

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РФ  
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

**Е.И. ШМИТЬКО**

**ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ В ТЕХНОЛОГИИ  
СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ И ИЗДЕЛИЙ**

Учебное пособие  
Том 1  
(вопросы теории)

Рекомендовано Учебно-методическим объединением вузов РФ по образованию в области строительства в качестве учебного пособия для студентов, обучающихся по направлению 550100 «Строительство»

Воронеж 2009

УДК 666.9.02.(075)

ББК

Шмитько, Е.И. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов и изделий: учебное пособие/Е.И. Шмитько, Воронеж. гос. арх. - стр. ит. ун-т.- Воронеж, 2009.- Т.1 (вопросы теории).- 348 с.

ISBN

В первом томе учебного пособия представлен расширенный курс лекций, сформировавшийся за многие годы преподавания дисциплины «Процессы и аппараты в технологии строительных материалов и изделий» в Воронежском государственном архитектурно-строительном университете. В предлагаемом издании наряду с традиционными для дисциплины «Процессы и аппараты...» разделами достаточно основательно с некоторыми примерами представлены вопросы моделирования и управления технологическими процессами. Кроме специальных глав, посвященных этим вопросам, идеи моделирования и управления органично вписаны практически во все рассматриваемые технологические задачи.

Предназначено для студентов и магистрантов, обучающихся по направлению 550100 «Строительство». Учебное пособие может оказаться также полезным для аспирантов и докторантов.

Ил.151. Табл. 18. Библиогр. 24 назв.

Рецензенты:

- кафедра технологии бетонов, керамики и вяжущих Пензенского государственного университета архитектуры и строительства;

- М.С. Гаркави, д.т.н., проф., зав. кафедрой строительных материалов Магнитогорского государственного технического университета им. Г.И. Носова.

ISBN

© Воронежский государственный архитектурно-строительный университет, 2007

© Шмитько Е.И.

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Дисциплина «Процессы и аппараты» - одна из старейших в образовательном процессе российской высшей школы. Впервые ее стали преподавать в Петербургском технологическом институте по инициативе профессора А.К. Крупского в конце 90-х годов 19-го столетия. В 1909 году проф. А.К. Крупским была издана книга под названием «Начальные главы учения о проектировании химической технологии», которая явилась прообразом современного курса «Процессы и аппараты».

Именно химическая технология, химическая промышленность в многообразных вариантах ее реализации явились побудительным мотивом для введения в учебный процесс вузов химической направленности этой дисциплины. Химическая промышленность, бурно развивавшаяся во второй половине 19-го века, стимулировала мощную волну новых знаний о промышленно-технологических процессах. В связи с возрастающей обширностью знаний возникли определенные трудности в подготовке специалистов для химических технологий, и стала очевидной необходимость в *систематизации* этих знаний.

Введение в учебный процесс новой дисциплины как раз и должно было решить эту задачу. Идея дисциплины состояла в том, чтобы во всем многообразии знаний, касающихся химической технологии, выделить нечто общее, повторяющееся в различных технологиях, получившее в последствии название *типовых процессов химической технологии*. Основное внимание необходимо было сосредоточить на углубленном изучении закономерностей типовых процессов. Зная эти закономерности и умея анализировать и рассчитывать отдельные типовые стадии химической технологии, можно приступать к проектированию любого производственного процесса.

Соответственно, инженерная наука, изучающая закономерности протекания и методы расчета типовых процессов, а также их аппаратное оформление, получила название «Процессы и аппараты химической технологии».

Учебная дисциплина с таким названием на протяжении 20-го века появилась во многих ведущих вузах страны химической направленности; она стала определяющей в подготовке высококвалифицированных инженерных кадров; сформировались научные школы по данному направлению, что в целом способствовало прогрессу в химической промышленности. Достигнутые успехи закреплялись в учебниках с одним названием – «Процессы и аппараты химической технологии». Первый фундаментальный учебник вышел в свет в 1912 году под авторством профессора И.А.Тищенко (Московское высшее техническое училище). 20-30-е годы двадцатого столетия ознаменовались систематическим появлением все новых и новых учебников на эти темы, как в нашей стране, так и за рубежом.

В 70-80-е годы отмечен значительный всплеск в издании учебной литературы рассматриваемого направления под авторством таких известных ученых-педагогов, как А.Г. Касаткин (десятое издание), К.Ф. Павлов, П.Г.

Романков, А.А. Носков, А.Н. Плановский, Н.И. Гальперин, В.Б. Коган, И.О. Протодяконов, П.И. Николаев, В.В. Кафаров и многих других. Дополнительный интерес к «Процессам и аппаратам» был вызван значительными качественными изменениями в химической технологии. Изменения связаны, прежде всего, с новыми достижениями науки и техники, с широким использованием методов оптимального управления технологическими процессами, математического моделирования, вычислительной техники.

В учебный план строительно-технологической специальности дисциплина «Процессы и аппараты...» была введена в 1976 году. Ее появлению способствовало, безусловно, то, что технология строительных материалов и изделий по своей сути близка к химической, привлекал также положительный пример подобной дисциплины в вузах химической направленности. Но главной причиной все-таки явилась назревшая к тому времени необходимость подготовки современных инженеров-технологов, способных создавать информационную базу для проектирования средств управления технологическими процессами и непосредственно управлять ими. В такой постановке задача фундаментализации образования виделась на многих передовых материаловедческих кафедрах строительных вузов страны. Непосредственными же инициаторами создания новой дисциплины по праву считались Ю.М. Баженов, В.В. Перегудов (Московский инженерно-строительный институт) и В.А. Вознесенский (Одесский инженерно-строительный институт).

Если исходить из определения, согласно которому «управление – это целенаправленное воздействие на ход технологического процесса с целью обеспечения заданного результата», то становится ясным, что для того, чтобы уметь целенаправленно воздействовать на технологический процесс, технолог должен иметь ответы не только на вопрос «как воздействовать», но и на вопрос «почему именно так необходимо воздействовать». А для этого требуется, прежде всего, познать физико-химическую сущность рассматриваемых процессов и явлений, выявить действующие закономерности.

Если же стоит задача передать управление автоматизированной системе управления технологическим процессом (АСУТП), то становится очевидной и необходимость представить закономерные связи в математической, алгоритмизированной форме, ибо язык управляющих машин – язык математики.

Эффективным методологическим и методическим инструментом в достижении столь важных задач являются методы моделирования технологических процессов, которые являются неотъемлемой составляющей современных учебников по процессам и аппаратам независимо от того, изучают или не изучают студенты специальные (по вопросам моделирования) дисциплины.

Уже тридцать лет дисциплина «Процессы и аппараты технологии строительных материалов и изделий» преподается на строительно-технологических факультетах страны. Такой срок вполне достаточен для то-

го, чтобы оценить место дисциплины в общей подготовке специалистов-технологов, обобщить содержание самой дисциплины.

В предлагаемом учебном пособии представлен подход, сформировавшийся в Воронежском государственном архитектурно-строительном университете на кафедре технологии вяжущих веществ и бетонов под руководством Заслуженного деятеля науки и техники РСФСР, д.т.н., профессора В.В. Помазкова. Кроме автора учебного пособия в разработку общей концепции учебной дисциплины, преподавания дисциплины, ряда конкретных вопросов внесли академик РААСН, д.т.н., профессор Е.М. Чернышов, д.т.н., профессор В.Т. Перцев, к.т.н., доц. И.И. Первушин, другие члены кафедры.

Большое влияние на содержание дисциплины в представляемом варианте оказали научные стажировки автора учебного пособия, других членов кафедры в Московском химико-технологическом институте им. Д.И. Менделеева при кафедре, возглавляемой академиком В.В. Кафаровым, постоянные научно-учебно-методические связи с Московским государственным строительным университетом, Одесским государственным университетом строительства и архитектуры, многими вузами России и стран СНГ.

В чем же видится оригинальность наших подходов? Прежде всего – в определении места дисциплины в образовательном процессе. На наш взгляд она не должна подменять ни дисциплины общеобразовательного и естественнонаучного циклов (физика, химия, гидравлика, теплотехника и др.), ни дисциплины специального технологического цикла. Ее задача видится в том, чтобы показать студенту, каким образом глубокие знания, полученные при изучении общенаучных дисциплин, можно преломить на практические вопросы конкретной технологии в направлении создания управляющих моделей, выполнения инженерных расчетов.

С методологической точки зрения мы попытались отразить перспективы использования современных методов моделирования при исследовании и оптимизации технологических процессов. При этом разделы, касающиеся моделирования и оптимизации технологических процессов, расширены по сравнению с традиционными учебными изданиями настолько, что могут составить основу самостоятельной учебной дисциплины, особенно, если учесть весьма ограниченный лимит учебных часов, выделенных учебным планом на дисциплину «Процессы и аппараты...». Именно такой вариант изучения комплексной дисциплины реализован во ВГАСУ.

