

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета радиотехники и электроники

Небольсин В.А.

«31» августа 2021 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

«Математика»

Направление подготовки 14.03.01 Ядерная энергетика и теплофизика

Профиль Техника и физика низких температур

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2019

Автор программы

/ С.А. Кострюков /

Заведующий кафедрой
высшей математики и
физико-математического
моделирования

/ И.Л. Батаронов /

Руководитель ОПОП

/ О.В. Калядин /

Воронеж 2021

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

Целями изучения дисциплины является воспитание высокой математической культуры, привитие навыков современных видов математического мышления, использование математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

1.2. Задачи освоения дисциплины

1.2.1. Получить представление о математике как особом способе познания мира, общности ее понятий и представлений.

1.2.2. Научиться использовать основные понятия и методы математического анализа, аналитической геометрии, линейной алгебры, дифференциальных уравнений; математические модели простейших систем и процессов в естествознании и технике.

1.2.3. Овладеть навыками употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов; исследования моделей с учетом их иерархической структуры и оценкой пределов применимости полученных результатов.

1.2.4. Научить основным приемам обработки и анализа экспериментальных результатов и умению пользоваться универсальными системами компьютерной математики при решении математических задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Математика» относится к дисциплинам обязательной части блока Б.1 учебного плана.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 – Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.

ОПК-1 – Способен использовать базовые знания естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
УК-1	Знать метод системного анализа.
	Уметь применять системный подход для решения поставленных задач.
	Владеть методикой системного подхода для решения поставленных задач.
ОПК-1	Знать основные законы – аналитической геометрии и линейной алгебры, – дифференциального и интегрального исчисления,

	– теории дифференциальных уравнений.
	Уметь использовать основные законы математики в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования.
	Владеть навыками использования основных законов математики в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Математика» составляет 10 зачетных единиц.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1	2	3	
Аудиторные занятия (всего)	180	90	54	36	
В том числе:					
Лекции	72	36	18	18	
Практические занятия (ПЗ)	108	54	36	18	
Самостоятельная работа	99	18	54	27	
Часы на контроль	81	36	-	45	
Курсовая работа				+	
Вид промежуточной аттестации:					
– экзамен	+	+		+	
– зачет	+		+		
Общая трудоемкость	час	360	144	108	108
	зач. ед.	10	4	3	3

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1. Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекция	Прак зан.	СРС	Всего час
1	Элементы теории множеств и высшей алгебры	Множества и подмножества. Операции над множествами. Отношения и отображения. Мощность множества. Множество действительных чисел. Логическая символика. Теорема Безу. Основная теорема алгебры. Рациональные дроби. Разложение рациональных дробей на простейшие. Комплексные числа в алгебраической форме и действия над ними. Геометрическая интерпретация, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Многочлены и алгебраические уравнения. Прямоугольные матрицы и действия над ними. Квадратные матрицы и их определители. Основные свойства определителей. Методы вычисления определителей.	12	20	6	38

		<p>Обратная матрица. Ранг матрицы и его вычисление. Матричные уравнения</p> <p>Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера. Системы m линейных уравнений с n неизвестными. Метод Гаусса.</p> <p>Теорема Кронекера–Капелли. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений.</p>				
2	Аналитическая геометрия	<p>Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось. Координаты вектора в заданном базисе. Декартовы координаты векторов и точек. Действия над векторами, заданными своими координатами.</p> <p>Скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их основные свойства, координатные выражения и применение. Системы координат на плоскости. Декартова и полярная системы координат. Преобразование системы координат при параллельном переносе и повороте осей координат.</p> <p>Уравнение линии на плоскости. Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гипербола и парабола.</p> <p>Прямая на плоскости. Различные формы уравнения прямой. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой.</p> <p>Плоскость в пространстве. Различные формы уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве.</p> <p>Уравнения поверхности и линии в пространстве. Поверхности второго порядка. Исследование формы поверхности методом сечений.</p>	8	12	4	24
3	Введение в математический анализ	<p>Понятие функции. Числовые функции одной действительной переменной. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Способы задания функции. Обратные, сложные и неявные функции. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Число e. Понятие числового ряда.</p> <p>Предел функции. Односторонние пределы. Ограниченные и неограниченные функции. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций. Действия с пределами. Замечательные пределы.</p> <p>Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Непрерывность элементарных функций. Свойства функций, непрерывных на отрезке.</p>	6	6	3	15
4	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	<p>Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Основные правила нахождения производных. Таблица основных производных. Производная сложной и обратной функции. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическая производная.</p> <p>Дифференциал функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.</p> <p>Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья. Формула Тейлора. Понятие о ряде Тейлора.</p> <p>Условие монотонности функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции. Направление выпуклости функции. Точки перегиба. Асимптоты функции.</p> <p>Векторные функции действительной переменной. Предел и непрерывность. Производная и дифференциал, их физический смысл.</p> <p>Общая схема исследования функции и построение ее</p>	10	16	5	31

