

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»
Кафедра инноватики и строительной физики
имени профессора И.С. Суровцева

**«Математическое программирование
в инновационном менеджменте»**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

для практических занятий и самостоятельной работы студентов
направления подготовки
27.03.05 «Инноватика»
всех форм обучения

Воронеж 2022

УДК 338.242.8(07)
ББК 65.012.1я7

Составители:

д.э.н., профессор Уварова С.С.

Математическое программирование в инновационном менеджменте: методические указания для практических занятий и самостоятельной работы студентов направления подготовки 27.03.05 «Инноватика» всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. С.С. Уварова. - Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2022. - 18 с.

Методические указания для практических занятий и самостоятельной работе студентов заключаются в изложении требований, предъявляемые к подготовке и защите текущих контрольных работ, рефератов, информационных сообщений, презентаций студентов всех форм обучения, даются рекомендации по подготовке, оформлению и защите указанных работ.

Предназначены для студентов всех форм обучения 27.03.05 «Инноватика».

Подготовлено в электронном виде и содержится в файле МУ_МПВИМ_ЛР_2022.pdf.

Библиогр.:

УДК 338.242.8(07)
ББК 65.012.1я7

Рецензент - О.К. Мещерякова, док. экон. наук, доц. кафедры технологии, организации строительства, экспертизы и управления недвижимостью ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

Лабораторная работа заключается в выполнении ряда взаимосвязанных задач с использованием ЭВМ, теоретическом обосновании возможных вариантов решения и обоснованном построении выводов и формировании управленческих решений на основе анализа результатов расчета.

В составе работы выделяются следующие обязательные элементы:

1.1. Построение и анализ производственной функции строительного предприятия. Данный раздел работы предполагает построение производственной функции строительного предприятия исходя из следующих данных по выборкам за ряд периодов: Y - индекс производства; K - индекс основного капитала; L - индекс труда.

1.2. Построение прогноза динамики индекса производства Y методом скользящего среднего и экспоненциального сглаживания.

Вариант задания для выполнения работы выдается преподавателем в зависимости от порядкового номера фамилии студента в журнале

1.1 Построение и анализ производственной функции строительного предприятия

Данный раздел работы предполагает построение производственной функции строительного предприятия исходя из следующих данных по выборкам за ряд периодов:

Y - индекс производства;

K - индекс основного капитала;

L - индекс труда.

Например, в табл. 1 имеются следующие исходные данные.

Таблица 1. Исходные данные

Год	Y	K	L
1	10,11	3,45	6,17
2	13,65	3,48	7,55
3	13,75	3,06	6,93
4	11,64	3,66	6,55
5	12,87	3,79	6,71
6	12,43	3,85	7,73
7	14,33	3,44	7,43
8	15,26	4,08	7,55
9	15,90	4,50	7,60

10	18,21	4,31	6,88
11	13,22	3,57	6,50
12	13,45	3,55	4,37
13	12,22	4,61	6,82
14	12,00	3,99	7,33
15	13,07	4,78	6,10

Решение:

В Excel 2007 пункт «Анализ данных» находится во вкладке «Данные». При отсутствии «Анализа данных» следует нажать кнопку «Офис» в левом верхнем углу, выбрать «Параметры Excel», далее «Надстройки», «Пакет анализа - VBA» (рис.1)

Примечание: при расчетах в Excel десятичные знаки отделяются не точкой, а запятой!

