МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра теплогазоснабжения и нефтегазового дела

366-2022

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ, СЕРТИФИКАЦИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к проведению практических занятий и самостоятельной работы
по дисциплинам «Метрология», «Основы метрологии, стандартизации,
сертификации и контроля качества», «Метрология, стандартизация
и сертификация» для студентов направлений 13.03.01 «Теплоэнергетика
и теплотехника», 08.03.01. «Строительство», 21.03.01 «Нефтегазовое дело»
всех форм обучения

Воронеж 2022

УДК 006(07)
ББК 30.10я7

Составители:
Г. Н. Мартыненко, О. А. Сотникова

Метрология, стандартизация, сертификация: методические указания к проведению практических занятий и самостоятельной работы по дисциплинам «Метрология», «Основы метрологии, стандартизации, сертификации и контроля качества», «Метрология, стандартизация и сертификация» для студентов направлений 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 08.03.01 «Строительство», 21.03.01 «Нефтегазовое дело» всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: Г. Н. Мартыненко, О. А. Сотникова. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. – 40 с.

В методических указаниях приведены темы для проведения практических занятий, вопросы для самостоятельной подготовки, тестовые задания для самопроверки и библиографический список.

Предназначены для студентов бакалавриата направлений 21.03.01 «Нефтегазовое дело», 08.03.01 «Строительство», 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника» всех форм обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_МСС.pdf.

Ил. 7. Табл. 4. Библиогр.: 3 назв.

УДК 006(07)
ББК 30.10я7

Рецензент *– В. И. Лукьяненко, канд. техн. наук, доцент кафедры теоретической и промышленной теплоэнергетики ВГТУ*

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания предназначены для формирования общих и специальных знаний о метрологии, стандартизации и сертификации, получения общих сведений о точности средств измерений, применяемых в теплотехнике и нефтегазовой отрасли. Указания разработаны и предназначены для студентов бакалавриата, обучающихся по направлениям подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», 08.03.01. «Строительство» 21.03.01 «Нефтегазовое дело».

Методические указания успешно используются для определения понятий физической величины, определения размера и размерности физической величины. Дается представление о классе точности прибора, выборе класса точности. С повышением точности средств измерения уточняются границы и сужается зона нахождения истинного размера, не истинный размер остается неизвестным. При этом всегда будет иметь место погрешность измерения.

Приведены сведения о содержательности практических занятий и материалы для выполнения самостоятельной работы студентов.

Самостоятельная работа – часть образовательного процесса, которая является дидактическим средством развития готовности к профессиональному самообразованию, приобретения умений и навыков, соответствующих компетентностной модели выпускника, осваивающего основную профессиональную образовательную программу бакалавриата.

Представленный в методических указаниях круг проблем включает в себя как вопросы, освоение которых предусмотрено в контактной форме взаимодействия студента и преподавателя, так и вопросы, которые студенту предстоит изучать самостоятельно, без присутствия преподавателя.

Обязательная самостоятельная работа обеспечивает подготовку студента к текущим аудиторным занятиям. Результаты этой подготовки проявляются в активности студента на занятиях и качественном уровне представленных докладов, выполненных работ, тестовых заданий и других форм текущего контроля.

1. ПОГРЕШНОСТИ ИЗМЕРЕНИЙ

1.1. Введение в теорию погрешностей

Количественное содержание свойства, отображаемого физической величиной, определяется размером физической величины. Еще до измерения существует некоторый размер физической величины, который можно было бы оценить соответствующим числовым значением. Это значение называют истинным.

Истинное значение физической величины - это значение, идеальным образом отражающее свойства данного объекта как в количественном, так и в качественном отношении.

В результате экспериментального определения значения физической величины получают значение величины, отличающееся от истинного.

С повышением точности средств измерения уточняются границы и сужается зона нахождения истинного размера, не истинный размер остается неизвестным. При этом всегда будет иметь место погрешность измерения.

Погрешностью измерения Δ называется отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины. Она может быть определена разностью между результатом измерения **X** и истинным значением измеряемой величины **Q**

$$\Delta = X - Q \tag{1}$$

Действительным значением физической величины называется ее значение, найденное экспериментально, и настолько приближающееся к нему, что для данной цели оно может быть использовано вместо него.

Так как истинное значение физической величины Q неизвестно, то для определения погрешности измерения вместо него принимают то же действительное значение физической величины Q_r, определяемое с точностью, достаточной для оценки погрешности измерения.

Следовательно, погрешность измерения будет определяться разностью

$$\Delta = X - Q_r \tag{2}$$

Анализируя распределение частоты появления погрешностей той или иной величины относительно истинного размера, можно выделить два вида составляющих погрешностей измерения: случайные и систематические.

Появление случайных погрешностей носит случайный характер, а сами погрешности и их распределение могут быть описаны методами математической статистики и теории вероятностей. В настоящее время метрология располагает хорошо разработанными методами обработки результатов измерений для оценки доверительных границ истинного значения измеряемой величины по результатам измерений.

Систематические погрешности постоянны для всей серии наблюдений или являются некоторыми функциями времени. Методы обнаружения и определения систематических погрешностей также хорошо разработаны. Определенная систематическая погрешность может быть устранена путем введения поправок. Результаты измерения после введения поправок называют исправленными. Среди случайных погрешностей встречаются погрешности, значительно отличающиеся от средних в данном эксперименте. Они вызываются или резкими изменениями условий измерения, или промахами наблюдателя. Проблема состоит в том, чтобы установить, следует ли отнести вызывающие сомнения погрешности к грубым и исключить их из результатов наблюдении или они являются закономерными с определенной вероятностью.

В некоторых экспериментах результаты измерения используются для прогнозирования надежности изделий, брака и т.п. Для решения этих задач необходимо или установить закон распределения величин, или проверить на основании некоторой выборки степень согласованности предполагаемого закона и результатов эксперимента.

Наконец, перед исследователем может встать проблема использования результатов нескольких исследований, полученных средствами различной точности и разного числа наблюдений. В этом случае необходимо решить, можно ли использовать результаты всех экспериментов для более общих выводов, улучшающих результаты. В основные вопросы теории измерений, изучению которых посвящены настоящие методические указания.

При этом будет рассмотрена обработка данных одной выборки, принадлежащей одной генеральной совокупности. Предполагается что результаты наблюдений получены одним или группой наблюдателей с помощью одних и тех же методов, и средств измерений в неизменных условиях внешней среды. Такие результаты являются равнорассеянными, то есть одинаково распределенными случайными величинами.

В практике измерений имеют дело с многократно повторяющимися процессами определения значений физических величин. Множество измерений, проводимых с помощью одного измерительного средства, множество средств измерений одинакового типа, множество операций контроля - все эти массовые явления сопровождаются случайными событиями, случайными процессами и величинами.

При измерении некоторой физической величины Q результат наблюдения X представляет собой случайную величину, которая может принимать различные значения X_i.

Случайные величины могут быть описаны функциями распределения: интегральной и дифференциальной.

Под интегральной функцией распределения результатов наблюдений понимается зависимость вероятности того, что результат наблюдений X_i в i-том опыте окажется меньшим некоторого текущего значения x от самой величины X.

$$F(X)=P\{X_i \le X\}=P\{-\infty < X_i \le X\} \quad (3)$$

где Р - символ вероятности события, указанного в фигурных скобках.

Погрешность Δ (2) будем рассматривать тоже как случайную величину, приникающую в различных опытах разные значения Δ_i.

Начало координат для погрешностей Δ будет соответствовать значению Х= Q.

Интегральная функция распределения погрешностей соответствует интегральной функции распределения результатов наблюдения X_i

$$F_\Delta(\Delta)=P\{\Delta_i \le \Delta\}= P\{X_i-Q \le X-Q\}= P\{X_i \le X\} \quad (4)$$

В метрологии при описании случайных погрешностей измерения чаще применяют дифференциальную функцию распределения.

Дифференциальная функция распределения является функцией, производной от интегральной по своему аргументу

$$p_x(X)=dF_x(X)/dX;$$

$$p\Delta\,(\Delta)=dF_\Delta(\Delta)/d\Delta \quad (5)$$

Дифференциальную функцию распределения $p_x(X)$ называют плотностью вероятностей, а графическое представление - кривой распределения. Кривая распределения имеет чаще всего колоколообразную форму.

На рис. 1.б показан вид дифференциальной функции распределения, соответствующей интегральной функции распределения, изображенной на рис.1,а.

Интегральная функция легко получается интегрированием дифференциальной функции распределения

$$F(X) = \int_{-\infty}^{x} p(X)dX \quad (6)$$

Плотность вероятностей удовлетворяет условиям:

$$p(X) \ge 0 \quad (7)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(X)dX = 1 \quad (8)$$

Второе условие (8) называют условием нормирования плотности вероятностей, то есть площадь под кривой распределения в пределах -∞ ... +∞ равна единице. Другими словами, вероятность появления результата наблюдения в указанном интервале является достоверным событием.

Следует обратить, внимание на то, что размерность плотности вероятности случайной величины Х выражается величиной X^{-1}

Произведение p(X)dX называется элементом вероятности, который равен вероятности того, что случайная величина X примет значения в интервале dX.

Зная кривую распределения p(X), можно определить вероятность попадания результата наблюдения в любой заданный интервал X_1, X_2

$$P\{X_1 < X \leq X_2\} = \int_{-\infty}^{X_2} p(X)dX - \int_{-\infty}^{X_1} p(X)dX = \int_{X_1}^{X_2} p(X)dX \quad (9)$$

Зная интегральную функцию распределения, вероятность попадания результата наблюдения X в указанный интервал определяют разностью значений функции распределения на границах этого интервала

$$P\{X_1 < X \leq X_2\} = F(X_2) - F(X_1) \quad (10)$$

На рис. 2 показаны способы графического определения вероятностей попадания результатов наблюдений в заданный интервал X_1 –X_2 : по интегральной функции распределения (рис. 2,а): по кривой распределения плотности вероятностей (рис.2,б). В первом случае искомая вероятность определяется разностью значений ординат, соответствующих аргументам X_1 и X_2 , а во втором случае - площадью под кривой распределения, ограниченной по оси X значениями X_1 и X_2.

