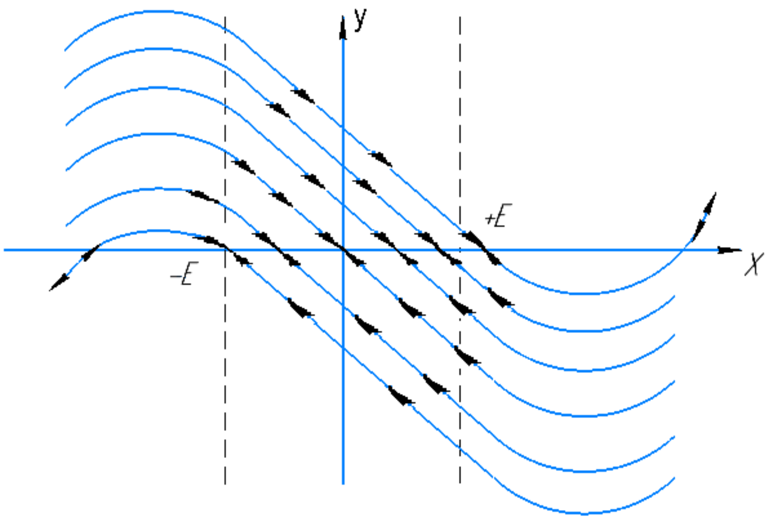
Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы управления техническими системами» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» профиль («Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения



Воронеж 2021

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

Составители:

ст. преподаватель О.Н. Чирков

Методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы управления техническими системами» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» профиль («Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: О.Н. Чирков. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 36 с.

Основной целью указаний является овладение основными задачами проектирования эффективных систем автоматического управления и методы их решения.

Предназначены для проведения лабораторных работ по дисциплине «Основы управления техническими системами» для студентов 4 курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле LR_OUTS.pdf.

Ил. 11. Библиогр.: 4 назв.

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

Рецензент - О. Ю. Макаров, д-р техн. наук, проф. кафедры конструирования и производства радиоаппаратуры ВГТУ

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ОСНОВЫ УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Основы управления техническими системами» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» профиль («Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения

Составители:
Чирков Олег Николаевич

Компьютерный набор О. Н. Чирков

Подписано к изданию _________.
Уч.-изд. л. _____.
ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14

Лабораторная работа №1

Исследование линейных динамических звеньев САР

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целями работы являются:

- освоение методики представления инерционных свойств функциональных элементов САУ линейными динамическими звеньями;
- ознакомление с практическими схемами типовых корректирующих звеньев и закрепление знаний свойств элементарных звеньев.

Актуальность изучения линейных динамических звеньев (ЛДЗ) обусловлена тем, что статические характеристики (параметры) САР и ее отдельных звеньев не отражают некоторых очень важных свойств системы, обусловленных инерционностью реальных объектов.

Инерционность, в частности, проявляется в том, что изменения воздействий, наблюдаемые на входе системы, не приводят к мгновенной реакции системы, наблюдаемой на ее выходе, то есть будет иметь место переходной процесс, характер и параметры которого зависят от типа звеньев, входящих в систему, и их конкретных числовых характеристик. Другим важным аспектом в изучении ЛДЗ является их использование в качестве корректирующих звеньев САР.

Основной характеристикой каждого ЛДЗ является его передаточная функция, которую принято обозначать $W(p)$

Передаточная функция — один из способов математического описания динамической системы. Используемая в основном в, связи, цифровой обработке сигналов. Представляет собой дифференциальный оператор, выражающий связь между входом и выходом. Зная входной сигнал системы и передаточную функцию, можно восстановить выходной сигнал.

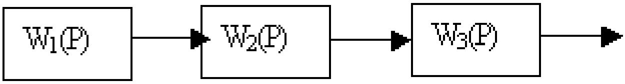
В большинстве случаев передаточные функции САР используются для определения временных (в частном случае статических) и частотных характеристик.

Передаточная функция линейного звена (системы) с постоянными параметрами является дробно рациональной функцией переменной преобразования Лапласа-Карсона

Количество передаточных функций, которыми описывается звено с одной выходной координатой, равно числу его входов.

В САУ существует три способа соединения звеньев:

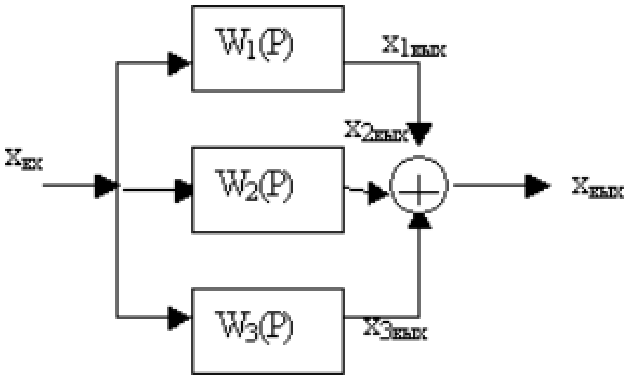
Последовательное



$$W(p) = W1(p) \cdot W2(p) * ... * Wn(P) = \prod_{i=1}^{n} W_i(P)$$

результирующая передаточная функция последовательно соединенных звеньев равна произведению передаточных функций составляющих звеньев.

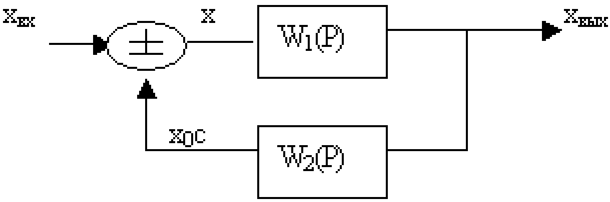
Параллельное



$$W(p) = W1(p) + W2(p) + ... + Wn(P) = \sum_{i=1}^{n} W_i(P)$$

результирующая передаточная функция параллельно соединенных звеньев равна сумме передаточных функций составляющих звеньев.

