

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный
технический университет»

С.А. Акулинин

С.А. Минаков

И.С. Проскурина

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ:
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ**

Утверждено учебно-методическим советом университета
в качестве учебного пособия

Воронеж 2017

УДК 621.382

Акулинин С.А. Основы теории надежности: лабораторный практикум: учеб. пособие [Электронный ресурс]. – Электрон. Текстовые и граф. данные (1,1 Мб) С.А. Акулинин, С.А. Минаков, И.С. Проскурина. - Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017. – 1 электрон. опт. диск (CD-ROM) : цв. – Систем. требования : ПК 500 и выше ; 256 Мб ОЗУ ; Windows XP ; SVGA с разрешением 1024x768 ; Adobe Acrobat ; CD-ROM дисковод; мышь. – Загл. с экрана.

Учебное пособие предназначено для оказания методической помощи студентам при выполнении лабораторных работ по дисциплине «Основы теории надежности». По каждому занятию приводятся краткие теоретические сведения, порядок выполнения работы.

Издание соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению 28.03.02 «Наноинженерия», (направленность «Инженерные нанотехнологии в приборостроении»), дисциплине «Основы надежности технических систем» и направлению 11.03.04 «Электроника и наноэлектроника» (направленность «Электронное машиностроение»), дисциплине «Основы теории надежности».

Ил. 13. Библиогр.: 13 назв.

Рецензенты: кафедра физики полупроводников и микроэлектроники Воронежского государственного университета (зав. кафедрой д-р физ.-мат. наук, проф. Е.Н. Бормонтов);
д-р физ.-мат. наук, проф. Л.Н. Коротков

© Акулинин С.А., Минаков С.А.

Проскурина И.С., 2017

© Оформление. ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет», 2017

ВВЕДЕНИЕ

Увеличение сложности современных изделий микроэлектроники и нанoeлектроники, возрастающие требования к надежности потребовали совершенствования технологических процессов и оборудования, более глубокому пониманию деградационных процессов в компонентах интегральных схем, механизмов отказов.

В представленном учебном пособии рассмотрены физические процессы, происходящие в МДП системах при действии сильных электрических полей и ионизирующей радиации — туннелирование по закону Фаулера –Нордгейма, лавинная инжекция, генерация электронно-дырочных пар. Изучаются эффекты, происходящие в МДП структурах при прохождении тока — накоплении отрицательного заряда, эффект накопления положительного заряда, генерация ловушек, образование поверхностных состояний. Именно эти процессы являются причиной параметрических отказов МОП-СБИС, изготовленных по субмикронной технологии и времязависимому пробую (ТДДВ) — одному из основных видов отказов современных МОП-СБИС.

В учебном пособии использованы материалы учебного пособия авторов, в котором на основе зарубежных публикаций впервые были рассмотрены механизмы отказов в субмикронных СБИС.

Учебное пособие предназначено для проведения лабораторных работ по дисциплине «Основы теории надежности» для бакалавров направления 28.03.02 «Наноинженерия», направленность «Инженерные нанотехнологии в приборостроении» и направления 11.03.04 «Электроника и нанoeлектроника» направленность «Электронное машиностроение».

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

РАСЧЕТ КМОП-ИНВЕРТОРА С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА КОРОТКОГО КАНАЛА И ЗАХВАТА ГОРЯЧИХ НОСИТЕЛЕЙ

1. Общие указания по работе

1.1. Цель работы: изучить принцип действия КМОП-инвертора и овладеть методикой расчета передаточной характеристики, тока и мощности потребления КМОП-инвертора с учетом эффекта короткого канала и захвата горячих носителей.

1.2. В работе используется персональный компьютер IBM PC с процессором 286 или выше.

2. Методические указания по выполнению

Ознакомиться с методикой расчета параметров и характеристик МДП-транзисторов и схем на их основе.

Теоретическая часть

Эффективное проектирование СБИС в большой степени зависит от простоты и точности моделей компонентов: МОП-транзисторов и более сложных схем на их основе, в частности, КМОП-инвертора. Модель позволяет рассчитать передаточную характеристику, ток потребления и потребляемую мощность инвертора. Она включает аналитические модели п-канального и р-канального МОП-транзисторов, позволяющие учесть деградацию подвижности в сильных полях, насыщение скорости носителей, пробой истоковых и стоковых переходов, эффект подложки, модуляцию длины канала, смыкание истока и стока, снижение потенциального барьера, вызванное стоком.

При уменьшении размеров МОП-транзисторов сказывается инжекция горячих носителей в окисел при длительной ра-

боте приборов. Захват горячих носителей в окисле ведет к ухудшению характеристик МОП-приборов: сдвигу порогового напряжения и деградации подвижности.

Разработан алгоритм программы расчета передаточной характеристики, тока потребления и мощности КМОП-инвертора с учетом влияния горячих носителей. Полуэмпирические аналитические выражения описывают все режимы работы МОП-транзисторов: субпороговый, линейный и насыщения.

Расчет с использованием модели КМОП-инвертора включает определение пороговых напряжений, итеративную процедуру нахождения выходного напряжения, определение тока потребления и потребляемой мощности. Исходными данными являются электрофизические и топологические параметры каждого транзистора, напряжение питания инвертора, продолжительность работы инвертора.

Субпороговая область. В этой области МОП-транзистор работает, когда напряжение на затворе меньше порогового напряжения. Главной особенностью этого режима является экспоненциальная зависимость тока стока от поверхностного потенциала [2]. Ток стока по этой модели равен

$$I_{ds} = (m\mu_0 WC_{ox}\varphi_t^2 / (LA)) \exp((A(U_{gs} - U_{th}) + \beta U_{ds}) / \varphi_t) S, \quad (1.1)$$

где $m = L / (L - L_d)$ – коэффициент, характеризующий модуляцию длины канала;

L – длина канала; $L_d = \sqrt{(2\varepsilon_{Si} \varepsilon_0 / (qN)) (\sqrt{U_{ds} + U_{bi}} - \sqrt{U_{bi}})}$ – укорочение канала;

ε_{Si} – относительная проницаемость кремния;

ε_0 – абсолютная проницаемость вакуума;

q – заряд электрона;

N – уровень легирования подложки;

U_{ds} – смещение стока относительно истока;
 U_{bi} – контактная разность потенциалов переходов;
 μ_0 – низкополевая подвижность носителей в инверсионном слое;
 W – ширина канала;
 C_{ox} – удельная емкость окисла;
 $A=C_{ox}/(C_{ox}+C_d+C_{fs})$, $C_d=\gamma C_{ox}/(2\cdot\sqrt{(2\phi_F-U_{bs})})$, $C_{fs}=qN_{fs}$ – коэффициенты;
 γ – коэффициент влияния подложки;
 ϕ_F – потенциал Ферми подложки;
 U_{bs} – смещение подложки относительно истока; N_{fs} – плотность поверхностных состояний на 1 эВ;
 ϕ_t – термический потенциал;
 U_{gs} – смещение затвора относительно истока;
 U_{th} – пороговое напряжение;
 $\beta=(\epsilon_{Si}d_{ox})/(\pi\epsilon_{ox}L)$ – коэффициент снижения барьера; d_{ox} – толщина окисла;
 ϵ_{ox} – относительная проницаемость окисла;
 $s=1-\exp(-U_{ds}/\phi_t)$ – влияние напряжения стока.

Л и н е й н а я о б л а с т ь. Этот режим работы имеет место при напряжении на затворе большем порогового напряжения и при напряжении на стоке меньшем напряжения насыщения U_{dsat} транзистора. Согласно /3/ ток стока равен

$$I_{ds}=\mu_0 C_{ox}(W/L)F_g F_v F_q U_{ds} \quad (1.2)$$

где $F_g=1/(1+\theta(U_{gs}-U_{th}))$ – описывает уменьшение подвижности вертикальным полем;
 θ – коэффициент деградации подвижности вертикальным полем;

$F_v=1/(1+\mu_0 F_g U_{ds}/(V_m L))$ – описывает уменьшение подвижности продольным полем;

V_m – максимальная скорость носителей в канале;

$F_q=U_{gs}-U_{th}-0,5\cdot(1+F_b U_{ds})$ – связано со средней поверхностной плотностью заряда, индуцированного в канале под действием напряжения затвора, стока и подложки;

$F_b=\gamma/(4\cdot\sqrt{(2\varphi_F+U_{bs})})$ – связано с составляющей поверхностного заряда, который лежит ниже канала;

$\gamma=\sqrt{(2q\varepsilon_{Si}\varepsilon_0 N)/C_{ox}}$ - коэффициент влияния подложки.

Уравнение (1.2) хорошо описывает характеристики p -канальных приборов, но не верно для n -канальных из-за иного соотношения между полем и скоростью носителей. Учет этого соотношения дает аппроксимацию для подвижности n -канальных приборов

$$\mu_s=\mu_0 F_g F_m, \quad (1.3)$$

где $F_m=1+v(\sqrt{(U_{ds}+G^2)})G$ – подгоночный коэффициент;

v – экспериментальный параметр;

$$G=V_m L/(2\mu_0 F_g).$$

Расчет можно проводить по формуле (1.2), заменяя $\mu_s=\mu_0 F_g$ на равенство (1.3).

Область насыщения. Линейная область существует до напряжения насыщения, при котором носители в канале достигают скорости V_m на стоковом конце канала. Для постоянного эффективного напряжения $(U_{gs}-U_{th})$ и постоянного смещения подложки дифференцирование равенства (2) и решение уравнения $dI_{ds}/dU_{ds}=0$ приводит к выражению для p -канальных приборов

$$U_{dsat}=(V_m L/\mu_s)((1+2\cdot(U_{gs}-U_{th})\mu_s/\sqrt{((1+F_b)V_m L)})-1), \quad (1.4)$$

а ток стока в насыщении равен

$$I_{ds}=I_{dsat}+\lambda F_c F_d, \quad (1.5)$$

где I_{dsat} – ток стока при $U_{ds}=U_{dsat}$, $U_{gs}-U_{th}=\text{const}$;

$$\lambda=V_m C_{ox} X_d W/L; \quad (1.6)$$

$$F_c=U_{dsat}-(U_{gs}-U_{th})U_{crit}/((1+F_b)(U_{crit}+U_{dsat})); \quad (1.7)$$

$$F_d=\sqrt{(U_{ds}-U_{dsat}+H^2)}-H; \quad (1.8)$$

$$X_d=\sqrt{(2\varepsilon_{Si}\varepsilon_0/(qN))}; \quad (1.9)$$

$$U_{crit}=V_m L/\mu_s; \quad (1.10)$$

$$H=E_0 X_d/2; \quad (1.11)$$

$$E_0=(U_{gs}-U_{th})/L. \quad (1.12)$$

Для определения напряжения насыщения n -канальных приборов используется уравнение (4), в котором $\mu_s=\mu_0 F_g$ заменяется на $\mu_s=\mu_0 F_g F_m$, а ток стока берется равным в насыщении

$$I_{ds}=I_{dsat} F_m/F_{msat}, \quad (1.13)$$

где I_{dsat} – ток стока при $U_{ds}=U_{dsat}$, $U_{gs}=\text{const}$;

F_{msat} – рассчитывается при $U_{ds}=U_{dsat}$, $U_{gs}=\text{const}$.

П о р о г о в о е н а п р я ж е н и е. Для короткоканального транзистора пороговое напряжение равно

$$U_{th}=U_{thl}-\Delta U_{th}, \quad (1.14)$$

где U_{thl} – пороговое напряжение длинноканального прибора;

ΔU_{th} – поправка равная $1/$

$$\Delta U_{th} = qNW_m R_j / (2C_{ox}L) ((\sqrt{1+2Y_{st}/R_j} - 1) + (\sqrt{1+2Y_{dt}/R_j} - 1)); \quad (1.15)$$

$W_m = (2\varepsilon_{Si}\varepsilon_0 \sqrt{(2\phi_F + U_{bs})/(qN)})$ – толщина обедненного слоя;

R_j – глубина областей истока и стока;

Y_{st} и Y_{dt} – толщины обедненных слоев истока и стока в горизонтальном направлении при $\phi_s = 2\phi_F$.

Э ф ф е к т с м ы к а н и я. Минимальная концентрация примеси в подложке, необходимая для полного исключения явления смыкания равна /4/

$$N_{sub} = 8\varepsilon_{Si}\varepsilon_0 \sqrt{(U_{ds} + U_{bi}) + \sqrt{U_{bi}^2/(qL^2)}}. \quad (1.16)$$

В случае смыкания программа запрашивает другое (большее) значение концентрации примеси в подложке.

Г о р я ч и е н о с и т е л и. Сдвиг порога, вызванный накоплением заряда горячих носителей в окисле, определяется выражением /5/

$$\Delta U_{th} = C \exp(L_0/L_{eff}) \exp(-U_0/U_{dshot})(t/t_0)^n, \quad (1.17)$$

где C – константа в вольтах;

L_{eff} – эффективная длина канала;

L_0 – характеристическая длина;

U_0 – характеристическая постоянная;

t – длительность работы прибора, ч; $t_0 = 1000$ ч.;

$n = 0,55$;

U_{dshot} – напряжение стока при постоянном воздействии.