По форме кривой распределения, таким образом, можно судить о том, какие интервалы значений случайных погрешностей более вероятны, какие - менее.

Математическое ожидание случайной величины X есть некоторое постоянное число, являющееся одним из важнейших параметров распределения

$$MX = \int_{-\infty}^{+\infty} X_p(X)dX \quad (11)$$

Числовое значение измеряемой величины, соответствующее математическому ожиданию, принимают за оценку истинного значения Q, то есть

$$Q=MX \quad (12)$$

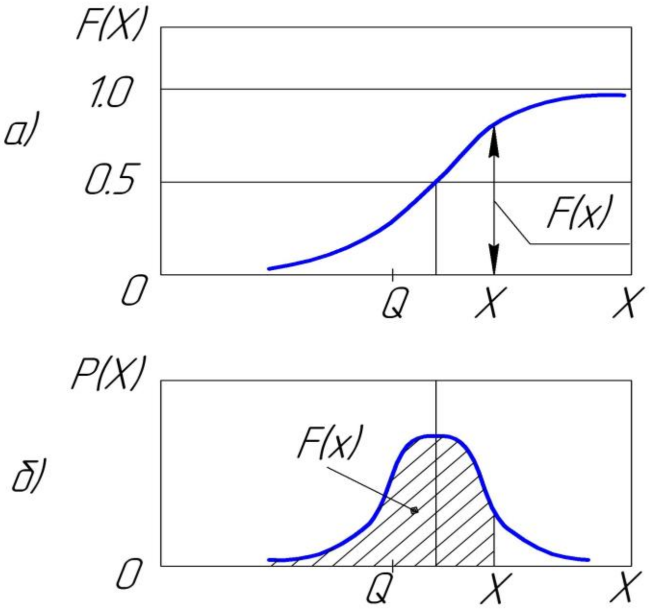

Рис.1. Функция распределения

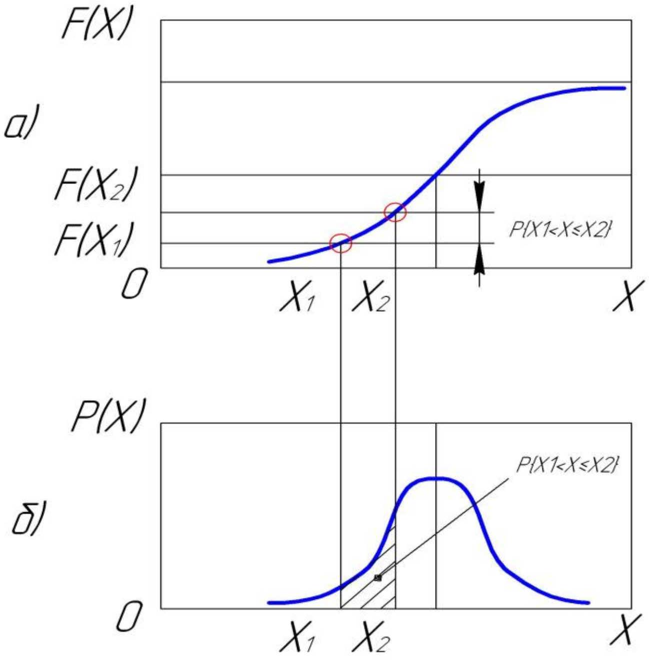

Рис.2. Вероятность падения результата наблюдения в заданный интервал

Однако при определении эмпирической кривой распределения, как правило, не получают совпадения математического ожидания с истинным значением измеряемой величины.

Распределение случайной величины, соответствующей этому более общему случаю, представлено на рис.3. На этом рисунке видно, что оценка истинного значения MX отличается от истинного значения на Q некоторую Δm, представляющую собой математическое ожидание погрешности измерения.

Математическое отдание погрешности измерения

$$M_\Delta = M(X-Q) = \int_{-\infty}^{+\infty}(X-Q)p(X)dX = \int_{-\infty}^{+\infty}Xp(X)dX - \int_{-\infty}^{+\infty}Qp(X)dX = \quad (13)$$

$$= MX - Q\int_{-\infty}^{+\infty}p(X)dX = MX - Q = \Delta m$$

Математическое ожидание погрешности измерения представляет собой некоторую среднюю постоянную погрешность, которая повторяется в каждом i-том наблюдении. Эту погрешность обозначим Δm будем называть систематической погрешностью.

Более строго систематическая погрешность определяется как отклонение математического ожидания результатов наблюдений от истинного значения измеряемой велечины

$$\Delta_m = MX - Q \quad (14)$$

а случайная погрешность - как разность между результатом однократного наблюдения и математическим ожиданием результатов

$$\Delta_{pi} = X_i - MX \quad (15)$$

Таким образом, любая погрешность однократного наблюдения может быть представлена суммой систематической и случайной погрешностей

$$\Delta_i = \Delta_m - \Delta_{pi} \quad (16)$$

Это положение хорошо иллюстрирует рис.3.

В принятых условиях обозначениях истинное значение измеряемой величины может быть определено следующим выражением

$$Q = (X_i - \Delta_m - \Delta_{pi}) \quad (17)$$

Учитывая, что систематическая погрешность постоянна для некоторой совокупности результатов измерения, а случайная погрешность изменяется по значению и знаку для каждого однократного наблюдения, истинное ее значение определяется следующим образом

$$\mathbf{Q} = (X_i - \Delta_m) \pm \Delta_{pi} \quad (18)$$

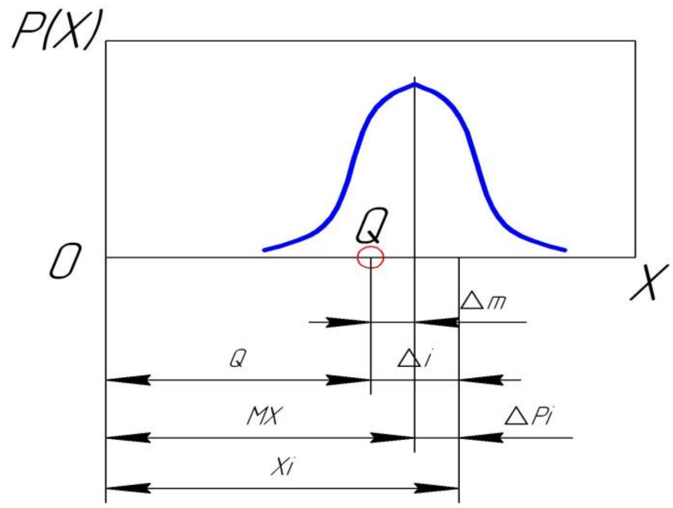

Рис.3. Характеристики случайной погрешности

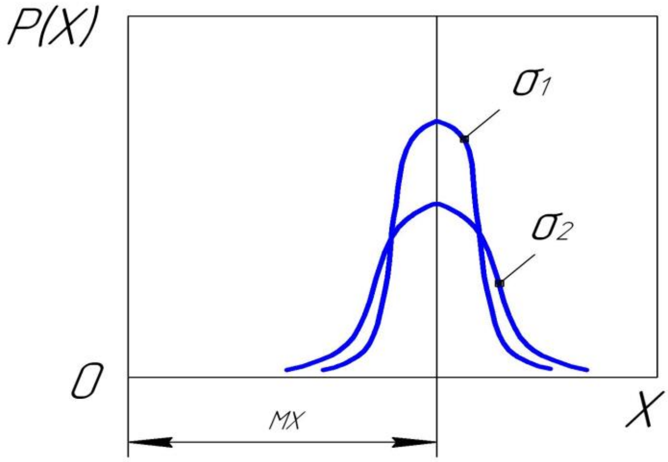

Рис.4. Дифференциальные функции нормального распределения

Значение X_i-Δm называется исправленным результатом, если Δm удается определить в результате анализа эксперимента. Случайная погрешность Δp_i остается неизвестной и нуждается в ее более четком ограничении, что как будет видно далее, возможно с учетом вероятностных законов распределения. В общем случае, когда в результате однократного наблюдения неизвестны обе составляющие погрешности измерения, результат измерения может быть представлен только в следующем виде

$$Q = X_i \pm \Delta \tag{19}$$

где Δ - предел погрешности измерения, максимальное значение суммы Δm и Δp по модулю.

1.2. Параметры распределения случайных погрешностей

Кроме математического ожидания случайной величины MX, вторым важнейшим параметром распределения, его числовой характеристикой, являётся дисперсия

$$DX = \int_{-\infty}^{+\infty} (X - MX)^2 p(X) dX \qquad (20)$$

Для дискретных величин

$$DX = \sum_{k=1}^{n} (X_k - MX)^2 P_k \qquad (21)$$

Дисперсией называется математической ожидание квадрата отклонения случайной величины от ее математического ожидания. Дисперсия является характеристикой рассеяния размеров относительно математического свидания. Но дисперсия неудобна для оценки рассеяния в качестве меры рассеяния, так как имеет размерность квадрата случайной величины. В качестве меры рассеяния размеров относительно математического ожидания применяют среднее квадратическое отклонение, за которое принимают положительное значение корня квадратного из дисперсии и которое обозначают σ_x (для величины X)

$$\sigma_X = \sqrt{DX} \qquad (22)$$

Если нет сомнения относительно измеряемой величины, то среднее квадратическое отклонение обозначают σ.

С помощью среднего квадратического отклонения можно оценить вероятность того, что при однократном наблюдении случайная погрешность по абсолютному значению не превзойдет некоторого наперед заданного значения ε, то есть

$$P\{|\sigma| < \varepsilon\} \geq 1 - \sigma_\Delta^2/\varepsilon^2 \qquad (23)$$

Это выражение известно как неравенство Чебышева.

Полагая, Например, что $\varepsilon = 3\sigma_\Delta$, найдем указанную вероятность

$$P = \{|\Delta| < \varepsilon\} > 1 - \sigma_\Delta^2 \big/ (3\sigma_\Delta)^2 \approx 0{,}89 \approx 89\ \%$$

1.3. Законы распределения случайных погрешностей

Одним из наиболее распространенных законов распределения погрешностей является нормальный закон распределения (закон распределения Гаусса), что объясняется центральной предельной теоремой теории вероятностей.

