

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»
Строительно-политехнический колледж

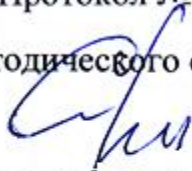
СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям обучающихся по специальности
21.02.05 Земельно-имущественные отношения

Методические указания обсуждены на заседании методического совета СПК
19.03.2021 года. Протокол № 7.

Председатель методического совета СПК
Сергеева С.И.



Методические указания одобрены на заседании педагогического совета СПК
26.03.2021 года. Протокол № 7.

Председатель педагогического совета СПК
Облиенко А.В.



Воронеж 2021

УДК 614.8.084(075.8)

ББК 65.9(2)248Б39

Составители:

Нагибина Н. А., преподаватель
Сергеева С.И., канд. тех. наук, доцент

Статистика: методические указания к практическим занятиям обучающихся по специальности 21.02.05 Земельно-имущественные отношения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: Н.А. Нагибина, С.И. Сергеева – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. - 34 с.

Учебная дисциплина «Статистика» изучается студентами колледжа. Методические указания по выполнению практических работ обеспечивают реализацию рабочей программы по дисциплине «Статистика».

Реализация программы обеспечит компетентность будущих специалистов в области статистики как неотъемлемой части их профессионализма в период вступления в самостоятельную жизнь.

УДК 614.8.084(075.8)
ББК 65.9(2)248Б39

Рецензент - Е. А. Сушко, канд. техн. наук,
доцент кафедры техносферной и пожарной безопасности ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

В результате освоения дисциплины «Статистика» обучающийся должен иметь практический опыт расчета важнейших статистических показателей; решения типовых статистических задач, используемых при принятии управленческих решений; экономической интерпретации и использования результатов статистического исследования для изучения количественной характеристики массовых явлений и процессов в экономике.

Практические занятия - призваны углубить, расширить и закрепить знания студентов, формировать умения и навыки. Практические занятия развивают научное мышление и речь студента, позволяют проверить и оценить знания студентов. Содержание практических работ определяется учебным планом и рабочей программой дисциплины.

Практические работы проводятся по мере прохождения студентами теоретического материала.

Практические работы рекомендуется производить в следующей последовательности:

- вводная беседа, во время которой кратко напоминаются теоретические вопросы по теме работы, разъясняется сущность, цель, методика выполнения работы;
- совместное или самостоятельное выполнение представленных заданий;
- обработка результатов выполнения заданий, оформление решения в тетради, подведение итогов по результатам проделанной работы.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ СВОДКА И ГРУППИРОВКА

Важнейшим этапом исследования социально-экономических явлений и процессов является систематизация первичных данных и получение на этой основе сводной характеристики объекта в целом при помощи обобщающих показателей, что достигается путем сводки и группировки первичного статистического материала.

Сводка – это комплекс последовательных операций по обобщению конкретных единичных фактов, образующих совокупность, для выявления типичных черт и закономерностей, присущих изучаемому явлению в целом. По глубине и точности обработки материала различают сводку простую и сложную.

Простая сводка — это операция по подсчету общих итогов по совокупности единиц наблюдения.

Сложная сводка — это комплекс операций, включающих группировку единиц наблюдения, подсчет итогов по каждой группе и по всему объекту и представление результатов группировки и сводки в виде статистических таблиц.

Группировкой называется разделение единиц изучаемой совокупности на однородные группы по определенным, существенным для них признакам.

В соответствии с функциями группировки различают следующие ее виды: типологическая, структурная, аналитическая.

Типологическая группировка - это разделение качественно неоднородной совокупности на отдельные качественно однородные группы и выявление на этой основе экономических типов явлений.

Структурная группировка — это выявление закономерностей распределения единиц однородной совокупности по варьирующим значениям исследуемого признака. Она позволяет изучить структуру совокупности и происходящих в ней сдвигов.

Аналитическая группировка - это исследование взаимосвязей варьирующих признаков в пределах однородной совокупности. При ее построении можно установить взаимосвязи между двумя признаками и более. При этом один признак будет результативным, а другой (другие) - факторным. Факторными называются признаки, оказывающие влияние на изменение результативных. Результативными называются признаки, изменяющиеся под влиянием факторных.

Разновидностью структурной группировки является ряд распределения.

Ряд распределения – это распределение единиц совокупности на группы по определенному признаку.

Ряд распределения состоит из двух элементов: вариантов (отдельных значений варьируемого признака) и частот (численностей отдельных вариантов). Частоты, выраженные в виде относительных величин (доли единиц, проценты), называются частотами.

Ряды распределения могут быть образованы по качественному (атрибутивному) и количественному признакам. Атрибутивными называют ряды распределения, образованные по качественным признакам, т.е. признакам, не имеющим числового выражения.

Пример 1

Имеются данные об успеваемости 30 студентов группы по теории статистики в летнюю сессию 2018 г.: 5, 4, 3, 3, 5, 4, 4, 4, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 3, 2, 5, 3, 4, 4, 4, 3, 2, 5, 2, 5, 5, 2, 3, 3.

Постройте ряд распределения студентов по успеваемости, выделив в нем две группы студентов: неуспевающих (2 балла) и успевающих (3 балла и выше).

Решение

Успеваемость студентов является атрибутивным признаком, принимающим два значения: успевающие (x_1) и неуспевающие (x_2).

Определим количество успевающих студентов, т.е. частоту встречаемости в исходных данных оценок 3, 4 и 5: 5, 4, 3, 3, 5, 4, 4, 4, 3, 4, 4, 5, 4, 4, 3, 5, 3, 4, 4, 4, 3, 5, 5, 5, 3, 3. Всего 26 вариантов.

Количество неуспевающих студентов, т.е. студентов, получивших по данному предмету 2, составило 4 человека.

Распределение студентов по успеваемости представим в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение студентов группы по уровню успеваемости

Значения признака (x_i)	Успевающие (x_1)	Неуспевающие (x_2)	Итого
Частота встречаемости признака (f_i)	26	4	30
Накопленная частота (F_i)	26	30	-

Накопленные частоты определяются путем последовательного суммирования частот по группам. Накопленные частоты показывают, сколько единиц совокупности имеют значение признака не больше, чем рассматриваемое.

При группировке ряда по количественному признаку получают вариационные ряды.

Существует три формы вариационного ряда: ранжированный, дискретный и интервальный.

Ранжированный ряд – это перечень отдельных единиц совокупности в порядке возрастания (убывания) изучаемого признака.

Пример 2

На основе данных примера 1 постройте ранжированный ряд распределения студентов по оценкам, полученным в сессию.

Решение

Ранжированный ряд распределения получается при выстраивании оценок студентов в порядке возрастания (убывания). В данном случае он примет следующий вид: 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5.

Дискретный вариационный ряд характеризует распределение единиц совокупности по дискретному признаку, принимающему только целые значения.

Число групп в дискретном вариационном ряду определяется числом реально существующих значений варьирующего признака.

Пример 3

На основе данных примера 1 постройте ряд распределения студентов по оценкам, полученным в сессию.

Решение

Оценки, полученные студентами в сессию, являются количественным признаком, который может принимать значения 2, 3, 4 или 5. Поэтому в данном случае требуется построить дискретный вариационный ряд.

Для построения ряда рассчитаем частоту встречаемости каждой оценки в первоначальных данных. Однако проще всего это сделать на основе ранжированного ряда распределения, полученного в примере 2. Этот ряд выглядит следующим образом: 2, 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, 5.