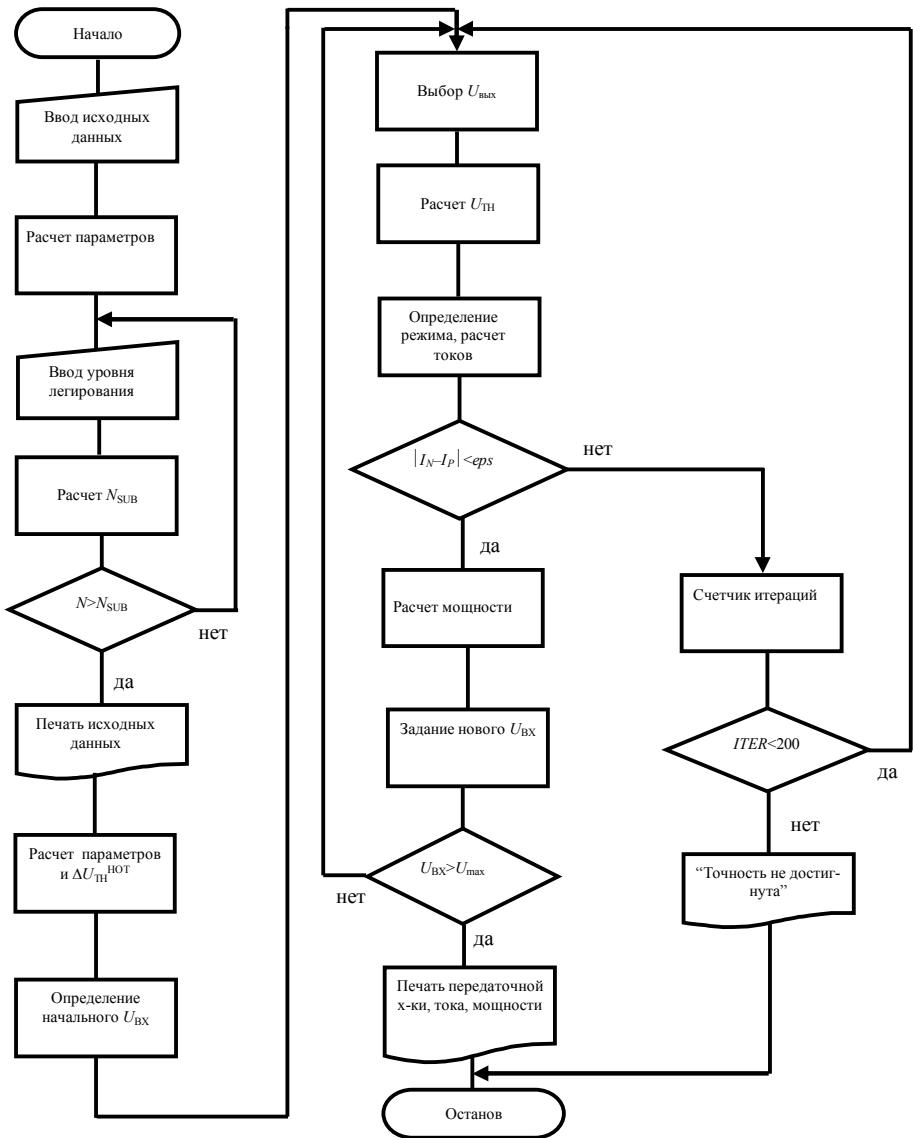


Рис. 1.1. Алгоритм расчета передаточной характеристики, тока потребления, потребляемой мощности КМОП-инвертора

С ш и в а н и е х а р а к т е р и с т и к. Для обеспечения непрерывности тока стока в переходной области необходимо сшивание выражения (1) для субпорогового режима и (4) для линейного режима. Это достигается умножением (1) на эмпирическую функцию /6/

$$f=1/(1+\exp(A(U_{gs}-U_{th})/\phi_t)) \quad (1.18)$$

и сложением полученного выражения с (1.2). Результат – достаточно точное непрерывное выражение для тока стока в субпороговой и линейной области.

Программа расчета КМОП-инвертора

Алгоритм расчета, использующий описанные модели, представлен на рис. 1.1. Алгоритм реализован на языке ФОРТРАН–77, результаты расчета иллюстрирует рис. 1.2.

3. Экспериментальная часть

Р а б о т а с п р о г р а м м о й. Запустить программу КМОП.EXE. Работа ведется в режиме диалога. ЭВМ запрашивает необходимые исходные данные, в случае ошибки ввода запрос повторяется. Данные выдаются преподавателем индивидуально.

Требуемые исходные данные:

- температура;
- материал затвора;
- толщина диэлектрика;
- эффективная плотность поверхностного заряда;
- доза имплантированной примеси;
- смещение подложки;

- глубина истока, стока;
- длина канала;
- ширина канала;
- концентрация примеси истока, стока;
- коэффициент деградации подвижности;
- подвижность носителей;
- максимальная скорость носителей;
- коэффициент ν n -канального транзистора;
- напряжение стока долговременного воздействия.

4. Расчетное задание

4.1. Рассчитать зависимость максимального тока потребления от напряжения питания инвертора при постоянной сумме пороговых напряжений n - и p -канальных транзисторов.

4.2. Рассчитать зависимость максимального тока потребления от пороговых напряжений n - и p -канальных транзисторов при постоянном напряжении питания инвертора и при сумме их пороговых напряжений, меньшей напряжения питания.

4.3. Определить зависимость напряжения логической единицы от напряжения питания инвертора.

4.4. Определить зависимость напряжения логического нуля от напряжения питания инвертора.

Контрольные вопросы

1. Работа МДП транзистора в подпороговом, линейном режимах и насыщения.

2. Статические характеристики МДП транзистора в различных режимах работы.

3. Эффекты короткого канала и горячих носителей.

4. Численные методы решения нелинейных уравнений.

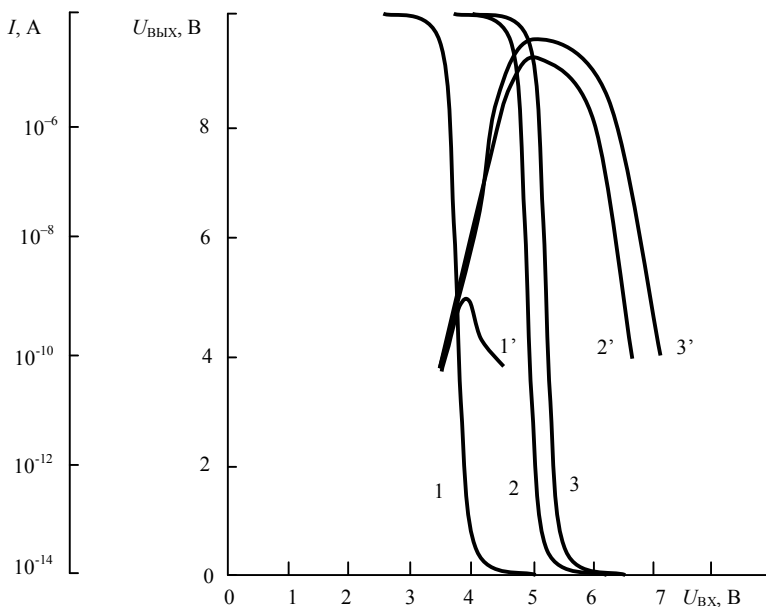


Рис. 1.2. Выходное напряжение и ток потребления, соответственно

- 1, 1' – для $U_{ТН}^p = -6,2 \text{ В}$, $U_{ТН}^n = 4,2 \text{ В}$;
 2, 2' – для $U_{ТН}^p = -3,2 \text{ В}$, $U_{ТН}^n = 4,2 \text{ В}$;

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ЗАРЯДА В МНОП-СТРУКТУРЕ

1. Общие указания по работе

1.1. Цель работы: моделирование на компьютере накопления заряда в МНОП-структуре и расчет сдвига напряжения плоских зон.

1.2. При выполнении работы используется компьютер IBM PC и операционная система Windows-95.

2. Методические указания по выполнению

2.1. Механизмы накопления заряда в МНОП-структуре

Теоретическая часть

МНОП-структура представляет собой обычную МДП-структуру, в которой в качестве диэлектрика затвора используется двойной диэлектрический слой, состоящий из слоя термически выращиваемого окисла кремния (SiO_2) толщиной 1,5–50 нм и осажденного на нем слоя нитрида кремния (Si_3N_4) толщиной 50–100 нм. Слой окисла кремния термически выращивается в атмосфере сухого кислорода при температуре 1193 К. Нитрид кремния можно осаждать при помощи различных методов, используя, например, низкотемпературное распыление и реакции четыреххлористого кремния (SiCl_4) или силана (SiH_4) с аммиаком в интервале температур 1073–1473 К. Физические свойства нитрида кремния варьируются выбором соотношений $\text{SiCl}_4\text{--NH}_3$ или $\text{SiH}_4\text{--NH}_3$, а также температуры осаждения в указанных выше пределах.

При малых значениях напряжения на затворе МНОП-транзисторы ведут себя как обычные МОП-транзисторы. При достаточно больших положительных напряжениях на затворе электроны будут туннелировать из зоны проводимости кремния в зону проводимости окисла и захватываться ловушками в нитриде кремния, приводя к накоплению отрицательного заряда на границе раздела диэлектриков. Накопленный заряд располагается в нитриде кремния на расстояниях, меньших чем 10 нм от границы раздела $\text{Si}_3\text{N}_4\text{--SiO}_2$. Этот накопленный заряд изменяет напряжение включения транзистора на

$$\Delta V_{TH} = -\frac{Q - Q(0)}{C_n}, \quad (2.1)$$

где Q – заряд на единицу площади, индуцированный на границе раздела $\text{Si}_3\text{N}_4\text{--SiO}_2$;

$Q(0)$ – начальный заряд на границе раздела диэлектриков;

$C_n = \epsilon_0 \epsilon_n / d_n$ – емкость на единицу площади нитрида кремния;

ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума;

ϵ_n – относительная диэлектрическая проницаемость нитрида кремния;

d_n – толщина слоя нитрида кремния.

При достаточно большом отрицательном напряжении на затворе результирующий положительный заряд накапливается на границе раздела диэлектриков вследствие обратного туннелирования в зону проводимости окисла кремния и далее в зону проводимости кремния. Такой перенос заряда проявляется в обратном сдвиге напряжения включения после приложения положительного напряжения. Исходя из предшествующего качественного описания поведения прибора, когда к нему приложено напряжение, становится очевидным, что есть два основных режима работы транзистора: стабильный – при малых напряжениях на затворе, он имеет место при отсутствии сколько-нибудь существенного переноса заряда через диэлектрики, который может повлиять на напряжение включения, и режим с накоплением заряда – при больших напряжениях на затворе, который обусловлен переносом заряда через диэлектрики. Чтобы дать количественные характеристики этих режимов работы в зависимости от конструктивных параметров и прикладываемых напряжений, необходимо рассмотреть физические механизмы переноса заряда.

Характер изменения энергетических зон МНОП-структуры при положительном и отрицательном напряжениях

на металлическом электроде иллюстрируется рис. 2,1. При положительном напряжении на металлическом электроде МНОП-структуры ток представляет собой поток электронов, туннелирующих из зоны проводимости кремния в зону проводимости окисла, которые на границе нитрид кремния – окисел кремния захватываются ловушками и в свою очередь возбуждаются с переходом в зону проводимости нитрида кремния в направлении металлического электрода.

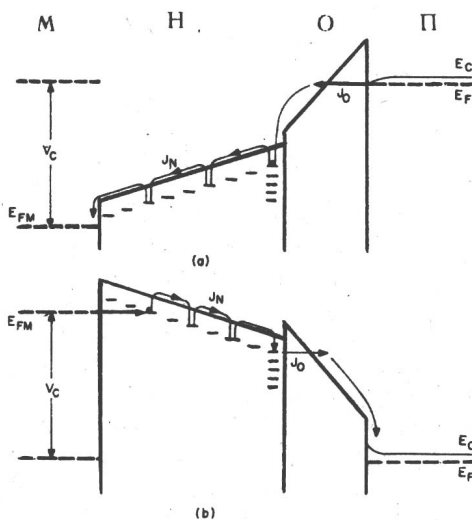


Рис. 2.1. Энергетические зоны МНОП-структуры. *а* – положительное напряжение на металлическом электроде; *б* – отрицательное напряжение на металлическом электроде

При отрицательном напряжении на металле ток представляет собой поток электронов, которые возбуждаются и переходят из металла в зону проводимости нитрида кремния, туннелируют через окисный барьер в окисел и далее в зону проводимости кремния.

В МОП-структурах с толстым слоем окисла ($d_{\text{ок}} > 5$ нм) основной механизм проводимости в окисле определяется эмиссией Фаулера-Нордгейма /1/

$$I_{\text{ок}} = C_0 E_0^2 \frac{\pi c k T / E_0}{\sin(\pi c k T / E_0)} \exp(-E_1 / E_0), \quad (2.2)$$

где T – температура, К;

k – постоянная Больцмана;

E_1 , C_0 , c – постоянные, определяемые высотой барьера и эффективной массой носителей в диэлектрике.

Показано /2/, что плотность тока, протекающего через нитрид, определяется тремя компонентами:

$$I_n = I_{n1} + I_{n2} + I_{n3}. \quad (2.3)$$

Составляющая I_{n1} соответствует эффекту Пула-Френкеля

$$I_{n1} = C_1 E_n \exp\left\{-\left(\frac{q\Phi_1}{kT}\right)\right\} \exp\left\{\frac{q}{kT} (\beta E_n)^{\frac{1}{2}}\right\}, \quad (2.4)$$

где E_n – напряженность поля в нитриде;

Φ_1 – глубина потенциальной ямы ловушки;

C_1 , β – характеристические постоянные, определяемые диэлектрической постоянной и уровнем ловушки.

Составляющая I_{n2} обусловлена автоэлектронной эмиссией захваченных электронов в зону проводимости диэлектрика

$$I_{n2} = C_2 E_n^2 \exp(-E_2 / E_n), \quad (2.5)$$

где C_2 и E_2 – постоянные, зависящие от уровня ловушки.

Значение I_{n3} – результат перескока термически возбужденных электронов между изолированными ловушками

$$I_{n3} = C_3 E_n \exp(-q\Phi_3 / kT), \quad (2.6)$$

где $q\Phi_3$ – энергия термической активации.

В первый момент времени напряженности E_o и E_n устанавливаются в соответствии с диэлектрическими постоянными слоев. Плотность тока через структуру определяется характеристиками слоев SiO_2 и Si_3N_4 . Эти характеристики различны. На границе раздела накапливается заряд, который приводит к перераспределению полей до тех пор, пока не установится непрерывность тока.