Центральная предельная теорема теории вероятностей утверждает, что распределение случайных погрешностей будет близко к нормальному всякий раз, когда результаты наблюдения формируются под влиянием большого числа независимо действующих факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных.

Нормальный закон имеет следующее выражение для дифференциальной функции распределения:

$$p(X) = \frac{e^{-\frac{(X-MX)^2}{2\sigma_X^2}}}{\sigma_X\sqrt{2\pi}} \tag{24}$$

Графически эта функция представлена на рис. 4 для различных значений среднего квадратического отклонения ($\sigma_1<\sigma_2$). Из уравнения (24) можно заключить:

1. Плотность вероятностей имеет максимум при X=MX
2. С увеличением погрешности Δ=X-MX независимо от знака (функция четная) плотность вероятности стремится к нулю.
3. С увеличением среднего квадратического отклонения вероятность больших отклонений увеличивается, то есть размеры рассеиваются в более широком диапазоне.

Функция распределения нормальной случайной величины имеет вид

$$F(X) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{X} e^{-\frac{(X-MX)^2}{2\sigma_X^2}}dX \tag{25}$$

На рис. 4 кривая распределения будет изменяться в зависимости от среднего квадратического отклонения. Но если выразить погрешности некоторым числом t средних квадратических отклонений, получим кривую нормированного нормального распределения с аргументом

$$t = (X - MX)/\sigma_X \tag{26}$$

которая имеет следующее выражение

$$p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-t^2/2} \tag{27}$$

Как известно, нормированная функция имеет вид (27), который получен из условия, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(t)dt = 1 \tag{28}$$

В табл. П.1 приведены значения плотности вероятности, нормированной функции нормального распределения. На рис. 5 показан график дифференциальной функции нормированного нормального распределения. Кривая может быть использована для любых значений отклонений при условии, что t = 1 соответствует $\Delta = \sigma_\Delta$.

Интегральная функция нормального нормированного распределения имеет следующий вид:

$$\Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{z} e^{-z^2/2} dz \tag{29}$$

где аргумент z, определяется как и в (26) отношением отклонения случайной величины от математического ожидания к среднему квадратическому отклонению

$$z = (X - MX)/\sigma_X \tag{30}$$

Вид интегральной Функции нормального распределения показан на рис.6. Значения Ф(z) определятся по табл. П. 2.

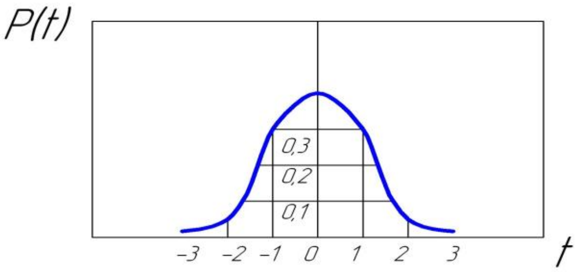

Рис.5. Дифференциальная функция нормированного нормального распределения

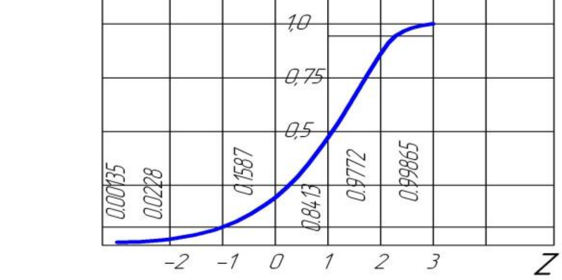

Рис.6. Интегральная функция нормального распределения

1.4. Определение доверительных интервалов для истинного значения измеряемой величины, имеющей нормальное распределение с известным значением среднего квадратического отклонения

Если, ограничить некоторую область результатов наблюдений X значениями отклонений X-MX, равными $\pm t_p \cdot \sigma$, то вероятность того, что результат однократного наблюдения X окажется в зоне $[-t_p\sigma; +t_p\sigma]$, можно определить интегрированием дифференциальной функций распределения в пределах $\pm t_p$

$$P = P\{-t_p < t \le +t_p\} \int_{-t_p}^{+t_p} p(t)dt = \Phi(z = t_p) - \Phi(z = -t_p) \qquad (31)$$

Значение указанной вероятности P может быть найдено как разность значений интегральной функции распределения, определенных по табл. П.2 по значениям $z_1=-t_p$ и $z_2=+t_p$.

Предельные значения случайных размеров $[MX-t_p\cdot\sigma; MX+t_p\cdot\sigma]$ называют доверительными границами результата наблюдения, а вероятность P - доверительной вероятностью того, что результат однократного наблюдения окажется в пределах указанных границ.

Вероятность того, что результат измерения окажется о пределах одного среднего квадратического отклонения, равна 68%.

Для доверительных границ, определенных значениями $\pm 2\sigma$, найдём P=0,9772 – 0,0228 = 0,9544, то есть 95%.

Наибольшее распространение получила оценка погрешностей с помощью интервала $\pm 3\sigma$ (шестисигмовый интервал), для которого P = 0,9973.

Доверительная вероятность 99,73% оценивается как очень высокая. Дальнейшее расширение границ не приводит к существенному повышению доверительной вероятности.

В практике измерения вероятность появления грубых ошибок, вызванных неправильными действиями оператора, значительно больше, чем вероятность выхода результата за пределы $\pm 4\sigma$.

Вероятность нахождения случайной величины X в доверительных границах, определенных значениями t_p, вычисляется как

$$P\{MX - t_p\sigma_X < X \le MX + t_p\sigma_X\} = P \qquad (32)$$

где

$$P = \Phi(+t_p) - \Phi(-t_p) = 2\Phi(t_p) - 1 = 2\Phi_0(z = t_p) \qquad (33)$$

Функция $\Phi_0(z)$ известна как нормированная функция Лапласа. Результат измерения, определенный на основании однократного наблюдения, записывается в следующем виде:

$$Q = X_1 \pm t_p \sigma_X \qquad (34)$$

$$P = 2\Phi(z = t_p) - 1$$

Задача 1.1. В результате измерения давления получена величина размером 50,0048 кПа. Средняя квадратическая погрешность этих измерений определена и указана в аттестате измерительного средства $-\sigma_x$=0,4 Па. Записать результат наблюдения в форме, соответствующее (34), для доверительной вероятности P = 0,95.

Пояснения к решению задачи № 1.1.

Для доверительной вероятности P = 0,95 доверительные границы определены значениями ±2σ. Следовательно, результат наблюдения будет записан таким образом

L= (50,0048 ± 0,0008) кПа; P = 0,95.

1.5. Точечные оценки параметров распределения случайных величин и отклонений

Ставится задача определить параметры распределения случайных величин на основании выборки - ограниченного ряда значении измеряемой величины, полученных в результате ***n*** независимых опытов. Оцениваемыми параметрами является в первую очередь математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение.

Оценку параметра называют точечной, если она выражается одним числом. Любая точечная оценка, определенная на основании опытных данных, является их функцией и, следовательно, сама является случайной величиной с распределением, зависящим от распределения исходной случайной величины, в том числе и от самого оцениваемого параметра, а также от числа опытов n.

Дисперсия среднего арифметического из n наблюдений в n раз меньше дисперсии результатов однократных наблюдений

$$D\overline{X} = DX/n \qquad (35)$$

При достаточно большом числе наблюдений, как доказывается в курсе математической статистики, точечную оценку дисперсии можно произвести следующим образом:

$$S_X^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2 \qquad (36)$$

$$S_X = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \qquad (37)$$

Эта оценка характеризует сходимость результатов отдельных наблюдений, то есть степень концентрации относительно среднего арифметического. Если σ_x называют иногда средним квадратическим, или стандартным отклонением генеральной совокупности, то S_x - выборочным средним квадратическим отклонением.

Среднее арифметическое $\bar{X}$ имеет дисперсию, в n- раз меньшую, чем дисперсия случайной погрешности. Поэтому в качестве точечной оценки дисперсии среднего арифметического принимается выражение

$$S^2{}_{\bar{X}} = \frac{1}{n}S_X^2 = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2 \qquad (38)$$

Оценка среднего квадратического отклонения среднего арифметического описывается в следующем виде:

$$S_{\bar{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2} \qquad (39)$$

С помощью полученных оценок $\bar{X}$ и S_x результат измерения может быть записан так

$$Q = \bar{X};\ S_{\bar{x}} = \ldots;\ n = \ldots,$$

что позволяет сделать выводы относительно точности измерения: число измерений n указывает на надежность определения $S_{\bar{x}}$ и, следовательно, S_x и на близость $\bar{X}$ к истинному значению Q.

Задача 1.2. Сравнить по точности данные двух серий опытов:
1. X=25,01 мм; $S_{\bar{x}}$=0,0005 мм; n=36.

2. X=25,01 мм; $S_{\bar{x}}$=0,0005 мм; n=9.

Пояснения к решению задачи 1.2.

Для первой серии опытов истинный размер Q=25,01 ± 0,0005; P=68%. Кроме того, n=36 говорит о том, каково было рассеяние результатов наблюдения при измерении: результаты однократных, измерений с вероятностью 68% не выходили за пределы

$$S_{x_1} = S_{\bar{x}} \sqrt{n} = 0{,}0005 \cdot \sqrt{36} \ =0{,}003 \text{ мм.}$$

Для второй серии опытов представленные в условии задачи данные говорят о том, что измерение было проведено сродством измерения имеющим более высокую точность: $S_{x_2} = S_{\bar{x}}\sqrt{9} = 0{,}0015$ мм. Результаты на первый взгляд кажутся одинаковыми; истинный размер Q с вероятностью 68% лежит в пределах 0,5 мкм от размера 25,01 мм. Однако второй результат хуже, так как его оценка S_x определена менее надежно. Среднее квадратическое отклонение, S_x будет получаться различным при повторном его определении с тем же значением ***n*** и дисперсия его зависит от числа ***n***.

1.6. Определение доверительных интервалов для истинного значения измеряемой величины при неизвестных параметрах распределения результатов наблюдения

Приведение многократных измерении позволяет значительно (в $\sqrt{n}$ раз) сократить 68%-ный интервал для истинного значения, если осуществлять его оценку средним арифметическим.

Значение погрешности

$$\Delta_p = t_p \cdot \sigma_X/\sqrt{n} \tag{40}$$

Тогда результат измерения записывается в следующем виде

$$Q = \bar{X} + \Delta_p \tag{41}$$

где $\bar{X}$ среднее арифметическое.