При разработке структуры настоящего учебного пособия, определении содержания его разделов нами использован опыт, представленный во многих учебниках под названием «Процессы и аппараты химической технологии», а также в первых учебниках<sup>1)</sup> для строительно-технологических специальностей.

---

<sup>1)</sup> Имеются в виду: 1 – Процессы и аппараты в технологии строительных материалов: Учебник для вузов/Рук. авт. кол. И.М. Борщ.- Киев, Вищ. школа, 1981.- 296 с. 2 – Еремин Н.Ф. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов: Учебник для вузов по спец. «Производство строит. изд. и конструкций».- М.: Высш. шк., 1986.- 280 с.

тей. Используются также методические материалы, разработанные в разные годы сотрудниками кафедры, в том числе методические указания к лабораторным работам (авторы: д.т.н., проф. Е.И. Шмитько, к.т.н., доц. Д.Н. Коротких, ст. преп. В.В. Мысков), методические указания к выполнению курсового проекта (авторы: д.т.н., проф. Е.И. Шмитько, к.т.н., доц. В.С. Кабанов, к.т.н., доц. А.В. Крылова), учебное пособие по расчету аппаратов (автор - д.т.н., проф. Е.И. Шмитько).

Учебное пособие выпускается двумя томами. В первом из них представлена теоретическая часть учебного курса в виде расширенного конспекта лекций; во втором томе собраны учебно-методические разработки, касающиеся практических и лабораторных занятий, курсового проектирования, расчетов аппаратов.

Предлагая это издание широкой аудитории преподавателей и студентов строительных вузов и факультетов, автор отдает себе отчет в том, что оно не лишено недостатков и поэтому с благодарностью примет полезные замечания и предложения, учтет их в дальнейшем.

## 1. ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ В ПЛАНЕ ПОДГОТОВКИ СОВРЕМЕННОГО ИНЖЕНЕРА

Прежде, чем рассматривать место дисциплины в образовательном процессе, мы должны уяснить для себя: а каким мы видим современного инженера-строителя-технолога? Чтобы ответить на этот вопрос, обратимся к квалификационной характеристике инженера, представленной в Государственном образовательном стандарте. В ней четко указывается, что должен знать, какими методами и навыками владеть выпускник вуза, к каким видам деятельности он должен быть подготовлен.

В части знания важнейшим является следующее:

- основные научно-технические проблемы и перспективы развития строительной науки, техники и технологии;
- системы и методы проектирования технологических процессов;
- методы выполнения экспериментальных и теоретических исследований;
- современные средства оргтехники, вычислительной техники, коммуникаций и связи;
- основы экономики, организации труда и управления производством;
- законодательные и нормативные акты и др.

В части умения квалификационные требования сводятся к следующему:

- сбор, обработка и систематизация научно-технической информации;
- проведение инженерных изысканий и обследований;
- выполнение проектно-конструкторских работ;
- внедрение разработок в производство;
- организация работы производственных коллективов, принятие технических и управленческих решений;
- управление качеством продукции, подготовкой специалистов;
- выполнение исследований;
- разработка рекомендаций, заключений, подготовка технических отчетов и пр.

Таким образом, на первое место выдвигается проблема глубокого изучения технологических процессов и управления ими на различных уровнях: исследовательском, проектном, производственном.

А теперь о будущей деятельности строителя-технолога. При самом общем подходе многие считают, что строитель-технолог должен обеспечить строительное производство высококачественными, высокоэффективными материалами, изделиями и конструкциями. В такой постановке вопроса под инженером-строителем-технологом подразумевают и тех специалистов, кто создает новые материалы, то есть научных работников, и тех, кто проектирует новые технологические линии, то есть проектировщиков, и тех, кто непосредственно занимается производством - это технологи различных уровней, производственные мастера, организаторы произ-

водства в лице начальников цехов, главных инженеров, технических и генеральных директоров предприятий, фирм и т.п., и, наконец - это преподаватели вузов, колледжей, других учебных заведений. Любая из отмеченных сфер деятельности пронизана, прежде всего, научным подходом к решаемым вопросам, так как сам термин «технология» в различных справочных изданиях расшифровывается как *наука* о способах производства определенного продукта, изделия и т.д.

Таким образом, в трактовках термина «инженер-технолог» мы подошли к самому главному - это человек-творец, человек, создающий новые технологии и умеющий управлять ими. Вообще технология и как наука, и как сфера производственной деятельности прошла длительный путь развития. Многие сотни лет господствовал так называемый рецептурный подход, при котором стремились ответить, прежде всего, на вопрос: как, при каких параметрах следует осуществлять технологический процесс? При этом глубинная сущность процесса, а вернее - отдельных его этапов, часто оставалась «за кадром», что не гарантировало оптимальности получаемого результата, а иногда и приводило к грубым ошибкам. К сожалению, рецептурный подход во многих наших технологиях продолжает действовать и в настоящее время. Между тем научно-техническая революция во всем мире, обостряющаяся конкурентная борьба на строительном рынке требуют нового уровня качества продукции, нового уровня ее технико-экономической эффективности.

Достичь нового уровня возможно лишь на основе более глубоких знаний о получаемых материалах и изделиях, о сущности технологических процессов, направленных на их получение. Именно такой подход позволяет открывать новые, дополнительные возможности технологии в части номенклатуры и свойств материалов и, особенно, в части создания ресурсосберегающих «безлюдных технологий», при которых весь производственный процесс осуществляется без участия человека, то есть речь идет об автоматизированном производстве.

Таким образом, мы говорим об *управляемом* технологическом процессе, о создании *модели* управления. И здесь следует заметить, что моделью управления мы пользовались практически всегда, иногда даже не подозревая об этом. Ведь любая предписанная рецептура - это уже модель управления, но модель не строгая, не оптимальная, предполагающая так называемое *ручное управление*. Во многих «работающих» сегодня технологиях, ориентированных, в общем-то, на рецептурный подход, отдельные аппараты, машины и установки оснащены автоматическими средствами регулирования (например, обжиговая печь, автоклав, пропарочная камера и т.п.) и достаточно надежно управляют соответствующей частью технологического процесса. Но это - локальное управление, которое реализует жестко заданный в определенном диапазоне технологический режим. Такой режим не всегда оптимален, так как в любом технологическом процессе действует множество случайных факторов, а иногда наблюдаются и «сбои» в производстве, которые приводят к тому, что при заданной



совокупности технологических параметров результат технологического процесса получается разным, иногда далеким от расчетного.

Сегодня на многих передовых предприятиях действуют автоматизированные системы управления технологическими процессами — АСУТП. Эти системы замечательны тем, что практически в любой сложившейся производственно-технологической ситуации они выбирают оптимальный режим дальнейшего управления технологическим процессом. Такие системы называют *адаптивными*, то есть «приспосабливающимися». В основе таких систем лежит принцип *обратной связи*, который означает, что нам известно, как откликнется ход технологического процесса на любое изменение управляющего параметра. Соответственно, автоматизированная система внимательно отслеживает «состояние» технологического процесса и выбирает дальнейшее управление таким образом, чтобы обеспечить ход технологического процесса и его результат в заданных пределах.

И вот здесь мы подошли к пониманию одной из сложнейших задач современного технолога - это задача *идентификации* модели управления технологическим процессом. Идентифицировать модель управления - это, прежде всего, определить цель управления, определить структуру объекта управления, то есть все входы и выходы управляющей системы, а также выделить те из них, какие следует включить в систему управления; необходимо также установить функциональные количественные связи между входами и выходами в виде математических моделей, на основе которых возможно разработать алгоритм управления технологическим процессом.

Является очевидным, что в сложном процессе идентификации модели управления должны участвовать специалисты разных профессий, в том числе - математики, специалисты по автоматизации технологических процессов и др. Но, тем не менее, технологу должна принадлежать ведущая роль в части общей идеи автоматизации, параметров, включаемых в автоматизированную систему, возможных пределов их изменения. Но самая главная задача технолога — создать такую информационную базу относительно технологического процесса, на основе которой становится возможным осуществить идентификацию модели управления.

К сожалению, сугубо технологические дисциплины строительно-технологической специальности в подавляющем большинстве вопросов еще не вышли на тот уровень познания технологии, который обозначен выше. Сегодня над этим работают тысячи специалистов, имеются определенные успехи. Но для общего успеха необходимо, чтобы каждый специалист и, прежде всего, специалист-исследователь четко видел конечную цель, обладал соответствующей методологией исследования. В разработке таких качеств и видится главная задача учебной дисциплины «Процессы и аппараты технологии строительных материалов и изделий». Но здесь, к сожалению, следует признать, что далеко не все в нашей дисциплине отвечает уровню поставленной задачи. Какие-то решения уже име-

ются, для каких-то - обозначены только подходы. Но, тем не менее, практика показала, что дисциплина «Процессы и аппараты» завоевала твердые позиции в формировании облика современного инженера-технолога.