С обратной связью



$$W(p) = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p) \cdot W_2(p)}$$

$$W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p)$$

САУ можно представить в виде параллельно соединенных звеньев с передаточными функциями вида (1-6). Кроме того, передаточными функциями 1-го и 2-го порядка описываются многие функциональные компоненты систем управления

Такие динамические звенья называют элементарными или типовыми звеньями, изучение их свойств и характеристик многое дает при синтезе и анализе реальных и сложных систем.

К типовым звеньям относят следующие динамические звенья:

1. Безынерционное (масштабирующее, пропорциональное) звено.

$$W(p) = k$$

2. Дифференцирующее звено

$$W(p) = Tp$$

3. Интегрирующее звено

$$W(p) = \frac{1}{Tp}$$

4. Инерционное звено

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}$$

5. Колебательное звено

$$W(p) = \frac{k}{\left(T_p+1\right)^2}$$

6. Форсирующие звенья

$$W(p) = K(Tp+1)$$

Временной или импульсной характеристикой динамического звена называют реакцию звена на $\delta(t)$ - функцию

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & при \quad t = 0 \\ 0 & при \quad t \neq 0 \end{cases}$$

Передаточная функция звена – это изображение по Лапласу импульсной характеристики динамического звена. В свою очередь, импульсная характеристика может быть определена по передаточной функции

при использовании разложения в форму Хэвисайта и обратное преобразование Лапласа.

$$g(t) = L^{-1}\{W(p)\},$$

Знание импульсной характеристики позволяет определить реакцию динамического звена на сигнал любой формы.

Переходной характеристикой или переходной функцией динамического звена называют реакцию динамического звена на $1(t)$ единичное входное воздействие

Переходная функция является интегралом по времени от импульсной характеристики и наоборот

$$h(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad .$$

Переходная характеристика динамического звена может быть определена по передаточной функции

$$h(t) = L^{-1}\left\{\frac{1}{p}W(p)\right\}$$

Анализ САР – это изучение свойств существующей системы. В теории автоматического управления разработан стройный математический аппарат, основанный на построении функциональных и структурных схем систем и их описании алгебраическими и дифференциальными уравнениями.

Разносное уравнение САР – уравнение конечных разностей

$$b_0\nabla^m y[n] + b_1\nabla^{m-1}y[n] + \ldots + b_m y[n] = f[n],$$

Разностные уравнения по свойствам и областям применения очень близки к дифференциальным уравнениям. Отличия состоит в том, что дифференциальное уравнение связывают значение функции и производных от неё в один и тот же момент времени

$$f(x^{(n)}(t),\ldots,x(t),x(t)) = 0$$

А разностные уравнения – в различные моменты времени

$$f(x^{(n)}(t+n),\ldots,x(t+1),x(t)) = 0$$

Значение шага дискретизации должно быть таким чтобы после неё сигнал можно было бы восстановить в изначальной форме. Шаг дискретизации определяется как максимальная частота сигнала, увеличенная в два раза.

Для составления разностных уравнений, алгоритм решения, следующий:

1) запоминается начальное условие: *y (0) =0* – начальная сумма;

2) формулу $y[(k+1)\tau_r] = y(k\tau_r) + \tau_r u(k\tau_r)$ применяют последовательно для значений k= 0,1,2,…,то есть:

$$y(\tau_r) = \tau_r u(0) + y(0) = \tau_r u(0)$$
$$y(2\tau_r) = \tau_r u(\tau_r) + y(\tau_r)$$
$$y(3\tau_r) = \tau_r u(2\tau_r) + y(2\tau_r)$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots$$
$$y(i\,\tau_r) = \tau_r u([i-1]\tau_r) + y([i-1]\tau_r)$$

На каждом шаге этого итерационного процесса каждое последующее значение выхода $y(i\tau_r)$ вычисляют сложением его предыдущего значения $y[(i-1)\tau_r]$ с предыдущем значением выхода $u[(i-1)\tau_r]$, умноженным н τ_r .

для дискретных моделирование звеньев используют формулы левой и правой разности. Формула левой разности:

$$\frac{dy}{dt} \approx \frac{y_{i+1} - y_i}{\Delta t} \text{ , где } \quad \Delta t = t_{i+1} - t_i$$

Лабораторные задания

Задание 1 Исследование переходной характеристики интегрирующего переходного звена.

<u>Указания по выполнению.</u>

Запустите программу на ЭВМ, моделирующую схему $\left(W(p) = \frac{k}{p}\right) = \frac{1}{T_p}$)проанализировать влияние на переходную характеристику h(t) изменений:

Амплитуды входного сигнала – A

Коэффициента усиления операционного усилителя – k

Постоянной времени – T

Шага дискретизации – t

В отчёт вставить набор графиков с выводами о влиянии изменения этих величин на переходную характеристику интегрирующего звена.

Задание 2 Исследование переходной характеристики инерционного переходного звена.

<u>Указания по выполнению.</u>

Запустите программу на ЭВМ, моделирующую схему ($W(p) = \dfrac{k}{pT+1}$) необходимо проанализировать влияние на переходную характеристику h(t) изменений:

Амплитуды входного сигнала – A

Коэффициента усиления операционного усилителя – k

Постоянной времени – T

Шага дискретизации – □t

В отчёт вставить набор графиков с выводами о влиянии изменения этих величин на переходную характеристику инерционного звена.