		графика. Дифференциальные характеристики плоских и пространственных кривых.				
<i>Экзамен</i>						36
5	Интегральное исчисление функций одной действительной переменной	<p>Понятие о первообразной и неопределенном интеграле. Свойства неопределенного интеграла. Интегрирование методами замены переменной и по частям. Таблица основных неопределенных интегралов. Интегрирование рациональных дробей и тригонометрических функций. Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.</p> <p>Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Формула Ньютона–Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Вычисление определенного интеграла методами замены переменной и по частям.</p> <p>Несобственные интегралы с бесконечными пределами и от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.</p>	10	14	24	48
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	<p>Понятие функции нескольких переменных. Частные производные и дифференциал. Дифференцирование сложных функций. Полная производная. Дифференцирование неявных функций. Частные производные и дифференциалы высших порядков.</p> <p>Экстремум функции нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Условный экстремум.</p>	0	12	12	24
7	Кратные интегралы	<p>Двойной интеграл, его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному в декартовой системе координат.</p> <p>Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.</p> <p>Замена переменной в двойном и тройном интегралах. Двойной интеграл в полярных координатах. Вычисление тройного интеграла в цилиндрических и сферических координатах.</p> <p>Вычисление интегралов, зависящих от параметра. Несобственные кратные интегралы.</p> <p>Геометрические и механические приложения кратных интегралов.</p>	8	10	18	36
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	<p>Понятие об дифференциальных уравнениях. Задача Коши и краевая задача. Существование и единственность решения задачи Коши.</p> <p>Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.</p> <p>Уравнения 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах: с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, в полных дифференциалах.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения: однородные и неоднородные. Общее решение. Фундаментальная система решений. Метод Лагранжа вариации постоянных.</p> <p>Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Уравнения с правой частью специального вида.</p> <p>Нормальные системы дифференциальных уравнений. Линейные нормальные системы. Задача Коши. Метод исключения.</p> <p>Физический смысл нормальной системы. Понятие об устойчивости решения дифференциальных уравнений.</p>	10	12	15	37
9	Основы линейной алгебры	<p>Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства. Пространства со скалярным произведением. Ортогональный и ортонормированный базис. Процедура ортогонализации Шмидта.</p> <p>Линейные операторы и действия с ними. Матрица линей-</p>	8	6	12	26

		ного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Приведение матрицы оператора к диагональному виду. Линейные нормированные функциональные пространства. Линейные дифференциальные операторы. Задача Штурма–Лиувилля. Ряды Фурье по ортогональным системам. Полнота и замкнутость системы. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Условие знакоопределенности квадратичной формы. Приведение уравнений кривых и поверхностей второго порядка к каноническому виду.							
<i>Экзамен</i>						45			
Итого						72	108	99	360

5.2 ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсовой работы в 3 семестре.

По тематике курсовые работы распределены на две большие группы. Первая группа включает темы, связанные с численными методами решения различных математических задач. Например,

- Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений.
- Численное решение систем нелинейных уравнений.
- Численное решение задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.
- Методы численного дифференцирования.
- Интерполирование функций одной переменной.

Вторую группу составляют темы, относящиеся к некоторым указанным разделам дисциплины (дифференциальные уравнения, ряды и др.), для более детального изучения соответствующих вопросов, представляющих практический интерес. К примеру,

- Приложения степенных рядов.
- Устойчивость решения дифференциальных уравнений по первому приближению.
- Краевые задачи для линейных ОДУ 2-го порядка.
- Задача Штурма–Лиувилля. Ортогональные разложения.
- Решение линейных систем дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Курсовой работа включает в себя теоретическую (реферативную) и практическую (аналитическую) части. В последней предлагается провести расчетный анализ 1–2 задач, затрагивающих практический аспект соответствующего материала. Например, для темы «Приложения степенных рядов» такой задачей может быть

Найти решение задачи Коши в виде степенного ряда (вычислить семь первых ненулевых членов разложения)

$$y'' = xy' - y^2, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Предусмотрены следующие темы письменных работ.

Первый семестр

1. Типовой расчет (индивидуальные домашние задания – ИДЗ) «Аналитическая геометрия. Векторная алгебра» (выдается на 7 неделе, прием на 12 неделе).
2. Типовой расчет «Пределы. Дифференцирование» (выдается на 12 неделе, прием на 17 неделе).

Второй семестр

1. Типовой расчет «Интегралы от функций одной действительной переменной» (выдается на 2 неделе, прием на 8 неделе).

Третий семестр

1. Типовой расчет «Дифференциальные уравнения» (выдается на 3–4 неделе, прием на 9–10 неделе).

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	Знать метод системного анализа	Решение не менее половины стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь применять системный подход для решения поставленных задач.	Решение не менее половины стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть методикой системного подхода для решения поставленных задач	Решение не менее половины прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-1	Знать основные законы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений	Активная работа на практических занятиях, ответ не менее чем на половину заданных в процессе опроса вопросов	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь использовать основные законы математики в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования	Решение не менее половины стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

	Владеть навыками использования основных законов математики в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования	Решение не менее половины прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
--	--	--	---	---

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 1, 2, 3 семестре для очной формы обучения по двух/четырёхбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
УК-1	Знать метод системного анализа	Решение практических задач	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	Уметь применять системный подход для решения поставленных задач.	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть методикой системного подхода для решения поставленных задач	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знать основные законы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	Уметь использовать основные законы математики в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть навыками использования основных законов математики в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

или

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл	Неудовл
УК-1	Знать метод системного анализа	Решение практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

	Уметь применять системный подход для решения поставленных задач.	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть методикой системного подхода для решения поставленных задач	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знать основные законы аналитической геометрии и линейной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления, теории дифференциальных уравнений	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 70- 90%	Выполнение теста на 50-70%	В тесте менее 50% правильных ответов
	Уметь использовать основные законы математики в профессиональной деятельности, применять методы математического анализа и моделирования	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть навыками использования основных законов математики в профессиональной деятельности, применения методов математического анализа и моделирования	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Первый семестр

- На координатной плоскости комплексное число изображается:
 - точкой или радиус-вектором
 - отрезком
 - плоской геометрической фигурой
 - заштрихованной частью плоскости
- Матрицы можно умножать
 - всегда
 - если число строк в первой матрице равно числу столбцов во второй
 - если число столбцов в первой матрице равно числу строк во второй
 - только квадратные
- Обратная матрица есть у
 - любой матрицы
 - любой квадратной матрицы
 - любой квадратной невырожденной матрицы

Г) это редкое свойство, оно у матриц встречается индивидуально

4. Если у неоднородной системы n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными определитель равен нулю, то

- А) ее можно решать по формулам Крамера
- Б) ее можно решать матричным методом
- В) ее можно решать методом Гаусса
- Г) ее нельзя решать

5. Векторное произведение равно нулю для

- А) коллинеарных векторов
- Б) компланарных векторов
- В) перпендикулярных векторов
- Г) оно не равно нулю, если векторы ненулевые.