## 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС КАК ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ

### 2.1. Технология, технологический процесс: определения, термины, составляющие признаки

В широком понимании *технология* – это наука о рациональных способах производства. Она занимается изучением *технологических процессов* и отысканием оптимальных способов их осуществления.

*Технологический процесс* – процесс переработки природного или техногенного сырья в предметы потребления и средства производства.

*Аппарат* (от латинского apparatus – оборудование) – технологическое оборудование, устройство.

В производственном понимании *технология* – это последовательность технологических операций и аппаратов определенной направленности и содержания. Для производственного использования результаты исследования и проектирования технологического процесса представляют в виде *технологического регламента* – технического документа, в котором в краткой форме, в виде текстового описания, цифровых данных, графических изображений, алгоритмов выполнения всевозможных операций представлена вся информация, необходимая для организации производства, контроля и аттестации заданного вида продукции. Технологический регламент является основой *проектирования* предприятия и *управления* технологическим процессом.

Любой технологический процесс представляет собой совокупность взаимосвязанных *основных, вспомогательных и обслуживающих* процессов.

*Вспомогательные процессы* характеризуются получением продукции, не являющейся основной и конечной для данного производства (сжатый воздух, водяной пар, смазочные составы и т.п.).

*Обслуживающие процессы* создают условия для осуществления основных и вспомогательных процессов (уход за технологическим оборудованием и т.п.).

*Основным технологическим процессом* (далее технологический процесс) является такой, в результате которого *предметы труда* превращаются в *готовую продукцию*, характерную для данного предприятия.

Технологический процесс состоит из отдельных *стадий* или *переделов производства* определенной целевой направленности, например: подготовка сырья, приготовление формовочной смеси, формование изделий, сушка, обжиг и пр.

Технологический передел в свою очередь подразделяется на ряд *технологических операций* строго определенного содержания и выполняемых в строго определенной последовательности. Например, технологический передел приготовления формовочной смеси может включать технологические операции дозирования компонентов, перемешивания, выгрузки смеси и т.п.

Технологическая операция состоит из отдельных *элементов*, представляющих собой определенные законченные действия, например, открывание клапана, засыпка компонентов в смеситель, вращение лопастей смесителя (в процессе приготовления формовочной смеси)

В зависимости от степени оснащения технологического процесса операции могут быть *ручные, машинные, аппаратурные*.

*Ручные операции* выполняются с использованием простого или механизированного инструмента.

*Машинные операции* осуществляются с помощью машин при непосредственном участии рабочего.

*Аппаратурные операции* характеризуются выполнением определенной части технологического процесса в специальном аппарате или агрегате. Рабочий в этом случае играет роль оператора, осуществляющего контроль правильности исполнения *технологического режима* и задающий, при необходимости, управляющие воздействия на технологический процесс.

Машинные и аппаратурные операции могут быть частично или полностью *автоматизированы*. В зависимости от этого управление технологическим процессом может осуществляться в *ручном, полуавтоматическом* и в *автоматическом режимах*.

Высшая форма управления технологическим процессом достигается при использовании *автоматизированных систем управления технологическим процессом* (АСУТП), которые способны сами выбирать *оптимальный режим* управления технологическим процессом.

## **2.2. Классификация технологических процессов в зависимости от определяющих законов протекания**

В зависимости от основных законов, отображающих сущность процесса и определяющих скорость его протекания, можно выделить следующие специфические виды процессов.

*Механические процессы* характеризуются законами механики твердых тел (основные законы рассмотрены при изучении физики, теоретической механики, строительной механики и др.). Механические процессы лежат в основе таких технологических операций, как дробление, помол, механическая сортировка сырьевых материалов, механическая обработка полуфабрикатов, готовых изделий.

*Гидромеханические процессы* характеризуются законами гидродинамики – науки о движении жидкостей и газов. Основные законы движения жидкостей и газов изучаются в дисциплине «Гидравлика». Вместе с тем, технология строительных материалов и изделий требует освоения таких специфических задач гидродинамики, как движение тел в жидкостях (осаждение суспензий и пылей, пневмотранспорт), фильтрование, перемешивание, виброуплотнение, технологические операции с неньютоновскими жидкостями. Этим вопросам в нашей дисциплине будет уделено достаточное внимание.

*Тепловые процессы* характеризуются законами теплопередачи – науки о способах распространения теплоты. В наших технологиях такими процессами являются нагрев и охлаждение материалов и изделий при сушке, обжиге, других видах тепловой обработки. В отличие от классических примеров задача определения теплового состояния строительных материалов и изделий в технологическом процессе осложняется тем, что строительные материалы относятся к классу *капиллярно-пористых* тел, чаще всего – увлажненных, что предопределяет более сложные механизмы теплопередачи и требует особого изучения.

*Массообменные процессы* характеризуются законами переноса одного или нескольких веществ из одной фазы в другую через поверхность раздела фаз. Наиболее медленной и поэтому обычно лимитирующей стадией массообменных процессов является *молекулярная* диффузия распределяемого вещества. С участием массообменных процессов протекают практически все тепловые процессы строительной технологии, особенно процессы сушки; закономерности диффузионного переноса веществ мы привлекаем при рассмотрении процессов гидратационного твердения вяжущих веществ (растворение, зарождение новой фазы, кристаллизация новообразований), процессов обжига (протекание твердо-фазовых реакций, реакций в расплавах) и др.

*Химические (реакционные) процессы* описываются законами химии и химической кинетики. В наших технологических процессах химическим реакциям получения вяжущих веществ, их отвердевания и др. обязательно сопутствует перенос массы и энергии и, соответственно, скорость этих реакций будет зависимой от теплопереносных, массопереносных, гидродинамических процессов. Вследствие этого скорость химической реакции в реальных процессах подчиняется законам *макрокинетики*.

Таким образом, мы выделили пять основных видов технологических процессов. Вместе с тем, является очевидным, что на практике ни один из них не реализуется в чистом виде. Реальные технологические процессы представляют собой определенные совокупности из выделенных процессов и поэтому только по этому признаку их можно (и следует) отнести к классу *сложных систем*. Изучение сложных систем представляет особую трудность, поэтому теорией сложных систем разработаны некоторые методологические и методические приемы, упрощающие и делающие доступным решение этой общей задачи. Один из таких приемов состоит в выделении так называемых *типовых процессов*, то есть процессов, часто повторяющихся как в рассматриваемой, так в других технологиях, для которых уже существуют определяющие признаки, отработаны математические модели. При таком подходе становится возможным количественное описание любого сложного процесса представить в виде совокупности описаний типовых процессов, «откорректированных» сообразно рассматриваемым ситуациям. Насколько справедлив такой вывод, можно удостовериться на примерах, представленных в табл. 2.1.

Совокупность технологических операций по выпуску строительных изделий, законы, определяющие их осуществление  
(пример)

<b>Вид изделия</b>	<b>Технологические переделы</b>	<b>Технологические операции</b>	<b>Определяющие законы протекания</b>
Керамический кирпич полусухого прессования	Добыча глины и отощающих добавок	Разработка карьера	механики твердых тел (т. т.).
		Погрузка в транспортные средства	механики т. т
		Транспортировка	механики т. т
		Складирование	механики т. т
	Подготовка материалов	Грубое измельчение	механики т. т
		Камневыделение	механики т. т
		Высушивание	гидродинамики, тепловые, массообменные, механики т. т.
		Тонкое измельчение	механики т. т
	Приготовление формовочной массы	Дозирование материалов	механики т. т
		Доувлажнение шихты	гидромеханики, массообменные
		Перемешивание	механики т. т., гидромеханики
	Формование кирпича-сырца	Дозирование шихты	механики т. т
		Прессование	механики т. т
		Укладка сырца на вагонетки	механики т. т
	Сушка сырца	Загрузка сушильной камеры	механики т. т
		Высушивание	гидродинамики, тепловые, массообменные, механики т. т.
		Выгрузка из сушильной камеры	механики т. т., тепловые
	Обжиг сырца	Загрузка обжиговой печи	механики т. т
		Процесс обжига	гидродинамики, тепловые, массообменные, химические, механики т. т.
	Складирование готовой продукции	Разбраковка	механики т. т
		Пакетирование	механики т. т
		Перемещение, погрузка	механики т. т

<b>Вид изделия</b>	<b>Технологические переделы</b>	<b>Технологические операции</b>	<b>Определяющие законы протекания</b>
Бетонное виброформованное изделие	Добыча камня, изготовление щебня	Разрушение горной породы	механики т. т
		Дробление	механики т. т
		Сортировка	механики т. т
	Добыча, подготовка песка	Погрузка, транспортировка	механики т. т
		Разработка карьера	механики т.т., гидромеханики
		Сортировка, обогащение	механики т.т., гидромеханики
	Приготовление бетонной смеси	Погрузка, транспортировка	механики т. т
		Дозирование щебня, песка, цемента, воды, добавок	механики т. т., гидромеханики
		Перемешивание	механики т. т., гидромеханики
	Формование изделия	Выгрузка и транспортировка бетонной смеси	механики т.т., гидромеханики
		Заполнение формы	механики т. т
		Виброуплотнение	механики т. т., гидромеханики
	Тепловлажностная обработка, твердение бетона	Доработка изделия	механики т. т
		Загрузка камеры	механики т.т
		Процесс тепловлажностной обработки	гидродинамики, тепловые, массообменные, химические
Складирование готовой продукции	Выгрузка изделия	механики т. т.	
	Штабелирование	механики т. т.	
	Перемещение, погрузка	механики т. т.	