Задания выполняются аналогично заданию 1

3. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ

1) Что такое **передаточная функция** (ПФ) для звена САР и для САР в целом? Как связана ПФ с дифференциальным уравнением, описывающим САР?

2) Как определяется результирующая ПФ при последовательном и параллельном соединении звеньев САР?

3) Как определить ПФ для элементарных динамических звеньев САР: интегрирующего, дифференцирующего, инерционного апериодического, форсирующего?

4) Что такое **импульсная переходная** и **переходная** характеристики САР? Как связаны эти характеристики с ПФ?

5) Какие испытательные сигналы используются для исследования САР и ее звеньев?

6) Что такое разностное **уравнение** для САР? Как составить разностное уравнение по известному дифференциальному уравнению?

7) Как выбрать шаг дискретизации при использовании разностного уравнения для цифрового моделирования САР?

8) Какие типовые динамические звенья вы знаете?

9) Какие элементарные линейные динамические звенья вы знаете?

10) Какие бывают виды соединений звеньев САР?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2
ИССЛЕДОВАНИЕ АМПЛИТУДНО-ФАЗОВЫХ ЧАСТОТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ ЗВЕНЬЕВ САР

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является ознакомление с амплитудно-фазовыми частотными характеристиками (АФЧХ) линейных динамических звеньев САР, изучение годографов комплексных коэффициентов передачи (ККП) для элементарных звеньев и исследование влияния отдельных параметров звеньев на поведение и устойчивость системы.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Выражениями для передаточных функций элементарных звеньев, исследованных при выполнении лабораторной работы № 1:

Для интегрирующее звена:

$$W(p) = \frac{k}{p}$$

Для дифференцирующего звена:

$$W(p) = kp$$

Для инерционного (апериодического) звена:

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}$$

Для форсирующего звена

$$W(p) = K(Tp + 1)$$

Для перехода от операторной формы передаточной функции (ПФ) к комплексному коэффициенту передачи (ККП), определяющему амплитудно-фазовую частотную характеристику звена (АФЧХ), следует в выражениях для ПФ принять p=jω где $j = \sqrt{-1}$ – мнимая единица

Тогда получим:
для интегрирующего звена:

$$W(j\omega)=\frac{k}{j\omega}$$

(1)

для дифференцирующего звена:

$$W(j\omega)=k(j\omega)$$

(2)

для инерционного (апериодического) звена:

$$W(j\omega)=\frac{k}{T(j\omega)+1}$$

(3)

для форсирующего звена:

$$W(j\omega)=k[Tj\omega+1]$$

(4)

Для перехода к амплитудным и фазовым частотным характеристикам в (1 - 4) следует перейти сначала к алгебраической форме с выделением действительной и мнимой частей, а затем - к экспоненциальной форме представления комплексных функций:

$$W(j\omega)=u(\omega)+jv(\omega)$$

(5)

$$W(j\omega)=A(\omega)e^{-j\varphi(\omega)}$$

(6)

где $A(\omega)$ - модуль ККП (амплитудная частотная характеристика звена),

$\varphi(\omega)$ - аргумент ККП (фазовая частотная характеристика звена),

$$A(\omega)=\sqrt{u^2(\omega)+v^2(\omega)}$$

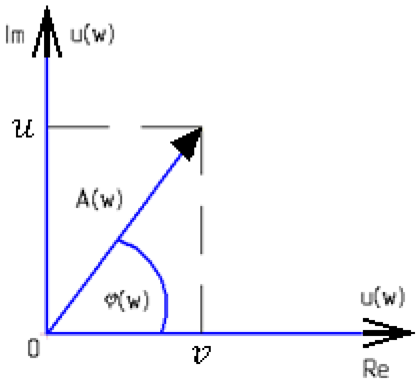
(7)

$$\varphi(\omega)=arctg\frac{\upsilon(\omega)}{u(\omega)}$$

(8)

Функция $arctg(\omega)$ - нечётная значит, $arctg(-\omega) = -arctg(\omega)$

Годограф ККП - траектория движения конца вектора ККП в полярной системе координат, при изменении частоты ω от 0до $+\infty$



При нахождении ККП уравнение необходимо привести к виду $W(j\omega) = u(\omega) + jv(\omega)$

3. ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ

Лабораторное задание: Исследовать ЛАЧХ и ЛФЧХ универсального звена $W(p) = \dfrac{k(pT_1 + 1)}{pT_2 + 1}$, где

k – коэффициент усиления операционного усилителя

T_1 – постоянная времени формирующего звена

T_2 – постоянная времени инерционного звена

4. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ

1. Что такое комплексный коэффициент передачи (ККП) для САР и ее звеньев? Какова связь между ККП и ПФ?

2. Какова связь между амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ), фазово-частотными характеристиками (ФЧХ) и ККП?
3. Какова методика определения АЧХ и ФЧХ?
4. Для чего используются асимптотические логарифмические частотные характеристики?
5. Что такое годограф ККП? Для чего он используется?
6. Как его построить?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ САР

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

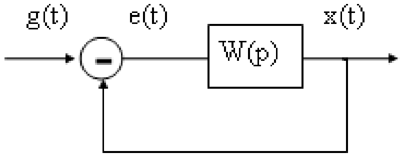
Закрепление теоретических знаний и приобретение практических навыков анализа устойчивости замкнутых систем регулирования по их линейным моделям с использованием критерия Найквиста-Михайлова; изучение влияния на устойчивость систем параметров динамических звеньев САР.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