Из него следует, что двойка в сессию по теории статистики получена четырьмя студентами. Оценку «три» получили восемь человек, «4» – 11 человек, а «5» – 7 человек. Количество полученных оценок должно соответствовать числу студентов группы, т.е. составлять 30 человек.

Распределение студентов по оценкам, полученным в сессию, представим в таблице 2.

Таблица 2 – Распределение студентов группы по оценкам, полученным в сессию по теории статистики

Значения признака (x_i)	2 (x_1)	3 (x_2)	4 (x_3)	5 (x_4)	Итого
Частота встречаемости признака (f_i)	4	8	11	7	30
Накопленная частота (F_i)	4	12	23	30	-

Если признак принимает дискретные значения, но их число очень велико (например, поголовье скота на 1 января года в разных сельскохозяйственных предприятиях может составить от нуля до десятков тысяч голов), то строится интервальный вариационный ряд. Интервальный вариационный ряд строится и для изучения признаков, которые могут принимать любые, как целые, так и дробные значения в области своего существования. Таковы, например, рентабельность реализованной продукции, себестоимость единицы продукции, доход на одного жителя города и т.д.

Интервальный вариационный ряд представляет собой таблицу, состоящую из двух граф (или строк) — интервалов признака, вариация которого изучается, и числа единиц совокупности, попадающих в данный интервал (частот), или долей этого числа от общей численности совокупности (частостей).

Наиболее часто используются два вида интервальных вариационных рядов: равноинтервальный и равночастотный. Равноинтервальный ряд применяется, если вариация признака не очень сильна, т.е. для однородной совокупности, распределение которой по данному признаку близко к нормальному закону.

Равночастотный ряд применяется, если вариация признака очень сильна, однако распределение не является нормальным, а, например, гиперболическим.

Число групп в равноинтервальном вариационном ряду может быть задано, а может определяться математическим путем с использованием формулы Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \times \lg N, \quad (1)$$

где n — число групп; N — число единиц совокупности.

Зная число групп, рассчитывают величину интервала:

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n}, \quad (2)$$

где $X_{\max}$ и $X_{\min}$ — максимальное и минимальное значение признака в совокупности; n — число групп.

Существуют следующие правила записи числа величины интервала. Если величина интервала, рассчитанная по формуле (2), представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой (например, 0,88; 1,585; 4,71), то в этом случае полученные значения целесообразно округлить до десятых и их использовать в качестве шага интервала. В приведенном выше примере это будут соответственно значения; 0,9; 1,6; 4,7. Если рассчитанная величина интервала имеет две значащие цифры до запятой и несколько знаков после запятой (например 15,985), то это значение необходимо округлить до целого числа (до 16). В случае, когда рассчитанная величина интервала представляет собой трехзначное, четырехзначное и так далее число, эту величину следует округлить до ближайшего числа, кратного 100 или 50. Например, 557 следует округлить до 600.

Для построения ряда значительно лучше иметь по возможности округленные значения величины интервала и его границ. Границы интервалов могут указываться разным образом: верхняя граница предыдущего интервала повторяет нижнюю границу следующего или не повторяет.

Если основанием группировки служит непрерывный признак (например, группы строительных фирм по объему работ (млн. руб.): 12–14, 14–16, 16–18, 18–20), то одно и то же значение признака выступает и верхней, и нижней границами двух смежных интервалов. При таком обозначении границ может

возникнуть вопрос, в какую группу включать единицы объекта, значения признака у которых совпадают с границами интервалов. В данном случае можно договориться, что единицы совокупности, имеющие значение признака, равное границе интервала, включаются в тот интервал, где это значение впервые указывается.

Если в основании группировки лежит прерывный признак, то нижняя граница i -го интервала равна верхней границе $(i-1)$ интервала, увеличенной на 1. Например, группы строительных фирм по числу занятого персонала будут иметь вид (чел.): 100–150, 151–200, 201–300.

Пример 4

Известны следующие данные о численности населения Центрального федерального округа РФ на 01.01.2002 г. в разрезе областей (млн. чел.)

1,5	1,2	2,2	1,6
1,9	1,1	0,9	1,8
1,6	0,8	1,3	2,1
2,4	1,3	1,1	1,2

Используя эти данные, постройте интервальный вариационный ряд распределения областей Центрального федерального округа РФ, выделив три группы областей с равными интервалами. По какому признаку построен ряд распределения: качественному или количественному?

Решение

Численность населения является количественным признаком, который может принимать любые значения в области своего существования, т.е. признак является непрерывным.

Количество групп областей в данном случае задано, $n = 3$.

Зная число групп, рассчитаем величину интервала:

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n} = \frac{2,4 - 0,8}{3} = \frac{1,6}{3} = 0,53,$$

где 2,4 и 0,8 – максимальное и минимальное значение численности населения в совокупности; 3 – число групп.

Так как величина интервала, рассчитанная по формуле (2), представляет собой величину, которая имеет один знак до запятой, то полученное значение целесообразно округлить до десятых и использовать в качестве шага интервала. То есть принимаем $h = 0,6$.

Рассчитаем границы интервалов:

- 1) $x_{\min} - x_{\min} + h$: $0,8 - 0,8 + 0,6 = 1,4$;
- 2) $x_{\min} + h - x_{\min} + h + h$ ($x_{\min} + 2h$): $1,4 - 1,4 + 0,6 = 2,0$;
- 3) $x_{\min} + 2h - x_{\min} + 2h + h$ ($x_{\min} + 3h$): $2,0 - 2,0 + 0,6 = 2,6$.

Так как ряд распределения строится на основе непрерывного признака, то верхняя граница предыдущего интервала повторяет нижнюю границу следующего. Если величина численности населения совпадет с границей интервала, то будем ее относить в тот интервал, где эта граница встречается впервые.

Определим частоту встречаемости признака, т.е. подсчитаем сколько величин из первоначальных данных попадает в каждый из выделенных интервалов.

В первый интервал $[0,8 - 1,4]$ попадут следующие значения численности населения: 1,2; 1,1; 0,8; 1,3; 0,9; 1,3; 1,1; 1,2. Всего 8 вариантов.

Во второй интервал $(1,4 - 2,0]$ попадут следующие значения численности населения: 1,5; 1,9; 1,6; 1,6; 1,8. Всего 5 вариантов.

В третий интервал $(2,0 - 2,6]$ попадут следующие значения численности населения: 2,4; 2,2; 2,1. Всего 3 варианты.

Общее количество вариантов должно соответствовать общему объему рассматриваемой совокупности, т.е. равняться 16 ($8 + 5 + 3 = 16$).

Распределение областей Центрального федерального округа РФ по численности населения представим в таблице 3.

Таблица 3 – Распределение областей Центрального федерального округа РФ по численности населения

Значения признака (x_i)	0,8 – 1,4	1,4 – 2,0	2,0 – 2,6	Итого
Частота встречаемости признака (f_i)	8	5	3	16
Накопленная частота (F_i)	8	13	16	-

Если количество групп изначально было бы не задано, то для определения их количества можно было бы воспользоваться формулой Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \times \lg N = 1 + 3,322 \times 1,2 = 4,9 \quad (1)$$

В соответствии с формулой (1) области ЦФО по численности населения следовало бы разбить на пять интервалов.