2.2. Анализ стационарного процесса

Стационарное решение включает определение напряженностей электрических полей в диэлектриках (E_o и E_n) и величины заряда, накопленного на границе их раздела (Q). После нахождения величины заряда, индуцированного на границе раздела диэлектриков при данном приложенном напряжении на затворе можно получить результирующий сдвиг порогового напряжения транзистора. Стационарным условием непрерывности тока при заданном напряжении является равенство плотностей тока в окисле и нитриде кремния.

$$J_o = J_n \quad (2.7)$$

откуда следует, что

$$Q = \varepsilon_{ox} \varepsilon_0 E_{ox} - \varepsilon_n \varepsilon_0 E_n. \quad (2.8)$$

Суммирование напряжений в структуре дает

$$V = d_{ox} E_{ox} + d_n E_n; \quad (2.9)$$

Совместное решение уравнений (2.7) – (2.9) позволяет найти величину заряда, накопленного на границе раздела диэлектриков, как функцию напряжения на затворе и толщины

диэлектрика. Рассчитанные на ЭВМ значения плотности тока и накопленного заряда в зависимости от напряжения на затворе для температуры жидкого азота и комнатной температуры показаны на рис. 2.2.

На рис. 2.2 значения отрицательного заряда, соответствующие положительному сдвигу напряжения плоских зон, представляются положительными ординатами.

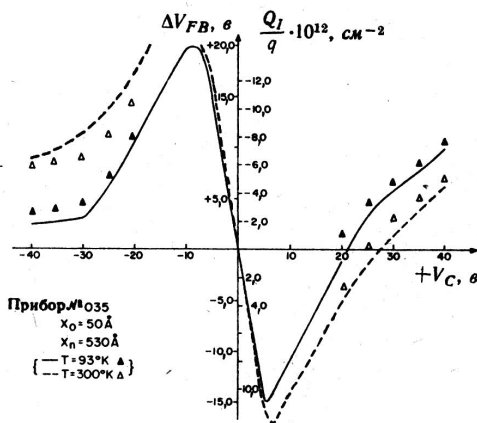


Рис. 2.2. Расчетные (пунктирные) и экспериментальные (треугольники) зависимости равновесного заряда, индуцируемого на границе раздела диэлектриков, от зарядного напряжения при температуре жидкого азота и комнатной температуре

Характеристические параметры, используемые в уравнениях плотности тока, приведены в таблице.

Параметры проводимости диэлектриков

Термически выращенный окисел

$$C_0 = 10^{-5} \text{ A} \cdot \text{В}^{-2}, E_1 = 2,54 \cdot 10^8 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}, c = 1,12 \cdot 10^{27} \text{ K}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$$

Нитрид кремния

$$C_1 = 2,5 \cdot 10^{11} \text{ A} \cdot \text{см} \cdot \text{В}^{-1}, \Phi_1 = 1,15 \text{ эВ}, \beta = 1,78 \cdot 10^{-7} \text{ В} \cdot \text{см},$$

$$C_2=3,5 \cdot 10^{-10} \text{ А} \cdot \text{В}^{-1}, E_2=1,2 \cdot 10^8 \text{ В} \cdot \text{см}^{-1}$$

$$C_3=5 \cdot 10^{-14} \text{ А/В}, \Phi_3=0,1 \text{ эВ}$$

Прежде чем перейти к анализу зависимости накопления заряда от $J - E$ -характеристик диэлектриков, целесообразно рассмотреть два предельных случая, в которых одна из составляющих плотности тока (J_o или J_n) пренебрежимо мала по сравнению с другой. При положительном напряжении на затворе, когда $J_o \gg J_n$, электроны, туннелирующие через окисел, будут накапливаться на ловушках на границе раздела диэлектриков до тех пор, пока поле в окисле не уменьшится до нуля ($E_o=0$). Согласно уравнениям (2.7) и (2.8), величина накопленного заряда при данном приложенном напряжении и $E_o=0, J_n=0$ определяется как

$$Q = -\frac{\epsilon_n \epsilon_0}{d_n} V. \quad (2.10)$$

Накопленный заряд изменяет пороговое напряжение на величину

$$\Delta V_{TH} = -\frac{Q}{C_n}, \quad (2.11)$$

т.е. в этом предельном случае увеличение напряжения включения равно напряжению, приложенному к затвору.

Во втором предельном случае $J_n \gg J_o$. При положительных напряжениях на затворе перенос заряда ограничивается слоем нитрида кремния. Электроны перемещаются от границы раздела диэлектриков к металлическому электроду до тех пор, пока положительный объемный заряд на границе раздела не уменьшит электрическое поле в нитриде до нуля. Величина накопленного заряда для данного приложения напряжения и условия, что $E_n=0$ в (8) и (9) и $J_o=0$, есть

$$Q = \frac{\varepsilon_{\text{ox}} \varepsilon_0}{d_{\text{ox}}} V, \quad (2.12)$$

а изменение напряжения включения

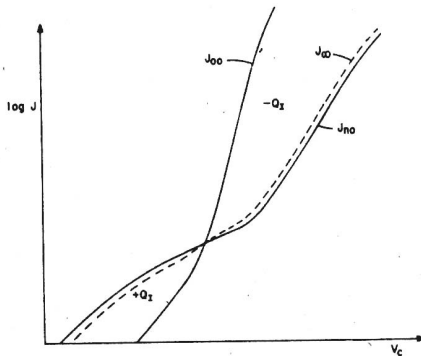
$$\Delta V_{TH} = -\frac{Q}{C_n} = \frac{\varepsilon_{\text{ox}}}{\varepsilon_n} \frac{d_n}{d_{\text{ox}}} V. \quad (2.13)$$

Заметим, что в этом случае заряд, накопленный на границе раздела диэлектриков, отличается как по величине, так и полярностью от заряда при $J_o \gg J_n$.

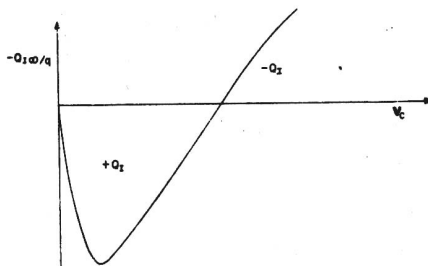
2.3. Зависимость накопления заряда от параметров проводимости диэлектриков

В общем случае, когда $J_o \neq 0$ и $J_n \neq 0$, заряд, индуцируемый на границе раздела диэлектриков Q , в значительной мере определяется параметрами проводимости и соотношением толщин диэлектриков. Эта зависимость Q от относительной величины плотности тока в диэлектриках качественно описывается следующим образом.

Обозначим первоначальные плотности тока J_{o0} и J_{n0} (для данного приложенного напряжения) при отсутствии заряда на границе раздела [$Q(V)=0$] через $J_{o0}=J_o(Q=0)$ и $J_{n0}=J_n(Q=0)$. Качественные изменения первоначальных плотностей токов J_{o0} и J_{n0} как функций приложенного положительного напряжения при комнатной температуре иллюстрируются рис. 2.3а. Плотность непрерывного стационарного тока J_∞ показана пунктирной линией.



(a)



(b)

Рис. 2.3. Характер изменения параметров. *a* – зависимость первоначальных плотностей тока в МНОП-структуре от зарядного напряжения; *б* – зависимость равновесного заряда, индуцированного на границе раздела диэлектриков, от зарядного напряжения

При малых приложенных напряжениях, когда $J_{n0}(V) > J_{00}(V)$, непрерывность тока обеспечивается накоплением положительного заряда, который уменьшает поле и плотность тока в нитриде кремния.

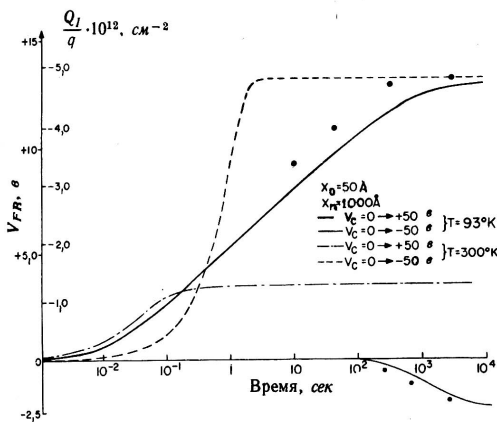


Рис. 2.4. Расчетные (при 93 и 300 К и экспериментальные (при 93 К) временные зависимости накопления заряда на границе раздела диэлектриков

При данном положительном приложенном напряжении плотность тока в нитриде кремния (см. 2.3)) с повышением температуры увеличивается быстрее, чем плотность тока в окисле (см. (2.2)), т.е. повышение температуры приводит к повышению разности $J_{00}(V) - J_{n0}(V)$ и соответственно величины заряда $|Q|$. Подобное уменьшение $|Q|$ при данной температуре можно получить путем повышения уровня проводимости слоя нитрида кремния. И, наконец, следует заметить, что модель переноса заряда говорит о том, что индуцированный заряд Q является однозначной функцией напряжения, приложенного к затвору (рис. 2.3). Это означает, что МНОП-транзистор независимо от конструкции и параметров при работе в стационарных условиях эффектом памяти не обладает.

2.4. Анализ переходного процесса

Скорость изменения заряда на границе раздела диэлектриков прямо пропорциональна разности плотностей тока в обоих диэлектриках при заданных напряжении на затворе и времени

$$\frac{dQ(V, T)}{dt} = I_{\text{ох}}(V, T) - I_{\text{н}}(V, T). \quad (2.14)$$

Начальное условие накопления заряда на границе раздела диэлектриков определяется конструктивными особенностями прибора. Временные зависимости накопления заряда в одном из исследованных МНОП-транзисторов при низкой и комнатной температурах, рассчитанные на ЭВМ по уравнению (2.14), приводятся на рис. 2.4. Здесь же для сравнения даны экспериментальные точки; это лишь те значения, измерение которых не составляло труда. Обращает на себя внимание значительное уменьшение времени накопления заряда при комнатной температуре, обусловленное повышенными уровнями тока. Временная зависимость потери заряда для того же прибора при $V=0$ показана на рис. 2.5.

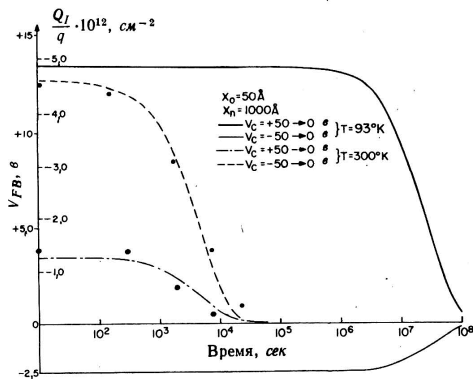


Рис. 2.5. Расчетные (при 93 и 300 К) и экспериментальные (при 300 К) временные зависимости потери заряда, индуцированного на границе раздела диэлектриков

Потеря заряда при комнатной температуре также происходит быстрее вследствие более высокого уровня проводимости обоих диэлектриков. Из сравнения времени накопления и потери заряда следует, что накопление происходит на несколько порядков величины быстрее потери. Последнее объясняется экспоненциальной природой $J - E$ -характеристик диэлектриков и более слабыми полями в них в период разрядки по сравнению с периодом зарядки (рис. 2.5). Структура энергетических зон МНОП-транзистора ($d_{\text{ox}}=5 \text{ нм}$, $d_n=50 \text{ нм}$) при напряжении $V=+25 \text{ В}$, электрические поля и плотности тока для $Q=0$ приводятся на рис. 6, а. Поскольку $J_o > J_n$, зарядка в основном происходит через окисел при плотности тока порядка $J=10^{-7} \text{ А/см}^2$.

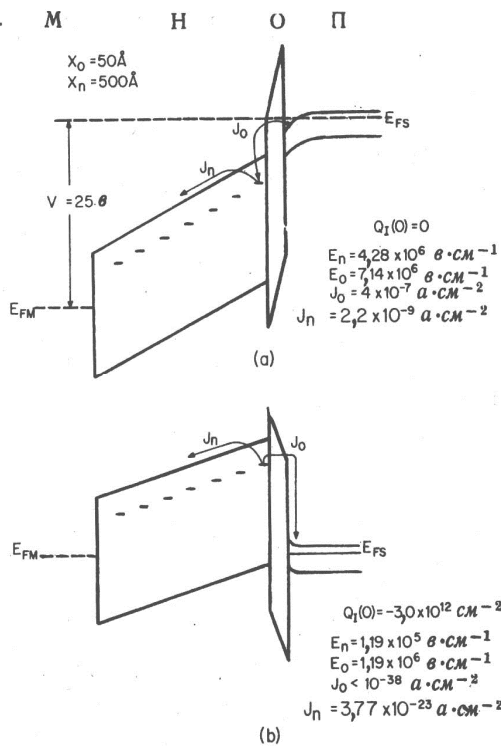


Рис. 2.6. Структура энергетических зон МНОП-структуры; *a* – при положительном напряжении на затворе $V=25$ В; *б* – после снятия напряжения $Q=3,0 \cdot 10^{-12} \text{ см}^{-2}$

В период разрядки, когда напряжение на затворе $V=0$, электрическое поле в структуре существует за счет отрицательного заряда, накопленного на границе раздела диэлектриков в период зарядки [$Q(0) = -3,0 \cdot 10^{12} \text{ см}^{-2}$]. Как показано на рис. 2.6, *б*, при $J_n \gg J_o$, и разрядка в основном происходит через слой нитрида кремния при плотности тока $J = 10^{-23} \text{ А/см}^2$. Скорость накопления и потери заряда, согласно уравнению (2.16), пропорциональна разности плотностей токов в окисле и нитриде кремния $J_o(V) - J_n(V)$. Эта разность, будучи на много порядков больше для периода зарядки (10^{-7} А/см^2), чем для периода разрядки (10^{-22} А/см^2), определяет время зарядки, кото-

рое на много порядков величины меньше времени разрядки. Именно это привело к практическому использованию МНОП-транзисторов в качестве элементов памяти, поскольку мы здесь наблюдаем гистерезисный характер поведения заряда (индуцируемого на границе раздела диэлектриков) как функции напряжения на затворе. С другой стороны, экспоненциальная природа уравнения (14) дает основание полагать, что если снижать плотность тока в структуре, увеличивая толщину окисла и уменьшая напряжение на затворе, то время зарядки можно увеличить до $t > 10^8$ с, что для всех практических применений будет означать отсутствие переноса заряда. В этом случае МНОП-транзистор можно использовать в качестве стабильного полевого прибора.