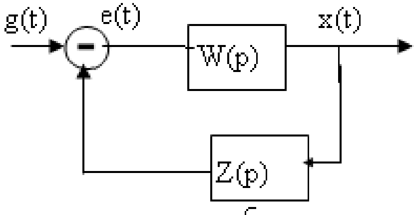
Критерий устойчивости Найквиста-Михайлова основан на рассмотрении частотных характеристик разомкнутых САР и вытекает из принципа аргумента. Передаточная функция САР, имеющей единичную обратную связь (ОС) (рис. 1а), имеет вид

$$K(p) = \frac{W(p)}{1+W(p)} \qquad (1)$$

где *W(p)* - передаточная функция разомкнутой САР



а



б

Рис1

При неединичной ОС (рис. 1 б)

$$K(p) = \frac{W(p)}{1 + Z(p) \cdot W(p)} \qquad (2)$$

Поскольку в лабораторной работе исследуются только системы с устойчивыми и нейтральными динамическими звеньями, то критерий устойчивости может быть сформулирован следующим образом:

Если годограф разомкнутой линейной системы не охватывает точку с координатами (-1; j0), то соответствующая этой системе замкнутая система, полученная путем замыкания единичной обратной связи, будет устойчива.

3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДУЕМОЙ СИСТЕМЫ

Структурная схема анализируемой системы приведена на рис. 3.

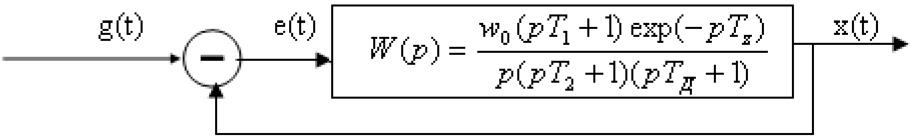


Рис. 3

Как видно из рис. 3, система имеет сложную передаточную функцию, поэтому вначале следует провести исследование годографов элементарных звеньев, входящих в передаточную функцию в виде сомножителей. Для передаточной функции вида

$$W(p) = \frac{w_0(pT_1 + 1)\exp(-pT_z)}{p(pT_2 + 1)(pT_Д + 1)} \qquad (3)$$

такими простейшими звеньями являются:

- $к_0$ - пропорциональное звено;

- $\exp(-pT_z)$ - идеальное звено задержки (запаздывания сигнала) на время T_z;

- $\dfrac{\kappa_0}{p}$ - интегрирующее звено (используется в системе ФАП);

- $\dfrac{\kappa_{02}}{pT+1}$ - инерционное звено (используется в системе ЧАП)

- $W(p) = \kappa_{03}(pT+1)$ - форсирующее звено (используется как корректирующее).

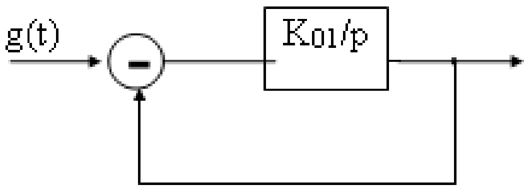


Рис. 4

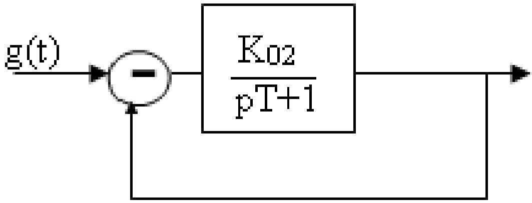


Рис. 5

В процессе работы необходимо уметь определять характерные точки годографа: частоты среза и сопряжения частотно-фазовых характеристик, критические частоты. Ниже приведен **пример** расчета характерных точек и построения годографа для системы третьего порядка с передаточной функцией вида

$$W(p)=\frac{\kappa_0}{pT+1} \qquad (4)$$

1. Частота среза замкнутой системы находится из соотношения $|W(j\omega)|=1$

$$АЧХ = A\omega = |W(j\omega)| = 1 \qquad (5)$$

$$|W(j\omega)| = 1 \qquad (6)$$

$$\frac{W}{\sqrt{T^2\omega_{cp}^2+1}} = 1 \qquad (7)$$

$$u^2 = T^2\omega_{cp}^2 + 1 \qquad (8)$$

$$\omega_{cp}^2 = \frac{W^2-1}{T^2} \qquad (9)$$

$$\omega_{cp} = \frac{\sqrt{W^2-1}}{T} \qquad (10)$$

2. Набег фазы на частоте среза равен

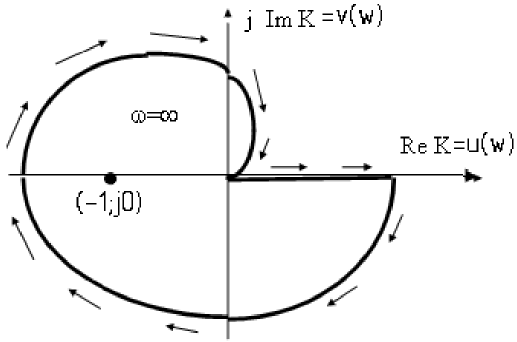
$$\varphi(\omega_{cp}) = ФЧХ(\omega_{cp}) = arctg\frac{v(\omega_{cp})}{u(\omega_{cp})} \qquad (11)$$

3. Запас устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$ для замкнутой системы

$$\varphi зап = -\Pi - \varphi(\omega cp) = -\Pi + arctg(\sqrt{k^2-1}) \quad (12)$$

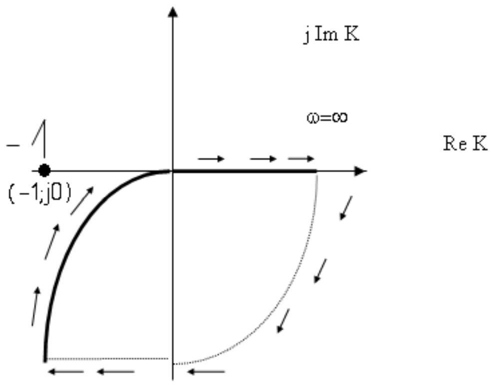
При выполнении лабораторных заданий годографы строятся автоматически, с помощью программы, однако изображения векторов и характерных точек на экране не воспроизводятся.

