением человеческого фактора. Практически любое оборудование, даже в условиях автоматизации, находится в зависимости от действий персонала, которые могут быть негативными или позитивными. Можно выделить пять основных причин, вызывающих субъективные эффекты в информационной деятельности человека:

- психологические (неадекватность отражения, нереалистическое предсказание, принятие неоптимальной стратегии);
- мотивационные (неправильная постановка задачи, несогласованность целей субъекта с целями управления, которые он призван достичь);
- эмоциональные (быстрые и неустойчивые изменения преобразующих свойств субъекта, вызванные сильно действующими внешними или внутренними причинами);
- интуитивные (опыт, не формализуемый в сознании субъекта);
- эволюционные (медленные изменения преобразующих свойств субъекта в результате обучения или забывания).

Все указанные причины, за исключением опыта и результата обучения, оказывают негативное влияние на процессы управления, осуществляемые оператором. При этом действие рассмотренных причин вызывает различные последствия, которые можно интерпретировать как аддитивную, мультипликативную и «собственную» составляющие субъективности. Аддитивная составляющая эквивалентна потере части полезной информации. Мультипликативная составляющая отражает неадекватность преобразования информации оператором, т. е. искажение реальной

действительности. Собственная составляющая моделирует внесение дополнительной (полезной или вредной) компоненты, непосредственно не содержащейся в информации, поступающей от источника.

Основные методы обеспечения высокой надежности технических систем, ориентированные на снижение эффектов от субъективных действий операторов, на производстве следующие:

- уменьшение зависимости процессов управления от субъективных характеристик оператора путем автоматизации производства и применения высокоэффективных информационных технологий;
- автоматический контроль за деятельностью оператора и предотвращение его ошибок;
- повышение профессиональных знаний, обучение персонала;
- укрепление физического и психического здоровья;
- психофизиологический мониторинг персонала;
- улучшение техники безопасности и комфортности условий труда;
- поддержание психологической совместимости в малых коллективах.

Объективные воздействия могут быть как постоянными, так и переменными. К ним относятся:

- специальные режимы работы;
- климатические воздействия;
- биологические воздействия;
- вредоносные вторжения в программные системы;
- внешнее программирование личности, деформирующее психику и мотивацию человека, участвующего в процессе управления.

Специальные режимы работы определяются назначением и особенностями объекта. Например, тяжелый температурный режим, ударно-вибрационный режим, химически агрессивная среда, радиационное излучение, токопроводящая пыль и др.

Температурный режим оказывает значительное влияние на надежность технических систем. Тепло к объекту может поступать извне — от внешних источников, и изнутри — в

результате тепловыделения при нагреве полупроводниковых приборов, из-за трения и т. д. При конструировании технического устройства необходимо обеспечить сведение к минимуму тепловыделения, эффективное отведение тепла и защиту наиболее чувствительных элементов. Большое значение имеет применение термостойких элементов.

Защита аппаратуры от динамических воздействий осуществляется главным образом с помощью амортизаторов. Различают жесткие (противоударные) и мягкие (противовибрационные) амортизаторы. В противоударных амортизаторах используются упругие материалы, работающие на сжатие, например резина. Параметры таких амортизаторов выбираются таким образом, чтобы собственная частота демпфированного объекта превышала частоту возбуждающих колебаний. В случае противовибрационных амортизаторов упругий материал обычно работает на сдвиг. Собственная частота устройства с такими амортизаторами должна быть ниже частоты возбуждающих колебаний.

Наибольшую опасность для оборудования представляет ударно-вибрационный режим при вращающихся элементах. В этих случаях часто происходят повреждения шариковых и роликовых подшипников.

Тяжелые режимы для оборудования имеют место при переходных процессах, например при прямых пусках мощных электрических двигателей, коммутации электрических нагрузок и др. Эффективным способом повышения надежности и срока службы изделий является применение автоматического регулирования процессов и специальных технических средств, обеспечивающих «мягкий» пуск.

Значительное влияние на надежность оборудования оказывает ядерное излучение. Для обеспечения надежной работы оборудования в этих условиях используют конструктивные методы, основанные на использовании элементов с повышенной радиационной стойкостью, и применении специальных защитных экранов.

Вредные климатические воздействия проявляются главным образом за счет высокой или низкой температуры воздуха, высокой влажности воздуха и наличия вредных примесей.

Основными биологическими факторами снижения надежности являются действие грибков (плесени), насекомых и грызунов.

Во многих случаях существенное увеличение интенсивности отказов вызывается сочетанием двух или нескольких внешних воздействий, каждое из которых по отдельности незначительно влияет на надежность.

Вопросы информационной безопасности, т. е. защищенности информации и поддерживающей инфраструктуры от случайных или преднамеренных воздействий естественного или искусственного характера, чреватых нанесением ущерба владельцам или пользователям информации, занимают особое место. В настоящее время используются следующие основные методы защиты данных.

Управление использованием всех ресурсов системы в рамках установленного технологического цикла обработки и передачи данных, где в качестве ресурсов рассматриваются технические средства, операционные системы, программы, базы данных, элементы данных и т. п.

Препятствия, физически преграждающие нарушителю путь к защищаемым данным.

Маскировка — метод защиты данных путем их криптографического закрытия.

Регламентация — метод защиты, заключающийся в разработке и реализации в процессе функционирования информационной системы комплексов мероприятий, создающих такие условия технологического цикла обработки данных, при которых минимизируется риск несанкционированного доступа к данным. Регламентация охватывает как структурное построение информационной системы, так и технологию обработки данных, организацию работы пользователей и персонала.

Побуждение — создание такой обстановки и условий, при которых правила обращения с защищенными данными регулируются моральными и нравственными нормами.

Принуждение, опирающееся на угрозу материальной, административной и уголовной ответственности за нарушение правил обращения с защищенными данными.

В человеко-машинных системах необходимо обеспечить защиту информации от следующих угроз: компьютерных вирусов; сбоев оборудования; случайной потери или изменения; преднамеренного искажения.

Основные действия (фазы), выполняемые компьютерным вирусом: заражение, размножение, проявление. Симптомами заражения являются:

- отказ в работе компьютера или его отдельных компонентов;
- отказ в загрузке операционной системы;
- замедление работы компьютера;
- нарушение работы отдельных программ;
- искажение, увеличение размера или исчезновение файлов;
- уменьшение доступной оперативной памяти и свободного места на диске без видимых причин.

Для обнаружения и удаления компьютерных вирусов разработано много различных программ, которые можно разделить на **детекторы**, **ревизоры**, **фильтры**, **доктора** и **вакцины**. **Детекторы** осуществляют поиск компьютерных вирусов в памяти и при обнаружении сообщают об этом пользователю. **Ревизоры** выполняют значительно более сложные действия для обнаружения вирусов. Они запоминают исходное состояние программ, каталогов, системных областей и периодически сравнивают их с текущими значениями. При изменении контролируемых параметров ревизоры сообщают об этом пользователю. **Фильтры** выполняют выявление подозрительных процедур, например коррекция исполняемых программ, изменение загрузочных записей диска, изменение атрибутов или размеров файла и др. При обнаружении подобных процедур фильтры спрашивают пользователя о правомерности их выполнения. **Доктора** являются самым распространенным типом антивирусных программ. Эти программы не только обнаруживают, но и удаляют вирусный код из файла — «лечат» программы. Доктора способны обнаружить и удалить только известные им вирусы, поэтому их необходимо периодически, обычно раз в месяц, обновлять. **Вакцины** — это антивирусные программы, которые так модифицируют файл

или диск, что он воспринимается программой-вирусом уже зараженным, и поэтому вирус не внедряется.

Современные антивирусные решения обладают всеми рассмотренными механизмами и постоянно добавляют новые средства борьбы с вредоносными программами.

Мероприятия по защите информации от компьютерных вирусов:

- предотвращение доступа к компьютеру посторонних лиц;
- использование только надежного лицензионного программного обеспечения;
- отслеживание любых изменений в работе компьютера для возможно более быстрого обнаружения компьютерного вируса;
- размещение наиболее ценной информации на защищенных от записи дисках;
- использование антивирусных программ для постоянной и периодической проверки компьютера.

Мероприятия по защите информации от случайного удаления:

- аккуратность и внимательность при работе;
- размещение наиболее ценной информации на защищенных от записи дисках;
- своевременное удаление ненужных файлов и рациональное размещение файлов по каталогам;
- быстрое восстановление ошибочно удаленных файлов при помощи специальных программ.

Мероприятия по защите информации от сбоев в работе устройств:

- периодическая проверка исправности оборудования (в частности, поверхности жесткого диска). Иногда для исправления ошибок используется специальная процедура — корректирующий код;
- периодическая оптимизация (дефрагментация) диска для рационального размещения файлов на нем, ускорения работы и уменьшения его износа;
- наличие загрузочных (системных) дискет или дисков, с которых можно запустить компьютер (т. е. загрузить операционную систему) в случае сбоев системного диска.

В современных условиях информационной открытости общества, создаваемой средствами новых информационных и телекоммуникационных технологий, возрастает актуальность обеспечения информационной безопасности в жизнедеятельности отдельных людей и различных групп людей: от малых производственных коллективов до государств. Несмотря на достижения современной науки, феномен человеческого поведения остается практически не познанным. В условиях технического прогресса и при высоком уровне образования современного общества оно оказывается крайне уязвимым относительно манипулирования сознанием, изменения шкалы ценностей, деформации смысла существования, смены приоритетов и норм поведения.

Развитие телекоммуникаций, глобальных компьютерных сетей изменяет экономические процессы в глобальных масштабах. Объектами управления во многих случаях становятся не технические системы, информационные или финансовые потоки, а поведенческие стратегии участников «виртуальных» игр.

Многогранная задача обеспечения информационной безопасности человека заключается в поддержании такого состояния его функционирования, при котором исключены принятие неверных решений и отклонения от основной цели существования системы.

Для обеспечения надежности объектов на предприятиях реализуют **организационные** мероприятия. К ним относятся:

- постановка широких экспериментальных исследований надежности объектов на всех этапах их разработки, изготовления и эксплуатации;
- создание единой системы информации о работоспособности объектов;
- обоснование, выбор и включение в техническое задание норм надежности;
- организация доработок и рекламационная практика;
- организация гарантийного обслуживания и ремонта изделий.

Таким образом, повышение надежности сложных объектов представляет собой актуальную задачу, решение которой предусматривает реализацию комплекса разнообразных мероприятий, в том числе проведения научных исследований новых процессов в технике и обществе, связанных с развитием информационных технологий.

Контрольные вопросы

1. Объясните условия обеспечения надежности объектов.
2. Дайте краткую характеристику основных методов расчета надежности.
3. Объясните особенности расчетов надежности на различных этапах проектирования изделия.
4. Объясните методику ориентировочного расчета надежности по внезапным отказам.
5. Объясните содержание уточненного расчета надежности по внезапным отказам.
6. Объясните методику расчета надежности по деградационным отказам.
7. Как учитываются температурный и электрический режимы элементов при расчете надежности?
8. Предложите способы повышения надежности изделий электронной техники.
9. Что такое компьютерные вирусы? Перечислите основные типы вирусов и объясните их влияние на компьютерные системы.
10. Перечислите основные методы защиты программных систем от вирусов.
11. Назовите мероприятия по защите компьютерных систем от сбоев в работе устройств.
12. Объясните проблему информационной безопасности человека.
13. Какие методы используются для активизации человеческого фактора?
14. Объясните причины резкого снижения надежности при совместном действии двух и более вредных внешних воздействий.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Интенсивность отказов микросхемы, по справочным данным, равна $0,02 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Номинальное напряжение питания $U_n = 5 \text{ В}$, допустимое значение статического потенциала $U = 100 \text{ В}$, пробивное напряжение $U_{\text{проб}} = 15 \text{ В}$. Микросхема эксплуатируется при температуре окружающей среды 70°С . Определите изменение интенсивности отказов микросхемы при указанных условиях эксплуатации.

2. Аппаратура эксплуатируется в течение 25 000 ч. Интенсивность отказа датчика температуры, в наибольшей степени подверженного деградационным отказам, составляет $0,01 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Определите вероятность безотказной работы датчика по деградационным отказам, общую вероятность безотказной работы и среднюю наработку до отказа.

3. Устройство управления содержит восемь микросхем, интенсивность отказов которых, по справочным данным, равна $0,01 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Номинальное напряжение питания $U_n = 5 \text{ В}$, допустимое значение статического потенциала $U = 24 \text{ В}$, пробивное напряжение $U_{\text{проб}} = 15 \text{ В}$. Устройство эксплуатируется при температуре окружающей среды 85°C и подвергается ударам и вибрациям в условиях железнодорожного транспорта. Определите изменение интенсивности отказов устройства при указанных условиях эксплуатации по сравнению с номинальным режимом.

4. Интенсивность отказов датчика вибрации составляет $0,02 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. В измерительной системе используется шесть таких датчиков. Определите наработку до отказа системы без учета вибрации и при действии вибрации, соответствующей условиям железнодорожного транспорта. Как изменится этот показатель в условиях повышенной влажности (98%) и температуры (30°C)?

5. По заданной вероятности безотказной работы для проектируемого устройства $P_3 = 0,99$ и заданной продолжительности времени непрерывной работы $t_3 = 10^6 \text{ ч}$ в предположении экспоненциального закона распределения определите требуемую интенсивность отказов λ_3 .

6. Для диффузионного немонотонного распределения вероятностей постройте графики функции распределения и плотности распределения вероятностей при $\mu = 10^4 \text{ ч}$, $\lambda = 0,001 \text{ ч}^{-1}$, $\nu = 1$.

ГЛАВА 5

НАДЕЖНОСТЬ НЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ ПРИ ВНЕЗАПНЫХ ОТКАЗАХ

На этапе предварительного анализа надежности систем часто используют простые статические модели, в которых показатели надежности элементов или подсистем считаются постоянными, так как задается базовый промежуток времени. Такой анализ служит основой оценки возможного состава оборудования на этапе проектирования и определения необходимых уровней надежности подсистем и элементов.

Настоящая глава посвящена моделям надежности простых систем с последовательным соединением элементов.

5.1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ И СРЕДНЕЙ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

Большинство систем спроектировано таким образом, что при выходе из строя любого из элементов система отказывает. При анализе надежности такой системы предполагается, что отказ любого из элементов носит случайный и независимый характер и не вызывает изменения характеристик (не нарушает работоспособности) остальных элементов. С точки зрения теории надежности в системе, где отказ любого из элементов приводит к отказу системы, элементы включены на структурной схеме надежности по основной схеме или последовательно. В понятии отказа заложен физический аналог электрической схемы с последовательным включением элементов, когда отказ любого из

элементов связан с разрывом цепи. Но очень часто при расчетах надежности приходится физическое параллельное включение элементов рассматривать как последовательное включение расчетных элементов. Например, некоторый потребитель потребляет электроэнергию по двум одинаковым кабелям, причем сечение жил одного кабеля не в состоянии пропустить всю электрическую нагрузку потребителя. При выходе из строя одного кабеля оставшийся в работе попадает под недопустимую перегрузку, и этот кабель с помощью защиты отключается — система электроснабжения отказывает, т. е. отказ одного из кабелей вызывает отказ участка электропитания. Следовательно, при расчете надежности кабели как расчетные элементы имеют последовательную основную схему включения.

Допустим, что система состоит из n последовательно включенных элементов. Из теории вероятностей известно, что если определены вероятности появления нескольких независимых случайных событий, то совпадение этих событий определяется как произведение вероятностей их появлений. В нашем случае работоспособное состояние любого из n элементов системы оценивается как вероятность безотказной работы элемента. Система будет находиться в работоспособном состоянии только при условии совпадения работоспособных состояний всех элементов. Таким образом, работоспособность системы оценивается как произведение вероятностей безотказной работы элементов:

$$P(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t), \quad (5.1)$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента.

Система, как и элемент, может находиться в одном из двух несовместимых состояний: отказа или работоспособности. Следовательно,

$$P(t) + Q(t) = 1; \quad Q(t) = 1 - P(t),$$

где $Q(t)$ — вероятность отказа системы, определяемая по выражению

$$Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n P_i(t). \quad (5.2)$$

При произвольном законе распределения времени наработки до отказа для каждого из элементов

$$P_i(t) = e^{-\int_0^t \lambda_i(t) dt}, \quad (5.3)$$

где λ_i — интенсивность отказов i -го элемента.

Вероятность безотказной работы системы соответственно определяется по формуле

$$P(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\int_0^t \lambda_i(t) dt}. \quad (5.4)$$

По выражению (5.4) можно определить вероятность безотказной работы системы до первого отказа при любом законе изменения интенсивности отказов каждого из n элементов во времени.

Для наиболее часто встречающегося условия $\lambda_i = \text{const}$ выражение (5.4) имеет вид

$$P(t) = e^{-\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)t}, \quad (5.5)$$

где $\sum_{i=1}^n \lambda_i$ можно представить как интенсивность отказов системы, сведенной к эквивалентному элементу с интенсивностью отказов

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_i = \text{const}. \quad (5.6)$$

Таким образом, систему из n последовательно включенных элементов легко заменить эквивалентным элементом, который имеет экспоненциальный закон распределения вероятности безотказной работы. А это значит, что если $\lambda_0 = \text{const}$, то средняя наработка до отказа системы $T_0 = \frac{1}{\lambda_0}$. В случае $\lambda_0 \neq \text{const}$ средняя наработка до отказа системы определяется по формуле

$$T_0 = \int_0^{\infty} P(t) dt, \quad (5.7)$$

где $P(t)$ находится по выражению (5.4).

Частота отказов $a(t) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 t}$.

При выполнении практических расчетов вероятности безотказной работы высоконадежных систем (произведение $\lambda_0 t$ много меньше единицы, а вероятность безотказной работы $P(t)$ близка к единице) можно использовать приближенные формулы

$$P(t) \approx 1 - t \sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 - \lambda_0 t; \quad T_0 = \frac{1}{\lambda_0}; \quad a(t) \approx \lambda_0 (1 - \lambda_0 t).$$

При выполнении арифметических операций со значениями вероятностей, близкими к единице, можно пользоваться приближенными соотношениями

$$\prod_{i=1}^n p_i(t) \approx 1 - \sum_{i=1}^n q_i(t); \quad p_i^n(t) = 1 - n q_i(t); \quad \sqrt{p_i(t)} = 1 - \frac{q_i(t)}{n},$$

где $q_i(t)$ — вероятность отказа i -го элемента.

5.2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ БЕЗОТКАЗНОЙ РАБОТЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ МОДЕЛИ СЛАБЕЙШЕГО ЗВЕНА

Модель слабейшего звена используется при исследовании надежности системы, состоящей из последовательного соединения звеньев, при отказе одного из которых выходит из строя вся цепь. Примером может служить электрическая цепь, состоящая из n одинаковых элементов и подвергающаяся тепловой нагрузке. Если принять допущение, что тепловая нагрузка является единственной причиной отказов, то элемент, имеющий наименьшую стойкость к тепловым нагрузкам, выйдет из строя первым. Вероятность безотказной работы при этом имеет вид

$$P = \min_i P_i,$$

где P_i — вероятность безотказной работы i -го элемента, характеризующая устойчивость элемента к отказу при действии тепловой нагрузки.

Обозначим $f_\psi(s)$ — плотность распределения случайной величины ψ , обозначающей напряжение, а $f_\rho(r)$ — плотность распределения случайной величины ρ , обозначающей прочность. Тогда вероятность безотказной работы любого одного звена равна

$$P_i = P(\rho > \psi) = \int_0^\infty \int_0^\infty f_\psi(s) f_\rho(r) ds dr. \quad (5.8)$$

Выражение (5.8) можно переписать в виде

$$P_i = \int_0^\infty f_\psi(s) [1 - F_\rho(r)] ds. \quad (5.9)$$

Если цепь состоит из n случайно выбранных элементов, это равносильно выбору n случайных значений прочности из совокупности с распределением $f_\rho(r)$. Пусть ρ_n — случайная величина, обозначающая прочность цепи, состоящей из n звеньев, тогда

$$\rho_n = \min_i (\rho_i),$$

где ρ_i — прочность i -го элемента.

Учитывая распределение экстремальных значений, имеем выражение для функции распределения прочности цепи:

$$F(\rho_n) = 1 - [1 - F_\rho(r_n)]^n.$$

Для модели слабейшего звена вероятность безотказной работы имеет вид

$$P_n = P(\rho_n > \psi).$$

Следовательно, с использованием выражения (5.9) получаем формулу

$$P_n = \int_0^\infty f_\psi(s) [1 - F_\rho(r)]^n ds. \quad (5.10)$$

Выражение (5.10) определяет вероятность безотказной работы системы в зависимости от числа элементов n , плотности распределения $f_\psi(s)$ нагрузки, действующей на систему, и распределения прочности $f_\rho(r)$ отдельного элемента.

5.3. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ НЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Пример 5.1. Система состоит из 12 000 однотипных элементов, средняя интенсивность отказов которых $\lambda = 0,32 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$.

Требуется определить вероятность безотказной работы в течение интервала времени $t = 50 \text{ ч}$ и среднюю наработку до первого отказа.

Решение. Интенсивность отказов системы в соответствии с (5.6) равна

$$\lambda_0 = \lambda n = 0,32 \cdot 12\,000 \cdot 10^{-6} = 3,84 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}.$$

Вероятность безотказной работы:

$$P(50) = e^{-\lambda_0 t} = e^{-0,192} \approx 0,825.$$

Средняя наработка до первого отказа:

$$T = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{3,84 \cdot 10^{-3}} \approx 260 \text{ ч}.$$

Пример 5.2. Система состоит из трех устройств. Интенсивность отказов электронного устройства равна $\lambda_1 = 0,16 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$. Интенсивности отказов двух электромеханических устройств зависят от времени и определяются следующими формулами:

$$\begin{aligned} \lambda_2 &= 0,23 \cdot 10^{-4} t, \text{ ч}^{-1}; \\ \lambda_3 &= 0,6 \cdot 10^{-7} t^{2,6}, \text{ ч}^{-1}. \end{aligned}$$

Требуется определить вероятность безотказной работы изделия в течение 100 ч.

Решение. В соответствии с формулой (5.4) имеем

$$\begin{aligned} P(t) &= \exp \left[- \sum_{i=0}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt \right] = \exp \left[- \int_0^t \lambda_1(t) dt - \int_0^t \lambda_2(t) dt - \int_0^t \lambda_3(t) dt \right] = \\ &= \exp \left(-\lambda_1 t - 0,23 \cdot 10^{-4} \frac{t^2}{2} + 0,6 \cdot 10^{-7} \frac{t^{3,6}}{3,6} \right). \end{aligned}$$

Для $t = 100 \text{ ч}$ имеем $P(100) \approx 0,33$.

Пример 5.3. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $p(t) = 0,9997$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из $n = 100$ таких элементов.

Решение. Вероятность безотказной работы системы равна $P(t) = p^n(t) = (0,9997)^{100}$. Так как вероятность $P(t)$ близка к 1, то воспользуемся приближенной формулой и получим

$$P(t) \approx 1 - n[1 - p(t)] \approx 1 - 100 \cdot 0,0003 = 0,97.$$

Пример 5.4. На рис. 5.1а представлена схема включения конденсаторной батареи. Интенсивность отказов конденсаторов $\lambda_2 = \dots = \lambda_{11} = 0,01$ год⁻¹, интенсивность отказов предохранителя $\lambda_1 = 0,024$ год⁻¹. Установка выполнена так, что при выходе из строя любого конденсатора или предохранителя батарея не выполняет своих функций, т. е. с точки зрения надежности она отказывает. Требуется определить вероятность безотказной работы батареи по истечении года ее эксплуатации и среднюю наработку на отказ.

Решение. На рис. 5.1б изображена расчетная схема надежности, где все элементы включены последовательно. Интенсивность отказов конденсаторной батареи определим по формуле

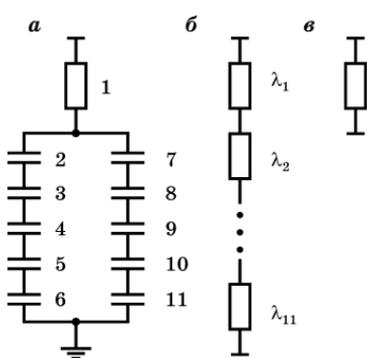


Рис. 5.1

Схема конденсаторной батареи: а — конденсаторная батарея; б — расчетная схема; в — эквивалентный расчетный элемент.

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{11} \lambda_i = 10 \cdot 0,01 + 0,024 = 0,124 \text{ год}^{-1}.$$

На рис. 5.1в батарея представлена эквивалентным элементом с интенсивностью отказов λ_0 .

По отношению к более сложной системе (схеме), в которой составной частью является конденсаторная батарея, эта установка будет элементом с параметром λ_0 .

Вероятность безотказной работы батареи за год:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} = e^{-0,124} = 0,883,$$

Средняя наработка до отказа:

$$T_0 = \frac{1}{\lambda_0} = \frac{1}{0,124} = 8,065 \text{ года.}$$

Результат расчета показывает, что надежность неремонтируемой батареи конденсаторов за 1 год непрерывной работы мала. Для обеспечения более высокого уровня ее надежности необходимо предусмотреть более качественное техническое обслуживание.

Пример 5.5. Определить вероятность безотказной работы полосового фильтра (рис. 5.2а) в течение времени $t = 1000$ ч. Коэффициент нагрузки $k_n = 1$, температура окружающей среды $\theta = 20^\circ\text{C}$, интенсивности отказов элементов:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (R1), & \lambda_2 &= 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (R2), \\ \lambda_3 &= 0,1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (R3), & \lambda_4 &= 0,04 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (R4), \\ \lambda_5 &= 0,11 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (R5), & \lambda_6 &= 0,11 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (C1), \\ \lambda_7 &= 0,05 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (C2), & \lambda_8 &= 0,3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1} (DA1). \end{aligned}$$

Полосовой фильтр (рис. 5.2а) предназначен для выделения из входного сигнала $u_{\text{вх}}$ произвольной формы составляющих с частотами в заданном диапазоне Δf (от f_1 до f_2).

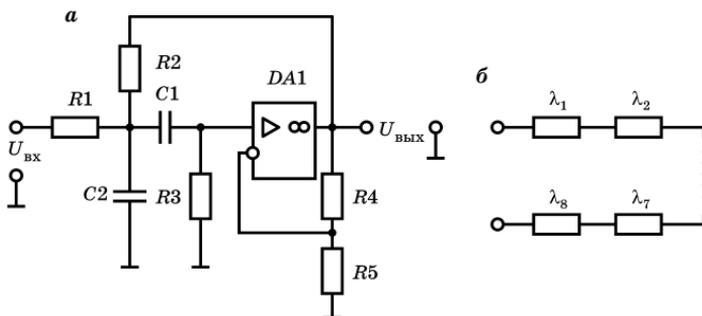


Рис. 5.2
Схема полосового фильтра (а) и структурная схема расчета надежности (б)

Решение. При соответствии параметров всех элементов фильтра расчетным значениям уравнение он выполняет свою функцию, т. е. остается работоспособным. При отклонении хотя бы одного параметра любого элемента от расчетного значения свойства фильтра нарушаются, и он не выполняет свою задачу. Это означает, что произошел отказ фильтра.

Следовательно, каждый элемент фильтра с точки зрения его надежности соединен в структурную схему надежности фильтра последовательно. Следовательно, схема расчета надежности фильтра имеет вид, показанный на рис. 5.2б.

Для электронных систем в период нормальной эксплуатации справедлив экспоненциальный закон распределения времени безотказной работы. Поэтому вероятность безотказной работы полосового фильтра определяем по формуле

$$P(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} = \exp(-\lambda_0 t),$$

где λ_0 — интенсивность отказа фильтра с учетом условий (режимов применения).

Интенсивность отказов фильтра определим по формуле

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^8 \lambda_i^*,$$

где $\lambda_i^* = \alpha_i \lambda_i$, $i = 1, \dots, 8$.

Поправочные коэффициенты α_i , которые учитывают условия (режим) применения, определяем по табличным данным в гл. 4.

В нашем случае: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \alpha_4 = \alpha_5 = 0,9$ для резисторов R1–R5 типа МЛТ; $\alpha_6 = \alpha_7 = 1,0$ для конденсаторов C1, C2 типа КТК; $\alpha_8 = 1,0$ для микросхемы.

Таким образом, для интенсивности отказов фильтра имеем

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 0,9 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} + 0,9 \cdot 0,11 \cdot 10^{-6} + \\ &\quad + 0,9 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} + 0,9 \cdot 0,11 \cdot 10^{-6} + \\ &\quad + 1,0 \cdot 0,05 \cdot 10^{-6} + 1,0 \cdot 0,04 \cdot 10^{-6} + 1,0 \cdot 0,3 \cdot 10^{-6} = \\ &= 0,858 \cdot 10^{-6}, \text{ ч}^{-1}. \end{aligned}$$

Вероятность безотказной работы фильтра в заданных условиях эксплуатации равна

$$P(t) = \exp(-0,85 \cdot 10^{-6} \cdot 10^3) = \\ = 1 - 0,85 \cdot 10^{-3} = 1 - 0,000858 = 0,999142.$$

Контрольные вопросы

1. Объясните, как формулируется понятие отказа при расчете надежности.
2. Объясните методику составления структурной схемы расчета надежности системы.
3. Как учитываются режимы работы элементов системы при расчете надежности?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определить вероятность безотказной работы в течение 1000 часов непрерывного функционирования и среднее время безотказной работы дифференцирующей цепи, которая состоит из резистора МЛТ и конденсатора КТК с номинальными интенсивностями отказов $3 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ и $8 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Температура окружающей среды равна $+80^\circ\text{C}$, коэффициенты нагрузки равны соответственно 0,6 и 0,8.

2. Определить вероятность безотказной работы в течение 2000 часов непрерывного функционирования и среднее время безотказной работы интегрирующей цепи, которая состоит из резистора МЛТ и конденсатора КТК с номинальными интенсивностями отказов $5 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$ и $9 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Температура равна $+60^\circ\text{C}$, коэффициенты нагрузки резистора и конденсатора равны соответственно 0,8 и 1,0.

3. Определить время, в течение которого резервированная часть схемы из 8 однотипных резисторов МЛТ обеспечит вероятность безотказной работы не ниже 0,95 при температуре $+60^\circ\text{C}$ и коэффициенте нагрузки, который равняется 1. Чему равно среднее время безотказной работы такого устройства?

4. Вероятность безотказной работы одного элемента в течение времени t равна $P(t) = 0,9998$. Требуется определить вероятность безотказной работы системы, состоящей из 100 таких элементов.

5. Вероятность безотказной работы системы, состоящей из 100 одинаковых элементов, в течение заданного интервала времени равна $P(t) = 0,96$. Определите вероятность безотказной работы элемента.

6. Система состоит из двух устройств. Вероятности безотказной работы каждого из устройств в течение 100 ч равны $P_1(t) = 0,95$; $P_2(t) = 0,98$. Принимая допущение об экспоненциальном законе надежности, определите среднюю наработку до первого отказа системы.

7. Определить время, в течение которого нерезервированная конденсаторная батарея, состоящая из 10 однотипных конденсаторов КТК, обеспечит вероятность безотказной работы не ниже 0,98 при температуре $+80^\circ\text{C}$ и коэффициенте нагрузки, который равен 0,8. Чему равно среднее время безотказной работы батареи?

8. Устройство состоит из $N = 5$ блоков, надежность каждого из которых характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t . При этом $P_1(t) = 0,97$; $P_2(t) = P_3(t) = 0,98$; $P_4(t) = 0,985$; $P_5(t) = 0,99$. Определите вероятность безотказной работы устройства.

9. Система состоит из трех модулей, средние наработки до первого отказа которых равны соответственно: $T_1 = 200$ ч; $T_2 = 300$ ч; $T_3 = 500$ ч. Для модулей справедлив экспоненциальный закон надежности. Определите среднюю наработку до отказа всей системы.

10. Выполнить расчет надежности типовых электронных схем (рис. 5.3–5.6). Требуется:

а) объяснить работу и указать назначение элементов электрической схемы и их влияние на надежность устройства;

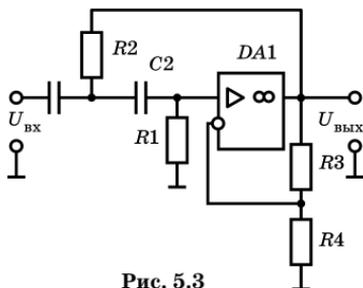


Рис. 5.3

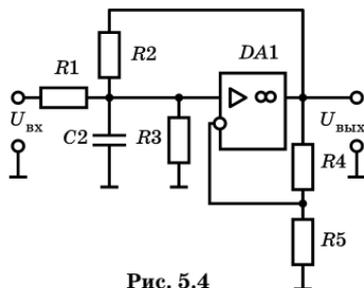


Рис. 5.4

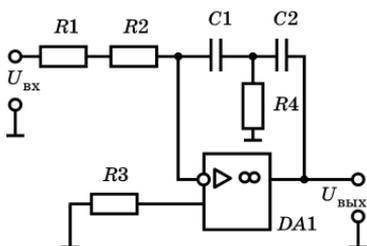


Рис. 5.5

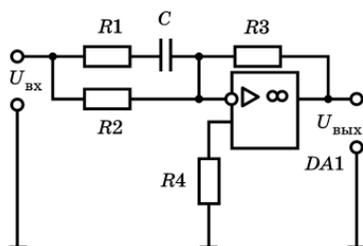


Рис. 5.6

б) составить структурную схему расчета надежности устройства;

в) с учетом условий эксплуатации (температуры) и режимов работы схемы (коэффициента нагрузки k_n) выбрать по таблицам поправочный коэффициент для вычисления интенсивности отказов элементов;

г) вычислить интенсивность отказов всех элементов схемы и определить вероятность ее безотказной работы с учетом заданного времени эксплуатации t .

Варианты заданий приведены в табл. 5.1.

Таблица 5.1

Интенсивность отказов элементов схемы, $\lambda \cdot 10^6, \text{ч}^{-1}$

№ вар.	№ рис.	R1	R2	R3	R4	R5	C1	C2	VD1, VD2	DA1	T, °C	k_n	t, ч
1	5.3	0,1	0,08	0,09	0,1	—	0,05	0,06	—	0,3	60	0,6	3000
2	5.4	0,1	0,11	0,1	0,11	0,1	0,05	0,04	—	0,2	80	0,4	500
3	5.5	0,11	0,1	0,09	0,1	—	0,06	0,06	—	0,3	20	1,0	1000
4	5.6	0,1	0,08	0,09	0,1	—	0,05	—	—	—	40	0,8	2000

ГЛАВА 6

НАДЕЖНОСТЬ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

В эксплуатации различных систем широко распространен способ повышения их надежности за счет введения в схему системы дополнительных или резервных элементов, которые могут работать параллельно с основными элементами или подключаться на место отказавшего элемента.

В настоящей главе рассмотрены основные способы резервирования, применяемые для повышения надежности технических систем, их эффективность и особенности.

6.1. ОСНОВНЫЕ СПОСОБЫ РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

В общем случае **резервирование** — это применение дополнительных средств и возможностей с целью сохранения работоспособного состояния объекта при отказе одного или нескольких его элементов. Резервированной называется такая система, в которой отказ наступает только после отказа любого основного элемента и всех резервных у этого элемента. Таким образом, резервирование — это метод повышения надежности системы путем введения избыточности, за счет которой при отказе ее элементов обеспечивается нормальное функционирование.

Резервирование в современных технических системах обеспечивается различными способами. Наиболее распространенные способы резервирования показаны на рис. 6.1.

Структурное, или аппаратное, резервирование предусматривает использование резервных элементов структу-

ры объекта. При таком способе в минимально необходимый вариант объекта вводятся дополнительные или резервные элементы, предназначенные для выполнения функций основных элементов в случае их отказов.

Временное резервирование основано на использовании резервов времени. В этом случае на выполнение системой заданных функций отводится время, превышающее минимально необходимое.

Информационное резервирование основано на увеличении информационных ресурсов системы. Примерами информационного резервирования могут служить специальные коды, обнаруживающие и корректирующие ошибки при передаче данных по каналам связи, за счет введения дополнительных символов, способ многократной передачи одного и того же сообщения по линии связи и др.

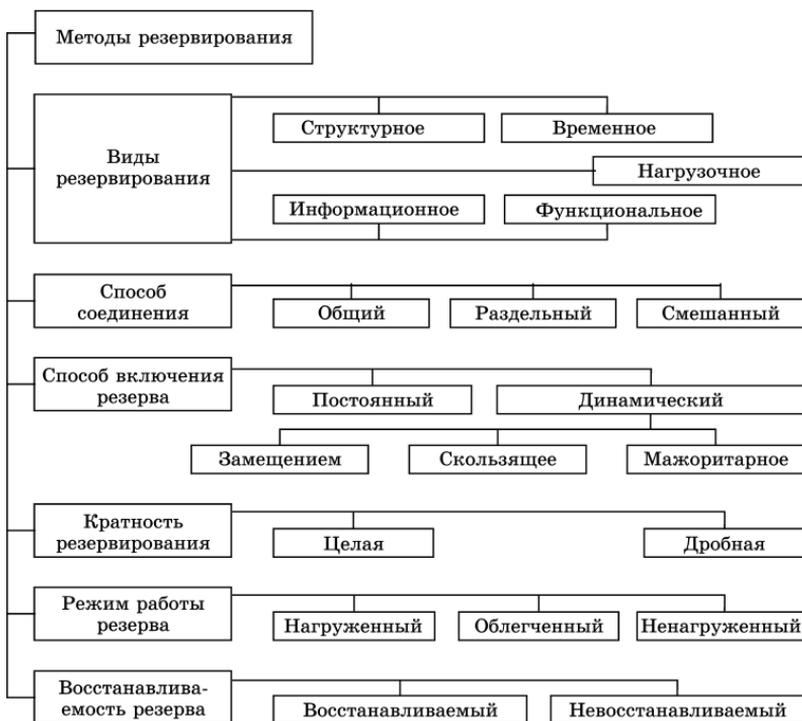


Рис. 6.1
Способы резервирования

Функциональное резервирование основано на возможности выполнения объектом заданной функции различными способами и техническими средствами. Например, электропитание средств связи может осуществляться от выпрямителей или аккумуляторных батарей, аварийное переключение в системе может быть выполнено автоматической системой или оператором и др.

При анализе технических систем с функциональным резервированием используют преимущественно такие показатели надежности, как вероятность выполнения данной функции, среднее время выполнения функции, коэффициент готовности для выполнения заданной функции.

Нагрузочное резервирование состоит в использовании специальных нагрузочных резервов. При этом обеспечиваются оптимальные запасы способности элементов выдерживать действующие на них нагрузки. Кроме этого возможно введение дополнительных защитных или разгружающих элементов.

Рассмотренные способы резервирования применяются к системе в целом или к отдельным ее элементам или группам элементов. В первом случае резервирование называют общим, а во втором — раздельным. Смешанным называют резервирование, использующее различные способы.