6. Смешанное произведение трех векторов равно

- А) объему параллелепипеда, построенного на них
- Б) по модулю равно объему параллелепипеда, построенного на них
- В) объему тетраэдра, построенного на них
- Г) площади параллелограмма

7. Соответствие между уравнениями прямых на плоскости и их названиями:

1) $y=kx+b$. 2) $Ax+Bx+C=0$. 3) $\frac{x-x_0}{p} = \frac{y-y_0}{q}$.

4) $\frac{x-x_1}{x_2-x_1} = \frac{y-y_1}{y_2-y_1}$. 5) $\begin{cases} x = pt + x_0, \\ y = qt + y_0. \end{cases}$ 6) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$.

а) параметрическое уравнение; б) уравнение прямой, проходящей через две данные точки; с) каноническое уравнение; д) уравнение прямой в отрезках; е) с угловым коэффициентом; ф) общее уравнение.

8. Окружность – это геометрическое место точек плоскости, равноудаленных

- А) от данной точки этой же плоскости
- Б) от двух данных точек этой же плоскости
- В) от данной прямой и данной точки
- Г) правильный ответ не указан

9. Дифференциал равен

- А) угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке касания
- Б) скорости изменения функции
- В) приращению ординаты касательной
- Г) производной в точке касания

10. Если для любого $\varepsilon > 0$ существует N такое, что для любого x из $|x| > N$ следует $|f(x)-a| < \varepsilon$, то

А) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$; Б) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$; В) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = -\infty$; Г) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$; Д) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$.

11. Из непрерывности функции

- А) следует дифференцируемость
- Б) не следует дифференцируемость
- В) следует непрерывность производной

12. С помощью правила Лопиталья

- А) раскрывают любые неопределенности при вычислении пределов

- Б) раскрывают неопределенность $0/0$, бесконечность/бесконечность при вычислении пределов
 В) находят производные
 Г) находят приращения
13. Если пределы функции слева и справа в точке разрыва конечны и не равны, то это
 А) устранимая точка разрыва
 Б) точка разрыва первого рода
 В) точка разрыва второго рода.
14. Второй дифференциал функции $f(x)$ в точке x имеет вид
 А) $df(x) \cdot \Delta x$; Б) $f(x)dx^2$; В) $d(f(x \cdot \Delta x))$; Г) $d^2 f(x) \cdot \Delta x$; Д) $f''(x)dx^2$.
15. Для дифференцируемой функции $f(x)$ из приведенных условий выбрать необходимое условие точки перегиба:
 а) $f'(x_0) > 0$; б) $f'(x_0) < 0$; в) $f''(x_0) > 0$; г) $f''(x_0) < 0$; д) $f'(x_0) = 0$; е) $f''(x_0) = 0$.

Второй семестр

1. Одна из первообразных для функции $\sin(5x-7)$ имеет вид
 1) $5\cos(5x-7)$; 2) $3-5\cos(5x-7)$; 3) $1-\frac{1}{5}\cos(5x-7)$; 4) $-2\cos(5x-7)$; 5) $\frac{1}{5}\cos(5x-7)-2$.
2. Неопределенный интеграл $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt[3]{x^3+1}}$ равен
 1) $c + \frac{1}{3}(x^3+1)$; 2) $(x^3+1)^{\frac{1}{3}} + c$; 3) $c - (x^3+1)^{\frac{1}{3}}$;
 4) $\frac{1}{2}(x^3+1)^{\frac{2}{3}} + c$; 5) $\frac{1}{2}(x^3+1)^{-\frac{2}{3}} + c$
3. Площадь криволинейной трапеции, ограниченной графиками функций $y = (x-2)^2$, $y^2 = x-2$ равна
 1) $\frac{1}{6}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) 2; 4) $\frac{1}{3}$; 5) $\frac{2}{3}$.
4. Несобственный интеграл $I = \int_0^{\infty} x e^{-x^2} dx$
 1) расходится; 2) $I = \frac{1}{2}$; 3) $I = 1$; 4) $I = 0$; 5) $I = -1$.
5. Частная производная функции $z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}$ по y в точке $M(\pi, 1)$ равна
 1) 0; 2) $\frac{1}{\pi}$; 3) 1; 4) $-\pi$; 5) $\pi+1$.
6. Двойной интеграл по определению это
 А) два повторных
 Б) предел интегральных сумм
 В) предел интегральных сумм по некоторой правильной области

Г) предел интегральных сумм при условии, что он существует и не зависит от способа разбиения области.

7. В полярной системе координат двойной интеграл имеет вид

А) $\iint_D f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) d\varphi dr$; Б) $\iint_D f(r \sin \varphi, r \cos \varphi) r d\varphi dr$;

В) $\iint_D f(r \sin \varphi, r \cos \varphi) d\varphi dr$; Г) $\iint_D f(r \cos \varphi, r \sin \varphi) r d\varphi dr$.

8. Метод вычисления двойного интеграла при $a \leq x \leq b$ и $\varphi_1(x) \leq y \leq \varphi_2(x)$

А) $\int_a^b dx \int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x, y) dy$; Б) $\int_a^b dy \int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} f(x, y) dx$; Г) $\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} dy \int_a^b f(x, y) dx$; Д) $\int_{\varphi_1(y)}^{\varphi_2(y)} dx \int_a^b f(x, y) dy$

9. В результате подстановки $t = 2x - 3$ интеграл $\int \frac{1}{\sqrt{2x-3}} dx$ приводится к виду

А) $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dt$; Б) $\frac{1}{2} \int \frac{1}{\sqrt{t}} dt$; В) $2 \int \frac{1}{\sqrt{t}} dt$; Г) $\int \frac{1}{\sqrt{t}} dx$.