Замечание: При анализе устойчивости по годографу разомкнутой системы следует обратить внимание на определение “охватываемости” годографом точки (-1; j0): необходимо всегда идти из начала координат вправо по действительной оси до точки начала годографа (ω=0), либо ”до бесконечности”, затем следует идти по линии годографа, либо по окружности “бесконечного радиуса” до встречи с другой ветвью годографа, а затем по линии годографа к точке $\omega=\infty$, как это показано на рис. 7, 8.



Неустойчивая система

Рис. 7



Устойчивая система

Рис. 8

4. ЛАБОРАТОРНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ЗВЕНЬЕВ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ СИСТЕМ

4.1. Влияние звеньев на устойчивость системы первого порядка с одним инерционным звеном

4.1.1. Задание первое. Исследовать влияние на устойчивость звена идеальной задержки (запаздывание сигнала в системе).

Указания по выполнению. Установить значение усиления $к_0$=2, постоянную времени T_2 согласно индивидуальному заданию, а остальные постоянные времени установить равными нулю. Построить годограф звена. Определить частоту среза $\omega_{ср}$ и запас устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$ в замкнутой системе, пользуясь методикой, проиллюстрированной на примере рис. 6 ,для полученной САР

$(W(p) = \dfrac{\kappa_0}{pT_2 + 1})$.

Рассчитайте допустимое время запаздывания сигнала в замкнутой системе $T_{з\ доп}$. Введите это значение времени задержки в программу. Постройте годограф системы с запаздыванием. Сделайте вывод о потере устойчивости системы при $T_з$ больше допустимого.

4.1.2. Задание второе. Исследовать влияние форсирующего звена (коррекция системы)

Указания по выполнению. Введите в потерявшую устойчивость систему дополнительное форсирующее звено с частотной характеристикой

$W(j\omega)=1+j\omega T_1$, приняв $T_1=0,1$ с. Постройте годограф скорректированной системы.

Сделайте вывод об устойчивости системы и примите решение о необходимости изменения значения T_1. Повторите построение годографа с новым значением T_1.

4.1.3. Задание третье. Исследовать влияние на систему интегрирующего звена.

Указания по выполнению. Рассмотренная система первого порядка с одним инерционным звеном является статической системой, которая не может отработать до нуля ошибку при воздействии скачка входного сигнала. Для придания системе астатизма и уменьшения динамических ошибок в нее добавляют корректирующий интегратор сигнала ошибки. Введите в исследуемую систему интегратор с ККП $K(j\omega)=K_0/\ j\omega j$. Все постоянные времени, кроме $T_З$, сделайте равными нулю ($T_1=T_2=T_3=0$, значение $T_Д$ возьмите из первого задания для T_2). Постройте годограф. Определите запас устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$ в получившейся замкнутой системе второго порядка.

$$W(p) = \frac{\kappa_0}{p(pT_Д + 1)}$$

Сделайте вывод о том, насколько изменился запас устойчивости системы после включения дополнительного интегрирующего звена.

4.2. Исследование влияния звеньев на систему первого порядка с одним интегрирующим звеном

4.2.1. Задание четвертое. Исследовать влияние звена идеальной задержки.

Указания по выполнению. В моделирующей программе включите интегратор. Примите равными нулю остальные временные параметры модели. Постройте годограф разомкнутой системы при отсутствии задержки.

Рассчитайте допустимое время задержки $T_{З\ доп}$.

Введите это значение времени задержки в программу. Постройте новый годограф. Сделайте вывод об устойчивости системы.

4.2.2. Задание пятое. Исследовать влияние форсирующего звена на систему с интегратором, потерявшую устойчивость из-за запаздывания сигнала.

Указания по выполнению. Для системы с параметрами, использованными в задании №4, постройте годограф и убедитесь в том, что система исчерпала запас устойчивости.

Введите в систему форсирующее звено с ККП $K(j\omega)=j\omega T+1$, приняв $T_1=1/\ 5K_0$. Постройте годограф скорректированной системы.

Увеличьте постоянную времени T1 форсирующего звена. Постройте годограф. Сделайте выводы о возможностях использования форсирующих звеньев для повышения устойчивости системы. Зарисуйте графики. Сравните результаты моделирования с результатами расчетно-практических заданий. Сделайте общие выводы по результатам исследований.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ

1) Дайте понятия “устойчивой” и “неустойчивой” САР.
2) Что такое “принцип аргумента”?
3) Сформулируйте и поясните критерий устойчивости Найквиста-Михайлова для замкнутых систем.
4) Какие точки на годографе САР считаются “характерными”? Как они определяются?
5) Как влияет на устойчивость САР звено задержки?
6) Как влияет на устойчивость САР форсирующее звено?
7) Как влияет на устойчивость САР интегрирующее звено?

8) Для чего может использоваться в САР дополнительное интегрирующее звено?

9) Как определить частоту $\omega_{ср}$?

10) Как определить набег фазы $\varphi(\omega_{ср})$?

11) Как определить запас устойчивости по фазе $\varphi_{зап}$?