3. Экспериментальная часть

Порядок выполнения работы

1. Включить компьютер и запустить «Проводник», два раза щелкнуть левой кнопкой мыши на папку «МНОП».
2. Запустить на компьютере, совместимом с IBM PC, программу расчета накопления заряда в МНОП-структуре MNOS.EXE, два раза щелкнув левой кнопкой мыши на ее название.
3. Ввести исходные данные: температуру, толщины окисла кремния и нитрида кремния, напряжение затвора.
4. Записать зависимость заряда в МНОП-структуре от времени, рассчитать зависимость сдвига напряжения плоских зон от времени.
5. Построить график.

Контрольные вопросы

1. Механизмы накопления заряда в МНОП-структурах.
2. Токи в оксиде и нитриде кремния.

3. Методы решения дифференциальных уравнений численным методом.

4. Возможность получения стабильного порогового напряжения в МДП-транзисторах на основе МНОП-структур.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕССА ТУННЕЛИРОВАНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ДИЭЛЕКТРИК МДП-СТРУКТУР НА НАДЕЖНОСТЬ МДП-ТРАНЗИСТОРОВ

1. Общие указания по работе

Цель работы: изучить основные способы инжекции носителей заряда в диэлектрик МДП-структур при приложении поперечного электрического поля, и влияние инжекции на деградацию порогового напряжения МДП-транзисторов.

2. Методические указания по выполнению

Теоретическая часть

Структура МДП (металл – диэлектрик – полупроводник) широко используется в современной электронике. Свойства приборов на основе МДП-структур, их надежность в большей степени зависит от токов протекающих через диэлектрик МДП-структуры. Эти токи являются следствием инжекции носителей заряда в подзатворный диэлектрик. Эта инжекция может происходить под воздействием многих причин, в частности, при высоких напряженностях электрического поля прикладываемого к структуре. Рассмотрим наиболее важные механизмы инжекции

3. Механизмы инжекции носителей заряда в сильных электрических полях

3.1. Термоэлектронная инжекция

Термоэлектронной инжекцией называют инжекцию равновесных горячих свободных носителей через потенциальный барьер на границе раздела полупроводник–диэлектрик, пониженный электрическим полем. Рассмотрим чему равен этот ток (его обычно называют током термоэлектронной эмиссии по механизму Шоттки).

Выделим в фазовом пространстве координат и скоростей элемент объема dW , равный $dV_x dV_y dV_z dx dy dz$. Учтем, что в соответствии с принципами неопределенности, минимальный объем, который может занимать электрон в фазовом пространстве квазиимпульсов и координат равен $(dR_{pr})_{\min} = h^* h^* h^*$. Согласно принципу Паули, в каждом таком состоянии может находиться не более двух электронов с разными спинами. Тогда число состояний dz для электронов в единице объема $(dx dy dz)$ в фазовом пространстве $\{V, R\}$ в предположении изотропности эффективных масс, будет

$$dz = 2 \cdot \frac{dP_x dP_y dP_z}{h^3} = \frac{2m^{*3}}{h^3} dV_x dV_y dV_z. \quad (3.1)$$

Для условий термодинамического равновесия функция распределения носителей по энергиям будет функцией Ферми-Дирака.

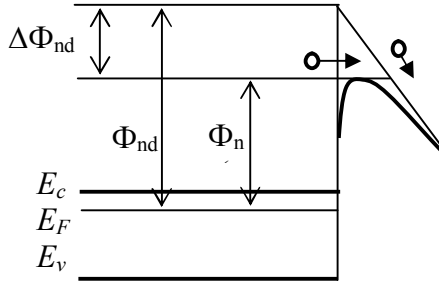


Рис. 3.1. Энергетическая диаграмма контакта М–Д с учетом влияния сил изображения Φ_{nd} – работа выхода из полупроводника при $E=0$; $\Phi_{nd}(E)$ – работа выхода из полупроводника в диэлектрике в поле напряженностью E ; $\Delta\Phi_{nd}$ – понижение барьера в поле напряженностью E

Для горячих носителей, которые играют основную роль в рассматриваемом процессе выполняются условия $\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \gg kT$ и функция распределения хорошо аппроксимируется распределением Больцмана:

$$f_0(E, T) = \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right), \quad (3.2)$$

где E_c – энергия электрона, E_f – энергия Ферми, T – температура.

Число равновесных электронов в единице объема dn , обладающей энергией E и скоростями в диапазоне от V_x , V_y , V_z , V_x+dV_x , V_y+dV_y , V_z+dV_z , будет:

$$dn = f_0(E, T) dz = \frac{2m^*{}^3}{h^3} \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) dV_x dV_y dV_z. \quad (3.3)$$

Изменение высоты потенциального барьера на границе металл–диэлектрик при приложении электрического поля E будет равно (эффект Шоттки) в системе СИ:

$$\Delta\Phi_{hd}(F) = q\sqrt{\frac{qF}{4\pi\epsilon\epsilon_0}} = \beta\sqrt{F}, \quad (3.4)$$

где $\beta = q\sqrt{\frac{qF}{4\pi\epsilon\epsilon_0}}$ называется постоянной Шоттки.

Рассмотрим ток термоэлектронной эмиссии, обуславливающий инжекцию носителей заряда через потенциальный барьер (рис. 3.1), пониженный полем.

Пройти через барьер могут только электроны, энергия которых больше, чем высота потенциального барьера, имеющие компоненту скорости V_x и направленную по оси x . Тогда плотность тока термоэлектронной эмиссии будет:

$$j = q \int_{\langle \tau \rangle} V_y dn = \frac{2qm^*{}^3}{h^3} \int_{\langle \tau \rangle} v_y \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) dV_x dV_y dV_z. \quad (3.5)$$

При переходе от интегрирования по фазовому объёму к интегрированию по скоростям V_x, V_y, V_z , с учётом того, что кинетическая энергия любого электрона, участвующего в переносе заряда

$$E_k = \frac{mV_x^2 \min}{2} \geq \Phi_{hd}(F) = -E_i + E_0 - \beta\sqrt{F}, \quad (3.6)$$

получаем:

$$j = \frac{2m^*{}^3}{h^3} \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{m^* V_y^2}{2kT}\right) dV_y \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{m^* V_z^2}{2kT}\right) dV_z \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{m^* V_x^2}{2kT}\right) dV_x. \quad (3.7)$$

Решая уравнение (3.7) с учетом (3.6) получаем:

$$j = \frac{4\pi q m^* k^2 T^2}{h^3} \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) \exp\left(\frac{\beta\sqrt{F}}{kT}\right). \quad (3.8)$$

Уравнение (3.8) описывает ток термоэлектронной инжекции из полупроводника в диэлектрик через барьер, пониженный электрическим полем.

3.2. Туннельная инжекция

При приложении к затвору МДП-структуры больших величин напряжений в подзатворном диэлектрике возникает высокое значение напряжённости электрического поля. В этом случае величина потенциального барьера оказывается сравнима с дебройлеровской длиной волны электрона и возможна туннельная инжекция свободных носителей из полупроводника в зону проводимости диэлектрика. Как и ранее выделим в фазовом пространстве $\{k, t\}$ элемент объёма $dk = dk_x, dk_y, dk_z$ вблизи значений волнового числа k , тогда число состояний dz в этом объёме будет:

$$dz = \frac{dk_x dk_y dk_z}{4\pi^3} \quad (3.9)$$

число электронов dn в этом объёме

$$dn = f_0(E, T) dz = \frac{1}{4\pi^3} \exp\left(-\frac{E_c - E_f}{kT}\right) dK_x dK_y dK_z. \quad (3.10)$$

Будем считать, что туннельный ток обусловлен электронами, имеющими компоненту скорости V_x обладающими значениями энергии E и имеющими отличную от нуля при этом значении энергии величину коэффициента прозрачности $D(E)$

Тогда

$$j = q \int_{\{k\}} V_x D(E) dn = \frac{q\hbar}{m^*} \int_{\{k\}} k'_x D(E) dn \quad (3.11)$$

Подставляя (3.10) в (3.11) и пользуясь тем, что $D(E)$ зависит только от компоненты V_x получим:

$$j = \frac{2q(kT)^2}{2\pi^2\hbar} \exp\left(\frac{E_f - E_c}{kT}\right) \int_0^{V_{x\max}} V_x \exp\left(-\frac{\hbar k_x^2}{2m^*kT}\right) D(E) dk_x. \quad (3.12)$$

Учитывая:

$$k_x = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{2(E - E_c)m^*}{3}};$$

$$dk_x = \frac{1}{\hbar} \sqrt{\frac{m^*}{6(E - E_c)}} dE,$$

Получаем:

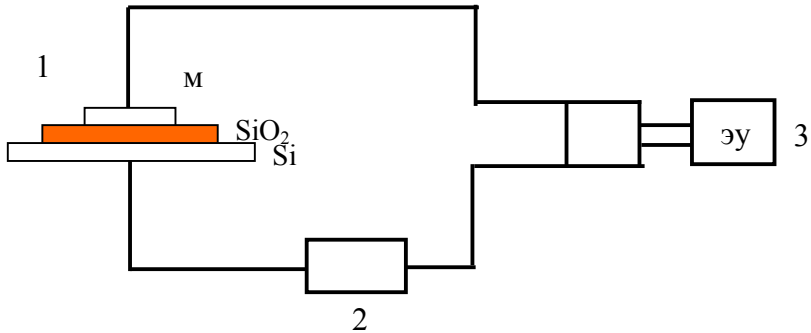


Рис. 3.2. Схема установки:

1 – структура,

2 – источник электрического смещения, ПИН,

3 – Электрометрический усилитель, АЦП

$$j = \frac{qkTm^*}{6\pi^2\hbar^2} \exp\left(-\frac{E_f - E_c}{kT}\right) \int_0^{E_{\max}} \exp\left(-\frac{E_f - E_c}{3kT}\right) D(E) dE. \quad (3.13)$$

Коэффициент прозрачности для туннелирования низкоэнергетических частиц через потенциальный барьер треугольной формы:

$$D(E) = \frac{4\sqrt{E(\Phi_0 - E)}}{\Phi_0} \exp\left(-\frac{4(2m^*)^{1/2}(\Phi_0 - E)^{3/2}}{3 \cdot 3q\hbar E}\right). \quad (3.14)$$

Подставляя это в выражение для тока и интегрируя получаем:

$$j = \frac{q^3 E^2}{8\pi\hbar\Phi_0 t^2(y)} \frac{m}{m^*} \frac{\pi ckT / E_0}{\sin(\pi ckT / E_0)} \exp\left(-\frac{4\sqrt{2m^*}\Phi_0^{3/2}}{3qhE} v(y)\right). \quad (3.15)$$

Здесь y выражает понижение потенциального барьера за счет эффекта Шоттки:

$$y = \frac{\beta\sqrt{F}}{\Phi_0}.$$

$t(y)$, $v(y)$ – функции параметра y слабо от него зависящие и табулированные в [1].

Выражение (3.15) часто записывают в виде:

$$j = AE^2 \exp\left(-\frac{F_0}{F}\right), \quad (3.16)$$

где A и E_0 – параметры, определяемые соотношением (3.15).

Для контакта Si–SiO₂ высота туннельного барьера $\Phi_0=3,2$ эВ, $m^*=0.42m_e$, $F_0=2,3 \cdot 10^8$ В/см, $A=10^{-7}$ А/В².

4. Домашнее задание

Рассчитать теоретическую зависимость $I=f(U)$ для двух механизмов проводимости МДП-структур.

5. Экспериментальная часть

Экспериментальная часть работы может быть выполнена с применением автоматизированной установки контроля параметров МДП-структур.

Порядок выполнения работы

1. Исследование механизма инжекции

- 1.1. Собрать экспериментальную установку согласно схемы рис. 2.
- 1.2. Поместить пластину на столик.
- 1.3. Установить зонд на электрод.

1.4. Подавая различные значения напряжений на образец, снять зависимость тока через структуру $I=f(U_{стр})$ в зависимости от приложенного напряжения.

1.5. Построить график зависимости $I=f(U_{стр})$ в координатах $\ln(I)$ от \sqrt{F} и $\ln(I)/F^2$ от $1/F$.

1.6. Определить механизм протекающего через структуру тока: происходит ли инжекция носителей в диэлектрик за счёт термоэлектронной эмиссии, либо за счёт туннелирования.

2. Моделирование деградации порогового напряжения МДП–транзистора вследствие захвата горячих носителей

2.1. Физическая и математическая модель деградации порогового напряжения

При протекании постоянного тока через МДП структуру происходит накопление заряда на ловушках в диэлектрике, а также генерация новых ловушек. В связи с этим возникает необходимость определения пределов изменения порогового напряжения при известных параметрах центров захвата: количества типов ловушек, эффективной плотности, сечения захвата.

Для случая постоянного тока через структуру действительна кинетическая модель, в соответствии с которой захваченный в диэлектрике заряд равен:

$$Q = q \sum_{i=1}^N n_{0i} \{1 - \exp[-\sigma_i (jt/q)]\}. \quad (3.17)$$

Захват заряда приводит к сдвигу напряжения плоских зон в соответствии с формулой:

$$\Delta V_{\text{FB}} = - (qt_{\text{ox}} / \epsilon \epsilon_0) \sum_{i=1}^N n_{0i} \{1 - \exp[-\sigma_i (jt/q)]\}, \quad (3.18)$$

- где N – количество типов ловушек;
 n_{0i} – эффективная плотность данного типа ловушек ($1/\text{см}^2$);
 σ_i – сечение захвата данного типа ловушек; (см^2);
 j – плотность тока (А);
 t – время инжекции (сек);
 d_{ox} – толщина диэлектрика (см).