В зависимости от способа включения резервных элементов различают резервирование постоянное, динамическое, замещением, скользящее и мажоритарное. **Постоянное** резервирование реализуется без перестройки структуры системы при возникновении отказа ее элемента. В этом случае не предусматривается использование специальных устройств, вводящих в работу резервные элементы при отказе основных. В простейшем случае постоянное резервирование представляет собой параллельное соединение элементов без переключающих устройств.

Динамическое резервирование предусматривает перестройку структуры системы при отказе его элемента. Частный случай динамического резервирования — это резервирование **замещением**, при котором функции основного элемента передаются резервному только после отказа основного элемента. При таком способе не нарушается ре-

жим работы резерва, сохраняются характеристики резервных элементов, так как при работе основных элементов они находятся в нерабочем состоянии. Поэтому имеется возможность рационального использования резервного элемента для нескольких основных. Недостатком резервирования замещением считается необходимость применения переключающих устройств, которые сами могут снижать надежность системы.

Частным случаем резервирования замещением является **скользящее** резервирование. При таком способе группа основных элементов объекта резервируется одним или несколькими резервными элементами, каждый из которых может заменить любой из отказавших основных элементов в данной группе.

Мажоритарное резервирование, т. е. использующее «голосование», основано на применении дополнительно элемента, называемого мажоритарным или логическим элементом. Этот элемент выполняет сравнение сигналов, поступающих от элементов, выполняющих одну и ту же функцию. При совпадении результатов они считаются истинными и поступают на выход устройства. Мажоритарное резервирование обеспечивает повышение надежности при любых видах отказов элементов и повышение достоверности информационно-логических объектов.

Степень избыточности характеризуется кратностью резервирования m , под которой понимается отношение числа резервных объектов к числу основных. При резервировании с целой кратностью величина m есть целое число (например, если $m = 2$, то на один основной объект приходится два резервных). При резервировании с дробной кратностью получается дробное несокращаемое число. Например, при $m = 4/2$ резервных объектов — 4, основных — 2, общее число объектов — 6. Сокращать дробь нельзя, так как новое отношение будет отражать совсем другой физический смысл.

В зависимости от режима работы резерва различают нагруженный, облегченный и ненагруженный резервы. **Нагруженный** резерв содержит один или несколько резервных элементов, находящихся в режиме основного

элемента. В этом случае предполагается, что резервные и основной элементы имеют одинаковые показатели надежности. При **облегченном** резерве один или несколько резервных элементов находятся в менее нагруженном режиме, чем основной. В этом случае считается, что элементы облегченного резерва имеют более высокий уровень надежности, чем основные элементы. **Ненагруженный** резерв содержит один или несколько элементов, находящихся в ненагруженном режиме до начала выполнения им функции основного элемента. Для элементов ненагруженного резерва предполагается, что они не отказывают и не достигают предельного состояния.

В технических системах используется резервирование с восстановлением и без восстановления. В первом случае при возникновении отказов резервных элементов они подлежат восстановлению, во втором случае — нет. Восстанавливаемость резерва обеспечивается при наличии контроля работоспособности элементов.

6.2. ОБЩЕЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ С ПОСТОЯННО ВКЛЮЧЕННЫМ РЕЗЕРВОМ И С ЦЕЛОЙ КРАТНОСТЬЮ

Резервированная схема изображена на рис. 6.2. Данная схема аналогична основной «0» электрической цепи с последовательно включенными элементами. Параллельно ей включено m резервных цепей, имеющих точно такие же параметры элементов, как и в основной цепи.

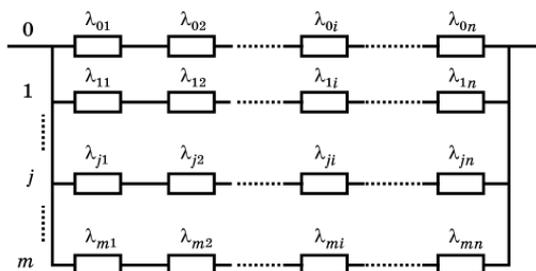


Рис. 6.2

Схема с общим нагруженным резервированием
(количество резервных цепей $0 \leq j \leq m$)

Анализ выполним при следующих допущениях:

- отказы элементов являются случайными и независимыми событиями;
- основная и резервные цепи равнонадежны;
- ремонт резервированной системы не производится.

Исходя из принятых допущений и используя формулу (5.1), определим вероятности безотказной работы для основной и резервных цепей:

$$P_0(t) = \prod_{i=1}^n P_{0i}(t) = \prod_{i=1}^n P_{ji}(t) = \dots = \prod_{i=1}^n P_{mi}(t),$$

где $P_{0i}(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента основной «0» цепи; $P_{ji}(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента j -й цепи.

Поскольку все одноименные элементы в каждой цепи имеют одинаковые параметры и находятся в одинаковых условиях, то их надежность в одно и то же время t одинакова. Следовательно, для всех цепей

$$P_0(t) = P_1(t) = \dots = P_j(t) = \dots = P_m(t).$$

Вероятность отказов анализируемых цепей соответственно равна

$$\begin{aligned} Q_0(t) &= 1 - P_0(t) = \dots = \\ &= [1 - P_j(t)] = \dots = [1 - P_m(t)]. \end{aligned} \quad (6.1)$$

Определим понятие отказа системы. Она откажет, если откажет основная цепь и все резервные. Вероятность отказа системы определим по формуле

$$Q(t) = \prod_{j=1}^{m+1} Q_0(t),$$

где $Q_0(t)$ — вероятность отказа основной цепи.

Поскольку все цепи идентичны и находятся в одинаковых условиях, то

$$Q_0(t) = Q_1(t) = \dots = Q_j(t) = \dots = Q_m(t)$$

и вероятность отказа системы равна

$$Q(t) = [Q_0(t)]^{m+1}.$$

Воспользовавшись выражением (6.1), запишем для вероятности отказа соотношение

$$Q(t) = [1 - P_0(t)]^{m+1} = \left[1 - \prod_{i=1}^n P_{0i}(t) \right]^{m+1}.$$

Резервированная система может находиться в одном из двух несовместимых состояний — работоспособном, когда хотя бы одна из цепей работоспособна, и отказа, когда отказали все $m + 1$ цепи. Следовательно,

$$P(t) + Q(t) = 1.$$

В результате получаем, что вероятность безотказной работы системы с количеством цепей $m + 1$ равна

$$P(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^n P_{0i}(t) \right]^{m+1}. \quad (6.2)$$

В случае, когда $\lambda_{ji} = \text{const}$, для каждой из цепей (поток отказов простейший) справедливо уравнение

$$\prod_{i=1}^n P_{0i}(t) = \prod_{i=1}^n e^{-\lambda_{0i}t} = e^{-\lambda_0 t}, \quad (6.3)$$

где

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_{0i} = \dots = \sum_{i=1}^n \lambda_{ji} = \dots = \sum_{i=1}^n \lambda_{mi}.$$

Преобразуем выражение (6.2) с учетом (6.3) и получим

$$P(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1},$$

где $e^{-\lambda_0 t} = P_0(t)$ — вероятность безотказной работы основной цепи.

Средняя наработка до отказа резервированной системы определяется по формуле

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt = \int_0^{\infty} [1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}] dt,$$

которая после преобразований принимает вид

$$T = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1} = T_0 \sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1}, \quad (6.4)$$

где T_0 — средняя наработка до отказа основной цепи.

Интенсивность отказов системы определяется по выражению

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt} = \frac{\lambda_0(m+1)e^{-\lambda_0 t}(1-e^{-\lambda_0 t})^m}{1-(1-e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}. \quad (6.5)$$

При анализе высоконадежных систем, удовлетворяющих условию $\lambda_0 t \leq 0,01$, функцию $e^{-\lambda_0 t}$ можно приближенно представить в виде разложения $e^{-\lambda_0 t} \approx 1 - \lambda_0 t$. В этом случае выражения для основных показателей надежности могут быть с достаточной для практики точностью записаны в виде

$$P(t) = 1 - (\lambda_0 t)^{m+1}; \quad Q(t) = (\lambda_0 t)^{m+1}; \quad T = \frac{1}{\lambda_0} \sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1};$$

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0(1-\lambda_0 t)(m+1)(\lambda_0 t)^m}{1-(\lambda_0 t)^{m+1}} = \frac{\lambda_0^{m+1}(m+1)t^m}{1 + \lambda_0 t + (\lambda_0 t)^2 + \dots + (\lambda_0 t)^m}.$$

На рис. 6.3 и рис. 6.4 показаны графики зависимостей соответственно $P(t) = P[P_0(t), m]$, $P(t) = P(t, m)$ и $T = T(m)$, иллюстрирующие повышение надежности при использовании общего нагруженного резервирования.

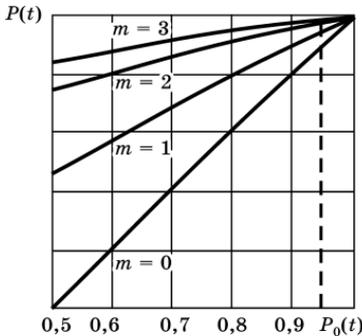
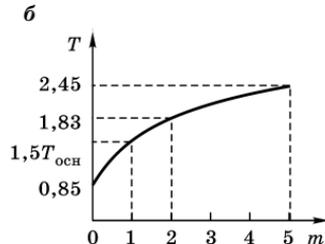
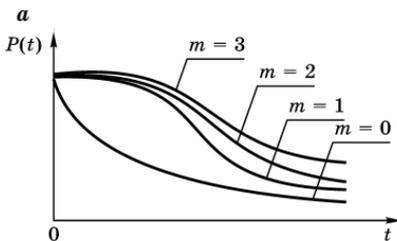


Рис. 6.3
Вероятность безотказной работы при общем резервировании

Рис. 6.4
Вероятность безотказной работы (а) и время наработки до отказа (б) системы при включении m резервных цепей



Выполненный анализ закономерностей увеличения надежности системы при общем резервировании позволяет сделать следующие выводы.

1. Наибольшее увеличение надежности имеет место при $m = 1$, т. е. при добавлении первого резервного элемента. Дальнейшее увеличение кратности резервирования приводит к меньшему росту надежности. Таким образом, наиболее эффективным является резервирование с небольшими кратностями.

2. Из анализа графиков, показанных на рис. 6.3 и рис. 6.4, следует, что выигрыш в надежности за счет увеличения m снижается при увеличении времени непрерывной работы системы. Физически это объясняется тем, что все основные и резервные элементы постоянно включены, функционируют одновременно в одинаковых условиях, т. е. используется ресурс как основных, так и резервных систем.

3. При низких значениях $P_0(t)$, например, при $P_0(t) = 0,8$, резервирование при $m > 2$ приводит к существенному повышению надежности. Однако с увеличением вероятности безотказной работы основной цепи $P_0(t)$ эффективность применения нескольких резервных ветвей резко снижается. Если надежность основной цепи $P_0(t) = 0,95$, то заметен существенный прирост $P(t)$ при включении только одной резервной цепи.

4. При использовании элементов высокой надежности, средняя наработка до отказа которых превышает 10 лет, а стоимость объектов значительна, как правило, оказывается целесообразной организация серии мероприятий, которые обеспечивают повышение $P_0(t)$ основного объекта до уровня более 0,95 без существенных затрат. В этом случае для увеличения надежности резервированной системы до требуемого уровня можно обойтись только одной резервной цепью с таким же уровнем надежности, как и в основной цепи.

К позитивным качествам постоянного общего резервирования относится простота реализации резервной системы, отсутствие переключающих элементов, отсутствие перерывов в работе при отказе основного (резервного) элемента.

Недостатками общего резервирования являются непрерывное использование ресурса резервных элементов и нарушение режима работы других элементов при выходе из строя резервных элементов.

6.3. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМЫ ПРИ РАЗДЕЛЬНОМ РЕЗЕРВИРОВАНИИ С ПОСТОЯННО ВКЛЮЧЕННЫМ РЕЗЕРВОМ

Расчетная схема надежности для случая отдельного резервирования показана на рис. 6.5.

Отказ этой системы происходит при отказе любого блока. Совпадение работоспособных состояний n блоков системы гарантирует работоспособное состояние системы. Вероятность отказа i -го блока определяется по формуле

$$Q_{\text{бл.}i}(t) = \prod_{j=1}^{m+1} Q_{ij} = \prod_{j=1}^{m+1} [1 - P_{ij}(t)],$$

где $Q_{ij}(t)$ и $P_{ij}(t)$ — вероятности отказа и безотказной работы j -го элемента в i -м блоке.

Вероятность безотказной работы i -го блока равна

$$P_{\text{бл.}i}(t) = 1 - \prod_{j=1}^{m+1} [1 - P_{ij}(t)].$$

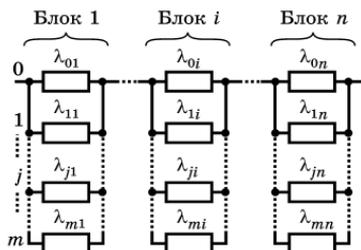


Рис. 6.5

Расчетная схема надежности с отдельным резервированием

Вероятности безотказной работы и отказа резервированной системы при отдельном резервировании определяются по выражениям соответственно

$$P(t) = \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{m+1} [1 - P_{ij}(t)] \right\}; \tag{6.6}$$

$$Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - \prod_{j=1}^{m+1} [1 - P_{ij}(t)] \right\}. \tag{6.7}$$

Обычно основные и резервные элементы равнонадежные, т. е. можно принять $P_{ij}(t) = P_i(t)$. В этом случае формулы (6.6) и (6.7) принимают вид

$$P(t) = \prod_{i=1}^n \{1 - [1 - P_i(t)]^{m+1}\}; \quad (6.8)$$

$$Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n \{1 - [1 - P_i(t)]^{m+1}\}. \quad (6.9)$$

Если отказы элементов соответствуют простейшему потоку случайных событий и для них справедлив экспоненциальный закон распределения, т. е. $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$, то выражения (6.8) и (6.9) принимают вид соответственно

$$P(t) = \prod_{i=1}^n [1 - (1 - e^{-\lambda_i t})^{m+1}];$$

$$Q(t) = 1 - \prod_{i=1}^n [1 - (1 - e^{-\lambda_i t})^{m+1}].$$

Для систем с равнонадежными элементами, т. е. $\lambda_i = \lambda_0 = \text{const}$ формулы (6.6)–(6.9) преобразуются следующим образом:

$$P(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}]^n; \quad (6.10)$$

$$Q(t) = 1 - [1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}]^n. \quad (6.11)$$

Выражения для средней наработки до отказа и интенсивности отказов с учетом формул (6.4) и (6.5) имеют вид

$$T = T_0 \left[\sum_{j=0}^m \frac{1}{j+1} + \sum_{i=1}^{n-1} (-1)^i C_{n-1}^i \sum_{j=1}^{m+1} \frac{1}{im+j+1} \right];$$

$$\lambda(t) = \frac{n(m+1)\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} (1 - e^{-\lambda_0 t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^{m+1}}.$$

Для высоконадежных систем можно принять

$$e^{-\lambda_0 t} \approx 1 - \lambda_0 t$$

и привести формулы (6.10) и (6.11) к виду

$$P(t) = e^{-\lambda_0 n t} (1 + \lambda_0 n t); \quad Q(t) = 1 - e^{-\lambda_0 n t} (1 + \lambda_0 n t);$$

$$\lambda(t) = \frac{n(m+1)(1 - \lambda_0 t)\lambda_0^{m+1} t^m}{1 - \lambda_0^{m+1} t^{m+1}}.$$

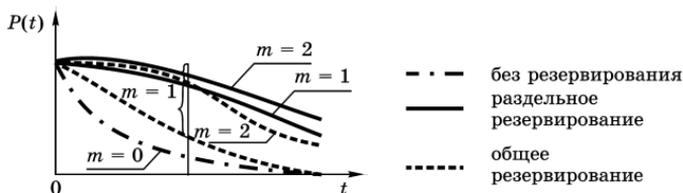


Рис. 6.6
Графики зависимостей $P(t)$ при разных способах резервирования

На основе полученных выражений можно сделать следующие выводы.

1. При раздельном постоянном резервировании влияние числа элементов системы n и кратности m на надежность системы такое же, как при общем постоянном резервировании.

2. Раздельное резервирование обеспечивает при одной и той же кратности более высокие показатели надежности, чем общее резервирование. Это подтверждается графиком зависимости вероятности безотказной работы от времени при разных способах и кратностях резервирования (рис. 6.6).

3. Эффективность раздельного резервирования по сравнению с общим резервированием увеличивается с ростом кратности m , возрастанием интенсивности отказов (числа элементов n).

Недостатком раздельного (поэлементного) резервирования является сложность его практической реализации вследствие взаимовлияния элементов при отказах.

6.4. НАДЕЖНОСТЬ СИСТЕМ С НАГРУЖЕННЫМ ДУБЛИРОВАНИЕМ

Способ нагруженного дублирования является частным случаем общего нагруженного резервирования с целой кратностью $m = 1$, т. е. на одну основную цепь приходится одна резервная цепь, находящаяся под нагрузкой. На рис. 6.7 изображена расчетная схема надежности для такой системы.

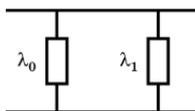


Рис. 6.7
Расчетная схема нагруженного дублирования ($\lambda_0 = \lambda_1 = \text{const}$)

Вероятность безотказной работы системы определим с использованием формулы (6.2) и получим выражение

$$P(t) = 1 - [1 - P_0(t)]^2, \quad (6.12)$$

где $P_0(t)$ — вероятность безотказной работы основной цепи, $P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}$.

Среднюю наработку системы до отказа определим по выражению (6.4):

$$T = T_0 \left(1 + \frac{1}{1+1} \right) = 1,5T_0.$$

Зависимость интенсивности отказов системы от времени определяется по формуле

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} \frac{dP(t)}{dt},$$

подстановка в которую выражения (6.12) и его производной приводит к выражению

$$\lambda(t) = 2\lambda_0 \frac{(1 - e^{-\lambda_0 t})e^{-\lambda_0 t}}{1 - (1 - e^{-\lambda_0 t})^2}.$$

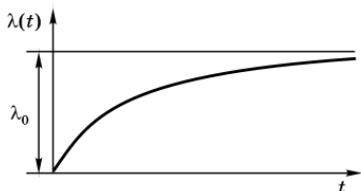


Рис. 6.8

Зависимость интенсивности отказов от времени при нагруженном дублировании ($\lambda_0 = \lambda_1 = \text{const}$)

Для построения графика $\lambda(t)$ (рис. 6.8) определим предельные значения этой функции:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \lambda(t) = 0; \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lambda_0.$$

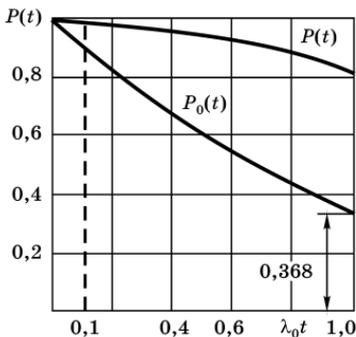


Рис. 6.9

Зависимость вероятностей безотказной работы основной цепи $P_0(t)$ и системы из двух элементов $P(t)$ от $\lambda_0 t$

Из графика, показанного на рис. 6.8, следует, что интенсивность отказов системы со временем возрастает. Это свидетельствует о том, что при большом t вероятность отказа одной из цепей высока, и система может перейти в режим работы с одним элементом $\lambda = \lambda_0$. Отметим также начальный этап ($t \approx 0$). В этом случае система имеет очень высокую надежность: $\lambda(t) \approx 0$.

На рис. 6.9 представлен график функции $P(t)$, построенный по зависимости (6.12). Там же дан график вероятности безотказной работы $P_0(t)$ основной цепи (без резерва). Графики свидетельствуют о значительном повышении надежности системы, функционирующей в режиме нагруженного дублирования.

Пример 6.1. В системе электроснабжения при профилактических работах, связанных с подготовкой электроустановок к работе зимой или для производства летних работ, многие электроустановки планово отключаются два раза в год. Требуется определить вероятность безотказной работы электрооборудования, функционирующего в режиме нагруженного дублирования, при $T_0 \geq 10$ лет, $\lambda_0 \leq 10^{-1}$ 1/год и $t = 0,5$ года.

Решение. Подставив в формулу (6.12) значение

$$P_0(t) = e^{-\lambda_0 t} = e^{-0,1 \cdot 0,5} = 0,951,$$

получим $P(t = 0,5) > 0,998$.

Приведенный пример наглядно показывает, что за счет технического обслуживания достигается высокий уровень надежности неремонтируемых систем, работающих по способу нагруженного дублирования значительное время.

Следует отметить, что при эксплуатации дублированной неремонтируемой системы без технического обслуживания в течение длительного времени уровень ее надежности становится недопустимо низким.

6.5. ОБЩЕЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ЗАМЕЩЕНИЕМ

Во многих технических системах, например в электроустановках, широко используется метод повышения надежности за счет использования резервного устройства, находящегося в ненагруженном состоянии. Резервный блок автоматически включается при отказе основного устройства. Опираясь на результаты, описанные в 6.1, проанализируем только вариант дублирования замещением, так как в большинстве случаев на практике для

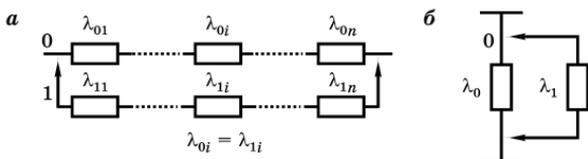


Рис. 6.10
 Схема системы (а) и расчетная схема надежности (б)
 при дублировании замещением

обеспечения высокой надежности оказывается достаточно одной резервной цепи.

Предположим, что приборы, обнаруживающие отказ основной цепи, и коммутационные аппараты, отключающие отказавшую цепь и включающие резервную, также абсолютно надежны. Резервная ненагруженная цепь, находящаяся в режиме ожидания, работоспособна и не изменяет своих характеристик. Каждая из цепей состоит из n последовательных элементов (рис. 6.10а). Поток отказов простейший:

$$\lambda_{01} = \lambda_{11} = \text{const}; \quad \lambda_{0i} = \lambda_{1i} = \text{const}; \quad \lambda_{0n} = \lambda_{1n} = \text{const}.$$

Учитывая, что

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^n \lambda_{0i}; \quad \lambda_1 = \sum_{i=1}^n \lambda_{1i}; \quad \lambda_0 = \lambda_1,$$

расчетная схема надежности анализируемой системы может быть представлена в виде, показанном на рис. 6.10б.

Выполним анализ событий, которые могут произойти с системой на отрезке времени t . Рассмотрим возможные гипотезы.

1. Основная цепь отработала успешно все время t , и резервную цепь (1) включать не потребовалось. Вероятность этого режима работы системы равна $P_0(t)$.

2. Основная цепь исправно работала в течение интервала времени τ , затем отказала. При этом сразу же включилась резервная цепь и успешно проработала до конца времени t с вероятностью безотказной работы $P_1(t - \tau)$.

Для перехода системы во второй режим необходимо совпадение двух событий — отказ основной цепи и успешная работа включенной под нагрузку резервной цепи. Ма-

тематической моделью совпадения этих событий является произведение их вероятностей. На рис. 6.11 изображен график плотности вероятности появления отказа основной цепи $f_0(t)$. Выделим достаточно малый интервал $d\tau$, следующий за интервалом τ . Произведение $f_0(\tau)d\tau = q(d\tau)f_0(t) d\tau = q_0(d\tau)$ есть вероятность отказа основной цепи на интервале $d\tau$ (заштрихованная площадка). Выражение $P_1(t - \tau)f_0(t)d\tau$ представляет собой математическую оценку факта отказа основной цепи и успешного включения в работу резервной цепи в момент времени $(t - \tau)$.

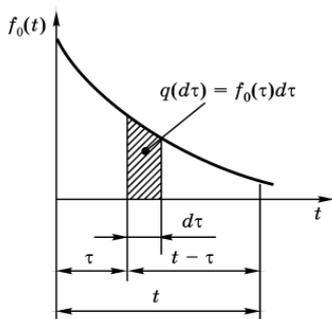


Рис. 6.11
График функции $f_0(t)$ системы, дублированной замещением

В соответствии с формулой полной вероятности вероятность безотказной работы анализируемой системы в течение времени t определяется по выражению

$$P(t) = P_0(t) + P_{1/0}(t, \tau),$$

где $P_{1/0}(t, \tau)$ — вероятность безотказной работы цепи «1» в течение времени t при условии, что отказ основной цепи «0» произошел в момент t (на интервале $d\tau$). Исходя из условия, что резервная цепь «1» до момента включения своей надежности не теряет, т. е. работоспособна, а отказ основной цепи с последующим мгновенным включением резервной цепи может произойти на интервале от 0 до t ,

$$P_{1/0}(t, \tau) = \int_0^t P_1(t - \tau)f_0(\tau)d\tau.$$

Таким образом, учитывая обе гипотезы, на основе формулы полной вероятности запишем выражение вероятности безотказной работы системы:

$$P(t) = P_0(t) + \int_0^t P_1(t - \tau)f_0(\tau)d\tau.$$

Учитывая, что

$$P_1(t - \tau) = e^{-\lambda_0(t-\tau)}; \quad P_0(t) = e^{-\lambda_0 t}; \quad f_0(\tau) = -P_0'(\tau) = \lambda_0 e^{-\lambda_0 \tau},$$

получим

$$P(t) = (1 + \lambda_0 t) e^{-\lambda_0 t}; \quad (6.13)$$

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt = 2 \frac{1}{\lambda_0} = 2T_0.$$

Интенсивность отказов системы равна

$$\lambda(t) = -\frac{1}{P(t)} P'(t).$$

Используя выражение (6.13) после преобразований, получим

$$\lambda(t) = \lambda_0 \frac{\lambda_0 t}{1 + \lambda_0 t}. \quad (6.14)$$

На рис. 6.12 изображен график интенсивности отказов системы, дублированной по способу замещения. Из формулы (6.14) следует, что эта функция монотонно возрастает от $\lambda_{(t=0)} = 0$ до $\lambda_{(t \rightarrow \infty)} = \lambda_0$; $\lim_{t \rightarrow \infty} \lambda(t) = \lambda_0$.

В первоначальный момент времени интенсивность отказов дублированной системы очень низкая: $\lambda_0 \gg \lambda_{(t=0)}$. Если такую дублированную систему включить на длительный срок, то выигрыш в надежности уменьшается. Это

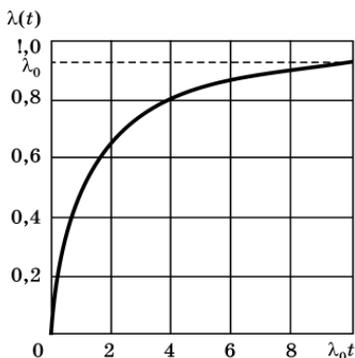


Рис. 6.12

График интенсивности отказов системы, дублированной по способу замещения

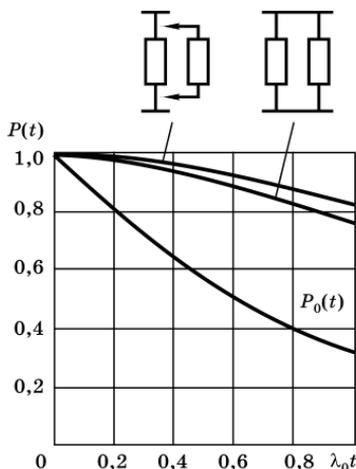


Рис. 6.13

Надежность системы при разных способах дублирования

легко объясняется тем, что с увеличением времени возрастает вероятность отказа основной цепи. При ее отказе вводится в работу резервная цепь с интенсивностью отказов λ_0 .

Сравнение графиков $\lambda(t)$ для систем нагруженного дублирования (рис. 6.8) и дублирования замещением (рис. 6.12) показывают, что они имеют сходство: на начальном этапе работы надежность их высока. На практике важно знать, какой из схем следует отдать предпочтение. Для этого сравним графики вероятности безотказной работы $P(t)$ системы при различных способах дублирования (рис. 6.13).

При $0 \leq \lambda_0 t \leq 1$ обе схемы — нагруженного дублирования и дублирования замещением — при одном и том же оборудовании по уровню надежности практически идентичны. В практических условиях эту разницу ощутить очень трудно. Так, если средняя наработка до отказа основной цепи $T_0 = 5$ годам и время рабочего цикла до планового отключения системы составляет $t = 0,25$ года (один раз в квартал), то

$$\lambda_0 t = \frac{1}{T_0} 0,25 = 0,05 \frac{1}{\text{год}}.$$

При этом вероятность безотказной работы схемы нагруженного дублирования $P_{(0,25)} = 0,9987$, а вероятность безотказной работы схемы дублирования замещением составит $P_{(0,25)} = 0,999$.

В этих условиях выбор схемы включения системы может определить экономический фактор. Например, в схеме электроснабжения потребителя используется два кабеля одинакового сечения из расчета 100% -ного резерва. В начале и конце каждой цепи включены выключатели, отключающие соответствующий отказавший (пробитый) кабель с обеих сторон. При схеме нагруженного дублирования потери мощности в кабелях составляют

$$\Delta P = 2 \left(\frac{I}{2} \right)^2 R = \frac{1}{2} I^2 R,$$

где I — ток потребителя; R — сопротивление цепи одного кабеля.

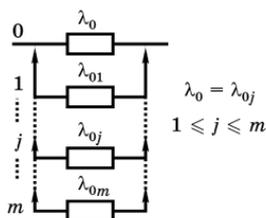


Рис. 6.14
 Расчетная схема
 надежности с общим
 резервным замещени-
 ем: $\lambda_0 = \lambda_{0j}$; $1 \leq j \leq m$

В схеме дублирования замещением потери мощности в кабелях равны $\Delta P = I^2 R$, т. е. в два раза больше, чем при нагруженном дублировании. Таким образом, при практически одинаковом значении вероятностей безотказной работы обеих схем в пределах выбранного цикла наработки до планового отключения вторая схема дублирования замещением экономически не выгодна.

При оценке надежности системы, включенной по схеме общего резервирования замещением с целой кратностью, при $m > 1$ (рис. 6.14) можно использовать следующие расчетные формулы:

$$P(t) = e^{-\lambda_0 t} \sum_{j=0}^m \frac{(\lambda_0 t)^j}{j!}; \quad (6.15)$$

где $j = 0, 1, \dots, m$;

$$T = \frac{1}{\lambda_0} (m + 1) = T_0 (m + 1).$$

Пример 6.2. Система имеет три резервные цепи ($m = 3$), $\lambda_0 = 10^{-4}$ 1/ч. Определим вероятность безотказной работы и среднюю наработку до отказа основной цепи и резервированной системы для $t = 1000$ ч. Для решения воспользуемся формулой (6.15):

$$\begin{aligned} P_{m=3}(t) &= e^{-\lambda_0 t} \left[\frac{(-\lambda_0 t)^0}{0!} + \frac{(-\lambda_0 t)^1}{1!} + \frac{(-\lambda_0 t)^2}{2!} + \frac{(-\lambda_0 t)^3}{3!} \right]; \\ P_{m=3}(1000) &= e^{10^{-4} \cdot 10^3} \left[1 + \frac{(10^{-4} \cdot 10^3)}{1} + \frac{(10^{-4} \cdot 10^3)^2}{2} + \frac{(10^{-4} \cdot 10^3)^3}{6} \right] = \\ &= e^{0,1} \left[1 + \frac{0,1}{1} + \frac{(0,1)^2}{2} + \frac{(0,1)^3}{6} \right] = 0,9048 \cdot 1,10517 = 0,999955. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$P_0(1000) = 0,905; \quad T_0 = \frac{1}{\lambda_0} = 10^4 \text{ ч,}$$

$$P_{m=3}(1000) = 0,999955; \quad T_{m=3} = 4T_0 = 4 \cdot 10^4 \text{ ч.}$$

6.6. СМЕШАННОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ НЕРЕМОНТИРУЕМЫХ СИСТЕМ

На практике часто используют для повышения надежности отдельных элементов (объектов) системы различные способы резервирования, руководствуясь не только задачами надежности, но и экономическими соображениями. На рис. 6.15 показана схема системы электроснабжения потребителя, собранная по основной схеме (одноцепная схема электроснабжения). Такая система не обеспечивает требуемого уровня надежности электроснабжения потребителя за заданное время t . По одному из вариантов повышения надежности предлагается повысить надежность системы по блокам: в блоке кабелей используется нагруженное дублирование, на трансформаторной подстанции — дублирование замещением (рис. 6.16), в блоке высоковольтной линии (ВЛ) — нагруженное дублирование. Предполагается, что надежность выключателей

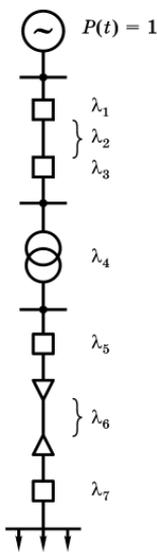


Рис. 6.15
Схема нерезервированной системы питания

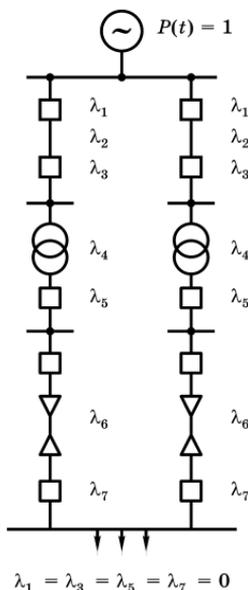


Рис. 6.16
Схема резервированной системы питания

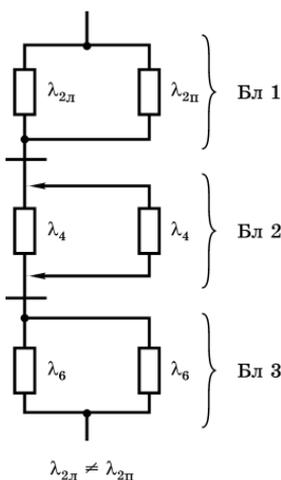


Рис. 6.17
Схема поблочной резервированной системы питания

значительно выше ВЛ, кабелей и трансформаторов. Принимаем вероятность безотказной работы выключателей равной единице. Резервирование ВЛ выполнено элементами $\lambda_{2л}$ и $\lambda_{2п}$ с разными показателями. Требуется составить расчетное выражение по оценке надежности системы электроснабжения.

Сформулируем понятие отказа. Данная система будет работоспособна, если совпадут работоспособные состояния всех трех блоков: ВЛ, трансформаторной подстанции и блока кабелей. Расчетная схема представлена на рис. 6.17. Следовательно, вероятность безотказной работы этой системы равна

$$P(t) = P_{\text{бл.1}}(t)P_{\text{бл.2}}(t)P_{\text{бл.3}}(t),$$

где

$$P_{\text{бл.2}}(t) = (1 + \lambda_4 t)e^{-\lambda_4 t};$$

$$P_{\text{бл.3}}(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda_6 t})^2].$$

В блоке 1 ВЛ_л и ВЛ_п имеют разные характеристики надежности. Блок 1 откажет, если совпадут отказы обеих цепей:

$$Q_{\text{бл.1}}(t) = (1 - e^{-\lambda_{2л}t})(1 - e^{-\lambda_{2п}t}),$$

следовательно,

$$P_{\text{бл.1}}(t) = 1 - Q_{\text{бл.1}}(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_{2л}t})(1 - e^{-\lambda_{2п}t}).$$

Таким образом,

$$P(t) = [1 - (1 - e^{-\lambda_{2л}t})(1 - e^{-\lambda_{2п}t})](1 + \lambda_4 t)e^{-\lambda_4 t}[1 - (1 - e^{-\lambda_6 t})^2].$$

Средняя наработка до отказа:

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt.$$

6.7. МАЖОРИТАРНОЕ РЕЗЕРВИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ И СИСТЕМ

Основным недостатком рассмотренных выше методов резервирования является то, что сфера их применения ограничивается, как правило, аналоговыми системами небольшой сложности. Непосредственное использование этих методов для многих технических средств, например цифровых систем, невозможно. Особенностью последних является то, что в них информация представлена в виде двоичного кода числового, адресного, логического, командного и др. характеров. Кроме того, указанные системы выполнены, как правило, на интегральных микросхемах. Влияние на них разнообразных воздействий приводит к искажению информации, которое не может быть компенсировано рассмотренными методами резервирования.

Поэтому для цифровых систем используют принципиально другие методы повышения надежности, среди которых наиболее распространенным является мажоритарное резервирование. Суть этого метода состоит в том, что сигналы на входе параллельно работающих устройств сравниваются, и во внешнюю цепь выдается сигнал, сформированный в результате логической обработки сигналов, поступающих на схему.

Различают арифметическое, медианное и кодовое мажорирование.

При **арифметическом** мажорировании на выход системы подается код, соответствующий среднему арифметическому кодов на выходах каналов, которые резервируются. Например, система имеет три канала, которые формируют четырехразрядные двоичные сигналы: 0001 (1-й канал), 0100 (2-й канал) и 1101 (3-й канал). Код на выходе системы должен иметь вид

$$K = \frac{[0001]_2 + [0100]_2 + [1101]_2}{3} = \frac{[1]_{10} + [4]_{10} + [13]_{10}}{3} = [6]_{10} = [0110]_2,$$

где $[x]_2$, $[x]_{10}$ — числа, записанные в двоичной и десятичной системах счисления.

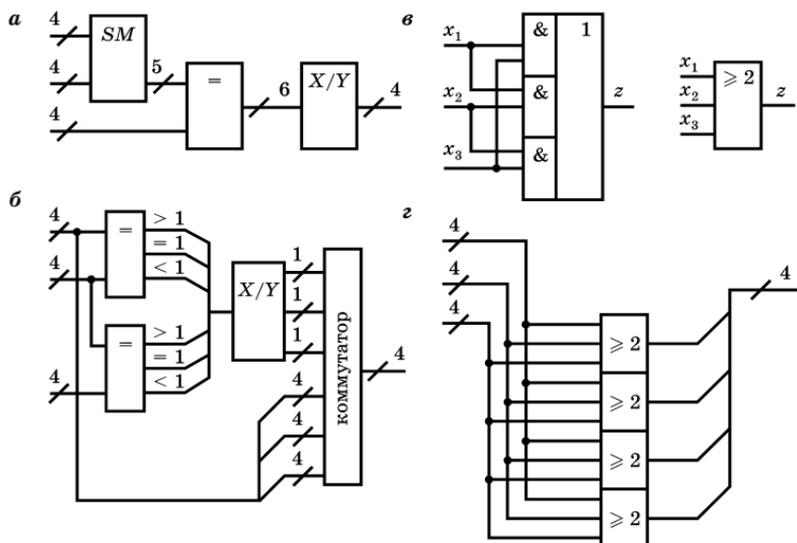


Рис. 6.18

Реализация мажорирования арифметического (а), медианного (б) и кодового для одноразрядных (в) и четырехразрядных (з) кодов

Арифметическое мажорирование может быть реализовано путем последовательного соединения двух четырехразрядных комбинаций сумматоров и схемы деления на три (рис. 6.18а). Этот способ часто используется в системах предварительной обработки информации, которая приходит с нескольких однотипных датчиков с целью уменьшения ошибки.

При **медианном** мажорировании результат формируется как число, большее меньшего и меньшее большего. В приведенном примере результатом медианного мажорирования будет код $[0100]_2$, так как ему соответствует число 4, которое больше 1 и меньше 13.