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №4

ИССЛЕДОВАНИЕ САР ПО ИХ НЕЛИНЕЙНЫМ МОДЕЛЯМ

1. ЦЕЛЬ РАБОТЫ

Целью работы является углубление знаний об основных нелинейных явлениях в САР, приобретение навыков анализа нелинейных систем, практическое освоение принципов моделирования САР, практическое освоение метода фазовой плоскости для анализа характера процессов в системах.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Исследование нелинейных систем чрезвычайно важно при решении ряда практических задач. В большинстве случаев оно несравненно труднее, чем исследование линейных систем. Точное интегрирование нелинейного уравнения движения системы обычно оказывается невозможным, так как каждое новое дифференциальное уравнение выражает свойство некоторого нового класса функций, которые редко выражаются в виде конечной комбинации известных элементарных функций. Однако для ответа на ряд важных вопросов при исследовании нелинейных явлений можно обойтись без прямого интегрирования дифференциальных уравнений при использовании понятия **фазового пространства**.

Рассмотрим систему второго порядка

$$a_0 = \frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = f(x) \qquad (1)$$

Уравнение второго порядка можно свести к системе двух уравнений первого порядка

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = f_1(x, y), \\ \dfrac{dy}{dt} = f_2(x, y), \end{cases} \qquad (2)$$

где *y=dx/dt, f1 и f2* - в общем случае нелинейные функции.

Для уравнения второго порядка фазовое пространство сводится к фазовой **плоскости**, а под фазовой плоскостью понимают плоскость с координатами х и у.

Чтобы изобразить процесс на фазовой плоскости, исключают из уравнений время, для чего второе уравнение в (2) делят на первое:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f_2(x, y)}{f_1(x, y)} \qquad (3)$$

В результате получают нелинейное дифференциальное уравнение первой степени, для которого также не существует общих методов точного решения.

В каждой задаче приходится изыскивать частный метод, в результате применения которого будет найдена некоторая функция у=*F(x)*, графическое изображение которой на фазовой плоскости называют **фазовой траекторией,** или **фазовым портретом САР**.

3. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ

3.1. Постановка задачи

Исследовать систему дистанционной передачи угла поворота с нелинейным звеном в виде релейной схемы. Определить условия устойчивости и области допустимых значений параметров системы.

Функциональная схема системы приведена на рис. 1.

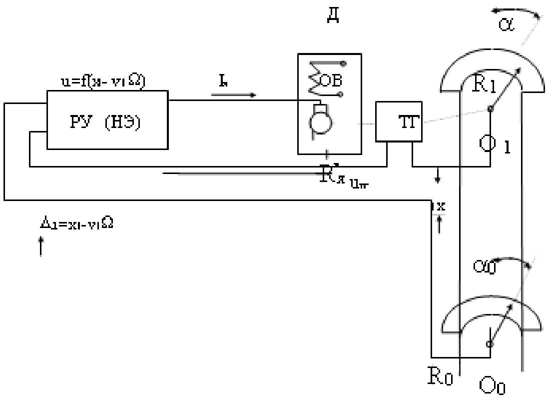


Рис. 1

Задающая ось O_0 связана с движком потенциометра R_0. С приемной осью O_1 связан движок потенциометра R_1. Если угол отклонения задающей оси O_0 равен α_0, а угол отклонения приемной оси O_1 - α, то угол рассогласования $\Delta\alpha=\alpha_0-\alpha$. Пусть для примера $\alpha_0=0$, тогда $\Delta\alpha=-\alpha$, а напряжение x_1 на выходе измерительного блока, образованного потенциометрами R_0 и R_1, будет

$$x_1 = -\rho\alpha, \tag{4}$$

где ρ=const - коэффициент пропорциональности.

На валу сервомотора Д, вращающего приемную ось O_1, помещен тахогенератор ТГ, дающий напряжение, пропорциональное угловой скорости Ω вала и равное

$$u_{тг} = v_1\Omega \tag{5}$$

где v_1=const. Это напряжение включено в цепь отрицательной обратной связи и используется для коррекции характеристики регулирования.

Алгебраическая сумма напряжений

$$\Delta u = x_1 - v_1\Omega \tag{6}$$

поступает на вход релейного усилителя (РУ). Нелинейная характеристика $f(x_1)$ РУ приведена на рис. 2.

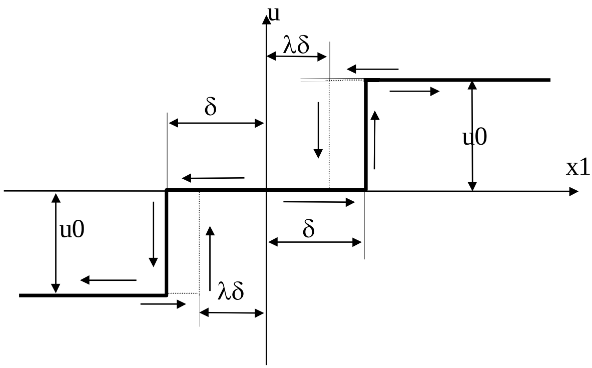


Рис. 2

Характеристика рис. 2 неоднозначна: ее ветвь, соответствующая увеличению x_1, не совпадает с обратной ветвью, соответствующей уменьшению x_1 (показана пунктиром). Величина δ называется зоной нечувствительности. Электрическая схема, дающая характеристику типа рис. 2 и построенная на электромагнитных реле Р1 и Р2, приведена на рис. 3.

Контакты $К_{11}$ и $К_{21}$, замыкающие накоротко нагрузку $R_н$ при значениях x_1, соответствующих зоне нечувствительности, оказываются полезными в случае, когда нагрузкой является электродвигатель. Замыкание накоротко цепи якоря способствует более быстрой его остановке (динамическое торможение).

