

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан ФМАТ / И.Г. Дроздов /  
«18» 03 2025 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины (модуля)  
**«Математические методы в инженерии»**

Направление подготовки 15.04.01 – Машиностроение  
Профиль Обеспечение качественно-точностных характеристик изделий в машиностроении  
Квалификация выпускника Магистр  
Нормативный период обучения 2 года / 2 года и 3 месяца  
Форма обучения Очная / Заочная  
Год начала подготовки 2025 г.

Автор программы

 / А.В. Ряжских /

Заведующий кафедрой  
прикладной математики и механики

 / В.И. Ряжских /

Руководитель ОПОП

 / С.С. Юхневич /

Воронеж 2025

# 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1. Цели дисциплины

Освоение современных математических методов решения, с помощью которых разрабатываются и исследуются теоретические и экспериментальные модели объектов профессиональной деятельности.

## 1.2. Задачи освоения дисциплины

- получение навыков при изучении численных методов, оценивания погрешностей при вычислениях, улучшение точности получаемых результатов;
- освоение состава математического описания и алгоритма моделирования, применение основных методов поиска инженерных решений;
- получение навыков в разработке математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов в машиностроении.

# 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина (модуль) «Математические методы в инженерии» относится к дисциплинам обязательной части блока Б.1 учебного плана.

# 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Математические методы в инженерии» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-5 – Способен разрабатывать аналитические и численные методы при создании математических моделей машин, приводов, оборудования, систем, технологических процессов.

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
ОПК-5	<b>знать</b> типы математических моделей явлений и объектов в профессиональной сфере; этапы метода математического моделирования и их детализацию
	<b>уметь</b> определять тип математической модели по физическому процессу; оценивать и представлять результаты выполненной работы
	<b>владеть</b> анализом результатов вычислительных экспериментов на основе математической модели в профессиональной сфере

# 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины «Математические методы в инженерии» составляет 2 зачетные единицы.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий

**Очная форма обучения**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	28	28			
В том числе:					
Лекции	10	10			
Практические занятия (ПЗ)	18	18			
Лабораторные работы (ЛР)	-	-			
<b>Самостоятельная работа</b>	44	44			
Курсовой проект (работа) (есть, нет)	нет	нет			
Контрольная работа (есть, нет)	нет	нет			
Вид промежуточной аттестации: зачет	+	+			
Общая трудоемкость	час	72	72		
	зач. ед.	2	2		

**Заочная форма обучения**

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры			
		1			
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	8	8			
В том числе:					
Лекции	4	4			
Практические занятия (ПЗ)	4	4			
Лабораторные работы (ЛР)	-	-			
<b>Самостоятельная работа</b>	60	60			
Курсовой проект (работа) (есть, нет)	нет	нет			
Контрольная работа (есть, нет)	нет	нет			
Вид промежуточной аттестации: зачет	4	4			
Общая трудоемкость	час	72	72		
	зач. ед.	2	2		

**5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий**

**Очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Основы математического моделирования.	Классификация математических моделей. Состав математического описания. Алгоритм математического моделирования. Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	2	2	-	10	14

2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	2	6	-	12	20
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов. Концепция решения дифференциальных уравнений, основные методы.	4	6	-	12	22
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный метод.	2	4	-	10	16
<b>Итого</b>			<b>10</b>	<b>18</b>	<b>-</b>	<b>44</b>	<b>72</b>

### Заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Практ зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Основы математического моделирования.	Классификация математических моделей. Состав математического описания. Алгоритм математического моделирования. Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	1	1	-	10	12
2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	1	1	-	20	22
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов. Концепция решения дифференциальных уравнений, основные методы.	1	1	-	20	22
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный метод.	1	1	-	10	12
<b>Итого</b>			<b>4</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>60</b>	<b>68</b>
<b>Зачет</b>			<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>4</b>
<b>Всего</b>			<b>4</b>	<b>4</b>	<b>-</b>	<b>60</b>	<b>72</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

## 5.3 Перечень практических работ

№ п/п	Наименование темы	Практическая работа	Практические занятия	
			очное обучение	заочное обучение
1	Основы математического моделирования.	Примеры задач математического моделирования. Инструменты моделирования.	2	1
2	Математическая обработка решения инженерных задач	Обработка табличных данных. Интерполяция. Метод Ньютона. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов. Численное интегрирование. Метод Чебышева. Статистические методы.	6	1
3	Методы решения уравнений и их систем	Методы решения нелинейных уравнений, метод сканирования, метод хорд. Методы решения линейных уравнений и их систем. Точные методы и приближенные. Основы решения дифференциальных уравнений.	6	1
4	Методы оптимизации	Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Метод градиента. Симплексный метод. Метод Гаусса-Зейделя.	4	1
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>4</b>

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) в 1 семестре очной и заочной форм обучения.