Схема реализации медианного мажорирования приведена на рис. 6.18б и состоит из двух параллельно включенных блоков сравнения, преобразователя кодов X/Y, который из сигналов с этих блоков формирует код управления коммутатором.

При **кодовом** мажорировании результат (выходной сигнал z) формируется в каждом разряде согласно выражению

$$z = \begin{cases} 0, & \text{если } \sum_{i=1}^m x_i < k; \\ 1, & \text{если } \sum_{i=1}^m x_i \geq k, \end{cases} \quad (6.16)$$

где m — число каналов, обычно нечетное, $k = \frac{m+1}{2}$; x_i — сигнал на выходе i -го канала.

На практике наибольшее распространение получили системы $m = 3, k = 2$ и $m = 5, k = 3$. Их называют мажоритарно-резервируемыми системами «2 из 3», «3 из 5».

Пример реализации мажоритарного элемента показан на рис. 6.18а. Его выходной сигнал описывается таблицей соответствий (табл. 6.1), согласно которой $z = x_3x_2 \vee x_2x_1 \vee x_1x_3$.

Таким образом, мажоритарный элемент (МЭ) формирует сигнал, учитывая большинство «0» («1») на его входе. На рис. 6.18г приведена схема мажорирования для рассмотренного выше примера, которая состоит из четырех одноразрядных мажоритарных элементов. При поступлении на входы этой системы кодов 0001, 0100 и 1101 из трех каналов на ее выходе будет сформирован код 0101.

Кодовое мажорирование нашло наибольшее распространение на практике в задачах резервирования цифровых систем. Использование наипростейших схем кодового мажорирования обеспечивает работоспособность системы при наличии в ней $k - 1$ каналов, которые отказали.

Таблица 6.1

Таблица соответствий сигналов элемента «2 из 3»

Входные сигналы			Выходной сигнал
x_3	x_2	x_1	z
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

6.8. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ С ОБЩИМ МАЖОРИТАРНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

При реализации этого метода m идентичных систем (каждая состоит из n элементов) включаются параллельно друг другу относительно входных сигналов, а их выходные сигналы подаются на логический пороговый (мажоритарный) элемент, на выходе которого формируется сигнал логического 0 или 1 только в том случае, если он формируется большинством

$$k \geq \frac{m+1}{2}$$

резервируемых систем. Структурная схема расчета надежности при общем мажорированном резервировании представлена на рис. 6.19а.

Мажоритарный (восстанавливающий) элемент — это пороговый элемент, функционирование которого описывается формулой (6.16). Для него все входные сигналы равнозначны, т. е. каждый сигнал, который формируется резервной системой, в одинаковой мере влияет на значение выходного сигнала мажоритарно-резервируемой системы.

В качестве примера рассмотрим наиболее распространенный на практике случай мажоритарного резервирования при $m = 3$ (рис. 6.19б). Пусть $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i -го элемента нерезервированной системы. Тогда при равнонадежных элементах $P_i(t) = P_o(t) = \text{const}$ вероятность безотказной работы одного канала системы равна

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^n P_i(t) = P_o^n(t).$$

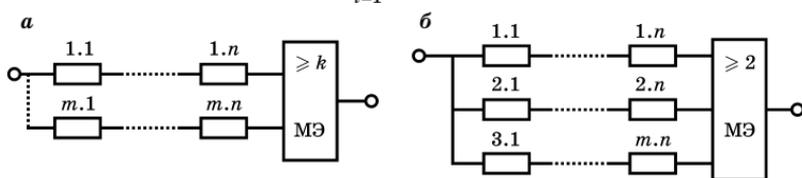


Рис. 6.19

Структурная схема надежности при общем мажоритарном резервировании для m -канальной (а) и трехканальной (б) систем

Определим вероятность безотказной работы трехканальной резервированной системы в целом. Система будет работоспособна, если произойдет одно из четырех событий:

1. Работоспособны все три резервированные системы и мажоритарный элемент МЭ.

2. Работоспособны 1-я и 2-я резервированные системы и МЭ.

3. Работоспособны 1-я и 3-я резервированные системы и МЭ.

4. Работоспособны 2-я и 3-я резервированные системы и МЭ.

Вычислив и сложив вероятности перечисленных событий, получим

$$P_c(t) = \{P_1(t)P_2(t)P_3(t) + P_1(t)P_2(t)[1 - P_3(t)] + P_1(t)P_2(t)[1 - P_2(t)] + P_2(t)P_3(t)[1 - P_1(t)]\}P_{\text{мэ}}(t),$$

где $P_{\text{мэ}}(t)$ — вероятность безотказной работы мажоритарного элемента.

Если резервированные системы равнонадежны, т. е. $P_1(t) = P_2(t) = P_3(t) = P(t)$, то

$$P_c(t) = \{P^3(t) + 3P^2(t)[1 - P(t)]\}P_{\text{мэ}}(t) = \{3P^2(t) - 2P^3(t)\}P_{\text{мэ}}(t).$$

Если учесть, что $P(t) = P_3^n(t)$, то

$$P_c(t) = [3P_3^{2n}(t) - 2P_3^{3n}(t)]P_{\text{мэ}}(t). \quad (6.17)$$

Из полученного выражения следует, что отказ МЭ сопровождается отказом всей резервированной структуры. Поэтому к его надежности должны предъявляться особые требования. Определим, при каких условиях надежность мажоритарно-резервированной структуры превышает надежность нерезервированной структуры. Для этого рассмотрим следующее неравенство (при $n = 1$):

$$[3P_3^2(t) - 2P_3^3(t)]P_{\text{мэ}}(t) \geq P_3(t).$$

Анализ этого выражения позволяет сделать выводы.

1. Мажоритарное резервирование обеспечивает выигрыш в надежности только в том случае, когда $P_3(t) > 0,5$ даже при абсолютной надежности МЭ.

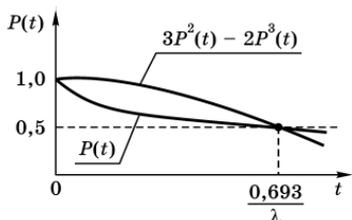


Рис. 6.20
Сравнение эффективности резервированной и нерезервированной систем

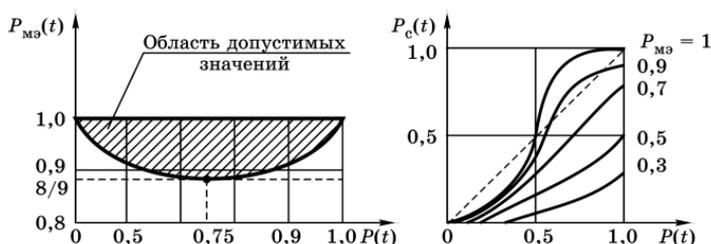


Рис. 6.21

Графическое решение уравнения (6.18) (а) и графики зависимости вероятности безотказной работы мажоритарно-резервированной системы от вероятности безотказной работы каналов (б)

2. Если время безотказной работы канала распределено по экспоненциальному закону, то мажоритарно-резервированная система дает выигрыш в надежности при $e^{-\lambda t} > 0,5$, т. е. при $t < \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$ (рис. 6.20).

3. Мажоритарное резервирование целесообразно при $P_{\text{МЭ}}(t) > P(t)$.

4. Допустимые границы надежности МЭ определяются неравенством

$$P_{\text{МЭ}}(t) \geq \frac{P(t)}{[3P^2(t) - 2P^3(t)]} = \frac{1}{P(t)[3 - 2P(t)]}. \quad (6.18)$$

Решение неравенства (6.18) иллюстрируется графиком, приведенным на рис. 6.21а. Повышение надежности трехканальной мажоритарно-резервированной структуры возможно лишь при

$$P_{\text{МЭ}}(t) > \frac{8}{9} \approx 0,8 P_{\text{МЭ}}(t).$$

Зависимость $P_c(t)$ от $P(t)$ показана на рис. 6.21б.

Представим выражение для $P_c(t)$ при $m = 3$ в следующем виде:

$$P_c(t) = P_{\text{мэ}}(t) \sum_{i=2}^3 C_3^i P^i(t) [1 - P(t)]^{3-i}.$$

Обобщая это выражение для произвольного m , получим

$$P_c(t) = P_{\text{мэ}}(t) \sum_{i=\frac{m+1}{2}}^3 C_m^i P^i(t) [1 - P(t)]^{m-i}.$$

Общему мажоритарному резервированию присущи те же недостатки, что и общему постоянному резервированию. Кроме того, недостатком этого типа резервирования является нарушение работоспособности системы при отказе мажоритарного элемента, что требует высокой надежности этого элемента.

Для устранения этого недостатка применяют резервирование самих МЭ. Одним из возможных способов решения этой задачи является так называемое кружковое мажоритарное резервирование (рис. 6.22).

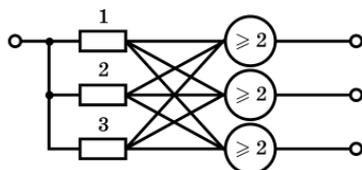


Рис. 6.22

ССН при кружковом мажоритарном резервировании

Такая мажоритарная структура работоспособна, если работают как большинство резервных элементов, так и большинство МЭ.

Для частного случая, когда $m = 3$, нетрудно получить

$$P_c(t) = [3P_{\text{мэ}}^2(t) - 2P_{\text{мэ}}^3(t)][3P^2(t) - 2P^3(t)].$$

Анализ этого выражения позволяет сделать такие выводы:

1. Применение кружковой структуры общего мажоритарного резервирования имеет смысл, если

$$P_{\text{мэ}}(t) > P(t); P_{\text{мэ}}(t) > \frac{5}{6}; P(t) > \frac{1}{2}.$$

2. Рассмотренные мажоритарные структуры наиболее эффективны при $P_{\text{мэ}}(t) \gg P(t)$.

6.9. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМ С РАЗДЕЛЬНЫМ МАЖОРИТАРНЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Надежность системы может быть повышена за счет применения раздельного мажоритарного резервирования. Структурная схема надежности системы при раздельном мажоритарном резервировании показана на рис. 6.23.

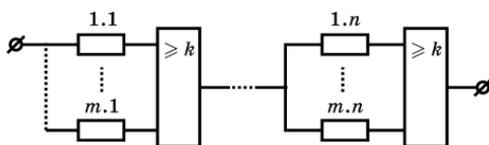


Рис. 6.23
Схема надежности при раздельном мажоритарном резервировании

Вероятность безотказной работы системы при раздельном резервировании определяется выражением

$$P_{\text{сразд}}(t) = \prod_{i=1}^n P_{\text{мэ}i}(t) \sum_{j=\frac{m+1}{2}}^m C_m^j P_i^j(t) [1 - P_i(t)]^{m-j}. \quad (6.19)$$

Из (6.19) можно получить формулу для расчета вероятности безотказной работы системы, которая состоит из равнонадежных элементов при $m = 3$, т. е.

$$P_{\text{сразд}}(t) = P_{\text{мэ}}^n(t) [3P^2(t) - 2P^3(t)]^n.$$

При раздельном постоянном резервировании при увеличении n происходит повышение надежности системы за счет увеличения числа участков (элементов), которые резервируются, а с другой стороны, в системе увеличивается число МЭ, отказ каждого из которых приводит к отказу резервированной системы в целом. В результате этого при увеличении n сначала происходит повышение вероятности безотказной работы системы, а потом, после

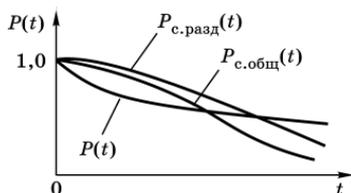


Рис. 6.24
Графики зависимости вероятности безотказной работы нерезервированной и мажоритарно-резервированных систем при общем и раздельном резервировании

достижения максимума, начинается снижение надежности, вызванное ненадежностью МЭ, т. е. существует оптимальное значение n , которое зависит от m и $P_{\text{мэ}}(t)$.

Графики зависимости $P(t)$ для общего и раздельного мажоритарного резервирования показаны на рис. 6.24. Анализ этих графиков подтверждает сделанные выше выводы.

Пример 6.3. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы резервированной системы, которая состоит из процессора, устройства ввода-вывода, оперативного запоминающего устройства, постоянного запоминающего устройства и блока энергообеспечения с соответствующими значениями интенсивностей отказов:

$$\lambda_1 = 30 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_2 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1};$$

$$\lambda_3 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_4 = 14 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}; \lambda_5 = 10 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}.$$

Время функционирования $t = 25$ ч.

Решение. Согласно описаниям типов резервирования, соответствующих каждому из устройств, из которых состоит система, ее структурная схема надежности имеет вид, показанный на рис. 6.25.

Система состоит из пяти блоков, поэтому вероятность ее безотказной работы

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^5 P_i(t),$$

где $P_i(t)$ — вероятность безотказной работы i -й части.

Первая и пятая части системы используют резервирование замещением с ненагруженным резервом, а вторая и третья части реализуют мажоритарное резервирование по схеме «2 из 3». Поэтому для расчета $P_1(t)$ и $P_5(t)$ воспользуемся формулой (6.15), а для вычисления $P_2(t)$

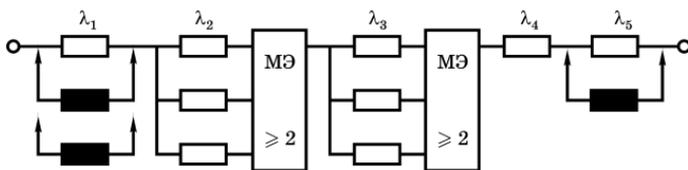


Рис. 6.25
Расчетная схема надежности системы

применим формулу (6.17). Для четвертой нерезервированной части

$$P_4(t) = e^{-\lambda_4 t}.$$

При использовании формулы для расчета $P(t)$ системы с ненагруженным резервом общее количество ветвей системы в сумме равняется $m + 1$ (m — кратность резервирования). Поэтому имеем

$$\begin{aligned} P_1(t) &= e^{-\lambda_1 t} \sum_{i=0}^2 \frac{1}{i!} (\lambda_1 t)^i = \frac{1}{2} e^{-\lambda_1 t} (1 + \lambda_1 t + (\lambda_1 t)^2) = \\ &= \frac{1}{2} e^{30 \cdot 0,0001 \cdot 25} (1 + 30 \cdot 10^{-4} \cdot 25 + (30 \cdot 10^{-4} \cdot 25)^2) = \\ &= 0,925 \cdot (1 + 7,5 \cdot 10^{-2} + 2,8 \cdot 10^{-3}) = 0,9969; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_5(t) &= e^{-\lambda_5 t} \sum_{i=0}^1 \frac{1}{i!} (\lambda_5 t)^i = e^{-\lambda_5 t} (1 + \lambda_5 t) = \\ &= e^{10 \cdot 0,0001 \cdot 25} (1 + 10 \cdot 10^{-4} \cdot 25) = 0,975 \cdot 1,025 = 0,9993. \end{aligned}$$

В соответствии с (6.17) при $n = 1$ получим

$$P_c(t) = [3p^2(t) - 2p^3(t)]P_{мз}(t).$$

При $P_{мз}(t) = 1$ имеем

$$\begin{aligned} P_2(t) &= 3e^{-2 \cdot 20 \cdot 0,0001 \cdot 25} - 2e^{-3 \cdot 20 \cdot 0,0001 \cdot 25} = 0,9931; \\ P_3(t) &= 3e^{-2 \cdot 10 \cdot 0,0001 \cdot 25} - 2e^{-3 \cdot 10 \cdot 0,0001 \cdot 25} = 0,9982. \end{aligned}$$

Вероятность безотказной работы четвертой части:

$$P_4(t) = e^{-14 \cdot 0,0001 \cdot 25} = 0,965.$$

Вероятность безотказной работы всей системы:

$$P_c(t) = 0,9969 \cdot 0,9931 \cdot 0,9982 \cdot 0,965 \cdot 0,9993 = 0,9525.$$

Контрольные вопросы

1. Объясните значение резервирования для повышения надежности технических систем.
2. Какими способами обеспечивается резервирование в современных технических системах?
3. Объясните сущность временного и информационного резервирования систем.
4. Какие используются способы соединения резервных элементов для повышения надежности?

5. Выполните сравнительный анализ способов включения резерва в технических системах.
6. В каких режимах могут работать резервные элементы?
7. Как оценивается выигрыш надежности при резервировании систем?
8. Объясните сущность скользящего резервирования технических систем.
9. В каких системах эффективно мажоритарное резервирование?
10. Как влияет надежность мажоритарного элемента на надежность резервированной системы?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определить, какое из мероприятий оказывает большее влияние на надежность цифрового блока системы управления, состоящего из 100 интегральных микросхем с интенсивностью отказов $\lambda = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$:

а) снижение интенсивности отказа микросхем в два раза;

б) использование схем нагруженного дублирования всего блока.

В каком случае необходимо введение специального контрольно-коммутирующего узла, состоящего из 20 микросхем с аналогичными значениями интенсивности отказов. Принять время работы блока равным 500 ч.

2. Электротехнический блок состоит из трех релейных контактов $K1$, $K2$, $K3$ и реализует логическую функцию $z = x(K1) \vee x(K2) \vee x(K3)$. Интенсивность отказов контактной пары при отказах типа «обрыв» $\lambda_0 = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$, а при отказах типа «замыкание» $\lambda_3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$. Определить вероятность отказа схемы при ее непрерывной работе в течение 5000 ч.

3. Сравните интенсивности отказов двух систем, одна из которых построена по принципу общего постоянного резервирования, а другая реализована на основе отдельного постоянного резервирования, при одинаковых значениях параметров: λ — интенсивность отказов равнонадежных элементов; n — количество элементов основной системы; m — количество резервных подсистем.

4. Покажите, что для системы из n равнонадежных элементов, вероятность безотказной работы которых за

время t известна и равняется $P(t)$, для обеспечения заданного значения вероятности ее безотказной работы требуется меньше резервных элементов (или резервных подсистем) при использовании постоянного отдельного резервирования, чем при постоянном общем резервировании.

5. Покажите, во сколько раз интенсивность отказов трехканальной неадаптивной мажоритарно резервированной системы (МРС) больше интенсивности отказов адаптивной МРС при условии абсолютной надежности мажоритарных органов этих систем. Требуется рассмотреть случаи общего и отдельного резервирования элементов каналов системы при условии, что каналы получаются из n равнонадежных элементов с интенсивностью отказов λ .

6. Определите, во сколько раз интенсивность отказов трехканальной неадаптивной (адаптивной) мажоритарно резервированной системы (МРС) из отдельных резервированных элементов больше интенсивности отказов неадаптивной (адаптивной) МРС с общим резервированием элементов при условии абсолютно надежных мажоритарных органов этих систем. Каналы системы получаются из n равнонадежных элементов с интенсивностью отказов λ .

7. Выведите формулу, из которой вычисляется величина выигрыша среднего времени безотказной работы трехканальной адаптивной мажоритарно резервированной системы, которая реализована по схеме «1 из 3». Сравнить полученные результаты со средним временем безотказной работы неадаптивной мажоритарно резервированной системы, которая построена по схеме «2 из 3». Чему равняется выигрыш для случая абсолютно надежных мажоритарных схем систем?

8. Вероятность безотказной работы силового преобразователя в течение $t = 10^3$ ч равна 0,95. Для повышения надежности системы электропитания используется второй такой преобразователь, который включается при выходе из строя первого. Требуется рассчитать вероятность безотказной работы и среднюю наработку до отказа системы, состоящей из двух преобразователей, а также построить графики зависимостей частоты отказов и интенсивности отказов от времени.

9. Интенсивность отказов изделия $\lambda = 0,01 \text{ ч}^{-1}$. Для повышения надежности предлагается облегчить режим работы элементов и снизить таким образом интенсивность отказов вдвое либо дублировать изделие при постоянно включенном резерве без облегчения режима работы элементов. Какой из способов более предпочтителен с точки зрения увеличения средней наработки до первого отказа?

10. Выполнить расчет надежности специализированной ЭВМ, используемой в техническом комплексе. В состав ЭВМ входят процессор (П), устройство ввода-вывода (УВВ), оперативное (ОЗУ) и постоянное (ПЗУ) запоминающие устройства, блок питания (БП) при заданных в табл. 6.2 интенсивностях отказов блоков, методах резервирования и времени работы. В табл. 6.2 приняты следующие обозначения: ТР — тип резервирования («—» — без резерва; МР — мажоритарное резервирование; З1 — резервирование замещением с кратностью «1» при ненагруженном резерве; З2 — резервирование замещением с кратностью «2» при ненагруженном резерве; З1Н — резервирование замещением с кратностью «1» при нагруженном резерве; З2Н — резервирование замещением с кратностью «2» при нагруженном резерве).

Таблица 6.2

Варианты резервирования и значений интенсивностей отказов и восстановления (к заданию 8)

№ вар.	Интенсивность отказов, $\lambda \cdot 10^{-3}, \text{ч}^{-1}$										Время работы $t, \text{ч}$
	П		УВВ		ОЗУ		ПЗУ		БП		
	ТР	λ	ТР	λ	ТР	λ	ТР	λ	ТР	λ	
1	—	5	МР	3	З1Н	10	—	12	З1	5	20
2	МР	10	МР	8	—	12	З1Н	10	З2	5	30
3	МР	12	МР	10	З2Н	10	З2	15	З1	8	15
4	—	14	З1	12	З2	15	МР	15	З1Н	10	10
5	—	60	МР	5	З1	5	МР	10	З2Н	8	25
6	МР	10	З1	8	—	15	З2	10	З1Н	6	20
7	МР	15	З2	12	МР	12	—	10	З2Н	10	50
8	З1	20	МР	15	—	15	З2	10	З2Н	8	30
9	З1Н	20	МР	20	—	10	МР	15	З2Н	6	40
10	З2Н	10	—	10	МР	10	МР	10	З1Н	10	10

НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ПЕРЕЗЕРВИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Сложные технические объекты, рассчитанные на длительный срок службы, создаются, как правило, ремонтируемыми. Переход системы из неработоспособного (предельного) состояния в работоспособное осуществляется с помощью операций восстановления или ремонта. К первым, в основном, относятся операции идентификации отказа (определение его места и характера), замены, регулирования, заключительных операций контроля работоспособности системы в целом. Переход системы из предельного состояния в работоспособное осуществляется с помощью ремонта, при котором происходит восстановление ресурса системы в целом.

Расчет надежности восстанавливаемых изделий осуществляется применительно к следующей ситуации. Эксплуатация исправного изделия начинается в момент времени $t = 0$. По истечении случайного интервала времени τ_i изделие выходит из строя. Для проведения ремонта требуется случайное время ϑ_i . Этот процесс продолжается в течение всего срока службы изделия, при этом случайные величины τ_i и ϑ_i ($i = 1, 2, \dots$) независимы. В случайные или заранее установленные моменты времени t_j ($j = 1, 2, \dots$) могут проводиться профилактические работы установленной или случайной длительности. Характер процедуры расчета при этом зависит от следующих обстоятельств:

- наличия резервных устройств;
- дискретности работы изделия с запланированными или случайными моментами начала и окончания работы;

- ограниченного числа восстановлений;
- наличия очереди на ремонт или обслуживание;
- возможного изменения параметров изделия после ремонта.

Для расчета надежности восстанавливаемых изделий используют различные методы, в том числе основанные на использовании классической теории вероятностей, теории массового обслуживания, теории графов и др.

7.1. НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ ОДНОЭЛЕМЕНТНОЙ СИСТЕМЫ

При анализе надежности одноэлементной системы примем следующие допущения.

1. Поток отказов в системе простейший, т. е. выполняются требования ординарности, стационарности и отсутствия последствия ($\omega = \lambda = \text{const}$).

2. Поток восстановлений простейший, т. е.

$$\mu = \frac{1}{\tau_{\text{в}}} = \text{const.}$$

3. Восстановление происходит путем ремонта или замены с последующей настройкой и проверкой работоспособности или исправности системы за одно и то же время $\tau_{\text{в}}$.

Расчетная схема надежности восстанавливаемой одноэлементной системы представлена на рис. 7.1.

Данная система с интенсивностью λ стремится принять состояние отказа, а с интенсивностью μ — перейти в работоспособное состояние.

Для обозначения устойчивых состояний системы используем следующие индексы:

1 — отказ: система находится в состоянии восстановления с интенсивностью восстановления $\mu = \text{const}$;

0 — работоспособное состояние с параметром потока отказов $\omega = \text{const}$, $\omega = \lambda$.

Для анализируемой системы с учетом принятых допущений воз-

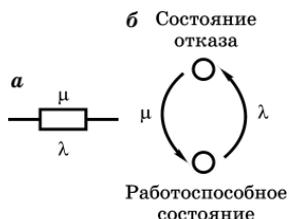


Рис. 7.1
К расчету надежности восстанавливаемой системы:

a — расчетная схема; *б* — функциональная схема.

можны четыре вида перехода из состояния в момент времени t в состояние в момент времени $t + \Delta t$.

Указанные переходы можно представить в виде графа перехода состояний системы с восстановлением (рис. 7.2).

Графу перехода состояний соответствует матрица переходных вероятностей 2×2 :

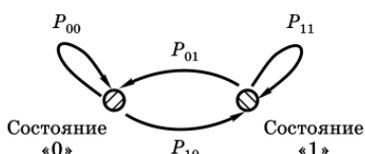


Рис. 7.2

Граф перехода состояний системы

$$\begin{vmatrix} P_{00}(\Delta t) & P_{01}(\Delta t) \\ P_{10}(\Delta t) & P_{11}(\Delta t) \end{vmatrix}. \quad (7.1)$$

Диагональные элементы этой матрицы соответственно определяются как вероятность безотказной работы на отрезке Δt :

$$P_{00}(\Delta t) = e^{-\lambda \Delta t},$$

и вероятность продолжения восстановления системы на отрезке Δt :

$$P_{11}(\Delta t) = e^{-\mu \Delta t}.$$

Воспользуемся формулой разложения экспоненциальной функции в ряд Тейлора и с учетом соотношения, справедливого для высоконадежных элементов ($\lambda < 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$), ограничимся двумя первыми членами ряда. В результате для функций $P_{00}(\Delta t)$ и $P_{11}(\Delta t)$ получим приближенные соотношения

$$\begin{aligned} P_{00}(\Delta t) &= e^{-\lambda \Delta t} = 1 - \lambda \Delta t + o(t); \\ P_{11}(\Delta t) &= 1 - \mu \Delta t + o(t). \end{aligned}$$

Сумма элементов каждой строки матрицы (7.1) равна единице, так как это есть сумма вероятностей появления несовместимых составляющих полную группу событий. Следовательно,

$$\begin{aligned} P_{00}(\Delta t) + P_{01}(\Delta t) &= 1; & P_{01} &= 1 - P_{00}(\Delta t) = \lambda \Delta t + o(\Delta t); \\ P_{11}(\Delta t) + P_{10}(\Delta t) &= 1; & P_{10} &= 1 - P_{11}(\Delta t) = \mu \Delta t + o(\Delta t). \end{aligned}$$

Для составления уравнений вероятностей состояний системы запишем формулу полной вероятности для каждого столбца матрицы:

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)P_{00}(\Delta t) + P_1(t)P_{10}(\Delta t)$$

— для первого столбца;

$$P_1(t + \Delta t) = P_0(t)P_{01}(\Delta t) + P_1(t)P_{11}(\Delta t)$$

— для второго столбца,

где $P_0(t)$ — вероятность нахождения системы в нулевом (работоспособном) состоянии в момент времени t ; $P_1(t)$ — вероятность нахождения системы в состоянии «1» (отказа) в момент времени t .

Определим производные вероятностей $P_0(t)$ и $P_1(t)$ по формулам

$$P_0'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t}; \quad P_1'(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t}.$$

В полученные выражения подставим формулы для полных вероятностей $P_0(t + \Delta t)$ и $P_1(t + \Delta t)$ и, выполнив соответствующие преобразования, получим систему двух дифференциальных уравнений относительно вероятностей пребывания системы в состояниях «0» и «1»:

$$\begin{cases} P_0'(t) = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t); \\ P_1'(t) = \lambda P_0(t) - \mu P_1(t). \end{cases} \quad (7.2)$$

При начальных условиях $P_0(t=0) = 1$; $P_1(t=0) = 0$ восстанавливаемая система работоспособна, т. е. находится в состоянии «0». Решение системы (7.2) дает уравнение

$$P_0(t) = G(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \left[1 + \frac{\lambda}{\mu} e^{-(\lambda + \mu)t} \right]. \quad (7.3)$$

Вероятность работоспособного состояния системы в момент времени t представляет собой **функцию готовности** $G(t)$. Функция готовности — это вероятность работоспособного состояния восстанавливаемой системы в определенный момент времени t . Этот показатель дает оценку не за весь период эксплуатации изделия от 0 до t , а только в заданный момент времени t , поскольку до этого система могла находиться как в работоспособном (0), так и в неработоспособном (1) состояниях. Функция $G(t)$ представляет собой комплексный показатель надежности, так как оценивает два свойства системы — безотказность

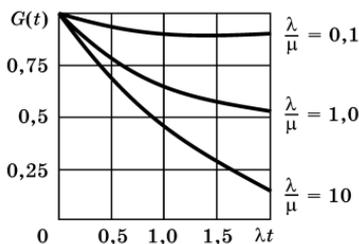


Рис. 7.3

Функция готовности восстанавливаемой системы без резервирования при различных значениях λ/μ

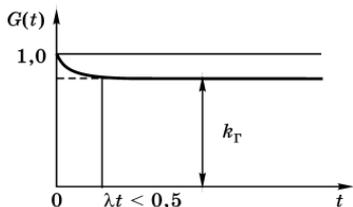


Рис. 7.4

Зависимость функции готовности от времени

и ремонтпригодность. На рис. 7.3 построен график зависимости $G(t)$ от λt при $\frac{\lambda}{\mu} = \text{const}$.

Если положить $\lambda = \text{const}$, то можно оценить повышение надежности системы за счет увеличения μ (сокращения времени восстановления τ_B) для определенного момента времени t . Например, десятикратное увеличение μ при $\lambda t = 1$ приводит к повышению надежности с $G(t) = 0,41$ до $G(t) = 0,95$.

Определим предельное значение $G(t)$ с использованием выражения (7.3):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} G(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = k_T. \quad (7.4)$$

Асимптотическое значение функции готовности при $t \rightarrow \infty$ есть коэффициент готовности. График зависимости функции готовности от времени показан на рис. 7.4.

Таким образом, коэффициент готовности представляет собой вероятность того, что система окажется работоспособной в произвольный момент времени, кроме планируемых периодов, в течение которых использование системы по назначению не предусматривается.

Пример 7.1. Рассмотрим восстанавливаемую систему, у которой параметр потока отказов $\lambda = 10^{-5} \text{ ч}^{-1} = \text{const}$, средняя интенсивность восстановления $\mu = 10^{-2} \text{ ч}^{-1}$. Требуется оценить увеличение надежности этой системы за счет более высокой организации ремонтов, в частности при

повышении интенсивности восстановления вдвое (сокращения вдвое времени восстановления).

Решение. Время восстановления до повышения уровня организации ремонтов $\tau_{в1} = 100$ ч; коэффициент готовности системы:

$$k_{г1} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} = \frac{10^{-2}}{10^{-5} + 10^{-2}} = \frac{0,01}{0,00001 + 0,01} = 0,999.$$

При увеличении интенсивности восстановления в два раза время восстановления $\tau_{в2} = 50$ ч; коэффициент готовности:

$$k_{г2} = \frac{2\mu}{\lambda + 2\mu} = \frac{0,02}{0,00001 + 0,02} = 0,9995.$$

По сумме затрат, связанных с улучшением организации ремонтов и экономического эффекта от повышения надежности (улучшения ремонтпригодности), можно сделать вывод о целесообразности такого способа повышения надежности системы.

7.2. НАДЕЖНОСТЬ НЕРЕЗЕРВИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ С ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО ВКЛЮЧЕННЫМИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫМИ ЭЛЕМЕНТАМИ

Система, состоящая из n последовательных восстанавливаемых элементов, отказывает, когда отказывает любой из элементов системы. Предполагаются простейшие потоки отказов и восстановлений $\lambda_i = \text{const}$, $\mu_i = \text{const}$. При этих допущениях и известных значениях коэффициентов готовности каждого из последовательно включенных элементов $k_{гi}$ коэффициенты готовности отдельного элемента и системы определяются по выражениям соответственно:

$$k_{гi} = \frac{\mu_i}{\lambda_i + \mu_i}; \quad k_{г} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{k_{гi}} + 1 \right)} = \frac{1}{1 + \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i}}.$$

Пример 7.2. Восстанавливаемая система состоит из четырех последовательно включенных элементов с параметрами надежности: $k_{г1} = 0,4$; $k_{г2} = 0,5$; $k_{г3} = 0,625$; $k_{г4} = 0,714$. Известно, что $\lambda_i = \text{const}$; $\mu_i = \text{const}$.

Определить коэффициент надежности.

Решение. Подставив заданные значения коэффициентов готовности в выражение для k_r системы, получим

$$k_r = \frac{1}{1 + \left[\left(\frac{1}{0,4} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0,5} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0,625} - 1 \right) + \left(\frac{1}{0,714} - 1 \right) \right]} = 0,222.$$

При упрощенных вычислениях часто используют формулу вероятности безотказной работы неремонтируемой системы с основным соединением элементов

$$P(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t).$$

Для рассматриваемого примера в этом случае имеем

$$k_r = 0,4 \cdot 0,5 \cdot 0,625 \cdot 0,714 = 0,089.$$

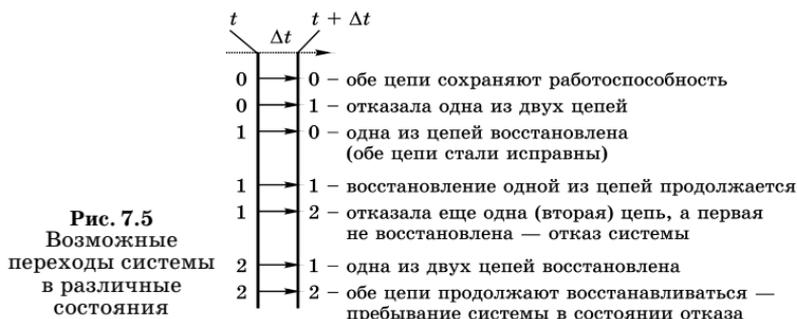
Приведенные расчеты показывают, что использование уравнения для вероятности независимых событий применительно к коэффициенту k_r сопряжено с грубой ошибкой. Произведение вероятностей безотказной работы элементов неремонтируемой системы есть математическая оценка факта совпадения работоспособного состояния четырех составляющих систему невозстанавливаемых элементов, т. е. работоспособного состояния системы. Произведение коэффициентов готовности ремонтируемых элементов факта совпадения работоспособных состояний элементов не отражает.

7.3.

НАДЕЖНОСТЬ ВОССТАНАВЛИВАЕМОЙ ДУБЛИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим систему, для обеспечения надежности которой используется дублирование: к основной системе добавляется параллельно такая же система. В обеих системах (цепях) параметры потоков отказов и восстановления одинаковы, т. е. $\lambda = \text{const}$ и $\mu = \text{const}$. Такая дублированная система может находиться в трех состояниях:

- «0» — обе системы (цепи) работоспособны;
- «1» — одна цепь восстанавливается, другая работоспособна;



«2» — обе цепи восстанавливаются. С точки зрения выполнения функциональных задач, возложенных на систему, состояние «2» соответствует отказу. У этой системы возможны семь видов переходов из состояния в момент времени t в состояние в момент времени $t + \Delta t$, которые показаны на рис. 7.5. На рис. 7.6 указанные переходы изображены в виде графа переходов состояний.

Графу переходов соответствует матрица переходных вероятностей 3×3 . Крайние элементы побочной диагонали матрицы имеют порядок $o(\Delta t)$, так как по исходному предположению поток отказов в системе простейший и время восстановления распределено по экспоненциальному закону. Согласно простейшему потоку в первой строке матрицы исключается ситуация, когда за время Δt система может перейти из состояния «0» в состояние «2», $P_{02}(\Delta t) = 0$. Рассуждая аналогично, по третьей строке матрицы запишем $P_{20}(\Delta t) = 0$. При простейшем потоке отказов система за время Δt может из состояния «0» с вероятностью $P_{01}(\Delta t) = 0$ перейти в состояние «1» или с вероятностью $P_{00}(\Delta t) = 0$ остаться в состоянии «0». Аналогичная ситуация соответствует состоянию «2». С вероятностью $P_{21}(\Delta t)$ система может

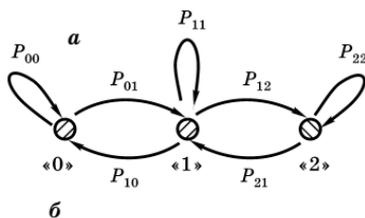


Рис. 7.6
К расчету надежности восстанавливаемой дублированной системы:

Рис. 7.6
К расчету надежности восстанавливаемой дублированной системы: а — граф переходов состояний дублированной системы; б — матрица переходных вероятностей.

перейти в состояние «1» (одна цепь восстановится) или с вероятностью $P_{22}(\Delta t)$ останется в состоянии «2» (обе цепи неработоспособны — состояние отказа). Элементы первой строки матрицы переходных вероятностей зависят от режима использования резервной цепи. Так, при нагруженном резерве, работающих обеих цепях, интенсивность потока отказов равна 2λ , а при ненагруженном — λ (ненагруженная цепь всегда готова к работе и не изменяет своих характеристик, т. е. $\lambda = \text{const}$), поэтому

$$P_{00}(\Delta t) = e^{-(y+1)\lambda\Delta t}, \quad (7.5)$$

где y — коэффициент, учитывающий состояние резерва ($y = 0$ при ненагруженном режиме и $y = 1$ при нагруженном). Используя разложение степенной функции в ряд, с учетом приближения суммы отброшенных членов ряда к нулю, запишем

$$P_{00}(\Delta t) = 1 - (y + 1)\lambda\Delta t. \quad (7.6)$$

С учетом того, что для первой строки матрицы $P_{00}(\Delta t) + P_{01}(\Delta t) = 1$, получим

$$P_{01}(\Delta t) = 1 - P_{00}(\Delta t) = (y + 1)\lambda\Delta t. \quad (7.7)$$

Элементы второй строки матрицы переходных вероятностей (рис. 7.5б) имеют вид соответственно

$$P_{10}(\Delta t) + P_{11}(\Delta t) + P_{12}(\Delta t) = 1; \quad (7.8)$$

$$P_{10}(\Delta t) = 1 - e^{-\mu\Delta t} = \mu\Delta t; \quad (7.8)$$

$$P_{12}(\Delta t) = 1 - e^{-\lambda\Delta t} = \lambda\Delta t; \quad (7.9)$$

$$P_{11}(\Delta t) = 1 - [P_{10}(\Delta t) + P_{12}(\Delta t)] = 1 - (\lambda + \mu)\Delta t. \quad (7.10)$$

Для элементов третьей строки анализируемой матрицы, с учетом количества ремонтных бригад и многократного восстановления отказавших цепей, имеем

$$P_{21}(\Delta t) + P_{22}(\Delta t) = 1; \quad (7.11)$$

$$P_{22}(\Delta t) = e^{-r\mu\Delta t} = 1 - r\mu\Delta t; \quad (7.11)$$

$$P_{21}(\Delta t) = 1 - P_{22}(\Delta t) = r\mu\Delta t, \quad (7.12)$$

где r — число ремонтных бригад ($r = 1$ или $r = 2$).