Задача 1.3. Проведено 16 измерений размера L, рассчитано значение L=20,001 мм. Среднее квадратическое отклонение результата однократного наблюдения определено ранее и равно σ_L=0,0004 мм. Определить границы для истинного значения с доверительной вероятностью P=0.9973. Распределение результатов L_i описывается законом Гаусса.

Пояснения к решению задачи 1.3.

Определяем значение функции распределения Ф(z) для заданной доверительной вероятности

$$\Phi(z = t_p) = \frac{P+1}{2} = \frac{0.9973 + 1}{2} = 0.9986$$

По табл. П.2 находим, что Ф(z) = 0,99865 при z = 3. Следовательно, t_p=z=3 и доверительная граница погрешности результатов измерения $\Delta p = 3\sigma_L/\sqrt{16} = 3 \cdot 0{,}0004/4 = 0{,}0003$ мкм. Результат измерения запишется в следующем виде:

$$L=20{,}001 \pm 0{,}0003; \quad P = 99{,}73\%.$$

Часто экспериментатор перед началом измерений не знает значения дисперсии результатов наблюдений. В этом случае параметры распределения в виде их оценок определит непосредственно из опытных данных.

Если распределение результатов наблюдений нормальное, а их дисперсия неизвестна, то используется отношение

$$t = \frac{\overline{X} - MX}{S_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - Q}{S_{\overline{X}}} = \frac{\overline{X} - Q}{S_X}\sqrt{n} \tag{42}$$

называемое дробью Стьюдента. Входящие в него величины $\overline{X}$ и S_x вычисляют на основании опытных данных, они представляют собой точечные оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения результатов наблюдений. Величина t имеет распределение Стьюдента.

В общем виде величина t должна удовлетворять следующим условиям:

−представлять собой дробь вида

$$t = x\sqrt{k}/\sqrt{v} \tag{43}$$

−величины x и V независимы;

−величина x распределена нормально;

- величина V имеет распределение хи-квадрат (x^2) Пирсона с k степенями свободы.

При этих условиях плотность вероятности величины t имеет вид

$$s(t;k) = B_k\left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-(k+1)/2} \tag{44}$$

где B_k зависит только от числа степеней свободы и выражается с помощью гамма-функции

$$B_k = \frac{\Gamma\left(\frac{k=1}{2}\right)}{\Gamma(k/2)\sqrt{\pi k}} \tag{45}$$

Распределение Вида (44) величины t называется распределением Стьюдента с k степенями свободы.

Вероятность того, что величина t, выраженная через статистические параметры распределения и определяемая по формуле (42) на основании результатов наблюдения, примет некоторое значение в интервале ($-t_p$; $+t_p$)

$$P\left\{-t_p < \frac{\bar{\lambda} - Q}{S_{\bar{X}}} \le t_p\right\} = \left[\int_0^{t_p} \left(1 + \frac{t^2}{k}\right)^{-(k+1)/2} dt\right] 2B_k \qquad (46)$$

Распределение Стьюдента задается о виде таблиц значений, вычисленных по формуле (46), для различных значений доверительной вероятности P в пределах 0,1 ... 0,99 при k =n-1=1, 2…,30. Значения t_p приведены в табл. П.З.

Таким образом, с помощью распределения Стьюдента могут быть определены с заданной доверительной вероятностью у P доверительные границы для истинного значения измеряемой величины на основании ограниченного числа наблюдений. Эти границы определяются величиной $\Delta p = t_p \cdot S_{\bar{x}}$. Итог измерения записывается в виде, аналогичном (40).

Задача 1.4. В результате девятикратных наблюдений при измерении величины получены следующие оценки параметров распределении результатов наблюдения: $\bar{L}$ = 20,001 кПа и S_x=0,0004 кПа. Известно, что результаты L_i распределены нормально. Определить предельную погрешность Δp на основании опытных данных с вероятностью P= 0,95.

Пояснения к решению задачи 1.4.

Из условия задачи следует, что имеются все основания для применения распределения Стьюдента. Значение t_p определим по табл. П.З для P = 0,95 и k = n -1= е. Это значение t_p = 2,306. Доверительная граница погрешности

$$\Delta_p = t_p S_{\bar{X}} = t_p \frac{S_X}{\sqrt{n}} = 2.306 \frac{0.0004}{\sqrt{9}} = 0.0003078 \text{ кПа}$$

Результат измерения запишем о следующем виде:

L= (20,001 ± 0,00031) кПа; P = 95%.

Сравним полученный результат измерений, с результатом измерения, который будет получен в случае, если среднее квадратическое отклонение известно заранее и равно σ_x=0,004 кПа. Доверительная вероятность P при этой определится функцией нормального распределения по значению t_p на основании зависимости (40).

Для P=0,95 по табл. П.2 найдем t_p=2, и предельная погрешность,

$$\Delta_p = t_p \sigma_X / \sqrt{n} = 2 \frac{0.0004}{\sqrt{9}} = 0.00027 \text{ кПа}$$

то есть истинное значение измеряемой величины будет определено более точно с той же вероятностью

L=(20,001±0,00027) кПа; P=0,95.

1.7. Определение доверительного интервала для среднего квадратического отклонения по эмпирическим данным

Закон распределения суммы квадратов k независимых нормально-распределенных случайных величин с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией носит название хи-квадрат (x^2) распределения.

Для каждой вероятности Р можно рассчитать " Р·100%-ный предел", то есть такое число $X_p{}^2$, при котором

$$P\{x^2 \le x_p^2\} = P$$

Такое распределение имеет величина

$$x_k^2 = \frac{kS_X^2}{\sigma_X^2} = \frac{(n-1)S_X^2}{\sigma_X^2} \tag{47}$$

то есть произведение, числа степеней свободы на отношение эмпирической дисперсии к истинной.

Так как величина $X_k{}^2$ по (47) существенно-положительна, то кривая ее интегральной функции распределения начинается из нуля при $X_k{}^2$=0 и имеет вид

$$F(x_k^2;p) = P\left\{\frac{(n-1)S_X^2}{\sigma_X^2} \le x_{k,p}^2\right\} = \int_0^{x_{k,p}^2} P_{x_k^2}(x)dx = P \tag{48}$$

Значения $X^2{}_{k,p}$, соответствующие различным вероятностям Р того, что отношение (47) в данном опыте будет меньше $X^2{}_{k,p}$, приведены в табл. П.4 и определяются для различных чисел степеней свободы k и вероятностей Р.

Пользуясь указанной таблицей, можно найти доверительный интервал для оценки дисперсии результатов наблюдений при заданной доверительной вероятности α. Этот интервал определяется таким образом, чтобы вероятность выхода дисперсии за границы интервала не превышала некоторой величины q=1-α , причем вероятности выхода за обе границы интервала были бы равны между собой и составляли величину q/2. Границы такого интервала для $X_k{}^2$ вероятностей P_1=q/ 2=(1-α)/2 и P_2=1-q/2=(1+α)/2, то есть значения $X^2{}_{k,q/2}$ и $X^2{}_{k,1-q/2}$ находим по табл. П.4.

Для среднего квадратического отклонения границы могут быть определены из следующего выражения:

$$P\left\{\frac{\sqrt{n-1}\,S_x}{X_{k;q/2}} > \sigma \ge \frac{\sqrt{n-1}\,S_x}{X_{k;1-q/2}}\right\} = \propto \tag{49}$$

Полученное условие означает, что с вероятностью α=1-q истинное значение σ_x среднего квадратического отклонения результатов наблюдений лежит в интервале значений S_{x_1} и S_{x_2}, полученных на основании опыта данных.

Эти границы определяются по следующим формулам:

$$S_{x1} = \frac{\sqrt{n-1}\,S_x}{X_{k;q/2}}; \qquad S_{x2} = \frac{\sqrt{n-1}\,S_x}{X_{k;1-q/2}} \tag{50}$$

Задача 1.5. Даны результаты двадцати измерении тепловой мощности θ, кВт:

10,305	10,306	10,308	10,309
10,308	10,309	10,313	10,308
10,312	10,310	10,305	10,307
10,309	10,303	10,307	10,309
10,304	10,308	10,308	10,310

Определить доверительные границы для среднего квадратического отклонения результатов наблюдений.

Пояснения к решению задачи 1.5.

В качестве оценки математического ожидания тепловой мощности принимают среднее арифметическое из полученных при измерении результатов

$$\overline{\theta} = \frac{1}{20}\sum_{i=1}^{20}\theta_i = 10{,}3078 \text{ Квт}$$

Точечная оценка среднего квадратического отклонения результатов наблюдений составляет

$$S_\theta = \sqrt{\frac{1}{20-1}\sum_{i=1}^{20}\left(\theta_i - \overline{\theta}\right)^2} = 0{,}0025 \text{ Квт}$$

Приняв уровень доверительной вероятности α=0,9=90% находим для числа степеней свободы k=20-1=19 в табл. П.4 для значений P=(1-α)/2=q/2 и P=(1+α)/2=1-q/2:

$$X^2_{k;q/2} = X^2_{19;0{,}05} = 10{,}117; \quad X_{19;0{,}05} = 3{,}18$$

$$X^2_{k;1-q/2} = X^2_{19;0{,}95} = 30{,}144; \quad X_{19;0{,}95} = 5{,}49$$

Границы доверительного интервала для среднего квадратического отклонения вычисляем по формулам (49)

$$S_{\theta_1} = \frac{\sqrt{20-1}\cdot 0.0025}{3.18} = 0.0034 \text{ Квт}$$

$$S_{\theta_2} = \frac{\sqrt{20-1}\cdot 0.0025}{5.49} = 0.0020 \text{ Квт}$$

Полученные результаты могут быть записаны следующим, образом:

$$P\{0.0034 > \sigma \geq 0.0020\} = 0.9$$

то есть истинное значение среднего квадратического отклонения результатов наблюдений с вероятностью 90% лежит о интервале 0,0020 ... ... 0,0034 кВт.