2.2. Моделирование процесса деградации

Программа моделирования позволяет рассчитать изменения напряжения плоских зон в соответствии с формулой (3.2) и представляет результаты в виде графика на экране монитора.

Порядок выполнения работы

1. Включить компьютер и загрузить программу «Проводник». Запустить программу расчета к лабораторной работе МНОП.exe двойным нажатием левой кнопки мыши.
2. Ввести данные и нажать «Enter». При этом появится значение напряжения плоских зон V_{FB} , а в правой части экрана будет представлен график $V_{\text{FB}}(t)$.
3. Изменяя входные данные, исследовать зависимость $V_{\text{FB}}(t)$ для нескольких типов ловушек, при различных параметрах ловушек и уровнях тока инжекции (см. таблицу вариантов).
4. Результаты моделирования представить в виде графика $V_{\text{FB}}(t) = f(t)$ при $j = \text{const}$. По кинетическим кривым для случая ло-

вушек одного типа рассчитать сечение захвата, предварительно представив результат в координатах $\ln \frac{\Delta V_{FBn} - \Delta V_{FB}(t)}{\Delta V_{FB}}$ от t .

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
J												
t												
N_0												
σ_I												
n_{i0}												
t_{ox}	10	20	30	40	50	60	70	80	85	90	95	100

$\epsilon_{ox}=3,8, \quad \epsilon_0=8,86 \cdot 10^{-14} \text{ Ф/см}, \quad q=1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл.}$

Контрольные вопросы

1. Механизм инжекции носителей заряда в диэлектрик МДП структур.
2. Диапазон напряженностей электрического поля, в котором существенна инжекция путем туннелирования .
3. Механизм деградации пороговых напряжений.
- 4 .Методика экспериментальной оценки сдвига порогового напряжения.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА

1. Общие указания по работе

1.1. Цель работы: изучить критерии и количественные характеристики надежности. Овладеть методикой обработки экспериментальных данных и определения функции распределения времени наработки до первого отказа.

1.2. В работе используются персональный компьютер IBM PC с процессором 286 и выше и операционной системой Windows .

2. Домашнее задание и методические указания по его выполнению

Ознакомиться с основными критериями и количественными характеристиками надежности.

2.1. Теоретическая часть

Отказы в системах возникают под воздействием разнообразных факторов. Поскольку каждый фактор в свою очередь зависит от многих причин, то отказы элементов, входящих в состав системы, относятся, как правило, к случайным событиям, а время работы до возникновения отказов - к случайным величинам. В инженерной практике возможны и не случайные (детерминированные) отказы (отказы, возникновение которых происходит в определенный момент времени, т.е. в момент возникновения причины, так как существует однозначная и определенная связь между причиной отказа и моментом его

возникновения). Например, если в цепи аппаратов ошибочно поставлен элемент, не способный работать при пиковой нагрузке, то всякий раз, когда возникает эта нагрузка, он обязательно перейдет в состояние отказа. Такие отказы выявляются и устраняются в процессе проверки технической документации и испытаний.

При анализе надежности объектом исследования являются случайные события и величины. В качестве теоретических распределений наработки до отказа могут быть использованы любые применяемые в теории вероятностей непрерывные распределения. В принципе можно взять любую кривую, площадь под которой равна единице, и использовать ее в качестве кривой распределения случайной величины. Поэтому прежде чем приступить к инженерным методам расчета надежности и испытаний на надежность, следует рассмотреть закономерности, которым они подчиняются.

В соответствии с ГОСТ 27.002-89 под надежностью понимают свойство объекта сохранять во времени в установленных пределах значения всех параметров, характеризующих способность выполнять требуемые функции в заданных режимах и условиях применения, технического обслуживания, ремонтов, хранения и транспортировки.

Критерием надежности называется признак, по которому можно количественно оценить надежность различных устройств.

К числу наиболее широко применяемых критериев надежности относятся:

- вероятность безотказной работы в течение определенного времени $P(t)$;
- средняя наработка до первого отказа T_{cp} ;
- наработка на отказ t_{cp} ;
- частота отказов $f(t)$ или $a(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- параметр потока отказов $\omega(t)$;

- функция готовности $K_r(t)$;
- коэффициент готовности K_r .

Характеристикой надежности следует называть количественное значение критерия надежности конкретного устройства.

Выбор количественных характеристик надежности зависит от вида объекта.

2.2. Критерии надежности невосстанавливаемых объектов

Рассмотрим следующую модель работы устройства.

Пусть в работе (на испытании) находится N_0 элементов и пусть работа считается законченной, если все они отказали. Причем вместо отказавших элементов отремонтированные не ставятся. Тогда критериями надежности данных изделий являются:

- вероятность безотказной работы $P(t)$;
- частота отказов $f(t)$ или $a(t)$;
- интенсивность отказов $\lambda(t)$;
- средняя наработка до первого отказа $T_{ср}$.

Вероятностью безотказной работы называется вероятность того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени или в пределах заданной наработки не произойдет ни одного отказа.

Согласно определению

$$P(t) = P(T > t), \quad (4.1)$$

где T - время работы элемента от его включения до первого отказа; t - время, в течение которого определяется вероятность безотказной работы.

Вероятность безотказной работы по статистическим данным об отказах оценивается выражением

$$\bar{P}(t) = [N_0 - n(t)] / N_0, \quad (4.2)$$

где N_0 - число элементов в начале работы (испытаний);
 $n(t)$ - число отказавших элементов за время t ;
 t - статистическая оценка вероятности безотказной работы.

При большом числе элементов (изделий) N_0 статистическая оценка $\bar{P}(t)$ практически совпадает с вероятностью безотказной работы $P(t)$. На практике иногда более удобной характеристикой является вероятность отказа $Q(t)$.

Вероятностью отказа называется вероятность того, что при определенных условиях эксплуатации в заданном интервале времени возникает хотя бы один отказ. Отказ и безотказная работа являются событиями несовместными и противоположными, поэтому

$$\begin{aligned} Q(t) &= P(T \leq t), \quad \bar{Q}(t) = n(t) / N_0, \\ Q(t) &= 1 - P(t). \end{aligned} \quad (4.3)$$

Частотой отказов по статистическим данным называется отношение числа отказавших элементов в единицу времени к первоначальному числу работающих (испытываемых) при условии, что все вышедшие из строя изделия не восстанавливаются.

Согласно определению

$$\bar{f}(t) = n(\Delta t) / N_0 \Delta t, \quad \Delta \quad (4.4)$$

где $n(\Delta t)$ - число отказавших элементов в интервале времени от $(t - \Delta t)/2$ до $(t + \Delta t)/2$.

Частота отказов есть плотность вероятности (или закон распределения) времени работы изделия до первого отказа. Поэтому

$$P(t) = 1 - Q(t),$$

$$P(t) = 1 - \int_0^t f(t) dt. \quad (4.5)$$

Интенсивностью отказов по статистическим данным называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к среднему числу изделий, исправно работающих в данный отрезок времени.

Согласно определению

$$\bar{\lambda}(t) = n(\Delta t) / (N_{cp}\Delta t), \quad (4.6)$$

где $N_{cp} = (N_i + N_{i+1}) / 2$ - среднее число исправно работающих элементов в интервале Δt ;

N_i - число изделий, исправно работающих в начале интервала Δt ;

N_{i+1} - число элементов исправно работающих в конце интервала Δt .

Вероятностная оценка характеристики $\lambda(t)$ находится из выражения

$$\lambda(t) = f(t) / P(t). \quad (4.7)$$

Интенсивность отказов и вероятность безотказной работы связаны между собой зависимостью

$$P(t) = \exp \left(- \int_0^t \lambda(t) dt \right). \quad (4.8)$$

Средней наработкой до первого отказа называется математическое ожидание времени работы элемента до отказа.

Как математическое ожидание, T_{cp} вычисляется через частоту отказов (плотность распределения времени безотказной работы):

$$M[t] = T_{cp} = \int_{-\infty}^{+\infty} t f(t) dt. \quad (4.9)$$

Так как t положительно и $P(0)=1$, а $P(\infty)=0$, то

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} P(t) dt. \quad (4.10)$$

По статистическим данным об отказах средняя наработка до первого отказа вычисляется по формуле

$$\bar{T}_{cp} = \left(\sum_{i=1}^{N_0} t_i \right) / N_0. \quad (4.11)$$

где t_i - время безотказной работы i -го элемента;
 N_0 - число исследуемых элементов.

Как видно из формулы (4.11), для определения средней наработки до первого отказа необходимо знать моменты выхода из строя всех испытуемых элементов. Поэтому для вычисления средней наработки на отказ \bar{T}_{cp} пользоваться указанной формулой неудобно. Имея данные о количестве вышедших из строя элементов n_i в каждом i -м интервале времени, среднюю наработку до первого отказа лучше определять из уравнения

$$\bar{T}_{cp} \approx \left(\sum_{i=1}^m n_i t_{cpi} \right) / N_0. \quad (4.12)$$

В выражении (4.12) t_{cpi} и m находятся по следующим формулам:

$$t_{\text{ср}i} = (t_{i-1} + t_i)/2, m = t_k / \Delta t,$$

где t_{i-1} - время начала i -го интервала;

t_i - время конца i -го интервала;

t_k - время, в течение которого вышли из строя все элементы;

$\Delta t = t_{i-1} - t_i$ - интервал времени.

Из выражений для оценки количественных характеристик надежности видно, что все характеристики, кроме средней наработки до первого отказа, являются функциями времени. Конкретные выражения для практической оценки количественных характеристик надежности устройств рассмотрены в разделе «Законы распределения отказов».

Рассмотренные критерии надежности позволяют достаточно полно оценить надежность невосстанавливаемых изделий. Они также позволяют оценить надежность восстанавливаемых изделий до первого отказа. Наличие нескольких критериев вовсе не означает, что всегда нужно оценивать надежность элементов по всем критериям.

Наиболее полно надежность изделий характеризуется частотой отказов $f(t)$ или $a(t)$. Это объясняется тем, что частота отказов является плотностью распределения, а поэтому несет в себе всю информацию о случайном явлении - времени безотказной работы.

Средняя наработка до первого отказа является достаточно наглядной характеристикой надежности. Однако применение этого критерия для оценки надежности сложной системы ограничено в тех случаях, когда:

– время работы системы гораздо меньше среднего времени безотказной работы;

- закон распределения времени безотказной работы не однопараметрический и для достаточно полной оценки требуются моменты высших порядков;
- система резервированная;
- интенсивность отказов не постоянная;
- время работы отдельных частей сложной системы разное.

Интенсивность отказов - наиболее удобная характеристика надежности простейших элементов, так как она позволяет более просто вычислять количественные характеристики надежности сложной системы.

Наиболее целесообразным критерием надежности сложной системы является вероятность безотказной работы. Это объясняется следующими особенностями вероятности безотказной работы:

- она входит в качестве сомножителя в другие, более общие характеристики системы, например, в эффективность и стоимость;
- характеризует изменение надежности во времени;
- может быть получена сравнительно просто расчетным путем в процессе проектирования системы и оценена в процессе ее испытания.

2.3. Критерии надежности восстанавливаемых объектов

Рассмотрим следующую модель работы.

Пусть в работе находится N элементов и пусть отказавшие элементы немедленно заменяются исправными (новыми или отремонтированными). Если не учитывать времени, потребного на восстановление системы, то количественными характеристиками надежности могут быть параметр потока отказов $\omega(t)$ и наработка на отказ t_{cp} .

Параметром потока отказов называется отношение числа отказавших изделий в единицу времени к числу испытываемых при условии, что все вышедшие из строя изделия заменяются исправными (новыми или отремонтированными).

Статистическим определением служит выражение

$$\bar{\omega}(t) = n(\Delta t) / N\Delta t, \quad (4.13)$$

где $n(\Delta t)$ - число отказавших образцов в интервале времени от $t-\Delta t/2$ до $t+\Delta t/2$;

N - число испытываемых элементов;

Δt - интервал времени.

Параметр потока отказов и частота отказов для ординарных потоков с ограниченным последствием связаны интегральным уравнением Вольтера второго рода

$$\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(\tau)f(t - \tau)d\tau. \quad (4.14)$$

По известной $f(t)$ можно найти все количественные характеристики надежности невосстанавливаемых изделий. Поэтому (4.14) является основным уравнением, связывающим количественные характеристики надежности невосстанавливаемых и восстанавливаемых элементов при мгновенном восстановлении.

Уравнение (2.14) можно записать в операторной форме:

$$\omega(s) = \frac{f(s)}{1 - f(s)}, \quad f(s) = \frac{\omega(s)}{1 + \omega(s)}. \quad (4.15)$$

Соотношения (4.15) позволяют найти одну характеристику через другую, если существуют преобразования Лапласа функций $f(s)$ и $\omega(s)$ и обратные преобразования выражений (4.15).

Параметр потока отказов обладает следующими важными свойствами:

1) для любого момента времени независимо от закона распределения времени безотказной работы параметр потока отказов больше, чем частота отказов, т.е. $\omega(t) > f(t)$;

2) независимо от вида функций $f(t)$ параметр потока отказов $\omega(t)$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к $1/T_{\text{ср}}$. Это важное свойство параметра потока отказов означает, что при длительной эксплуатации ремонтируемого изделия поток его отказов независимо от закона распределения времени безотказной работы становится стационарным. Однако это вовсе не означает, что интенсивность отказов есть величина постоянная;

3) если $\lambda(t)$ - возрастающая функция времени, то $\lambda(t) > \omega(t) > f(t)$, если $\lambda(t)$ - убывающая функция, то $\omega(t) > \lambda(t) > f(t)$;

4) при $\lambda(t) \neq \text{const}$ параметр потока отказов системы не равен сумме параметров потока отказов элементов, т.е.

$$\omega_c(t) \neq \sum_{i=1}^N \omega_i(t). \quad (2.16)$$

Это свойство параметра потока отказов позволяет утверждать, что при вычислении количественных характеристик надежности сложной системы нельзя суммировать имеющиеся в настоящее время значения интенсивности отказов элементов, полученных по статистическим данным об отказах изделий в условиях эксплуатации, так как указанные величины являются фактически параметрами потока отказов;

5) при $\lambda(t) = \lambda = \text{const}$ параметр потока отказов равен интенсивности отказов $\omega(t) = \lambda(t) = \lambda$.