10. Среди перечисленных интегралов укажите ВСЕ, которые вычисляются с помощью формулы интегрирования по частям:

1) $\int \cos^3 x dx$; 2) $\int x \cos x dx$; 3) $\int x \cos^2 x dx$; 4) $\int x e^x dx$;

5) $\int x e^{x^2} dx$; 6) $\int x \ln x dx$; 7) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$.

Третий семестр

1. Дифференциальное уравнение $y' - y = \frac{y+1}{x}$ является

- 1) с разделяющимися переменными;
- 2) Бернулли;
- 3) линейным;
- 4) однородным.

2. Общим решением дифференциального уравнения $y'' + 5y' + 6y = 0$ является

- 1) $c_1 \cos(-3x) + c_2 \sin(-2x)$
- 2) $c_1 e^{-3x} + c_2 e^{-2x}$
- 3) $c_1 e^{3x} + c_2 e^{2x}$
- 4) $c_1 e^{-3x} + c_2 \sin(-2x)$

3. При каком виде правой части линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами частное решение можно находить только методом Лагранжа?

- 1) $f(x) = 2$;
- 2) $f(x) = 3 \sin^2 x$;
- 3) $f(x) = e^x (\sin x + 2 \cos x)$;
- 4) $f(x) = 1/\sin x$;
- 5) $f(x) = (x^3 + 1)e^{-2x}$.

4. Для решения однородных дифференциальных уравнений 1-го порядка используется подстановка

А) $y = ux$; Б) $y = u/x$; В) $y = uv$; Г) $y = z^{-1}$.

5. Частным решением дифференциального уравнения является функция

$$y'' = 6x \quad y = \frac{x^5}{4}$$

$$y'' = -x^2 + 2 \quad y = 8x^2$$

$$y'' = 5x^3 \quad y = -\frac{x^4}{12} + x^2$$

$$y'' = 16 \quad y = x^3$$

6. Частным решением дифференциального уравнения является функция

$$y'' - 2y' + 2y = x - x^2 \quad 1) y = -x^3 - 3/2x^2 - 2x$$

$$y'' - 2y' = 6x^2 + 1 \quad 2) y = 2x + 3$$

$$y'' + 4y = 8x + 12 \quad 3) y = -1/2(x^2 + x)$$

7. Характеристическому уравнению $k^2 + 1 = 0$ соответствует дифференциальное уравнение

1) $y'' + y' + 1 = 0$; 2) $y'' + y = 0$; 3) $y'' + 1 = 0$; 4) $y'' - y = 0$; 5) $y'' + y' = 0$.

8. Установите соответствие между дифференциальными уравнениями первого порядка и их названиями

1) $y dx + (2\sqrt{xy} - x) dy = 0$;

2) $(x^2 + y^2 + 2x) dx + 2xy dy = 0$;

3) $(xy^2 + x) dx + (x^2 y - y) dy = 0$;

4) $(x^2 + y) dx - x dy = 0$.

а) с разделяющимися переменными;

б) однородное;

в) линейное;

г) в полных дифференциалах.

9. Частное решение линейного дифференциального уравнения $y'' - 4y = 3\cos 2x$ следует искать в виде

а) $\bar{y} = e^x(A\cos 2x + B\sin 2x)$;

б) $\bar{y} = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$;

в) $\bar{y} = (Ax + B)\cos 2x + C\sin 2x$;

г) $\bar{y} = A\cos 2x + B\sin 2x$;

д) $\bar{y} = (Ax + B)\cos 2x + (Cx + D)\sin 2x$.

10. Решить задачу Коши – это найти

а) общее решение дифференциального уравнения;

б) найти множество интегральных кривых;

в) произвольную постоянную C ;

г) частное решение дифференциального уравнения, удовлетворяющее начальным условиям;

д) найти общий интеграл дифференциального уравнения.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

Первый семестр

1. Решить систему линейных уравнений методом Крамера:

$$2x_1 - 3x_2 + x_3 = -7$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = -1$$

$$x_1 - 4x_2 = -5.$$

2. Исследовать систему и решить методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = -2 \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 - x_4 = -5 \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 + 2x_4 = -1 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 6x_4 = -10 \end{cases}$$

3. Прямая $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{\alpha} = \frac{z}{3}$ параллельна плоскости $3x-2y+2z+1=0$ при α равном

А) $-\frac{8}{3}$; Б) 9; В) $\frac{3}{4}$ Г) 1; Д) -3.

4. Даны точки А(1, 2, 3), В(-1, 0, 2), С(0,1, -1), D(2, -3, 0). Найти:

- 1) орт вектора АВ,
- 2) Направляющие косинусы вектора СВ,
- 3) Проекцию вектора АВ на вектор СВ,
- 4) Угол между векторами АВ и АС,
- 5) Площадь треугольника АВС,
- 6) Объем пирамиды ABCD,
- 7) Длину высота треугольника АВС, опущенную из С на АВ,
- 8) Высоту в пирамиде, опущенную из D на АВС,
- 9) Лежат ли точки А,В,С,Е в одной плоскости, если Е(-1,1,2).

5. Найти пределы

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - x}{x^2 + x - 2}$; 2) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{7+2x-x^2}}{x^2 - 2x}$; 3) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x-2}{5x+2} \right)^x$; 4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{2x \cdot \operatorname{tg} 2x}$

6. Найти производные функций:

1) $y = \frac{x^4 + x}{x^3 + 1}$; 2) $y = 3^{\operatorname{tg} 4x}$; 3) $y = \ln \cos 7x$; 4) $y = \sqrt{x^3 + 2x + 3}$; 5) $y = (x^4 + 1) \sin^2 3x$.

7. Найти точку пересечения прямой и плоскости, если $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$, $x + 2y + 3z - 29 = 0$.

8. Найти интервалы выпуклости, вогнутости и точки перегиба кривой

$$y = \sqrt[3]{4x^3 - 12x}$$

9. Найти точки экстремума и асимптоты кривой

$$y = \frac{16}{x(4 - x^2)}$$

10. Вычислить приближенно $\arccos(0,9)$.