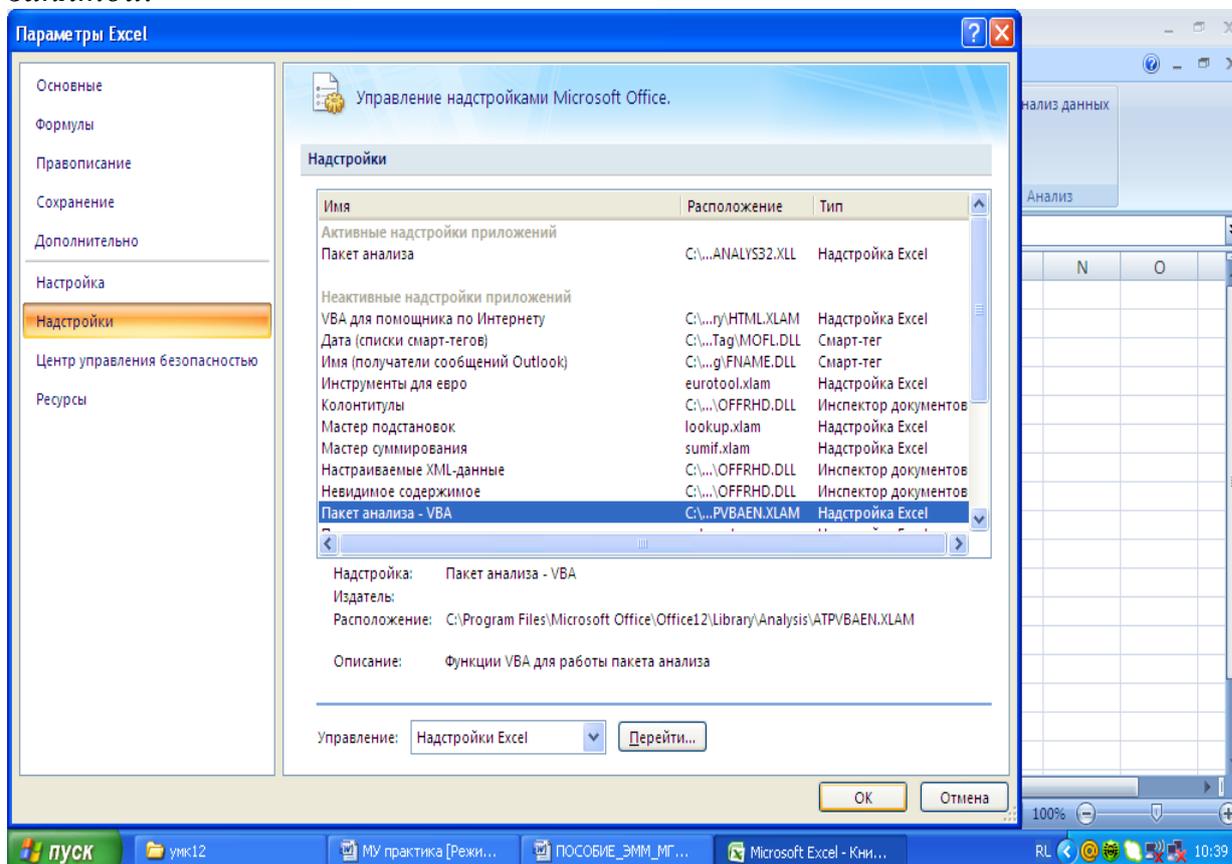


Рис.1. Установка инструмента «Анализ данных» при необходимости

Корреляционный анализ данных

Корреляционный анализ позволяет сделать вывод о силе взаимосвязи между парами данных. Для проведения корреляционного анализа необходимо рассчитать коэффициент корреляции, коэффициент Пирсона и Ф-тест.

Коэффициентом корреляции (r) характеризует тесноту связи. Коэффициент корреляции лежит в пределах $-1 < r < 1$. В случае если $r=0$, связи нет. Если $|r|=1$, то между двумя величинами существует сильная функциональная связь. При положительном r наблюдается прямая связь, т.е. с увеличением независимой переменной - x увеличивается зависимая - y . При отрицательном коэффициенте существует обратная связь, с увеличением независимой переменной зависимая переменная уменьшается. Связь считается сильной при $|r| > 0,70$, средней при $0,50 < |r| < 0,69$, умеренной при $0,30 < |r| < 0,49$, слабой при $0,20 < |r| < 0,29$, очень слабой при $|r| < 0,19$.

Для определения тесноты связи между изучаемыми показателями в Excel используется функция «Корреляция» пункта меню: «Сервис», «Анализ данных».

3. Окно исходных данных корреляционного анализа представлено на рисунке 3.

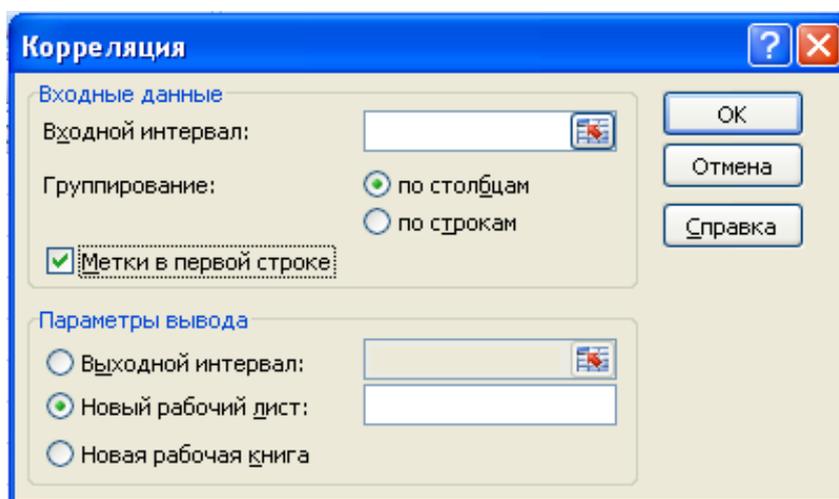


Рис. 3. - Исходные данные корреляционного анализа

Результаты обработки исходных данных приведены в таблице 3.