3.2. Математическая модель системы

Уравнение электрической цепи якоря сервомотора имеет вид

$$u = I_Я R_Я + k_Д \Omega \qquad (7)$$

где $I_я$ - ток якоря, $k_д = \Omega E_д$ - противоЭДС якоря, $k_д$ - коэффициент пропорциональности.

Вращающий момент сервомотора

$$M = \theta I_Я \tag{8}$$

где θ=const.

Уравнения системы:

$$J = \frac{d\Omega}{dt} = \theta I_Я \tag{9}$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\Omega}{q} \tag{10}$$

$$u = f(\Delta u) \tag{11}$$

В (9 - 11) обозначено:

- J - момент инерции, приведенный к валу сервомотора;
- q - передаточное число редуктора, соединяющего вал сервомотора с приемной осью;

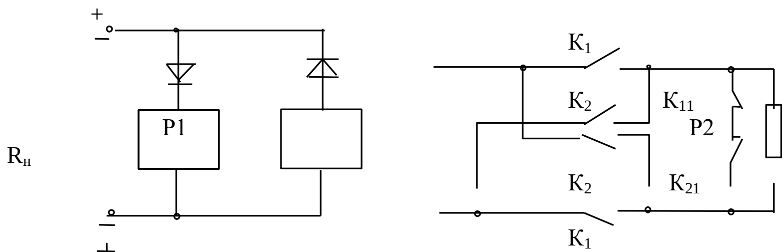


Рис. 3

- f(Δu) - характеристика релейного усилителя (рис. 2).

Используя уравнения (9 - 11), а также (6), исключая последовательно из этих уравнений все неизвестные, кроме x_1, находим уравнение для x_1:

$$f(x_1 + \frac{v_1 q}{\rho}\frac{dx}{dt}) = -\frac{JR_Я q}{\theta\rho}\frac{d_2 x_1}{dt^2} - \frac{k_Д q}{\rho}\frac{dx_1}{dt} \qquad (12)$$

Обозначив

$$a = \frac{JR_Я q}{\theta\rho},\ b = \frac{k_Д q}{\rho}\ , \qquad (13)$$

получим уравнение системы

$$a\frac{d_2 x_1}{dt^2} + b\frac{dx_1}{dt} + f(x_1 + \frac{v_1 q}{\rho}\frac{dx_1}{dt}) = 0 \qquad (14)$$

4. ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕГО ВЫПОЛНЕНИЮ

Задание. Исследовать систему для частного случая : v_1=0 (тахогенератор исключен из схемы); λ=1 (область неоднозначности в релейной характеристике рис. 2 отсутствует).

Указания по выполнению. Для упрощения исследования и достижения большей наглядности целесообразно перейти к относительным значениям отклонения x и относительному времени τ в соответствии с формулами:

$$x = \frac{b^2}{u_0 a}x_1;\ \tau = \frac{bt}{a}; \qquad (15)$$

где u_0 - напряжение, выдаваемое релейным усилителем (рис. 2). Уравнение (14) можно переписать в виде

$$\frac{a}{u_0}\frac{d_2x_1}{dt^2}+\frac{b}{u_0}\frac{dx_1}{dt}=\frac{1}{u_0}f(x_1+\frac{v_1q}{\rho}\frac{dx_1}{dt})=-\Psi(x+v\frac{dx}{d\tau}) \qquad (16)$$

Здесь

$$v=\frac{v_1qu_0}{(\rho b)} \qquad (17)$$

$$w=x+v\frac{dx}{d\tau} \qquad (18)$$

Функция ψ(w) отличается от функции f(Δu) только масштабами по осям абсцисс и ординат. Она может принимать значения только -1; 0; +1, а величина относительной зоны нечувствительности

$$\varepsilon=\delta\frac{b^2}{u_0a} \qquad (19)$$

Перейдем в (16) к относительным значениям согласно соотношениям

$$\frac{dx_1}{dt}+\frac{u_0a}{b^2}\frac{dx}{dt}=\frac{u_0a}{b^2}\frac{dx}{d\tau}\frac{d\tau}{dt}=\frac{u_0}{b}\frac{dx}{d\tau} \qquad (20)$$

$$\frac{d_2x_1}{dt^2}+\frac{u_0}{b}\frac{d}{dt}\frac{dx}{dt}=\frac{u_0}{b}\frac{d_2x}{d\tau^2}\frac{d\tau}{dt}=\frac{u_0}{a}\frac{d_2x}{d\tau^2} \qquad (21)$$

Тогда уравнение в относительных единицах будет

$$\frac{d_2x}{d\tau^2}+\frac{dx}{d\tau}=-\frac{dx}{\Psi(x+vd\tau)} \qquad (22)$$

В это уравнение входят три параметра: относительный коэффициент обратной связи v - непосредственно, а два других параметра, ε и λ, являются параметрами функции ψ.

Для исследования с помощью метода фазовой плоскости заменим уравнение (22) двумя уравнениями первого порядка.

Положим

$$\frac{dx}{d\tau} = y \tag{23}$$

Тогда (22) можно переписать в виде

$$\frac{dy}{d\tau} = -y - \Psi(x + vy) \tag{24}$$

Уравнение фазовой траектории получается по членным делением (24) на (23):

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y - \Psi(x + vy)}{y} \tag{25}$$

Для случая, когда коэффициент возврата λ=1, т. е. область неоднозначности в релейной характеристике отсутствует, функция ψ принимает простейший вид

$$\Psi(x - dy) = \begin{cases} +1 \textit{при } x \geq \varepsilon \\ 0 \ \textit{при} \left|x\right| \prec \varepsilon \\ -1 \textit{при } x \leq \varepsilon \end{cases} \tag{26}$$

Всю фазовую плоскость в соответствии с (26) целесообразно разбить прямыми

$x = +\varepsilon$,

$$x = -\varepsilon,$$

на три зоны: зона I - для $|x|<\varepsilon$, зона II - для $x\geq\varepsilon$, зона III - для $x\leq -\varepsilon$.

