

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета \_\_\_\_\_ Баркалов С.А.

«31» августа 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины

«Теория вероятности и математическая статистика»

**Направление подготовки** 38.03.03 Управление персоналом

**Профиль** Технологии управления персоналом

**Квалификация выпускника** Бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года / 5 лет / 4 года и 11 м.

**Форма обучения** очная / очно-заочная / заочная

**Год начала подготовки** 2021

Автор программы

 /Сидоренко А.А./

Заведующий кафедрой  
Прикладной математики и  
механики

 /Ряжских В. И./

Руководитель ОПОП

 /Калинина Н.Ю./

Воронеж 2021

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **1.1. Цели дисциплины:**

- развитие логического и алгоритмического мышления, выработка умения самостоятельно расширять и углублять математические знания;
- освоение необходимого математического аппарата, помогающего анализировать, моделировать и решать прикладные задачи;
- формирование у студента начального уровня математической культуры, достаточного для продолжения образования, научной работы или практической деятельности, методологических основ для формирования целостного научного мировоззрения, отвечающего современному уровню развития человеческой цивилизации.

### **1.2. Задачи освоения дисциплины:**

- выработка ясного понимания необходимости математического образования в подготовке бакалавра и представления о роли и месте математики в современной системе знаний и мировой культуре;
- ознакомление с системой понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, и их взаимосвязью;
- формирование конкретных практических приемов и навыков постановки и решения математических задач, ориентированных на практическое применение при изучении профильных дисциплин;
- овладение основными математическими методами, необходимыми для анализа процессов и явлений при поиске оптимальных решений, обработки и анализа результатов экспериментов.

## **2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП**

Дисциплина «Теория вероятности и математическая статистика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

## **3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Процесс изучения дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-2 - Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных для решения задач в сфере управления персоналом.

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>
ОПК-2	Знать фундаментальные основы теории вероятностей и основы математической статистики, необходимые для работы со специализированными компьютерными программами.
	Уметь применять методы теории вероятностей и статистики при решении задач по анализу экономических показателей деятельности организации и анализа показателей по труду.
	Владеть навыками количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической ситуации.

#### **4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**

Общая трудоемкость дисциплины «Теория вероятности и математическая статистика» составляет 4 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		3
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
<b>Самостоятельная работа</b>	90	90
Виды промежуточной аттестации – зачет с оценкой	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	144	144
зач.ед.	4	4

#### **очно-заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	36
<b>Самостоятельная работа</b>	90	90
Виды промежуточной аттестации – зачет с оценкой	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	144	144
зач.ед.	4	4

### заочная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	10	10
В том числе:		
Лекции	4	4
Практические занятия (ПЗ)	6	6
<b>Самостоятельная работа</b>	130	130
Часы на контроль	4	4
Виды промежуточной аттестации – зачет с оценкой	+	+
Общая трудоемкость:		
академические часы	144	144
зач.ед.	4	4

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, Час
1	Теория вероятностей случайных событий	Основные понятия теории вероятностей. Основные теоремы теории вероятностей. Случайные события. Алгебра событий. Относительная частота. Классическое, геометрическое, статистическое определения вероятности. Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.	4	8	20	32
2	Случайные величины	Дискретная случайная величина. Функция распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Их свойства. Непрерывная случайная величина. Функция распределения. Плотность вероятностей. Их свойства. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.	5	10	20	35
3	Многомерные случайные величины и функции случайных величин	Определение, классификация, способы задания многомерных случайных величин. Функция распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения вероятностей. Числовые характеристики многомерных случайных величин. Линии регрессии. Ковариация и коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Функция одной	5	10	25	40

		случайной величины. Функция нескольких случайных величин. Теоремы о математических ожиданиях и дисперсиях функций от случайных величин. Некоторые специальные законы распределения, применяемые в математической статистике (распределение «хи-квадрат»; распределение Стьюдента).				
4	Элементы математической статистики.	Выборочный метод Вероятностная связь между случайными величинами. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Линия регрессии. Линейная корреляция. Метод наименьших квадратов. Основные сведения. Гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона	4	8	25	37
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>36</b>	<b>90</b>	<b>144</b>

### очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, Час
1	Теория вероятностей случайных событий	Основные понятия теории вероятностей Основные теоремы теории вероятностей. Случайные события. Алгебра событий. Относительная частота. Классическое, геометрическое, статистическое определения вероятности Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.	4	8	20	32
2	Случайные величины	Дискретная случайная величина. Функция распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Их свойства. Непрерывная случайная величина. Функция распределения. Плотность вероятностей. Их свойства. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.	5	10	20	35
3	Многомерные случайные величины и функции случайных величин	Определение, классификация, способы задания многомерных случайных величин. Функция распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения вероятностей. Числовые характеристики многомерных случайных величин. Линии регрессии. Ковариация и коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Функция одной случайной величины. Функция нескольких случайных величин. Теоремы о математических ожиданиях и дисперсиях функций от случайных величин. Некоторые специальные законы распределения, применяемые в математической статистике (распределение «хи-квадрат»; распределение Стьюдента).	5	10	25	40
4	Элементы	Выборочный метод Вероятностная связь	4	8	25	37

	математической статистики.	между случайными величинами. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Линия регрессии. Линейная корреляция. Метод наименьших квадратов. Основные сведения. Гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона				
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>36</b>	<b>90</b>	<b>144</b>

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, Час
1	Теория вероятностей случайных событий	Основные понятия теории вероятностей Основные теоремы теории вероятностей. Случайные события. Алгебра событий. Относительная частота. Классическое, геометрическое, статистическое определения вероятности Условная вероятность. Основные теоремы теории вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. Предельные теоремы Муавра-Лапласа и Пуассона.	1	2	35	38
2	Случайные величины	Дискретная случайная величина. Функция распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины. Математическое ожидание. Дисперсия. Их свойства. Непрерывная случайная величина. Функция распределения. Плотность вероятностей. Их свойства. Математическое ожидание. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение. Их свойства. Равномерное распределение. Показательное распределение. Нормальное распределение.	1	2	35	38
3	Многомерные случайные величины и функции случайных величин	Определение, классификация, способы задания многомерных случайных величин. Функция распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения вероятностей. Числовые характеристики многомерных случайных величин. Линии регрессии. Ковариация и коэффициент корреляции. Двумерное нормальное распределение. Функция одной случайной величины. Функция нескольких случайных величин. Теоремы о математических ожиданиях и дисперсиях функций от случайных величин. Некоторые специальные законы распределения, применяемые в математической статистике (распределение «хи-квадрат»; распределение Стьюдента).	1	1	30	32
4	Элементы математической статистики.	Выборочный метод Вероятностная связь между случайными величинами. Корреляционный момент, коэффициент корреляции. Линия регрессии. Линейная корреляция. Метод наименьших квадратов. Основные сведения. Гипотезы о нормальном распределении генеральной совокупности по критерию Пирсона	1	1	30	32
<b>Итого</b>			<b>4</b>	<b>6</b>	<b>130</b>	<b>140</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-2	<b>Знать:</b> фундаментальные основы теории вероятностей и основы математической статистики, необходимые для работы со специализированными компьютерными программами.	Активная работа на практических занятиях	Выполнение работ, предусмотренных в рабочей программе	Невыполнение работ, предусмотренных в рабочей программе
	<b>Уметь:</b> применять методы теории вероятностей и статистики при решении задач по анализу экономических показателей деятельности организации и анализа показателей по труду.	Решение стандартных практических задач	Продемонстрировано умение правильно выбирать методы решения задач	Не продемонстрировано умение выбирать методы решения задач
	<b>Владеть:</b> навыками количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической ситуации.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Решение большинства предложенных задач доведено до конца. Получены правильные ответы	Решение большинства предложенных задач не доведено до конца. Ответы на некоторые задачи ошибочны.

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 2 семестре для очной формы обучения, 3 семестре для заочной формы обучения по двухбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ОПК-2	<b>Знать:</b> фундаментальные основы теории вероятностей и основы математической статистики, необходимые для работы со специализированными компьютерными программами.	Тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнение теста на 80- 90%
	<b>Уметь:</b> применять методы теории вероятностей и статистики при решении задач по анализу экономических показателей деятельности организации и анализа показателей по труду.	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах
	<b>Владеть:</b> навыками количественного и качественного анализа при оценке состояния экономической ситуации.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

#### Тестовое задание

1. Вероятность достоверного события равна...

*Варианты ответов:* 1) 0; 2) -0,15; 3) 1; 4) 0,9.

2. Бросают два кубика. События А – «на первом кубике выпало четное» и В – «на втором кубике выпало нечетное» являются

*Варианты ответов:* 1)совместными; 2) несовместными;  
3)независимыми; 4)зависимыми.

3. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,6 и 0,3 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадут оба стрелка, равна...

*Варианты ответов:* 1) 0,18; 2) 0,15; 3) 0,28; 4) 0,9.