Из табл. 2.1 следует, что любой технологический процесс (другие примеры выглядели бы примерно так же) можно представить совокупностью нескольких или всех пяти типовых процессов (механических, гидромеханических, тепловых, массообменных, химических). При этом механические процессы как бы превалируют в нашей сложной технологии. Но это не дает основания считать, что именно эти процессы определяют качество готовой продукции. Некоторые специалисты склонны относить нашу технологию к химической, так как уровень химической составляющей иногда коренным образом отражается на качестве готовой продукции. Но с таким же успехом мы можем доказать, что любой другой типовой процесс может в определенной ситуации оказаться решающим.

Поэтому согласимся с тем, что технологические процессы получения строительных материалов и изделий – это весьма сложные процессы, для управления которыми необходимо, прежде всего, тщательно и глубоко познать типовые процессы. Основы этих процессов уже изучены в дисциплинах общеобразовательных циклов. Теперь предстоит продолжить их изучение применительно к задачам, характерным для технологических процессов.

### **2.3. Классификация технологических процессов относительно категорий времени и пространства**

Продолжим рассмотрение разновидностей технологических процессов. Но теперь в качестве классификационных признаков примем категории пространства и времени, которые относительно технологического процесса в промышленном производстве представлены в понятии «организация производства». Организация производства – это система мероприятий, направленных на эффективное и рациональное сочетание во времени и в пространстве всех элементов производства – рабочей силы, машин, оборудования, предметов труда.

Исходя из этого определения, *по способу организации* технологические процессы подразделяют на *периодические, непрерывные, комбинированные*.

*Периодические (прерывные) процессы* проводятся в аппаратах, в которые через определенные промежутки времени загружаются исходные материалы или полуфабрикаты; затем аппарат вводится в рабочий режим, выводится из режима; после этого из аппарата выгружается конечный продукт.

Таким образом, периодический процесс характеризуется тем, что он протекает в одном месте (аппарате), но его параметры во времени изменяются по определенному режиму.

Примеры аппаратов периодического действия: камерная сушилка для керамических изделий, гипсоварочный котел, автоклав для силикатного кирпича, пропарочная камера для бетонных и железобетонных изделий.

*Непрерывные процессы* осуществляются в аппаратах непрерывного действия (в соответствии с химической терминологией – в проточных аппаратах). Поступление исходных материалов в аппарат и выгрузка конечных продуктов производятся одновременно и непрерывно, как правило – с противоположных сторон аппарата. Технологический режим во всем объеме аппарата не изменяется на протяжении длительного времени его работы.

Таким образом, все стадии непрерывного процесса протекают одновременно, но разделены в пространстве.

Примеры аппаратов непрерывного действия: шахтная печь для обжига извести, вращающаяся печь для обжига цементного клинкера, туннельная сушилка для керамического кирпича, туннельная печь для обжига керамического кирпича, туннельная (щелевая) пропарочная камера для твердения железобетонных изделий.



Рассматривая периодические и непрерывные технологические процессы, мы до сих пор ограничивались пределами одного аппарата. Но если рассматривать технологический процесс в целом, то речь следует вести о *последовательной цепочке аппаратов*.

Понятия периодических и непрерывных процессов здесь также применимы. При этом предполагается, что технологическая линия периодического действия укомплектована аппаратами и механическими устройствами также периодического действия (например, агрегатно-поточная линия по производству железобетонных изделий), а технологическая линия непрерывного действия укомплектована аппаратами и механическими устройствами только непрерывного действия (например, конвейерная линия по производству железобетонных изделий).

Вместе с тем в масштабе всей технологии мы часто имеем дело с *комбинированными процессами*, когда при общей периодичности отдельные стадии осуществляются непрерывно, или при общей непрерывности отдельные стадии осуществляются периодически. Такие сочетания бывают оправданы по технико-экономическим соображениям.

Каждый из отмеченных видов технологических процессов имеет свои достоинства и недостатки. Но, разумеется, у непрерывных технологических процессов достоинств больше. Сводятся они к следующему:

1 - производительность этих процессов и соответствующих аппаратов, как правило, всегда выше, так как не требуется специальное время на загрузку и выгрузку аппарата;

2 - при неизменных режимных параметрах в разных зонах аппарат работает как бы в «щадящем» режиме, так как отсутствуют циклические физические воздействия, «расшатывающие» структуру любого конструкционного или изоляционного материала; в результате *ресурс работы аппарата увеличивается* (например, внутренняя футеровка обжиговых печей непрерывного действия служит в несколько раз дольше, чем печей прерывного действия);

3 - *энергетические затраты* в непрерывно протекающих процессах практически всегда ниже, чем в прерывных, особенно это касается тепловой энергии, которая в аппаратах периодического действия безвозвратно теряется при любом остывании (охлаждении) аппарата;

4 - в аппаратах непрерывного действия технологические *режимы* выдерживаются более *устойчиво*, что благотворно сказывается на *качестве* продукции;

5 - непрерывные технологические процессы создают больше условий для *полной механизации и автоматизации производства*.

И, тем не менее, аппараты периодического действия достаточно широко используются в различных технологиях. Их применение бывает выгодным при небольших объемах выпуска продукции, при широкой номенклатуре выпускаемой продукции (что особенно характерно для подотрасли сборного железобетона), на опытных производствах и др.

Следующий классификационный признак касается изменения *параметров технологического процесса во времени*. По этому признаку технологические процессы делятся на *установившиеся* (стационарные), *неустановившиеся* (нестационарные) и *переходные*.

В *установившихся* процессах значения каждого из параметров, характеризующих процесс (температуры, давления, концентрации вещества, скорости превращений и т.п.), *постоянны во времени*, а в *неустановившихся* – *переменны*, то есть являются функциями не только положения в пространстве (координат) каждой точки аппарата, но и времени. Такое деление имеет принципиальное значение с точки зрения математического описания процесса, автоматического управления процессом. Отметим сразу, что математический аппарат описания нестационарных процессов намного сложнее, чем стационарных, а получаемые математические модели часто бывают просто неразрешимыми. То же относится и к вопросам автоматизации.

Поэтому, несмотря на то, что подавляющее большинство технологических процессов относятся к классам нестационарных и переходных, в попытках их математического описания мы часто прибегаем к всевозможным упрощениям, приближениям, условностям. В каких-то случаях мы условно допускаем стационарность в действительности нестационарного процесса, в других – прибегаем к понятию «*квазистационарности*». Например, задача расчета температуры в объеме бетонного изделия на стадии ее подъема в камере тепловой обработки считается трудно разрешимой из-за нестационарности этой стадии, для которой температуру следует рассматривать как функцию координат и времени –  $t(x, y, z, \tau)$  (рис. 2.1). Но с удовлетворительным приближением задачу можно разрешить, если действительный график подъема температуры в виде восходящей прямой  $AB$  (рис. 2.1) заменить условным ступенчатым графиком, считая, что на каждой из ступеней (1,2,3,4,5) средняя температура определенное время выдерживается постоянной, а затем мгновенно поднимается до следующего уровня стационарности и т.д.

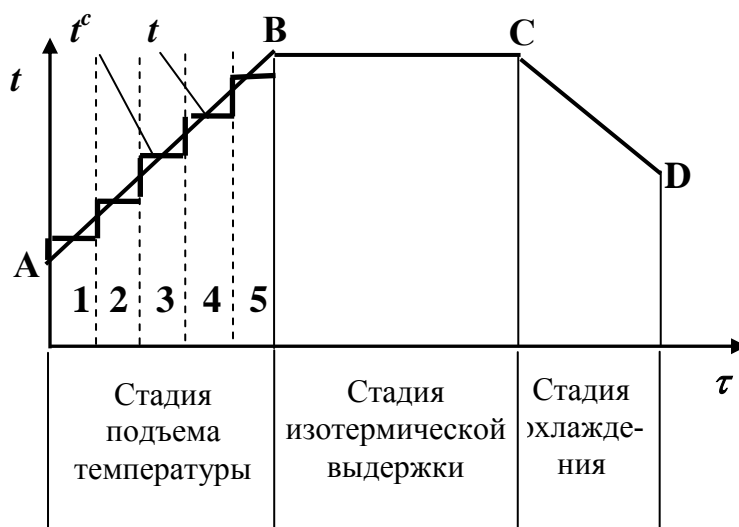


Рис. 2.1. Представление нестационарного процесса подъема температуры в камере тепловой обработки бетонных изделий комбинацией стационарных процессов 1-5:

$t$  - истинный ход температуры;  $t^c$  - стационарное ее представление

Таким образом, нестационарный по своей природе процесс мы представили комбинацией пяти условно стационарных временных промежутков этого процесса, что позволяет произвести, например, расчет температуры для любой точки в объеме изделия для любого момента времени, используя математическую модель стационарного нагрева изделия.