Обратим внимание на то, что таблица X^2 - распределения ограничена числом степеней свободы k=30. В случае необходимости определения доверительных границ для σ при больном числе измерений ***n***>31 пользуются приближенной формулой для $X_{k,p}$

$$X_{k;p} = \sqrt{k-0.5} + 0.5\sqrt{2}\, t_p \tag{51}$$

где t_p определяется из условия $\Phi(z = t_p) = P$, а значения P принимаются равными q/2 и 1-q/2.

Границы доверительного интервала для σ_x будут найдены по значениям $X_к$ полученным по (50)

$$X_{k;q/2} = \sqrt{k-0.5} + 0.5\sqrt{2}\cdot t_{q/2}$$

$$X_{k;1-q/2} = \sqrt{k-0.5} + 0.5\sqrt{2}\cdot t_{1-q/2}$$

Задача 1.6. Предположим, что в предыдущем примере S_θ было получено на основании измерений, число которых ***n***=42. Требуется найти границы для среднего квадратического отклонения с той же доверительной вероятностью α=0,9 то есть q/2=0,05; 1-q/ 2=0,95.

Пояснения к решению задачи 1.6.

Для указанных значений вероятностей по табл.П.3 найдем

$$t_p = t_{0.05} = -1.6449; \qquad t_p = t_{0.09} = +1.6449$$

Величины X при k=42-1=41составляют:

$$X_{41;0.05} = \sqrt{41-0.5} - 0.5\cdot\sqrt{2}\cdot 1.6449 = 5.2$$

$$X_{41;0.95} = \sqrt{41-0.5} + 0.5\cdot\sqrt{2}\cdot 1.6449 = 7.52$$

Подставив полученные значения в (50) находим

$$S_{\theta_1} = \frac{41\cdot 0.0025}{5.2} = 0.0031 \text{ Квт}$$

$$S_{\theta_2} = \frac{41\cdot 0.0025}{7.52} = 0.0021 \text{ Квт}$$

Следовательно, увеличение числа измерений с 20 до 42 (более в 2 раза) дало незначительное сужение доверительного интервала среднего квадратического отклонения: было 2,0 ... 3,4 стало 2,1... 3,1 кВт.

2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЯ

2.1. Определение статистических параметров распределения на основе построения гистограммы

На практике параметры распределения определяют математической обработкой ограниченного числа результатов наблюдений, называемого выборкой. Множество результатов наблюдений, из которого произведена выборка, называется генеральной совокупностью результатов наблюдений.

Пусть n объём выборки. При этом наименьший размер равен X_{min} а наибольший X_{max}.

Для построения эмпирических кривых распределения необходимо разбить весь полученный диапазон X_{max}- X_{min}, на r интервалов.

Число интервалов при небольшие выборках следует брать округленным r$\approx\sqrt{n}$. При больших выборках число интервалов устанавливают в зависимости от числа наблюдений по следующим рекомендациям:

n	r
40-100	7-9
100-500	8-12
5 000-10 000	10-16

Длину интервалов удобнее выбирать одинаковой. Однако если распределение имеет резкие скачки о соседних интервалах, то в области максимальной концентрации результатов наблюдений следует выбирать более узкие интервалы.

Причину интервала следует выбирать удобной для графических работ по отношению к делениям по оси $\bar{X}$.

Нижнюю границу первого интервала не следует брать равной X_{min}, если она не соответствует удобному значении на оси X.

При обработке результатов предпочтительнее (с целью уменьшения ошибок при вычислениях) пользоваться отклонениями размеров физических величин, а не самими размерами.

Число размеров m_i, попавших в заданный i-тый интервал по условию

$$X_{in} < X_j \le X_{iB} \tag{52}$$

называют частотой.

В неравенстве (52) X_j - результат j -того наблюдения выборки, в которой j= 1, ..., n; x_{iB}- верхняя граница i-того интервала; x_{iH}-нижняя граница i-того интервала, равная верхней границе (i-1)-го интервала. Среднее значение интервала обозначается x_i.

Сумма частот m_i должна быть равна числу n, то есть

$$\sum_{i=1}^{r} m_i = n \tag{53}$$

Отношение частоты m_i к общему числу наблюдений n называют частью и обозначают P_i^*

$$P_i^* = \frac{m_i}{n} \tag{54}$$

Частность представляет собой эмпирическую оценку вероятности попадания результатов наблюдений X_j в i-тый интервал. Очевидно, что

$$\sum_{i=1}^{r} P_i^* = 1 \tag{55}$$

Для наглядности эмпирическое распределение можно представить графически в виде полигона или гистограммы распределения, а также ступенчатой функции распределения.

Полигон строят следующим образом: на оси абсцисс откладывают интервалы значений измеряемой величины, в серединах интервалов отмечают ординаты, пропорциональные частотам или частостям, и ординаты соединяют прямыми линиями. При выборе масштабов по осям абсцисс и ординат выдерживают соотношение $P^*_{i\max}$:R≈5:8, наиболее распространённое при изображении кривых распределения.

Гистограмму строят так: над каждым интервалом по оси абсцисс строят прямоугольник, площадь которого пропорциональна частости P_i^* в этом интервале, а высота будет пропорциональна частоте при одинаковых интервалах. При различных значениях Δx высота прямоугольника будет пропорциональна эмпирической плотности вероятностей

$$P_i^* = \frac{P_i^*}{\Delta_{xi}}, \tag{56}$$

Ступенчатую функцию распределения строят следующим образом: в середине каждого интервала по оси абсцисс ордината возрастает скачком на значение, соответствующее P_i*, и оттуда проводят горизонтальную прямую до середины следующего интервала, где она снова возрастает. Высота ординаты в каждой точке соответствует эмпирической интегральной функции распределения

$$F_i^* = \sum_{i=1}^{i} P_i^* = \sum_{i=1}^{i} \frac{1}{n}(m_i), \tag{57}$$

Значение F_i* для каждого интервала называют комулятивной частостью, а сумму $\sum_{i=1}^{i} m_i$ - комулятивной частотой.

С помощью гистограммы распределения можно рассчитать параметры распределения, пользуясь следующими формулами:

для среднего арифметического

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{r} x_i P_i^* = \sum_{i=1}^{r} x_i \frac{m_i}{n} = \tfrac{1}{n} \sum_{i=1}^{r} x_i m_i \,, \tag{58}$$

для оценки дисперсии

$$S_x^2 = \sum_{i=1}^{r} \left(x_i - \bar{X}\right)^2 P_i^* = \sum_{i=1}^{r} \left(x_i - \bar{X}\right)^2 \frac{m_i}{n} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{r} \left(x_i - \bar{X}\right)^2 m_i \tag{59}$$

Задача 2.1. Объем выборки ***n*** составляет 200 шт. Наименьший размер Q_{min} равен 31,98 кДж., а наибольший Q_{max}= 32,0295 кДж. Приняв число интервалов разбиения равным 10, а длину интервала 5 Дж, исходные данные запишутся в виде табл. 1.

Таблица 1

Исходные данные рассеяния размеров физической величины

Номера интервалов	Границы интервалов, Дж		Частота m_i
	X_H	X_B	
1	-20	-15	7
2	-15	-10	11
3	-10	-5	15
4	-5	0	24
5	0	+5	49

Окончание табл. 1

6	+5	+10	41
7	+10	+15	26
8	+15	+20	17
9	+20	+25	7
10	+25	+30	3

Построить графики эмпирических кривых распределения - полигон, гистограмма и ступенчатую функцию распределения.

Пояснения к решению задачи 2.1.

Результаты подсчета частостей, средних значений интервалов и эмпирических плотностей вероятностей P_i* сведены в табл.2.

Таблица 2

Данные расчета рассеяния размеров физической величины

Номера интервалов	Частность $P_i*=m/n$	Середина интервала $\mathbf{x_i}$	Эмпирическая плотность вероятности P_i*
1	0,035	-17,5	0,007
2	0,055	-12,5	0,011
3	0,075	-7,5	0,015
4	0,120	-2,5	0,024
5	0,245	+2,5	0,049
6	0,205	+7,5	0,041
7	0,130	+12,5	0,026
8	0,085	+17,5	0,017
9	0,360	+22,5	0,007
10	0,015	+27,5	0,003

На рис. 7 представлена графики эмпирических кривых распределения: на рис.7.а - полигон; на рис.7.б - гистограмма; на рис.7.в - ступенчатая функция распределения.

2.2. Проверка нормальности результатов наблюдения

Можно составить себе представление (по крайней мере, с качественной стороны) о большей или меньшей близости теоретического и эмпирического распределений, проводя графическое сравнение гистограмма распределения с теоретической кривой.