При дублировании с восстановлением возможны шесть вариантов постановки задачи анализа надежности системы:

- система с нагруженным резервом до первого отказа ($y = 1, r = 0$);
- система с ненагруженным резервом до первого отказа ($y = 0, r = 0$);
- многократно восстанавливаемая система с нагруженным резервом и одной ремонтной бригадой ($y = 1, r = 1$);
- многократно восстанавливаемая система с нагруженным резервом и двумя ремонтными бригадами ($y = 1, r = 2$);
- многократно восстанавливаемая система с ненагруженным резервом и двумя ремонтными бригадами ($y = 0, r = 2$);
- многократно восстанавливаемая система с ненагруженным резервом и одной ремонтной бригадой ($y = 0, r = 1$).

Для определения $P_0(t), P_1(t), P_2(t) = f(\lambda, \mu, r, y, t)$ необходимо составить и решить систему трех дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= f(\lambda, \mu, r, y, t); \\ P'_1(t) &= f(\lambda, \mu, r, y, t); \\ P'_2(t) &= f(\lambda, \mu, r, y, t), \end{aligned} \tag{7.13}$$

где λ, μ, r, y — постоянные коэффициенты.

Для этого на основе свойств столбцов матрицы необходимо записать выражения формул полных вероятностей $P_0(t + \Delta t), P_1(t + \Delta t), P_2(t + \Delta t)$, затем записать производные для выражений вероятностей нахождения системы в состояниях «0», «1», «2» и свести их в систему уравнений

$$\begin{aligned} P'_0(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{P_0(t + \Delta t) - P_0(t)}{\Delta t}; \\ P'_1(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{P_1(t + \Delta t) - P_1(t)}{\Delta t}; \\ P'_2(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{P_2(t + \Delta t) - P_2(t)}{\Delta t}. \end{aligned} \tag{7.14}$$

Формулы полных вероятностей запишутся на основе матрицы (рис. 7.6б) соответственно:

по первому столбцу:

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t)P_{00}(\Delta t) + P_1(t)P_{10}(\Delta t);$$

по второму столбцу:

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t)P_{11}(\Delta t) + P_0(t)P_{01}(\Delta t) + P_2(t)P_{21}(\Delta t);$$

по третьему столбцу:

$$P_2(t + \Delta t) = P_2(t)P_{22}(\Delta t) + P_1(t)P_{12}(\Delta t).$$

Подставив в эти выражения соответствующие значения переходных вероятностей, получим систему из трех дифференциальных уравнений (7.14) с четырьмя постоянными коэффициентами λ , μ , r , y .

Определение искомых вероятностей пребывания системы в состояниях «0», «1» и «2» в момент времени t производится при следующих начальных условиях: $P_0(t = 0) = 1$; $P_1(t = 0) = 0$; $P_2(t = 0) = 0$, т. е. система первоначально включается в работу с обеими исправными цепями. Искомое выражение функции готовности анализируемой системы при найденных значениях $P_0(t)$, $P_1(t)$, $P_2(t)$ на основе известного свойства $P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1$ можно представить в виде

$$G(t) = 1 - P_2(t).$$

Анализируемая система получается высоконадежной. Даже в нерезервированной восстанавливаемой системе при $\frac{\lambda}{\mu} \leq 0,01$ и $G(t \geq 0,5 \text{ года}) \geq 0,999$ значение этой функции быстро приближается к коэффициенту готовности. В связи с этим оценку надежности ответственных систем, рассчитанных на длительный срок эксплуатации, целесообразно производить с помощью коэффициента готовности.

Для дублированной системы с многократным восстановлением с одной ($r = 1$) и двумя ($r = 2$) ремонтными бригадами коэффициенты готовности можно представить в виде

$$k_{r(r=1)} = \frac{(y+1)\lambda\mu + \mu^2}{(y+1)\lambda^2 + (y+1)\lambda\mu + \mu^2};$$

$$k_{r(r=2)} = \frac{2(y+1)\lambda\mu + 2\mu^2}{(y+1)\lambda^2 + 2(y+1)\lambda\mu + 2\mu^2}.$$

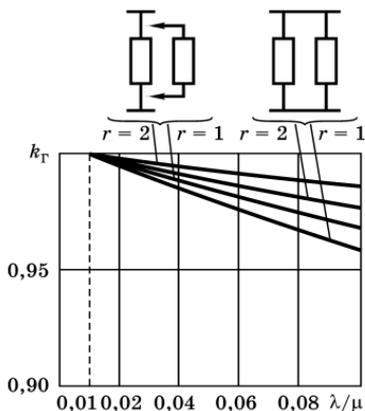


Рис. 7.7
 Зависимость коэффициента готовности резервируемой дублированной системы

$$k_r = f\left(\frac{\lambda}{\mu}\right) \text{ при } y = \text{const и } \tau = \text{const}$$

На рис. 7.7 представлены графики коэффициента готовности $k_r = f\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)$ для различных схем использования резерва и количества ремонтных бригад.

Из графика следует, что применение резервирования в восстанавливаемой системе существенно увеличивает надежность системы при относительно невысокой надежности основной цепи. Например, при $\frac{\lambda}{\mu} \geq 0,1$ происходит увеличение надежности даже при использовании второй ремонтной бригады ($r = 2$). Но при увеличении надежности исходных цепей эффект от участия второй бригады снижается, а при $\frac{\lambda}{\mu} \leq 0,01$ коэффициент готовности практически не изменяется не только при изменении количества ремонтных бригад, но и при переходе со схемы нагруженного дублирования к дублированию замещением. Так, при $\frac{\lambda}{\mu} \leq 0,01$ отношение значения коэффициента готовности схемы, дублированной замещением, к значению коэффициента готовности схемы нагруженного дублирования при одной ремонтной бригаде в обоих вариантах:

$$\frac{k_r(r = 1, y = 0)}{k_r(r = 1, y = 1)} = 1,0001.$$

Например, в электроустановке с показателями безотказности и ремонтпригодности $T = 20\,000$ ч, $\tau_{\text{в}} = 100$ ч

$$\left(\frac{\lambda}{\mu} = \frac{\tau_{\text{в}}}{T} = 0,005 \right),$$

использование схемы нагруженного дублирования повышает надежность установки до $k_{\Gamma(r=1)} = 0,999\,95$, а при дублировании замещением — до $k_{\Gamma(r=1)} = 0,999\,97$.

Таким образом, при относительно высоком уровне надежности исходной системы выигрыш в надежности при переводе схемы с режима $y = 1$ на режим $y = 0$ не дает существенного результата. При эксплуатации современных высоконадежных объектов, например электрических питающих систем, схема включения резервного устройства (нагруженное дублирование или дублирование замещением) должна определяться не по уровню надежности, а по другим достигаемым эффектам, например энергосбережению и т. п.

Пример 7.3. Определить значения показателей надежности нерезервированной системы, которая состоит из следующих устройств с соответствующими значениями интенсивностей отказов и восстановления:

- телекоммуникационной системы: $\lambda_1 = 28 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹; $\mu_1 = 9 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹;
- программного обеспечения: $\lambda_2 = 30 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹; $\mu_2 = 7,5 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹;
- наземного управляющего компьютера: $\lambda_3 = 15 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹; $\mu_3 = 3,5 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹;
- устройства сопряжения: $\lambda_4 = 10 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹; $\mu_4 = 2,5 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹;
- системы электропитания: $\lambda_5 = 20 \cdot 10^{-4}$ ч⁻¹; $\mu_5 = 8 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹;
- системы управления летательного аппарата, которая, в свою очередь, состоит из следующих элементов с соответствующими значениями интенсивностей отказов и восстановления:
 - бортового компьютера: $\lambda_6 = 12 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹;
 - исполнительных устройств: $\lambda_7 = 3 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹;
 - датчиков: $\lambda_8 = 1,5 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹;
 - бортовой батареи: $\lambda_9 = 1,2 \cdot 10^{-5}$ ч⁻¹;
 - $\mu_6 = \mu_7 = \mu_8 = \mu_9 = 1,2 \cdot 10^{-1}$ ч⁻¹.

Время функционирования системы $t = 0,5$ ч.

Решение. Интенсивность отказов системы определяется по формуле

$$\begin{aligned}\Lambda_c &= \sum_{i=1}^n \lambda_i = \sum_{i=1}^9 \lambda_i = \\ &= (28 + 30 + 15 + 10 + 20 + 12 + 3 + 1,5 + 1,2) \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1} = \\ &= 120,7 \cdot 10^5 \text{ ч}^{-1}.\end{aligned}$$

Среднее время безотказной работы:

$$T_{\text{ср}} = \frac{1}{\Lambda_c} = \frac{1}{120,7 \cdot 10^{-5}} = 828,5 \text{ ч.}$$

Согласно критериям для восстанавливаемых систем

$$\begin{aligned}T_{\text{в}} &= \frac{1}{\Lambda_c} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i} = T_{\text{ср}} \sum_{i=1}^n \frac{\lambda_i}{\mu_i} = \\ &= 828,5 \left[\frac{28 \cdot 10^{-5}}{9 \cdot 10^{-1}} + \frac{30 \cdot 10^{-5}}{7,5 \cdot 10^{-1}} + \frac{15 \cdot 10^{-5}}{3,5 \cdot 10^{-1}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{10 \cdot 10^{-5}}{2,5 \cdot 10^{-1}} + \frac{20 \cdot 10^{-5}}{8 \cdot 10^{-1}} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{12 \cdot 10^{-5} + 3 \cdot 10^{-5} + 1,5 \cdot 10^{-5} + 1,2 \cdot 10^{-5}}{1,2 \cdot 10^{-1}} \right] = 2,7 \text{ ч.}\end{aligned}$$

Определив $T_{\text{ср}}$ и $T_{\text{в}}$, вычисляем коэффициент готовности k_r системы по формуле

$$k_r = \frac{T_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}} + T_{\text{в}}} = \frac{828,5}{828,5 + 2,7} = 0,9967.$$

Вероятность безотказной работы системы:

$$P_c(t) = e^{-\Lambda_c t} = e^{-120,7 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5} = 0,9994.$$

Следовательно, $k_{\text{ог}} = k_r P_c(t) = 0,9967 \cdot 0,9994 = 0,9961$.

Контрольные вопросы

1. Объясните содержательный смысл понятий функции готовности и коэффициента готовности.
2. Как составляется граф переходов состояний дублированной восстанавливаемой системы?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Определить коэффициент оперативной готовности нерезервированной системы управления техническим комплексом, которая состоит из телемеханической системы, двух однотипных компьютеров (бортового и наземного), исполнительного устройства, системы электропитания с интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = \lambda_3 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_4 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_5 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ и восстановлений: $\mu_1 = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_2 = \mu_3 = 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_4 = 3 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_5 = 5 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$ соответственно, если время непрерывной работы после получения исполнительной команды $\tau = 1 \text{ ч}$.

2. Определить коэффициент готовности устройства сопряжения с объектом (УСО), который является частью измерительно-вычислительного комплекса, включающего кроме этого также и сигнальный процессор (СП), если известно, что коэффициент готовности комплекса равняется 0,9, интенсивности отказов УСО и СП одинаковы и равняются 1 ч^{-1} , а отношение интенсивностей их восстановлений равно 0,5.

3. Определить коэффициент оперативной готовности нерезервированной системы управления техническим комплексом, которая состоит из исполнительных устройств, двух однотипных компьютеров (бортового и наземного), устройства сопряжения и системы электропитания с интенсивностями отказов: $\lambda_1 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = \lambda_2 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_4 = 6 \cdot 10^{-6} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_5 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$ и восстановлений: $\mu_1 = 0,3 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_2 = \mu_3 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_4 = 6 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_5 = 8 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$ соответственно, если время непрерывной работы, после получения исполнительной команды, $\tau = 2 \text{ ч}$.

4. Определить коэффициент готовности процессора (П), который является частью контроллера, включающего также устройство памяти (УП), если известно, что коэффициент готовности контроллера равняется 0,95. Интенсивности восстановлений П и УП одинаковые и равняются 2 ч^{-1} , а интенсивности отказов также одинаковы.

5. Технический комплекс состоит из телемеханической системы, которая осуществляет передачу информации между пунктом управления и другими системами комплекса, программного обеспечения, наземного компьюте-

Таблица 7.1

Данные к задаче 5

Подсистема комплекса	Интенсивность отказов	Интенсивность восстановления
1. Телемеханическая система	$\lambda_1 = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_1 = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
2. Программное обеспечение	$\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_2 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
3. Наземный компьютер	$\lambda_3 = 3 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_3 = 0,8 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
4. Устройство сопряжения	$\lambda_4 = 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_4 = 0,4 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
5. Система электропитания	$\lambda_5 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_5 = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
6. Бортовой компьютер	$\lambda_6 = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_6 = 0,6 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
7. Исполнительные устройства	$\lambda_7 = 4 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_7 = 0,5 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
8. Датчики	$\lambda_8 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_8 = 1 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$
9. Бортовая батарея	$\lambda_9 = 8 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$	$\mu_9 = 2 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$

ра, устройства сопряжения, системы электропитания, системы управления летательного аппарата, которая состоит, в свою очередь, из бортового компьютера, исполнительных устройств, датчиков и бортовых батарей. Интенсивности отказов и восстановлений каждой из составных частей системы указаны в табл. 7.1. Время работы комплекса 1 ч.

Для технического комплекса требуется определить: интенсивность отказов; среднее время безотказной работы; среднее время восстановления; коэффициент готовности; коэффициент оперативной готовности.

ГЛАВА 8

НАДЕЖНОСТЬ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Выбранный на стадии проектирования и обеспеченный при изготовлении технической системы уровень ее надежности должен систематически поддерживаться при эксплуатации. Простой оборудования в промышленности, вызванные отказами техники или программного обеспечения, а также ошибочными действиями персонала, приводят к большому материальному ущербу и должны быть минимизированы.

Для поддержания необходимого уровня постоянной готовности техники к использованию по назначению по фактору надежности должен выполняться комплекс требований и мероприятий, главными из которых являются соблюдение инструкций по эксплуатации и организации рациональной системы, технического обслуживания и ремонта оборудования.

Правильно организованные техническое обслуживание и ремонт оборудования позволяют повысить надежность работы различных по функциональному назначению технических систем, предупредить быстрый износ элементов, своевременно подготовиться к ремонтным работам и качественно провести их в установленный срок, обеспечить производительную и безопасную работу техники, уменьшить эксплуатационные расходы за счет снижения числа аварийных отказов и убытков из-за их возникновения.

Настоящая глава посвящена анализу надежности сложных технических систем с резервированием и учетом их восстановления при отказах элементов.

8.1. ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Эффективным способом повышения надежности систем наряду с восстановлением является резервирование. Сложность жизненного цикла резервированных изделий с восстановлением не позволяет непосредственно использовать простые модели для показателей надежности. Для таких случаев разработан специальный математический аппарат, базирующийся на теории марковских процессов с конечным множеством состояний. Определение показателей надежности при таком подходе сводится к решению систем дифференциальных или алгебраических уравнений.

При использовании теории марковских процессов к описанию поведения резервированных восстанавливаемых систем принимается допущение, что время безотказной работы и время восстановления распределены по экспоненциальному закону с параметрами соответственно λ и μ .

Марковским процессом (процессом без последствий) называется случайный процесс в системе, в которой для каждого момента времени t_0 вероятность состояния в будущем (при $t > t_0$) зависит только от ее состояния в настоящем ($t = t_0$) и не зависит от того, когда и каким образом система пришла в это состояние, т. е. как развивался процесс в прошлом. Таким образом, функционирование системы, описанной марковским процессом, в будущем зависит лишь от ее теперешнего состояния и не зависит от предыстории процесса.

Рассматриваемая система может находиться в нескольких состояниях, число которых является конечным и в которые она переходит в случайные моменты времени. Процесс в такой системе называется случайным процессом с дискретными состояниями.

Пусть $x(t)$ — регулярный (однородный) марковский процесс, определенный на множестве состояний S с заданными начальными условиями и вероятностями переходов $P_{ij}(t)$:

$$P_{ij}(t) = P\{x(t + \Delta t) = S_j \mid x(t) = S_i\}. \quad (8.1)$$

Обозначим через $P_{ij}(t) = P_i(t)$ вероятность нахождения марковского процесса $x(t)$ в момент времени t в состоянии S_i .

Регулярные марковские процессы $x(t)$ с конечным множеством состояний описываются матрицей постоянных величин $Y_{ij}(S_i, S_j \in \mathbf{S})$, которые называются интенсивностями переходов из состояний S_i в S_j . Матрицу L , содержащую интенсивности Y_{ij} , называют матрицей переходов:

$$L = \begin{pmatrix} -Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & -Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & -Y_{nn} \end{pmatrix}. \quad (8.2)$$

Для консервативных марковских процессов, у которых

$$y_i = \sum_{j=1}^n y_{ij} < \infty, \quad i = 1, \dots, n,$$

вероятности $P_i(t)$ определяются из системы дифференциальных уравнений, называемых уравнениями А. Н. Колмогорова:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n y_{ij} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^n y_{ij}. \quad (8.3)$$

Для решения системы уравнений относительно вероятностей $P_i(t)$ необходимо задать первоначальное распределение вероятностей $P_1(0), P_2(0), \dots, P_n(0)$, сумма которых равна 1:

$$\sum_{i=1}^n P_i(0) = 1. \quad (8.4)$$

Таким образом, при использовании теории марковских процессов для расчета резервированных восстанавливаемых систем необходимо:

- определить процесс возникновения отказов аппаратуры системы;
- составить и проанализировать структурную схему системы;
- определить правила (порядок) проведения работ по восстановлению;
- проанализировать состояние, которое характеризует отказ системы.

8.2. МЕТОДИКА РАСЧЕТА НАДЕЖНОСТИ РЕЗЕРВИРОВАННЫХ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ

Рассмотрим методику расчета надежности на примере простейшей системы из одного элемента, в которой применено резервирование замещением с ненагруженным резервом (рис. 8.1).

Примем следующие допущения:

- число восстановлений не ограничено;
- интенсивность отказов в ненагруженном резерве $\lambda_{\text{нер}} = 0$;
- интенсивность отказов в нагруженном резерве λ ;
- интенсивность восстановления $\mu = \text{const}$;
- средства контроля и переключения резерва идеальные.

Надежность восстанавливаемых систем оценивается комплексными показателями, поэтому определим коэффициенты (функции) готовности и оперативной готовности. Расчет надежности осуществляется следующим образом.

1. Определяется множество состояний, в которых может находиться система:

$$S = \{S_1, S_2, \dots, S_R\} = \{S_i\}_{i=1}^R.$$

В рассматриваемом примере таких состояний три: $S = \{S_1, S_2, S_3\}$.

Здесь S_1 означает, что оба элемента работоспособны, S_2 означает, что отказал первый элемент, и он начал восстанавливаться, и вместо него включился в работу другой элемент; S_3 означает, что оба элемента отказали и восстанавливаются.

2. Работа системы описывается графом переходов системы. Вершинами графа переходов являются состояния системы $S_i \in S$, а дуги графа отвечают возможным переходам системы из одного состояния в другое с соответствующими интенсивностями λ, μ .

Граф переходов для приведенного примера представлен на рис. 8.2.



Рис. 8.1
Структурная
схема надежности
системы с
ненагруженным
резервом

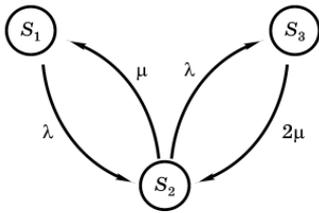


Рис. 8.2
Граф переходов системы
с ненагруженным
резервом

Интенсивность перехода из состояния S_3 в состояние S_2 равна $Y_{32} = 2\mu$, так как на этом переходе осуществляется одновременное восстановление двух элементов, которые отказали, с интенсивностью μ для каждого.

3. Составляется система дифференциальных уравнений в виде (8.3):

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^r [Y_{ij}(\lambda, \mu)P_j(t) - P_i(t)] \sum_{j=1}^r Y_{ij}(\lambda, \mu), \quad (8.5)$$

где величины Y_{ij} являются функциями интенсивностей отказов λ и восстановлений μ . Первый член правой части уравнения (8.5) обозначает вероятность переходов в состояние S_i , а второй — вероятность переходов из состояния S_i .

В данном примере эта система содержит три уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{dP_1(t)}{dt} &= \mu P_2(t) - \lambda P_1(t); \\ \frac{dP_2(t)}{dt} &= \lambda P_1(t) + 2\mu P_3(t) - (\mu + \lambda)P_2(t); \\ \frac{dP_3(t)}{dt} &= \lambda P_2(t) - 2\mu P_3(t). \end{aligned}$$

Система уравнений (8.5) дополняется нормированным соотношением (8.4), которое в данном случае запишется в виде $P_1(t) + P_2(t) + P_3(t) = 1$.

4. Решается полученная система дифференциальных уравнений и определяются вероятности состояний $P_i(t)$ как функции времени, а также интенсивностей λ и μ .

5. Так как на практике процессы в системах длятся достаточно долго, то возникает необходимость определить не точные, а граничные значения вероятностей P_i , которые характеризуют вероятности нахождения системы в тех или других состояниях S_i в установившемся режиме.

Для такого режима можно принять

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = 0, \quad i = 1, \dots, r.$$

Тогда система дифференциальных уравнений (8.5) преобразуется в систему алгебраических уравнений вида

$$\sum_{j=1}^r Y_{ij}(\lambda, \mu) P_j - P_i \sum_{j=1}^r Y_{ij}(\lambda, \mu) = 0. \quad (8.6)$$

В этих уравнениях аргумент t функции P_i , $i = 1, \dots, r$, опущен.

Для рассматриваемого примера имеем

$$\begin{aligned} \mu P_2 - \lambda P_1 &= 0; \\ \lambda P_1 + 2\mu P_3 - (\mu + \lambda) P_2 &= 0; \\ \lambda P_2 - 2\mu P_3 &= 0. \end{aligned}$$

6. Решается система алгебраических уравнений (8.6) с учетом нормированного уравнения

$$\sum_{i=1}^r P_i = 1.$$

Для решения этой системы могут быть использованы два метода:

А. С использованием определителей, полученных из коэффициентов при неизвестных P_i ; т. е.

$$P_i = \frac{\Delta_i}{\Delta},$$

где Δ — определитель, который получается из коэффициентов при P_1, P_2, \dots, P_r в уравнениях системы (8.6); Δ_i — определитель, который получается из определителя Δ путем замены столбца коэффициентов при P_i нулями и единицей.

Б. Метод подстановки. Для этого осуществляется последовательная подстановка и исключение переменных P_i .

В рассматриваемом случае при замене последнего уравнения нормированным соотношением получим систему уравнений

$$\begin{aligned} \mu P_2 - \lambda P_1 &= 0; \\ \lambda P_1 + 2\mu P_3 - (\mu + \lambda) P_2 &= 0; \\ P_1 + P_2 + P_3 &= 1. \end{aligned}$$

Решение этой системы имеет вид

$$P_1 = \frac{2\mu^2}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2}; \quad P_2 = \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2}; \quad P_3 = \frac{\lambda^2}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2}.$$

7. По известным значениям вероятностей P_i определяются показатели надежности, в том числе комплексный показатель — коэффициент готовности

$$k_{\Gamma} = \sum_{i: S_i \in S_{\Pi}} P_i, \quad (8.7)$$

где $S_{\Pi} \in S$ подмножество состояний S_i , которые соответствуют работоспособному состоянию системы.

В данном случае $S_{\Pi} = \{S_1, S_2\}$. Таким образом, имеем

$$k_{\Gamma} = P_1 + P_2 = \frac{2\mu(\lambda + \mu)}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2}. \quad (8.8)$$

8. Вычисляется коэффициент оперативной готовности:

$$k_{\text{ор}}(t) = \sum_{i: S_i \in S_{\Pi}} P_i P(S_i, t), \quad (8.9)$$

где $P(S_i, t)$ — вероятность безотказной работы системы, которая находится в состоянии S_i .

Для систем с ненагруженным резервом имеем

$$P_{\text{нпр}}(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^m \frac{(\lambda t)^i}{i!} P_{\kappa},$$

где P_{κ} — вероятность безотказной работы коммутатора (переключателя).

С учетом принятых допущений имеем

$$P(S_1, t) = e^{-\lambda t}(1 + \lambda t), \quad P(S_2, t) = e^{-\lambda t}.$$

Тогда

$$k_{\text{ор}}(t) = \frac{2\mu^2(1 + \lambda t)}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2} e^{-\lambda t} + \frac{2\lambda\mu}{\mu^2 + (\lambda + \mu)^2} e^{-\lambda t}.$$

Данная методика применима для расчета как резервированных, так и нерезервированных восстанавливаемых систем при отсутствии стандартных формул для расчета.

8.3. РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ С УЧЕТОМ ХАРАКТЕРИСТИК СРЕДСТВ КОНТРОЛЯ

В п. 8.2 при расчете надежности резервируемых восстанавливаемых систем было принято допущение об идеальности средств контроля, которые определяют отказ работающего элемента. Это означает, что, во-первых, любой отказ будет определен, во-вторых, ошибочное выключение рабочего элемента невозможно и, в-третьих, переключение элементов при отказах производится мгновенно.

Ошибочное выключение рабочего элемента может быть достаточно просто учтено путем увеличения интенсивности отказа элемента λ на величину интенсивности отказа средства контроля λ_k , которое приводит к ошибочному выключению рабочего элемента при условии, что восстановление с интенсивностью μ включает как восстановление элемента, так и восстановление устройств контроля (рис. 8.3а).

Рассмотрим методику учета неидеальности средств контроля в части определения ими какого-либо отказа. Допустим, что аппаратура элемента системы содержит две части. Отказы в первой части аппаратуры определяются полностью, а отказы в другой части — не определяются. Объем первой части составляет $a \cdot 100\%$ от общего объема, а объем второй части — $(1 - a)100\%$. Коэффициент a , который характеризует отношения контролируемого объема аппаратуры к общему объему аппаратуры, называют

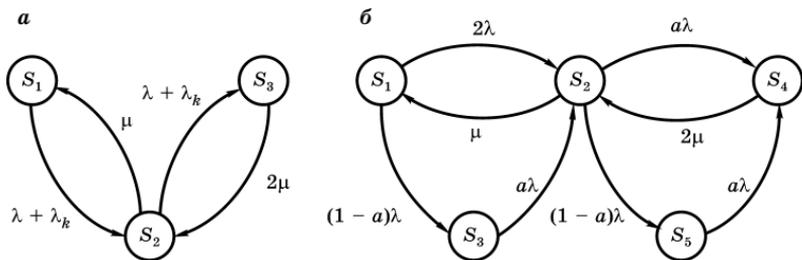


Рис. 8.3

Графы переходов системы с ненагруженным резервом с учетом интенсивности отказов средств (а) и полноты контроля (б)

полнотой контроля. При $a = 1$ средства контроля определяют любой отказ.

Рассмотрим случай, соответствующий $a < 1$; тогда система с ненагруженным резервом (см. рис. 8.1 и рис. 8.2) будет иметь следующие состояния:

S_1 — оба элемента работоспособны;

S_2 — произошел отказ первого элемента в контролируемой части аппаратуры, он обновляется, вместо первого элемента работает второй;

S_3 — произошел отказ первого элемента в неконтролируемой части аппаратуры. Система находится в состоянии скрытого отказа;

S_4 — произошел отказ второго элемента в контролируемой части аппаратуры и обновляются оба элемента;

S_5 — произошел отказ второго элемента в неконтролируемой части аппаратуры. Система находится в состоянии скрытого отказа.

На рис. 8.3б показан граф переходов при условии, что после восстановления не происходит переключения на восстановленный элемент, когда отказ работающего элемента не произошел.

Определим коэффициент готовности с использованием методики, описанной в п. 8.2. Система дифференциальных уравнений имеет вид

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = \mu P_2(t) - [a\lambda + (1-a)\lambda]P_1(t);$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = a\lambda P_1(t) + a\lambda P_3(t) + 2\mu P_4(t) - [a\lambda + (1-a)\lambda + \mu]P_2(t);$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = (1-a)\lambda P_1(t) - a\lambda P_3(t);$$

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = a\lambda P_2(t) + a\lambda P_5(t) - 2\mu P_4(t);$$

$$\frac{dP_5(t)}{dt} = (1-a)\lambda P_2(t) - a\lambda P_5(t).$$

При постоянных значениях P_i эта система преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \mu P_2 - \lambda P_1 &= 0; \\ a\lambda P_1 + a\lambda P_3 + 2\mu P_4 - (\lambda + \mu)P_2 &= 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (1 - a)\lambda P_1 - a\lambda P_3 &= 0; \\ a\lambda P_2 + aP_5 - 2\mu P_4 &= 0; \\ (1 - a)\lambda P_2 - a\lambda P_5 &= 0. \end{aligned}$$

Дополняя полученные уравнения нормировочным условием $P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 1$ и с использованием обозначения

$$2\mu^2 - 2\mu\lambda + 4a\mu\lambda + \lambda^2 a = D, \tag{8.10}$$

получим

$$\begin{aligned} P_1 &= \frac{2\mu^2 a}{D}; \quad P_2 = \frac{2a\lambda\mu}{D}; \quad P_3 = \frac{2(1-a)\mu^2}{D}; \\ P_4 &= \frac{a\lambda^2}{D}; \quad P_5 = \frac{2(1-a)\lambda\mu}{D}. \end{aligned}$$

Коэффициент готовности определяется в этом случае как сумма вероятностей состояний S_1, S_2 , так как состояния S_3, S_5 относятся к состояниям скрытого отказа, а состояние S_4 — к одновременному отказу обоих элементов:

$$k_r^* = P_2 + P_1 = \frac{2a\mu(\mu + \lambda)}{D}. \tag{8.11}$$

Полученное значение коэффициента готовности k_r^* при $a = 1$ совпадает с коэффициентом готовности k_r для системы (см. рис. 8.2). Отношение этих значений, определенных формулами (8.8) и (8.11), равно

$$\delta = \frac{k_r^*}{k_r} = \frac{a[2\mu(\mu + \lambda) + \lambda^2]}{D}. \tag{8.12}$$

Анализ зависимости (8.12), показанной на рис. 8.4, свидетельствует о том, что неидеальные (относительно полноты) средства оперативного контроля значительно снижают коэффициент готовности по сравнению со значением при $a = 1$.

Повышение коэффициента готовности резервированных восстанавливаемых систем в некоторых случаях можно обеспечить

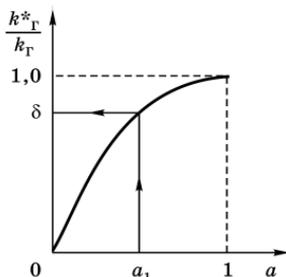


Рис. 8.4
Зависимость коэффициента готовности от глубины контроля

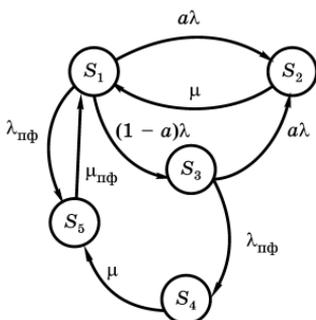


Рис. 8.5

Граф переходов состояний нерезервированной восстанавливаемой системы с оперативным периодическим контролем

при использовании в процессе эксплуатации не только оперативного контроля, но и профилактического (тестового) контроля, который позволяет выявить скрытые отказы.

Граф переходов состояний нерезервированной восстанавливаемой системы с оперативным периодическим контролем показан на рис. 8.5, где обозначено: $\lambda_{пф}$ — интенсивность перехода в состояние профилактического контроля, пропорциональная величине периода такого

контроля $T_{пф}$; $\mu_{пф}$ — интенсивность восстановления системы после проведения такого контроля, пропорциональная длительности контроля при профилактике $T_{пфк}$. Из состояния скрытого отказа S_3 система может с интенсивностью $\lambda_{пф}$ перейти в состояние S_4 «профилактики» при наличии отказа и далее — с интенсивностью μ — в состояние S_5 «профилактики». При отсутствии отказов осуществляется переход из состояния S_1 в состояние S_5 и обратный переход с интенсивностями $\lambda_{пф}$ и $\mu_{пф}$ соответственно.

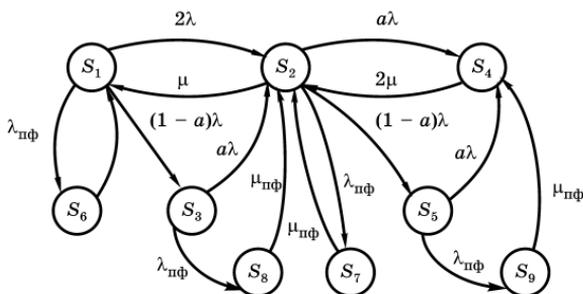
Решение уравнений А. Н. Колмогорова для этого случая приводит к следующему выражению для коэффициента готовности:

$$k_r = P_1 = \frac{\lambda_{пф}}{\mu_{пф}} + \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{\mu} + \frac{\lambda_{пф}}{\mu_{пф}} + \frac{(1-a)(3\mu_{пф} + \lambda_{пф}\mu_{пф} + \lambda_{пф}\mu)}{\lambda(2\mu + \lambda_{пф})}}$$

Если расширить применение оперативного и периодического контроля на вышерассмотренный пример системы с резервированием замещением, то получим систему, которая описывается графом переходов с девятью состояниями (рис. 8.6). Эта система в отличие от системы с графом, показанным на рис. 8.3б, дополнительно имеет следующие состояния:

S_6 — «профилактики» при отсутствии отказов;

Рис. 8.6
Граф переходов резервированной восстанавливаемой системы с оперативным и периодическим профилактическим контролем



S_7 — «профилактики» при одном выявленном отказе;
 S_8 — «профилактики» при наличии одного скрытого отказа;

S_9 — «профилактики» при наличии одного скрытого и одного выявленного отказов.

Для оценки надежности резервированных восстанавливаемых систем с контролем целесообразно использовать компьютерное моделирование.

Таким образом, характеристики средств контроля значительно влияют на надежность систем, что обуславливает необходимость их всестороннего развития и усовершенствования. Эти задачи являются предметом технической диагностики.

Пример 8.1. Определить коэффициенты готовности и оперативной готовности резервированной восстанавливаемой системы, которая состоит из постоянного запоминающего устройства (ПЗУ) с мажоритарным резервированием и блока энергообеспечения (БЭО) без резерва со значениями интенсивностей отказов соответственно: $\lambda_1 = 2,5 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\lambda_2 = 0,9 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$. Интенсивности восстановления обоих устройств одинаковы: $\mu_1 = \mu_2 = \mu = 1 \cdot 10^{-1} \text{ ч}^{-1}$. Интенсивность отказов мажоритарного элемента $\lambda_{мэ} = 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$, а интенсивность его восстановления равна μ . Время функционирования $t = 0,3 \text{ ч}$.

Решение. В соответствии с заданием структурная схема надежности (ССН) имеет вид, показанный на рис. 8.7.

1. На основе анализа структурной схемы надежности определяем множество состояний системы $S = \{S_i\}$, $i = 0, \dots, 7$, где:

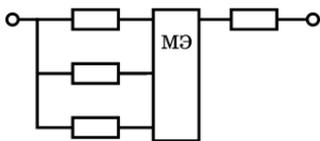


Рис. 8.7
ССН резервированной
восстанавливаемой
системы

S_0 — состояние системы, если работоспособны все элементы обеих подсистем;

S_1 — состояние, при котором неработоспособен какой-нибудь (из трех) элемент первой подсистемы и началось его восстановление;

S_2 — состояние, которое характеризуется неисправностью двух каких-нибудь элементов первой подсистемы и идет их восстановление;

S_3 — состояние, при котором неработоспособен БЭО и началось его восстановление;

S_4 — состояние, при котором неработоспособен БЭО и один из каналов ПЗУ, и идет их восстановление;

S_5 — состояние, которое характеризуется тем, что неработоспособен мажоритарный элемент и началось его восстановление;

S_6 — состояние, когда неработоспособен один из каналов ПЗУ и мажоритарный элемент, и идет процесс восстановления.

2. Составляем граф состояний системы и соответствующие переходы (рис. 8.8).