Анализ рядов распределения наглядно можно проводить на основе их графического изображения. Для этой цели строят графики — полигон, гистограмму, огиву и кумуляту распределения.

Полигон используется при изображении дискретных вариационных рядов. Для его построения в прямоугольной системе координат по оси абсцисс в одинаковом масштабе откладываются ранжированные значения варьирующего признака, а по оси ординат наносится шкала для выражения величины частот. Полученные на пересечении абсцисс и ординат точки соединяют прямыми линиями и получают ломаную линию, называемую полигоном частот. Для замыкания полигона крайние точки (слева и справа на ломаной линии) соединяют с точками на оси абсцисс и получают многоугольник.

На основании таблицы 2 построим полигон распределения студентов группы по оценкам, полученным в сессию по теории статистики, который представим на рисунке 1.



Рисунок 1 – Полигон распределения студентов группы по оценкам, полученным в сессию по теории статистики

Гистограмма применяется для изображения интервального вариационного ряда. При построении гистограммы на оси абсцисс откладываются величины интервалов, а частоты изображаются прямоугольниками, построенными на соответствующих интервалах. Если середины верхних сторон прямоугольников соединить прямыми, то гистограмма может быть преобразована в полигон распределения.

На основании данных таблицы 3 построим гистограмму распределения областей Центрального федерального округа РФ по численности населения, которую представим на рисунке 2.



Рисунок 2 – Гистограмма распределения областей Центрального федерального округа РФ по численности населения

Для графического изображения вариационных рядов может использоваться также кумулятивная кривая.

При построении кумулятивной кривой по интервальному вариационному ряду на оси абсцисс откладываются варианты ряда, а на оси ординат – накопленные частоты, которые наносят на поле графика в виде перпендикуляров к оси абсцисс в верхних границах интервалов. Затем эти перпендикуляры соединяют и получают ломаную линию, т. е. кумулятивную кривую.

Если при графическом изображении вариационного ряда в виде кумуляты оси поменять местами, то получится огива.

Задача 1

Известны следующие данные о числе детей в 100 обследованных семьях:

1	8	2	3	2	3	2	3	0	2
2	3	0	6	2	1	5	4	1	4
10	4	1	3	1	0	9	2	5	3
1	9	2	3	4	3	1	5	1	1
2	6	4	2	1	2	1	4	2	1
3	7	1	0	2	5	2	3	5	0
2	2	4	7	3	7	1	0	3	1
8	3	2	0	1	4	6	1	2	1
3	2	5	2	0	6	3	10	1	3
8	0	2	1	3	1	7	2	4	2

Постройте дискретный вариационный ряд. Укажите элементы ряда распределения, сформулируйте выводы. Постройте полигон.

Задача 2

Известны следующие данные о выпуске продукции по 30 предприятиям:

№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.	№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.	№ предприятия	Фактический выпуск продукции, млн. руб.
1	5,6	11	3,9	21	5,4
2	2,2	12	2,5	22	2,1
3	1,9	13	2,1	23	2,9
4	6,1	14	7,2	24	3,2
5	4,5	15	1,9	25	1,9
6	3,9	16	3,2	26	2,5
7	2,1	17	4,5	27	1,8
8	3,9	18	3,9	28	3,9
9	2,5	19	1,8	29	5,4
10	6,1	20	2,8	30	4,5

Составьте интервальный ряд распределения, для чего данные разбейте на пять групп, предварительно определив величину интервала. Подсчитайте для каждой группы частоты, частости, накопленные частоты. Ряд с накопленными частотами изобразите на графике, применив кумуляту.

Домашнее задание

Задача 1

По известным данным постройте дискретный вариационный ряд. Укажите элементы ряда распределения. Постройте кумуляту. Сформулируйте выводы.

№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей	№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей	№ квартиры	Число комнат в квартирах городских жителей
1	3	11	3	21	1
2	2	12	4	22	2
3	3	13	4	23	4
4	4	14	5	24	3
5	2	15	3	25	6
6	4	16	5	26	5
7	1	17	6	27	1
8	3	18	2	28	3
9	3	19	4	29	1
10	2	20	3	30	4

Задача 2

Известны следующие данные о производственном стаже работников фирмы:

5	7	1	8	0	2	5	4	3	9
2	4	2	3	3	3	2	5	6	1
5	3	1	0	7	4	2	8	25	13
1	3	9	2	0	11	0	9	2	7
3	11	7	4	9	4	9	2	8	12
1	2	5	10	7	3	1	8	1	6
1	4	3	2	1	2	3	2	3	3
1	15	19	5	1	12	6	3	2	8
0	9	12	6	14	5	15	1	4	10
4	5	15	8	4	1	10	21	5	2

Постройте интервальный вариационный ряд, выделив 5 групп с равными интервалами. Укажите элементы ряда распределения, сформулируйте выводы. Постройте гистограмму распределения работников по стажу.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГРУППИРОВКА

Аналитическая группировка - это исследование взаимосвязей варьирующих признаков в пределах однородной совокупности. При ее построении можно установить взаимосвязи между двумя признаками и более. При этом один признак будет результативным, а другой (другие) - факторным. Факторными называются признаки, оказывающие влияние на изменение результативных. Результативными называются признаки, изменяющиеся под влиянием факторных.

Пример

За отчетный период известны данные об уставном капитале и работающих активах 30 коммерческих банков (в млрд. руб.):

№ банка	Уставный капитал	Работающие активы	№ банка	Уставный капитал	Работающие активы
1	2,4	11,7	16	7,5	54,4
2	17,5	19,8	17	4,3	21,4
3	2,7	2,6	18	5,1	41,1
4	2,1	43,6	19	9,9	29,8
5	23,1	129,0	20	2,9	10,9
6	18,7	98,5	21	13,4	53,4
7	5,3	25,6	22	4,8	22,6
8	2,2	6,2	23	5,0	11,7
9	6,8	79,8	24	6,1	27,3
10	3,5	10,1	25	5,9	70,2
11	13,6	60,0	26	17,2	124,2
12	8,9	21,2	27	20,5	90,4
13	2,2	16,7	28	10,7	51,7
14	9,0	9,1	29	2,9	18,2
15	3,6	31,7	30	12,1	57,7

Для выявления зависимости между величиной работающих активов и уставным капиталом произведите группировку банков по величине уставного капитала. Количество групп с равными интервалами определите по формуле Стерджесса. Полученные группы охарактеризуйте числом банков, размером уставного капитала всего и в среднем на один банк, а также величиной работающих активов всего и в среднем на один банк. Результаты группировки оформите в таблице. Сделайте выводы, постройте гистограмму.

Решение

Количество групп, на которые разобьем рассматриваемую совокупность коммерческих банков определим по формуле Стерджесса:

$$n = 1 + 3,322 \times \lg N = 1 + 3,322 \times \lg 30 = 1 + 3,322 \times 1,477 = 5,9 \approx 6.$$

Образует шесть групп банков с равными интервалами.

Величину интервала определим по формуле:

$$h = \frac{X_{\max} - X_{\min}}{n} = (23,1 - 2,1) / 6 = 3,5,$$

где 23,1 и 2,1 – максимальное и минимальное значение уставного капитала в совокупности; 6 – число групп.

Обозначим границы групп:

- 1) $2,1 - 2,1 + 3,5 = 5,6$;
- 2) $5,6 - 5,6 + 3,5 = 9,1$;
- 3) $9,1 - 9,1 + 3,5 = 12,6$;
- 4) $12,6 - 12,6 + 3,5 = 16,1$;
- 5) $16,1 - 16,1 + 3,5 = 19,6$;
- 6) $19,6 - 19,6 + 3,5 = 23,1$.