#### **2.4. Классификация технологических процессов относительно категорий причинности и случайности**

Относительно категорий причинности и случайности технологические процессы можно разделить на *детерминированные* и *стохастические*.

Детерминизм по определению предполагает наличие причинной обусловленности между явлениями в природе, обществе и др. В соответствии с таким определением к *детерминированным технологическим процессам* относят такие, для которых можно принять, что между входными и выходными переменными технологического процесса существует однозначная зависимость, а влияние случайных факторов настолько мало, что эту зависимость можно представить *детерминированной математической моделью*. Например, к детерминированной мы можем отнести зависимость прочности бетона ( $R_b$ ) от цементно-водного отношения ( $C/B$ ) в виде  $R_b = A R_u (C/B - 0,5)$ , которая широко применяется в расчетах составов бетонов.

*Стохастическими (случайными, вероятностными)* называют такие процессы, на ход которых большое влияние оказывают случайные факторы и поэтому при заданной совокупности входных параметров результат процесса получается неоднозначным. Для количественного описания таких процессов существует соответствующий математический аппарат, оперирующий статистическими моделями. Но он, к сожалению, настолько сложен, что без специальной математической подготовки освоить его практически трудно.

Отнесение того или иного технологического процесса к детерминированному или стохастическому представляется несколько условным, так как *любой процесс подвержен действию случайных факторов* и по своей сути является *случайным, вероятностным*. Поэтому в данной постановке вопроса важным является не то, как мы назвали процесс, а какого вида математическую модель (детерминированную или стохастическую) используем для описания и управления технологическим процессом. В этом плане для нас, технологов, детерминированные модели являются предпочтительными в силу их относительной простоты и доступности. Но вместе с тем мы не можем не учитывать действие случайных факторов. Компромисс достигнут в виде *квазидетерминированных моделей*, для которых принято внутренние связи в процессе представлять детерминированными зависимостями, а результат процесса оценивать вероятностно, то есть на основе полученной выборки экспериментальных результатов при заданной степени вероятности рассчитывать такие характеристики, как математическое среднее, дисперсия, коэф-

фициент вариации, доверительный интервал, что в совокупности *обеспечивает достоверность и надежность* получаемых результатов.

## 2.5. Структура технологического процесса как объекта исследования и управления. Внешние и внутренние связи

При постановке задач исследования и, особенно, управления каким-либо объектом, в том числе и технологическим процессом, в первую очередь определяют структуру этого объекта.

Под *структурой объекта управления* понимают совокупность элементов и связей между ними, определяющих функционирование этого объекта.

Для технологического процесса в качестве элементов рассматривают входные и выходные параметры, определяющие ход и состояние (достигнутый уровень) процесса.

Процесс установления структуры объекта исследования и управления называют *идентификацией структуры*. Это сложный творческий процесс, в ходе которого выявляются все возможные элементы и связи, решается вопрос: какие из них следует включить в разрабатываемую структуру, какие можно опустить, но так, чтобы структура отражала самое главное для рассматриваемого процесса.

Структуру предельно простого технологического процесса обычно представляют в виде следующей схематической модели (рис. 2.2).

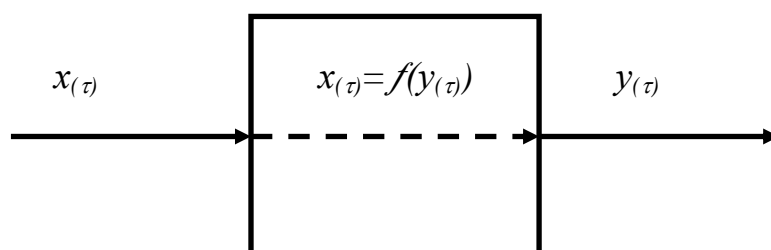


Рис. 2.2. Схема структуры предельно простого технологического процесса

Прямоугольником обозначен изучаемый технологический процесс, сущность которого пока не раскрыта. В теории управления такой объект иногда называют «черным ящиком».

Сплошными стрелками с обозначениями  $x(\tau)$  и  $y(\tau)$  представлены *внешние связи* объекта управления. Из них  $x(\tau)$  называют входной переменной характеристикой процесса, а  $y(\tau)$  – выходной. Индекс  $(\tau)$  означает, что эти переменные изменяются во времени.

Пунктирной стрелкой обозначена *внутренняя связь*, то есть функциональная зависимость  $x_{(\tau)} = f(y_{(\tau)})$ , которая требует анализа и изучения.

Внешние связи в зависимости от назначения разрабатываемой структурной схемы могут именоваться различными терминами: *входами* и *выхо-*

дами – при разработке структуры объекта управления; *входными и выходными переменными, факторами* (для входных переменных) – при постановке задачи исследования и математического описания технологического процесса; *параметрами* – при реальном управлении и контроле технологического процесса, когда входы и выходы получили *численные значения*.

Для структуры технологического процесса, представленной на рис. 2.2, трудно даже привести соответствующий пример из технологии как раз из-за ее простоты.

Реальные технологические процессы имеют сложную структуру и многочисленные внешние и внутренние связи. Поэтому их называют *многомерными объектами*.

Структуру сложного технологического процесса принято представлять схемой, изображенной на рис. 2.3.

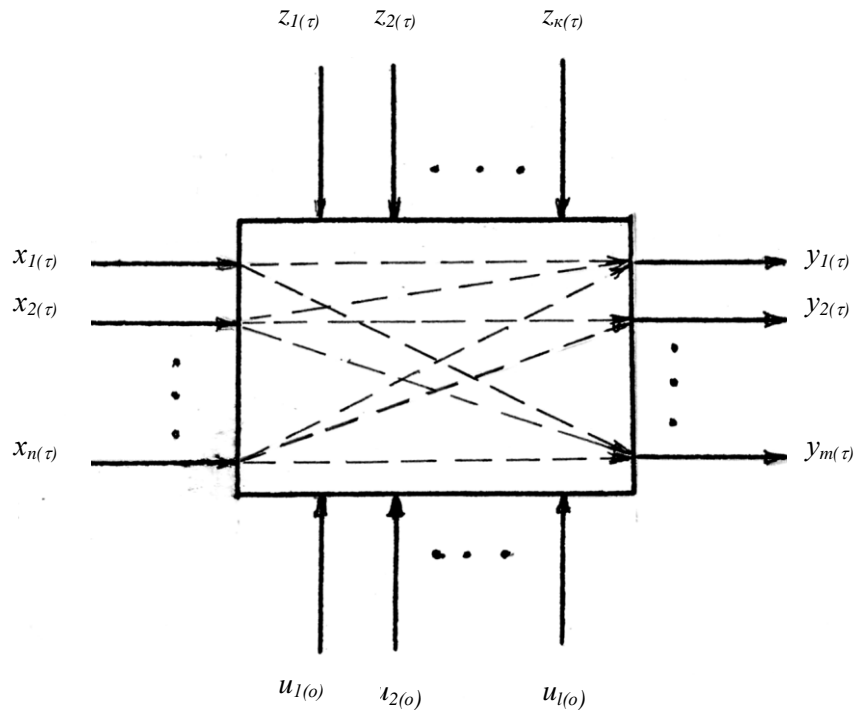


Рис. 2.3. Схема структуры сложного технологического процесса

На рис. 2.3 выделены *три группы* входных переменных и *одна группа* выходных переменных. В математике группу переменных величин, близких между собой по назначению, свойствам и т.п., принято объединять под термином «вектор переменных» с обозначением большим буквенным символом. Соответственно, для представленной на рис. 2.3 схемы можно ввести следующие обозначения:  $X (x_{1(t)}, x_{2(t)}, \dots, x_n)$ ,  $U (u_{1(o)}, u_{2(o)}, \dots, u_{l(o)})$ ,  $Z (z_{1(t)}, z_{2(t)}, \dots, z_{k(t)})$ ,  $Y (y_{1(t)}, y_{2(t)}, \dots, y_{m(t)})$ .

А теперь рассмотрим *функциональные особенности* каждого из трех векторов входных переменных (принятые обозначения через векторы  $X, U, Z$  здесь следует считать условными).

*Входные переменные, обозначенные вектором  $X$* , называют *входными регулируемыми* или *входными управляющими* (относительно процесса) *параметрами (переменными)*. Считается, что в ходе технологического процесса их значения могут *целенаправленно* изменяться во времени и этим самым осуществляется *управление* ходом технологического процесса. В качестве технологических примеров можно назвать содержание какого-либо компонента в составе строительного материала, температуру твердения бетона и т.п.