4. В первой урне 4 черных и 6 белых шаров. Во второй урне 3 белых и 7 черных шаров. Из наудачу взятой урны вынули один шар. Тогда вероятность того, что этот шар окажется белым, равна...

*Варианты ответов:* 1) 0,15; 2) 0,45; 3) 0,9; 4) 0,4.

5. Бросают два кубика. События А – «на первом кубике выпала шестерка»,



$B$  – «на втором кубике выпала шестерка» являются:

*Варианты ответов:* 1) несовместными; 2) совместными;  
3) независимыми; 4) зависимыми.

6. Из каждой из двух колод вынимают по одной карте. События  $A$  – «карта из первой колоды – красной масти» и  $B$  – «карта из второй колоды – бубновой масти» являются:

*Варианты ответов:* 1) несовместными; 2) совместными;  
3) независимыми; 4) зависимыми.

7. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого и второго стрелков равны 0,4 и 0,9 соответственно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена, равна...

*Варианты ответов:* 1) 0,994; 2) 0,36; 3) 0,64; 4) 0,94.

8. Дан закон распределения вероятностей дискретной случайной величины:

$X$	1	2	3	4
$P$	0,2	0,3	0,4	$a$

Тогда значение  $a$  равно...

*Варианты ответов:* 1) 0,7; 2) 0,2; 3) 0,1; 4) 0,7.

9. Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения

вероятностей  $f(x) = \frac{1}{3\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-4)^2}{18}}$ . Тогда математическое ожидание этой нормально распределенной случайной величины равно ...

*Варианты ответов:* 1) 3; 2) 18; 3) 4; 4) 9.

10. Вероятность появления события  $A$  в 20 независимых испытаниях, проводимых по схеме Бернулли, равна 0,9. Тогда математическое ожидание числа появлений этого события равно ...

*Варианты ответов:* 1) 18; 2) 1,8; 3) 2; 4) 17,1.

11. Мода вариационного ряда 1,2,2,3,4,5 равна...

*Варианты ответов:* 1) 3; 2) 17; 3) 5; 4) 2.

12. Проведено четыре измерения (без систематических ошибок) некоторой случайной величины (в мм): 5, 6, 9, 12. Тогда несмещенная оценка математического ожидания равна...

Варианты ответов: 1) 8; 2) 8,25; 3) 8,5; 4) 7.

13. Если основная гипотеза имеет вид  $H_0 : a = 10$ , то конкурирующей может быть гипотеза...

Варианты ответов: 1)  $H_1 : a \geq 10$ ; 2)  $H_1 : a \leq 10$ ;  
3)  $H_1 : a \neq 10$ ; 4)  $H_1 : a \leq 20$ .

14. Точечная оценка математического ожидания нормального распределения равна 10. Тогда его интервальная оценка может иметь вид ...

Варианты ответов: 1) (8,6;9,6); 2) (10;10,9); 3) (8,4;10); 4) (8,5;11,5).

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

#### Задача 1.

Подбрасывают 3 игральные кости. Найдите вероятности следующих событий:

$A$  – сумма очков на выпавших гранях равна  $n$ ;

$B$  – произведение очков равно  $k$ ;

$C$  – произведение очков делится на  $m$ ;

$D$  – сумма очков больше  $l$ ;

$E$  – сумма очков равна  $n$  при условии, что произведение равно  $k$ .

№	$n$	$k$	$m$	$l$	№	$n$	$k$	$m$	$l$
1	6	12	45	15	4	7	40	16	15
2	5	15	5	17	5	16	48	90	18
3	16	4	27	4	6	17	20	180	7

#### Задача 2.

Два сериала демонстрируются по двум разным каналам телевидения вечером по одной серии. Каждый сериал начинается в случайный момент времени от 18:00 до 21:00. Продолжительности серий для каждого сериала  $n$  и  $m$  минут соответственно. Найдите вероятность того, что поклонница этих сериалов сможет посмотреть обе серии полностью в этот вечер (то есть их демонстрация не пересечется по времени).

№	$n$	$m$	№	$n$	$m$	№	$n$	$m$
1	50	30	3	50	40	5	80	40
2	40	45	4	30	40	6	40	40

### Задача 3.

В коробке  $n$  белых,  $m$  красных,  $k$  синих шаров. Достали  $l$  шаров. Найдите вероятности следующих событий:

$A$  – все шары белые;

$B$  – среди извлеченных нет шаров белого цвета;

$C$  – среди извлеченных 1 белый и 2 красных шара;

$D$  – среди извлеченных хотя бы один белый шар;

$E$  – среди извлеченных хотя бы один не белый шар;

$F$  – все шары красные;

$G$  – все шары одного цвета;

$I$  – все шары разных цветов;

$J$  – первые три шара достали в следующей последовательности: белый, синий, белый;

$H$  – первый шар красный.