Из рассмотрения свойств интенсивности и параметра потока отказов видно, что эти характеристики различны.

В настоящее время широко используются статистические данные об отказах, полученные в условиях эксплуатации оборудования. При этом они часто обрабатываются таким образом, что приводимые характеристики надежности являются не

интенсивностью отказов, а параметром потока отказов $\omega(t)$. Это вносит ошибки при расчетах надежности. В ряде случаев они могут быть значительными.

Для получения интенсивности отказов элементов из статистических данных об отказах ремонтируемых систем необходимо воспользоваться формулой (4.6), для чего необходимо знать предысторию каждого элемента технологической схемы. Это может существенно усложнить методику сбора статистических данных об отказах. Поэтому целесообразно определять $\lambda(t)$ по параметру потока отказов $\omega(t)$. Методика расчета сводится к следующим вычислительным операциям:

- по статистическим данным об отказах элементов ремонтируемых изделий и по формуле (4.13) вычисляется параметр потока отказов и строится гистограмма $\omega_i(t)$;

- гистограмма заменяется кривой, которая аппроксимируется уравнением;

- находится преобразование Лапласа $\omega_i(s)$ функции $\omega_i(t)$;

- по известной $\omega_i(s)$ на основании (4.15) записывается преобразование Лапласа $f_i(s)$ частоты отказов;

- по известной $f_i(s)$ находится обратное преобразование частоты отказов $f_i(t)$;

- находится аналитическое выражение для интенсивности отказов по формуле

$$\lambda_i(t) = f_i(t) / \left(1 - \int_0^t f_i(t) dt \right); \quad (4.17)$$

- строится график $\lambda_i(t)$.

Если имеется участок, где $\lambda_i(t) = \lambda_i = \text{const}$, то постоянное значение интенсивности отказов принимается для оценки вероятности безотказной работы. При этом считается справедливым экспоненциальный закон надежности.

Приведенная методика не может быть применена, если не удается найти по $f(s)$ обратное преобразование частоты отказов

$f(t)$. В этом случае приходится применять приближенные методы решения интегрального уравнения (4.14).

Наработкой на отказ называется среднее значение времени между соседними отказами.

Эта характеристика определяется по статистическим данным об отказах по формуле

$$\bar{t}_{\text{ср}} = \left(\sum_{i=1}^n t_i \right) / n, \quad (4.18)$$

где t_i - время исправной работы элемента между $(i-1)$ -м и i -м отказами; n - число отказов за некоторое время t .

Из формулы (4.18) видно, что в данном случае наработка на отказ определяется по данным испытания одного образца изделия. Если на испытании находится N образцов в течение времени t , то наработка на отказ вычисляется по формуле

$$\bar{t}_{\text{ср}} = \left(\sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^{n_j} t_{ij} \right) / \sum_{j=1}^N n_j, \quad (4.19)$$

где t_{ij} - время исправной работы j -го образца изделия между $(i-1)$ -м и i -м отказом;

n_j - число отказов за время t j -го образца.

Наработка на отказ является достаточно наглядной характеристикой надежности, поэтому она получила широкое распространение на практике.

Параметр потока отказов и наработка на отказ характеризуют надежность восстанавливаемого изделия и не учитывают времени, необходимого на его восстановление. Поэтому они не характеризуют готовности устройства к выполнению своих функций в нужное время. Для этой цели вводятся такие критерии, как коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя.

Коэффициентом готовности называется отношение времени исправной работы к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев устройства, взятых за один и тот же календарный срок. Эта характеристика по статистическим данным определяется

$$\bar{K}_r = t_p / (t_p + t_n), \quad (4.20)$$

где t_p - суммарное время исправной работы изделия;

t_n - суммарное время вынужденного простоя.

Времена t_p и t_n вычисляются по формулам

$$t_p = \sum_{i=1}^n t_{pi}; \quad t_n = \sum_{i=1}^n t_{ni}, \quad (4.21)$$

где t_{pi} - время работы изделия между $(i-1)$ -м и i -м отказом; t_{ni} - время вынужденного простоя после i -го отказа; n - число отказов (ремонтов) изделия.

Для перехода к вероятностной трактовке величины t_p и t_n заменяются математическими ожиданиями времени между соседними отказами и времени восстановления соответственно. Тогда

$$K_r = t_{cp} / (t_{cp} + t_b), \quad (4.22)$$

где t_{cp} - наработка на отказ;

t_b - среднее время восстановления.

Коэффициентом вынужденного простоя называется отношение времени вынужденного простоя к сумме времени исправной работы и вынужденных простоев изделия, взятых за один и тот же календарный срок.

Согласно определению

$$\bar{K}_n = t_p / (t_p + t_n) \quad (4.23)$$

или, переходя к средним величинам,

$$K_{\text{п}} = t_{\text{в}} / (t_{\text{ср}} + t_{\text{в}}). \quad (4.24)$$

Коэффициент готовности и коэффициент вынужденного простоя связаны между собой зависимостью

$$K_{\text{п}} = 1 - K_{\text{г}}. \quad (4.25)$$

При анализе надежности восстанавливаемых систем обычно коэффициент готовности вычисляют по формуле

$$K_{\text{г}} = T_{\text{ср}} / (T_{\text{ср}} + t_{\text{в}}). \quad (4.26)$$

Формула (4.26) верна только в том случае, если поток отказов простейший, и тогда $t_{\text{ср}} = T_{\text{ср}}$.

Часто коэффициент готовности, вычисленный по формуле (2.26), отождествляют с вероятностью того, что в любой момент времени восстанавливаемая система исправна. На самом деле указанные характеристики неравноценны и могут быть отождествлены при определенных допущениях.

Действительно, вероятность возникновения отказа ремонтируемой системы в начале эксплуатации мала. С ростом времени t эта вероятность возрастает. Это означает, что вероятность застать систему в исправном состоянии в начале эксплуатации будет выше, чем после истечения некоторого времени. Между тем на основании формулы (4.26) коэффициент готовности не зависит от времени работы.

Для выяснения физического смысла коэффициента готовности $K_{\text{г}}$ запишем формулу для вероятности застать систему в исправном состоянии. При этом рассмотрим наиболее простой случай, когда интенсивность отказов λ и интенсивность восстановления μ есть величины постоянные.

Предполагая, что при $t=0$ система находится в исправном состоянии ($P(0)=1$), вероятность застать систему в исправном состоянии определяется из выражений

$$P_r(t) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} + \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \exp[-(\lambda + \mu)t];$$

$$P_r(t) = K_r + (1 - K_r) \exp(-t/K_{rt_b}), \quad (4.27)$$

где $\lambda = 1 / T_{cp}$; $\mu = 1 / t_b$; $K_r = T_{cp} / (T_{cp} + t_b)$.

Это выражение устанавливает зависимость между коэффициентом готовности системы и вероятностью застать ее в исправном состоянии в любой момент времени t .

Из (4.27) видно, что $P_r(t) \rightarrow K_r$ при $t \rightarrow \infty$, т.е. практически коэффициент готовности имеет смысл вероятности застать изделие в исправном состоянии при установившемся процессе эксплуатации.

В некоторых случаях критериями надежности восстанавливаемых систем могут быть критерии невосстанавливаемых систем, например: вероятность безотказной работы, частота отказов, средняя наработка до первого отказа, интенсивность отказов. Такая необходимость возникает:

- когда имеет смысл оценивать надежность восстанавливаемой системы до первого отказа;
- в случае, когда применяется резервирование с восстановлением отказавших резервных устройств в процессе работы системы, причем отказ всей резервированной системы не допускается.

2.4. Теоретические законы распределения отказов

Случайное событие

Случайное событие - событие (факт, явление), которое в результате опыта может произойти или не произойти. Случайные события (отказы, восстановления, заявки на обслуживание и др.) образуют случайные потоки и случайные процессы. Поток событий - последовательность событий, происходящих одно за другим в какие-то отрезки времени. Например, отказы восстанавливаемого устройства образуют поток событий (поток отказов). Под действием потока отказов и потока восстановлений техническое устройство может находиться в различных состояниях (полного отказа, частичного отказа, работоспособное). Переход изделия из одного состояния в другое представляет собой случайный процесс.

Случайная величина

Случайная величина - величина, которая в результате опыта может принимать то или иное значение, причем неизвестно заранее, какое именно. Случайная величина может быть дискретной (число отказов за время t , число отказавших элементов при наработке заданного объема и т.д.), либо непрерывной (время наработки элемента до отказа, время восстановления работоспособности).

Закон распределения случайной величины - соотношение, устанавливающее связь между значениями случайной величины и их вероятностями. Он может быть представлен формулой, таблицей, многоугольником распределений.

Для характеристики случайной величины (непрерывной и дискретной) используется вероятность того, что случайная величина X меньше некоторой текущей переменной x .

Функция распределения случайной величины X (интегральный закон распределения) - функция вида $F(x) = P(X < x)$.

Плотность распределения непрерывной случайной величины X (дифференциальный закон распределения) - производная от функции распределения:

$$\mathbf{f(x) = \frac{d}{dx} F(x); \quad \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1;}$$

$$\int_{-\infty}^x f(x) dx = F(x). \quad (4.28)$$

В теории надежности за случайную величину обычно принимают время работы изделия (время до возникновения отказа). В этом случае функция плотности распределения $f(t)$ будет служить полной характеристикой рассеивания сроков службы элементов (рис. 3.1). Вид этой функции зависит от закономерностей процесса потери элементом работоспособности.

Кривая распределения $f(t)$ - частота отказов - дает возможность подсчитать средний срок службы элемента T_{cp} (математическое ожидание $M[t]$), рассеивание (дисперсию D) этих сроков службы относительно центра группирования и другие числовые параметры случайной величины T .

Если взять некоторый период времени работы элемента t , то площадь $F(t)$ кривой распределения $f(t)$ будет характеризовать вероятность отказа (выхода из строя) элемента за этот период времени (рис. 3.1,б). Поэтому левая ветвь кривой распределения $f(t)$, относящаяся к области малой вероятности отказов, используется обычно для характеристики безотказности работы изделия, а вся кривая $f(t)$ и ее параметры необходимы для оценки его долговечности.

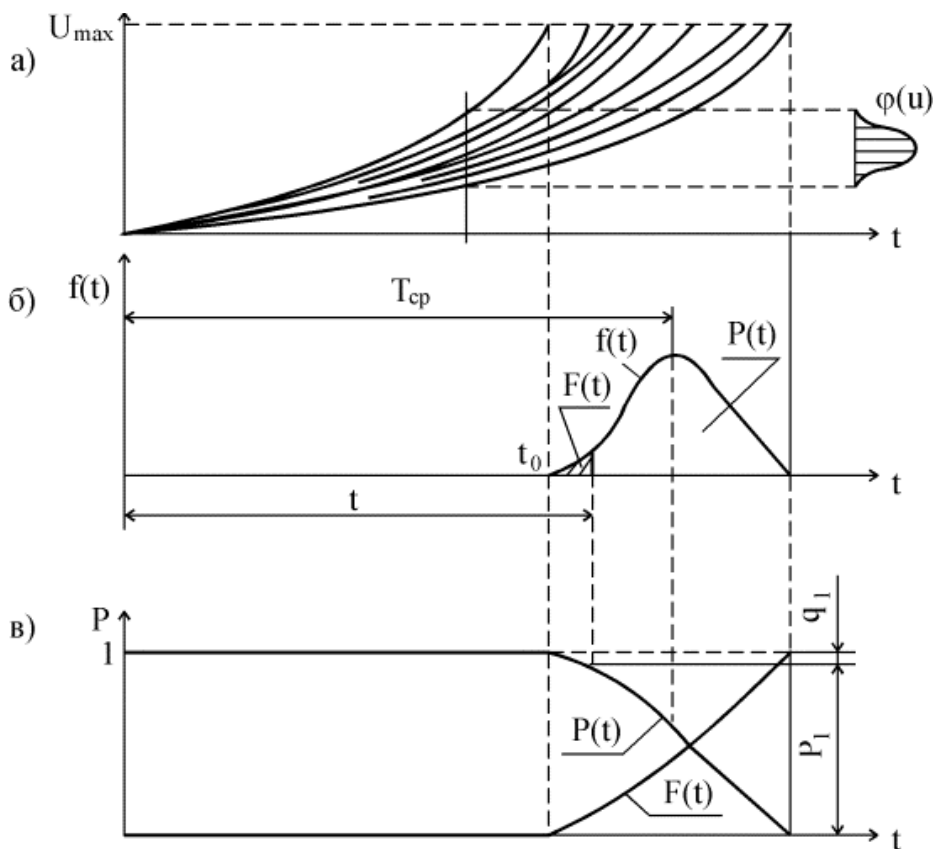


Рис. 3.1. Кривые распределения случайной величины при износных (постепенных) отказах: *a* - реализация функции износа $\varphi(U)$; *б* - плотность распределения сроков службы $f(t)$; *в* - интегральная функция распределения $F(t)$ и вероятность безотказной работы $P(t)$

Ординаты интегральной функции распределения $F(t)$ (рис.3.1, в) характеризуют вероятность отказа детали до данного момента времени

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt. \quad (4.29)$$

Во многих случаях нет необходимости пользоваться функциями $F(t)$ или $f(t)$, достаточно знать числовые характеристики этих кривых.