3. С использованием графа состояний записываем соответствующую ему систему дифференциальных уравнений:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -(3\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)P_0 + \mu P_1 + \mu P_3 + \mu P_5;$$

$$\frac{dP_1(t)}{dt} = -(2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 + \mu)P_1 + 3\lambda_1 P_0 + 2\mu P_2 + 2\mu P_4 + 2\mu P_6;$$

$$\frac{dP_2(t)}{dt} = -2\mu P_2 + 2\lambda_1 P_1;$$

$$\frac{dP_3(t)}{dt} = -\mu P_3 + \lambda_2 P_0;$$

$$\frac{dP_4(t)}{dt} = -2\mu P_4 + \lambda_2 P_1;$$

$$\frac{dP_5(t)}{dt} = -\mu P_5 + \lambda_3 P_0;$$

$$\frac{dP_6(t)}{dt} = -2\mu P_6 + \lambda_3 P_1.$$

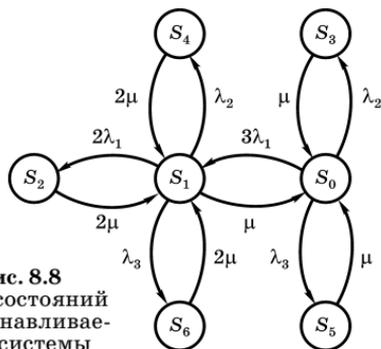


Рис. 8.8
Граф состояний
восстанавливаемой
системы

4. Для стационарного режима все производные равны нулю. Поэтому с учетом условия нормировки $P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 = 1$ получаем систему алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} -(3\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)P_0 + \mu P_1 + \mu P_3 + \mu P_5 &= 0; \\ 2\lambda_1 P_1 - 2\mu P_2 &= 0; \quad \lambda_2 P_0 - \mu P_3 = 0; \\ \lambda_2 P_1 - 2\mu P_4 &= 0; \quad \lambda_3 P_0 - \mu P_5 = 0; \\ P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 &= 1. \end{aligned}$$

Для решения этой системы можно применить различные методы. Опуская промежуточные преобразования, приведем окончательное решение:

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{D}; \quad P_1 = \frac{3\lambda_1}{\mu} P_0; \quad P_2 = \frac{3\lambda_1^2}{\mu} P_0; \quad P_3 = \frac{\lambda_2}{\mu} P_0; \\ P_4 &= \frac{3\lambda_1 \lambda_2}{2\mu^2} P_0; \quad P_5 = \frac{\lambda_3}{\mu} P_0; \quad P_6 = \frac{3\lambda_1 \lambda_3}{2\mu^2} P_0, \end{aligned}$$

где

$$D = 1 + \frac{3\lambda_1}{\mu} + \frac{3\lambda_1^2}{\mu} + \frac{\lambda_2}{\mu} + \frac{3\lambda_1 \lambda_2}{2\mu^2} + \frac{\lambda_3}{\mu} + \frac{3\lambda_1 \lambda_3}{2\mu^2}.$$

С учетом численных значений получим:

$$\begin{aligned} P_0 &= 0,9836; \quad P_1 = 0,00737; \quad P_2 = 0,5164 \cdot 10^{-5}; \\ P_3 &= 0,00885; \quad P_4 = 0,3319 \cdot 10^{-5}; \quad P_5 = 0,9836 \cdot 10^{-4}; \\ P_6 &= 0,0125 \cdot 10^{-5}. \end{aligned}$$

Обозначим коэффициент готовности системы как сумму вероятностей P_1 и P_0 , т. е.

$$k_r = P_1 + P_0 = 0,00737 + 0,9836 = 0,991.$$

Для вычисления коэффициента оперативной готовности определим вероятность безотказной работы системы за заданное время $t = 0,3$ ч. В соответствии со структурной схемой надежности системы имеем

$$\begin{aligned} P(t) &= e^{-\lambda_2 t} e^{-\lambda_3 t} (3e^{-2\lambda_1 t} - 2e^{-3\lambda_1 t}); \\ P(t) &= e^{-(0,9 \cdot 10^{-3} + 10^{-5})0,3} (3e^{-2 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3} - 2 \cdot e^{-3 \cdot 2,5 \cdot 10^{-4} \cdot 0,3}) = 0,9997. \end{aligned}$$

Коэффициент оперативной готовности равен

$$k_{ор}(t) = k_r P(t) = 0,991 \cdot 0,9997 = 0,991.$$

Контрольные вопросы

1. Объясните характеристики марковских процессов.
2. Выведите уравнение для расчета надежности восстанавливаемой резервированной системы с использованием графа перехода состояний.
3. Какими способами можно решить уравнения, описывающие вероятности состояний резервированной системы с восстановлением?
4. Как учитывается последствие отказов при расчете надежности резервированных систем?
5. Оцените вероятность состояния объекта в зависимости от его начального состояния.
6. Объясните методику расчета надежности резервированных восстанавливаемых систем.
7. Объясните повышение надежности технических систем за счет средств контроля.
8. Как учитывается неидеальность средств контроля при анализе надежности технических систем?
9. Объясните назначение тестового контроля в технических системах.
10. Какие отказы называют скрытыми?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Составьте граф состояний системы, которая содержит два блока с интенсивностями отказов и восстановления соответственно λ_1, μ_1 и λ_2, μ_2 . Первый блок построен по принципу мажоритарного резервирования, а другой реализован с использованием замещения с ненагруженным резервом. Переключающее приспособление считается безотказным. Составить формулу для вычисления коэффициента оперативной готовности системы.

2. Выведите формулу для вычисления коэффициента оперативной готовности дублированной восстанавливаемой системы, элементы которой имеют интенсивности отказов и восстановления соответственно λ_1, λ_2 и $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ для следующих случаев:

- 1) в наличии есть две возможности восстановления;
- 2) в наличии есть одна возможность восстановления, причем приоритет в восстановлении принадлежит:
 - а) первому элементу;
 - б) второму элементу.

3. Составьте в общем виде граф переходов для системы дифференциальных уравнений, которые описывают марковский процесс функционирования системы, построенной:

а) по схеме постоянного общего резервирования и состоящей из m равнонадежных подсистем;

б) по принципу мажоритарного резервирования из абсолютно надежных мажоритарных элементов, которые реализуют схему голосования « k из m », где

$$k = \frac{(m+1)}{2}.$$

4. Определите коэффициент готовности системы, которая составлена из двух подсистем, реализованных соответственно по схеме мажоритарного резервирования «2 из 3» и схеме ненагруженного резерва с кратностью, равной единице. Интенсивности отказов и восстановлений основного и мажоритарного элемента первой и второй подсистем соответственно равняются $\lambda_1 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_1 = 0,5 \text{ ч}$; $\lambda_{\text{МО}} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_2 = 0,7 \text{ ч}$; $\lambda_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ ч}^{-1}$; $\mu_3 = 0,45 \text{ ч}$. Рассчитать коэффициент готовности для значений времени: 1 ч; 10 ч; 100 ч; 250 ч; 500 ч. Сравнить полученные значения с величинами коэффициентов готовности нерезервированной системы для этих же моментов времени.

5. Какое соотношение должно существовать между средним временем безотказной работы и средним временем восстановления работоспособного состояния нерезервированной и резервированной систем (вне зависимости от типа резервирования), чтобы выигрыш по коэффициенту готовности резервированной системы в сравнении с нерезервированной был больше единицы для любого момента времени?

6. Выполнить расчет надежности резервированной восстанавливаемой системы, состоящей из двух частей (блока питания БП и постоянного запоминающего устройства ПЗУ), каждая из которых может быть зарезервирована с использованием известных методов.

В условии задания даны методы резервирования устройств, интенсивности их отказов (в том числе отказов коммутирующих устройств — КУ) и восстановлений, а также

Таблица 8.1

Варианты заданий к задаче 6

№ варианта	Интенсивность отказов $\lambda \cdot 10^{-4}$, 1/ч						Интенсивность восстановления $\mu \cdot 10^{-4}$, 1/ч	Время работы, ч
	ПЗУ			БП				
	ТР	$\lambda_{ПЗУ}$	$\lambda_{КУ}$	ТР	$\lambda_{БП}$	$\lambda_{КУ}$		
1	10	2	—	32	8	0	0,1	1
2	20	1	0	10	1	—	0,1	0,5
3	42	1,2	1	10	0,6	—	0,4	0,2
4	10	0,8	—	31	2	1	0,3	0,4
5	32	1	0	10	0,7	—	0,5	0,6

Примечание: в табл. 8.1 использованы обозначения типа резервирования ТР, принятые для табл. 6.2.

время работы системы. Вероятность отказов элементов в ненагруженном резерве равняется нулю. Варианты индивидуальных заданий приведены в табл. 8.1.

Требуется: составить граф переходов системы; записать систему дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова; записать систему алгебраических уравнений с использованием дифференциальных уравнений А. Н. Колмогорова; решить систему алгебраических уравнений (методом непосредственной подстановки или с помощью определителей Крамера); вычислить коэффициент готовности k_T и коэффициент оперативной готовности $k_{ор}(t)$ системы.

ЖИВУЧЕСТЬ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Современные технические и организационно-технические системы, обеспечивающие жизнедеятельность общества, имеют развитые коммуникации энергоносителей, транспорта, связи, имеют сложные структуры ресурсобеспечения и управления. Такие системы чувствительны к различным внешним воздействиям стихийного и целенаправленного характера. Качества и закономерности его изменения под воздействием внешних факторов в таких системах, а также их восстановительные способности являются предметом **теории живучести**.

В настоящей главе рассмотрены основные понятия живучести сложных систем и методы ее повышения.

9.1. ПОНЯТИЕ И ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ

Классическая теория интерпретирует понятие надежности как свойство объекта выполнять заданные функции, сохраняя в течение определенного промежутка времени значения установленных эксплуатационных показателей в заданных пределах, соответствующих определенным режимам и условиям использования, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортирования. Процесс эксплуатации объекта всегда сопровождается изменением вектора показателей, характеризующих ее качество, в результате различного рода повреждений. При этом на множестве состояний, вызванных отказами, могут быть

выделены состояния, допускающие выполнение системой заданных функций. Такие состояния называют **состояниями-ми способности**.

Свойство систем сохранять состояние способности при отказах элементов называют **отказоустойчивостью**. Физический смысл свойства отказоустойчивости состоит в сохранении системой качества на заданном уровне или его восстановление в установленное время при отказах элементов, происходящих в расчетных условиях.

Элементы технических систем, кроме естественного старения, связанного с их собственным функционированием, могут подвергаться внезапному вредному воздействию некоторых активных агентов внешней среды. Для повышения надежности технических систем в их структуру вводят избыточность. При этом поведение системы остается пассивным по отношению к вредным воздействиям внешней среды. Кроме резервирования для повышения надежности системы, в ее структуру можно ввести высоконадежные защитные элементы, с помощью которых система обнаруживает приближающиеся изменения рабочих элементов и восстанавливает их. Такое поведение системы активно по отношению к своим рабочим элементам, но пассивно по отношению к внешней среде.

В случаях активного действия защитных элементов по отношению к вредным воздействиям внешней среды система приобретает новое качество, совмещающее в себе наряду с надежностью еще и внешнюю активность для ее поддержания. Такое качество системы, состоящее в способности активно противостоять с помощью специально организованной структуры и поведения вредным воздействиям внешней среды, называют живучестью.

Живучесть — это составляющая качества, характеризующая изменение свойств системы, эксплуатирующейся в условиях, не соответствующих расчетным. Это свойство характеризует способность системы противостоять крупным возмущениям за пределами, установленными для их расчетной области функционирования, не допускающая последующего каскадного развития аварийных и катастрофических ситуаций.

Анализ живучести представляет особый интерес для современных техногенных систем, обеспечивающих жизнедеятельность в экономических, коммуникационных, военных и других областях. Функционирование и развитие таких систем имеет повышенную чувствительность к различного рода внешним воздействиям: природным (землетрясения, наводнения, погодные катаклизмы и др.) и искусственным (целенаправленные действия противника, терроризм и т. п.).

Живучесть — это свойство, характеризующее способность системы эффективно функционировать при получении повреждений (разрушений) или восстанавливать данную способность в течение заданного времени. Живучесть, также как надежность и отказоустойчивость, — это комплексное свойство системы, которое проявляется через возможность сохранять или восстанавливать состояние способности при воздействии повреждающих факторов.

Повреждающий фактор — это определенный вид внешнего воздействия, параметры которого превышают значения, на которые рассчитан элемент системы при его проектировании. Повреждения могут быть результатом действия:

- природных катаклизмов или аварийных ситуаций (аварийные повреждения);
- противника, целенаправленно воздействующего на объект (боевые повреждения, вредительство);
- ошибок обслуживающего персонала (эксплуатационные повреждения).

С повреждением элементов систем связано понятие **ущерба**, который характеризуется людскими, материальными или временными потерями. При исследовании систем по критерию живучести оперируют понятиями «предельный ущерб» (наибольший допустимый) и «предотвращенный ущерб» (величина, на которую уменьшается ущерб за счет восстановительных мер).

Формализация состояний системы при исследовании живучести существенно отличается от методики, принятой в теории надежности. Требование работоспособности, принятое в исследованиях систем на надежность, является

слишком жестким для оценивания живучести. Многие системы, утратившие работоспособность, т. е. соответствие по всем параметрам требованиям нормативно-технической документации, могут располагать остаточными возможностями. Следовательно, на множестве неработоспособных с точки зрения надежности состояний могут существовать состояния способности, допускающие выполнение системой поставленной задачи с заданной эффективностью. Это означает, что система рассматривается в двух состояниях — способности и неспособности.

9.2. ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ

Различные стороны понятия «живучесть» определяются множеством конкретных характеристик систем.

1. Неуязвимость (непоражаемость) характеризует свойство системы сохранять состояние способности при получении повреждений от воздействия повреждающих факторов. Количество таких повреждений зависит от стойкости элементов системы, а эффект их влияния на ее состояние определяется степенью структурной избыточности. Поэтому для определения неуязвимости системы используют стойкость и структурную избыточность.

Стойкость характеризует способность системы сохранять состояние способности при воздействии повреждающих факторов. Обычно стойкость связывается с физической природой конкретного повреждающего фактора. В связи с этим используют различные частные характеристики: ударостойкость, радиационная стойкость, термостойкость, электромагнитная стойкость, водостойкость и т. д.

Структурная избыточность характеризует неуязвимость системы, обеспечиваемую наличием в структуре резерва элементов назначения. Количественной мерой данной характеристики служит степень структурной избыточности, т. е. отношение числа элементов назначения системы к минимально необходимому количеству для решения системой задачи.

2. Адаптивность (от лат. *adaptatio* — приспособление) характеризует свойство системы предотвращать развитие вторичных поражений и формировать состояние способности на основе остаточного ресурса путем приспособления строения (структуры) и функций к условиям существования. Приспособление строения к условиям существования заключается в сохранении от вторичных поражений остаточного ресурса системы и достигается средствами адаптации, назначение которых состоит в предотвращении развития поражений системы.

Приспособление функций к условиям существования достигается средствами адаптации, управляющими функционированием системы по алгоритму обеспечения способности решения поставленной задачи на основе оценивания остаточного ресурса.

Количественная оценка адаптивности системы к условиям поражения затруднительна из-за сложности выбора соответствующего показателя.

3. Восстанавливаемость характеризует свойство системы восстанавливать состояние способности в течение допустимого по условиям решения задачи времени за счет внутренних ресурсов. Эта характеристика живучести проявляется в том случае, когда остаточный ресурс системы является достаточным для формирования хотя бы одного состояния способности в течение временной избыточности путем адаптации остаточного ресурса или проведения восстановительного ремонта.

Частными характеристиками восстанавливаемости являются временная избыточность и ремонтпригодность.

Временная избыточность — это резерв времени $t_{из}$, который может быть использован для проведения восстановительных мероприятий (ремонта) без решающего ущерба времени решения системой задачи.

Ремонтпригодность — это свойство системы, заключающееся в приспособленности к поддержанию и восстановлению работоспособного состояния в условиях, созданных действием повреждающего фактора, путем использования имеющихся в ее составе средств диагностического обеспечения и восстановления.

В зависимости от восстановительных возможностей различают два типа систем:

- восстанавливаемые системы, в состав которых входят средства диагностического обеспечения и восстановления, потребное время восстановления $t_{\text{в}}$ при этом не превышает временную избыточность системы;
- невосстанавливаемые системы, для которых $t_{\text{н}} = 0$ или $t_{\text{в}} > t_{\text{н}}$.

Показатели живучести системы — это количественные оценки возможности сохранения системой состояния способности после воздействия на ее элементы повреждающих факторов природных катаклизмов, боевых средств противника или аварийной ситуации. К общим показателям живучести систем относятся следующие.

1. Показатель живучести восстанавливаемых систем — вероятность сохранения системой состояния способности или восстановления данного состояния в течение заданного времени t_3 .

2. Показатель живучести невосстанавливаемых систем или показатель неуязвимости — вероятность сохранения системой состояния способности.

Область применения общих показателей включает задачи анализа и синтеза свойства живучести систем, требующих абсолютных (с учетом принятых условий) оценок, а также задачи формирования различного назначения частных показателей.

Для сложных технических систем используют комплексные показатели живучести, характеризующие несколько аспектов этого свойства. К таким показателям относятся:

1. Функция потенциальной живучести системы

$$N(j, t) = \frac{\Phi(j, t)}{\Theta_{\Sigma}}, \quad (9.1)$$

где $\Phi(j, t)$ — математическое ожидание готовности, эффективности технической системы в момент $t \geq 0$ при условии, что к началу функционирования в системе было j работоспособных устройств; Θ_{Σ} — суммарная эффективность (производительность) всех технических средств.

Данный показатель используется для количественной оценки живучести сложных технических систем, построенных на базе высокоэффективных вычислительных средств.

2. Математическое ожидание уровня качества функционирования систем в условиях деградации:

$$\Pi = \sum_{j=1}^m \Pi_j P_j, \quad (9.2)$$

где m — число состояний системы; P_j — вероятность нахождения системы в j -м состоянии; Π_j — показатель, характеризующий одно из определяющих свойств качества функционирования (например, производительность, эффективность) системы в j -м состоянии.

Если каждое из перечисленных требований оценить отдельным (присущим только данному свойству) показателем Π_j с соответствующим ему весовым коэффициентом α_j , то обобщенный показатель живучести примет вид

$$\Pi = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m \alpha_{ij} \Pi_{ij} P_j. \quad (9.3)$$

Способы определения P_j зависят от конкретной архитектуры системы и условий ее функционирования.

9.3. ОЦЕНКА ЖИВУЧЕСТИ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПО МИНИМАКСНОМУ КРИТЕРИЮ

Простым и эффективным показателем живучести технических систем может служить показатель E количества ресурсов, которые сохранились после фиксированной совокупности воздействий на систему. Для определения количественного значения этого показателя используется минимаксный критерий вида

$$U(R, I_S) = \min_{1 \leq S \leq N} \max_R U(R, I)_{S^*}, \quad (9.4)$$

где U — ущерб в системе; R — мощность внешнего воздействия, заданная в виде числа или кратности воздействий или интенсивности внешних воздействий по любым элементам системы; I_S — подмножество элементов

S -го варианта системы, ($S = 1, \dots, N$); S^* — вариант системы, для которого наихудшее распределение воздействий по элементам приводит к наименьшему ущербу.

Значение показателя E (в определенном смысле противоположного U) может быть получено из соотношения

$$E = E_0 - U, \quad (9.5)$$

где E_0 — величина, характеризующая первоначальное количество ресурсов системы.

Исходные ресурсы E_0 вычисляются по их располагаемому значению, а именно

$$E_0 = \sum_{j=1}^m \Pi_j, \quad (9.6)$$

где Π_j — величина, определяемая количеством ресурсов j -го вида ($j = 1, \dots, m$).

Достоинством данного способа является его простота в определении ущерба ресурса даже для достаточно сложных вариантов архитектур системы. Недостаток заключается в том, что результат расчета живучести зависит от кратности воздействия: вариант системы более живучий при одной кратности воздействия может быть менее живучим при другой кратности воздействия. В таких случаях используются экспертные оценки.

Минимаксный показатель для задач рассмотренного класса может быть уточнен, если известны вероятности $P(R_i)$ воздействий кратности R_i . Для случая, когда соответствующие события независимы, справедливо соотношение

$$P(\bar{R}) + \sum_{i=1}^n P(R_i) = 1, \quad (9.7)$$

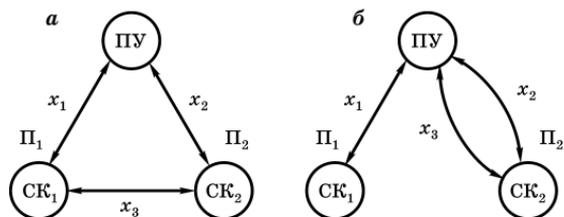
где $P(\bar{R})$ — вероятность отсутствия воздействий какой-либо кратности; n — число разных вариантов кратности воздействий.

Показатель (7.7) с учетом (7.5) может быть записан в виде

$$M(U) = \sum_{i=1}^n U(R_i) P(R_i), \quad (9.8)$$

где $U(R_i)$ — ущерб системы при заданной кратности воздействий R_i .

Рис. 9.1
Варианты
структур
технического
комплекса



Пример 9.1. Рассматриваются два варианта структуры технического комплекса (рис. 9.1), где ПУ — пункт управления; СК₁, СК₂ — специализированные комплексы; П₁, П₂ — величины, характеризующие возможность выполнения СК₁ и СК₂ своих задач, которыми могут быть вероятности выполнения СК₁ и СК₂ требуемых функций. На рис. 9.1 обозначено: x_1, x_2, x_3 — двунаправленные линии связи.

Для определенности примем, что технический комплекс выполняет поставленные задачи при условии

$$f = Y_1 Y_2 \vee Y_1 \vee Y_2, \tag{9.9}$$

где Y_1 (Y_2) — события, которые заключаются в том, что ПУ имеет связь с СК₁ (СК₂).

Требуется выполнить сравнительный анализ и выбрать наилучшую структуру комплекса по критериям живучести (стойкости к повреждающим факторам).

Допустим, что имеет место воздействие с кратностью $R = 1$, последствием которого является разрушение связи между ПУ и СК или между СК₁ и СК₂ (для структуры технического комплекса, изображенной на рис. 9.1б); линии связи x_1, x_2, x_3 чувствительны к воздействиям. Результаты расчетов приведены в табл. 9.1. Комбинация, например,

Таблица 9.1

Результаты расчетов при кратности воздействий $R = 1$
(к примеру 9.1)

Элементы системы			Ущерб в системе U		Показатель E	
x_1	x_2	x_3	Вариант «а»	Вариант «б»	Вариант «а»	Вариант «б»
0	0	1	0	0	$\Pi_1 + \Pi_2$	$\Pi_1 + \Pi_2$
0	1	0	0	0	$\Pi_1 + \Pi_2$	$\Pi_1 + \Pi_2$
1	0	0	0	Π_1	$\Pi_1 + \Pi_2$	Π_2

$\langle x_1, x_2, x_3 \rangle = 100$, указывает на то, что местом воздействия является линия связи x_1 .

Анализ данных, приведенных в табл. 9.1, показывает, что структура технического комплекса по варианту «а» при $R = 1$ ущерба не несет. Величина показателя E равна $\Pi_1 + \Pi_2$. Для структуры при варианте «б» наихудшим распределением воздействий является $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle = 100$, при котором ущерб равняется Π_1 . При этом $E = \Pi_2$. Таким образом, наилучшим вариантом системы с позиции живучести при $R = 1$ является структура технического комплекса, соответствующая варианту «а».

Результаты расчетов при кратности воздействий $R = 2$ приведены в табл. 9.2.

Таблица 9.2

Результаты расчетов при кратности воздействий $R = 2$
(к примеру 9.1)

Элементы системы			Ущерб в системе U		Показатель E	
x_1	x_2	x_3	Вариант «а»	Вариант «б»	Вариант «а»	Вариант «б»
0	1	1	Π_2	Π_2	Π_1	Π_1
1	0	1	Π_1	Π_1	Π_2	Π_2
1	1	0	$\Pi_1 + \Pi_2$	Π_1	0	Π_2

Анализ результатов, приведенных в табл. 9.2, показывает, что структура технического комплекса при варианте «б» в случае $R = 2$ является наилучшей. Кроме того, для наихудшего распределения воздействий $\langle x_1, x_2, x_3 \rangle = 110$ на элементы варианта «а» не выполняются условия допустимого уровня деградации системы.

Отсюда ясно, что если $R_1 = 1$ и $R_2 = 2$, то результаты оценки живучести структур ТК (рис. 9.2), приведенные в табл. 9.1 и 9.2, были получены при $P(R_1) = 1$, $P(R_2) = 0$ и $P(R_1) = 0$, $P(R_2) = 1$ соответственно. В обоих случаях $P(\bar{R}) = 0$.

Пусть теперь для структур технического комплекса учитываются два воздействия с кратностями $R_1 = 1$ и $R_2 = 2$, которые возникают с равными вероятностями $P(R_1) = P(R_2) = 0,5$.

Тогда согласно с (7.8) и (7.12) для структур варианта «а» и варианта «б» при наихудшем варианте распределе-

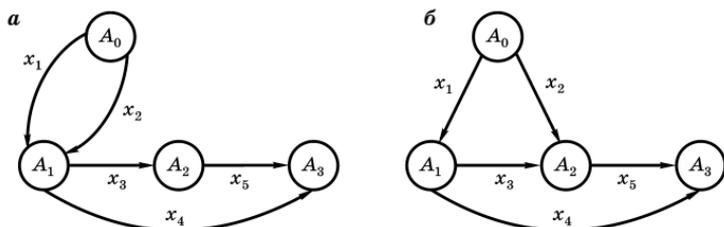


Рис. 9.2

Варианты организации системы связи (к примеру 9.2)

ния воздействий можно записать значения показателя E соответственно:

$$E_a = \Pi_1 + \Pi_2 - 0,5(\Pi_1 + \Pi_2) = 0,5(\Pi_1 + \Pi_2);$$

$$E_b = \Pi_1 + \Pi_2 - 0,5(\Pi_1 + \Pi_2) = 0,5(\Pi_1 + \Pi_2).$$

Таким образом, для равновероятных событий, связанных с воздействиями с кратностями $R_1 = 1$ и $R_2 = 2$, при одинаковых значениях Π_1 и Π_2 структуры технического комплекса, соответствующие вариантам «а» и «б», имеют равный приоритет в выборе с точки зрения обеспечения стойкости к экстремальным воздействиям заданной кратности. При возрастании вероятности $P(R_1)$ относительно вероятности $P(R_2)$ целесообразность выбора варианта «а» увеличивается.

Пример 9.2. На рис. 9.2 показаны два варианта организации системы связи. Система выполняет свои функции при наличии связи пункта A_0 хотя бы с одним пунктом A_i , $i = 1, 2, 3$. Требуется выполнить сравнение вариантов по минимаксному критерию при количестве влияний на линии связи $R = 1$ (или $R = 2$).

В соответствии с методикой, использованной в примере 9.1, выполним расчеты ущербов и значений показателя E . Результаты расчетов при различных видах воздействий приведены в табл. 9.3 и табл. 9.4.

Анализ результатов показывает, что при воздействии 11011 ущерб схемы по варианту 9.2а является максимальным и равным 1, а для варианта по схеме 9.2б при всех видах воздействий потери равны 0. Таким образом, схема 9.2б при $R = 1$ имеет бóльшую живучесть.

Таблица 9.3

Результаты расчетов при кратности воздействий $R = 1$
(к примеру 9.2)

№ со- стояния	Элементы средств связи					Ущерб U_1		Эффектив- ность E_1	
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Схема «а»	Схема «б»	Схема «а»	Схема «б»
1	0	1	1	1	1	0	0	3	3
2	1	0	1	1	1	0	0	3	3
3	1	1	0	1	1	1	0	2	3
4	1	1	1	0	1	0	0	3	3
5	1	1	1	1	0	0	0	3	3

Таблица 9.4

Результаты расчетов при кратности воздействий $R = 2$
(к примеру 9.2)

№ со- стояния	Элементы средств связи					Ущерб U_1		Эффектив- ность E_1	
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	Схема «а»	Схема «б»	Схема «а»	Схема «б»
1	0	0	1	1	1	3	3	0	0
2	0	1	0	1	1	1	1	2	2
3	0	1	1	0	1	0	0	3	3
4	0	1	1	1	0	0	0	3	3
5	1	0	0	1	1	1	1	2	2
6	1	0	1	0	1	0	0	3	3
7	1	0	1	1	0	0	0	3	3
8	1	1	0	0	1	2	0	1	3
9	1	1	0	1	0	1	0	2	3
10	1	1	1	0	0	1	1	2	2

Выполним оценку суммарной эффективности системы для двух рассматриваемых вариантов:

$$E_1^{(a)} = \sum_{i=1}^5 E_i^{(a)} = 3 + 3 + 2 + 3 + 3 = 14;$$

$$E_1^{(б)} = \sum_{i=1}^5 E_i^{(б)} = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15.$$

Таким образом, $E_1^{(6)} > E_1^{(a)}$, и, следовательно, схема, показанная на рис. 9.2б, имеет большую живучесть.

Анализ результатов показывает, что для схем, изображенных на рис. 9.2а и рис. 9.2б, наихудшим вариантом воздействия является 00111, когда потери равны 3. Также при воздействиях 11001 и 11010 схема на рис. 9.2а имеет потери, которые равны 2 и 1 соответственно, а схема, показанная на рис. 9.2б, совсем не имеет потерь. Если оценивать суммарную эффективность схем при $R = 2$, то имеем

$$E_2^{(a)} = \sum_{i=1}^{10} E_2^{(a)} = 21; \quad E_2^{(6)} = \sum_{i=1}^{10} E_i^{(6)} = 24.$$

Так как $E_2^{(6)} > E_2^{(a)}$, то схема, изображенная на рис. 9.2б, имеет преимущества с точки зрения живучести.

Пример 9.3. На рис. 9.3 показаны два варианта организации структуры технического комплекса, который выполняет свои функции при наличии связи пункта A_0 хотя бы с одним пунктом A_i , $i = 3, 4, 5, 6$.

Требуется определить живучесть системы для обоих вариантов по критерию максимума математического ожидания (среднего значения) качества при деградации системы при количестве влияний на каналы связи $R = 1$ и вероятности поражения одной линии связи $q_1 = 0,1$.

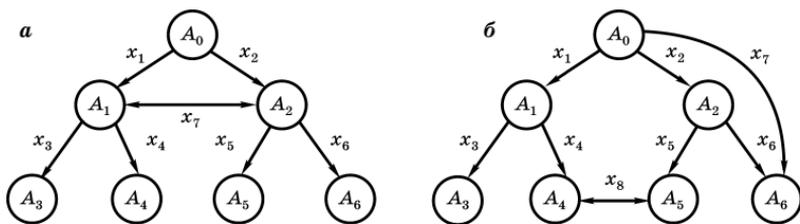


Рис. 9.3
Структуры технического комплекса (к примеру 9.3)

Составим таблицу состояний (табл. 9.5) для комплекса и вычислим значения показателя живучести для обеих схем:

$$\begin{aligned} \Pi_{\text{ж}}^{\text{а}} &= \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 \frac{E_i}{n} [1 - C_7^1 q_1^1 (1 - q_1)^{7-1}] = \\ &= \frac{6}{7} [1 - 7 \cdot 0,1^1 \cdot (1 - 0,1)^6] = 0,538278; \\ \Pi_{\text{ж}}^{\text{б}} &= \frac{1}{8} \sum_{i=1}^8 \frac{E_i}{n} [1 - C_8^1 q_1^1 (1 - q_1)^{8-1}] = \\ &= \frac{7,75}{8} [1 - 8 \cdot 0,1^1 \cdot (1 - 0,1)^7] = 0,59807. \end{aligned}$$

Т а б л и ц а 9.5

Таблица состояний и расчетов при $R = 1$ (к примеру 9.3)

№ состояния	Элементы средств связи								Ущерб U_1		Показатели качества			
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Схема «а»	Схема «б»	Схема «а»		Схема «б»	
											E_i	E_i/n	E_i	E_i/n
1	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	4	4/4 = 1	4	4/4 = 1
2	1	0	1	1	1	1	1	1	0	0	4	4/4 = 1	4	4/4 = 1
3	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	3	3/4 = 0,75	3	3/4 = 0,75
4	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	3	3/4 = 0,75	4	4/4 = 1
5	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	3	3/4 = 0,75	4	4/4 = 1
6	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	3	3/4 = 0,75	4	4/4 = 1
7	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	4	4/4 = 1	4	4/4 = 1
8	1	1	1	1	1	1	1	0		0			4	4/4 = 1

Таким образом, схема, показанная на рис. 9.3б, имеет большую живучесть. Это достигается за счет использования дополнительной линии связи (между узлами A_4 и A_5).

Определим относительную величину прироста живучести для схемы, показанной на рис. 9.3б, по сравнению со схемой на рис. 9.3а:

$$\begin{aligned} \Delta \Pi_{\text{ж}} &= \frac{\Pi_{\text{ж}}^{\text{б}} - \Pi_{\text{ж}}^{\text{а}}}{\Pi_{\text{ж}}^{\text{а}}} 100\% = \\ &= \frac{0,59807 - 0,538278}{0,538278} 100\% = 11,11\%. \end{aligned}$$

9.4. ПОВЫШЕНИЕ ЖИВУЧЕСТИ СИСТЕМ

Опыт эксплуатации различных систем позволил разработать ряд принципов, использование которых обеспечивает повышение живучести. Эти принципы могут быть сформулированы на основе анализа свойства способности системы и алгоритма перехода от логических функций состояний способности к вероятностным.

Принцип 1. Элементы системы должны обладать малой структурной значимостью и высокой стойкостью.

В различных системах существуют подмножества элементов, потеря работоспособности которых приводит к потере состояния способности всей системы. Такие подмножества называют «минимальным состоянием» структуры. Наибольшую «опасность» представляют сечения, состоящие из малого (в пределах одного) числа элементов. Очевидно, что элементы «минимальных сечений» должны быть дублированы (снижается их структурная значимость) или защищены от повреждающих факторов (повышается их стойкость).

Принцип 2. Структура системы должна обеспечивать возможно большее или достаточное (в задачах оптимизации) число состояний способности.

Очевидно, что чем большим числом состояний способности обладает система, тем выше вероятность реализации хотя бы одного из них. Увеличение числа вариантов построения системы, обеспечивающих ее эффективное функционирование, способствует увеличению показателя живучести при прочих равных условиях.

Принцип 3. Состояния способности системы должны обеспечиваться возможно меньшим числом элементов.

Сокращение числа элементов, обеспечивающих состояние способности, снижает уязвимость системы. Реализация данного принципа приводит к построению системы на основе модулей, каждый из которых способен обеспечить состояние способности всей системы.

Принцип 4. Различные состояния способности системы должны обеспечиваться различными элементами.

Следствием реализации этого принципа является увеличение числа элементов, составляющих «минимальные

сечения» структуры системы. Напомним, что «минимальным сечением» называют подмножество элементов системы, уничтожение которых приводит к утрате состояния способности системы в целом. Естественно, чем больше элементов составляют «минимальное сечение», тем ниже вероятность их одновременного поражения, тем выше показатель живучести системы.

Перечень положений, использование которых обеспечивает живучесть систем, не ограничивается рассмотренными принципами. Поиск новых способов и методов в настоящее время представляет актуальную научную и практическую задачу. Важность таких исследований подтверждается еще и тем, что такие принципы являются руководством к действию в задачах синтеза живучих систем на уровне задач совершенствования, а также теоретической базой для разработки конкретных способов обеспечения живучих систем.

Конкретные способы обеспечения живучести систем, как правило, являются реализацией одного или одновременно нескольких рассмотренных принципов. Известные в теории живучести систем способы обеспечения данного свойства реализуются на различных иерархических уровнях — элементном или системном.

Способ выборочной защиты элементов системы реализуется без каких-либо структурных преобразований. Выделенные на обеспечение живучести системы средства расходуются только на защиту элементов, причем так, что защите подвергаются не все элементы системы, а только те, которые отвечают двум требованиям (условиям):

- в приоритетном по значимости ряду данные элементы должны иметь наименьший порядковый номер;
- защита данных элементов может дать больший эффект, чем дублирование.

Решение о защите элементов может быть обосновано в результате сравнения показателей чувствительности и показателя значимости к структурным преобразованиям и к защите.

Следствием реализации данного способа является снижение показателя значимости элементов, подверженных дополнительной защите.

Применение способа выборочной защиты элементов целесообразно в том случае, когда показатели значимости элементов, составляющих начало приоритетного ряда, существенно превышают показатели последующих.

Если величины показателей значимости мало отличаются, то применение способа выборочной защиты нецелесообразно.

Способ дублирования предполагает реализацию принципов 1 и 2 и основан на развитии избыточностей элементов различного назначения.

Включение дублирующих элементов в структуру системы приводит к увеличению показателей живучести системы за счет:

- снижения структурной значимости, а значит, и показателя значимости основного элемента;
- увеличения числа состояний способности системы.

Практическая реализация дублирования элементов в интересах обеспечения живучести существенно отличается от аналогичных действий в интересах обеспечения надежности системы. Отличие заключается в том, что в задачах живучести дублирующий элемент должен быть пространственно удален от основного элемента или, если это невозможно, должен иметь иную защиту от повреждающих факторов.

Защищенность и размещение дублирующих элементов при решении проблем надежности роли не играют, так как эксплуатация основных и дублирующих элементов предполагается в одинаковых условиях.

При решении проблем живучести важно, чтобы при воздействии повреждающего фактора определенной физической природы (ударная волна, радиация, тепловой поток и т. п.) хотя бы один из элементов (основной или дублирующий) сохранил работоспособность. Если по условиям (материальным или массогабаритным) основной и дублирующий элементы обладают малой стойкостью, то дублирование может не решить задачи. В этом случае возможен переход от дублирования к многократному резервированию.

Естественно, что реализация способа дублирования сопряжена со значительными материальными и массогаба-

ритными затратами. Если рассмотреть случай, когда ограничений на указанные затраты нет, то после многократного применения способ дублирования в пределе вырождается в способ эшелонирования, когда из дублирующих элементов назначения формируются второй, затем третий и т. д. эшелоны.

Способ автономизации элементов системы предполагает реализацию принципа 3, когда обеспечение заданного уровня живучести достигается путем включения в структуру элементов, универсальных по функциональному назначению элементов-модулей.

Следствием автономизации элементов является уменьшение числа элементов в системе и снижение их структурной значимости, а также сокращение числа элементов, составляющих кратчайший путь эффективного функционирования выходных элементов системы. В пределе автономизация элементов вырождает систему структурного типа в ассоциативно-структурную или даже ассоциативную систему, состоящую из однородных по назначению и полностью автономных элементов.

Способ разукрупнения или разделения элементов системы применяется в тех случаях, когда в структуре системы имеются элементы, отмеченные двумя особенностями:

- элементы обладают высокой значимостью (высокой структурной значимостью и низкой стойкостью);
- имеется возможность деления элементов на части с последующим их рассредоточением без существенного изменения свойств назначения системы.

Отличие данного способа от способа дублирования состоит в том, что увеличение числа элементов здесь происходит не за счет включения в структуру системы новых (дублирующих) элементов, а в результате деления основных. Кроме того, реализация способа разукрупнения, как правило, не связана со значительными материальными затратами и увеличением массогабаритных характеристик системы.

Разукрупнение значимых элементов сопровождается увеличением числа состояний способности системы и, при прочих равных условиях, снижает шанс уничтожения элементов.

Из рассмотренных способов обеспечения живучести систем способ разукрупнения наиболее доступен для реализации на практике. К системе, ориентированной на этот способ обеспечения живучести, предъявляется требование мобильности. Наилучшим образом, например, отвечает этому требованию система технического обеспечения, построенная на основе подвижных комплексов.

Способ эшелонирования предполагает развитие избыточности на уровне всей системы или важнейших ее подсистем. Этот способ основывается на комбинировании требований принципов 2 и 4. Системы, построенные с учетом данного способа обеспечения живучести, обладают большим числом состояний стихийности. Реализация данного способа связана со значительными экономическими и массогабаритными затратами. На практике наиболее реалистично эшелонирование систем на уровне их подсистем (эшелонирование запасов материальных средств, каналов связи и управлений, производственных мощностей, средств обороны и т. д.). Сравнительный анализ эффективности рассмотренных способов обеспечения живучести систем (без учета экономических факторов), выполненный с использованием аналитических моделей, показывает преимущество способа эшелонирования.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение понятия живучесть и объясните его содержательный смысл.
2. Как связаны понятия надежность и живучесть?
3. Что называют состоянием способности системы?
4. Что понимают под повреждающим фактором?
5. Какие системы называют отказоустойчивыми?
6. Что понимают под неуязвимостью системы?
7. Какое свойство называют адаптивностью системы?
8. Объясните содержательный смысл понятия ущерба при исследовании живучести систем.
9. Какие показатели используют для оценивания живучести систем?
10. Сформулируйте принципы обеспечения живучести систем.
11. Объясните содержательный смысл минимаксного критерия оценки живучести систем.
12. Какие способы используют для повышения живучести систем?

УПРАЖНЕНИЯ

1. Оцените живучесть системы (двух вариантов схемы согласно рис. 9.4) по минимаксному критерию при количестве влияний на линии связи $V = 1$ (или $V = 2$), если система выполняет свои функции при наличии связи пункта A_0 хотя бы с одним пунктом A_i , $i = 1, 2, 3$. Составьте таблицу состояний системы и выполните расчет (ущерб) и эффективности для различных вариантов схемы.