Таблица 3. Расчет коэффициента корреляции

	У	К	Л
У	1,000		
К	0,280	1,000	
Л	0,240	0,095	1,000

Коэффициент парной корреляции У и К равен 0,28, что говорит о наличии слабой корреляционной зависимости этих выборок. Корреляция между У и Л также достаточно слабая, поскольку их коэффициент парной корреляции равен 0,24.

Регрессионный анализ данных и выбор формы производственной функции

На этом этапе необходимо обосновать представление производственной функции в линейном или степенном виде.

Степенной вид производственной функции:

$$Y = a_0 \times K^{a_1} \times L^{a_2}, \quad (2)$$

где a_0, a_1, a_2 – коэффициенты регрессии.

Линейный вид производственной функции:

$$Y = a_0 + a_1 K + a_2 L, \quad (3)$$

где $a_0 = 0$.

Для построения степенной регрессионной зависимости необходимо исходную формулу $Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ прологарифмировать, что приведет к представлению новой зависимости в линейной форме $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln K + a_2 \ln L$. При возврате к степенной зависимости необходимо помнить, что $a_0 = \exp(\ln a_0)$.

Анализ формы взаимосвязи между факторами проводится с помощью функции «Регрессия» пункта меню: «Сервис», «Анализ данных».

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
1	Y	K	L									
2	10,11	3,45	6,17									
3	13,65	3,48	7,50									
4	13,75	3,06	6,93									
5	11,64	3,66	6,55									
6	12,87	3,79	6,71									
7	12,43	3,85	7,73									
8	14,33	3,44	7,43									
9	15,26	4,08	7,55									
10	15,90	4,50	7,60									
11	18,21	4,31	6,88									
12	13,22	3,57	6,54									
13	13,45	3,55	4,37									
14	12,22	4,61	6,82									
15	12,00	3,99	7,33									
16	13,07	4,78	6,01									
17												
18												
19												
20												

Рис.5 – Ввод данных для построения линейной регрессии

	A	B	C	D	E	F	G	H	
1	Вывод итогов								
2									
3	<i>Регрессионная статистика</i>								
4	Множественный R	0,197340926							
5	R-квадрат	0,038943441							
6	Нормированный R-квадрат	-0,111907063							
7	Стандартная ошибка модели	1,969194553							
8	Наблюдения	15							
9									
10	<i>Дисперсионный анализ</i>								
11		<i>df</i>	<i>SS</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>	<i>Значимость F</i>			
12	Регрессия	2	2,042707	1,021353	0,263389667	0,772771173			
13	Остаток	13	50,41045	3,877727					
14	Итого	15	52,45316						
15									
16		<i>Кoeffициенты</i>	<i>станд. ошибка</i>	<i>t-статистика</i>	<i>P-Значение</i>	<i>Нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>	<i>нижние 95%</i>	<i>верхние 95%</i>
17	Y-пересечение	0	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D
18	K	1,801396567	0,797665	2,258336	0,041759425	0,078145803	3,524647	0,078146	3,5
19	L	0,946517071	0,454072	2,08451	0,057402443	-0,034445214	1,927479	-0,03445	1,9

Рис. 6 – Результаты регрессионного анализа

Аналогично проводится регрессионный анализ с использованием степенной формы зависимости. Результаты анализа обобщаются и сводятся в табл. 5.

Таблица 5 Регрессионный анализ производственной функции

Коэффициенты регрессии	Линейная регрессия			Степенная регрессия		
	A0	A1	A2	A0	A1	A2
Коэффициенты регрессии	0	1,799	0,947	1,872	0,273	0,184
Стандартные ошибки коэффициентов	-	0,806	0,458	0,617	0,303	0,269
Коэффициент детерминации	0,034			0,108		
F-критерий	0,231			0,734		
Стандартная ошибка модели	1,974			0,143		

Функция примет вид:

- линейная: $Y = 1,799K + 0,947L$;

- степенная: $Y = 1,872K^{0,273}L^{0,184}$.

Дальнейший анализ уравнений регрессии сводится к определению наиболее достоверной формы аппроксимации исходных данных по ряду критериев.

**Ошибки прогнозирования
(определение качества построенной модели)**

Стандартные ошибки дают представление о приблизительной величине ошибки прогнозирования. Чем меньше соответствующие величины, тем более точно построенное уравнение аппроксимирует фактические данные.