Так как ряд распределения строится на основе непрерывного признака, то верхняя граница предыдущего интервала повторяет нижнюю границу следующего. Если величина уставного капитала банка совпадет с границей интервала, то будем ее относить в тот интервал, где эта граница встречается впервые.

Определим частоту встречаемости признака, т.е. подсчитаем сколько величин из первоначальных данных попадает в каждый из выделенных интервалов.

В первый интервал $[2,1 - 5,6]$ попадут следующие значения уставного капитала: 2,4; 2,7; 2,1; 5,3; 2,2; 3,5; 2,2; 3,6; 4,3; 5,1; 2,9; 4,8; 5,0; 2,9. Всего 14 вариантов.

Во второй интервал $(5,6 - 9,1]$ попадают следующие значения уставного капитала: 6,8; 8,9; 9,0; 7,5; 6,1; 5,9. Всего 6 вариантов.

В третий интервал $(9,1 - 12,6]$ попадут следующие значения уставного капитала: 9,9; 10,7; 12,1. Всего 3 варианты.

В четвертый интервал $(12,6 - 16,1]$ попадают следующие значения уставного капитала: 13,6 и 13,4. Всего 2 варианты.

В пятый интервал $(16,1 - 19,6]$ попадают следующие значения уставного капитала: 17,5; 18,7; 17,2. Всего 3 варианты.

В шестой интервал $(19,6 - 23,1]$ попадает две варианты 23,1 и 20,5.

Общее количество вариантов должно соответствовать общему объему рассматриваемой совокупности, т.е. равняться 30 ($14 + 6 + 3 + 2 + 3 + 2 = 30$).

Результаты группировки коммерческих банков по величине уставного капитала представим в таблице 1.

Таблица 1 – Распределение коммерческих банков по величине уставного капитала

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд. руб	№ банка	Уставный капитал, млрд. руб	Работающие активы, млрд. руб
1	2,1 – 5,6	1	2,4	11,7
		3	2,7	2,6
		4	2,1	43,6
		7	5,3	25,6
		8	2,2	6,2
		10	3,5	10,1
		13	2,2	16,7
		15	3,6	31,7
		17	4,3	21,4
		18	5,1	41,1
		20	2,9	10,9
		22	4,8	22,6
		23	5,0	11,7
		29	2,9	18,2
	Итого по группе	14	49	274,1
	В среднем на 1 банк	-	$49 / 14 = 3,5$	$274,1 / 14 = 19,6$
2	5,6 – 9,1	9	6,8	79,8
		12	8,9	21,2
		14	9,0	9,1
		16	7,5	54,4
		24	6,1	27,3
		25	5,9	70,2
	Итого по группе	6	42,2	262
	В среднем на 1 банк	-	$42,2 / 6 = 7,4$	$262 / 6 = 43,7$
3	9,1 – 12,6	19	9,9	29,8
		28	10,7	51,7
		30	12,1	57,7
	Итого по группе	3	32,7	139,2
	В среднем на 1 банк	-	$32,7 / 3 = 10,9$	$139,2 / 3 = 46,4$
4	12,6 – 16,1	11	13,6	60,0
		21	13,4	53,4
	Итого по группе	2	27	113,4
	В среднем на 1 банк	-	$27 / 2 = 13,5$	$113,4 / 2 = 56,7$
5	16,1 – 19,6	2	17,5	19,8
		6	18,7	98,5
		26	17,2	124,2
	Итого по группе	3	53,4	242,5
	В среднем на 1 банк	-	$53,4 / 3 = 17,8$	$242,5 / 3 = 80,8$
6	19,6 – 23,1	5	23,1	129,0
		27	20,5	90,4
	Итого по группе	2	43,6	219,4
	В среднем на 1 банк	-	$43,6 / 2 = 21,8$	$219,4 / 2 = 109,7$
	Всего	30	249,9	1250,6

Построим аналитическую группировку. В качестве факторного (группировочного) признака примем уставный капитал, а результативного признака - работающие активы.

Результаты группировки представим в таблице 2.

Таблица 2 – Зависимость работающих активов от величины уставного капитала

№ группы	Группы банков по величине уставного капитала, млрд. руб	Число банков, ед.	Уставный капитал, млрд. руб		Работающие активы, млрд. руб	
			всего	в среднем на один банк	всего	в среднем на один банк
1	2,1 – 5,6	14	49	3,5	274,1	19,6
2	5,6 – 9,1	6	44,2	7,4	262	43,7
3	9,1 – 12,6	3	32,7	10,9	139,2	46,4
4	12,6 – 16,1	2	27	13,5	113,4	56,7
5	16,1 – 19,6	3	53,4	17,8	242,5	80,8
6	19,6 – 23,1	2	43,6	21,8	219,4	109,7
	Итого	30	249,9	–	1250,6	–
	В среднем на один банк	–	–	8,3	–	41,7

Зависимость величины работающих активов от размера уставного капитала представим на рисунке 1.

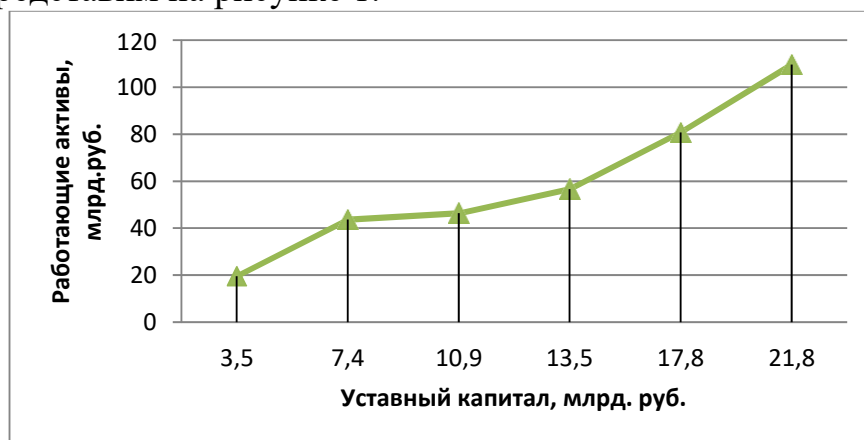


Рисунок 1 – Зависимость величины работающих активов от размера уставного капитала банка

Данные таблицы 2 и рисунка 1 показывают, что с увеличением величины уставного капитала от группы к группе увеличиваются средние размеры работающих активов. Это говорит о наличии прямой связи между рассматриваемыми признаками, т.е. чем крупнее банк, тем эффективнее управление работающими активами.

Гистограмму распределения коммерческих банков по величине уставного капитала представим на рисунке 2.