*Входные переменные, обозначенные векторов  $U$* , называют *входными нерегулируемыми параметрами (переменными)*. Считается, что их численные характеристики в ходе процесса могут контролироваться, но они остаются неизменными, так как отсутствует возможность их изменять (например, принятый состав сырья) или в этом отсутствует необходимость (заданная температура и т.п.); для последнего случая применяют также термин «фиксированные параметры».

Отмеченная функциональная особенность параметров вектора  $U$  возможна лишь в том случае, если на их значения не влияет режим технологического процесса.

*Входные переменные, обозначенные вектором  $Z$* , называют *возмущающими случайными факторами*. Считается, что в ходе технологического процесса их значения изменяются непредвиденным образом.

Действие возмущающих факторов проявляется в том, что при заданной совокупности входных регулируемых и нерегулируемых переменных выходные переменные определяются неоднозначно, приобретают статистический характер. Как уже отмечалось ранее, процессы, в которых влияние возмущающих факторов велико и это находит отражение, например, при их математическом описании, называют *стохастическими* в отличие от *детерминированных*, для которых принимается, что выходные переменные однозначно определяются заданием входных переменных.

А что же мы будем понимать под выходными переменными (параметрами) *вектора  $Y$* ? Это может быть любой показатель свойств получаемого материала или изделия, любой технико-экономический показатель реального производства, что-то другое, являющееся наиболее важным в каждой конкретной постановке решаемой технологической задачи.

## **2.6. Общие задачи и принципы анализа и проектирования технологических процессов**

Итак, мы с вами ознакомились с основными понятиями и определениями, раскрывающими общую сущность технологии и технологических процессов, пока не привязываясь жестко к определенной *отрасли промышленности*

сти. Теперь, в заключение первой главы, попытаемся наметить основные задачи анализа и проектирования технологических процессов применительно к нашей отрасли. Эта отрасль (ее часто называют стройиндустрией) объединяет предприятия *по выпуску строительных материалов, изделий и конструкций*, включающих несколько тысяч наименований продукции, иногда весьма существенно отличающейся друг от друга и по вещественному составу, и по технологии производства. Это обстоятельство, казалось бы, создает непреодолимые трудности в исследовании и проектировании технологических процессов. Но, как мы увидим дальше, *методологический уровень* нашей дисциплины позволяет преодолеть эти трудности.

Сейчас же, на старте длительного пути *исследования и проектирования* технологических процессов, нам необходимо уяснить: а что все это означает, и к какой конечной цели мы должны стремиться, какие общенаучные подходы здесь возможны. Только под флагом таких знаний мы сможем правильно оценить место и значение всех последующих разделов дисциплины.

В общепостановочном плане *спроектировать технологический процесс – это значит:*

1) разработать оптимальную технологическую схему, как основу технологического процесса, обеспечивающего получение материалов и изделий с заданными свойствами и технико-экономическими показателями;

2) определить оптимальные значения технологических параметров, в том числе – оптимальный режим технологического процесса;

3) при заданном количестве готовой продукции определить количество исходных материалов;

4) определить количество энергии, затрачиваемой на технологический процесс, мощность источников энергии или электроприводов;

5) рассчитать или определить иным путем скорости всех превращений и фазовых переходов (химических, тепловых, массообменных), имеющих место в технологических процессах;

6) определить состав технологических аппаратов и вспомогательного оборудования, требуемых для реализации технологического процесса; при необходимости рассчитать характеристики аппаратов, как то: геометрические размеры, последовательность, периодичность, частоту, мощность и т.п.; такие характеристики технолог обычно формулирует в виде задания на проектирование машин и оборудования, если таковые еще серийно не производятся;

7) разработать предложения по управлению технологическим процессом, осуществлению контрольных функций.

По каждому из намеченных шагов уже выработаны достаточно эффективные методики решения, которые и рекомендуется использовать при практическом проектировании технологических процессов. В самых общих чертах они состоят в следующем.

Прежде, чем приступить к разработке *технологической схемы производства*, необходимо провести широкий и глубокий информационный поиск

по интересующему направлению. Так как в подавляющем большинстве случаев проектировать приходится не абсолютно новую технологию, а улучшенные варианты уже существующей, то следует, прежде всего, изучить все возможные аналоги, оценить степень их новизны, совершенства, технико-экономической эффективности, наметить возможные варианты усовершенствования, обосновать окончательный из них, а затем представить весь технологический процесс.

*Оптимальные значения технологических параметров*, как правило, можно оценить на основе информационных источников, раскрывающих глубинную сущность протекания определяющих для данной технологии процессов. Например, из учебников по технологии минеральных вяжущих веществ можно найти, что оптимальная температура получения строительного гипса ( $\beta$ -полугидрата) находится в пределах 135-150°C. В некоторых, особых, случаях с целью оптимизации параметров выполняют специальные экспериментальные исследования.

*Количество исходных материалов* определяют на основе материального баланса всего технологического процесса или отдельных его стадий. В соответствии с законом сохранения массы вещества записываем уравнение материального баланса:

$$\sum G_n = \sum G_k + \sum G_n,$$

(2.1)

где  $\sum G_n$  - сумма масс сырьевых (и других исходных) материалов, используемых в технологическом процессе;

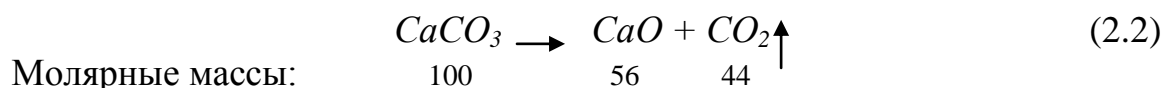
$\sum G_k$  - общая масса конечных продуктов;

$\sum G_n$  - потери массы вещества в технологическом процессе.

Потери  $\sum G_n$  бывают трех видов: *механические, химические, массообменные*.

*Механические потери* связаны с просыпями материалов при перегрузке, транспортировке и т.п.

*Химические потери* образуются в результате химических реакций с выделением летучих веществ (газов, водяных паров). Например, при обжиге известняка получается известь (оксид кальция) и углекислый газ, улетающий с дымовыми газами:



*Массообменные потери* в технологических процессах чаще всего связаны с обезвоживанием или увлажнением материалов.

Материальный баланс составляют, как правило, на заданную производительность технологической линии (годовую, суточную, сменную, часовую).

На основе материального баланса определяют *выход* продукта, например, массу извести ( $m$ ) на одну тонну известняка.



Количество энергии, затрачиваемой на технологический процесс, определяют на основании энергетического баланса в виде закона сохранения энергии, согласно которому количество энергии, введенной в процесс, равно количеству энергии, выведенной из процесса. Например, для тепловых процессов должно соблюдаться следующее равенство:

$$\sum Q_n = \sum Q_k + \sum Q_n, \quad (2.3)$$

где  $\sum Q_n$  - количество теплоты, вводимой в процесс, оно может иметь следующие составляющие:

$$\sum Q_n = Q_1 + Q_2 + Q_3,$$

где  $Q_1$  - теплота, вводимая с исходными веществами;

$Q_2$  - теплота, вводимая извне, например, с теплоносителем;

$Q_3$  - тепловой эффект физических или химических превращений (конденсация, кристаллизация, испарение, растворение, экзо- или эндоэффект химической реакции), он получает знак «+» или «-»;

$\sum Q_k$  - теплота, отводимая с выходящими из технологического процесса продуктами и отработанным теплоносителем;

$\sum Q_n$  - потери теплоты аппаратом в окружающую среду.

На основании энергетического баланса определяют общие затраты энергии на технологический процесс по ее видам.

*Определение скоростей превращений и фазовых переходов*, происходящих в технологических аппаратах, необходимо для расчета производительности и основных размеров аппаратов. Эта весьма сложная задача может быть решена только путем глубокого изучения *кинетических закономерностей* процессов.

Кинетические закономерности различных по своей природе процессов могут быть сформулированы в виде одного общего закона: скорость процесса прямо пропорциональна его движущей силе и обратно пропорциональна сопротивлению. Назвав величину обратную сопротивлению коэффициентом скорости и представив скорость как производную рассчитываемой характеристики по времени, запишем кинетические уравнения для некоторых типовых процессов.

*Для движения потока жидкости или газа через аппарат:*

$$\frac{dV}{F \cdot d\tau} = \frac{\Delta P}{R_1} = K_1 \cdot \Delta P, \quad (2.4)$$

где  $V$  - объем протекающей жидкости;

$F$  - площадь сечения аппарата;

$\tau$  - время;

$\frac{dV}{F \cdot d\tau}$  - удельная (отнесенная к единице площади аппарата)

скорость переноса жидкости;

$\Delta P$  - перепад давлений (движущая сила процесса);

$K_1$  - коэффициент скорости процесса течения, величина обратная гидравлическому сопротивлению  $R_1$ .