Стандартные ошибки коэффициентов A_1 и A_2 для линейной зависимости незначительны (0,806 и 0,458). Вместе с тем стандартные ошибки коэффициентов степенной зависимости (0,303 и 0,269) существенно ниже, что говорит о предпочтительности выбора степенной зависимости для моделирования рассматриваемого производственного процесса.

При этом следует обратить внимание на сравнение стандартной ошибки модели (1,974 и 0,143) со стандартным отклонением для Y , полученным на 1-м этапе (1,94). При правильно подобранных факторах стандартная ошибка модели оказывается, как правило, меньше стандартного отклонения для Y . В разобранным примере для линейной зависимости $1,974 > 1,94$, что подтверждает вывод, полученный на втором этапе анализа о том, что между результирующим показателем Y и факторными показателями K и L не существует устойчивой линейной зависимости. Для степенной зависимости $0,143 < 1,94$, что позволяет сделать вывод о предпочтительности использования степенной функции.

Коэффициент детерминации указывает, какой процент вариации функции Y объясняется воздействием факторов K и L . Коэффициент детерминации изменяется от 0 до 1, и чем ближе значение данного коэффициента к 1, тем удачнее выбранная форма регрессионной зависимости аппроксимирует данные. В разобранным примере для линейной модели коэффициент детерминации равен 0,034, что можно трактовать следующим образом: исследуемые факторы (K и L) объясняют 3,4 % исследуемой функции, что является явно недостаточным, чтобы модель считалась достоверной. Для степенной функции коэффициент детерминации составляет 0,108, что также является недостаточным. Таким образом, коэффициенты детерминации обеих зависимостей (0,034 и 0,108) невелики, то есть, скорее всего, на стадии вербального моделирования при отборе факторных признаков были не включены в исходное рассмотрение какие-то более существенно влияющие факторы.

Общая проверка полученной модели на надежность

Такую проверку проводят при помощи F -критерия Фишера: чем больше превышает расчетное значение критерия табличное (табл. 6), тем менее надежна выбранная модель. При этом для анализа используется F , обратный тому, который посчитал Excel.

При проверке надежности моделей по F -статистике получаем следующие результаты: как для линейной, так и для степенной зависимости табличное значение 3,88.

Таблица 6. Значения F -критерия для уровня значимости $\alpha = 0,05$ и числа степеней свободы f

Знаменатель степени свободы, f	Числитель степени свободы, f							
	1	2	3	4	5	6	8	12
1	161,45	199,5	215,71	224,58	230,16	234,00	238,90	243,91
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,86	8,74
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09

Примечание: числитель $f_1 = k$, знаменатель $f_2 = n - k - 1$, где n - число опытов; k - число изучаемых факторов.

Для линейной зависимости $3,88 < 4,31 = 1/0,231$. Для степенной зависимости $3,88 > 1,38 = 1/0,734$. Следовательно, линейная зависимость обладает слабой надежностью, а степенная достаточно надежна, поэтому в качестве производственной функции более целесообразно выбрать степенную форму регрессионной взаимосвязи;

1.2 Построение прогноза методом скользящего среднего и экспоненциального сглаживания

Метод экспоненциального сглаживания представляет прогноз показателя на будущий период в виде суммы фактического показателя за данный период и прогноза на данный период, взвешенных при помощи специальных коэффициентов.

Представим, что составляется прогноз определенной экономической величины на следующий месяц. Тогда:

$$P_{1+1} = aX_m + [1 - a] * P_1 \quad (4),$$

где

P_{1+1} – прогноз на месяц 1+1;

X_m – значение исследуемой величины в месяце (фактические данные);

P_1 – прогноз на месяц I,

a – специальный коэффициент, определяемый статистическим путем.

Для прогнозирования методом экспоненциального сглаживания используется функция «Экспоненциальное сглаживание» пункта меню «Сервис» («Данные»), «Анализ данных». Окно исходных данных экспоненциального сглаживания представлено на рисунке 7,