2. Определите живучесть системы (двух вариантов схемы согласно рис. 9.5) по критерию максимума математического ожидания (среднего значения) качества при деградации системы при количестве влияний на каналы связи $V = 1$ и вероятности поражения одной линии связи $q_1 = 0,1$, если система выполняет свои функции при наличии связи пункта A_0 хотя бы с одним пунктом A_i , $i = 3, 4, 5, 6$. Составьте таблицу состояний системы и выполните расчет (ущерб) и эффективности для двух вариантов схемы

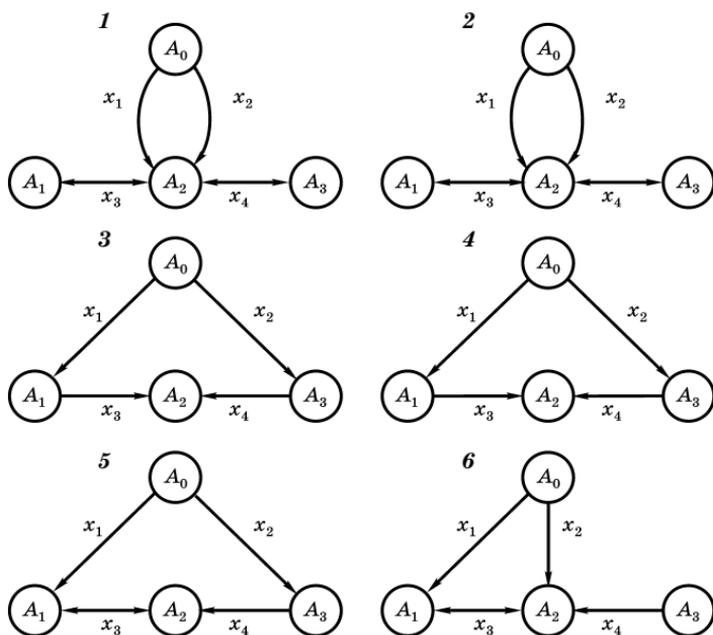


Рис. 9.4

Варианты схем системы к задаче № 1

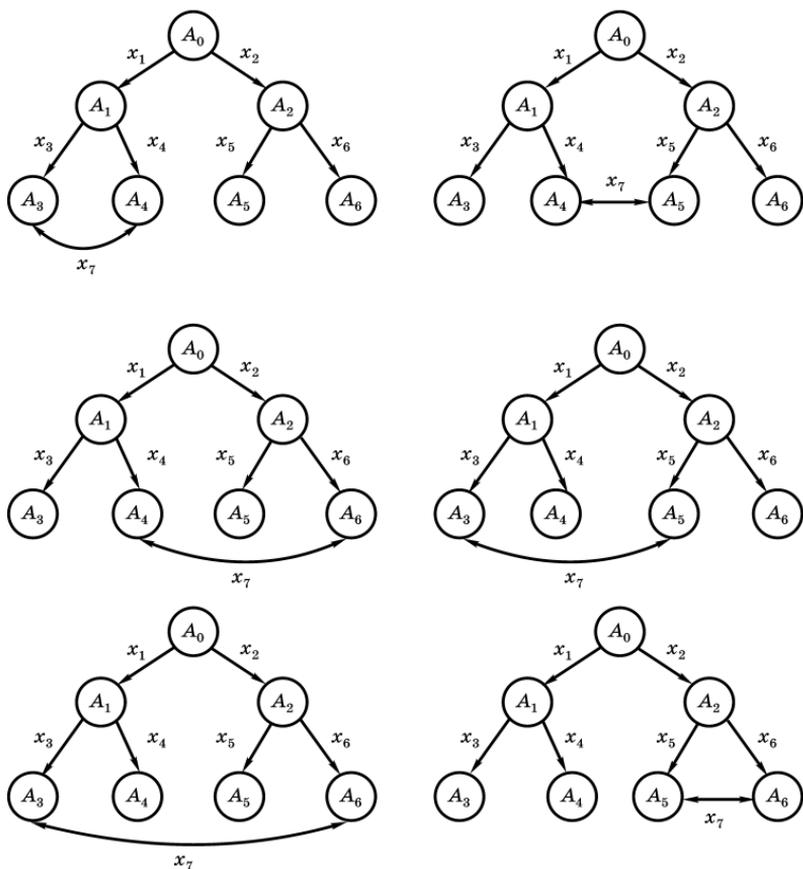


Рис. 9.5
Варианты схем системы к задаче № 2

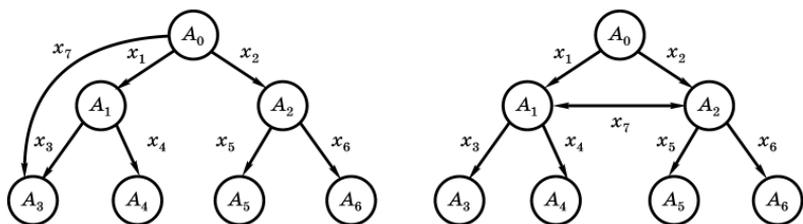


Рис. 9.6
Варианты схем системы к задаче 3

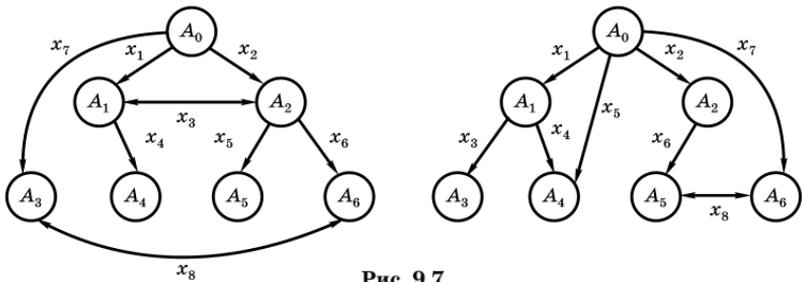


Рис. 9.7

Схемы вариантов системы к задаче 4

и среднего значения качества системы, а также значения показателя живучести для различных вариантов схем. Сделайте выводы о живучести (эффективности) вариантов схем системы.

3. Решить задачу № 1 при количестве воздействий $V = 2$ для вариантов схем системы, показанных на рис. 9.6.

4. Решить задачу № 2 при количестве воздействий $V = 2$ для вариантов схем системы, показанных на рис. 9.7.

5. Решите задачу № 2 при $V = 1$, $q_1 = 0,1$ для обоих вариантов схем системы (рис. 9.7).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАДЕЖНОСТИ

Испытания — это экспериментальное определение (оценивание) и/или контроль количественных и/или качественных характеристик свойств объекта путем воздействия на него спланированного комплекса возмущающих факторов при его функционировании или моделировании.

Испытания являются важнейшей экспериментальной основой функционирования систем управления качеством. Основные цели испытаний:

1. Экспериментальное подтверждение теоретических или расчетных результатов, принятых допущений или гипотез, заданных показателей качества изделий в условиях, близких к эксплуатационным, а также определение оценок резервов повышения качества конструкторско-технологических решений и надежности изделий.

2. Контроль качества технологии и организации производства, соблюдения в производстве и эксплуатации требований технической и технологической документации.

3. Устранение дефектов взаимодействия изделий в составе технических комплексов.

10.1. ВИДЫ ИСПЫТАНИЙ НА НАДЕЖНОСТЬ

В реальных условиях эксплуатации технических систем на объекты воздействует сложный комплекс разнообразных внешних воздействий как естественного, так и искусственного происхождения. Для определения надежности и качества изделий предусматриваются различные

виды испытаний, классификация которых приведена в табл. 10.1.

Определительные испытания проводятся для определения значений характеристик объекта с заданными значениями точности и/или достоверности.

Контрольные испытания предназначаются для контроля качества объекта. Контрольные испытания обычно разделяют на приемо-сдаточные и типовые испытания. Контрольные испытания готовой продукции, проводимые при приемочном контроле, называются приемо-сдаточными. К типовым испытаниям относятся контрольные испытания продукции, проводимые с целью оценки эффек-

Таблица 10.1

Классификация испытаний на надежность

Признак классификации	Виды испытаний
Цель испытаний	Определительные, контрольные, исследовательские (граничные, климатические и др.)
Испытываемое свойство надежности	Испытания на безотказность, долговечность (ресурсные), ремонтпригодность, сохраняемость, комплексные испытания
Этапы разработки изделия	Доводочные, предварительные, приемочные
Уровень проведения	Ведомственные, межведомственные, государственные
Степень интенсификации процесса	Нормальные, ускоренные (сокращенные и форсированные)
Влияние на возможность последующего использования	Разрушающие, неразрушающие
Вид объекта испытаний	Испытания изделия (натурные), макета, модели
Место проведения	Лабораторные (стендовые), полигонные, эксплуатационные
Метод получения результатов	Экспериментально-статистические, расчетно-экспериментальные
Вид воздействия	Механические, электрические, акустические, термические, гидравлические (пневматические), радиационные, электромагнитные, магнитные, биологические, химические, климатические и др.

тивности и целесообразности вносимых изменений в конструкцию, рецептуру или технологический процесс.

Исследовательские испытания проводятся для изучения определенных характеристик свойств объектов. Исследовательские испытания, проводимые для определения зависимости между предельно допустимыми значениями параметров объекта и значениями параметров режимов эксплуатации, называются **граничными**.

Доводочные испытания — исследовательские испытания, проводимые в процессе разработки изделий с целью оценки влияния вносимых в них изменений для достижения требуемых показателей качества.

Предварительные испытания — контрольные испытания опытных образцов (партий) изделий с целью определения возможности их предъявления на приемочные испытания.

Приемочные испытания — это контрольные испытания опытных образцов (партий) изделий, а также изделий единичного производства, проводимые соответственно для решения вопроса о целесообразности постановки на производство этих изделий или передачи их в эксплуатацию.

К **нормальным** относятся испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации о характеристиках свойств объекта в такой же интервал времени, как и в предусмотренных условиях эксплуатации. **Ускоренные испытания** — испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимой информации в более короткий срок, чем при нормальных испытаниях. **Сокращенные испытания** — испытания, проводимые по сокращенной программе без интенсификации процессов, вызывающих отказы и повреждения. **Форсированные испытания** — ускоренные испытания, основанные на интенсификации деградационных процессов, приводящих к отказам.

Разрушающие испытания — испытания с применением разрушающих методов контроля, которые могут нарушить пригодность объекта к использованию по назначению. **Неразрушающие испытания** — испытания с применением неразрушающих методов контроля.

Испытаниям могут подвергаться как натурные опытные или серийные образцы изделий и систем, так и их макеты и модели. **Натурные испытания** — испытания объекта в условиях, соответствующих условиям его использования по прямому назначению с непосредственным оценением или контролем определяемых характеристик свойств объекта. **Макет для испытаний** — изделие, представляющее собой упрощенное воспроизведение объекта испытаний или его части и предназначенное для испытаний. **Модель для испытаний** — изделие, процесс, явление, математическая модель, находящиеся в определенном соответствии с объектом испытаний и/или воздействиями на него и способные замещать его в процессе испытаний.

К **лабораторным** (стендовым) относятся испытания, проводимые в лабораторных условиях на испытательном стенде, т. е. на техническом устройстве, предназначенном для установки объекта испытаний в заданных положениях, создания воздействий, съема информации и осуществления управления процессом испытаний и/или объектом испытаний. **Полигонные** испытания проводятся на испытательном полигоне, т. е. на месте, предназначенном для проведения испытания в условиях, близких к условиям эксплуатации объекта, и обеспеченном необходимыми средствами испытаний. К **эксплуатационным** относятся испытания, проводимые для определения (оценки) показателей надежности в заданных режимах и условиях эксплуатации.

10.2. ОПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Результатом определительных испытаний на надежность являются количественные значения показателей надежности объектов, установленные с заданной точностью и/или достоверностью. Определительные испытания классифицируют по следующим признакам:

1. По характеру оценок показателей надежности различают:

- испытания с целью определения **точечных оценок** средних значений показателей надежности (средняя наработка до отказа, средний ресурс, среднее время восста-

новления и пр.); точечной оценкой определяемого показателя в этих испытаниях является среднее арифметическое значение показателя, наблюдаемое при испытаниях выборки из партии однородных объектов;

- испытания с целью определения **доверительного интервала** возможных значений показателя надежности, который с заданной доверительной вероятностью накрывает математическое ожидание этого показателя.

2. В зависимости от **исходных данных** различают:

- **прямые испытания**, основанные на использовании информации об отказах объекта;
- испытания, основанные на использовании **косвенных признаков отказа** (перегрев, уровни вибрации, шума и пр.).

3. В зависимости от **плана** испытания делятся на группы, различающиеся правилами, устанавливающими объем выборки, порядок проведения испытаний и критерии их прекращения.

Планы испытаний имеют условные буквенные обозначения следующего вида:

$$\left[\begin{array}{ccc} N & X & Y \\ \text{признак} & \text{признак} & \text{признак} \\ \text{объема} & \text{восстановл.} & \text{окончания} \\ \text{выборки} & \text{объекта} & \text{испытаний} \end{array} \right].$$

Признак объема выборки N — число одновременно испытываемых объектов.

Признаки восстанавливаемости объекта X расшифровываются следующим образом:

U — не восстанавливаемые и не заменяемые при испытаниях в случае отказа объекты;

R — не восстанавливаемые, но заменяемые в случае отказа новыми, идентичными отказавшим экземплярами объекты;

M — восстанавливаемые в случае отказа объекты;

r — число отказавших объектов.

Признаки окончания испытаний Y расшифровываются следующим образом:

T — устанавливается время или наработка;

TS — устанавливается суммарная наработка всех объектов;

N — до отказа всех испытываемых объектов;

r — устанавливается число отказавших объектов;

(r, T) — испытание прекращается при числе отказавших объектов r или по достижении наработки T каждого работоспособного объекта, независимо от того, какое условие выполнено раньше;

(r, TS) — испытание прекращается при числе отказавших объектов r или по достижении суммарной наработки всех испытываемых объектов TS , независимо от того, какое условие выполнено раньше;

$(r_1, n_1), (r_2, n_2): (r_{k-1}, n_{k-1}), r_k$ — после r_1 отказов снимают n_1 работоспособных объектов и т. д. до достижения r_k отказов;

$(T_1, n_1), (T_2, n_2): (T_{k-1}, n_{k-1}), T_k$ — после достижения наработки T_1 снимают n_1 работоспособных объектов и т. д. до достижения наработки T_k ;

z — каждый объект испытывают в течение наработки $z_i = \min(t_i, t_{0i}), i = 1, 2, \dots, N$; t_i — наработка до отказа i -го объекта; t_{0i} — наработка до снятия с испытаний работоспособного i -го объекта;

S — принятие решения при последовательных контрольных испытаниях.

Возможны 17 вариантов различных планов испытаний на надежность:

$$\begin{aligned} & [N U T], [N U r], [N U N], [N U (r, T)], \\ & [N R T], [N R r], [N R (r, T)], [N M T], [N M T S], \\ & [N M r], [N M (r, TS)], [N U (r_1, n_1), \\ & (r_2, n_2): (r_{k-1}, n_{k-1}), r_k], [N U (T_1, n_1), \\ & (T_2, n_2): (T_{k-1}, n_{k-1}), T_k], [N U z], \\ & [N U S], [N R S], [N M S]. \end{aligned}$$

Для определительных испытаний преимущественно используются планы

$$[N U T], [N U r], [N U N], [N R T], [N R r].$$

При планировании определительных испытаний определяют объем наблюдений и длительность испытаний. При этом задаются показатели достоверности результатов (доверительная вероятность) и их точность (предельная

величина относительной погрешности оценки исследуемого показателя надежности).

Методы планирования разработаны для каждого из планов.

ПЛАН [N U N]

Для определения объема наблюдений (объема выборки N) при оценке средних показателей надежности (средняя наработка до отказа, средний ресурс и т. п.) считают известными следующие исходные данные:

- относительная ошибка δ оценки соответствующего показателя надежности;
- односторонняя доверительная вероятность оценки β ;
- предполагаемый коэффициент вариации $v = \frac{\sigma}{\bar{x}}$;
- вид закона распределения исследуемой случайной величины (наработка до отказа, ресурс, срок службы и т. п.).

Относительная ошибка δ представляет собой меру точности оценки показателя надежности и составляет

$$d = \left| \frac{\Pi - \Pi^*}{\Pi} \right|,$$

где Π — оценка показателя надежности; Π^* — односторонняя доверительная граница показателя надежности (наиболее далеко отстоящая от Π).

Относительную ошибку δ выбирают из ряда: 0,05; 0,1; 0,15; 0,2; одностороннюю доверительную вероятность β — из ряда: 0,8; 0,9; 0,95; 0,99.

Минимальный объем наблюдений N для оценки средних показателей надежности определяется следующим образом:

1. Для экспоненциального закона распределения с плотностью $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$ из выражения

$$\frac{2N}{\chi_{1-\beta, 2N}^2} = \delta + 1, \quad (10.1)$$

где $\chi_{1-\beta, 2N}^2$ — квантиль χ^2 -распределения с $2N$ степенями свободы, соответствующая вероятности $1 - \beta$.

Это трансцендентное уравнение, допускающее только численные решения, которые табулированы (табл. 10.2).

Прогнозируемая продолжительность испытаний t может быть определена из выражения

$$t = -T \ln[1 - Q(t)],$$

где T — ожидаемая средняя наработка до отказа; $Q(t)$ — минимальная вероятность отказа объекта за время испытаний.

2. Для распределения Вейбулла с плотностью

$$f(t) = \alpha \vartheta t^{\alpha-1} e^{-(\vartheta t^\alpha)}$$

по выражению

$$\frac{2N}{\chi_{1-\beta, 2N}^2} = (d+1)^\alpha. \quad (10.2)$$

Решения уравнения (10.2) приведены в табл. 10.2.

Т а б л и ц а 10.2

Объем наблюдений для распределения Вейбулла
и экспоненциального распределения

δ	β	N для плана $[N U N]$ при распределении Вейбулла при различных значениях v									
		0,4	0,5	0,6	0,8	1	1,2	1,5	1,8	2	3
0,05	0,80	50	65	100	200	315	500	650	800	1000	—
	0,90	100	200	250	500	650	1000	—	—	—	—
	0,95	150	250	400	650	1000	—	—	—	—	—
	0,99	315	500	800	1000	—	—	—	—	—	—
0,10	0,80	13	25	32	50	100	150	200	250	315	400
	0,90	32	50	65	125	200	315	400	500	500	1000
	0,95	50	80	100	200	400	650	800	800	800	1000
	0,99	100	150	200	400	650	800	1000	—	—	—
0,15	0,80	6	10	15	25	40	80	80	125	125	200
	0,90	15	25	32	65	80	150	200	250	315	500
	0,95	25	40	50	100	150	200	315	400	500	800
	0,99	40	65	100	200	315	500	800	1000	—	—
0,20	0,80	5	8	10	20	25	40	50	65	80	125
	0,90	10	15	20	40	50	80	125	150	200	315
	0,95	15	25	32	50	100	150	200	250	250	400
	0,99	25	40	65	125	150	250	315	400	500	1000

3. Для нормального распределения с плотностью

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right]$$

из выражения

$$\frac{t_{\beta, N-1}}{\sqrt{N}} = \frac{\delta}{v}, \tag{10.3}$$

где $t_{\beta, N-1}$ — квантиль распределения Стьюдента с $N - 1$ степенями свободы, соответствующая вероятности β .

Решения уравнения (10.3) табулированы, и для определения N можно воспользоваться табл. 10.3.

Таблица 10.3

Объем наблюдений для нормального распределения

δ	β	N для плана $[N U N]$ при нормальном распределении при различных значениях v				
		0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
0,05	0,80	4	6	13	20	25
	0,90	8	15	25	40	65
	0,95	13	25	40	65	100
	0,99	25	50	100	150	200
0,10	0,80	—	3	5	8	10
	0,90	3	5	8	13	15
	0,95	5	8	13	20	25
	0,99	8	15	25	32	50
0,15	0,80	—	—	3	4	5
	0,90	—	3	4	6	8
	0,95	3	5	6	10	13
	0,99	5	8	13	15	25
0,20	0,80	—	—	—	—	3
	0,90	—	—	4	5	6
	0,95	—	4	5	6	8
	0,99	4	6	8	10	15

Следует отметить, что испытания по плану $[N U N]$ требуют значительного времени (особенно при экспоненциальном законе распределения) и количества изделий.

ПЛАН $[N U r]$

Число объектов наблюдений N для оценки γ -процентных показателей надежности (или вероятности безотказной работы $P(t)$) определяется по выражению

$$\gamma(r+1)F_{\beta(m,n)} = (1-\gamma)(N-r), \quad (10.4)$$

где $F_{\beta(m,n)}$ — квантиль распределения Фишера с m и n степенями свободы, соответствующая вероятности β ; $m = 2(r+1)$; $n = 2(N-r)$.

Для нахождения N необходимы следующие исходные данные:

- односторонняя доверительная вероятность β ;
- регламентированная вероятность γ (или предполагаемое значение $P(t)$);
- установленное число отказов (или предельных состояний) r .

Решения уравнения (10.4) табулированы и приведены в табл. 10.4.

Если по результатам наблюдений за N объектами получено значение вероятности безотказной работы больше

Таблица 10.4

Объем наблюдений для плана $[N U r]$

γ или $P(t)$	β	N для плана $[N U r]$ при оценке γ -процентных показателей надежности при различных значениях r											
		0	1	2	3	4	5	6	8	10	20	40	50
0,80	0,80	8	8	13	20	25	32	40	50	65	125	200	—
	0,90	10	10	15	25	32	40	40	50	65	125	—	—
	0,95	13	13	20	32	40	40	50	65	80	125	—	—
	0,99	20	20	25	32	40	50	50	65	80	150	—	—
0,90	0,80	15	15	32	40	50	65	80	100	125	200	—	—
	0,90	20	20	32	50	65	80	80	100	150	200	—	—
	0,95	20	25	40	50	65	80	100	125	150	—	—	—
	0,99	32	32	50	80	80	100	125	125	150	—	—	—
0,95	0,80	32	32	50	80	100	125	150	150	200	—	—	—
	0,90	50	50	65	100	100	125	150	200	—	—	—	—
	0,95	50	65	80	125	150	200	—	—	—	—	—	—
	0,99	65	65	100	150	150	200	—	—	—	—	—	—

Примечание. Прочерк означает, что испытанию подлежит вся партия изделий.

заданного, то число отказов (предельных состояний) r пересчитывают по табл. 7.4 для найденного значения $P(t)$ и наблюдения продолжают.

ПЛАН [N U T]

Число объектов наблюдений N для оценки средних показателей надежности при нормальном распределении может быть определено по табл. 10.5 при следующих исходных данных:

- относительная ошибка δ ;
- односторонняя доверительная вероятность β ;
- предполагаемый коэффициент вариации v ;
- предполагаемая величина $k = \frac{T}{\bar{t}}$ — отношение продолжительности наблюдения к оцениваемому среднему значению исследуемого показателя надежности.

Если по результатам наблюдений за N объектами получено значение k меньше заданного, то число N пересчитывают для найденного значения k и наблюдения продолжают.

Данные табл. 10.5 могут быть также использованы для определения продолжительности наблюдения T при

Таблица 10.5

Объем наблюдений для плана [N U T] при нормальном распределении

k	v	N для плана [N U T] при нормальном распределении											
		$\delta = 0,05$			$\delta = 0,1$			$\delta = 0,15$			$\delta = 0,2$		
		β			β			β			β		
		0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99	0,90	0,95	0,99
0,6	0,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	0,2	—	—	—	—	—	—	100	—	—	500	800	—
	0,3	1000	—	—	315	500	1000	125	250	500	80	125	500
0,8	0,1	—	—	—	315	500	1000	125	200	400	80	125	250
	0,2	250	400	800	65	100	200	25	40	100	15	25	50
	0,3	250	400	800	65	100	200	32	50	100	15	25	50
0,9	0,1	65	100	200	15	25	50	—	10	20	—	—	13
	0,2	80	125	250	20	32	65	—	15	32	—	—	20
	0,3	150	250	500	40	65	125	15	25	50	—	13	32

Примечание. Прочерк означает, что испытанию подлежит вся партия изделий.

заданном числе объектов наблюдений N . При этом исходными данными являются:

- относительная ошибка δ ;
- односторонняя доверительная вероятность β ;
- предполагаемый коэффициент вариации v ;
- число объектов наблюдения N ;
- предполагаемое среднее значение исследуемого показателя надежности $t_{\text{ср}}$.

Продолжительность наблюдений T вычисляют по формуле $T = kt_{\text{ср}}$, где величину k определяют по табл. 10.5.

Рассмотрим примеры определения объема и длительности наблюдений при планировании определительных испытаний на надежность.

Пример 10.1. Для плана $[N U N]$ определить такое число объектов наблюдений, чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,90$ относительная ошибка δ в определении среднего ресурса не превышала $0,10$. Ресурс распределен нормально с коэффициентом вариации $v = 0,2$.

Решение. По табл. 10.3 для $v = 0,20$, $\beta = 0,90$ и $\delta = 0,10$ находим $N = 8$.

По результатам наблюдений за объектами получен коэффициент вариации $v = 0,30$.

Так как $0,30 > 0,20$, необходим дополнительный объем испытаний. Для $v = 0,30$; $\beta = 0,90$ и $\delta = 0,10$ по табл. 10.3 находим $N = 15$. Следовательно, под наблюдение необходимо дополнительно поставить 7 объектов.

Пример 10.2. Для плана $[N U r]$ определить такое число объектов наблюдений N , чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,80$ определить 90% - ный ресурс объектов. Установленное число предельных состояний $r = 5$.

Решение. По табл. 10.4 для $\gamma = 0,90$; $\beta = 0,80$ и $r = 5$ находим $N = 65$.

Пример 10.3. Для плана $[N U T]$ определить такую продолжительность наблюдений T за 25 объектами, чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,95$ относительная ошибка δ в определении средней наработки до

отказа не превышала 0,15. Нарботка до отказа распределена нормально с коэффициентом вариации $v = 0,3$; предположительно средняя наработка до отказа $t_{cp} = 400$ ч.

Решение. Для заданных $N = 25$; $\beta = 0,95$; $\delta = 0,15$ и $v = 0,3$ по табл. 10.5 находим $k = 0,9$. Тогда $T = kt_{cp} = 0,9 \cdot 400 = 360$ ч.

10.3. КОНТРОЛЬНЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Контрольные испытания проводятся с целью определения качества объекта. По результатам контрольных испытаний устанавливают соответствие между фактическими показателями надежности контролируемого объекта (партии объектов) и нормативными показателями надежности и принимается решение о приемке или браковке.

Методы и планы контроля показателей надежности регламентированы стандартами и техническими условиями. План контрольных испытаний задан, если установлены:

- количество испытываемых образцов (объем наблюдений);
- стратегия проведения испытаний (с восстановлением и/или заменой отказавших изделий, без восстановления и/или замены отказавших изделий);
- правила прекращения испытаний и принятия решения о соответствии или несоответствии изделий заданным требованиям по уровню надежности.

Контрольные испытания на надежность классифицируют по следующим признакам:

1. В зависимости от способа получения исходных данных методы контроля показателей надежности подразделяют на расчетные, экспериментальные и расчетно-экспериментальные.

Расчетные методы основаны на вычислении показателей надежности изделия по справочным данным о надежности его составных частей с учетом функциональной структуры изделия и видов разрушения, по данным о надежности изделий-аналогов, по результатам экспериментальной оценки надежности, по данным о свойствах материалов элементов изделий и нагрузок на них, механизме отказа и другой информации, имеющейся к моменту расчета надежности.

Экспериментальные методы основаны на использовании статистических данных, полученных при испытаниях изделий на надежность, или данных опытной или подконтрольной эксплуатации.

Расчетно-экспериментальные методы основаны на вычислении показателей надежности по исходным данным, определяемым экспериментальными методами. Исходными данными для расчетно-экспериментальных методов контроля служат:

- информация о надежности изделия, полученная в ходе предшествующих испытаний, эксплуатации;
- экспериментальные значения единичных показателей надежности, определяющих контролируемый комплексный показатель надежности;
- экспериментальные значения показателей надежности составных частей изделия, полученные при их автономных (поэлементных) испытаниях, а также в составе другого изделия;
- экспериментальные значения параметров нагрузки, износостойкости и прочности изделия и его составных частей;

2. По методу контроля различают:

- испытания, основанные на **одноступенчатом методе контроля** (решение о соответствии или несоответствии уровня надежности партии изделий принимается по результатам испытаний заранее определенного числа изделий или заданной наработки, т. е. на основании обработки заранее запланированного объема информации);
- испытания, основанные на **последовательном методе контроля** (объем наблюдений, необходимых для принятия решения о соответствии и несоответствии, не может быть заранее установлен и является случайной величиной);
- испытания, основанные на **комбинированном методе контроля**, представляющем собой сочетание одноступенчатого и последовательного методов.

Одноступенчатым методом целесообразно пользоваться при жестком ограничении времени, отводимого на испытания; последовательным методом — при ограничении количества объектов испытаний. Особенно эффективно использование последовательного метода при контроле восстанавливаемых объектов.

3. По виду контролируемого показателя надежности планы контроля разделяются на два типа:

- *планы контроля показателя типа P — вероятность* (вероятность безотказной работы, вероятность восстановления, коэффициент готовности и т. п.); при контроле показателя типа P знание закона распределения наработки не обязательно;
- *планы контроля показателя типа T — наработка* (наработка до отказа, ресурс, срок службы, срок хранения и т. п.); при контроле показателя типа T знание закона (включая параметры) распределения контролируемого показателя обязательно.

ИСПЫТАНИЯ ПРИ ОДНОСТУПЕНЧАТОМ МЕТОДЕ КОНТРОЛЯ

В основе построения планов испытаний лежит процедура проверки статистических гипотез при одноступенчатом анализе (рис. 10.1).

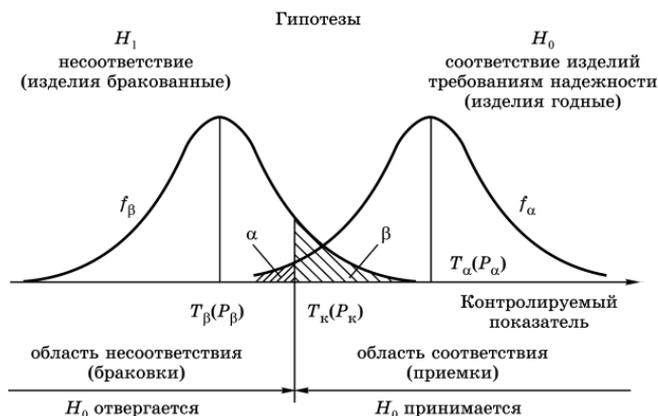


Рис. 10.1
Проверка статистических гипотез
при одноступенчатом методе контроля

Исходными данными при выборе планов контроля являются:

α — риск поставщика (вероятность ошибки 1-го рода), т. е. вероятность того, что при испытаниях бракуется партия годных (имеющих приемочный уровень надежности) изделий;

β — риск потребителя (вероятность ошибки 2-го рода), т. е. вероятность того, что при испытаниях будет принята партия негодных (имеющих браковочный уровень надежности) изделий;

$P_\alpha(t)$ или T_α — приемочное значение контролируемого показателя;

$P_\beta(t)$ или T_β — браковочное значение контролируемого показателя;

f_α и f_β — функции плотности распределения контролируемого показателя надежности для изделий, имеющих приемочный (гипотеза H_0 верна) и браковочный (гипотеза H_1 верна) уровни надежности соответственно.

Значения $P_\beta(t)$ (или T_β) должны соответствовать минимальным значениям показателя надежности, заданным в стандартах или технических условиях на изделие. В этом случае величины α , $P_\alpha(t)$ (или T_α) могут быть в одностороннем порядке установлены разработчиком и изготовителем без согласования с заказчиком. Величина разрешающего коэффициента

$$D = \frac{T_\alpha}{T_\beta}$$

может составлять 1,5 : 5,0.

При планировании контрольных испытаний с использованием одноступенчатого метода контроля определяется объем наблюдений и критическое значение контролируемого показателя T_k (или P_k), определяемое соотношением между α и β и выражаемое предельным числом отрицательных исходов испытания или суммарной наработкой испытываемых изделий.

Планы контроля типа P. Для построения плана контроля необходимо определить количество независимых наблюдений N и приемочное число отрицательных исходов c_α из системы двух уравнений:

$$\sum_{i=0}^{c_\alpha} C_N^i P_\alpha^{N-i} (1 - P_\alpha)^i = 1 - \alpha; \tag{10.5}$$

$$\sum_{i=0}^{c_\alpha} C_N^i P_\beta^{N-i} (1 - P_\beta)^i = \beta. \tag{10.6}$$

Уравнение (10.5) составлено на основе того, что в выборке объема N из партии годных изделий число отрицательных исходов испытаний не превысит c_α с вероятностью $1 - \alpha$. Аналогично, уравнение (10.6) есть математическая формулировка условия, заключающегося в том, что в выборке объема N из партии негодных изделий число отрицательных исходов испытаний не превысит c_α с вероятностью β .

Решения системы уравнений (10.5)–(10.6) приведены в табл. 10.6.

Таблица 10.6

Планирование одноступенчатого контроля показателя типа P
($\alpha = \beta = 0,05$)

$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	c_α	N	$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	c_α	N
0,988	0,996	22	7843	0,990	0,980	22	1566
	0,995	12	3886		0,970	8	480
	0,994	8	2402		0,960	5	261
	0,993	6	1688		0,950	4	182
	0,992	5	1312		0,940	3	128
	0,991	4	1015		0,930	2	88
	0,990	4	913		0,920	2	77
	0,980	2	313		0,910	2	69
	0,970	1	157		0,900	2	61
	0,960	1	117		0,890	1	42
0,995	0,990	22	3135	0,880	1	38	
	0,980	5	523	0,980	0,960	22	783
	0,970	3	256		0,950	12	386
	0,960	2	156		0,940	8	238
	0,950	2	124		0,930	6	167
	0,940	1	78		0,920	5	129
	0,930	1	66		0,910	4	100

Продолжение табл. 10.6

$P_a(t)$	$P_p(t)$	c_a	N	$P_a(t)$	$P_p(t)$	c_a	N
0,988	0,996	22	7843	0,980	0,930	6	167
	0,995	12	3886		0,920	5	129
	0,994	8	2402		0,910	4	100
	0,993	6	1688		0,900	4	89
	0,992	5	1312		0,890	3	69
	0,991	4	1015		0,880	3	63
	0,990	4	913		0,870	3	58
	0,980	2	313		0,860	2	43
	0,970	1	157		0,850	2	40
	0,960	1	117		0,800	1	22
0,995	0,990	22	3135	0,750	1	17	
	0,980	5	523	0,950	0,910	31	463
	0,970	3	256		0,900	22	312
	0,960	2	156		0,890	17	230
	0,950	2	124		0,880	14	180
	0,940	1	78		0,870	11	138
	0,930	1	66		0,860	10	120
0,980	22	1566	0,850		8	93	
0,990	0,970	8	480	0,800	5	50	
	0,960	5	261	0,750	4	35	
	0,950	4	182	0,650	6	31	
	0,940	3	128	0,600	5	24	
	0,930	2	88	0,550	4	18	
	0,920	2	77	0,500	3	13	
	0,910	2	69	0,400	2	8	
	0,900	2	61	0,300	1	5	
	0,890	1	42	0,880	0,800	38	245
	0,880	1	38		0,750	20	114
0,960	22	783	0,700		11	57	
0,980	0,950	12	386	0,650	8	38	
	0,940	8	238	0,600	6	27	

Продолжение табл. 10.6

$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	c_α	N	$P_\alpha(t)$	$P_\beta(t)$	c_α	N
0,880	0,550	5	20	0,850	0,500	6	21
	0,500	4	15		0,400	4	13
	0,400	4	16		0,300	3	9
	0,300	2	6	0,800	0,650	32	118
0,850	0,750	40	203		0,600	20	68
	0,700	21	97		0,550	14	45
	0,650	13	55		0,500	10	30
	0,600	9	36		0,400	6	17
	0,550	7	26		0,300	4	10

Контроль осуществляется следующим образом: организуется N независимых наблюдений, продолжительность которых равна наработке t , для которой задана вероятность, и в каждом наблюдении фиксируют результат: положительный или отрицательный исход.

После N -го наблюдения результаты испытаний положительны (гипотеза H_0 принимается), если $r < c_\alpha$, и отрицательны, если $r > c_\alpha$ (r — наблюдаемое число отрицательных исходов). Испытания могут быть прекращены раньше (с отрицательным исходом), после того как r превысит c_β .

Верхняя доверительная граница для показателя типа P при отрицательном исходе испытания с вероятностью $1 - \alpha$ не больше приемочного значения P_α . Нижняя доверительная граница для показателя типа P при положительном исходе испытания с вероятностью $1 - \beta$ не меньше браковочного значения P_β .

Пример 10.4. Для контроля надежности партии невосстанавливаемых изделий заданы два уровня вероятности безотказной работы, соответствующие наработке $t = 20$ ч: приемочный уровень $P_\alpha = 0,98$ и браковочный уровень $P_\beta = 0,96$, а также риски $\alpha = \beta = 0,05$. Определить план контроля по одноступенчатому методу.

Решение. По табл. 10.6 для заданных P_α и P_β находим $N = 783$ и $c_\alpha = 22$. Это означает, что для контроля нужно

поставить на испытания выборку из 783 изделий и испытывать их в течение 20 ч каждое. Испытания прекращают либо после возникновения 23-го отказа с отрицательным исходом, либо по окончании испытаний 783-го изделия с положительным исходом, если к тому времени число отказов было меньше или равно 22.

Планы контроля типа T. Эти планы контроля строятся в зависимости от вида функции распределения соответствующей контролируемой случайной величины (времени или наработки).

При экспоненциальном распределении предельное число отрицательных исходов $r_{\text{пр}}$ и предельная суммарная наработка определяются из уравнений

$$\frac{T_{\alpha}}{T_{\beta}} = \frac{\chi_{\beta, 2r_{\text{пр}}}^2}{\chi_{1-\alpha, 2r_{\text{пр}}}^2}; \quad (10.7)$$

$$\frac{t_{\text{макс}}}{T_{\alpha}} = \frac{1}{2} \chi_{1-\alpha, 2r_{\text{пр}}}^2. \quad (10.8)$$

Рассчитанные по этим выражениям планы контроля приведены в табл. 10.7.

Испытания прекращаются, как только будет достигнута одна из этих величин.

При испытаниях без восстановления или замены отказавших изделий новыми объем выборки должен быть не менее предельного числа отрицательных исходов $r_{\text{пр}}$.

При испытаниях с восстановлением или заменой объем выборки может быть любым. Допускается уменьшение (увеличение) продолжительности испытаний при пропорциональном увеличении (уменьшении) количества испытуемых образцов с единственным условием: обеспечить требуемую суммарную наработку $t_{\text{макс}}$.