$\text{№}$	$n$	$m$	$k$	$l$	$\text{№}$	$n$	$m$	$k$	$l$	$\text{№}$	$n$	$m$	$k$	$l$
1	5	3	4	4	3	8	4	2	4	5	8	3	3	4
2	6	2	2	5	4	6	4	4	5	6	7	3	5	5

### Задача 4.

В страховой компании застраховано 3 клиента. Вероятности наступления страхового случая для каждого из них равны  $p_1, p_2, p_3$ . Найдите вероятности того, что страховой случай произойдет:

- 1) только у первого клиента;
- 2) у  $i$ -того и  $j$ -того клиентов;
- 3) только у одного клиента;
- 4) только у двух клиентов;
- 5) ни у одного из клиентов;
- 6) у всех клиентов;
- 7) хотя бы одного клиента.

$\text{№}$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$i$	$j$	$\text{№}$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$i$	$j$
1	0,2	0,3	0,1	2	3	4	0,3	0,3	0,5	1	3
2	0,3	0,4	0,5	1	2	5	0,1	0,1	0,4	2	3
3	0,7	0,1	0,3	1	3	6	0,8	0,3	0,2	1	2

### Задача 5.

Два студента Авдеев и Букин сдают 3 экзамена: по математике, физике и химии. Введем следующие обозначения событий:

$A_m$  – Авдеев сдал экзамен по математике на положительную оценку;

$A_\phi$  – Авдеев сдал экзамен по физике на положительную оценку;

$A_x$  – Авдеев сдал экзамен по химии на положительную оценку;

$B_m$  – Букин сдал экзамен по математике на положительную оценку;

$B_\phi$  – Букин сдал экзамен по физике на положительную оценку;

$B_x$  – Букин сдал экзамен по химии на положительную оценку.

Вероятности этих событий даны в таблице.

$N_0$	$p(A_m)$	$p(A_\phi)$	$p(A_x)$	$p(B_m)$	$p(B_\phi)$	$p(B_x)$
1	0,3	0,5	0,7	0,6	0,8	0,2
2	0,4	0,6	0,8	0,7	0,3	0,3
3	0,7	0,4	0,2	0,6	0,4	0,5
4	0,5	0,7	0,4	0,8	0,6	0,3
5	0,4	0,6	0,4	0,5	0,6	0,2
6	0,2	0,3	0,7	0,6	0,4	0,1

Выполните следующие задания:

1. Дайте словесную формулировку и вычислите вероятности следующих событий:

$N_0$	$C$	$D$	$E$	$F$
1	$A_m A_\phi A_x$	$A_\phi (B_m + B_x)$	$A_x \overline{B_x}$	$\overline{A_m B_m}$
2	$A_m + \overline{B_m}$	$\overline{B_m + B_\phi + B_x}$	$A_\phi A_x B_x$	$B_m B_x$
3	$B_m B_\phi + A_m A_x$	$\overline{A_m + B_x} B_m$	$A_m A_\phi \overline{A_x}$	$B_\phi \overline{A_\phi}$
4	$\overline{A_m + B_m}$	$B_m A_m + B_\phi A_\phi$	$A_m \overline{A_\phi} B_\phi$	$A_x \overline{B_x}$
5	$A_m \overline{A_\phi} A_x$	$\overline{B_\phi} A_\phi + B_\phi \overline{A_\phi}$	$B_\phi / B_m$	$B_m \overline{A_m}$
6	$B_m B_\phi \overline{B_x}$	$B_\phi / B_m + B_x$	$\overline{B_x + A_x}$	$\overline{A_m A_\phi}$

2. Запишите символически (т.е. через  $A$  и  $B$ ) следующие события и найдите их вероятности:

$G$  – Авдеев сдал хотя бы один экзамен на положительную оценку;

$H$  – Авдеев и Букин сдали экзамен по математике на положительную оценку;

$I$  – Авдеев сдал на положительную оценку экзамен по математике, а Букин – по физике;

$J$  – Букин сдал ровно один экзамен на положительную оценку;

$K$  – Авдеев сдал все экзамены;

$M$  – Букин не сдал ни одного экзамена.

### Задача 6.

Три станка штампуют однотипные детали. Производительность первого станка в два раза меньше, чем второго, и в 1,5 раза меньше, чем третьего.