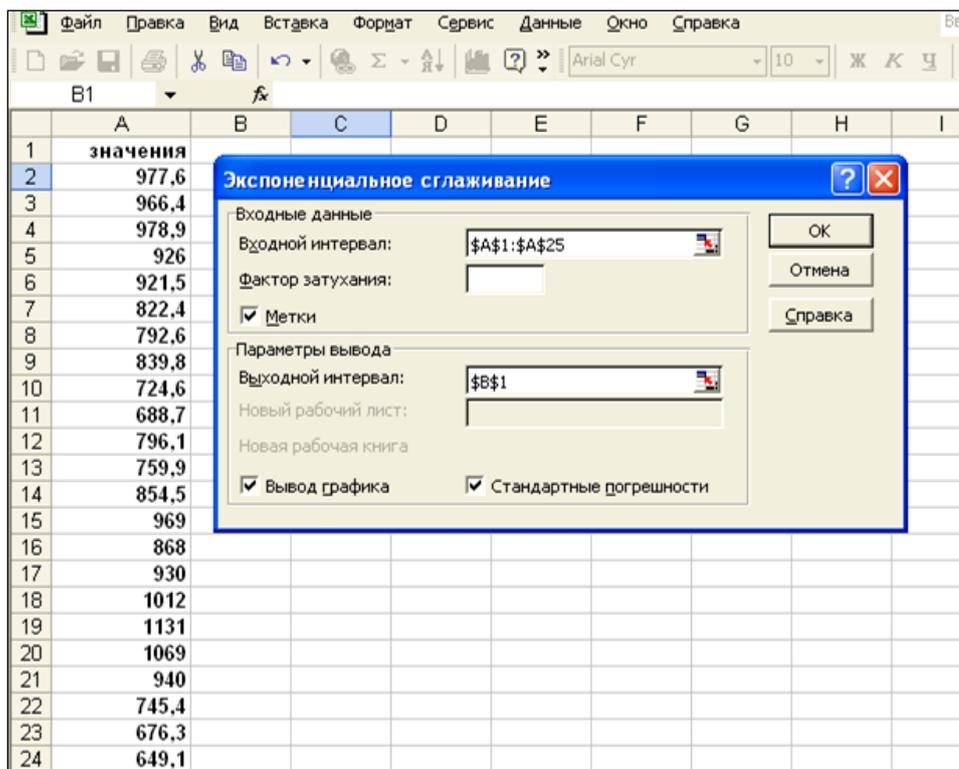


Рис. 7 – Исходные данные для проведения экспоненциального сглаживания

Элементы диалогового окна «Экспоненциальное сглаживание»

Входной диапазон

Введите ссылку на ячейки, содержащие анализируемые данные. Входной диапазон должен состоять из одного столбца или одной строки, содержащих данные как минимум в четырех ячейках.

Фактор затухания

Введите фактор затухания, который будет использоваться в качестве константы экспоненциального сглаживания. Фактором затухания называется корректировочный фактор, минимизирующий нестабильность данных генеральной совокупности. Значение фактора по умолчанию равно 0,3.

Для константы сглаживания наиболее подходящими являются значения от 0,2 до 0,3. Эти значения показывают, что ошибка текущего прогноза установлена на уровне от 20 до 30 процентов ошибки предыдущего прогноза. Более высокие значения константы ускоряют отклик, но могут привести к непредсказуемым выбросам. Низкие значения константы могут привести к большим промежуткам между предсказанными значениями.

Метки

Установите флажок, если первая строка или первый столбец входного интервала содержит заголовки. Снимите флажок, если заголовки отсутствуют; в этом случае подходящие названия для данных выходного диапазона будут созданы автоматически.

Выходной диапазон

Введите ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Если установлен флажок **Стандартные погрешности**, то выходной диапазон состоит из двух столбцов, и значения стандартных погрешностей содержатся в правом столбце. Если исходных значений для построения прогноза или для вычисления стандартной ошибки недостаточно, Microsoft Excel возвратит значение ошибки #Н/Д.

Вывод графика

Установите флажок, чтобы построить встроенную диаграмму для фактических и прогнозируемых значений.

Стандартные погрешности

Установите флажок, чтобы включить в выходной диапазон столбец стандартных погрешностей. Снимите флажок, чтобы получить выходной диапазон в виде одного столбца без значений стандартных погрешностей.

В результате проведения экспоненциального сглаживания получен следующий вариант прогноза (рис.83)