Если продолжительность испытаний $t_{\text{и}}$ задана, все образцы работают одновременно, а отказавшие заменяются (или полностью восстанавливаются), то необходимое количество образцов (объем выборки) определяется по формуле

$$N = \frac{t_{\text{макс}}}{t_{\text{и}}}. \quad (10.9)$$

Таблица 10.7

**Планирование одноступенчатого контроля показателя типа T
при экспоненциальном распределении**

α	T_α/T_β при β , равном			r_{np}	$\frac{t_{\max}}{T_\alpha}$
	0,05	0,10	0,20		
0,05	58,820	45,450	31,250	1	0,052
	13,330	10,990	8,403	2	0,356
	7,692	6,493	5,235	3	0,817
	5,682	4,878	4,032	4	1,366
	4,651	4,065	3,413	5	1,970
	3,350	2,958	2,570	8	3,981
	2,898	2,618	2,309	10	5,425
	2,631	2,396	2,137	12	6,944
	2,445	2,242	2,012	14	8,464
	2,369	2,178	1,961	15	9,246
	2,096	1,961	1,779	20	13,200
	1,942	1,815	1,669	25	17,300
1,835	1,721	1,597	30	21,500	
0,10	28,570	21,740	15,380	1	0,105
	8,928	7,299	5,650	2	0,532
	5,714	4,831	3,891	3	1,102
	4,444	3,831	3,164	4	1,745
	3,769	3,289	2,762	5	2,432
	2,525	2,283	2,012	10	6,221
	2,127	1,953	1,760	15	10,300
	1,915	1,792	1,626	20	14,520
	1,792	1,672	1,538	25	18,840
	1,706	1,602	1,486	30	23,230
0,20	13,510	10,310	7,246	1	0,223
	5,747	4,717	3,636	2	0,824
	4,098	3,472	2,785	3	1,535
	3,378	2,907	2,404	4	2,297
	2,967	2,590	2,174	5	3,089
	2,155	1,949	1,718	10	7,289
	1,872	1,724	1,553	15	11,680
	1,780	1,608	1,460	20	16,170
	1,628	1,520	1,398	25	20,720
	1,565	1,468	1,362	30	25,320

Если отказавшие изделия не заменяются и не восстанавливаются, количество образцов для достижения той же суммарной наработки при той же общей продолжительности испытаний следует увеличить до

$$N \approx \frac{t_{\text{макс}}}{t_{\text{и}}} + \frac{t_{\text{макс}}}{T_{\alpha}} = \frac{t_{\text{макс}}}{T_{\alpha}} \left(\frac{T_{\alpha}}{t_{\text{и}}} + 1 \right). \quad (10.10)$$

В ходе испытаний определяется суммарная наработка t_{Σ} следующим образом.

1. При испытаниях без восстановления или замены:

$$t_{\Sigma} = (N - r)t + \sum_{j=1}^r t_j, \quad (10.11)$$

где r — текущее число отказов, соответствующее наработке t каждого работоспособного изделия, отсчитанной от начала испытаний; t_j — наработка j -го из r отказавших изделий, отсчитанная от начала испытаний.

2. При испытаниях с восстановлением или заменой:

$$t_{\Sigma} = \sum_{i=1}^N t_i, \quad (10.12)$$

где t_i — суммарная наработка i -го изделия за время испытаний.

Если первым достигается предельное число отрицательных исходов $r_{\text{пр}}$ (суммарная наработка $t_{\Sigma} < t_{\text{макс}}$), то результаты испытаний отрицательны; если достигается суммарная наработка $t_{\Sigma} = t_{\text{макс}}$, а количество отрицательных исходов, соответствующих этой наработке, $r < r_{\text{пр}}$ — результаты положительны.

Верхняя доверительная граница для показателя типа T у изделий, признанных на основе результатов контроля по плану, выбранному по табл. 10.7, не соответствующими заданным требованиям, с доверительной вероятностью $1 - \alpha$, не больше приемочного значения T_{α} . Нижняя доверительная граница для показателя типа T у изделий, признанных по результатам контроля с помощью тех же планов соответствующими заданным требованиям, с доверительной вероятностью $1 - \beta$ не меньше браковочного значения T_{β} .

ИСПЫТАНИЯ ПРИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОМ МЕТОДЕ КОНТРОЛЯ

В основе построения планов испытаний лежит процедура проверки статистических гипотез при последовательном анализе (рис. 10.2).

Построение планов последовательного контроля и процедура принятия решений при последовательном анализе основаны на вычислении **отношения правдоподобия** (статистики Вальда)

$$L = \frac{P_1}{P_0},$$

где P_1 — вероятность получения выборочных значений при условии, что верна гипотеза H_1 (несоответствие изделий заданным требованиям надежности); P_0 — вероятность получения выборочных значений при условии, что верна гипотеза H_0 (соответствие изделий заданным требованиям надежности).

Порядок принятия решений при последовательном анализе:

1) если $L \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$ — принять гипотезу H_0 (изделия признаются годными);

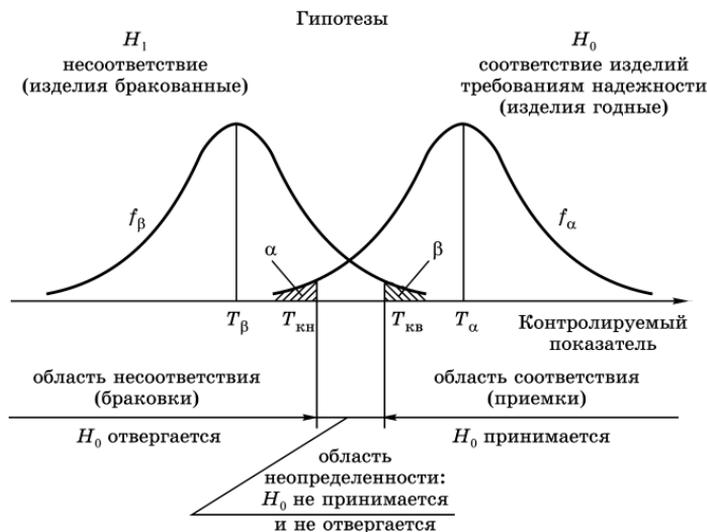


Рис. 10.2

Проверка статистических гипотез при последовательном методе контроля показателей типа T

2) если $L \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$ — принять гипотезу H_1 (изделия бракуются);

3) если $\frac{\beta}{1-\alpha} < L < \frac{1-\beta}{\alpha}$ — продолжить испытания (количество полученной при испытаниях информации недостаточно для вынесения решения о соответствии или несоответствии изделий требованиям надежности контролируемому показателю).

Рассмотрим построение плана последовательного контроля (рис. 10.3) показателя надежности типа T (наработка) для случая, когда наработка до отказа распределена по экспоненциальному закону (один из вариантов планов контрольных испытаний, регламентированных стандартом). Стандартом предусмотрены также планы контрольных испытаний для нормального и логарифмически нормального распределений наработки, распределения Вейбулла и др.

Для случая экспоненциального распределения наработки до отказа функции плотности распределения описываются следующими формулами.

1. Для группы изделий, соответствующих установленным требованиям по надежности (верна гипотеза H_0):

$$f_{\alpha}(t) = \frac{1}{T_{\alpha}} e^{-\frac{t}{T_{\alpha}}}. \quad (10.13)$$

2. Для группы изделий, не соответствующих установленным требованиям по надежности (верна гипотеза H_1):

$$f_{\beta}(t) = \frac{1}{T_{\beta}} e^{-\frac{t}{T_{\beta}}}. \quad (10.14)$$

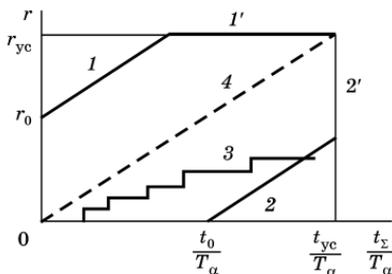


Рис. 10.3

План последовательного контроля показателя типа T :
 1, 1' — линия несоответствия браковки; 2, 2' — линия соответствия (приемки); 3 — график испытаний; 4 — линия усежения.

Вероятность появления r отказов в течение суммарной наработки t_Σ может быть подсчитана по формуле распределения Пуассона

$$P_r(t_\Sigma) = \left(\frac{t_\Sigma}{T}\right)^r \frac{e^{-\frac{t_\Sigma}{T}}}{r!}, \quad (10.15)$$

где T — средняя наработка до отказа (на отказ — для восстанавливаемых объектов).

Вероятность получения r отказов при условии, что верна гипотеза H_1 (несоответствие изделий заданным требованиям надежности):

$$P_1 = \left(\frac{t_\Sigma}{T_\beta}\right)^r \frac{e^{-\frac{t_\Sigma}{T_\beta}}}{r!}. \quad (10.16)$$

Вероятность получения r отказов при условии, что верна гипотеза H_0 (соответствие изделий заданным требованиям надежности):

$$P_0 = \left(\frac{t_\Sigma}{T_\alpha}\right)^r \frac{e^{-\frac{t_\Sigma}{T_\alpha}}}{r!}. \quad (10.17)$$

Отношение правдоподобия:

$$L = \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)^r e^{-\left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha}\right)t_\Sigma}. \quad (10.18)$$

Условие приемки $L \leq \frac{\beta}{1-\alpha}$ дает

$$\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)^r e^{-\left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha}\right)t_\Sigma} \leq \frac{\beta}{1-\alpha}. \quad (10.19)$$

Логарифмируя (10.19), получаем уравнение

$$r \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right) - \left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha}\right)t_\Sigma \leq \ln \frac{\beta}{1-\alpha},$$

которое после преобразований позволяет получить условие соответствия:

$$r \leq \frac{\ln \frac{\beta}{1-\alpha}}{\ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} + \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha}. \quad (10.20)$$

Замена знака \leq на $=$ в выражении (10.20) дает уравнение линии соответствия 2 на плане последовательного контроля (см. рис. 10.3).

Условие браковки $L \geq \frac{1-\beta}{\alpha}$ дает

$$\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)^r e^{-\left(\frac{1}{T_\beta} - \frac{1}{T_\alpha}\right)t_\Sigma} \geq \frac{1-\beta}{\alpha}. \quad (10.21)$$

Логарифмируя (10.21), после преобразований получаем условие несоответствия:

$$r \geq \frac{\ln \frac{1-\beta}{\alpha}}{\ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} + \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha}. \quad (10.22)$$

Заменой знака \geq на $=$ в выражении (10.22) можно получить уравнение линии несоответствия 1 на плане последовательного контроля.

Усечение плана осуществляется по одноступенчатому методу. Уравнение линии усечения 4 на плане последовательного контроля:

$$r = \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} \frac{t_\Sigma}{T_\alpha}. \quad (10.23)$$

Уравнение дополнительной линии соответствия 2' на плане последовательного контроля:

$$\frac{t_{yc}}{T_\alpha} = \frac{(1-\alpha)\ln\frac{1-\alpha}{\beta} - \alpha\ln\frac{1-\beta}{\alpha}}{\frac{T_\alpha}{T_\beta} - 1 - \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)}. \quad (10.24)$$

Уравнение дополнительной линии несоответствия 1' на плане последовательного контроля:

$$r_{yc} = \frac{T_\alpha - T_\beta}{T_\beta \ln\left(\frac{T_\alpha}{T_\beta}\right)} \frac{t_{yc}}{T_\alpha}. \quad (10.25)$$

При испытаниях без восстановления или замены отказавших изделий минимальный объем выборки $N_{\min} = r_{\text{ус}}$. При испытаниях с восстановлением или заменой объем выборки может быть любым.

При наличии отрицательных исходов графиком последовательных испытаний является ступенчатая линия \mathcal{Z} (см. рис. 10.3). Сумма отрезков линии \mathcal{Z} , параллельных оси $\frac{t_{\Sigma}}{T_{\alpha}}$, равна отношению суммарной наработки испытываемых образцов в момент времени t испытаний к значению T_{α} , а сумма отрезков, параллельных оси r , равна числу отрицательных исходов (отказов) к моменту t .

При отсутствии отрицательных исходов графиком последовательных испытаний является прямая линия с началом в начале координат, совпадающая с осью $\frac{t_{\Sigma}}{T_{\alpha}}$. При этом суммарная наработка испытываемых образцов в момент времени t испытаний составит $t_{\Sigma} = Nt$.

При испытаниях с восстановлением или заменой суммарная наработка в момент времени t испытаний составит

$$t_{\Sigma} = Nt - \sum_{j=1}^r t_j,$$

где t_j — длительность восстановления работоспособности j -го из r отказавших образцов изделия или длительность замены j -го из отказавших образцов.

При испытаниях без восстановления или замены суммарная наработка в момент времени t испытаний может быть подсчитана по формуле (10.11).

Результаты испытания положительны, если график испытаний достигает линии соответствия (ступенчатая ломаная линия \mathcal{Z} на рис. 10.3), и отрицательны, если график достигает линии несоответствия. Если конечная точка графика испытаний находится в области неопределенности между линиями соответствия и несоответствия, то испытания должны быть продолжены (количество полученной при испытаниях информации недостаточно для вынесения решения о соответствии или несоответствии изделий требованиям надежности по контролируемому показателю).

10.4. УСКОРЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ

Ускоренными называются испытания, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации в более короткий срок, чем в предусмотренных условиях и режимах эксплуатации. Ускоренные испытания бывают сокращенными и форсированными.

Сокращенные испытания — ускоренные испытания без интенсификации процессов, вызывающих отказы или повреждения. В сокращенных испытаниях уменьшение сроков получения показателей надежности достигается за счет прогнозирования поведения объекта испытаний на период, больший, чем продолжительность испытаний.

Форсированные испытания — ускоренные испытания, основанные на интенсификации процессов, вызывающих отказы или повреждения. При форсированных испытаниях проводится преднамеренное увеличение скорости утраты работоспособности изделия.

Ускоренные испытания разрабатываются с целью сокращения сроков проведения испытания по сравнению с нормальными испытаниями, т. е. испытаниями, методы и условия проведения которых обеспечивают получение необходимого объема информации в такой же срок, как и в предусмотренных НТД условиях и режимах эксплуатации для данного изделия.

Основной характеристикой ускоренных испытаний является **коэффициент ускорения** — число, показывающее, во сколько раз продолжительность ускоренных испытаний меньше продолжительности испытаний, проведенных в предусмотренных условиях и режимах эксплуатации (нормальных испытаний).

Коэффициент ускорения может исчисляться по наработке и по календарному времени. *Коэффициент ускорения по наработке* — отношение наработки изделия в нормальных испытаниях к наработке в ускоренных испытаниях. *Коэффициент ускорения по календарному времени* — отношение календарного времени нормальных испытаний к календарному времени ускоренных испытаний.

При разработке ускоренных испытаний для конкретного вида изделий необходимо, в первую очередь, установить принцип ускоренных испытаний, затем на основании сформулированного принципа выбрать метод и режим ускоренных испытаний. **Принцип ускоренных испытаний** — совокупность теоретических и экспериментально обоснованных закономерностей или допущений, на использовании которых основано проведение испытаний с сокращением их продолжительности. **Метод ускоренных испытаний** — совокупность правил применения принципов ускоренных испытаний для получения показателей надежности определенных групп или видов изделий. **Режим ускоренных испытаний** — режим, предусмотренный применяемым принципом и методом ускоренных испытаний и обеспечивающий сокращение продолжительности испытаний.

Режим ускоренных испытаний может быть нормальным (для сокращенных испытаний), форсированным (для форсированных испытаний), комбинированным при чередовании нормального и форсированного режимов (при форсированных испытаниях).

Нормальный режим — режим, при котором значения его параметров находятся в пределах, установленных в технической документации для нормальной эксплуатации испытываемого изделия. Частным случаем нормального режима является номинальный режим испытания, соответствующий установленным параметрам внешних воздействий, принимаемых обычно за начало отсчета допустимых отклонений.

Форсированный режим — режим испытаний, обеспечивающий увеличение интенсивности процессов утраты работоспособности по сравнению с нормальным режимом. Форсированный режим может достигаться за счет изменения одного или одновременно нескольких форсирующих факторов.

Форсирующим фактором называется составляющая режима испытаний, изменение параметров которой по сравнению с режимом нормальных испытаний приводит к интенсификации процессов, вызывающих отказ или

повреждение. В качестве форсирующего фактора используют усилие (момент), скорость (частоту), температуру, влажность среды, абразивность среды, химическую агрессивность среды и т. д.

Показатели надежности, полученные по результатам ускоренных испытаний, можно пересчитать для нормального режима при условии, что физические процессы разрушения при форсированных и ускоренных испытаниях одинаковы. Поэтому режимы ускоренных испытаний и форсирующий фактор могут изменяться при ускорении процесса испытаний только до определенного предела, называемого *предельной нагрузкой*. Такой нагрузкой является предельно допустимый уровень форсирующего фактора, обеспечивающий максимально возможную степень форсирования испытаний при сохранении идентичности картины разрушения в условиях ускоренных и нормальных испытаний и выполнении предпосылок, положенных в основу выбранного принципа ускоренных испытаний.

Результаты нормальных и ускоренных испытаний будут сопоставимы, если при соблюдении идентичности природы разрушения получаемые значения показателей надежности будут одинаковы, т. е.

$$R(t_n) = R(t_y), \quad (10.26)$$

где $R(t_n)$, $R(t_y)$ — показатели надежности при нормальном и ускоренном режимах соответственно.

При экспоненциальном распределении для вероятности безотказной работы условие (10.26) запишется в виде

$$e^{-\lambda_n t_n} = e^{-\lambda_y t_y}, \quad (10.27)$$

где λ_n , λ_y — интенсивность отказов в нормальном и ускоренном режимах испытаний соответственно.

Если коэффициент ускорения по наработке $k_y = \frac{t_n}{t_y}$, то из (10.27) получаем, что интенсивность отказов в нормальном режиме должна составлять

$$\lambda_n = \frac{\lambda_y}{k_y}. \quad (10.28)$$

Для распределения Вейбулла с плотностью распределения

$$f(t) = \begin{cases} \alpha \vartheta t^{\alpha-1} e^{-(\vartheta t^\alpha)}, & t > 0; \\ 0, & t < 0, \end{cases}$$

условие равной вероятности безотказной работы при нормальном и ускоренном режимах испытаний (10.26) принимает вид

$$P(t_H) = e^{-\vartheta_H t_H^{\alpha_H}} = P(t_Y) = e^{-\vartheta_Y t_Y^{\alpha_Y}}. \quad (10.29)$$

Параметр масштаба ϑ в распределении Вейбулла связан с интенсивностью отказов соотношением

$$\lambda(t) = \vartheta \alpha t^{\alpha-1}.$$

Из условия (10.29) следует, что параметр масштаба в нормальном режиме должен составлять

$$\vartheta_H = \vartheta_Y \frac{t_Y^{\alpha_Y}}{t_H^{\alpha_H}} = \vartheta_Y \frac{t_Y^{\alpha_Y - \alpha_H}}{k_Y^{\alpha_H}}. \quad (10.30)$$

Если ускоренные испытания проводятся с целью определения средней наработки, которая для распределения Вейбулла определяется по формуле

$$\bar{t} = \Gamma\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \vartheta^{-\frac{1}{\alpha}}, \quad (10.31)$$

то из условия $\bar{t}_H = k_Y \bar{t}_Y$ и с учетом соотношения $\Gamma(x+1) = x\Gamma(x)$ будем иметь

$$\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha_H}\right)}{\frac{1}{\alpha_H \delta_H^{\alpha_H}}} = k_Y \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha_Y}\right)}{\frac{1}{\alpha_Y \delta_Y^{\alpha_Y}}}. \quad (10.32)$$

Таким образом, параметр масштаба в нормальном режиме при испытаниях с целью определения средней наработки до отказа (среднего ресурса) в случае распределения Вейбулла должен составлять

$$\vartheta_H = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha_H}\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha_Y}\right)} \right]^{\frac{1}{\alpha_H}} \left(\frac{\alpha_Y}{k_Y \alpha_H} \right)^{\alpha_H} \vartheta_Y^{\frac{\alpha_H}{\alpha_Y}}. \quad (10.33)$$

Разработано и используется несколько принципов ускоренных испытаний. К ним относятся: уплотнение рабочих циклов; экстраполяция по времени; усечение спектра нагрузок; учащение рабочих циклов; принцип сравнения; экстраполяция по нагрузке; принцип «доламывания»; принцип «запросов».

Уплотнение рабочих циклов применяется при испытании изделий, которые в эксплуатации имеют большие перерывы в работе. На сокращении этих перерывов основано ускорение испытаний. Примером использования принципа уплотнения рабочих циклов могут служить испытания машин с сезонной загрузкой. В этом случае, сокращая или совсем ликвидируя известные перерывы в эксплуатации, связанные с ночным временем, нерабочими климатическими периодами и т. п., можно добиться значительного коэффициента ускорения по календарному времени.

Экстраполяция по времени основана на гипотезе о возможности достаточно достоверной оценки закономерностей процесса накопления повреждений по начальным этапам процесса. При этом испытания в нормальном режиме проводятся лишь на некотором начальном участке работы изделия, включающем выход в стационарный режим повреждения, измеряется параметр, определяющий накопленное повреждение, а затем эти результаты экстраполируются до перехода в неработоспособное (предельное) состояние. Экстраполяция проводится графически или аналитически.

Практически при всяком детерминированном изменении накопленного повреждения h (например, величины износа) во времени t путем соответствующего преобразования координат стационарный процесс его накопления можно отобразить в линеаризованном виде.

Выравнивание методом наименьших квадратов в этом случае сводится к отысканию коэффициентов b_0 и b_1 уравнения линейной регрессии

$$y = b_0 + b_1 x. \quad (10.34)$$

Значение этих коэффициентов определяется на основе результатов испытаний по значениям повреждения y_i

(величины накопленного износа), соответствующим определенным моментам времени t_i . При этом искомые коэффициенты уравнения (10.34) определяются по формулам

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^m y_i \sum_{i=1}^m t_i^2 - \sum_{i=1}^m t_i \sum_{i=1}^m t_i y_i}{m \sum_{i=1}^m t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^m t_i \right)^2}; \quad b_1 = \frac{m \sum_{i=1}^m t_i y_i - \sum_{i=1}^m t_i \sum_{i=1}^m y_i}{m \sum_{i=1}^m t_i^2 - \left(\sum_{i=1}^m t_i \right)^2}, \quad (10.35)$$

где m — число парных значений t_i и y_i .

Для каждого момента времени t_i вычисляется статистическая оценка дисперсии $s_{\eta}^2(t_i)$ по формуле

$$s_{\eta}^2(t_i) = \frac{1}{m_i - 1} \sum_{j=1}^{m_i} [y_j(t_i) - \bar{y}(t_i)]^2, \quad (10.36)$$

где m_i — число экспериментальных точек, полученных в момент времени t_i (число реализации процесса); j — номер экспериментальной точки, полученной в момент времени t_i ($1 < j \leq m_i$); $\bar{y}(t_i)$ — оценка математического ожидания (среднее арифметическое) процесса, определяемая по всем реализациям, наблюдаемым в момент t_i , т. е.

$$\bar{y}(t_i) = \frac{1}{m_i} \sum_{j=1}^{m_i} y_j(t_i).$$

Для стационарного процесса повреждения (изнашивания) результаты испытаний по дисперсии выравниваются квадратической зависимостью вида

$$s_{\eta}^2(t_i) = a + a_1 t + a_2 t^2.$$

Если величина $a_2 t^2$ в пределах изучаемого интервала времени оказывается незначительной по сравнению с $a_1 t$, то последним слагаемым можно пренебречь. Если $a_1 t \ll a_2 t^2$, то считают, что процесс характеризуется доминирующим влиянием начального качества образцов. Экстраполяция для такого процесса может быть осуществлена на основе испытаний как минимум нескольких образцов.

Для эргодического процесса оценка ресурса может быть получена испытаниями даже одного образца, но при достаточно большой продолжительности.

Практически можно считать, что экстраполяция по времени дает удовлетворительную оценку долговечности при продолжительности испытаний не менее 40...70% ресурса изделия. Этот принцип может применяться для изделий, процессы исчерпания ресурса которых достаточно хорошо изучены. При экстраполяции по времени в каждом конкретном случае решаются следующие основные задачи:

1) выбор модели для описания экспериментальных результатов в области изменения параметров испытаний;

2) исследование принятой модели вне области эксперимента, что сводится к определению оценки точности прогнозирования;

3) выбор объема экспериментальных данных, обеспечивающих надежный прогноз на заданный срок службы.

Например, в результате многочисленных исследований, проведенных в нашей стране и за рубежом, для прогнозирования длительной прочности конструкционного металла на сроки службы более 100 000 ч рекомендована температурно-временная зависимость типа

$$T_p = a\theta^2\sigma^{-n}\exp(b - c\sigma),$$

где a , n , b , c — параметры, отражающие свойства материала; θ — абсолютная температура; σ — напряжение.

Усечение спектра нагрузок заключается в отбрасывании определенной части нагрузок, не оказывающих заметного повреждающего воздействия на объект испытаний. Большинство реальных машин и их элементов подвержены в условиях эксплуатации воздействию определенного спектра случайных или периодически повторяющихся нагрузок. Точное воспроизведение этого спектра нагрузок представляет значительные технические трудности, поэтому в большинстве случаев проводят статистический анализ повторяемости нагрузок различных уровней в эксплуатационном спектре нагружения объекта и составляют программный блок нагрузок, имитирующий с той же степенью приближения спектр эксплуатационных нагрузок.

При испытаниях изделия многократно воспроизводят программный блок нагрузок, а ресурс, полученный в ре-

зультате программных испытаний, считают оценкой ресурса изделия в эксплуатационных условиях. Недостаток такого подхода — большая длительность испытаний для изделий высокой надежности. С целью сокращения длительности программных испытаний в определенных случаях может быть использован принцип усечения спектра нагрузок.

Частным случаем усечения спектра нагрузок является использование из всего рабочего цикла, состоящего из пуска, установившегося движения и останова, только двух элементов — пуска и останова. Целесообразность применения этого принципа основана на свойствах некоторых механизмов сохранять высокую износостойкость при установившемся движении, которое характеризуется гидродинамическим трением. Во время пуска или останова наблюдается граничное или даже сухое трение, приводящее к значительному износу рабочих поверхностей.

Исходя из предположения, что установившееся движение не приводит к существенному износу, в испытаниях воспроизводят режим пусков и остановов. Ресурс при этом пересчитывают по следующей формуле, пренебрегая временем пусков и остановов:

$$T_p = N \bar{t}_z,$$

где N — число пусков-остановов; \bar{t}_z — средняя продолжительность интервала между пусками, определяемая по данным эксплуатации или расчетным методом с учетом функционального назначения испытываемого объекта.

Испытания по этому принципу дают несколько завышенную оценку ресурса, но в большинстве случаев вполне приемлемую для практического использования.

Форсирование пусками-остановами применяется при ускоренных испытаниях коробок передач, муфт сцепления, электродвигателей и других механизмов и агрегатов, работающих в циклических режимах эксплуатации.

Принцип учащения рабочих циклов основан на увеличении частоты циклического нагружения или скорости движения под нагрузкой испытываемого элемента изделия. Предполагается, что долговечность изделия, выраженная

в количестве циклов до предельного состояния, не зависит от частоты приложения нагрузки. При этом коэффициент ускорения определяется заранее из выражения

$$k_y = \frac{f_y}{f_n},$$

где f_y, f_n — частоты приложения нагрузки соответственно при ускоренных и нормальных испытаниях.

Принцип учащения рабочих циклов используется при стендовых испытаниях изделий и их элементов. Коэффициент ускорения ограничивается скоростными возможностями испытательного оборудования, а иногда и возникновением сопутствующих процессов (например, повышением температуры), искажающих прямой переход к нормальным условиям по частотам.

Модификацией принципа учащения рабочих циклов является проведение испытаний подвижных сопряжений деталей машин на изнашивание при повышенных скоростях скольжения v . Если оценивать ресурс по износу в виде накопленного пути трения L и принять в первом приближении, что $L_y = L_n$, можно определить коэффициент ускорения: $k_y \frac{v_y}{v_n}$. Такая методика может быть корректно применена к процессу изнашивания только в очень ограниченном диапазоне изменения скоростей скольжения.

Для практической реализации этого принципа необходимо сохранение параметров, определяющих физические условия трения, в тех же пределах, что и при нормальных испытаниях. Так, для поддержания заданного температурного режима необходимо в ускоренных испытаниях использовать охлаждение поверхностей трения. Кроме того, увеличение частоты вращения, например, для подшипников скольжения может замедлить процесс изнашивания благодаря переходу от граничного к гидродинамическому трению.

Применение принципа учащения рабочих циклов требует экспериментального обоснования режимов ускоренных испытаний во избежание получения несопоставимых результатов.

Принцип сравнения основан на проведении испытаний изделия в форсированном режиме и пересчете полу-

ченных результатов с помощью известных данных по эксплуатации аналогичных изделий.

В зависимости от имеющейся информации оценка надежности изделий производится тремя способами:

1) сравнением долговечности двух изделий по результатам только форсированных испытаний;

2) сравнением долговечности изделий, испытываемых в форсированном режиме, с результатами испытаний в этом режиме изделия-аналога и данными его эксплуатации;

3) пересчетом результатов испытаний изделий в форсированном режиме применительно к нормальному режиму по имеющейся зависимости ресурса от уровня нагрузки.

Первый способ применяется в чисто сравнительных испытаниях двух изделий при выявлении более долговечного из них. При этом считается, что изделие, проработавшее больше в форсированном режиме, имеет больший ресурс и в нормальных условиях. Это правомерно при условии, что зависимости ресурса от уровня форсирующего фактора для сравниваемых изделий не пересекутся в интервале от номинального до форсированного уровней форсирующего фактора.

Второй способ предполагает наличие информации о долговечности изделия-аналога в форсированном и нормальном режимах. Определяемый из этой информации коэффициент ускорения для аналога умножается на значение наработки до предельного состояния, полученной при испытании нового изделия в форсированном режиме. Такая оценка производится в предположении, что физические свойства, определяющие зависимость ресурса от уровня форсирующего фактора, у нового изделия и изделия-аналога близки. Этот способ наиболее приемлем для испытания новых изделий массового производства, по которым имеется обширная информация о надежности предыдущих модификаций.

Третий способ основан на пересчете результатов форсированных испытаний посредством имеющейся зависимости ресурса изделия от нагрузки.

Принцип «доламывания» является достаточно универсальным принципом ускорения испытаний, который применяется при ресурсных испытаниях элементов машин и конструкций на усталость, изнашивание и длительную прочность.

Для пояснения этого принципа в применении к задачам ускоренной оценки ресурса изделия при некотором эксплуатационном режиме нагружения представим себе, что мы имеем несколько однотипных изделий с различными наработками при эксплуатационном режиме нагружения. В общем случае эти изделия в результате различной продолжительности эксплуатации получают разную степень повреждения в зависимости от той доли, которую составляет их эксплуатационная наработка от всего ресурса при том же эксплуатационном режиме нагружения. Однако, не зная ресурса изделия при эксплуатационном нагружении, невозможно оценить эту долю в предположении о линейном суммировании повреждений, когда доля вносимого в единицу времени повреждения постоянна и не зависит от начала отсчета по шкале времени.

Принцип «доламывания» предполагает для оценки степени повреждения объекта испытаний за время эксплуатационной наработки подвергнуть объект испытаний воздействию форсированного режима нагружения и на этом режиме довести объект до предельного состояния («доломать» его).

В результате «доламывания» объекта оценивается его остаточный ресурс при форсированном режиме. Путем сравнения полученного остаточного ресурса объекта с полным ресурсом нового (без предварительной эксплуатационной наработки) объекта того же типа на форсированном режиме нагружения оценивается степень повреждения (степень истощения ресурса) объекта за время его эксплуатационной наработки. Если полный ресурс объектов испытаний на форсированном режиме нагружения не известен, необходимо несколько новых объектов из той же партии испытать на этом режиме до предельного состояния и оценить таким образом средний ресурс объектов при форсированной нагрузке, что не займет много вре-

мени при правильном выборе коэффициента форсирования нагрузки.

Принцип «запросов» применяется при ускоренных испытаниях изделий машиностроения, отказ которых обуславливается постепенным накоплением износных повреждений, проявляющихся в монотонном изменении уровня контролируемого выходного параметра (износа лимитирующего элемента, производительности, расхода энергии и др.).

Ускоренные ресурсные испытания по принципу запросов предназначены для ориентировочной оценки ресурса испытываемого образца изделия до достижения заданного предельного износа или оценки износа, соответствующего заданной наработке изделия в нормальном режиме. Под износом здесь понимается изменение любого параметра, характеризующего степень постепенной утраты испытываемым изделием ресурса. Износ отсчитывается от начала испытаний.

Принцип «запросов» применим для объектов со стационарным и нестационарным изнашиванием в нормальном режиме. Наиболее эффективно использование данного метода для нестационарного изнашивания, когда интенсивность изнашивания (или скорость размерного износа) зависит от величины накопленного износа. При наличии информации о стационарности изнашивания объекта в эксплуатации целесообразнее использование методов сокращенных испытаний (ускоренных испытаний, не связанных с форсированием режимов).

Испытания по принципу «запросов» проводятся при последовательном ступенчатом чередовании нормального и форсированного режимов в процессе испытаний каждого образца. В процессе испытаний устанавливается зависимость интенсивности изнашивания в нормальном режиме от накопленного изделием уровня износа при условии, что эта зависимость, полученная по результатам ступенчатых испытаний, справедлива для процесса изнашивания в нормальном режиме в интервале от момента окончания приработки до накопления предельного износа. Ускоренное получение всего необходимого ряда уровней накопленного

износа обеспечивается испытаниями на ступенях с форсированным режимом (форсированных ступенях).

Достоверность результатов испытаний, кроме прочих факторов (погрешности измерений и т. п.), определяется правильностью выбора вида функции изменения интенсивности изнашивания от уровня накопленного изделием износа (или соответствующей функции накопления износа от времени). В процессе обработки результатов испытаний возможна корректировка с целью выбора функции, отличной от предварительно выбранной и приводящей к меньшей по сравнению с ней погрешности результатов.

При испытаниях по данному методу в качестве нормального режима на соответствующих ступенях применяют любой режим, по отношению к которому оценивается ресурс изделия: постоянный режим, режим с циклическим или стационарным случайным изменением уровня внешних нагрузочных воздействий и др. Параметры нормального режима должны задаваться нормативно-технической документацией, отражающей требования к надежности изделия. При отсутствии таких требований параметры нормального режима назначают в соответствии с требованиями работы изделия в эксплуатации по общим правилам выбора режимов нормальных ресурсных испытаний.

Форсированный режим должен быть выбран таким, чтобы скорость изнашивания на каждой ступени с нормальным режимом (нормальной ступени) при данном значении износа (или в данном диапазоне износа) не зависела от того, при каком режиме был накоплен этот износ — форсированном или нормальном.

К возможным причинам невыполнения этого требования относятся следующие:

а) форсированный режим обладает свойством избирательности по отношению к отдельным элементам изделия, что приводит к изменению относительного распределения износа:

- между отдельными деталями и узлами изделия;
- между поверхностями трения сопряжения;
- по отдельным участкам одной и той же поверхности трения и т. п.;

б) форсированный режим приводит к значительным изменениям физико-химического состояния поверхностей трения по отношению к условиям работы в нормальном режиме или изменениям, совершенно не свойственным таким условиям, например пластическому деформированию поверхностных слоев, шаржированию абразивных частиц на поверхности трения, образованию дополнительных вторичных структур и др.

Отсутствие последствия режима в отношении скорости изнашивания на последующей нормальной ступени можно подтвердить непосредственно в процессе испытаний нескольких образцов изделия по настоящему методу. С этой целью испытания двух образцов строятся так, что износ, накопленный в одном из образцов в нормальном режиме после первой форсированной ступени, достигается другим образцом путем испытаний только в нормальном режиме. При этом скорость изнашивания в нормальном режиме после форсированной ступени для одного образца сопоставляется с аналогичной скоростью изнашивания для второго образца.

Испытания каждого испытуемого образца методом запросов начинают с приработочной ступени, проводимой в режиме, установленном для приработки данного изделия. После окончания ступени производят измерение приработочного износа.

10.5. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ РЕСУРСА УЗЛОВ ТРЕНИЯ

Важнейшими узлами технических систем являются опоры электродвигательных и механических передаточных устройств. Трение в опорах снижает КПД, вызывает нагрев элементов изделия, изменение свойств материалов, смазки, геометрических размеров деталей, нарушает равномерность движения, а в отдельных случаях вызывает низкочастотные колебания. В результате снижается надежность и срок службы технических систем. Поэтому в процессе эксплуатации особое значение имеет оценка и прогнозирование ресурса приводных систем.

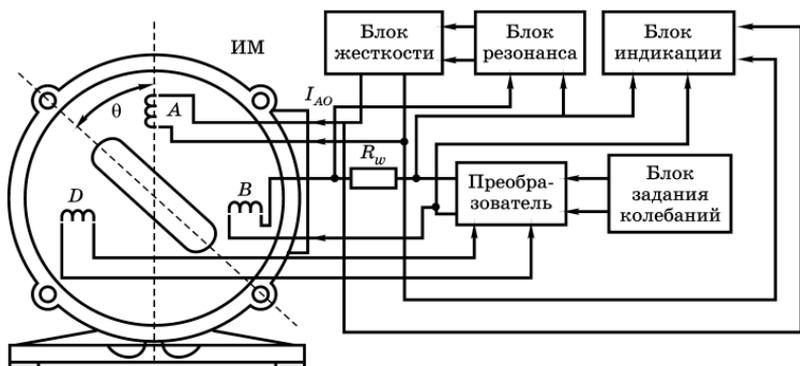


Рис. 10.4
Функциональная схема установки для исследования ресурса узлов трения

Для экспериментального оценивания ресурса приводных узлов трения, в частности подшипниковых узлов, используется метод, основанный на измерении моментов сил трения в режиме колебаний. Практическая реализация метода основана на применении колебательной электромеханической системы с управляемой электрической пружиной (рис. 10.4). Параметры колебательного движения определяются величиной и частотой сигнала задающего генератора и значением постоянного тока в обмотке статора, подключаемой к источнику постоянного тока — регулятору жесткости электрической пружины.

В качестве информативных параметров для расчета момента сил трения используются управляющее напряжение U_A с частотой f и ток I_A усилителя мощности, ток I_B регулятора жесткости, угол поворота θ и угловая скорость вращения ω_m ротора, а также углы сдвига фаз между U_A и I_A ; θ и ω_m . С помощью описанной установки снимаются экспериментальные осциллограммы U_A , I_A , θ , ω_m в вынужденном режиме ее работы при различных угловых частотах ω_m и амплитудах θ_m качания ротора. Обработка зависимостей производится через интервал времени Δt , зависящий от частоты колебаний.

Момент синхронного двигателя определяется по формуле

$$M_c = M_A \cos(\omega t + \varphi_A) - M_D \sin(\omega t + \varphi_A), \quad (10.37)$$

где $M_A = (k_{\pi} - J\omega^2)\theta_m$ — амплитуда основной составляющей момента синхронного двигателя; $M_d = k_{\omega}\theta_m$ — добавочная составляющая момента сил трения; φ_A — фаза механических динамических переменных; ω — угловая частота питающего напряжения; J — момент инерции; k_{π} — коэффициент позиционной нагрузки; k_{ω} — эквивалентный диссипативный коэффициент.