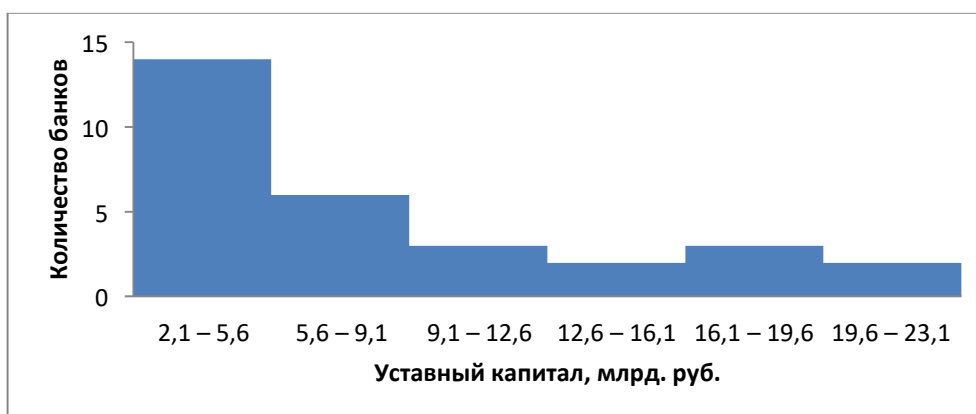


Рисунок 2 – Гистограмма распределения коммерческих банков по величине уставного капитала

Задача 1

Известны данные о товарообороте и прибыли 26 магазинов за отчетный период:

№ магазина	Товарооборот, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.	№ магазина	Товарооборот, тыс. руб.	Прибыль, тыс. руб.
1	1410	42,3	14	1210	27,8
2	340	4,5	15	1250	28,4
3	530	12,0	16	530	9,5
4	315	3,1	17	970	22,3
5	1540	41,0	18	1300	30,2
6	380	4,7	19	378	8,0
7	940	21,6	20	140	1,8
8	740	16,0	21	295	5,5
9	290	3,2	22	1700	48,4
10	120	1,8	23	1480	38,4
11	720	17,8	24	920	20,7
12	280	3,4	25	530	11,3
13	130	2,0	26	1460	39,4

Для выявления зависимости между товарооборотом и прибылью произведите группировку магазинов по размеру товарооборота. Количество групп с равными интервалами определите по формуле Стерджесса. В каждой группе и по итогу в целом подсчитайте: количество магазинов; размер товарооборота – всего и в среднем на один магазин; прибыль – всего и в среднем на один магазин. Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы. Постройте гистограмму.

Домашнее задание

Задача 1

За отчетный период известны следующие данные о стаже работы и размере премии 20 работников предприятия:

№ работника	Стаж работы, лет	Премия, тыс. руб.	№ работника	Стаж работы, лет	Премия, тыс. руб.
1	1	5	11	7	11
2	5	9	12	9	13
3	8	12	13	13	17
4	13	17	14	19	22
5	10	14	15	26	30
6	20	30	16	3	7
7	18	21	17	8	12
8	10	14	18	12	16
9	15	19	19	31	40
10	6	10	20	16	20

Для выявления зависимости между стажем работы и размером премии работников предприятия произведите группировку работников по стажу работы, образовав четыре группы с равными интервалами. В каждой группе и итогу в целом подсчитайте: численность рабочих; стаж работы – всего и в среднем на одного работника; размер премии – всего и в среднем на одного работника.

Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы. Постройте гистограмму.

Задача 2

За отчетный период известны следующие данные:

№ предприятия	Валовая продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.	№ предприятия	Валовая продукция в сопоставимых ценах, тыс. руб.	Среднегодовая стоимость основных фондов, тыс. руб.
1	76	83	14	9	10
2	41	46	15	15	15
3	126	110	16	26	27
4	150	125	17	7	8
5	110	80	18	49	47
6	51	78	19	8	9
7	103	75	20	61	57
8	34	27	21	122	110
9	60	55	22	114	103
10	135	120	23	40	39
11	4	5	24	9	10
12	45	41	25	125	122
13	148	120	26	84	70

Для выявления зависимости между стоимостью основных производственных фондов и выпуском продукции произведите группировку предприятий по размеру основных фондов. Количество групп с равными интервалами определите по формуле Стерджесса. В каждой группе и по итогу в целом подсчитайте: число предприятий; стоимость основных производственных фондов – всего и в среднем на одно предприятие; стоимость продукции – всего и в среднем на одно предприятие; размер продукции на 1 руб. основных фондов (фондоотдача = валовая продукция / среднегодовую стоимость основных фондов).

Результаты группировки оформите в таблице. Сформулируйте выводы. Постройте гистограмму.

АБСОЛЮТНЫЕ И ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Абсолютные статистические величины характеризуют размеры изучаемых явлений в виде численности единиц совокупности или объемов присущих им признаков. Различают индивидуальные, групповые и общие абсолютные величины. Абсолютные величины выражаются в различных единицах измерения: натуральных, стоимостных, трудовых, составных, условно-натуральных. Перевод натуральных единиц в условно-натуральные осуществляется на основе коэффициентов пересчета (перевода) (K_n), рассчитываемых как отношение потребительских свойств отдельных разновидностей продукта к эталонному значению.

Пример 1

За отчетный период предприятие выпустило тетрадей: 12-листных – 50 000 шт., 24-листных – 20 000 шт., 60-листных – 10 000 шт., 96-листных – 5 000 шт. Определите общий выпуск тетрадей в условно-натуральном виде (в пересчете на 12-листные).

Решение

Для определения общего количества тетрадей, произведенных предприятием, необходимо исчислить коэффициенты пересчета, представленные в таблице 1.

Таблица 1 - Данные о производстве тетрадей предприятием за отчетный период

Виды тетрадей	Количество, шт (q_n)	Коэффициент пересчета (K_n)	Количество тетрадей в условно-натуральном исчислении ($K_{усл}$)
1	2	$3 = \text{Кол-во листов} / 12$	$4 = 2 \times 3$
12-листовые	50 000	1	50 000
24-листовые	20 000	$24 / 12 = 2$	40 000
60-листовые	10 000	$60 / 12 = 5$	50 000
96-листовые	5 000	$96 / 12 = 8$	40 000
Итого	-	-	180 000

Если условной единицей измерения является 12-листная тетрадь, то это количество листов принимается равным единице. Тогда коэффициенты пересчета в условное количество 12 листов рассчитаем так: для 24-листных тетрадей $K_{\pi}=24/12=2$; для 60-листных – $K_{\pi}=60/12=5$; для 96-листных – $K_{\pi}=96/12=8$.

Далее определим количество тетрадей в условно-натуральных единицах измерения как произведение количества тетрадей в натуральном выражении на коэффициент пересчета: $q_{\text{усл}} = q_{\text{н}} \times K_{\pi}$.

Ответ: общий объем производства тетрадей в 12-листном исчислении составил 180 000 шт.

Относительные величины представляют собой частное от деления двух сравниваемых абсолютных величин и характеризуют количественное соотношение между ними. В зависимости от задач, содержания и познавательного значения относительные величины подразделяются на следующие виды: 1) планового задания; 2) выполнения плана; 3) динамики; 4) структуры; 5) сравнения; 6) координации; 7) интенсивности.

1. Относительный показатель планового задания (ОППЗ) – отношение уровня, запланированного на предстоящий период (П), к уровню показателя, достигнутого в предыдущем периоде (Φ_0):

$$\text{ОППЗ} = \frac{\text{П}}{\Phi_0} \times 100 \% \quad (1)$$

Пример 2

В III квартале товарооборот магазина составил 230 млн. руб., в IV квартале планируется товарооборот в 270 млн. руб. Определить относительную величину планового задания.

Решение

$$\text{ОППЗ} = \frac{\text{П}}{\Phi_0} \times 100 \% = \frac{270}{230} \times 100 \% = 117,4 \%$$

Ответ. В IV квартале планируется увеличение товарооборота магазина на 17,39%.