Для движения (переноса) теплоты:

$$\frac{dQ}{F \cdot d\tau} = \frac{\Delta t}{R_2} = K_2 \cdot \Delta t, \quad (2.5)$$

где  $Q$  - количество переносимой теплоты;

$F$  - поверхность теплообмена;

$\Delta t$  - средняя разность температур между обменивающимися теплотой материалами (движущая сила процесса теплопереноса);

$K_2$  - коэффициент теплопередачи, величина обратная термическому сопротивлению  $R_2$ .

Для переноса вещества из одной фазы в другую:

$$\frac{dM}{F \cdot d\tau} = \frac{\Delta C}{R_3} = K_3 \cdot \Delta C, \quad (2.6)$$

где  $M$  - количество вещества, переносимого из одной фазы в другую;

$F$  - поверхность контакта фаз;

$\Delta C$  - разность между равновесной и рабочей концентрациями вещества в фазах;

$K_3$  - коэффициент массопередачи, величина обратная диффузионному сопротивлению  $R_3$ .

Для химических превращений:

$$\frac{dG}{V \cdot d\tau} = K_4 \cdot f(C), \quad (2.7)$$

где  $G$  - количество вещества, прореагировавшего в ходе химического процесса;

$V$  - объем аппарата;

$K_4$  - коэффициент скорости химического процесса;

$f(C)$  - движущая сила процесса, являющаяся функцией концентраций реагирующих веществ.

Определяющий размер аппарата (площадь или объем) определяют на основании кинетических уравнений. Так, обобщив уравнения (2.3-2.7), можно записать:

$$\frac{\Pi}{F} = K \cdot \Delta, \quad (2.8)$$

где  $\Pi$  - производительность аппарата;

$F$  - определяющий размер;

$\Delta$  - движущая сила процесса;

$K$  - коэффициент скорости.

Из уравнения (2.8) можно найти определяющий размер:

$$F = \frac{V}{(K \cdot \Delta)}. \quad (2.9)$$

Однако на практике получить кинетические уравнения, адекватно отражающие ход технологического процесса, не всегда удается, и тогда прибе-

гают к всевозможным экспериментальным результатам. Например, при расчете объема сушильного барабана часто используют следующее соотношение:

$$V_{\bar{o}} = \frac{W}{A}, \quad (2.10)$$

где  $V_{\bar{o}}$  - объем барабана;

$W$  - количество испаряемой влаги в единицу времени (производительность барабана по влаге), (кг/ч);

$A$  - удельный влагосъем (кг/(м<sup>3</sup>·ч) – справочная характеристика.

*Состав технологических аппаратов* на линии подбирается, исходя из заданного технологического режима и функциональных возможностей включаемых в технологическую схему аппаратов.

Предложения по управлению технологическим процессом разрабатываются на основе данных, полученных путем анализа и исследования на всех предыдущих этапах проектирования. При этом необходимо чтобы большинство взаимосвязей между параметрами процесса получило количественные выражения в виде функциональных зависимостей. Это возможно лишь при глубоком изучении существа технологического процесса. Именно на этом и сосредоточено содержание изучаемой дисциплины.

Практические же вопросы проектирования технологических процессов и производств уходят в сугубо специальные дисциплины, курсовое и дипломное проектирование.

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

#### 3.1. Моделирование и научно-технический прогресс

Человеческое общество переживает период информационных технологий, от эффективности которых во многом зависит благосостояние каждой цивилизованной страны. Поэтому сегодня на первое место выдвигается проблема *эффективности* добычи информации, особенно – ее научного содержания. В этом плане методы современного моделирования приобретают решающее значение.

Моделирование можно определить как метод опосредованного познания, которое дает возможность наиболее быстро, относительно дешево, в достаточно полном объеме и т.п. получить информацию об исследуемом объекте.

Исторически моделирование прошло длительный путь от интуитивно-физического до современного математического.

Уже Леонардо да Винчи (1442-1519 г.г.) широко пользовался моделями строительных конструкций для оценки их прочности, устойчивости. Галилео Галилей (1564-1642 г.г.) использовал модели применительно к механике твердых тел. Российские инженеры-строители 18-19 в. в. широко пользовались моделями наиболее ответственных строительных конструкций. Имеются другие примеры.

Но первые опыты по моделированию носили в основной своей части интуитивный характер, они не имели еще прочной научной основы. Бурное развитие техники и технологии во второй половине 19 века сопровождалось созданием научной базы в виде теории подобия для доминировавшего в то время *физического моделирования*. Именно моделирование на основе теории подобия способствовало значительным успехам теплотехники, железнодорожного и автомобильного транспорта, судо- и авиастроения. Широко используемые сегодня в инженерных расчетах критерии гидромеханического, теплового, массообменного подобия вошли в инженерный и научный обиход именно в тот период времени.

Но постепенно сложность решаемых задач возросла настолько, что характеристики подобия в виде определенных соотношений параметров процесса (например, в виде критериев подобия) оказались далеко не всегда эффективными, приводящими к требуемому результату, и чисто физическое моделирование на определенном этапе развития исчерпало себя.

Уже к середине 20-го столетия возникла острейшая потребность в новых, эффективных методах исследования, которые позволили бы максимально сократить период времени от возникновения новой идеи до ее воплощения в промышленное производство, которые исключили бы многие промежуточные этапы исследования, характерные для традиционного, господствовавшего многие столетия, метода последовательного, поэтапного приближения к цели – так называемого метода проб и ошибок.

Такие методы, в конце концов, появились. В их основе лежат теория подобия в современном ее толковании, научное планирование экспериментальных исследований, глубокое математическое обоснование и совершенный математический аппарат, эффективное использование современной вычислительной техники. Все это в комплексе получило название *математического моделирования*.

Современные методы моделирования в нашей стране уже в послевоенные годы получили достаточно широкое и эффективное применение в таких отраслях науки и техники, как космическая, радиотехническая, химическая. Строительная отрасль, в том числе строительное материаловедение, нельзя отнести к флагманам моделирования. Но их нельзя отнести и к отстающим. Уже в начале 60-х годов прошлого столетия появились первые работы по математическим методам моделирования строительных технологических задач (здесь нельзя не отметить работы д.т.н., проф. В.А. Вознесенского), благодаря которым сегодня эти методы стали обыденными, широко используемыми специалистами нашей отрасли, вошедшими в учебные программы ряда передовых вузов страны.

В этой главе, посвященной методам моделирования, мы, безусловно, не сможем постичь всю сложнейшую тектонику рассматриваемого относительно нового научного направления, обстоятельно изучаемого, например, на кафедрах кибернетики ведущих вузов страны. Но мы должны уяснить для себя возможности методов моделирования, их общие методологические основы, получить представления о путях их практической реализации. Непосредственное же овладение каким-либо конкретным методом моделирования – это задача, решаемая индивидуально в каждой постановке технологической задачи. И, как показывает наш опыт, она вполне достижима для инженера-строителя-технолога.

### **3.2. Основные определения, возможные виды моделей**

В широком смысле под моделированием понимается *метод исследования*, в котором вместо непосредственно интересующего нас (технологов) процесса, протекающего в заданном объекте (натуре), изучается такой же или процесс иной природы на другом объекте (модели).

С точки зрения управления технологическим процессом моделирование может быть определено и как представление объекта моделью для получения информации об этом объекте путем проведения исследований на этой модели.

Под моделью обычно понимают некий естественный или искусственный, а иногда – и мысленный объект, находящийся в каком-либо соответствии с изучаемым объектом или, точнее, с каким-либо из его признаков. Из этого следует, что модель может значительно отличаться от оригинала. Более того, сегодня широко используются нематериальные, то есть мысленные модели. И, действительно, только при физическом моделировании модель пол-

ностью или частично сохраняет основные оригинальные геометрические черты и природу изучаемого явления. При математическом моделировании имеющиеся соответствия скрыты более глубоко и не всегда очевидны. Для установления таких соответствий требуются специальный методологический аппарат, соответствующая теория. Теория замещения одних объектов (оригиналов, натуральных объектов) и исследования свойств объектов на их моделях называется *теорией моделирования*.

Теория, устанавливающая правила адекватного перенесения результатов, полученных на модели, на натуральный объект, получила название *теории подобия*.

Если результаты моделирования подтверждаются и могут служить основой для прогнозирования процессов, протекающих в исследуемых объектах, то говорят, что модель *адекватна* объекту. Современное моделирование – это строго научный метод, позволяющий с большой достоверностью предсказать результат проектируемого технологического процесса.

Задачи, решаемые методами моделирования, могут быть самого разного уровня, от очень простых до очень сложных. Соответственно и строгость моделей может быть различной.

При самом простом подходе модель может облегчить понимание того или иного явления, дать наглядные представления. К таким моделям можно отнести модели-макеты, модели-структуры кристаллов, молекул, атомов; к ним также можно отнести различные упорядоченные записи в виде графиков, схем, географических карт и т.п. В деятельности инженера-технолога широко используются функциональные, аппаратные, операторные технологические схемы, с которых обычно начинается проектирование технологического процесса.