Второй семестр

1. Вычислить интегралы:

1) $\int \frac{3 + \sqrt{x}}{x^2} dx$ 2) $\int (7x - 10) \cos 4x dx$

3) $\int \frac{(\operatorname{arctg} x)^4 + 1}{1 + x^2} dx$ 4) $\int \frac{(6x-1)}{x^2 - 6x + 13} dx$.

2. Вычислить интеграл

1) $\int_2^4 \left(\frac{3}{x} - \frac{6}{x^2} - \sin \frac{\pi x}{8} \right) dx$. 2) $\int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx$.

3. Вычислить длину дуги кривой $y = 2 - e^x$, $\ln \sqrt{3} \leq x \leq \ln \sqrt{8}$.

4. Вычислить площадь сегмента, отсекаемого прямой $y = -x$ от параболы $y = 2x - x^2$.

5. Вычислить частные производные 1-го порядка и дифференциал функции двух переменных:

$$f = \frac{x(x-y)}{y^2}.$$

6. Исследовать функцию $z = x^2 + xy + y^2 + x - y + 1$ на экстремум.

7. Изменить порядок интегрирования.

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1} dx \int_{-\sqrt{2-x^2}}^0 f dy + \int_{-1}^0 dx \int_x^0 f dy.$$

8. Вычислить

$$\iint_D (x^2 y + 3xy^2) dx dy$$

$$D: x = -1, x = 1, y = 1, y = 2.$$

9. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y^2 - 2y + x^2 = 0,$$

$$y^2 - 10y + x^2 = 0,$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3}}x, y = \sqrt{3}x.$$

10. Вычислить двойной интеграл $\iint_S 3dx dy$ при условии, что область S ограничена кривыми

$$y = -x^2, x = y^2.$$

Третий семестр

1. Решить дифференциальные уравнения.

1) $y' = (1 + y^2)x^2$; 2) $y' = \frac{y^2}{x^2} + 4\frac{y}{x} + 2$. 3) $y' + xy = (x-1)e^x y^2$.

2. Найти решение задачи Коши

$$y' - y/x = x^2, y(1) = 0.$$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения, понизив его порядок.

$$(1 - x^2)y'' - xy' = 2$$

4. Найти общий интеграл дифференциального уравнения.

$$(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0.$$

5. Найдите общее решение дифференциального уравнения

1) $y'' - 2y' - 8y = 80 \cos 2x$, 2) $y'' - 6y' + 13y = 25xe^{2x}$,

6. Решить задачу Коши $y'' - 4y' + 4y = -x^2 + 3x$, $y(0) = 3$, $y'(0) = 4/3$.

7. Найти решение задачи Коши.

$$y'' - 6y' + 8y = 4/(1 + e^{-2x}), y(0) = 1 + 2 \ln 2, y'(0) = 6 \ln 2.$$

8. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \dot{x} = 4x + 3, \\ \dot{y} = x + 2y; \end{cases} \quad x(0) = -1, y(0) = 0.$$

9. Найти координаты вектора $\mathbf{x} = \{1, 2, 4\}$ в базисе $(\mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$, если он задан в базисе $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$.

$$\begin{cases} \mathbf{e}'_1 = \mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + 3\mathbf{e}_3, \\ \mathbf{e}'_2 = (3/2)\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{e}'_3 = -\mathbf{e}_1 + \mathbf{e}_2 + \mathbf{e}_3, \end{cases}$$

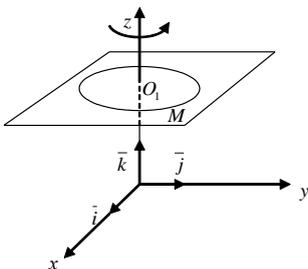
10. Привести квадратичную форму к каноническому виду ортогональным преобразованием

$$2x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 8x_1x_3 - 8x_2x_3.$$

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Первый семестр

1. Записать разложение силового вектора \vec{F} по базису $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$, зная, что сила \vec{F} приложена к точке $M(x, y, z)$ и направлена к началу координат, а величина силы \vec{F} прямо пропорциональна расстоянию от точки M до начала координат. Коэффициент пропорциональности равен k .
2. Вектор \vec{E} приложенный в произвольной точке пространства M имеет направление радиус-вектора $\vec{r} = \overrightarrow{OM}$ и длину $|\vec{E}| = \frac{q}{r^2}$, $r = |\vec{r}|$, $q > 0 - const$. Как записать вектор \vec{E} ? С каким физическим законом связан вектор \vec{E} ?
3. К точке O приложены силы \vec{F}_i , $i = 1, 2, 3, 4$, одинаковой величины $|\vec{F}_i| = F$. Зная, что $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = (\vec{F}_2, \vec{F}_3) = (\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 72^\circ$, найти значение и направление равнодействующей.
4. Найти центр тяжести системы, состоящей из двух материальных точек A_1 и A_2 , в которых сосредоточены массы m_1 и m_2 . Радиус-векторы точек A_1 и A_2 соответственно равны \vec{r}_1 и \vec{r}_2 .
5. Найти величину равнодействующей двух сил, приложенных к одной точке, зная величину составляющих сил и угол между ними.
Решить задачу для случая трех составляющих сил, предполагая известными величины этих сил и три угла между направлениями сил, взятых попарно.
6. Пусть электрон, заряд которого равен e , движется со скоростью \vec{v} в магнитном поле постоянной напряженности \vec{H} . В таком случае на электрон действует отклоняющая сила \vec{F} , определяемая формулой $\vec{F} = \frac{e}{c}[\vec{v} \times \vec{H}]$, где c - скорость света. Найти величину силы \vec{F} .
7. Три силы $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$, приложены в одной точке, имеют взаимно перпендикулярные направления, $F_i = |\vec{F}_i|$, $i = 1, 2, 3$. Определить величину их равнодействующей \vec{F} и работу, которую она совершает, когда ее точка приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из начала в конец вектора \vec{F}_3 .
8. Пусть вращательное движение жидкости вокруг оси Oz задано вектором угловой скорости $\vec{\omega} = \omega \vec{k}$. Радиус-вектор частицы жидкости, находящейся в точке $M(x, y, z)$ относительно центра ее вращения, обозначим через $\vec{\rho}$. Вектор $\vec{v}(M) = [\vec{\omega} \times \vec{\rho}]$ является вектором линейной скорости вращающейся частицы жидкости.