Основной характеристикой положения кривой $f(t)$ является математическое ожидание $M[t]$, которое в нашем случае является средним сроком службы T_{cp} (наработкой на отказ):

$$T_{cp} = \int_0^{\infty} t f(t) dt. \quad (4.30)$$

Основной характеристикой рассеивания случайной величины является дисперсия D или среднее квадратическое отклонение $\sigma = \sqrt{D}$

$$D(t) = \int_0^{\infty} (T_{cp} - t)^2 f(t) dt. \quad (4.31)$$

Чем больше значение D (или соответственно σ), тем больше рассеивание сроков службы относительно их среднего значения $M[t]$.

Для оценки надежности работы элемента, принимая за основную случайную величину время до возникновения отказа, можно определить и вероятность безотказной работы $P(t)$ в пределах заданного периода t . Для этого воспользуемся значением интегральной функции

$$F(t) = \int_0^t f(t) dt. \quad (4.32)$$

Вероятность безотказной работы $P(t)$ относится к событию, противоположному появлению отказа $F(t)$. Поэтому $F(t)+P(t)=1$ или $P(t)=1-F(t)$. Следовательно, $P(t)$ определяется.

В этом случае:

функция распределения отказа $F(t) = P(t < t_{\text{зад}}) = Q(t)$;

плотность распределения $f(t) = dQ(t)/dt$;

вероятность безотказности изделия за время t $P(t)=1-Q(t)$.

Интенсивность отказов (условная плотность вероятности отказов) - отношение $f(t)$ к $P(t)$, см. (3.2):

$$\lambda(t) = f(t) / P(t). \quad (4.33)$$

Типичная функция интенсивности отказов изображена на рис. 3.2.

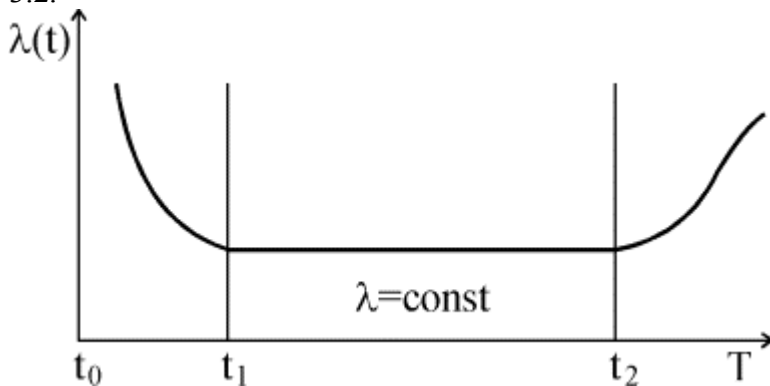


Рис. 3.2. Типичная функция интенсивности отказов

Участок убывающей интенсивности отказов (t_0-t_1) иногда называют периодом приработки или периодом ранних отказов. Появление отказов в этом периоде обычно вызывается конструктивными или производственными дефектами.

Участок постоянной интенсивности отказов (t_1-t_2) называют периодом нормальной эксплуатации. Этот период начи-

нается сразу же после периода приработки и заканчивается непосредственно перед периодом износных отказов.

Период износных отказов начинается тогда, когда элемент (устройство) выработал свой ресурс, вследствие чего число отказов в этом периоде начинает возрастать.

Отказы, появляющиеся в периоде нормальной эксплуатации, называют внезапными, так как они появляются в случайные моменты времени, или, другими словами, внезапно, непредсказуемо.

2.5. Основные законы распределения, используемые в теории надежности

В теории надежности наибольшее распространение получили следующие законы распределения случайных величин $f(t)$:

- для дискретных случайных величин - биномиальный закон; закон Пуассона;
- для непрерывных случайных величин - экспоненциальный закон; нормальный закон; гамма-распределение; закон Вейбулла;
- χ^2 - распределение; логарифмически-нормальное распределение.

Биномиальный закон распределения числа n появления события A в m независимых опытах (испытаниях). Если вероятность появления события A в одном испытании равна p , вероятность не появления события A равна $q=1-p$; число независимых испытаний равно m , то вероятность появления n событий в испытаниях будет

$$P_m^n = C_m^n p^n (1-p)^{m-n}, \quad (4.34)$$

где C_m^n - число сочетаний из m по n .

Свойства распределения следующие:

- 1) число событий n - целое положительное число;
- 2) математическое ожидание числа событий равно mp ;
- 3) среднеквадратическое отклонение числа событий

$$\sigma = \sqrt{mp(1-p)}. \quad (4.35)$$

При увеличении числа испытаний биномиальное распределение приближается к нормальному со средним значением n/m и дисперсией $p(1-p)/m$.

Закон Пуассона - распределение чисел случайного события n ; за время τ . Вероятность возникновения случайного события n раз за время τ

$$P_n(\tau) = \frac{(\lambda\tau)^n}{n!} \exp(-\lambda\tau) \quad (4.36)$$

где λ - интенсивность случайного события.

Свойства распределения следующие:

- 1) математическое ожидание числа событий за время τ равно $\lambda\tau$;
- 2) среднеквадратическое отклонение числа событий

$$\sigma = \sqrt{\lambda\tau}. \quad (4.37)$$

Характерный признак распределения Пуассона - равенство математического ожидания и дисперсии. Это свойство используется для проверки степени соответствия исследуемого (опытного) распределения с распределением Пуассона.

Распределение Пуассона получается из биномиального распределения, если число испытаний m неограниченно воз-

растает, а математическое ожидание числа событий $a=\lambda t$ остается постоянным.

Тогда вероятность P_m^n биномиального распределения при каждом n , равном $0,1,2,\dots$, стремится к пределу

$$P_m^n \rightarrow \frac{(a)^n}{n!} \exp(-a). \quad (4.38)$$

Закон Пуассона используется тогда, когда необходимо определить вероятность того, что в изделии за заданное время произойдет один, два, три и т.д. отказов.

Экспоненциальный (показательный) закон распределения случайной величины X (рис. 3.3,а) записывается в общем случае так:

$$P(x) = \exp(-\lambda x),$$

где $P(x)$ - вероятность того, что случайная величина X имеет значение больше x ;

В частном случае, когда за случайную величину принимается время работы объекта t , вероятность того, что изделие на протяжении времени t будет находиться в работоспособном состоянии, равна $\exp(-\lambda t)$:

$$P(t) = \exp(-\lambda t), \quad (4.39)$$

где λ - интенсивность отказов объекта для экспоненциального распределения (она постоянна), т.е $\lambda = \text{const}$.

Выражение (4.39) можно получить непосредственно из (4.38), если число отказов n принять равным 0.

Вероятность отказа за время t из 4.39)

$$Q(t) = 1 - P(t) = 1 - \exp(-\lambda t). \quad (4.40)$$

Плотность вероятности отказов

$$f(t) = \partial Q / \partial t = \lambda \exp(-\lambda t). \quad (4.41)$$

Среднее время работы до возникновения отказа

$$T_1 = \int_0^{\infty} t f(t) dt = \int_0^{\infty} P(t) dt = 1 / \lambda. \quad (4.42)$$

Дисперсия времени работы до возникновения отказа

$$D(t) = \int_0^{\infty} (t - T_1)^2 f(t) dt = 1 / \lambda^2. \quad (4.43)$$

Среднеквадратическое время работы

$$\sigma(t) = T_1. \quad (4.44)$$

Равенство среднеквадратического отклонения среднему времени работы - характерный признак экспоненциального распределения.

Статистические материалы об отказах элементов свидетельствуют о том, что в основном время их работы подчиняется экспоненциальному закону распределения. Условием возникновения экспоненциального закона распределения времени до отказа служит постоянство интенсивности отказов, что характерно для внезапных отказов на интервале времени, когда период приработки объекта закончился, а период износа и старения еще не начался, т.е. для нормальных условий эксплуатации. Постоянной становится интенсивность отказов сложных объектов, если вызываются они отказами большого числа комплекующих элементов.

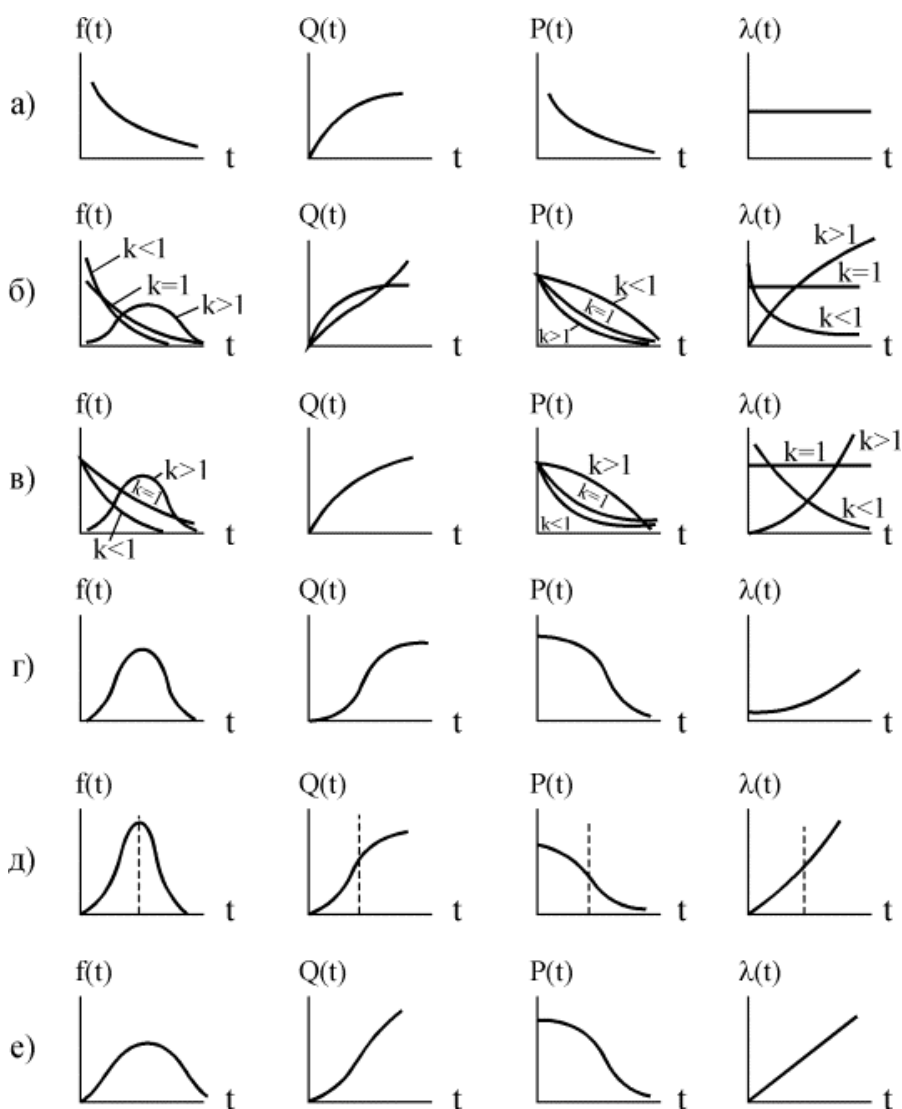


Рис. 3.3. Распределения: а – экспоненциальное; б – γ -распределение; в – Вейбулла; г – нормальное; д – усеченное нормальное; е – Рэлея

Время возникновения первичных отказов может быть расположено на оси времени так, что суммарный поток отказов сложного изделия становится близким к простейшему, т.е. с постоянной интенсивностью отказов.

Этими обстоятельствами, а также тем, что предположение об экспоненциальном распределении существенно упрощает расчеты надежности, объясняется широкое применение экспоненциального закона в инженерной практике.

Гамма-распределение случайной величины (рис. 3.3,б). Если отказ устройства возникает тогда, когда произойдет не менее k отказов его элементов, а отказы элементов подчинены экспоненциальному закону с параметрами λ_0 , плотность вероятности отказа устройства

$$f(t) = \frac{\lambda_0^k t^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda_0 t), \quad (4.45)$$

где λ_0 - исходная интенсивность отказов элементов устройства, отказ которого вызывается отказом k элементов.

Этому распределению подчиняется время работы резервированных устройств.

Вероятность k и более отказов, т.е. вероятность отказа данного устройства,

$$P(n \geq k) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^n}{n!} \exp(-\lambda_0 t). \quad (4.46)$$

Плотность вероятности отказа устройства за время t

$$f(t) = \frac{d}{dt} \left[1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda_0 t)^n}{n!} \exp(-\lambda_0 t) \right] = \frac{\lambda_0^k t^{k-1}}{(k-1)!} \exp(-\lambda_0 t). \quad (4.47)$$

Среднее время работы устройства до отказа

$$T_1 = kT_0 = k/\lambda_0. \quad (4.48)$$

Интенсивность отказов устройства

$$\lambda(t) = \frac{\lambda_0}{(k-1)!} \frac{(\lambda_0 t)^{k-1}}{\sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} (\lambda_0 t)^i}. \quad (4.49)$$

Вероятность безотказного состояния устройства

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t) \sum_{i=0}^{k-1} \frac{1}{i!} (\lambda_0 t)^i. \quad (4.50)$$

При $k = 1$ γ -распределение совпадает с экспоненциальным распределением.

При увеличении k γ -распределение будет приближаться к симметричному распределению, а интенсивность отказов будет иметь все более выраженный характер возрастающей функции времени.

Распределение Вейбулла. Для случая, когда поток отказов не стационарный, т.е. плотность потока изменяется с те-

чением времени, функция распределения времени до отказа приобретает вид, показанный на рис. 3.3,в.

Плотность вероятности отказов этого распределения:

$$f(t) = \lambda \alpha t^{\alpha-1} \exp(-\lambda_0 t^\alpha). \quad (4.51)$$

Вероятность отсутствия отказа за время t

$$P(t) = \exp(-\lambda_0 t^\alpha). \quad (4.52)$$

Интенсивность отказов

$$\lambda(t) = \alpha \lambda_0 t^{\alpha-1}. \quad (4.53)$$

В (4.51) - (4.53) α и λ_0 - параметры закона распределения. Параметр λ_0 определяет масштаб, при его изменении кривая распределения сжимается или растягивается. При $\alpha = 1$ функция распределения Вейбулла совпадает с экспоненциальным распределением; при $\alpha < 1$ интенсивность отказов будет монотонно убывающей функцией; при $\alpha > 1$ - монотонно возрастающей. Это обстоятельство дает возможность подбирать для опытных данных наиболее подходящие параметры α и λ_0 , с тем чтобы уравнение функции распределения наилучшим образом совпадало с опытными данными. Распределение Вейбулла имеет место для отказов, возникающих по причине усталости тела детали или поверхностных слоев (подшипники, зубчатые передачи). Этот случай связан с развитием усталостной трещины в зоне местной концентрации напряжений, технологического дефекта или начального повреждения. Период времени до зарождения микротрещины характеризуется признаками внезапного отказа, а процесс разрушения - признаками износного отказа.