2. Относительный показатель выполнения плана (ОПВП) – отношение фактически достигнутого уровня в текущем периоде (Φ_1) к уровню планируемого показателя на этот же период (П):

$$\text{ОПВП} = \frac{\Phi_1}{\text{П}} \times 100 \% \quad (2)$$

Пример 3

Товарооборот магазина в IV квартале составил 280 млн. руб. при плане 270 млн. руб. Определить степень выполнения плана товарооборота магазина в IV квартале.

Решение:

$$\text{ОПВП} = \frac{\Phi_1}{\text{П}} \times 100 \% = \frac{280}{270} \times 100 \% = 103,7 \%$$

Ответ. План по товарообороту магазином выполнен на 103,7 %, т.е. перевыполнение плана составило 3,7 %.

3. Относительный показатель динамики ($ОПД = T_p$) характеризует изменение уровня развития явления во времени – представляет собой отношение уровня исследуемого явления за данный период времени (по состоянию на данный момент времени) (y_i) к уровню этого же явления за предшествующий (y_{i-1}) (начальный (y_0)) период:

$$T_{pc} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100 \% \quad (3)$$

$$T_{pb} = \frac{y_i}{y_0} \times 100 \% \quad (4)$$

Пример 4

Темп роста товарооборота магазина в IV квартале по отношению к III кварталу составил: $T_{pc} = \frac{y_i}{y_{i-1}} \times 100 \% = \frac{280}{230} \times 100 \% = 121,7 \%$.

Если товарооборот магазина в I квартале составил 190 млн. руб., то базисный темп роста товарооборота составил: $T_{pb} = \frac{y_i}{y_0} \times 100 \% = \frac{280}{190} \times 100 \% = 147,4 \%$.

Согласно базисному темпу роста товарооборот магазина в IV квартале по сравнению с I кварталом увеличился на 47,4 %.

Правило

Три перечисленных вида относительных величин связаны между собой: произведение относительных величин планового задания и выполнения плана дает относительную величину динамики: $ОПВП \times ОППЗ = T_{pc}$.

По приведенному выше примеру: $1,174 \times 1,037 = 1,217$.

4. Относительный показатель структуры (d) – отношение части единиц совокупности (f_i) к общему объему совокупности ($\sum f_i$):

$$d = \frac{f_i}{\sum f_i} \times 100 \% . \quad (5)$$

Пример 5

Определим долю женщин и мужчин в общей численности населения Амурской области за 2009 г. Известно, что численность женщин в 2009 г. составила 451,3 тыс. чел., мужчин – 409,4 тыс. чел. Общая численность населения Амурской области – 860,7 тыс. чел.

$$d_{\text{ж}} = \frac{451,3}{860,7} \times 100 \% = 52,4 \%;$$

$$d_{\text{м}} = \frac{409,4}{860,7} \times 100 \% = 47,6 \% .$$

5. Относительный показатель сравнения (ОПС) – отношение одноименных абсолютных показателей, относящихся к различным объектам статистического наблюдения:

$$ОПС = \frac{\Pi_A}{\Pi_B} \times 100 \% \quad (6)$$

Пример 6

Сравним численность населения двух муниципальных образований Амурской области. Численность населения Благовещенска на начало 2011 г. составляла 219,8 тыс. чел., а Тынды – 35,5 тыс. чел. Исчислим относительную величину сравнения, приняв за базу сравнения численность населения Тынды:

$$\text{ОПС} = \frac{219,8}{35,5} \times 100 \% = 6,19 .$$

Численность населения Благовещенска на начало 2011 г. превосходила численность населения Тынды в 6,19 раза.

6. Относительный показатель координации (ОПК) характеризует соотношение между отдельными частями статистической совокупности и показывает, во сколько раз сравниваемая часть совокупности (f_i) больше или меньше части, которая принимается за базу сравнения ($f_{б.с}$).

$$\text{ОПК} = \frac{f_i}{f_{б.с}} \times 100 \% \quad (7)$$

Пример 7

Определим соотношение числа мужчин и женщин в Амурской области в 2009 г.

$$\text{ОПК} = \frac{409,4}{451,3} = 0,907 \text{ или } 907 \%$$

В Амурской области в 2009 г. на 1000 женщин приходилось 907 мужчин.

7. Относительный показатель интенсивности (ОПИ) характеризует соотношение разноименных (А и В), но связанных между собой абсолютных величин и показывает, насколько широко распространено изучаемое явление в той или иной среде.

$$\text{ОПИ} = \frac{А}{В} . \quad (8)$$

Пример 8

Число предприятий оптовой и розничной торговли Амурской области на начало 2011 г. составило 3543 ед. Численность населения Амурской области на ту же дату составила 827,8 тыс. чел.

$$\text{ОПИ} = \frac{3,543}{827,8} \times 1000 = 4,28 \text{ ед.}$$

Ответ. На каждую 1000 населения Амурской области в 2011 г. приходилось 4 предприятия торговли.

Задача 1

Известны данные о выпуске консервов рыбным заводом за отчетный период:

Вид консервов	Вес банки, г	Количество банок, тыс. шт.
Скумбрия	270	300
Сельдь	450	350
Лосось	250	240

Определите: 1) общий объем производства консервов в условных единицах, приняв в качестве условной единицы банку весом 350 г; 2) процент выполнения плана выпуска продукции, если по плану-прогнозу предусматривалось 820 тыс. условных банок; 3) относительную величину динамики консервов, если в базисном периоде выпуск консервов составил 800 тыс. условных банок; 4) относительную величину структуры рыбных консервов в отчетном периоде.

Задача 2

Известны данные об обороте магазинов за два периода (тыс. руб.):

Тип магазина	Базисный период (фактически)	Отчетный период	
		план	фактически
Продовольственные	920	940	983
Непродовольственные	1 120	1 150	1 122
Итого	2 040	2 090	2 105

Определите по типам магазинов и в целом за отчетный период относительные показатели: 1) планового задания оборота; 2) выполнения плана оборота; 3) динамики оборота; 4) структуры оборота. Проверьте взаимосвязь между относительными величинами. Сформулируйте выводы.

Задача 3

Известны данные по производству сои в крестьянских (фермерских) хозяйствах Амурской области (тыс. тонн):

2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
39,8	63,2	66,1	81,6	107,6	130,1

Определите относительные показатели динамики производства сои в процентах: 1) к 2005 г.; 2) к предшествующему году.

Задача 4

Территория и численность населения Амурской области характеризуются следующими данными:

Показатель	2009 г.	2010 г.
Численность постоянного населения – всего, тыс. человек	860,7	827,8
Городское	561,0	552,9
Сельское	299,7	274,9

Территория Амурской области в 2010 г. – 361,91 тыс. кв. км. Вычислите все возможные виды относительных величин и укажите, к какому виду они относятся.

Домашнее задание

Задача 1

Известны данные о выпуске продукции предприятием за отчетный период:

Вид продукции	Вес банки, г	Количество банок, тыс. шт
Варенье	535	140
Джем	510	130
Повидло	320	200

Определите: 1) общий объем производства продукции в условных единицах, приняв в качестве условной единицы банку весом 400 г; 2) процент выполнения плана выпуска продукции, если по плану-прогнозу предусматривалось 360 тыс. условных банок; 3) относительную величину динамики продукции, если в базисном периоде выпуск продукции составил 350 тыс. условных банок.