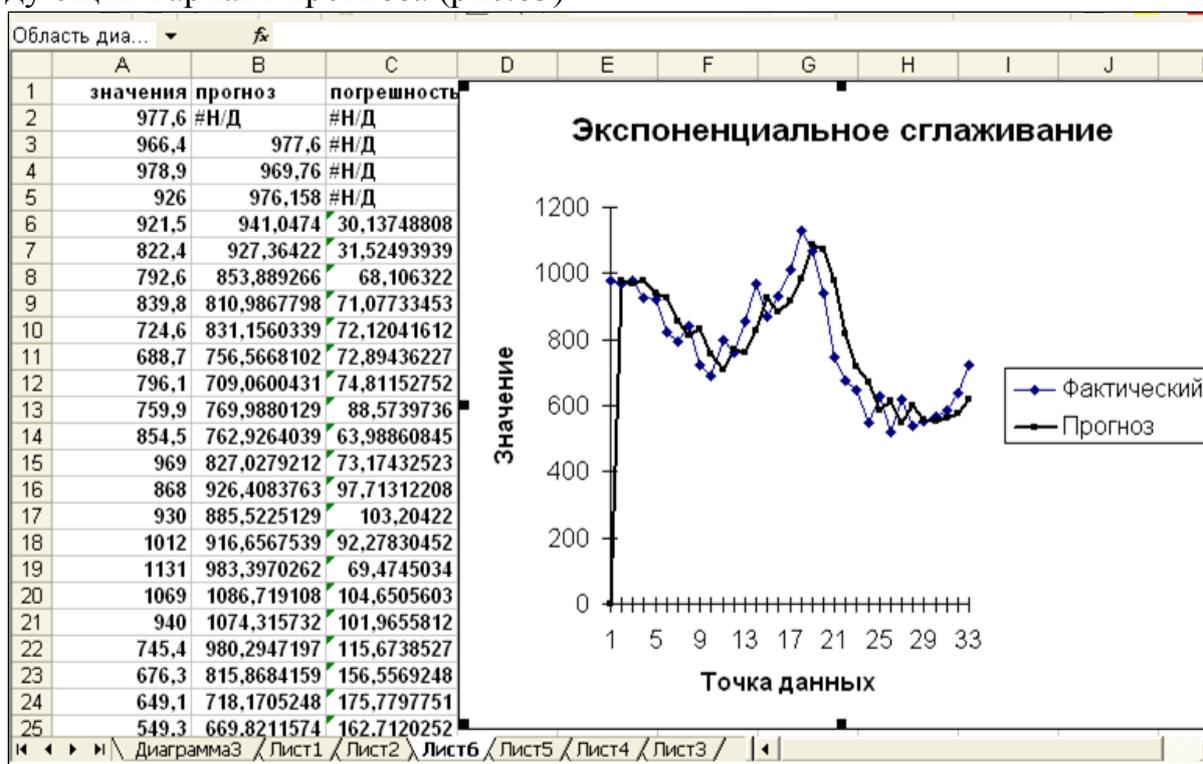


Рис.8 – Прогнозирование методом экспоненциального сглаживания

Метод скользящего среднего исходит из простого предположения, что следующий во времени показатель по своей величине равен средней, рассчитанной за последние три месяца.

Для прогнозирования методом скользящего среднего используется функция «Скользящее среднее» пункта меню «Сервис», «Анализ данных». Окно исходных данных прогнозирования объемов жилищного строительства методом скользящего среднего представлено на рисунке 9.