Этот закон применим для отказов устройства, состоящего из последовательно соединенных дублированных элементов и других подобных случаев.

Это распределение иногда используется для описания надежности подшипников качения ($\alpha = 1,4 - 1,7$).

Средняя наработка до первого отказа определится из следующего выражения:

$$T = \frac{\Gamma(1/\alpha + 1)}{\lambda_0^{1/\alpha}}. \quad (4.54)$$

Значения Γ (гамма-функции) табулированы.

Нормальное распределение (рис. 3.3,г) случайной величины X возникает всякий раз, когда X зависит от большого числа однородных по своему влиянию случайных факторов, причем влияние каждого из этих факторов по сравнению с совокупностью всех остальных незначительно. Это условие характерно для времени возникновения отказа, вызванного старением, т.е. этот закон используется для оценки надежности изделий при наличии постепенных (износowych) отказов.

Плотность вероятности отказов

$$f(t) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T)^2/2\sigma^2], \quad (4.55)$$

где T - средняя наработка до отказа;

σ - среднее квадратическое (стандартное) отклонение времени безотказной работы.

Вероятность отказа время t

$$F(t) = \int_{-\infty}^0 f(t) dt = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^t \exp[-(t-T)^2/2\sigma^2]. \quad (4.56)$$

Значение функции распределения определяется формулой

$$F(t) = 0,5 + \Phi(u) = Q(t); u = (t-T) / \sigma. \quad (4.57)$$

Вероятность отсутствия отказа за время t

$$P(t) = 1-Q(t) = 1-[0,5+\Phi(u)] = 0,5 - \Phi(u). \quad (4.58)$$

Значения $F(t)$ табулированы.

График $\lambda(t)$ показан на рис. 3.3, г. Интенсивность отказов монотонно возрастает и после T начинает приближаться к асимптоте:

$$y = (t-T) / \sigma. \quad (4.59)$$

Монотонное возрастание интенсивности отказов с течением времени - характерный признак нормального распределения. Нормальное распределение существенно отличается от экспоненциального. Началом отсчета времени t в (4.55) служит начало эксплуатации объекта, т.е. момент, когда начинается процесс износа и старения, а началом отсчета в (4.56) - момент времени, когда установлено, что изделие исправно (этот момент может быть расположен в любой точке на оси времени).

Усеченное нормальное распределение (рис. 3.3, д). Так как при нормальном распределении случайная величина может принимать любые значения от $-\infty$ до $+\infty$, а время безотказной работы может быть только положительным, следует рассматривать усеченное нормальное распределение с плотностью вероятности отказов

$$f(t) = \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T_1)^2/2\sigma^2]. \quad (4.60)$$

Нормирующий множитель c определяется из выражения

$$c \int_0^{\infty} f(t) dt = 1 \quad (4.61)$$

и равен

$$c = 1/F(T_1/\sigma) = 1/[0,5 + \Phi_0(T_1/\sigma)], \quad (4.62)$$

$$\text{где } F(T_1/\sigma) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{T_1/\sigma} \exp(-x^2/2) dx \quad (4.63)$$

- табулированная интегральная функция нормального распределения;

$$\Phi_0(T_1/\sigma) = 1/2\pi \int_{-\infty}^{T_1/\sigma} \exp(-x^2/2) dx \quad (4.64)$$

- нормированная функция Лапласа.

Тогда (4.59) запишется следующим образом:

$$f(t) = \frac{1}{F(T_1/\sigma)\sigma\sqrt{2\pi}} \exp[-(t-T_1)^2/2\sigma^2]. \quad (4.65)$$

Средняя наработка до отказа в усеченном распределении и параметр T_1 неусеченного нормального распределения связаны зависимостью

$$T = T_1 + f(t) = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi} F(T_1/\sigma)} \exp(-T_1^2/2\sigma^2). \quad (4.66)$$

При $T/\sigma \geq 2$, что имеет место в абсолютном большинстве случаев при оценке надежности устройств с нормально распределенными отказами, коэффициент c мало отличается от единицы и усеченное нормальное распределение достаточно точно аппроксимируется обычным нормальным законом.

Вероятность безотказной работы определяется из выражения

$$P(t) = \frac{F[(T_1 - t)/\sigma]}{F(T_1/\sigma)}. \quad (4.67)$$

Интенсивность отказов находится из

$$\lambda(t) = \frac{\exp\left[-(t - T_1)^2 / 2\sigma^2\right]}{\sqrt{2\pi} \sigma F((T_1 - t)/\sigma)}. \quad (4.68)$$

Распределение Рэлея (рис. 3.3,е) - непрерывное распределение вероятностей с плотностью

$$\begin{aligned} p(x) &= x/\sigma^2 \exp(-x^2/2\sigma^2) \text{ при } x > 0; \\ p(x) &= 0 \text{ при } x \leq 0, \end{aligned}$$

зависящей от масштабного параметра $\sigma > 0$. Распределение имеет положительную асимметрию, его единственная мода находится в точке $x = \sigma$. Все моменты распределения Рэлея конечны.

Также как и распределение Вейбулла или γ -распределение, распределение Рэлея пригодно для описания поведения изнашивающихся или стареющих изделий.

Частота отказов (функция плотности распределения вероятности отказов) определяется:

$$f(t) = t/\sigma^2 \exp(-t^2/2\sigma^2). \quad (4.69)$$

Вероятность безотказной работы вычисляется из выражения

$$P(t) = \exp(-t^2/2\sigma^2). \quad (4.70)$$

Интенсивность отказов находится из

$$\lambda(t) = t/\sigma^2. \quad (4.71)$$

Средняя наработка до первого отказа составит

$$T = \sqrt{\pi/2} \cdot \sigma. \quad (4.72)$$

2.6. О выборе закона распределения отказов при расчете надежности

Определение закона распределения отказов имеет большое значение при исследованиях и оценках надежности. Определение $P(t)$ по одной и той же исходной информации о средней наработке до первого отказа T , но при различных предположениях о законе распределения может привести к существенно отличающимся результатам.

Закон распределения отказов можно определить по экспериментальным данным, но для этого необходимо проведение большого числа опытов в идентичных условиях. Практически эти условия, как правило, трудно обеспечить. Кроме того, такое решение содержит черты пассивной регистрации событий.

Вместе с тем во многих случаях за время эксплуатации успевают отказать лишь незначительная доля первоначально имевшихся объектов. Полученным статистическим данным соответствует начальная (левая) часть экспериментального распределения.

Более рационально - изучение условий, физических процессов при которых возникает то или другое распределение. При этом составляются модели возникновения отказов и соответствующие им законы распределения времени до появления отказа, что позволяет делать обоснованные предположения о законе распределения.

Опытные данные должны служить средством проверки обоснованности прогноза, а не единственным источником данных о законе распределения. Такой подход необходим для оценки надежности новых изделий, для которых статистический материал весьма ограничен.

3. Экспериментальная часть

Повторить материал лекции № 5— Точечные и интервальные оценки. Расчет интервальных оценок надежности при известных функциях распределения времени наработки до отказа.

3.1. Порядок выполнения лабораторной работы

Определение функции распределения отказов осуществляется в системе Statistica—интегрированной системе для комплексного статистического анализа и обработки данных в среде Windows фирмы Statistica. Soft.

1. Включите программу Statsoft.exe.
2. Создайте файл данных в табличной форме. Для этого нажмите на кнопку файл и в появившемся меню выберите «new-новый».
3. В появившемся диалоговом окне назначьте параметры таблицы:
 - число переменных (столбцов);
 - число регистров (случаев). Нажмите ОК.

4. Занесите анализируемые данные в таблицу (выдаются преподавателем).

5. В главном меню активизируйте опцию «СТАТИСТИКА». В появившемся диалоговом меню выбрать «НАСТРОЙКА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ» и нажать ОК..

6. В появившемся диалоговом окне выбрать тип предполагаемого распределения и нажать ОК.

7. В появившемся диалоговом окне выбрать переменную. Для этого активизировать окно «variable» и в появившемся меню выбрать временную переменную (*var1*) и нажать ОК.

8. Выбрать весовые коэффициенты (частота повторений). Для этого в диалоговом окне найти и активизировать кнопку «W». Установить маркер в появившееся окно «*weight variable*» и нажать левой клавишей два раза. Появится окно с переменными. Выбрать «*var2*» и нажать ОК.

9. Во вновь появившемся диалоговом меню «ANALYSIS/GRAF» нажать «on» и затем ОК.

10. Во вновь появившемся диалоговом меню можно проводить анализ. У ВАС две возможности:

1—посмотреть визуально совпадение экспериментального и теоретического распределений. В этом случае активизируйте окно «PLOT» .

2—ознакомиться с результатами численных оценок характеристик теоретического и экспериментального распределений. В этом случае активизируйте окно «SUMMERY».

11. На основе анализа представленных в таблице значениях критерия «X²» и «P» сделайте вывод о согласованности экспериментального и выбранного вами теоретического распределений.

12. При несогласованности результатов повторите анализ для других видов функции распределения.

Контрольные вопросы

1. Параметры и характеристики надежности ИЭТ.
2. Зависимость интенсивности отказов от времени.
3. Основные функции распределения отказов.
4. Методы определения функции распределения по экспериментальным данным
5. Расчет точечных и интервальных показателей надежности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данный лабораторный практикум позволяет студентам понять механизмы деградационных процессов, приводящих к отказам изделий микроэлектроники и нанoeлектроники, производимых по субмикронным технологиям. Использование компьютерного моделирования позволяет значительно увеличить объем проводимых вычислений. Все используемые в лабораторном практикуме программы моделирования разработаны авторами.

В учебное пособие включена также лабораторная работа по анализу результатов определительных испытаний, проводимых для определения показателей надежности в рамках статистического подхода. При этом студенты получают навыки работы со стандартными программами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Боровиков В.В. Statistica. Искусство анализа данных на компьютере: для профессионалов [Текст]/ В.В. Боровиков. 2 изд.— СПб.: Питер, 2003.— 685 с.
2. Глазунов Л.П. и др. Основы теории надежности автоматических систем управления [Текст]: Учебное пособие для вузов. / Л.П. Глазунов. – Л.: Энергоатомиздат, 1984 г.
3. Зи С.М. Физика полупроводниковых приборов [Текст] / С.М. Зи – М.: Мир, 1984. – 456 с.
4. Льюис Т. Расчет цифровых КМОП-ИС с минимальными размерами топологических элементов 1,25 мкм и анализ их параметров [Текст] / ТИИЭР. – 1985. – Т. 73. – № 3. – С. 39–54.
5. Половко А.М. Гуров С.В. Основы теории надежности [Текст] / А.М. Половко.— 2-е изд., перераб. и доп.— СПб.: БХВ-Петербург, 2006.—704 с.
6. Фроман-Бенчковски Д. Транзистор со структурой металл – нитрид кремния – окисел – полупроводник (МНОП). Характеристики и применения [Текст] / ТИИЭР. – 1970. – Т. 58. – № 8. – С. 35–48.
7. Chen K.-L. et al. Reliability effects on MOS transistors due to hot-carrier injection / IEEE J. of Solid-State Circuits. – 1985. – Vol. SC-20. – N 1. – P. 306-313.
8. Frohman-Bentchkowsky D., Lenzlinger M. Charge transport and storage in MNOS structures / J. Appl. Phys. – 1969. – Vol. 40. – N 8. – P. 3307–3319.
9. Grotjon T. et al. A parametric short-channel MOS transistor model for subthreshold and strong inversion current / IEEE Trans. Electron. Devices. – 1984. – Vol. ED–31. – N 2. – P. 234–246.
10. Klaassen F.M. Compact MOSFET modeling / Process and device modeling. Amsterdam, 1986. – Ch.12. – P. 393–412.

11. Lenzlinger M., Snow E.H. Fowler-Nordheim tunneling into thermally grown SiO_2 / J. Appl. Phys. – 1969. – Vol. 40. – N 1. – P. 278–283.
12. Sze S.M. Current transport and maximum dielectric strength of silicon nitride films / J. Appl. Phys. – 1967. – Vol. 38. – N 6. – P. 2951–2956.
13. Wright G.T. Simple and continuous MOSFET models for the CAD of VLSI // IEEE Proc. – 1985. – Vol. 132. – Pt. 1. – P. 187–194.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1 РАСЧЕТ КМОП-ИНВЕРТОРА С УЧЕТОМ ЭФФЕКТА КОРОТКОГО КАНАЛА И ЗАХВАТА ГОРЯЧИХ НОСИТЕЛЕЙ	4
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2 МОДЕЛИРОВАНИЕ НАКОПЛЕНИЯ ЗАРЯДА 13 В МНОП-СТРУКТУРЕ	13
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЦЕССА ТУННЕЛИРОВАНИЯ НОСИТЕЛЕЙ ЗАРЯДА В ДИЭЛЕКТРИК МДП-СТРУКТУР НА НАДЕЖНОСТЬ МДП-ТРАНЗИСТОРОВ	28
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4 ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕНИ НАРАБОТКИ ДО ОТКАЗА	39
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	75
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	76

Учебное издание

Акулинин Станислав Алексеевич

Минаков Сергей Александрович

Проскурина Ирина Станиславовна

ОСНОВЫ ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ:
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

В авторской редакции

Компьютерный набор С.А. Акулинин

Подписано к изданию 15.03.2017.

Объем данных 1,1 Мб

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14