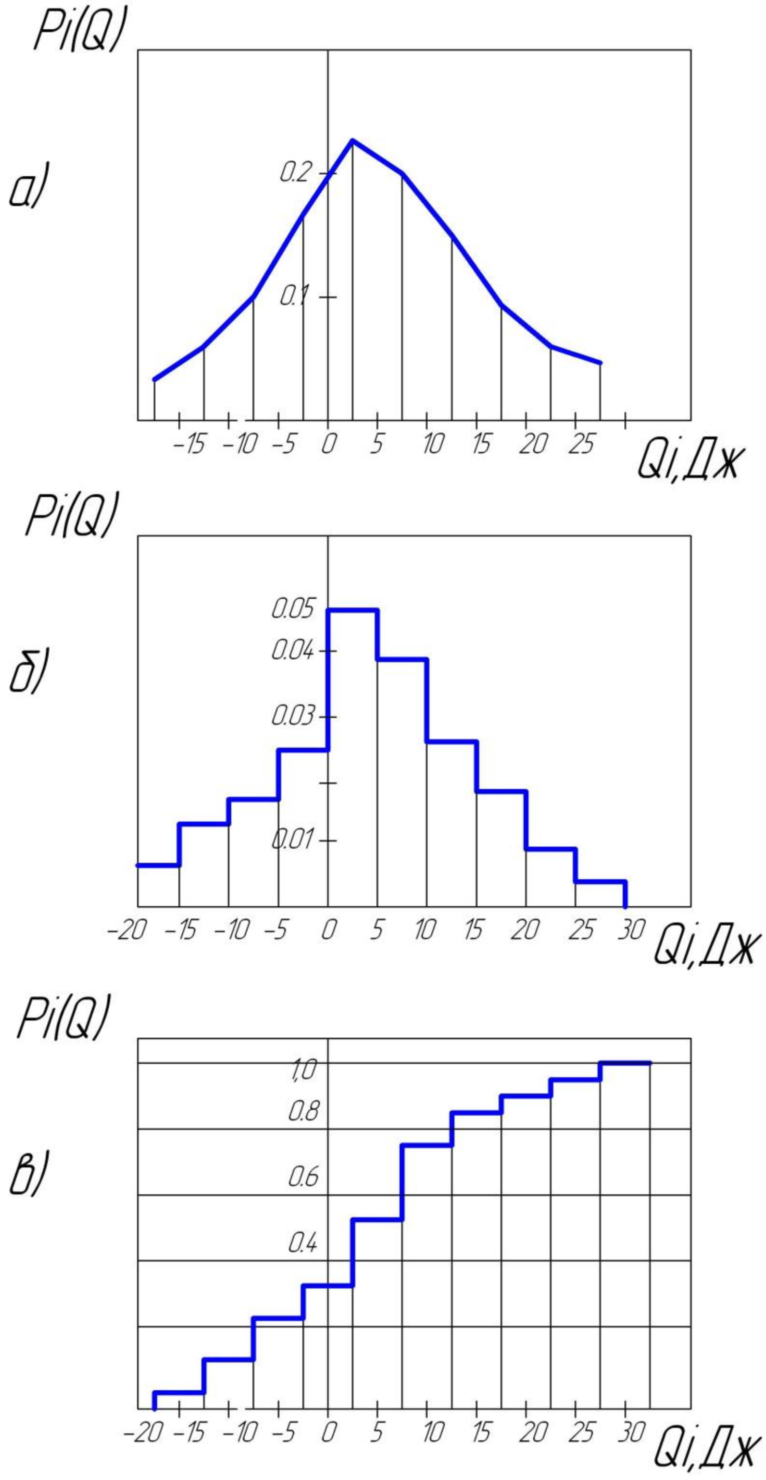

Рис.7. Эмпирические распределения размеров

Для более точного определения соответствия эмпирического и теоретического распределений необходимо выбрать критерий их соответствия. Проверяемая гипотеза состоит в том, что величина x по данным выборки подчинена закону F(x). Выбирают меру (критерий) расхождения между предполагаемым теоретическим и эмпирическим распределениями. Если такая мера расхождения превосходит некоторый предел, гипотеза отклоняется.

В качестве меры расхождения принимается сумма квадратов разностей частостей и теоретических вероятностей попадания результатов наблюдений в каждый интервал, взятых с некоторыми весовыми коэффициентами каждого интервала (разряда)

$$U = \sum_{i=1}^{r} c_i (P_i^* - P_i)^2, \qquad (60)$$

где C_i- весовые коэффициенты разрядов; P_i* - частость, полученная из гистограммы; P_i - теоретическая вероятность попадания случайной величины в данный интервал

$$P_i = \int_{x_{in}}^{x_{iB}} p(x)dx, \qquad (61)$$

В практических задачах о проверке нормальности распределения значение P_i определяется по табл.П.2. как

$$P_i = \Phi\left(z = \frac{x_{iB} - \bar{X}}{S_x}\right) - \Phi\left(z = \frac{x_{in} - \bar{X}}{S_x}\right), \qquad (62)$$

Мера расхождения U является случайной величиной и независимо от- исходного распределения подчиняется x^2-распределению Пирсона с k степенями свободы при условии, что все частоты $m_i \geq 5$, число измерений стремится к бесконечности, а веса выбирают равными n/P_i . Число степеней свободы распределения

$$k = r - S \qquad (63)$$

где r – число интервалов гистограммы (при условии $m_i \geq 5$);

S – число независимых связей, наложенных на частости P_i*.

При определении нормальности распределения S=3.

Мера расхождения, выбранная по Пирсону, обозначается $X_k{}^2$ и имеет следующее выражение:

$$x_k^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i} = \sum_{i=1}^{r} x_i^2, \qquad (64)$$

где x - мера расхождения в каждом интервале

$$x_k^2 = \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i}, \tag{65}$$

Мы уже использовали x^2 -распределение для определения доверительных границ среднего квадратического отклонения.

Для проверки гипотезы нормальности распределения или соответствии предполагаемому закону распределения значение X_k^2 сравнивает с границами интервала для X_k^2, определяемого по табл.П.4 для принятой доверительной вероятности α=1-q. Этими границами будут значения

X_k^2,q/2 и X_k^2,1-q/2

Если мера расхождения X_k^2, вычисленная по (64) окажется в указанном интервале, то гипотеза принимается. Если же X_k^2 выходит за границы доверительного интервала, то гипотеза отвергается, как противоречащая опытным данным.

Порядок проверки нормальности распределения по критерию X_k^2 при $n \geq 40$ следующий.

1. Результаты наблюдений группируют по интервалам, определяют частоты m_i. Интервалы, в которых $m_i < 5$, объединяют с соседними. Число степеней свободы при этом уменьшается.

2. Вычисляют оценки параметров распределения $\overline{X}$ и S_x, которые принимает в качестве параметров теоретического нормального распределения.

3. Для каждого интервала находят вероятности попадания в него по формуле (60).

4. Вычисляет для каждого интервала меру расхождения X_k^2 и суммируют их значения.

5. Определяют число степеней свободы k=r-3 для нового числа интервалов и, задаваясь уровнем значимости q, , находят границы X_k^2,q/2 и X_k^2,1-q/2.

Задача 2.2. Проверить нормальность распределения результатов наблюдения, приведенных в табл. 3, для которых определены $\overline{X}$=8,91936 Вт/м²/К и S_x=0,0028 Вт/м²/К.

Пояснения к решению задачи 2.2.

Результаты вычисления и определения по таблицам необходимых величин приведены в табл. 3. Значения P_i определены как разности Φ(z), найденных для границ интервалов. Меру расхождения X_k^2 определим, используя данные табл. 3

$$x_k^2 = \sum_1^6 \frac{(m_i - nP_i)^2}{nP_i} = 0.8661$$

В связи с тем, что четыре интервала были объединены в два, число степеней свободы k=8-2-3 = 3. Задаваясь уровнем значимости 10 %, то есть q=0,1 находим границы $X^2_{3;0,05}$ =0,352 $X^2_{3;1-0,05}$ = 7,815 по табл.П.4. Полученное значение $X_k^{\ 2}$=0,08661 лежит в интервале значений 0,352 и 7,815 и следовательно, распределение опытных данных можно считать нормальным.

2.3. Обнаружение грубых погрешностей

Выдвигается гипотеза: результаты наблюдения X_i не содержат грубой погрешности, то есть являются одними из значений случайной величины X, распределенной по закону $F_x(x_k)$, параметры которого предварительно определены.

Сомнительными могут быть либо X_{min}, либо X_{max} из всего ряда наблюдений, поэтому для проверки гипотезы определяют величину ν

$$\gamma = \frac{X_{max} - \bar{X}}{S_X} \quad \text{или} \quad \gamma = \frac{\bar{X} - X_{min}}{S_X}$$

Распределения этих величин приведены в табл. 4. По этой таблице можно определить предельное значение ν_α, которое при заданной доверительной вероятности α и данном число наблюдений случайная величина ν может принять по чисто случайным причинам.

Если вычисленное по опытным, данным значение ν окажется меньше ν_α, то гипотеза принимается. В противном случае гипотеза отклоняется, результат наблюдения рассматривается как содержащий грубую погрешность и отбрасывается.

Задача 2.3. При измерении температуры t были получены следующие результаты. ^{0}C: 20,42; 20,43; 20,40; 20,43; 20,42; 20,43; 20.39; 20,30; 20,40; 20,43; 20,42; 20,41; 20,39; 20,39; 20,40.

Требуется определить, не содержит ли результат восьмого наблюдения грубую погрешность.

Пояснения к решению задачи 2.3.

Сначала определяем параметры распределения с учетом восьмого результата: $\bar{t}$ = 20.404 °C. S_t= 0.033 °C.

Для доверительной вероятности α=0,95 и числа наблюдений k=15 по табл.П.5 найдем $\nu_{0,95}$=2,493.

Для сомнительного результата $\gamma = \frac{20.404 - 20.30}{0.038} = 3.16$, который превосходит предельное значение $\nu_{\alpha=0,95}$ следует заключение: результат 20,30 ^{0}C содержит грубую погрешность. После исключения t_8 из числа результатов получим следующее значение оценок параметров распределения: $\bar{t}'$ =20,411 °C, S_t’ = 0,016 °C, то есть доверительные границы будут определены в два раза точнее.

Таблица 3

Исходные и расчётные данные к задаче 2.2

i	Границы интер-валов		m_i	$z=\frac{x_{iB}-\overline{X}}{S_x}$	Φ(z)	P_i	nP_i	$\frac{(m_i-nP_i)^2}{nP_i}$
	x_{iH}	x_{iB}						
1	8,919	8,913	1	-2,27	0,0116	0,0116	1,16	
2	8,913	8,915	5	-1,56	0,0594	0,0478	4,78	0,0180
3	8,915	8,917	14	-0,845	0,1991	0,1397	13,97	0,0000
4	8,917	8,919	27	-0,129	0,4487	0,2496	24,96	1,1670
5	8,919	8,921	24	+0,586	0,7210	0,2723	27,23	0,3840
6	8,921	8,923	18	+1,301	0,9034	0,1824	18,24	0,0021
7	8,923	8,925	9	+2,016	0,9780	0,0746	7,46	
8	8,925	8,927	2	+2,731	0,9968	0,0188	1,86	0,2950

$X_k^2=0{,}8661$

Таблица 4

Значения ν_α при различных числах измерения n

n	q=1-α				n	q=1-α			
	0,1	0,05	0,025	0,01		0,1	0,05	0,025	0,01
3	1,406	1,412	1,414	1,414	14	2,297	2,461	2,602	2,759
4	1,645	1,689	1,710	1,723	15	2,326	2,493	2,638	2,808
5	1,731	1,869	1,917	1,955	16	2,354	2,523	2,670	2,837
6	1,894	1,996	2,067	2,130	17	2,380	2,551	2,701	2,871
7	1,974	2,093	2,182	2.265	18	2,404	2,557	2,728	2,903
8	2,041	2,172	2,273	2,374	19	2,426	2,600	2,754	2,932
9	2,097	2,237	2,349	2,464	20	2,447	2,623	2,778	2,959
10	2,146	2,294	2,414	2,540	21	2,467	2,644	2,801	2,984
11	2,190	2,383	2,470	2,606	22	2,486	2,664	2,823	3,008
12	2,229	2,387	2,519	2,663	23	2,504	2,683	2,843	3,080
13	2,264	2,426	2,526	2,714	24	2,520	2,701	2,862	3,051
					25	2,537	2,717	2,880	3,071

3. ОРГАНИЗАЦИЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Самостоятельная работа – вид учебной деятельности, предназначенный для приобретения знаний, навыков и умений в объеме изучаемой дисциплины, который выполняется обучающимся индивидуально и предполагает активную роль обучающегося в ее планировании, осуществлении и контроле.