В уравнении (10.37) амплитуда θ_m колебаний ротора двигателя определяется экспериментально либо по амплитудной частотной характеристике привода на основе решения уравнения

$$a_0\alpha^4 + a_1\alpha^3 + a_2\alpha^2 + a_3\alpha - M_{\omega}^2 = 0,$$

где

$$a_0 = -\frac{M_M^2}{24}; \quad \alpha = \theta^2; \quad a_1 = \frac{1}{3} \left[M_M \left(M_M - \frac{1}{4} J\omega^2 \right) \right];$$

$$a_2 = -M_M(M_M - J\omega^2); \quad a_3 = (M_M - J\omega^2)^2 + 4h^2J^2\omega^2;$$

M_M — максимальный синхронизирующий момент двигателя; M_{ω} — электромагнитный момент синхронного двигателя; $h = \frac{k_{\pi}}{2J}$ — коэффициент демпфирования.

Пример экспериментальной характеристики динамического трения представлен на рис. 10.5. Отрицательные значения ω_m и M_c следует понимать как изменения направления вращения и, соответственно, силы трения.

Поскольку механизм трения сопряжен с необратимыми потерями энергии и, соответственно, температурой, которая является одним из важных факторов, влияющих на трение, износ и, как следствие, на долговечность конкретного объекта, использу-

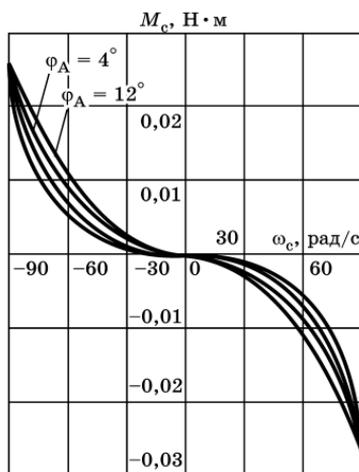


Рис. 10.5
Характеристики трения подшипников двигателя И6615:

$U_A = 15 \text{ В}; I_A = 100 \text{ мА}; I_B = 0,4 \text{ А};$
 $\theta_m = 78^\circ; f = 9,28 \text{ Гц}.$

ется гипотеза линейного истощения ресурса, интерпретируемая зависимостью

$$\frac{T}{T_n} = f\left(\frac{\theta_n}{\theta_{nn}}\right),$$

где T и T_n — сроки службы фактический и нормального подшипника, работающего при номинальной температуре узла трения; θ_n и θ_{nn} — соответственно действительный и номинальный перегревы.

Срок службы фактический определяется в соответствии с ГОСТ 18855-94 «Динамическая расчетная грузоподъемность и расчетный ресурс (долговечность)» по формуле

$$T = \left(\frac{C_r}{P_r}\right)^3,$$

где C_r , P_r — соответственно базовая динамическая расчетная радиальная грузоподъемность и эквивалентная динамическая радиальная нагрузка, рассчитываемые по методике, изложенной в вышеуказанном ГОСТе. Для создания нагрузок на подшипник эксперименты проводятся

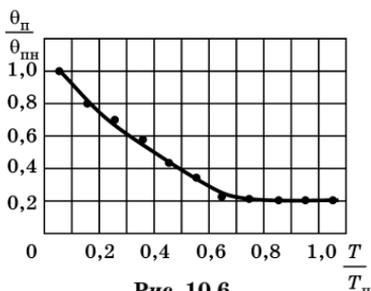


Рис. 10.6
Ресурсная зависимость
подшипниковых узлов

при различных частотах и амплитудах колебаний ротора двигателя, а статическая нагрузка изменяется величиной тарировочных грузов ленточного тормоза. На основе полученных результатов расчета нагрузок, моментов сил трения рассчитывается график ресурсной кривой для двигателя (рис. 10.6).

Температура перегрева θ_n аппроксимирована зависимостью

$$\theta_n = a + bx^2,$$

где $a = 0,2$; $b = 0,83$; $x = \frac{\Delta P}{\Delta P_n}$; ΔP — текущее значение мощности потерь; ΔP_n — мощность потерь при номинальной нагрузке.

Текущее значение мощности потерь ΔP рассчитывается по экспериментальным характеристикам в соответствии с уравнением

$$\Delta P = 2 \int_{-\omega_{\max}}^{\omega_{\max}} M_c(\omega) d\omega,$$

где $M_c(\omega)$ — характеристика узла трения, определяемая по замеренным динамическим переменным колебательной электромеханической системы в соответствующем режиме.

Применение колебательного метода идентификации позволяет оценивать ресурс узлов трения на всех этапах жизненного цикла изделий и может служить основой оперативной диагностики машин и механизмов.

10.6. ПРОВЕРКА И ИСПЫТАНИЯ ПРОГРАММ

Испытания программ на надежность и испытания изделий на надежность их программного обеспечения — обязательные этапы при проверке надежности систем. Испытания с целью проверки надежности программ осуществляются с помощью специальных программ (тестирование) и специальных (имитационных) стендов. Проверяется при этом степень отработанности программы и ее соответствие заданным требованиям.

Испытания с целью проверки надежности изделий, работающих под управлением программ, осуществляются при совместной работе программы и изделия. Проверяются при этом и степень отработанности программы в соответствии с заданными требованиями, и корректность этих требований, и согласованность взаимодействий программы и аппаратуры.

Степень отработанности программы может проверяться различными методами. Чем выше требование к достоверности проверки, тем более сложен метод проверки.

Рассмотрим один из наиболее простых методов. В процессе проверки «корректности» программы (с помощью наблюдений за работой либо изделия, либо имитирующего устройства, либо на специальном стенде с помощью тестов) фиксируются времена обнаружения ошибок в программе.

Результаты проверки обрабатываются при следующих предположениях:

- ошибки программы независимы. Каждый раз после обнаружения они устраняются и в дальнейшем не проявляются;
- интенсивность ошибок уменьшается по мере их обнаружения и устранения (ступенчато, как показано на рис. 3.1).

Статистическая интенсивность программных ошибок определяется так же, как интенсивность аппаратных отказов, по формуле

$$\bar{\lambda}(t) = \frac{\Delta n(t)}{\Delta t n(t)}, \quad (10.38)$$

где $n(t)$ — количество идентичных программ, не отказавших к моменту времени t ; $\Delta n(t)$ — количество отказавших идентичных программ на интервале $(t, t + \Delta t)$.

Выявление и устранение ошибок производится до тех пор, пока значение $\bar{\lambda}(t_n)$ превышает заданный уровень. Заданное значение $\bar{\lambda}_0(t_n)$ назначается с учетом требований к надежности изделия. Ориентировочно можно исходить из того, что интенсивность программных ошибок, приводящих к отказу, на этапе отладочных испытаний должна быть не больше интенсивности аппаратных отказов.

Выявление программных ошибок — чрезвычайно трудная задача, поэтому при создании сложных систем требуется максимальное сосредоточение сил для ликвидации программных отказов. Влияние программных ошибок на надежность изделия должно непрерывно уменьшаться с каждым новым этапом освоения программ (разработка — отладка — опытная эксплуатация — нормальная эксплуатация) так, чтобы на этапе нормальной эксплуатации объекта программная надежность его была на уровне заданных требований.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основные цели испытаний изделий на надежность.
2. Какие виды испытаний используются при исследовании надежности?

3. Что такое план испытаний и как он формируется? Какие планы испытаний используются при исследовании надежности?
4. Объясните цели, методы и планы контрольных испытаний изделий на надежность.
5. Объясните различие в методиках испытаний изделий с восстановлением и без восстановления.
6. Как определяется объем выборки при испытаниях на надежность?
7. Объясните цели и методики ускоренных испытаний.
8. Объясните содержание методики оценивания ресурса узлов трения с помощью электромеханической колебательной системы.
9. Объясните цели, методики и особенности испытаний программ.

УПРАЖНЕНИЯ

1. Для плана $[N U N]$ определить такое число объектов наблюдений, чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,95$ относительная ошибка d в определении среднего ресурса не превышала $0,05$. Ресурс распределен нормально с коэффициентом вариации $v = 0,15$.

2. Для плана $[N U r]$ определить такое число объектов наблюдений N , чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,9$ определить 90%-ный ресурс объектов. Установленное число предельных состояний $r = 3$.

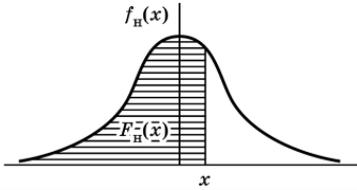
3. Для плана $[N U T]$ определить такую продолжительность наблюдений T за 20 объектами, чтобы с односторонней доверительной вероятностью $\beta = 0,95$ относительная ошибка d в определении средней наработки до отказа не превышала $0,1$. Нарботка до отказа распределена нормально с коэффициентом вариации $v = 0,2$; предположительно средняя наработка до отказа $t_{cp} = 500$ ч.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ТАБЛИЦЫ ВАЖНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Таблица П.1

Нормированное нормальное распределение



$$F_H(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{u^2}{2}} du;$$

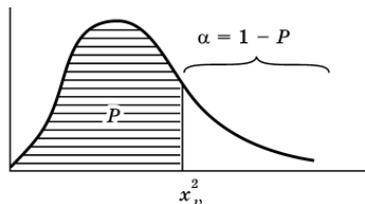
$$f_H(-x) = f_H(x);$$

$$F_H(-x) = 1 - F_H(x)$$

x	$f_H(x)$	$F_H(x)$	x	$f_H(x)$	$F_H(x)$	x	$f_H(x)$	$F_H(x)$
0,00	0,39894	0,50000	1,35	0,16036	0,91149	2,70	0,01042	0,99653
0,05	0,39844	0,51994	1,40	0,14973	0,91924	2,75	0,00909	0,99702
0,10	0,39695	0,53983	1,45	0,13953	0,92647	2,80	0,00792	0,99744
0,15	0,39448	0,55962	1,50	0,12952	0,93319	2,85	0,00667	0,99781
0,20	0,39104	0,57926	1,55	0,12001	0,93943	2,90	0,00595	0,99813
0,25	0,38667	0,59871	1,60	0,11092	0,94520	2,95	0,00514	0,99841
0,30	0,38139	0,61791	1,65	0,10226	0,95053	3,00	0,00443	0,99865
0,35	0,37524	0,63683	1,70	0,09405	0,95543	3,05	0,00361	0,99886
0,40	0,36827	0,65542	1,75	0,08626	0,95994	3,10	0,00327	0,99903
0,45	0,36053	0,67364	1,80	0,07895	0,96407	3,15	0,00279	0,99918
0,50	0,35207	0,69146	1,85	0,07206	0,96784	3,20	0,00238	0,99931
0,55	0,34294	0,70384	1,90	0,06562	0,97126	3,25	0,00203	0,99942
0,60	0,33322	0,72575	1,95	0,05959	0,97441	3,30	0,00172	0,99952
0,65	0,32297	0,74215	2,00	0,05399	0,97725	3,35	0,00146	0,99960
0,70	0,31225	0,75804	2,05	0,04879	0,97962	3,40	0,00123	0,99966
0,75	0,30114	0,77337	2,10	0,04398	0,98214	3,45	0,00104	0,99972
0,80	0,28969	0,78814	2,15	0,03955	0,98422	3,50	0,00087	0,99977
0,85	0,27798	0,80234	2,20	0,03547	0,98610	3,55	0,00073	0,99981
0,90	0,26609	0,81594	2,25	0,03174	0,98776	3,60	0,00061	0,99984
0,95	0,25406	0,82894	2,30	0,02833	0,98926	3,65	0,00051	0,99987
1,00	0,24197	0,84134	2,35	0,02522	0,99061	3,70	0,00042	0,99989
1,05	0,22988	0,85314	2,40	0,02239	0,99180	3,75	0,00035	0,99991
1,10	0,21785	0,86433	2,45	0,01984	0,99266	3,80	0,00029	0,99993
1,15	0,20594	0,87493	2,50	0,01753	0,99379	3,85	0,00024	0,99994
1,20	0,19419	0,88483	2,55	0,01545	0,99461	3,90	0,00020	0,99995
1,25	0,18265	0,89435	2,60	0,01358	0,99534	3,95	0,00016	0,99996
1,30	0,17137	0,90320	2,65	0,01191	0,99596	4,00	0,00014	0,99997

Таблица П.2

Квантили χ^2 -распределения



В таблице приведены значения квантилей $\chi^2_v(p)$ в зависимости от числа степеней свободы v и вероятность p .

$v \backslash P$	0,005	0,010	0,025	0,050	0,100	0,250	0,500
1	0,00004	0,00016	0,00096	0,00393	0,01579	0,1015	0,4519
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	0,5754	1,386
3	0,0717	0,1149	0,2158	0,3518	0,5844	1,213	2,366
4	0,2070	0,2971	0,4844	0,7107	1,064	1,923	3,357
5	0,4117	0,5543	0,8312	1,145	1,610	2,675	4,351
6	0,6757	0,8721	1,2373	1,635	2,204	3,455	5,348
7	0,9893	1,239	1,690	2,167	2,633	4,255	6,346
8	1,344	1,646	2,180	2,733	3,490	5,071	7,344
9	1,735	2,068	2,700	3,325	4,166	5,899	8,343
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	6,737	9,342
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	7,564	10,34
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	8,436	11,34
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,041	9,299	12,34
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	10,17	13,34
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	11,04	14,34
16	5,142	5,812	6,906	7,962	9,312	11,91	15,34
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,09	12,79	16,34
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,86	13,68	17,34
19	6,944	7,633	8,907	10,12	11,65	14,56	18,34
20	7,434	8,260	9,591	10,85	12,44	15,45	19,34
21	8,034	8,897	10,26	11,59	13,24	16,34	20,34
22	8,643	9,542	10,98	12,34	14,04	17,24	21,34
23	9,260	10,20	11,69	13,09	14,85	18,14	22,34
24	9,886	10,86	12,40	13,65	15,66	19,04	23,34
26	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	19,94	24,34
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	24,48	29,34
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	33,66	39,34
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	42,94	49,33
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	52,29	59,33
80	51,17	55,4	57,15	60,39	64,28	71,14	79,33
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	90,13	99,33

Продолжение табл. П.2

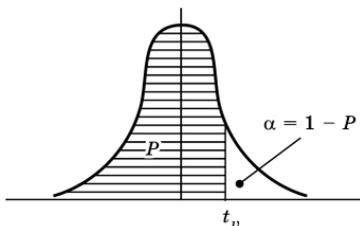
$\nu \backslash p$	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999
1	1,323	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,83
2	2,773	4,605	5,991	7,378	9,210	10,60	13,82
3	4,106	6,251	7,615	9,346	11,34	12,84	16,27
4	5,385	7,779	9,468	11,14	13,28	14,66	18,47
5	6,626	9,236	11,07	12,83	15,09	16,75	20,52
6	7,841	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	9,037	12,02	14,07	16,01	16,48	20,26	24,32
8	10,22	13,36	15,51	17,53	20,09	21,96	26,12
9	11,39	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	12,55	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59
11	13,70	17,28	19,68	21,92	24,72	26,76	31,26
12	14,65	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91
13	15,96	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,56
14	17,12	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12
15	18,25	22,31	25,00	27,49	30,58	32,60	37,70
16	19,37	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25
17	20,49	24,77	27,59	30,19	33,41	36,72	40,79
18	21,60	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31
19	22,72	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82
20	23,83	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,32
21	24,93	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80
22	26,04	30,81	33,92	36,76	40,29	42,80	48,27
23	27,14	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73
24	28,24	33,20	36,42	39,36	42,96	45,50	51,16
26	29,34	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62
30	34,80	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70
40	45,62	51,80	55,76	59,34	63,69	66,77	73,40
50	56,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49	86,66
60	66,96	74,40	79,06	83,30	86,36	91,95	99,61
80	86,13	96,56	101,9	106,6	112,3	116,3	124,8
100	109,1	118,5	124,3	129,6	135,8	140,2	149,4

Т а б л и ц а П.3

Квантили t -распределения Стьюдента

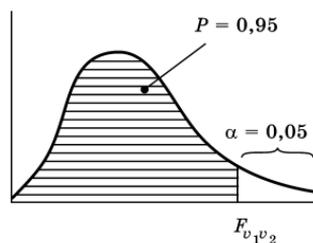
Величины t_v таковы, что

$$P = \int_{-\infty}^{t_v} \frac{1}{\sqrt{v\pi}} \frac{\Gamma\left(\frac{v+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{v}{2}\right)} \left(1 - \frac{t^2}{v}\right)^{-\frac{v+1}{2}} dt$$



$\nu \backslash p$	0,750	0,900	0,950	0,975	0,990	0,995	0,999	0,9995
1	1,000	3,076	6,314	12,706	31,821	63,657	318,31	636,62
2	0,616	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,326	31,598
3	0,765	1,638	2,353	3,162	4,541	5,841	10,213	12,924
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	6,610
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,693	6,869
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,203	5,909
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,996	3,499	4,785	5,408
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	0,700	1,372	1,812	2,226	2,764	3,169	4,144	4,567
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,716	3,106	4,025	4,437
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	0,689	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,876	3,610	3,922
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	0,687	1,325	1,725	2,066	2,528	2,845	3,552	3,850
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
30	0,663	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
120	0,677	1,269	1,659	1,980	2,258	2,617	3,160	3,373
∞	0,674	1,262	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

Квантили



$v_2 \backslash v_1$	1	2	3	4	5	6	7	
1	61,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	
2	6,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,35	
3	0,13	9,55	9,26	9,12	9,01	8,94	8,89	
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,21	
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	
9	5,12	4,26	3,66	3,63	3,46	3,37	3,29	
10	4,96	4,10	3,71	3,43	3,33	3,22	3,14	
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,99	3,01	
12	4,75	3,89	3,49	3,26	3,11	3,00	2,91	
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	
15	4,54	3,66	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	
20	4,35	3,49	3,10	2,67	2,71	2,60	2,51	
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,09	
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	

Таблица П.4

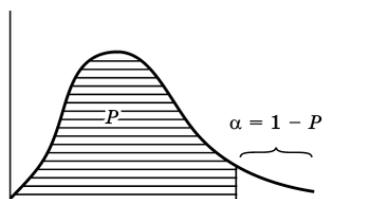
F-распределения

В таблице приведены квантили F -распределения, отвечающие уровню вероятности $P = 0,95$ ($\alpha = 0,05$), в зависимости от числа степеней свободы ν_1 и ν_2 .

	8	9	10	15	20	30	60	∞
	238,9	240,5	241,9	245,9	248,0	250,1	252,2	254,3
	19,37	19,38	19,40	19,43	19,45	19,46	19,48	19,50
	8,85	8,81	8,79	8,70	8,66	6,62	6,57	8,53
	6,04	6,00	5,96	5,86	5,80	5,75	5,69	5,63
	4,82	4,77	4,74	4,62	4,56	4,50	4,43	4,36
	4,15	4,10	4,06	3,94	3,87	3,81	3,74	3,67
	3,73	3,68	3,64	3,51	3,44	3,38	3,30	3,23
	3,44	3,39	3,35	3,22	3,15	3,06	3,01	2,93
	3,23	3,18	3,14	3,01	2,94	2,86	2,79	2,71
	3,07	3,02	2,96	2,85	2,77	2,70	2,62	2,54
	2,95	2,90	2,85	2,72	2,65	2,57	2,49	2,40
	2,85	2,60	2,75	2,62	2,54	2,47	2,36	2,30
	2,77	2,71	2,67	2,53	2,46	2,36	2,30	2,21
	2,70	2,65	2,60	2,46	2,39	2,31	2,22	2,13
	2,64	2,59	2,54	2,40	2,33	2,25	2,16	2,07
	2,45	2,39	2,35	2,20	2,12	2,04	1,95	1,84
	2,27	2,21	2,16	2,01	1,93	1,64	1,74	1,62
	2,10	2,04	1,99	1,84	1,75	1,65	1,53	1,39
	2,02	1,96	1,91	1,75	1,66	1,55	1,43	1,25
	1,94	1,88	1,83	1,67	1,57	1,46	1,32	1,00

Таблица П.5

Квантили распределения Колмогорова — Смирнова



При $n > 50$ критическое значение D может быть приближенно вычисленное как

$$\sqrt{\frac{1}{2n} \ln\left(\frac{2}{\alpha}\right)}; \alpha = 1 - p.$$

 $D_n(P)$

$n \backslash p$	0,95	0,99	0,999	$n \backslash p$	0,95	0,99	0,999
5	0,563	0,669	0,781	16	0,327	0,392	0,467
6	0,519	0,617	0,725	17	0,318	0,381	0,454
7	0,483	0,576	0,679	18	0,309	0,371	0,442
8	0,454	0,542	0,641	19	0,301	0,361	0,431
9	0,430	0,513	0,608	20	0,294	0,352	0,421
10	0,409	0,489	0,580	25	0,264	0,317	0,378
11	0,391	0,468	0,556	30	0,242	0,290	0,347
12	0,375	0,449	0,534	35	0,224	0,269	0,322
13	0,361	0,432	0,515	40	0,210	0,252	0,302
14	0,349	0,418	0,498	45	0,198	0,238	0,285
15	0,338	0,404	0,482	50	0,188	0,226	0,271

ПОПРАВочНЫЕ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Таблица П.6

Коэффициент влияния вибраций, ударов (k_v)
на условия применения

Типовые элементы	k_v	
	Самолеты	Ракеты
Резисторы непроволочные	1	2
Резисторы проволочные	2	4
Резисторы переменные	4	5
Конденсаторы	2	3
Полупроводниковые приборы:		
точечные	3	5
плоскостные	2	3
Реле и контакторы	3	5
Трансформаторы и дроссели	3	4
Электрические машины	3	5
Электровacuумные приборы	2	3
Пайки	2	3
Остальные элементы	1	1

Примечание. В таблице приведены значения k_v для приборного отсека второй ступени. Для аппаратуры хвостового отсека первой ступени k_v необходимо увеличить в 18 раз, приборного отсека первой ступени и хвостового отсека второй ступени — в 6 раз.

Таблица П.7

Коэффициент влияния вибрации и ударов (k_v)
на транспортные условия

Вид аппаратуры	k_v		
	Вибрации	Удары	Результат воздействия
Лабораторная	1	1	1
Полевые стационарные	1,04	1,03	1,07
Автофургонные	1	1,08	1,46
Железнодорожные	1,40	1,10	1,54

Таблица П.8

**Коэффициент влияния влажности (k_z)
для негерметизированной аппаратуры**

Относительная влажность Z , %	θ , °С	k_z
60...70	20...40	1,0
80...90	20...25	1,5
90...98	20...25	2,0
90...98	30	2,5

Таблица П.9

Коэффициент влияния давления (k_d) для высотных условий

Высота, км	k_d	Высота, км	k_d
0	1,0	10...11	1,25
1...2	1,05	12...14	1,30
3	1,1	15...18	1,35
5	1,14	18...40	1,38
6	1,16	40	1,45
7...8	1,2	40...50	1,50

Таблица П.10

**Коэффициент условий хранения (k_{xp}) для утепленных складов
в укупорке**

Типовые элементы	$k_{xp} \cdot 10^3$
Резисторы постоянные	0,10
Резисторы переменные	1,00
Конденсаторы	0,10
Полупроводниковые диоды	0,25...0,75
Транзисторы	0,80
Реле и контакторы	0,40...1,00
Трансформаторы и дроссели	1,00
Электромеханические изделия	0,30
Контактные изделия	1,00
Механические изделия	0,10
Электровакuumные приборы	3,00...5,00
Остальные элементы	1,00



СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Барлоу, Р. Е.* Математическая теория надежности // Р. Е. Барлоу, Ф. Прошан / пер. с англ. — М. : Сов. радио, 1969. — 541 с.
2. *Беляев, Ю. К.* Надежность технических систем // Ю. К. Беляев, В. А. Богатырев, В. В. Болотин [и др.] / под ред. И. А. Ушакова. — М. : Радио и связь, 1985. — 608 с.
3. *Богдановф, Дж.* Вероятностные модели накопления повреждений // Дж. Богдановф, Ф. Козин / пер. с англ. — М. : Мир, 1989. — 344 с.
4. *Болотин, В. В.* Ресурс машин и конструкций. — М. : Машиностроение, 1984. — 312 с.
5. *Войнов, К. Н.* Прогнозирование надежности механических систем. — Л. : Машиностроение, 1978. — 208 с.
6. *Войнов, К. Н.* Трибология и робототехника в вопросах и ответах. — СПб. : Санкт-Петербургский государственный университет путей сообщения, 2007. — 136 с.
7. *Гнеденко, Б. В.* Математические методы в теории надежности // Б. В. Гнеденко, Ю. К. Беляев, А. Д. Соловьев. — М. : Наука, 1965. — 524 с.
8. *Голинкевич, Т. А.* Прикладная теория надежности : учебник для вузов по специальности «Автоматизированные системы управления». — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Высш. шк., 1985. — 168 с.
9. *Горский, Ю. М.* Системно-информационный анализ процессов управления. — Новосибирск : Наука, 1988. — 327 с.
10. ГОСТ 27.002-89 «Надежность в технике. Основные понятия. Термины и определения». — М. : Издательство стандартов, 1990. — 37 с.

11. ГОСТ 16504-81 «Система государственных испытаний продукции. Испытания и контроль качества продукции. Основные термины и определения». — М. : ИПК Издательство стандартов, 2003. — 26 с.
12. *Дружинин, Г. Н.* Надежность автоматизированных систем. — М. : Энергия, 1977. — 536 с.
13. *Дубровин, В. И.* Интеллектуальные средства диагностики и прогнозирования надежности авиадвигателей // В. И. Дубровин, С. А. Субботин, А. В. Богуслаев [и др.] — Запорожье : ОАО «Мотор-Сич», 2003. — 279 с.
14. *Ефремов, Л. В.* Практика инженерного анализа надежности судовой техники. — Л. : Судостроение, 1980. — 178 с.
15. *Ефремов, Л. В.* Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий. — СПб. : Наука, 2007. — 276 с.
16. *Лунаев, В. В.* Надежность программного обеспечения АСУ. — М. : Энергоиздат, 1981 — 240 с.
17. *Капур, К.* Надежность и проектирование систем // К. Капур, Л. Ламберсон / пер. с англ. — М. : Мир, 1980. — 604 с.
18. *Копейкин, А. И.* Управляемые электромеханические колебательные системы // А. И. Копейкин, С. И. Малафеев. — Владимир : Издательство «Посад», 2001. — 128 с.
19. *Крагельский, И. В.* Трение и износ. — М. : Машиностроение, 1968. — 480 с.
20. *Майерс, Г.* Надежность программного обеспечения. — М. : Мир, 1980. — 360 с.
21. *Малафеев, С. И.* Основы автоматики и системы автоматического управления // С. И. Малафеев, А. А. Малафеева. — М. : Издательский центр «Академия», 2010. — 384 с.
22. *Малафеев, С. И.* Статистические модели распределения случайных величин. — Владимир : ВПИ, 1990. — 72 с.
23. *Малафеев, С. И.* Статистический анализ экспериментальных данных. — Владимир : ВПИ, 1989. — 56 с.
24. *Мусалимов, В. М.* Динамика фрикционного взаимодействия // В. М. Мусалимов, В. А. Валетов. — СПб. : Издательство ПИМаш (ЛМЗ-ВТУЗ), 2006. — 168 с.
25. Надежность технических систем : справочник // под ред. И. А. Ушакова. — М. : Радио и связь, 1985. — 608 с.

26. *Острейковский, В. А.* Теория надежности. — М. : Высш. шк., 2003. — 463 с.
27. *Писаренко, Г. С.* Рассеяние энергии при механических колебаниях. — Киев : Изд-во АН УССР, 1962. — 432 с.
28. *Поллард, Дж.* Справочник по вычислительным методам статистики / пер. с англ. — М. : Финансы и статистика, 1982. — 344 с.
29. *Половко, А. М.* Основы теории надежности. — М. : Наука, 1964. — 446 с.
30. *Половко, А. М.* Основы теории надежности. Практикум // А. М. Половко, С. В. Гуров. — СПб. : БХВ — Петербург, 2006. — 560 с.
31. Проблемы машиноведения: точность, трение и износ, перспективные технологии // под ред. В. П. Булатова. — СПб. : Наука, 2005. — 740 с.
32. *Проников, А. С.* Надежность машин. — М. : Машиностроение, 1978. — 592 с.
33. *Райкин, А. Л.* Вероятностные модели функционирования резервных устройств. — М. : Наука, 1968. — 303 с.
34. *Росин, М. Ф.* Статистическая динамика и теория эффективности систем управления // М. Ф. Росин, В. С. Булыгин. — М. : Машиностроение, 1981. — 312 с.
35. *Рудзит, Я. А.* Основы метрологии, точность и надежность в приборостроении // Я. А. Рудзит, В. Н. Плуталов. — М. : Машиностроение, 1991. — 303 с.
36. *Рыжкин, А. А.* Основы теории надежности : учеб. пособие // А. А. Рыжкин, Б. Н. Слюсарь, К. Г. Шучев. — Ростов-н/Д. : Издательский центр ДГТУ, 2002. — 182 с.
37. *Садчиков, П. И.* Методы оценки надежности и обеспечения устойчивости функционирования программ // П. И. Садчиков, Ю. Г. Приходько. — М. : Знание, 1983. — 102 с.
38. Сборник задач по теории надежности // под ред. А. М. Половко, И. М. Маликова. — М. : Советское радио, 1972. — 408 с.
39. *Соловьев, А. И.* Коэффициент полезного действия механизмов и машин. — М. : Машиностроение, 1966. — 178 с.
40. *Сотсков, Б. С.* Основы теории и расчета надежности элементов и устройств автоматики и вычислительной техники. — М. : Высшая школа, 1970. — 272 с.

41. *Стекольников, Ю. И.* Живучесть систем. — СПб. : Политехника, 2002. — 155 с.
42. *Тейер, Т.* Надежность программного обеспечения // Т. Тейер, М. Липов, Э. Нельсон / пер. с англ. — М. : Мир, 1981. — 325 с.
43. *Тимошенко, С. П.* История науки о сопротивлении материалов с краткими сведениями из истории теории упругости и теории сооружений // пер. с англ. — М. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1957. — 536 с.
44. Трибология. Международная энциклопедия в 12 томах. Т. 1. Историческая справка, термины, определения // под ред. К. Н. Войнова. — СПб. : Краснодар : Анима, 2010. — 172 с.
45. *Федоров, В. К.* Контроль и испытания в проектировании и производстве радиоэлектронных средств // В. К. Федоров, Н. П. Сергеев, А. А. Кондрашин. — М. : Техносфера, 2005. — 504 с.
46. *Харченко, В. С.* Теория надежности и живучести элементов и систем летательных комплексов // В. С. Харченко, Г. Н. Тимонькин, В. А. Сычев [и др.] / под ред. В. С. Харченко. — МО Украины, 1997. — 403 с.
47. Управление качеством электронных средств // под ред. О. П. Глудкина. — М. : Высш. шк., 1994. — 414 с.
48. *Чернов, В. Ю.* Надежность авиационных приборов и измерительно-вычислительных комплексов // В. Ю. Чернов, В. Г. Никитин, Ю. П. Иванов. — СПб. : СПбГУАП, 2004. — 96 с.
49. *Шишонок, Н. А.* Основы теории надежности и эксплуатации радиоэлектронной техники // Н. А. Шишонок [и др.] — М. : Советское радио, 1964. — 551 с.
50. *Шураков, В. В.* Надежность программного обеспечения систем обработки данных. — М. : Финансы и статистика, 1987. — 271 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	5
Введение	7
<i>Глава 1</i>	
Надежность: основные понятия и определения	18
1.1. Основные определения	18
1.2. Основные временные понятия теории надежности . . .	26
1.3. Техническое обслуживание и ремонт	27
1.4. Показатели надежности	28
1.5. Основные показатели безотказности объектов	29
1.6. Основные показатели долговечности	36
1.7. Основные показатели ремонтпригодности	37
1.8. Комплексные показатели надежности	39
<i>Глава 2</i>	
Основные статистические модели теории надежности	45
2.1. Показательное (экспоненциальное) распределение	45
2.2. Нормальное распределение	49
2.3. Усеченное нормальное распределение	52
2.4. Логарифмически нормальное распределение	54
2.5. Распределение Вейбулла	56
2.6. Распределение Рэлея	58
2.7. Гамма-распределение	59
2.8. Распределение Бернулли	61
2.9. Биномиальное распределение	61
2.10. Геометрическое распределение	63
2.11. Гипергеометрическое распределение	64
2.12. Отрицательное биномиальное распределение (распределение Паскаля)	66
2.13. Распределение Пуассона	66
2.14. Полиномиальное распределение	69
2.15. Равномерное дискретное распределение	69
2.16. Логарифмическое распределение	70

*Глава 3***Основы математического описания**

надежности технических систем	76
3.1. Математическая модель надежности объекта	77
3.2. Зависимость надежности элемента от нагрузок и прочности	81
3.3. Вероятность безотказной работы и коэффициент безопасности	83
3.4. Вероятность безотказной работы при нормальном распределении прочности и напряжения	89
3.5. Вероятность безотказной работы при логарифмически нормальном распределении прочности и напряжения	93
3.6. Вероятность безотказной работы при экспоненциальном распределении прочности и напряжения	98
3.7. Вычисление вероятности безотказной работы при нормальном (экспоненциальном) распределении прочности и экспоненциальном (нормальном) распределении напряжения	99
3.8. Критерии надежности программного обеспечения	101
3.9. Математическое описание надежности комплексов программ	106
3.10. Показатели надежности человеко-машинных систем	110

Глава 4

Методика решения задач надежности	119
4.1. Исходные положения	120
4.2. Основные методы расчета надежности	121
4.3. Методика нормирования и оценки показателей надежности электронного устройства	125
4.4. Повышение надежности технических систем	135

*Глава 5***Надежность нерезервированных**

невосстанавливаемых систем при внезапных отказах	148
5.1. Определение вероятности безотказной работы и средней наработки до отказа	148
5.2. Определение вероятности безотказной работы с использованием модели слабейшего звена	151
5.3. Примеры расчета надежности невосстанавливаемых нерезервированных систем	153

Глава 6

Надежность резервированных невосстанавливаемых систем	160
6.1. Основные способы резервирования технических систем	160
6.2. Общее резервирование с постоянно включенным резервом и с целой кратностью	164
6.3. Надежность системы при раздельном резервировании с постоянно включенным резервом	169

6.4. Надежность систем с нагруженным дублированием	171
6.5. Общее резервирование замещением	173
6.6. Смешанное резервирование неремонтируемых систем	179
6.7. Мажоритарное резервирование элементов и систем . .	181
6.8. Расчет надежности систем с общим мажоритарным резервированием	184
6.9. Расчет надежности систем с отдельным мажоритарным резервированием	188
<i>Глава 7</i>	
Надежность восстанавливаемых нерезервированных систем	194
7.1. Надежность восстанавливаемой одноэлементной системы	195
7.2. Надежность нерезервированной системы с последовательно включенными восстанавливаемыми элементами	199
7.3. Надежность восстанавливаемой дублированной системы	200
<i>Глава 8</i>	
Надежность резервированных восстанавливаемых систем . .	210
8.1. Особенности расчета надежности резервированных восстанавливаемых систем	211
8.2. Методика расчета надежности резервированных восстанавливаемых систем	213
8.3. Расчет надежности с учетом характеристик средств контроля	217
<i>Глава 9</i>	
Живучесть технических систем	227
9.1. Понятие и основные характеристики живучести систем	227
9.2. Основные показатели живучести систем	230
9.3. Оценка живучести технических систем по минимаксному критерию	233
9.4. Повышение живучести систем	241
<i>Глава 10</i>	
Экспериментальное исследование надежности	249
10.1. Виды испытаний на надежность	249
10.2. Определительные испытания	252
10.3. Контрольные испытания	261
10.4. Ускоренные испытания	276
10.5. Экспериментальное определение ресурса узлов трения	289
10.6. Проверка и испытания программ	293
Приложения	297
Список литературы	307

*Сергей Иванович МАЛАФЕЕВ
Анатолий Иванович КОПЕЙКИН*

**НАДЕЖНОСТЬ
ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

ПРИМЕРЫ И ЗАДАЧИ

Учебное пособие

Издание второе, стереотипное

Редакция инженерно-технической литературы

ЛР № 065466 от 21.10.97

Гигиенический сертификат 78.01.10.953.П.1028
от 14.04.2016 г., выдан ЦГСЭН в СПб

Издательство «ЛАНЬ»

lan@lanbook.ru; www.lanbook.com

196105, Санкт-Петербург, пр. Ю. Гагарина, д. 1, лит. А.

Тел./факс: (812) 336-25-09, 412-92-72.

Бесплатный звонок по России: 8-800-700-40-71

Подписано в печать 18.08.16.

Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Формат 84×108^{1/32}.

Печать офсетная. Усл. п. л. 16,80. Тираж 100 экз.

Заказ № 241-16.

Отпечатано в полном соответствии
с качеством предоставленного оригинал-макета
в ПАО «Т8 Издательские Технологии».

109316, г. Москва, Волгоградский пр., д. 42, к. 5.

ГДЕ КУПИТЬ

ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИЙ:

Для того, чтобы заказать необходимые Вам книги,
достаточно обратиться в любую из торговых компаний
Издательского Дома «ЛАНЬ»:

по России и зарубежью

«ЛАНЬ-ТРЕЙД»

192029, Санкт-Петербург, ул. Крупской, 13

тел.: (812) 412-85-78, 412-14-45, 412-85-82

тел./факс: (812) 412-54-93

e-mail: trade@lanbook.ru

ICQ: 446-869-967

www.lanpbl.spb.ru/price.htm

в Москве и в Московской области

«ЛАНЬ-ПРЕСС»

109263, Москва, 7-ая ул. Текстильщиков, д. 6/19

тел.: (499) 178-65-85

e-mail: lanpress@lanbook.ru

в Краснодаре и в Краснодарском крае

«ЛАНЬ-ЮГ»

350901, Краснодар, ул. Жлобы, д. 1/1

тел.: (861) 274-10-35

e-mail: lankrd98@mail.ru

ДЛЯ РОЗНИЧНЫХ ПОКУПАТЕЛЕЙ:

интернет-магазин

Издательство «Лань»: <http://www.lanbook.com>

магазин электронных книг

Global F5

<http://globalf5.com/>

Издательство
«ЛАНЬ»  ЛАНЬ®

**ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНАЯ
ЛИТЕРАТУРА
ДЛЯ ВЫСШЕЙ ШКОЛЫ**

Мы издаем новые
и ставшие классическими учебники
и учебные пособия по общим
и общепрофессиональным
направлениям подготовки.

Большая часть литературы
издательства «ЛАНЬ»
рекомендована Министерством образования
и науки РФ и используется вузами
в качестве обязательной.

Мы активно сотрудничаем
с представителями высшей школы,
научно-методическими советами
Министерства образования и науки РФ,
УМО по различным направлениям
и специальностям по вопросам грифования,
рецензирования учебной литературы
и формирования перспективных планов издательства.

Наши адреса и телефоны:

РФ, 196105, Санкт-Петербург, пр. Юрия Гагарина, 1
(812) 336-25-09, 412-92-72

www.lanbook.com