Учебным планом по дисциплине не предусмотрено выполнение контрольной работы (контрольных работ) в 1 семестре очной и заочной форм обучения.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-5	знать типы математических моделей явлений и объектов в профессиональной сфере; этапы метода математического моделирования и их детализацию	Устный опрос, отвечает на вопросы при выполнении практических работ	Знает ответы на большинство вопросов	Не знает, что ответить на вопросы
	уметь определять тип математической модели по физическому процессу; оценивать и представлять результаты выполненной работы	Решение стандартных задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу
	владеть анализом результатов вычислительных экспериментов на основе математической модели в профессиональной сфере	Решение прикладных задач (реферат)	Владеет знанием материала реферативной работы, отвечает на вопросы	Не подготовил реферат

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний для очной формы обучения оцениваются в 1 семестре и для заочной формы обучения оцениваются в 1 семестре по системе:

«зачтено»;

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ОПК-5	знать типы математических моделей явлений и объектов в профессиональной сфере; этапы метода математического моделирования и их детализацию	Задание на зачет, устный опрос	Знает ответы на большинство вопросов	Не знает, что ответить на вопросы
	уметь определять тип математической модели по физическому процессу; оценивать и представлять результаты выполненной работы	Решение практических задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу
	владеть анализом результатов вычислительных экспериментов на основе математической модели в профессиональной сфере	Решение практических задач	Умеет показать правильный ход решения задачи	Не умеет решить задачу

**7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)**

#### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Не предусмотрено учебным планом

## 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

### Задача №1

Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона и с помощью его найти приближенное значение функции для заданного аргумента  $x = 3.57$ .

X	3.50	3.55	3.60	3.65	3,70	x
Y	33.115	34.813	36.598	38.475	40.447	3.57

### Задача №2

**Задание.** Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений  $x$  и  $y$

1) линейную функцию  $y = A_0 + A_1x$ ;

2) квадратичную функцию  $y = A_0 + A_1x + A_2x^2$ .

Построить графики этих функций.

X	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
Y	0.31	0.82	1.29	1.85	2.51	3.02

### Задача №3

**Задание.** Получить приближенное решение системы методом простой итерации с точностью 0.01.

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + x_3 = 12, \\ 2x_1 + 10x_2 + x_3 = 13, \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 14. \end{cases}$$

### Задача №4

**Задание.** Найти численное решение линейной краевой задачи для дифференциального уравнения 2-го порядка конечнo-разностным методом, используя аппроксимацию производных второго порядка и шаг  $h = 0.1$ .

$$y'' + xy' - 0.5 \frac{y}{x} = 1, \quad \begin{cases} y(2) + 2y'(2) = 1, \\ y(2.3) = 2.15, \end{cases}$$

### Задача №5

**Задание.** Найти максимум целевой функции при заданных ограничениях.

$$Z(x) = 9x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 24, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + x_5 = 30. \end{cases}$$

### Задача №6

**Задание.** Решить дифференциальное уравнение 1-го порядка методом Рунге-Кутты, на интервале от 0 до 1, с шагом  $h = 0.1$ .

$$y' = 2x^2 + 2y, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1.$$

### **Задача №7**

**Задание.** Дана функция  $R(x) = D \sin(Ax^B + C)$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, найти максимум на интервале от -1 до 0, ошибка задается по  $X$ , с погрешностью решения 0,05.

### **Задача №8**

**Задание.** С помощью метода градиента, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -2 до 2, с начальными значениями переменных (-0,5; -1). Допустимая погрешность решения 0,01.

### **Задача №9**

**Задание.** С помощью метода наискорейшего спуска, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 - Dx_2$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -1 до 1, с начальными значениями переменных (0; -1). Допустимая погрешность решения 0,01.

### **Задача №10**

**Задание.** С помощью метода Гаусса-Зейделя, требуется найти минимум функции  $R(x_1, x_2) = Ax_1^3 + Bx_2^2 - Cx_1 \sin(Dx_1x_2)$ , где все коэффициенты возьмем равными единице, на интервале: по первой и второй переменной от -2 до 2, с начальными значениями переменных (-0,5; -1). Допустимая погрешность решения 0,01.

## **7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач**

1. Одномерная оптимизация. Метод сканирования.
2. Одномерная оптимизация. Метод золотого сечения.
3. Одномерная оптимизация. Метод параболической аппроксимации.
4. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод градиента
5. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод наискорейшего спуска
6. Многомерная безусловная градиентная оптимизация. Метод тяжелого шарика
7. Многомерная безградиентная оптимизация. Метод Гаусса-Зейделя
8. Многомерная безградиентная оптимизация. Метод Розенброка
9. Многомерная безградиентная оптимизация. Метод параллельных касательных
10. Многомерная случайная оптимизация. Метод слепого поиска
11. Многомерная условная оптимизация. Метод прямого поиска с возвратом

## **7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету**

1. Классификация математических моделей
2. Состав математического описания
3. Алгоритм математического моделирования