Задача 2

Производство основных сельскохозяйственных продуктов в Амурской области характеризуется следующими данными (тыс. т):

Показатель	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Картофель	340,4	282,2	272,9
Овощи	58,5	48,4	50,6
Плоды и ягоды	2,7	2,8	2,7
Скот и птица (в убойном весе)	13,6	15,0	13,9
Молоко	110,3	122,8	121,9

Определите относительные показатели динамики производства основных сельскохозяйственных продуктов в процентах: 1) к 2008 г.; 2) к предшествующему году. Сформулируйте выводы.

Задача 3

Производство кожаной обуви предприятием характеризуется следующими данными (тыс. пар):

Обувь	2010 г.	План 2011 г.	Фактически 2011 г.
Взрослая	54,0	87,8	94,8
Детская (до 37-го размера включительно)	43,0	47,2	51,0

Вычислите все возможные виды относительных величин.

Задача 4

Известны следующие экономические показатели отдельных городов Амурской области за 2010 г.:

Показатель	Оборот розничной торговли, млн. руб.	Инвестиции в основной капитал, млн. руб.
Благовещенск	44 880,0	11 915,3
Белогорск	5 189,5	444,3
Зея	1 224,3	317,5
Свободный	2 899,1	376,6
Тында	4 043,4	1 033,5

Определите относительные величины сравнения.

СРЕДНИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Средней величиной в статистике называется обобщающий показатель, характеризующий типичный уровень явления в конкретных условиях места и времени, отражающий величину варьирующего признака в расчете на единицу качественно однородной совокупности.

В статистике используют два класса средних величин: степенные и структурные средние.

Выбор вида степенной средней величины определяется экономическим содержанием определенного показателя и исходными данными.

Степенные средние в зависимости от формы представления исходных данных могут быть простыми и взвешенными. Если исходные данные представлены простым перечислением значений признака у статистических единиц, то используется формула *степенной средней простой*. Если данные предварительно сгруппированы (представлены рядом распределения), то используется формула *степенной средней взвешенной*.

Средняя арифметическая простая ($\bar{x}_{\text{ар.пр.}}$) используется в тех случаях, когда объем усредняемого признака является аддитивной величиной, т.е. образуется как сумма его значений по всем единицам статистической совокупности.

$$\bar{x}_{\text{ар.пр.}} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (1)$$

где x_i – индивидуальные значения варьирующего признака (варианты); n – число единиц совокупности.

Средняя арифметическая простая применяется в тех случаях, когда имеются несгруппированные индивидуальные значения признака.

Пример 1

Требуется определить средний стаж шести работников предприятия. Известен ряд индивидуальных значений признака, лет: 2, 4, 2, 4, 5, 2.

$$\bar{x}_{\text{ар.пр.}} = \frac{2 + 4 + 2 + 4 + 5 + 2}{6} = \frac{19}{6} = 3,17 \text{ лет}$$

Средняя арифметическая взвешенная ($\bar{x}_{\text{ар.взв.}}$) – средняя, рассчитанная по сгруппированным данным или вариационным рядам:

$$\bar{x}_{\text{ар.взв.}} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}, \quad (2)$$

где f_i – вес или частота – количество повторений одинаковых значений признака; $\sum f_i$ – общая численность единиц совокупности.

В качестве весов могут выступать не только абсолютные, но и относительные величины (удельные веса в числе единиц совокупности).

Пример 2

Сгруппируем исходные данные предыдущего примера (совокупность работников предприятия по стажу) и результаты разместим в таблице 1.

Таблица 1 - Распределение работников предприятия по стажу

Стаж, лет (x_i – варианты)	Число работников, чел. (f_i – частоты)	$x_i \cdot f_i$
2	3	6
4	2	8
5	1	5
Итого	$\sum = 6$	$\sum = 19$

По формуле (2) средний стаж работников предприятия составит:

$$x_{\text{ар.взв.}} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{6+8+5}{6} = \frac{19}{6} = 3,17 \text{ лет.}$$

Модой (M_o) называется такая величина изучаемого признака, которая в данной совокупности встречается наиболее часто, т.е. один из вариантов признака повторяется чаще, чем все другие.

Рассмотрим определение моды по несгруппированным данным.

Пример 3

Рабочие бригады из 11 человек имеют следующие тарифные разряды: 5, 4, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 6, 3, 5. Так как в данной бригаде больше всего рабочих 5 разряда, этот тарифный разряд и будет модальным.

Для упорядоченного дискретного ряда распределения мода – это варианта с наибольшей частотой.

Пример 4

По приведенным ниже данным таблицы 2 наибольшим спросом обуви пользуется размер 38, так как именно 38 размер имеет наибольшую частоту ($f_{\text{max}}=14$). $M_o=38$ размер.

Таблица 2 - Распределение количества проданных пар обуви по размеру

Размер обуви (x_i)	Количество продаж обуви в месяц, ед. (f_i)	Накопленные частоты, ед. (F_i)
35	3	3
36	6	9
37	8	17
38	14	31
39	10	41
40	4	45
Итого	45	-

В интервальном вариационном ряду распределения мода рассчитывается по формуле:

$$M_o = x_{M_o} + i_{M_o} \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o+1} - f_{M_o})}, \quad (3)$$

где x_{Mo} – нижняя граница модального интервала; i_{Mo} – величина модального интервала; f_{Mo} – частота модального интервала; f_{Mo-1} – частота интервала, предшествующего модальному; f_{Mo+1} – частота интервала, следующего за модальным.

Пример 5

По данным таблицы 3 определим модальное количество работников фирм.

Таблица 3 - Распределение фирм по числу работников

Число работников, чел. (x_i)	Число фирм, ед. (f_i)	Накопленные частоты, ед. (F_i)
До 5	3	3
6-15	15	18
16-25	10	28
26-35	8	36
36-45	5	41
Итого	41	-

Первоначально по наибольшей частоте признака определим модальный интервал. Наибольшее число фирм – 15 – имеет численность работников в интервале 6-15 чел., который и является модальным. Далее подставляем значения в формулу 3:

$$Mo = x_{Mo} + i_{Mo} \cdot \frac{f_{Mo} - f_{Mo-1}}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})} = 6 + 9 \cdot \frac{15 - 3}{(15 - 3) + (15 - 10)} = 12,35 \text{ чел.}$$

Ответ. В данной совокупности фирм самое распространенное число работников составляет 12 чел.

Медиана (Me) – это величина изучаемого признака, которая находится в середине упорядоченного вариационного ряда.

В ранжированных рядах несгруппированных данных нахождение медианы сводится к отысканию ее порядкового номера. Номер медианы (N_{Me}) для нечетного объема совокупности определяется по формуле:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} \quad (4)$$

Пример 6

Рассмотрим определение медианы по данным вариационного ряда из 11 рабочих бригады, имеющих следующие тарифные разряды: 5, 4, 3, 4, 5, 5, 6, 2, 6, 3, 5. Для определения медианы проведем ранжирование рабочих по тарифному разряду: 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 6, 6.

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{11+1}{2} = 6.$$

Центральным в анализируемом ряду будет 6 рабочий 5 разряда, следовательно, 5 разряд и будет медианным.

В случае четного объема ряда медиана равна средней из двух вариантов, находящихся в середине ряда.

Пример 7

Если ранжированный ряд включает 12 рабочих: 2, 3, 3, 3, 4, [4, 5], 5, 5, 5, 6, 6, то медианой будет тарифный разряд, равный $(4+5) / 2 = 4,5$.