Самостоятельный труд развивает организованность, дисциплинированность, волю, упорство в достижении поставленной цели, вырабатывает умение анализировать факты и явления в достижении поставленной цели, вырабатывает умение анализировать факты и явления, учит самостоятельному мышлению, что приводит к развитию и созданию собственного мнения, своих взглядов.

Основные цели самостоятельной работы:

– систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений, обучающихся;

– углубление и расширение теоретических знаний;

– формирование умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– развитие познавательных способностей и активности студентов:

- творческой инициативы;
- самостоятельности;
- ответственности;
- организованности;

– формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развитие исследовательских умений.

Методические указания по самостоятельной работе. Успешное изучение данной дисциплины возможно только при правильной организации самостоятельной работы обучающегося. Ни в какой мере нельзя ограничиваться только прослушиванием и конспектированием лекции. Она должна ознакомить обучающегося с сутью и основным содержанием той или иной темы. Лекция очерчивает круг вопросов, проблем, по которым обучающийся с помощью учебников, учебных пособий получает прочные, конкретные знания. Желательно ознакомиться с рекомендованной в программе курса литературой, дающей дополнительные знания по пройденному материалу.

Обучающийся должен понимать, что только он сам, самостоятельно, путем добросовестного усвоения содержания лекций, изучения учебной и дополнительной литературы, путем вдумчивой и добросовестной подготовки к занятиям может приобрести прочные и глубокие знания по курсу, которые необходимы не только для получения знаний, отвечающих требованиям высшего образования, но и для применения их на практике.

Наиболее традиционными и привычными являются следующие способы отыскания литературы: работа с библиографическими изданиями в библиотеках; изучение специальных выпусков отсылок к литературе, систематизированных по отраслям деятельности, разделам либо конкретным проблемам; использование библиотечных каталогов, которые в настоящее время представлены преимущественно в виде электронных баз данных.

В порядке совета можно выделить несколько способов оценки научного текста:

– во-первых, определение предназначенности работы – полемическая, альтернативная, острокритическая, традиционная;

– во-вторых, сопоставление даты издания книги или журнала и изменений в законе, учитывая тенденции развития науки (например, выбирая учебник, желательно руководствоваться именно этим способом);

– в-третьих, сопоставление хотя бы нескольких литературных источников с тем, чтобы действительно оценить полноту разработки предмета, уровень и объем проводимых соображений;

– в-четвертых, консультирование с ведущим преподавателем.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радкевич Я. М. Метрология, стандартизация и сертификация [Текст] : учебник для бакалавров : допущено Учебно-методическим объединением. - 5-е изд., перераб. и доп. - Москва : Юрайт , 2012. – 813 с.

2. Егоров Ю.Н. Метрология и технические измерения: практикум / Егоров Ю.Н.— М.: Московский государственный строительный университет, ЭБС АСВ, 2012. — 104 с.

3. Николаев М.И. Метрология, стандартизация, сертификация и управление качеством: учебное пособие / Николаев М.И.— М.: Интернет-Университет Информационных Технологий (ИНТУИТ), 2010. — 87 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П.1

Дифференциальная функция нормированного нормального распределения

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}t^2}$$

t	p(t)	t	p(t)
0,0	0,3989	2,0	0,0540
0,1	0,3970	2,1	0,0440
0,2	0,3910	2,2	0,0355
0,3	0,3814	2,3	0,0283
0,4	0,3683	2,4	0,0224
0,5	0,3521	2,5	0,0175
0,6	0,3332	2,6	0,0136
0,7	0,3123	2,7	0,0104
0,8	0,2897	2,8	0,0079
0,9	0,2661	2,9	0,0060
1,0	0,2420	3,0	0,0044
1,1	0,2179	3,1	0,0033
1,2	0,1942	3,2	0,0024
1,3	0,1714	3,3	0,0017
1,4	0,1497	3,4	0,0012
1,5	0,1295	3,5	0,0009
1,6	0,1109	3,6	0,0006
1,7	0,0940	3,7	0,0004
1,8	0,0790	3,8	0,0003
1,9	0,0656	3,9	0,0002

Таблица П.2

Интегральная функция нормированного нормального распределения

$$\Phi_{(z)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{n} e^{-\frac{\sigma^2}{2}d\vartheta}$$

Z	0,06	0,08	0,04	0,02	0,00
-3,5	0,00017	0,00019	0,00020	0,00022	0,00023
-3,4	0,00026	0,00027	0,00029	0,00031	0,00034
-3,3	0,00036	0,00039	0,00042	0,00045	0,00048
—3.2	0,00052	0,00056	0,00060	0,00064	0,00069
-3,1	0,00074	0,00079	0,00085	0,00090	0,00097
—3,0	0,00104	0,00111	0,00118	0,00126	0,00135
—2,9	0,0014	0,0015	0,0016	0,0017	0,0019
—2,8	0,0020	0,0021	0,0023	0,0024	0,0026
-2,7	0,0027	0,0029	0,0031	0,0033	0,0035
-2,6	0,0037	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047
-2,5	0,0049	0,0052	0,0055	0,0059	0,0062
-2,4	0,0066	0,0069	0,0073	0,0078	0,0082
-2,3	0,0087	0,0091	0,0096	0,0102	0,0107
-2,2	0,0113	0,0119	0,0125	0,0132	0,0139
-2,1	0,0146	0,0154	0,0162	0,0170	0,0179
-2,0	0,0188	0,0197	0,0207	0,0217	0,0228
-1,9	0,0239	0,0250	0,0262	0,0274	0,0287
—1,8	0,0301	0,0314	0,0329	0,0344	0,0359
-1,7	0,0375	0,0392	0,0409	0,0427	0,0446
-1,6	0,0465	0,0485	0,0505	0,0526	0,0548
-1,5	0,0571	0,0594	0,0618	0,0643	0,0668
-1,4	0,0694	0,0721	0,0749	0,0778	0,0808
-1,3	0,0838	0,0869	0,0901	0,0934	0,0968
—1,2	0,1003	0,1038	0,1075	0,1112	0,1151
-1,1	0,1190	0,1230	0,1271	0,1314	0,1357
-1,0	0,1401	0,1446	0,1492	0,1539	0,1587
-0,9	0,1635	0,1685	0,1736	0,1788	0,1841
-0,8	0,1894	0,1940	0,2005	0,2061	0,2119
-0,7	0,2177	0,2236	0,2297	0,2358	0,2420
-0,6	0,2483	0,2546	0,2611	0,2676	0,2743
-0,5	0,2810	0,2877	0,2946	0,3015	0,3085
-0,4	0,3166	0,3228	0,3300	0,3372	0,3446
-0,3	0,3520	0,3594	0,3669	0,3745	0,3821
-0,2	0,3897	0,3974	0,4O53	0,4i29	0,4207
-0,1	0,4286	0,4364	0,4443	0,4522	0,4602
-0,0	0,4681	0,4761	0,/,S4O	0,4920	0,5000

Окончание табл. П.2

Z	0,00	0,02	0,04	0,06	0,08
+0,0	0,5000	0,5080	0,5160	0,6239	0,5319
+0,1	0,6398	0,5478	6,5567	0,5636	0,5714
+0,2	0,6793	0,5871	0,5948	0,6026	0,6103
+0,3	0,6179	0,6255	0,6331	0,6406	0,6480
+0,4	O,6554	0,6628	0,6700	0,6772	0,6844
+0,5	0,6915	0,6985	0,7064	0,7123	0,7190
+0,6	0,7267	0,7324	0,7389	0,7454	0,7517
+0,7	0,7580	0,7642	0,7704	0,7764	0,7823
+0,8	0,7881	0,7939	0,7996	0,8051	0,8106
+0,9	0,8159	0,8212	0,8264	0,8315	0,8365
+ 1,0	0,8413	0,8461	0,8505	0,8554	0,8599
+ 1,1	0,8643	0,8686	0,8729	0,8770	0;8810
+ 1,2	0,8849	0,8888	0,8925	0,8962	0,8997
+ 1,3	0,9032	0,9066	0,9099	0,9131	0,9162
+ 1,4	0,9192	0,9222	0,9251	0,9279	0,9306
+ 1,5	0,9332	0,9367	0,9382	0,9406	0,9429
+ 1,6	0,9462	0,9474	0,9496	0,9515	0,9635
+ 1,7	0,9664	0,9673	0,9691	0,9608	0,9625
+ 1,8	0,9641	0,9656	0,9671	0,9686	0,9699
+ 1,9	0,9713	0,9726	0,9738	0,9750	0,9761
+2,0	0,9773	0,9783	0,9793	0,9803	0,9812
+2,1	0,9821	0,9830	0,9838	0,9846	0,9854
+2,2	0,9861	0,9868	0,9875	0,9881	0,9887
+2,3	0,9893	0,9898	0,9904	0,9909	0,9913
+2,4	0,9918	0,9922	0,9927	0,9931	0,9934
+2,5	0,9938	0,9941	0,9946	0,9948	0,9951
+2,6	0,9963	0,9956	0,9969	0,9961	0,9963
+2,7	0,9968	6,9967	0,9969	0,9971	0,9973
+2,8	0,9974	0,9976	0,9977	0,9979	0,9980
+2,9	0,9981	0,9983	0,9984	0,9986	0,9986
+3,0	0,99666	0,99874	0,99882	0,99889	0,99896
+3,1	0,99903	0,99910	0,99916	0,99921	0,99926
+3,2	0,99931	0,99936	0,99940	0,99964	0,99948
+3,3	0,99962	0,99956	0,99958	0,99961	0,99964
+3,4	0,99966	0,99969	0,99971	0,99973	0,99975
+3,5	0,99977	0,99978	0,99980	0,99961	0,99983