центра ее вращения, обозначим через $\vec{\rho}$. Вектор $\vec{v}(M) = [\vec{\omega} \times \vec{\rho}]$ является вектором линейной скорости вращающейся частицы жидкости.

- 1) Показать на чертеже векторы $\vec{\omega}, \vec{\rho}, \vec{v}$.
- 2) Найти разложение вектора \vec{v}

по базису $\bar{i}, \bar{j}, \bar{k}$ и значение $|\bar{v}|$.

9. Закон изменения тока в электромагните без шунта определяется формулой

$$i(t) = \frac{E}{R_1 + R_2} (I - e^{-\frac{L}{R_1 + R_2} t}).$$
 Считая все параметры этой формулы постоянными, найти скорость тока в момент времени $t = 0$.

10. Сила действия кругового электрического тока на небольшой магнит, ось которого расположена на перпендикуляре к плоскости круга, проходящем через его центр, выражается

формулой $F = \frac{cx}{(a^2 + x^2)^{3/2}}$, где $c - const$, x - расстояние от центра круга до магнита

($0 < x < \infty$), a - радиус круга. При каком значении x величина F будет наибольшей?

11. Движение материальной точки происходит по закону $S = Ae^{-kt} \sin \omega t$, ($A, k, \omega > 0$), который называется законом затухающих колебаний. Найти скорость движения, ускорение и силу, под действием которой происходит это движение.

12. В полушар радиусом R вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.

Второй семестр

1. Напряжение синусоидального тока дается формулой $E(t) = E_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$, а ток формулой

$J(t) = J_0 \sin(\frac{2\pi t}{T} - \varphi_0)$, где E_0 и J_0 - постоянные величины; T - период; φ_0 - так называемая разность фаз. Вычислить работу тока за время от $t_1 = 0$ до $t_2 = T$.

2. Котел, имеющий форму эллиптического параболоида $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$ и высотой $H = 4$ м, заполнен жидкостью плотностью $\delta = 0,8 \text{ т/м}^3$. Вычислить работу, которую нужно затратить на перекачивание жидкости через край котла.

3. Вычислить координаты центра масс однородной плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 6 - x^2, y = 2$.

4. В электростатическом поле, образованном системой распределенных зарядов, потенциал электростатического поля изменяется по закону $\varphi = \frac{x^2}{a} + \frac{y^2 + z^2}{b}$, где a, b - постоянные величины. Найти законы изменения напряженности электростатического поля вдоль осей координат.

5. Температура в некотором объеме газа за счет нескольких источников теплоты распределяется по закону $T = \frac{A}{x^2} + \frac{B}{y} + \frac{C}{z}$, где A, B, C - постоянные величины. Получить выражение для теплового потока в единицу времени через малую площадку S , расположенную параллельно плоскости YOZ . Коэффициент теплопроводности газа в пределах малой площадки считать постоянным и равным k .

6. Найти координаты центра тяжести тела, ограниченного поверхностями $2z = x^2 + 4x + y^2 - 2y + 5, z = 2$, если плотность тела изменяется по закону:

$$\rho = \rho_0((x+2)^2 + (y-1)^2);$$

7. Найти моменты инерции относительно координатных плоскостей однородного тела плотности ρ_0 , ограниченного поверхностями:
 $z = 4 - x^2 - y^2, z = 1, x = 0, y = 0 (x \geq 0, y \geq 0)$.
8. Найти момент инерции I_z тела, образованного общей частью шара $x^2 + y^2 + (z - R)^2 \leq R^2$ и конуса $x^2 + y^2 - z^2 \leq 0$, если плотность тела равна единице.
9. Найти моменты инерции I_x и I_y относительно осей Ox и Oy однородной пластинки с плотностью $\rho = \rho_0$, ограниченной кривыми:
 $y = 0, y = x, y = 2 - x$;
10. Найти суммарный заряд равномерно заряженного по объему тела, представляющего собой эллипсоид с полуосями a, b, c , если объемная плотность заряда равна ρ .