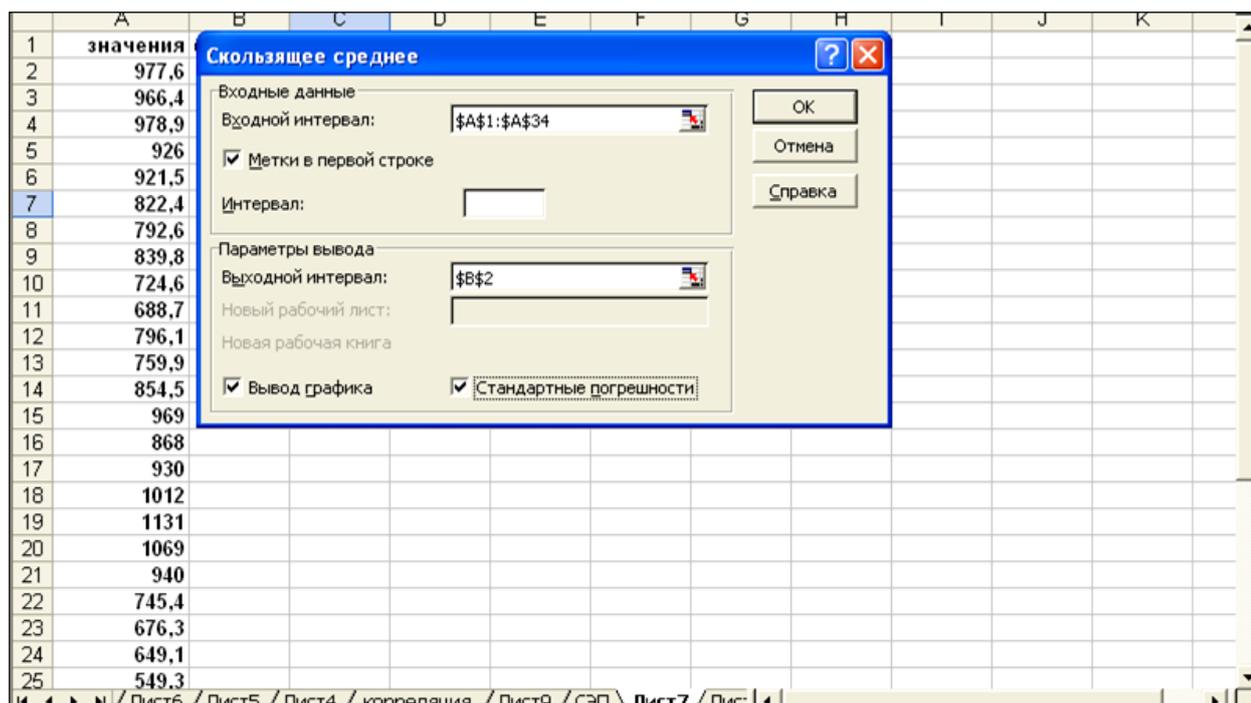


Рис.9 – Исходные данные для прогнозирования методом скользящего среднего
Элементы диалогового окна «Скользящее среднее»

Входной диапазон

Введите ссылку на диапазон исследуемых данных. Входной диапазон должен состоять из одного столбца или одной строки, содержащих не менее четырех ячеек с данными.

Метки в первой строке

Установите флажок, если первая строка входного интервала содержит заголовки. Снимите флажок, если заголовки отсутствуют; в этом случае подходящие названия для данных выходного диапазона будут созданы автоматически.

Интервал

Введите число значений, необходимое для расчета скользящего среднего. Значение по умолчанию равно 3.

Выходной диапазон

Введите ссылку на левую верхнюю ячейку выходного диапазона. Если установлен флажок **Стандартные погрешности**, то выходной диапазон состоит из двух столбцов, и значения стандартных погрешностей содержатся в правом столбце. Если исходных значений для построения прогноза или для вычисления стандартной ошибки недостаточно, Microsoft Excel возвратит значение ошибки #Н/Д.

Выходной диапазон и исходные данные должны находиться на одном листе. По этой причине параметры **Новый лист** и **Новая книга** недоступны.

Вывод графика

Установите флажок для автоматического создания встроенной диаграммы на листе, содержащем выходной диапазон.

Стандартные погрешности

Установите флажок, чтобы включить в выходной диапазон столбец стандартных погрешностей. Снимите флажок, чтобы получить выходной диапазон в виде одного столбца без значений стандартных погрешностей.

Результат прогноза методом скользящего среднего представлен на рис.9



Рис.9 – Прогноз методом скользящего среднего

Пример выполнения практического задания

Исходные данные:

Y	K	L
10,11	3.45	6.17
13,65	3.48	7.55
13,75	3.06	6.93
11,64	3.66	6.55
12,87	3.79	6.71
12,43	3.85	7.73
14,33	3.44	7.43
15,26	4.08	7.55
15,9	4.5	7.6
18,21	4.31	6.88
13,22	3.57	6.5

13,45	3.55	4.37
12,22	4.61	6.82
12	3.99	7.33
13,07	4.78	6.1

1.1. Построение и анализ производственной функции строительного предприятия.

Коэффициенты :

	Y, K	Y, L
К-т корреляции	0,28	0,24

Регрессионный анализ:

	Линейная регрессия			Степенная регрессия		
	A0	A1	A2	A0	A1	A2
Коэффициенты регрессии	0	1,806	0,943	6,452	0,275	0,186
Стандартные ошибки коэффициентов	-	0,795	0,452	0,619	0,303	0,267
Коэффициент детерминации	0,039			0,109		
F-критерий	0,267			0,734		
Станд. ошибка модели	1,968			0,142		

Функция примет вид:

- линейная: $Y = 1.806K + 0.934L$
- степенная: $Y = 6.452K^{0.275}L^{0.186}$

Статистический анализ данных

Замечание

При выполнении контрольных заданий все этапы и шаги статистического анализа необходимо выполнить полностью независимо от частных удовлетворительных или неудовлетворительных результатов статистического анализа, которые в значительной степени обусловлены условностью контрольных примеров и малым числом значений в рассматриваемых выборках.

3. Коэффициент парной корреляции U_{YK} равен (0,28), что говорит о наличии не очень сильной корреляционной зависимости этих выборок, Корреляция между Y и L также достаточно слабая, поскольку их коэффициент парной корреляции равен 0,24.

Регрессионный анализ данных и выбор формы производственной функции

Замечание

Для построения степенной регрессионной зависимости необходимо исходную формулу $Y = a_0 K^{a_1} L^{a_2}$ прологарифмировать,

что приведет к представлению новой зависимости в линейной форме: $\ln Y = \ln a_0 + a_1 \ln K + a_2 \ln L$. При возврате к степенной зависимости не забыть, что $A_0 = \exp(\ln A_0)$.