Первый станок производит брак с вероятностью  $p_1$ , второго –  $p_2$ , а третьего –  $p_3$ . Для контроля качества была взята одна деталь для проверки.

- 1) Найдите вероятность того, что деталь будет признана качественной.
- 2) Деталь была признана бракованной. На каком станке вероятнее всего она была изготовлена?

$\text{№}$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\text{№}$	$p_1$	$p_2$	$p_3$
1	0,2	0,1	0,1	4	0,05	0,3	0,2
2	0,05	0,1	0,2	5	0,1	0,25	0,05
3	0,1	0,05	0,1	6	0,2	0,2	0,1

### Задача 7.

Вероятность выигрыша одного лотерейного билета равна  $p$ . Студент  $V$  купил  $n$  билетов, а студент  $W$  купил  $N$  билетов. Найдите вероятности следующих событий:

$A$  – у студента  $V$  выиграют  $k_1$  билетов;

$B$  – у студента  $W$  выиграют  $L_1$  билетов;

$C$  – у студента  $V$  выиграют не менее  $k_1$  и не более  $k_2$  билетов;

$D$  – у студента  $W$  выиграют не менее  $L_1$  и не более  $L_2$  билетов;

Найдите наименее вероятное число выигравших билетов студента  $W$ .

$\text{№}$	$p$	$n$	$N$	$k_1$	$L_1$	$k_2$	$L_2$
1	0,1	4	100	1	10	3	12
2	0,05	5	200	2	15	4	16
3	0,1	6	150	3	12	4	13
4	0,01	3	110	1	18	3	20
5	0,1	7	120	4	20	6	22
6	0,02	8	80	4	15	5	17

### Задача 8.

Вероятность того, что саженец абрикоса приживется, равна  $p$ . Найдите вероятности следующих событий:

$A$  – приживется  $k_1$  саженцев из  $n$  посаженных;

$B$  – приживется  $K_1$  саженцев из  $N$  посаженных;

$C$  – приживется не менее  $k_1$  и не более  $k_2$  саженцев из  $n$  посаженных;

$D$  – приживется не менее  $K_1$  и не более  $K_2$  саженцев из  $N$  посаженных.

$\text{№}$	$p$	$n$	$N$	$k_1$	$K_1$	$k_2$	$K_2$
1	0,7	3	200	1	170	2	180
2	0,8	5	100	3	70	4	80
3	0,85	6	120	3	80	5	110
4	0,75	3	110	1	40	2	100
5	0,6	7	130	5	85	6	110
6	0,65	8	70	4	45	6	60

### Задача 9.

Для случайных величин

- 1) дискретной, принимающей значения  $x_1, x_2, x_3, x_4$  с вероятностями  $p_1, p_2, p_3, p_4$ .
- 2) непрерывной, заданной плотностью распределения вероятности  $f(x)$ , отличной от нуля на отрезке  $[a; b]$ , выполните следующие задания:
  - а) для дискретной случайной величины запишите закон распределения и постройте многоугольник распределения;
  - б) найдите значение константы  $C$  так, чтобы  $f(x)$  на  $[a; b]$  действительно задавала плотность вероятности и постройте график функции  $f(x)$ ;
  - в) найдите функцию распределения вероятности и постройте ее график;
  - г) найдите  $P(\alpha \leq X < \beta)$ ;
  - д) вычислите  $M(X), D(X)$  и  $\sigma(X)$ .

$N_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$	$f(x)$	$[a; b]$	$[\alpha; \beta]$
1	-1	0	2	3	0,4	0,2	0,1	0,3	$\frac{C}{x^2+1}$	$[0; \sqrt{3}]$	$[0; 2]$
2	1	4	6	7	0,6	0,1	0,2	0,1	$\frac{C}{x}$	$[e; e^3]$	$[1; 5]$
3	0	1	5	8	0,5	0,2	0,1	0,2	$C(x^2+1)$	$[1; 2]$	$[1; 9]$
4	-2	1	3	6	0,2	0,3	0,1	0,4	$\frac{C}{x^4}$	$[1; 3]$	$[-2; 1]$
5	3	5	8	9	0,1	0,6	0,2	0,1	$C(x+1)^2$	$[1; 2]$	$[1; 2]$
6	1	2	3	6	0,3	0,3	0,1	0,3	$C(x^3+2)$	$[-1; 0]$	$[-1; 0]$

### Задача 10.

Для распределений:

- 1) показательного с параметром  $\lambda$ ;
- 2) нормального с параметрами  $a$  и  $\sigma$ ;
- 3) равномерного на отрезке  $[a; b]$

Выполните следующие задания:

- а) найдите функцию плотности вероятности и функцию распределения вероятности и постройте их графики;
- б) найдите  $M(X), D(X)$  и  $\sigma(X)$ .
- в) найдите вероятность  $P(\alpha \leq X < \beta)$ .