Анализ следует проводить для каждой зоны отдельно:

1) Зона I $|x| \prec \varepsilon$, $\psi = 0$, тогда уравнение фазовых траекторий будет иметь вид:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y-0}{y}$$

$dy = -dx$, проинтегрировав, получим

$$y = -x + c$$

2) Зона II $x \geq \varepsilon$, $\psi = 1$, тогда уравнение фазовых траекторий будет иметь вид:

$$\frac{dy}{dx} - \frac{y+1}{y};$$

$$y \cdot dy = -(y+1) \cdot dx$$

$$\frac{y}{y+1} \cdot dy = -dx$$

$$\frac{y+1-1}{y+1} dy = -dx$$

$$\left(\frac{y+1}{y+1} + \frac{-1}{y+1}\right) dy = -dx$$

$$\int \left(1 - \frac{1}{y+1}\right) dy = \int dx$$

$$y - \ln(y+1) = -x + c$$

3) Зона III $x \leq \varepsilon$, $\psi = -1$, тогда

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{y-1}{y};$$

$$ydy = -(y-1) \cdot dx$$

$$\frac{y-1+1}{y-1} dy = -dx$$

$$\left(\frac{y-1}{y-1}+\frac{1}{y-1}\right)dy=-dx$$

$$\int\left(\frac{y-1}{y-1}+\frac{1}{y-1}\right)dy=-\int dx$$

$$y+\ln(y-1)=-x+c$$

Построим фазовые траектории во всех трёх зонах, используя уравнения траектории I-III – рисунок 4

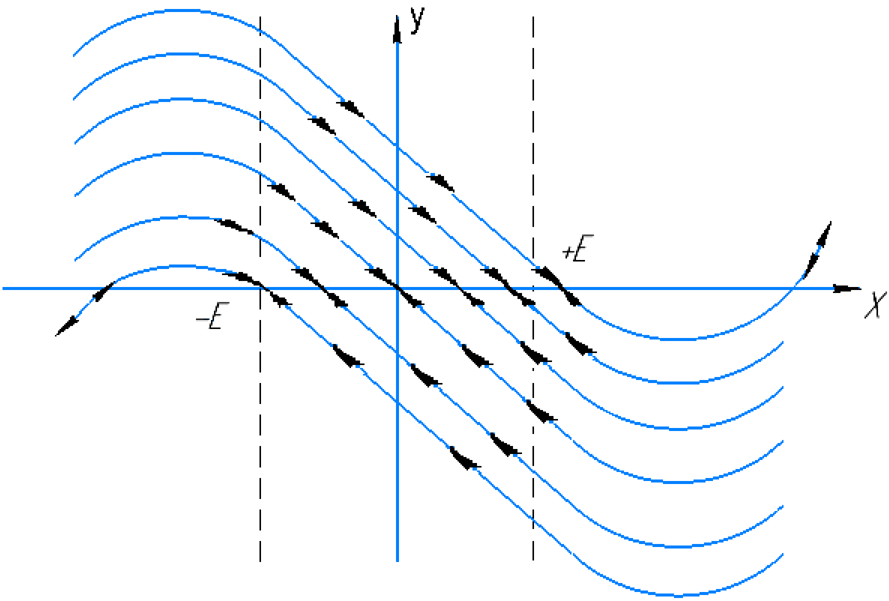


Рисунок 4 – Фазовые траектории

5. ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ И МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ЕГО ВЫПОЛНЕНИЮ

<u>Задание.</u> Построить фазовый портрет САР для трех зон значений переменной регулирования x.

<u>Указания по выполнению.</u> Запустите программу на ЭВМ, соответствующую данной лабораторной работе. В диалоговом режиме введите параметры уравнения фазовых траекторий для трех зон, значения констант и областей изменения переменных. Зарисуйте полученный фазовый портрет и объясните полученные результаты.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ ПО ПРОДЕЛАННОЙ РАБОТЕ

1) Каковы особенности анализа нелинейных САР?

2) Дайте понятие фазового пространства и фазового портрета.

3)Назовите назначение всех элементов системы дистанционной передачи угла поворота.

4) Какие функции выполняет нелинейный элемент (НЭ) в исследуемой САР?

5) Чем определяется гистерезис в характеристике НЭ?

6) От каких факторов зависит ошибка в передаче угла в исследуемой САР?

7) Как определить зоны устойчивости по фазовому портрету САР?

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Солодовников В. В., Плотников В. Н., Яковлев А. В. Теория автоматического управления техническими системами: Учеб. пособие. - М.: Изд-во МГТУ, 1993. - 492 с.

2. Коновалов Г. Ф. Радиоавтоматика. - М.: Высшая школа, 1990. - 317 с.

3. Иванов Ю. В., Лакоба Н. А. Гибкая автоматизация производства РЭА с применением микропроцессоров и роботов: Учеб. пособие для вузов. - М.: Радио и связь, 1987. - 464 с.

4. Корячко В. П. Микропроцессоры и микро ЭВМ в радиоэлектронных средствах: Учеб. для вузов по спец. “Конструирование и технология РЭС”. - М.: Высш. шк., 1990. - 407 с.