Таблица П.3

Распределение Стьюдента $P\{|t| < t_p\} = 2\int_0^{t_p} s(t;k)dt$ значения t_p

k	P(α)											
	α=0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,158	0,325	0,510	0,72	1,000	1,376	1,963	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657
2	0,142	0,289	0,445	0,617	0,816	1,061	I,38S	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925
3	0,137	0,277	0,424	0,584	0,765	0,978	1,250	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841
4	0,134	0,271	0,414	0,569	0,741	0,941	1,190	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604
5	0,132	0,267	0,408	0,559	0,727	0,920	1,156	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032
6	0,131	0,265	0,404	0,553	0,718	0,906	1,134	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707
7	0,130	0,263	0,402	0,549	0 711	0,896	1,119	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499
8	0,130	0,262	0,399	0,546	0,706	0,889	1,108	1,397	1,860	2,306	2,986	3,355
9	0,129	0,261	0,398	0,543	0,703	0,883	1,100	1,383	1,883	2,262	2,821	3,250
10	0,129	0,260	0,397	0,542	0,700	0,879	1,093	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169
11	0,129	0,260/	0,396	0,540	0,697	0,876	1,088	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106
12	0,128	0,259	0,395	0,539	0,695	0,873	1,083	1,356	1,782	1,179	2,681	3,055
13	0,128	0,259	0,394	0,538	0,694	0,870	1,079	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012
14	0,128	0,258	0,393	0,537	0,С92	0,868	1,076	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977
15	0,128	0,258	0,393	0,536	0,691	0,866	1,074	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947
16	0,128	0,258	0,392	0,535	0,690	0,865	1,071	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921
17	0,128	0,257	0,392	0,534	0,689	0,863	1,069	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898
1В	0,127	0,257	0,392	0,534	0,688	0,862,	1,067	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878
19	0,127	0,257	0,391	0,533	0,688	0,861	1,066	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861
20	0,127,	0,257	0,391	0,533	0,687	0,860	1,064	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845
21	0,127	0,257	0,391	0,532	0,686	0,859	1,063	1,323	1,721	2,080	2,518,	2,831
22	0,127	0,256	0,390	0,532	0,686	0,858	1,061	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819
23	0,127	0,256	0,3Э0	0,532	0,685	0,858	1,060	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807
24	0,127	0,256	0,390	0,531	0,685	0,857	1,059	1,318	1,711	2,064	2,492	2,707
25	0,127	0,256	0,390	0,531	0,684	0,856	1,058	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787
26	0,127	0,256	0,390	0,53!	0,684	0,856	1,058	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779
27	0,127	0,256	0,389	0,531	0,684	0,855	1,057	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771
28	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,855	1,056	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763
29	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,311	1,669	2,045	2,462	2,756
30	0,127	0,256	0,389	0,530	0,683	0,854	1,055	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	0,12566	0,25335	0,38532	0,52440	0,67449	0,84162	1,03643	1,28155	1,64485	1,95996	2,32664	2,57582

Таблица П.4

Интегральная функция x^2-рапределения Пирсона. Значения $X^2_{k;P}$ для различных k и P

k	**P**												
	0,01	**0,02**	**0,05**	**0,10**	**0,20**	**0,30**	**0,50**	**0,70**	**0,80**	**0,90**	**0,95**	**0,98**	**0,99**
1	**0,000167**	**0,000628**	**0,00393**	**0,0I58**	**0,0642**	**0,148**	**0,455**	**1,074**	**1,642**	**2,706**	**3,841**	**5,412**	**6,635**
2	**0,0201**	**0,0404**	**0,103**	**0,211**	**0,446**	**0,713**	**1,386**	**2,408**	**3,219**	**4,605**	**5,991**	**7,824**	**9,210**
3	**0,115**	**0,185**	**0,352**	**0,584**	**1,005**	**1,424**	**2,366**	**3,665**	**4,642**	**6,251**	**7,815**	**9,837**	**11,345**
4	**0,297**	**0,429**	**0,711**	**1,064**	**1,649**	**2,195**	**3,357**	**4,878**	**5,989**	**7,779**	**9,488**	**11,668**	**13,277**
S	**0,554**	**0,752**	**1,145**	**1,610**	**2,343**	**3,000**	**4,351**	**6,064**	**7,289**	**9,236,**	**11,070**	**13,388**	**15,086**
6	**0,872**	**1,134**	**1,635**	**2,204**	**3,070**	**3,828**	**5,348**	**7,231**	**8,558**	**10,645**	**12,592**	**15,033**	**16,812**
7	**1,239**	**1,564**	**2,167**	**2,833**	**3,822**	**4,671**	**6,346**	**8,383**	**9,803**	**12,017**	**14,067**	**16,622**	**18,475**
8	**1,646**	**2,032**	**2,733**	**2,490**	**4,594**	**5,527**	**7,344**	**9,524**	**11,030**	**13,362**	**15,507**	**18,168**	**20,090**
9	**2,088**	**2,532**	**3,325**	**4,168**	**5,380**	**6,393**	**8,343**	**10,656**	**12,242**	**14,684**	**16,919**	**19,679**	**21,666**
10	**2,558**	**3,059**	**3,940**	**4,865**	**6,179**	**7,267**	**9,342**	**11,781**	**13,442**	**15,987**	**18,307**	**21,161**	**23,209**
11	**3,053**	**3,609**	**4,575**	**5,578**	**6,989**	**8,148**	**10,341**	**12,899**	**14,631**	**17,275**	**19,675**	**22,618**	**24,725**
12	**3,571**	**4,178**	**5,226**	**6,304**	**7,807**	**9,034**	**11,340**	**14,011**	**15,812**	**18,549**	**21,026**	**24,054**	**26,217**
13	**4,107**	**4,765**	**5,982**	**7,042**	**8,634**	**9,926**	**12,340**	**15,119**	**16,985**	**19,812**	**22,362**	**25,472**	**27,688**
14	**4,660**	**5,368**	**6,571**	**7,790**	**9,467**	**10,821**	**13,339**	**16,222**	**18,151**	**21,064**	**23,685**	**26,873**	**29,141**
15	**5,229**	**5,985**	**7,261**	**8,547**	**10,307**	**11,721**	**14,339**	**17,322**	**19,311**	**22,307**	**24,996**	**28,259**	**30,578**
16	**5,812**	**6,614**	**7,962**	**9,312**	**11,152**	**12,624**	**15,338**	**18,418**	**20,465**	**23,542**	**26,296**	**29,633**	**32,000**
17	**6,408**	**7,255**	**8,672**	**10,085**	**12,002**	**13,531**	**16,338**	**19,511**	**•21,615**	**24,769**	**27,587**	**30,995**	**3,1,409**
18	**7,015**	**7,906**	**9,390**	**10,865**	**12,857**	**14,440**	**17,338**	**20,601**	**22,700**	**25,989**	**28,869**	**32,346**	**34,805**
19	**7,633**	**8,567**	**10,117**	**11,651**	**12,716**	**15,352**	**18,338**	**21,689**	**23,'JOO**	**27,204**	**30,144**	**33,687**	**36,191**
20	**8,260**	**9,237**	**I0,8SI**	**12,444**	**14,578**	**16,266**	**19,337**	**22,775**	**25,038**	**28,412**	**31,410**	**35,020**	**37,566**
21	**8,897**	**9,915**	**11,591**	**13,240**	**15,445**	**17,182**	**20,337**	**23,858**	**26,171**	**29,615**	**32,671**	**36,343**	**38,932**
22	**9,542**	**10,600**	**12,338**	**14,041**	**16,314**	**18,101**	**21,337**	**24,939**	**27,301**	**30,813**	**33,924**	**37,659**	**40,289**
23	**10,196**	**11,293**	**13,091**	**14,848**	**17,187**	**19,021**	**22,337**	**26,018**	**28,429**	**32,007**	**35,172**	**38,968**	**41,638**
24	**10,856**	**11,992**	**13,848**	**15,659**	**18,062**	**19,943**	**23,337**	**27,096**	**29,553**	**33,196**	**36,415**	**40,270**	**42,980**
25	**11,524**	**12,697**	**14,611**	**16,473**	**18,940**	**20,867**	**24,337**	**28,172**	**30,675**	**34,381**	**37,652**	**41,566**	**44,314**
26	**12,198**	**13,409**	**15,379**	**17,292**	**19,820**	**21,792**	**25,336**	**29,246**	**31,795**	**35,563**	**38,885**	**42,856**	**45,642**
27	**12,879**	**14,125**	**16,151**	**18,114**	**20,703**	**22,710**	**26,336**	**30,319**	**32,912**	**36,741**	**40,113**	**44,140**	**46,963**
28	**13,565**	**14,847**	**16,928**	**18,939**	**21,588**	**23,647**	**27,336**	**31,391**	**34,027**	**37,916**	**41,337**	**45,419**	**48,278**
29	**14,256**	**15,574**	**17,708**	**19,768**	**22,475**	**24,577**	**28,335**	**32,461**	**35,139**	**39,087**	**42,557**	**46,693**	**49,588**
30	**14,953**	**16,306**	**18,493**	**20,599**	**23,364**	**25,508**	**29,336**	**33,530**	**36,250**	**40,256**	**43,773**	**47,962**	**50,892**

ОГЛАВЛЕНИЕ

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ, СЕРТИФИКАЦИЯ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к проведению практических занятий и самостоятельной работы
по дисциплинам «Метрология», «Основы метрологии, стандартизации,
сертификации и контроля качества», «Метрология, стандартизация
и сертификация» для студентов направлений 13.03.01 «Теплоэнергетика
и теплотехника», 08.03.01. «Строительство» 21.03.01 «Нефтегазовое дело»
всех форм обучения

Составители:
Мартыненко Галина Николаевна
Сотникова Ольга Анатольевна

В авторской редакции

Компьютерный набор Г. Н. Мартыненко

Подписано к изданию 14.06.2022.
Уч.-изд. л. 2,1.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84