$N_0$	$\lambda$	$a$	$\sigma$	$[a; b]$	$[\alpha; \beta]$
1	2	1	2	$[-1; 4]$	$[0; 2]$
2	3	3	4	$[2; 8]$	$[1; 5]$

<b>3</b>	1	6	5	[2;5]	[1;9]
<b>4</b>	4	-1	3	[-6;2]	[-2;1]
<b>5</b>	1	2	2	[-1;5]	[1;2]
<b>6</b>	5	-2	5	[6;9]	[-1;0]

### Задача 11.

1. Средний размер дивидендов в акционерном обществе 10%. Найдите вероятность того, что в следующие два месяца размер дивидендов превысит 12%, если известно, что он подчинен показательному закону.

2. Средний срок работы компьютерных вентиляторов 3000 часов. Одна фирма купила 3 компьютера. Найдите вероятность того, что ровно один из вентиляторов этих компьютеров не выдержит 2000 часов, если срок безаварийной работы вентиляторов подчинен показательному закону.

3. Длина изготавливаемой детали является нормально случайной величиной со средним значением  $a = 15 \text{ мм}$ . и средним квадратическим отклонением  $\sigma = 1 \text{ мм}$ . Каких деталей окажется в большой партии больше – тех, у которых длина превысит 17 мм, или тех, у распределенной которых она заключена в промежуток от 14 мм. до 15 мм?

4. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратичным отклонением  $\sigma = 0,5 \text{ мм}$ . и математическим ожиданием  $a = 0$ . Найдите вероятность того, что из двух независимых наблюдений ошибка хотя бы одного из них не превысит по абсолютной величине 0,6 мм.

5. При среднем весе некоторого изделия в 5,5 кг определено, что отклонения веса, превосходящие 50 г, встречаются в среднем 3 раза на каждые 100 изделий. Считая, что вес изделий подчиняется нормальному закону, найти среднее квадратическое отклонение.

6. Размер детали задан в пределах от 65 до 67 мм. В контролируемой партии средний размер оказался 66,1 мм, среднее квадратическое отклонение 0,5 мм. Считая, что размер детали распределен нормально, определить вероятность того, что из трех деталей одна будет бракованной.

### Задача 12.

Для пары дискретных случайных величин  $(X, Y)$ , принимающей значения  $(x_i; y_j)$  с совместными вероятностями  $p_{ij}$ ,  $i = 1, 2, 3$ ; выполнить следующие задания:

- 1) записать совместный закон распределения;
- 2) найти частные законы распределения для  $X$  и  $Y$ ;
- 3) вычислить  $M(X)$ ,  $\sigma(X)$ ,  $M(Y)$ ,  $\sigma(Y)$ .
- 4) вычислить коэффициент корреляции  $r(X, Y)$ ;
- 5) найти условные законы распределения:
  - а) для  $X$  при каждом значении  $Y$ ;

б) для  $Y$  при каждом значении  $X$ .

№	XY	$x_1$	$x_2$	$x_3$	№	XY	$x_1$	$x_2$	$x_3$
		$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$			$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$
1	$y_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$	2	$y_1$	$p_{11}$	$p_{12}$	$p_{13}$
	$y_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$		$y_2$	$p_{21}$	$p_{22}$	$p_{23}$
1		-2	-1	3	2		2	6	15
	-8	0,21	0,12	0,19		-3	0,06	0,18	0,22
	-4	0,23	0,16	0,09		-1	0,32	0,11	0,11
3		9	1	20	4		-13	10	-7
	2	0,20	0,05	0,21		-6	0,13	0,22	0,14
	8	0,31	0,15	0,08		-3	0,22	0,18	0,11
5		-1	2	5	6		3	7	11
	2	0,30	0,09	0,25		-4	0,15	0,21	0,17
	4	0,28	0,03	0,05		-1	0,10	0,20	0,17

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

#### Задача 1.

Для интервального вариационного ряда

- 1) построить полигон и гистограмму относительных частот;
- 2) построить эмпирическую функцию распределения;
- 3) найти выборочные характеристики положения
  - а) выборочное среднее  $\bar{x}$ ;
  - б) медиану  $M_e$ ;
  - в) моду  $M_o$ ;
 показать их на графике, построенном в п. 1;
- 4) найти характеристики рассеяния
  - а) выборочную дисперсию  $S^2$ ;
  - б) исправленную выборочную дисперсию  $S_1^2$ ;
  - в) стандартные отклонения  $S$  и  $S_1$ ;
  - г) размах вариации.