Третий семестр

1. Скорость материальной точки изменяется по закону $\mathbf{v} = A(2t^3 - B)\mathbf{i} + D \sin(2\pi t/3)\mathbf{j}$, где $A = 1 \text{ м/с}^4; B = 1 \text{ с}^3; D = 1 \text{ м/с}$. Найти закон движения материальной точки, если в начальный момент времени она находилась в начале координат.
2. Ускорение материальной точки изменяется по закону $\mathbf{a} = At^2\mathbf{i} - B\mathbf{j}$, где $A = 3 \text{ м/с}^4; B = 3 \text{ м/с}^2$. На каком расстоянии от начала координат будет находиться материальная точка в момент времени $t = 1 \text{ с}$, если в начальный момент времени она находилась в начале координат и ее начальная скорость равнялась нулю?
3. Частица массы m движется по оси Ox , отталкиваясь от точки от $x = 0$ с силой $3mr_0$ и притягиваясь к точке $x = 1$ с силой $4mr_1$, где r_0 и r_1 – расстояния до этих точек. Определить движение частицы с начальными условиями
 $x(0) = 2, \dot{x}(0) = 0$.
4. Материальная точка движется в плоскости xOy со скоростью $\mathbf{v} = Ay\mathbf{i} - Bx\mathbf{j}$, где $A, B (A > B)$ – положительные константы. Определить вид траектории материальной точки, если в начальный момент времени она находилась в точке с координатами $x = x_0 > 0, y = 0$.
5. Электрическая цепь состоит из последовательно включенных источника постоянного тока, дающего напряжение V , сопротивления R , самоиндукции L и выключателя, который включается при $t = 0$. Найти зависимость силы тока от времени (при $t > 0$).
6. Последовательно включены сопротивление R и конденсатор емкости C , заряд которого при $t = 0$ равен q . Цепь замыкается при $t = 0$. Найти силу тока в цепи при $t > 0$.
7. Последовательно включены источник тока, напряжение которого меняется по закону $E = V \sin \omega t$, сопротивление R и самоиндукция L . Найти силу тока в цепи (установившийся режим).
8. Последовательно включены источник тока, напряжение которого меняется по закону $E = V \sin \omega t$, сопротивление R , самоиндукция L и емкость C . Найти силу тока в цепи (установившийся режим). При какой частоте сила тока наибольшая?
9. Парашютист, масса которого вместе со снаряжением составляет 100 кг , делает затяжной прыжок с начальной скоростью $v_0 = 0$. Найти закон изменения его скорости до раскрытия парашюта, если сила сопротивления воздуха пропорциональна скорости движения парашюта: $\mathbf{F}_c = -k\mathbf{v}$, где $k = 20 \text{ кг/с}$. Вычислить максимальную скорость движения парашютиста.
10. Вывести закон радиоактивного распада ядер, считая, что в момент времени $t = 0$ число ядер было N_0 и постоянная распада ядер равна λ .

11. Воспользовавшись уравнением Шредингера для стационарных состояний $\nabla^2\psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\psi = 0$, где m – масса частицы; E – полная энергия частицы; U – ее потенциальная энергия; $\hbar = 1,0546 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, найти собственные значения энергии E и соответствующие им собственные функции ψ для частицы, находящейся в бесконечно глубокой одномерной потенциальной яме шириной l с непроницаемыми стенками. Считать, что частица может двигаться только вдоль оси X и $\psi(0) = \psi(l) = 0$.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Второй семестр

1. Понятие о первообразной и неопределенном интеграле. Свойства неопределенного интеграла.
2. Интегрирование методами замены переменной и по частям. Интегрирование рациональных дробей и тригонометрических функций. Интегрирование иррациональных и трансцендентных функций.
3. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона–Лейбница. Основные свойства определенного интеграла. Производная интеграла по верхнему пределу.
4. Вычисление определенного интеграла методами замены переменной и по частям.
5. Несобственные интегралы 1 и 2 рода. Признаки сходимости несобственных интегралов.
6. Геометрические и физические приложения определенного интеграла.
7. Понятие функции нескольких переменных. Область определения. Предел и непрерывность.
8. Частные производные и дифференциал функций нескольких переменных. Их геометрический смысл. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
9. Дифференцирование сложных функций нескольких переменных. Полная производная. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференцирование неявных функций.
10. Приложения частных производных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Формула и ряд Тейлора.
11. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимые и достаточные условия экстремума.
12. Наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
13. Двойной интеграл, его основные свойства. Сведение двойного интеграла к повторному в декартовой системе координат. Двойной интеграл в полярных координатах.
14. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла в декартовых, цилиндрических и сферических координатах.
15. Основные приложения двойного и тройного интеграла.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

Первый семестр

1. Множества и операции над ними. Логическая символика.
2. Комплексные числа и действия над ними.
3. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Операции умножения и деления.
4. Формулы Эйлера и Муавра. Извлечение корня n -й степени из комплексного числа.
5. Многочлены. Теоремы Гаусса и Безу. Разложение многочлена на линейные и квадратичные множители.
6. Разложение рациональных дробей на простейшие дроби.
7. Матрицы. Действия над матрицами. Элементарные преобразования матриц.
8. Определители. Свойства определителей. Вычисление определителей 2-го, 3-го и n -го порядка.
9. Невырожденные квадратные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.
10. Системы n линейных уравнений с n неизвестными. Формулы Крамера.
11. Решение произвольных систем линейных уравнений. Метод Гаусса. Теорема Кронекера–Капелли.
12. Однородная система линейных уравнений. Фундаментальная система решений.
13. Векторы и линейные операции над ними. Проекция вектора на ось.

14. Разложение вектора по базису. Декартовы координат векторов и точек. Модуль вектора. Направляющие косинусы.
15. Скалярное произведение векторов, его основные свойства. Приложения скалярного произведения.
16. Векторное произведение векторов, его основные свойства. Приложения векторного произведения.
17. Смешанное произведение трех векторов и его приложения. Двойное векторное произведение.
18. Системы координат на плоскости. Преобразования декартовых систем координат.
19. Прямая на плоскости: Различные формы уравнения прямой.
20. Угол между прямыми на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
21. Кривые второго порядка на плоскости: эллипс, гипербола и парабола, их характеристики.
22. Плоскость в пространстве: Различные формы уравнения плоскости. Угол между плоскостями. Расстояние от точки до плоскости.
23. Прямая в пространстве: Различные формы уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми. Взаимное расположение прямой и плоскости.
24. Поверхности второго порядка.
25. Понятие функции. Числовые функции. Основные характеристики функции. Обратная функция. Сложная функция.
26. Числовые последовательности. Предел. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Предельные точки. Принцип Больцано-Вейерштрасса.
27. Предел функции. Односторонние пределы.
28. Бесконечно большие и бесконечно малые функции. Свойства пределов. Признаки существования пределов.
29. Замечательные пределы. Предел последовательности $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$. Число e .
30. Эквивалентные бесконечно малые функции и их применение.
31. Непрерывность функции в точке. Классификация точек разрыва. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
32. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Уравнения касательной и нормали к кривой.
33. Основные правила нахождения производных. Производная сложной и обратной функции.
34. Дифференцирование функций, заданных неявно и параметрически. Логарифмическая производная.
35. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала. Основные правила нахождения дифференциалов. Инвариантность формы дифференциала.
36. Производные и дифференциалы высших порядков.
37. Основные теоремы о дифференцируемых функциях.
38. Формулы Тейлора и Маклорена.
39. Раскрытие неопределенностей по правилу Лопиталья.
40. Условие монотонности функции. Экстремум функции. Необходимое и достаточное условия экстремума. Наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке функции.
41. Направление выпуклости функции. Точки перегиба.
42. Асимптоты функции. Общая схема исследования функции и построение ее графика.