4. Общие закономерности процессов, их материальные и энергетические балансы
5. Дифференциальные уравнения, как инструмент моделирования
6. Метод декомпозиции. Типовые соединения в структурных схемах
7. Моделирования явлений переноса
8. Дифференциальные уравнения типовых элементов в сложных системах инженерии
9. Статистические математические модели
10. Алгоритмизация вычислительных процедур на основе методов конечных разностей и конечных элементов
11. Обработка табличных данных
12. Интерполяция. Метод Ньютона
13. Аппроксимация. Метод наименьших квадратов
14. Численное интегрирование. Метод Чебышева
15. Статистические методы
16. Методы решения нелинейных уравнений
17. Методы решения линейных уравнений и их систем
18. Точные методы и приближенные
19. Основы решения дифференциальных уравнений
20. Одномерная оптимизация. Многомерная оптимизация. Симплексный

### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

Не предусмотрено учебным планом

### **7.2.6 Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация запланирована в форме **зачета**, который проводится в форме письменного опроса по темам лекций и практик, а также решения стандартной или прикладной задачи.

Оценку «Зачтено» студент получает при ответе на вопрос и решении одной из задач.

Оценка «Не зачтено» ставится в случае, если студент не ответил на вопрос, и не решил ни одной из задач.

### **7.2.7 Паспорт оценочных материалов**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Основы математического моделирования.	ОПК-5	Устный опрос, зачет
2	Математическая обработка решения инженерных задач	ОПК-5	Письменный опрос, зачет
3	Методы решения уравнений и их систем	ОПК-5	Письменный опрос, зачет

4	Методы оптимизации	ОПК-5	Письменный опрос, зачет
---	--------------------	-------	-------------------------

### 7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Ответы на вопросы задания осуществляется письменно на бумажном носителе. Время подготовки ответа на вопросы задания - 30 минут, затем преподавателем осуществляется проверка ответов и выставляется оценка согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение задачи осуществляется на бумажном носителе, на подготовку ответа отводится 30 минут. Затем преподавателем осуществляется проверка ее решения и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## 8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

- |   |  |   |                |     |
|---|--|---|----------------|-----|
| 1 | Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. | Бахвалов, Н.С. [и др.]. Численные методы [Текст]: учебник / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М., Кобельков. – 7-е изд. – Изд-во "Бином. Лаборатория знаний", 2012. – 636 с. – ISBN 978-5-9963-0802-65  | 2012<br>печат. | 1,0 |
| 2 | Бырдин А.П., Заварзин и др.                | Бырдин, А.П. [и др.]. Вычислительная математика [Электронный ресурс]: учеб. пособие / А.П. Бырдин, Заварзин [и др.]. – Воронеж: ФГБОУ ВГТУ, 2012. – 177 с. – Режим доступа: <a href="http://bibl.cchgeu.ru/MarcWeb2/Found.asp">http://bibl.cchgeu.ru/MarcWeb2/Found.asp</a> | 2012<br>Электр | 1,0 |
| 3 | Шипачев В.С.                               | Шипачев, В. С. Высшая математика [Текст]: учеб. пособие / В. С. Шипачев. – 8-е изд.; стереотип. – М: Высш. шк., 2007. – 479 с. – ISBN 978-5-06-003959-7.<br>– (Рекомендовано МОН РФ).   | 2007<br>печат. | 1,0 |
| 4 | Шипачев В.С.                               | Шипачев, В.С. Задачник по высшей математике [Текст]: учеб. пособие / В. С. Шипачев. – 7-е изд., стереотип. – М.: Высш. шк., 2007. – 304 с.<br><br>– (Допущено МОН РФ).  | 2007<br>печат. | 1,0 |
| 5 | Марчук Г.И.                                | Марчук, Г.И. Методы вычислительной математики [Текст]: учебник / Г.И. Марчук. – 4-е изд., стер. – Изд-во "Лань", 2009. – 608 с. . – ISBN 978-5-8114-0892-4.   | 2009<br>печат. | 1,0 |

- 6 Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа 2006 0,5  
 [Текст]: учеб. пособие / Г.Н. Берман. – 22-е изд., печат. стереотип. – СПб.: Изд-во «Профессия», 2006. – 432 с.

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем**

Microsoft Word,  
 Microsoft Excel,  
 Internet Explorer

### **МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения лекционных занятий необходима аудитория, оснащенная доской и мелом.

### **10 МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Математические методы в инженерии» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчета инженерных задач в области автоматизированного машиностроения с применением методов математического моделирования. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Большое значение по закреплению и совершенствованию знаний имеет самостоятельная работа студентов. Информацию о видах самостоятельной работы студенты получают на занятиях.

Освоение дисциплины оценивается на зачете.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лек-

	ции или на практическом занятии.
Практические занятия	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: -работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; -выполнение домашних заданий и расчетов; -работа над темами для самостоятельного изучения; -участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад.
Подготовка к промежуточной аттестации	При подготовке к зачету необходимо ориентироваться на конспекты лекций, рекомендуемую литературу и решение задач на практических занятиях.

## ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесе- ния измене- ний	Подпись заведую- щего кафедрой, от- ветственной за реа- лизацию ОПОП
1			
2			