Стандартные значения ошибок регрессионных коэффициентов и результирующей модели — чем меньше соответствующие величины, тем более точно построенное уравнение аппроксимирует фактические данные.

Коэффициент детерминации изменяется от 0 до 1, и чем ближе значение данного коэффициента к 1, тем удачнее выбранная форма регрессионной зависимости аппроксимирует данные.

F-критерий Фишера определяет уровень надежности регрессионной модели: чем больше превышает расчетное значение критерия табличное, тем надежнее выбранная модель.

Дополнительная статистика, полученная при построении линейной и степенной регрессионных зависимостей, позволяет сделать следующие выводы:

- стандартные ошибки коэффициентов A_1 и A_2 для линейной зависимости незначительны (0,452 и 0,795). Вместе с тем стандартные ошибки коэффициентов степенной зависимости (0,267 и 0,303) существенно ниже, что говорит о предпочтительности выбора степенной зависимости для моделирования рассматриваемого производственного процесса;

- аналогичный вывод можно сделать и по значениям стандартных ошибок для Y : для линейной зависимости она составляет 1,968, а для степенной 0,142;

- коэффициенты детерминации обеих зависимостей (0,039 и 0,109) невелики, т.е., скорее всего, на стадии вербального моделирования при отборе факторных признаков были не включены в исходное рассмотрение какие-то более существенно влияющие факторы;

- при проверке надежности моделей по F-статистике получаем следующие неутешительные результаты: как для линейной, так и для степенной зависимости табличное значение 3,88 существенно превышает расчетные: 0,87 и 0,85 соответственно; поэтому обе зависимости обладают слабой надежностью, примеру в качестве производственной функции более целесообразно выбрать степенную форму регрессионной взаимосвязи.

1.2. Построение прогноза динамики индекса производства методом скользящего среднего и экспоненциального сглаживания.

Результат построения прогноза методом скользящего среднего

Фактические значения	Значения по скользящему среднему	Погрешность
----------------------	----------------------------------	-------------

10,11		
13,65		
13,75	12,50333	
11,64	13,01333	
12,87	12,75333	1,072976
12,43	12,31333	0,798596
14,33	13,21	0,653611
15,26	14,00667	0,972772
15,9	15,16333	1,059547
18,21	16,45667	1,315003
13,22	15,77667	1,839692
13,45	14,96	1,990881
12,22	12,96333	1,767219
12	12,55667	1,023478
13,07	12,43	0,651159



Результат построения прогноза методом экспоненциального сглаживания (фактор затухания 0,2)

Фактические значения	Значения после экспоненциального сглаживания	Погрешность
10,11		
13,65	10,11	
13,75	12,588	
11,64	13,4014	

12,87	12,16842	2,379382
12,43	12,65953	1,283873
14,33	12,49886	1,102637
15,26	13,78066	1,13988
15,9	14,8162	1,365555
18,21	15,57486	1,496236
13,22	17,41946	1,85356
13,45	14,47984	2,929963
12,22	13,75895	2,923467
12	12,68169	2,649804
13,07	12,20451	1,139244



Библиографический список рекомендуемой литературы

1. Бережная, Е.В. Математические методы моделирования экономических систем / Е.В. Бережная, В.И. Бережной. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
2. Гасилов, В.В. Экономико-математические методы и модели / В.В. Гасилов, Э.Ю. Околелова, С.С. Замчалова. – Воронеж: Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т, 2005. – 157 с.
3. Гитман, Л.Д. Основы инвестирования / Л.Д. Гитман, М. Джонк. – М.: Дело, 1997. – 231с.
4. Замков, О.О. Математические методы в экономике / О.О. Замков, А.В. Толстопятенко, Ю.Н. Черемных. – М.: Дело и Сервис, 2001. – 364 с.
5. Колемаев, В.А. Математическая экономика. – М.: ЮНИТИ, 2002. – 148 с.
6. Леоненков, А.В. Решение задач оптимизации в среде MS Excel. - Спб.: БХВ-Петербург, 2005. – 704 с.

7. Практикум по применению ЭВМ и экономико-математических методов и моделей в решении экономических задач / под ред. Кочуровой Т. В. – Воронеж: Изд-во ВГУ, 1992. – 112 с.
8. Спирин, А.А. Экономико-математические методы в статистических исследованиях. – М.: Финансы и статистика, 1999. – 205 с.
9. Терехова, Л.Л. Производственные функции. – М.: Статистика, 1974. – 102 с.
10. Фомин, Г.П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности. – М.: Финансы и статистика, 2005. – 616 с.
11. Четыркин, Е.М. Теория массового обслуживания ее применение в экономике. – М.: Статистика, 1971. - 163 с.