Третий семестр

1. Основные сведения о дифференциальных уравнениях. Основные уравнения 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Дифференциальные уравнения высших порядков. Основные понятия. Методы понижения порядка.
3. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Основные свойства.
4. Однородные и неоднородные линейные уравнения n -го порядка. Метод Лагранжа.
5. Линейные уравнения n -го порядка с постоянными коэффициентами.
6. Системы дифференциальных уравнений. Начальная задача. Нормальная линейная система. Метод исключения.
7. Понятие устойчивости решения дифференциального уравнения. Простейшие типы точек покоя.
8. Линейные пространства. Размерность и базис линейного пространства
9. Пространства со скалярным произведением. Ортогональный и ортонормированный базис.
10. Линейные операторы и действия с ними. Матрица линейного оператора.

11. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора.
12. Приведение матрицы оператора к диагональному виду.
13. Линейные нормированные функциональные пространства.
14. Ряды Фурье по ортогональным системам. Полнота и замкнутость системы.
15. Линейные дифференциальные операторы. Задача Штурма–Лиувилля.
16. Линейные, билинейные и квадратичные формы. Матрица квадратичной формы.
17. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
18. Условие знакоопределенности квадратичной формы.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 вопроса и 3 задачи из разных разделов дисциплины. Каждый правильный ответ на вопрос оценивается 3 баллами. Задача оценивается в 4 балла, при допуске арифметической ошибки – 3 балла, при правильном ходе незаконченного решения – 2 балла, при продвижении в решении – 1 балл. Максимальное количество набранных баллов – 18. Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно-устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 7 баллов.

2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 7 до 10 баллов

3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 15 баллов.

4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 16 до 18 баллов.

Зачет проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 вопроса и 3 задачи. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 2 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Оценка «Зачтено» ставится в случае, если студент набрал 8–19 баллов.

2. Оценка «Не зачтено» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Элементы теории множеств и высшей алгебры	УК-1, ОПК-1	тест, экзамен
2	Аналитическая геометрия	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, экзамен
3	Введение в математический анализ	УК-1, ОПК-1	устный опрос, экзамен
4	Дифференциальное исчисление функций одной действительной переменной	УК-1, ОПК-1	тест, ИДЗ, защита, экзамен
5	Интегральное исчисление функций одной действительной переменной	УК-1, ОПК-1	ИДЗ, защита, зачет
6	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных	УК-1, ОПК-1	тест, зачет

7	Кратные интегралы	УК-1, ОПК-1	зачет
8	Обыкновенные дифференциальные уравнения	УК-1, ОПК-1	тест, ИДЗ, защита, экзамен
9	Элементы линейной алгебры и функционального анализа	УК-1, ОПК-1	устный опрос, экзамен

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1. Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Математический анализ. Ч. I [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2018. – 196 с. – 978-5-7638-3326-3. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84232.html>
2. Математический анализ. Ч. II [Электронный ресурс]: учебное пособие / И. А. Антипова, И. И. Вайнштейн, Т. В. Зыкова [и др.]. – Электрон. текстовые данные. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2018. – 188с. – 978-5-7638-3327-0. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84231.html>
3. Черненко В.Д. Высшая математика в примерах и задачах. Том 1 [Электронный ресурс]: учебное пособие для вузов/ Черненко В.Д.– СПб.: Политехника, 2016.– 713 с.– Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59550.html>
4. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: Учебник. Т. 1. – М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2010. – 416 с.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. пособие. Т. 2. – М.: ИНТЕГРАЛ-ПРЕСС, 2006.
6. Письменный, Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: Полный курс., испр. – М.: Айрис-Пресс, 2011. – 608 с.
7. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие. – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2018. – 490 с.

8. Сборник задач по математике для вузов. Под общ. ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. В 4 частях. Ч. I–III, 2001–2002.
9. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты: учебное пособие: – Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2015. – 239 с.
10. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Основы вариационного исчисления: учеб. пособие / Воронеж: ФГБОУ ВПО «Воронеж. гос. техн. университет», 2011.
11. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шунина В.А. Практикум по численным методам: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский Воронеж. гос. техн. университет», 2017.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

ПО: Windows XP и выше (*лицензионное*),
Open Office, Acrobat Reader, Internet Explorer, Chrome, Google, Yandex (*свободно распространяемое*)

Для выполнения домашних заданий рекомендуется использовать
Mathstudio, Maxima, www.wolframalpha.com, демо-версия Maple V

Современная профессиональная база данных
[Mathnet.ru](http://mathnet.ru), t-library.ru

Электронная библиотечная система IPRbooks
<http://www.iprbookshop.ru/>

Сайт библиотеки ВГТУ
<http://catalog.vorstu.ru/>

Информационные справочные системы
dist.sernam.ru, Wikipedia,
<http://eqworld.ipmnet.ru/>, <http://m.mathnet.ru/>, <http://eios.vorstu.ru/>

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Для проведения лекционных и практических занятий необходима учебная аудитория, оснащенная техническими средствами для проведения занятий по математике. Также требуются персональные компьютеры с выходом в Интернет.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Математика» читаются лекции, проводятся практические занятия, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков использования математического аппарата для решения задач, в том числе прикладного характера. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методическом пособии. Этапы курсовой работы должны выполняться своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсовой работы, защитой курсовой работы.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчетов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации. При выполнении домашней работы рекомендуется использовать Math Studio для контроля выполняемых расчетов.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.