Объясните полученные результаты.

1	$X$	$(-15;-10]$	$(-10;-5]$	$(-5;0]$	$(0;5]$	$(5;10]$	$(10;15]$
	$n$	4	16	33	30	12	5
2	$X$	$(-10;-5]$	$(-5;0]$	$(0;5]$	$(5;10]$	$(10;15]$	$(15;20]$
	$n$	2	14	24	35	17	8



<b>3</b>	$X$	$(-5;0]$	$(0;5]$	$(5;10]$	$(10;15]$	$(15;20]$	$(20;25]$
	$n$	9	14	31	28	13	5
<b>4</b>	$X$	$(0;5]$	$(5;10]$	$(10;15]$	$(15;20]$	$(20;25]$	$(25;30]$
	$n$	2	30	40	17	8	3
<b>5</b>	$X$	$(5;10]$	$(10;15]$	$(15;20]$	$(20;25]$	$(25;30]$	$(30;35]$
	$n$	9	15	35	20	15	6
<b>6</b>	$X$	$(10;15]$	$(15;20]$	$(20;25]$	$(25;30]$	$(30;35]$	$(35;40]$
	$n$	6	7	33	31	19	4

### Задача 2.

По данным задания 13 с надежностью  $\gamma = 0,95$  найти доверительные интервалы математического ожидания  $M(X)$  и дисперсии  $D(X)$ .

### Задача 3.

По данным задания 13

1) используя критерий  $\chi^2$  при уровне значимости  $\alpha = 0,05$ , проверить гипотезу о том, что случайная величина  $X$  распределена по нормальному закону;

2) построить на одном чертеже гистограмму и соответствующую нормальную кривую.

### Задача 4.

Проверить нулевую гипотезу о том, что заданное значение  $a_0$  является математическим ожиданием нормально распределенной случайной величины при 5 %-ном уровне значимости для двусторонней критической области, если в результате обработки выборки объема  $n = 10$  получено выборочное среднее  $\bar{x}$ , а выборочное среднее квадратическое отклонение равно  $S_1$ .

$N_0$	$a_0$	$\bar{x}$	$S_1$	$N_0$	$a_0$	$\bar{x}$	$S_1$
<b>1</b>	52	50	3	<b>2</b>	10	12	1
<b>3</b>	90	96	5	<b>4</b>	20	22	4
<b>5</b>	88	90	6	<b>6</b>	80	86	4

### Задача 5.

На основании корреляционной таблицы

- 1) вычислить групповые средние  $\bar{x}_i$  и  $\bar{y}_j$ , построить эмпирические линии регрессии;
- 2) предполагая, что между переменными  $X$  и  $Y$  существует линейная зависимость:
  - а) найти уравнения прямых регрессии и построить их графики на одном

- чертеже с эмпирическими линиями регрессии;
- б) вычислить коэффициент корреляции на уровне  $\alpha = 0,05$ , оценить его значимость и сделать вывод о тесноте и направлении связи между переменными  $X$  и  $Y$ ;
- в) используя соответствующее уравнение регрессии, оценить среднее значение  $Y$  при значении переменной  $X$

№	Корреляционная таблица								
1	$X \backslash Y$	4	9	14	19	24	29	$n_j$	
	10	2	3					5	
	20		7	3				10	
	30			2	50	2		54	
	40			1	10	6		17	
	50				4	7	3	14	
	$n_i$	2	10	6	64	15	3	100	
№	Корреляционная таблица								
2	$X \backslash Y$	5	10	15	20	25	30	$n_j$	
	8				4	7	3	14	
	12			2	8	6		16	
	16			6	45	4		55	
	20		6	3				9	
	24	2	4					6	
		$n_i$	2	10	11	57	17	3	100
	5	4	2					6	
	10		6	4				10	
	15			6	45	2		53	
	20			2	8	6		16	
25				4	7	4	15		
	$n_i$	4	8	12	57	15	4	100	

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

##### Вопросы к зачету

1. Классификация случайных событий.
2. Статистическое определение вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность.
3. Принципы сложения и умножения.
4. Число размещений. Число перестановок. Число размещений с повторениями.
5. Число сочетаний. Число сочетаний с повторениями.
6. Теорема сложения вероятностей несовместных событий.