Пример 8

Используя данные таблицы 2, определим номер медианы:

$$N_{Me} = \frac{n+1}{2} = \frac{45+1}{2} = 23.$$

Полученное значение указывает, что середина ряда приходится на 23 проданную пару обуви. Необходимо определить, к какой группе относится 23 пара обуви. Это можно выполнить, рассчитав накопленные частоты (3 графа таблицы 2). Медианным является 38 размер обуви, так как сумма накопленных частот первый раз превышает полусумму частот ($45/2=22,5$) в четвертой группе, в которой находится 31 пара обуви.

Ответ. Медианным является 38 размер обуви.

В интервальном вариационном ряду располагаем индивидуальные значения признака по ранжиру; определяем для данного ранжированного ряда накопленные частоты; по данным о накопленных частотах находим медианный интервал. Медиана делит численность пополам, следовательно, она там, где накопленная частота составляет половину или больше половины всей суммы частот, а предыдущая (накопленная) частота меньше половины численности совокупности.

В интервальном вариационном ряду медиану определяют по формуле:

$$Me = x_{Me} + i_{Me} \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \sum f - F_{Me-1}^*}{f_{Me}}, \quad (5)$$

где x_{Me} – нижняя граница медианного интервала; i_{Me} – величина медианного интервала; F_{Me-1}^* – накопленная частота интервала, предшествующего медианному; f_{Me} – частота медианного интервала.

Задача 1

По бригаде рабочих имеются следующие данные:

Порядковый номер рабочего	1	2	3	4	5	6
Затраты времени на 1 деталь, ч	1/12	1/10	1/16	1/10	1/12	1/10

Определите: 1) средние затраты времени на производство одной детали по бригаде рабочих в целом; 2) моду; 3) медиану.

Задача 2

По одному из цехов текстильной фабрики имеются следующие данные:

Затраты времени на 1 изделие, ч	1/2	1/3	1/4	Итого
Число рабочих	15	30	20	65

Определите: 1) средние затраты времени на производство одного изделия по цеху в целом; 2) моду; 3) медиану.

Задача 3

Известно распределение строительных организаций по годовому объему работ:

Годовой объем работ, млн. руб.	До 14	14-18	18-22	22-26	26 и более
Количество строительных организаций	3	7	12	20	8

Определите: 1) годовой объем работ в среднем и на одну строительную организацию; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4

Известно распределение предприятий по годовому производству цемента:

Группы предприятий по количеству производимого цемента, тыс. т	До 240	240-280	280-320	320-360	360 и более
Количество предприятий, % к итогу	11	20	30	25	14

Определите: 1) производство цемента за год и в среднем на одно предприятие; 2) моду; 3) медиану.

Домашнее задание

Задача 1

Известны следующие данные о распределении многодетных матерей по числу детей:

Число детей	4	5	6	7	8 и более
Численность матерей, % к итогу	10	17	28	21	24

Определите: 1) среднюю численность детей; 2) моду; 3) медиану.

Задача 2

Известны следующие данные специального статистического обследования потоков покупателей в один из дней работы супермаркета:

Часы работы универсама	До 11	11-13	13-15	15-17	17-19	19 и позже	Итого
Число посетителей, % к итогу	6	10	14	18	30	22	100

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 3

Имеется распределение рабочих по числу обслуживаемых станков:

Количество обслуживаемых станков	4	5	6	7	8	Итого
Численность рабочих	230	360	840	420	150	2 000

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

Задача 4

В результате статистического наблюдения получен следующий ряд распределения проданных за день женских зимних пальто магазинами города:

Размер пальто	46 и меньше	48	50	52	54 и больше
Количество продаж, ед.	100	250	600	300	250

Определите: 1) среднюю величину; 2) моду; 3) медиану.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1 Рафикова, Н. Т.

Основы статистики : Учебное пособие / Рафикова Н. Т. - Москва : Финансы и статистика, 2014. - 352 с. - ISBN 5-279-02914-9. URL: <http://www.iprbookshop.ru/18824.html>

2 Полякова, В. В.

Основы теории статистики [Электронный ресурс] : Учебное пособие для СПО / В. В. Полякова, Н. В. Шаброва. - Основы теории статистики ; 2029-09-11. - Саратов, Екатеринбург : Профобразование, Уральский федеральный университет, 2019. - 148 с. - Гарантированный срок размещения в ЭБС до 11.09.2029 (автопродлонгация). - ISBN 978-5- 4488-0494-6, 978-5-7996-2831-4. URL: <http://www.iprbookshop.ru/87841.html>

3 Статистика : Учебник и практикум Для СПО / под ред.

Елисеевой И.И. - 3-е изд. ; пер. и доп. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 361. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-04660-1 : 859.00. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/4335134>

4 Дудин, Михаил Николаевич.

Социально-экономическая статистика : Учебник и практикум Для СПО / Дудин М. Н., Лясников Н. В., Лезина М. Л. - Москва : Издательство Юрайт, 2020. - 233. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-534-12087-5 : 589.00. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/457214>

5 Социально-экономическая статистика : учебник. - Санкт-Петербург :

Издательство Санкт-Петербургского Государственного Университета, 2014. - 328 с. - ISBN 978-5-288- 05536-2. URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458377>

6 Статистика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие по

выполнению практической и самостоятельной работы для студентов экономических направлений всех форм обучения / сост. : П. Н. Курочка, Т. А. Свиридова ; Воронеж. гос. архит.-строит. ун-т. - Воронеж : [б. и.], 2015. - 1 электрон. опт. диск (CD-R). - 20-00.

7 Статистика. Практикум : Учебное пособие Для СПО / Ефимова М. Р.,

Петрова Е. В., Ганченко О. И., Михайлов М. А. ; под ред. Ефимовой М.Р. - 4-е изд. ; пер. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 355. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-9916- 9141-3: 679.00. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/437675>

8 Черткова, Елена Александровна.

Статистика. Автоматизация обработки информации : Учебное пособие Для СПО / Черткова Е. А. - 2-е изд. ; испр. и доп. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 195. - (Профессиональное образование). - ISBN 978-5-9916-9342-4 : 409.00. URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/437290>

9 Малых, Наталья Ильинична.

Статистика: теория статистики : Учебник и практикум Для СПО / Малых Н. И. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 275. - (Профессиональное образование). - ISBN 978- 5-534-10178-2 : 679.00. URL:

<https://www.biblio-online.ru/bcode/442437>

10 Мойзес, Борис Борисович.

Статистические методы контроля качества и обработка экспериментальных данных : Учебное пособие Для СПО / Мойзес Б. Б., Плотникова И. В., Редько Л. А. - 2-е изд. - Москва : Издательство Юрайт, 2019. - 118. - (Профессиональное образование). - ISBN 978- 5-534-12574-0 : 299.00.
URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/447821>

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Статистическая сводка и группировка	4
Аналитическая группировка	13
Абсолютные и относительные величины	19
Средние величины	25
Список литературы	31

СТАТИСТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к практическим занятиям обучающихся по специальности
21.02.05 Земельно-имущественные отношения

Составители:

Нагибина Наталья Александровна

Сергеева Светлана Ивановна

Компьютерный набор Н.А. Нагибина

В авторской редакции

Подписано к изданию _____.

Уч.-изд. л. _____.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14