7. Понятие условной вероятности. Теорема умножения вероятностей.
8. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
9. Вероятность появления хотя бы одного события.
10. Вероятность появления ровно одного из трех независимых событий.
11. Формула полной вероятности.
12. Формула Байеса.
13. Повторные независимые испытания. Формула Бернулли.
14. Формула Пуассона.
15. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
16. Дискретная случайная величина. Числовые характеристики и их свойства.
17. Функция распределения дискретной случайной величины и ее свойства.
18. Биномиальное распределение. Наивероятнейшее значение.
19. Распределение Пуассона. Поток событий.
20. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения вероятности и ее свойства.
21. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
22. Равномерное распределение.
23. Нормальное распределение.
24. Вероятность отклонения нормальной случайной величины от ее математического ожидания. Правило «трех сигм».
25. Показательное распределение.
26. Дискретная двумерная случайная величина. Условное распределение.
27. Ковариация и коэффициент корреляции двумерной дискретной случайной величины.
28. Непрерывная двумерная случайная величина. Условные распределения.
29. Неравенство Чебышева.
30. Закон больших чисел. Теорема Чебышева.
31. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
32. Закон больших чисел. Центральная предельная теорема.
33. Выборка. Полигон и гистограмма. Выборочная средняя и выборочная дисперсия.
34. Точечные оценки. Несмещенность, состоятельность и эффективность.
35. Точечная оценка генеральной средней.
36. Точечная оценка генеральной дисперсии.
37. Доверительная вероятность при оценке генеральной средней.
38. Нахождение необходимого объема выборки.
39. Доверительная вероятность при оценке генеральной дисперсии.
40. Статистическая гипотеза и статистический критерий.
41. Сравнение дисперсий двух нормальных распределений.
42. Критерий согласия Пирсона  $\chi^2$ .
43. Основные задачи теории корреляции.

#### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену**

Не предусмотрено учебным планом.

### **7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации**

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета. Разработан фонд оценочных средств, состоящий из заданий. Каждое такое задание включает один теоретический вопрос и две практические задачи. Правильный ответ на вопрос оценивается 10 баллами, правильное решение задачи оценивается 10 баллами: 5 баллов – задача, 5 баллов - ответ. Максимальное количество набранных баллов – 30.

«Зачтено» ставится в случае, если обучающийся набрал от 16 до 30 баллов.

«Не зачтено» в случае, если обучающимся набрано менее 16 баллов.

### **7.2.7 Паспорт оценочных материалов**

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Теория вероятностей случайных событий	ОПК-2	Тест, устный опрос, зачет.
2	Случайные величины	ОПК-2	Тест, устный опрос, зачет.
3	Многомерные случайные величины и функции случайных величин	ОПК-2	Тест, устный опрос, зачет.
4	Элементы математической статистики.	ОПК-2	Тест, устный опрос, зачет.

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Процедура оценивания знаний, умений и навыков осуществляется решением стандартных заданий, состоящих из теоретических вопросов и практических задач, выданных на бумажном носителе. Время решения заданий 60 мин. Затем осуществляется проверка задания экзаменатором и выставляется оценка по методике выставления оценок по промежуточной аттестации.

Во время проведения зачета обучающиеся могут пользоваться справочниками и программой дисциплины.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. *Гмурман В.Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учеб.пособие. - 12-е изд. - М.: Высшее образование, 2008. - 479 с.

2. *Гмурман В.Е.* Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учеб.пособие. - 11-е изд., перераб. - М.: Высшее образование, 2007. - 404 с.

3. *Данко П.Е., Попов А.Г., Кожжевникова Т.Я.* Высшая математика в упражнениях и задачах: Учеб.пособие для вузов : В 2 ч. Ч2 – М.: ИД Оникс 21 век: Мир и Образование, 2003. – 416с.

### **8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

1. Консультирование посредством электронный почты.

2. Использование презентаций при проведении лекционных занятий.

3. Для работы в сети рекомендуется использовать сайты:

– <http://mathem.by.ru>. (Справочная информация по математическим дисциплинам).

– <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>. (Книги в форматах PDF и DjVu).

Для работы с электронными учебниками требуется наличие таких программных средств, как Adobe Reader и DjVuBrowserPlugin для Windows.

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Для проведения лекционных занятий по дисциплине необходимы аудитории, оснащенные презентационным оборудованием (компьютер с ОС Windows и программой Adobe Reader, мультимедийный проектор и экран).

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

По дисциплине «Теория вероятности и математическая статистика» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков решения стандартных и прикладных задач. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li> <li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li> <li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li> <li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li> <li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li> </ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.