Физические модели долгое время оставались и остаются поныне наиболее доступным, наиболее информативным объектом технологических исследований. Вся лабораторная база строителя-технолога – это самый сложный комплекс физических моделей, воспроизводящих или имитирующих ход любого технологического процесса, свойства получаемых материалов и изделий.

И, наконец, высший уровень представляют математические модели, на исследовании которых и основано современное моделирование. При этом в большинстве случаев математическая модель сочетается с другими моделями, в первую очередь, физическими, так как в любом случае только практика является критерием истины.

При выборе того или иного вида моделирования исследователя, прежде всего, интересует ее доступность, точность, информативность, а затем уже такие характеристики, как трудоемкость, стоимость и т.п. Наибольшей информативностью, безусловно, обладают наиболее сложные модели. Но объем и достоверность получаемой на основе моделирования информации во многом зависит и от уровня квалификации пользователя. Так, например, для студента, только что приступившего к изучению атомной физики, планетарная

модель атома позволяет, прежде всего, облегчить усвоение лишь основных положений современной физики по этому вопросу. А вот для физика-теоретика та же модель представляется намного информативней, позволяющей оперировать данными, порой недоступными для понимания неспециалиста.

Подводя итог этому небольшому разделу учебного пособия, попытаемся ответить на вопрос: «Какие же задачи ставятся перед моделированием?». Кратко ответить можно так: «Быстрее, с меньшими затратами труда, дешевле, безопаснее, надежнее». Сравнение производится с натурным технологическим процессом. Под термином «надежнее» следует понимать, прежде всего, обеспеченность предполагаемого результата.

В истории немало примеров, когда моделирование, построенное на традиционных, хорошо отработанных методах, вдруг давало сбои. Химики, например, первыми столкнулись с проблемой так называемого масштабного перехода. После ряда неудач в проектировании промышленных технологий они, наконец, пришли к выводу, что результат, полученный в лабораторной пробирке или на лабораторной установке, не полностью воспроизводится в промышленном аппарате, выход целевого продукта бывает в десятки раз ниже ожидаемого. Все это потребовало дальнейшего совершенствования методов моделирования, основанных на устоявшихся положениях теории подобия. Благодаря трудам многих отечественных ученых в химическом моделировании появился математический аппарат масштабного перехода, который позволяет сразу от лабораторных результатов переходить к промышленным образцам. Это в итоге может в несколько раз сократить продолжительность периода времени от зарождения новой идеи до ее внедрения в промышленность.

### **3.3. Физическое моделирование. Основные положения теории подобия**

Основные идеи моделирования были заложены и развиты применительно к физическому моделированию. Хотя мы уже отметили, что в чистом виде физическое моделирование утратило свое первоначальное значение, тем не менее, рассмотрение сложных вопросов моделирования мы начнем именно с физического моделирования, что, на наш взгляд, облегчит понимание вопроса в целом.

Физическое моделирование предполагает получение необходимой информации о технологическом процессе путем проведения экспериментальных исследований, чаще всего – на лабораторной модели (исследования могут также проводиться на полупромышленных и промышленных установках и т.п.). При этом еще до проведения экспериментальных исследований необходимо решить такие вопросы, как:

- каким требованиям должна отвечать лабораторная установка с тем, чтобы результаты, полученные на модели, оставались справедливыми и для промышленного процесса, то есть обладали свойством общности;

- как спланировать экспериментальные исследования, чтобы при минимальном их количестве результаты были оптимальными;

- каким образом результаты, полученные на модели, перенести на промышленный образец, не потеряв их главное свойство – оптимальности.

Ответы на первый и третий из поставленных вопросов дает теория подобия, а на второй – теория планирования экспериментальных исследований.

Теория подобия формировалась по мере развития физического моделирования. Она является научной основой метода моделирования. Ее главная задача – определить, каким условиям должна отвечать модель и как должны проводиться исследования, чтобы обеспечивалось получение результатов, адекватно отражающих свойства изучаемого натурального подобия. Именно это является главным признаком *подобного* протекания процесса в модели и натуре. Но для характеристики подобия необходимы и некие специфические характеристики, что вытекает из следующего определения подобия. *Подобными называют явления, для которых можно найти постоянные отношения характеризующих их величин.* Такое подобие называют *полным*. Если же подобие характеризуют только частью этих величин, то его называют *неполным*.

О каких же величинах здесь идет речь? Назовем их в последовательности, учитывающей их значимость: *константы подобия, инварианты подобия, критерии подобия.*

По определению:

- *константы подобия* – это численные значения отношений параметров натурального объекта к сходственным параметрам модельного объекта;

- *инварианты подобия* – это отношения между собой определенных, как правило, однородных параметров в пределах натурального и модельного объектов;

- *критерии подобия* – это некие величины, являющиеся *определяющим* признаком подобия; более конкретно мы будем их рассматривать ниже.

Принципы простейшего подобия берут свое начало из геометрии. Мы также начнем изучение подобия с *подобия геометрического*, тем более что любой процесс при физическом моделировании протекает в определенных геометрических границах и поэтому при моделировании необходимо, прежде всего, обеспечить подобие геометрическое, а затем уже подобие физических величин, ответственных за ход технологического процесса.

*Геометрическое подобие* имеет место, когда отношения геометрических размеров в виде констант и инвариант подобия характеризуются одними и теми же численными значениями. Покажем это на примере схематического изображения гидродинамического смесителя в модельном (индекс «м») и натуральном (индекс «н») представлении (рис.3.1).



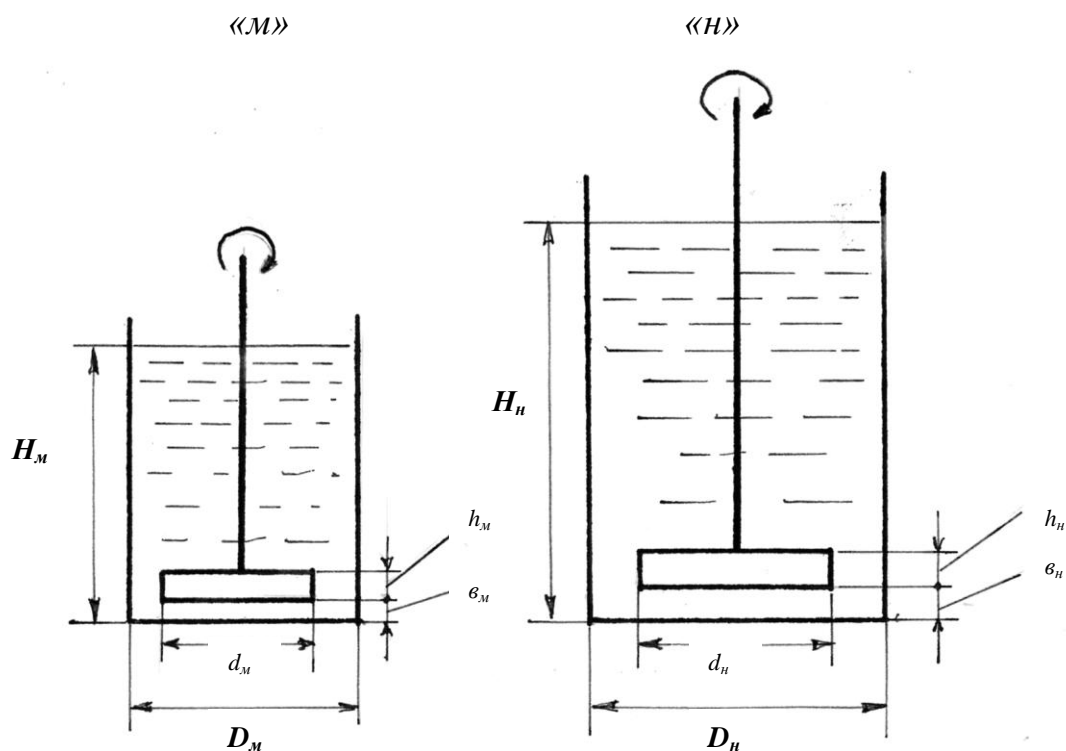


Рис. 3.1. Иллюстрация геометрического подобия на примере гидродинамического смесителя с геометрическими параметрами:

$D$  – диаметр барабана смесителя;  $d$  – диаметр мешалки;  
 $h$  – высота лопасти мешалки;  $H$  – высота загрузки смесителя  
 $v$  – величина зазора между мешалкой и дном

Константами геометрического подобия будут следующие отношения:

$$\frac{D_N}{D_M} = a_D; \quad \frac{d_N}{d_M} = a_d; \quad \frac{h_N}{h_M} = a_h; \quad \frac{v_N}{v_M} = a_v; \quad \frac{H_N}{H_M} = a_H. \quad (3.1)$$

Эти отношения называют также *масштабом модели*, так как они показывают, во сколько раз геометрические размеры натурального объекта больше модельного.

По-видимому, ни у кого не вызывает сомнения то, что при наличии геометрического подобия

$$a_D = a_d = a_h = a_v = a_H = a_L, \quad (3.2)$$

и в целом признаком наличие подобия можно характеризовать *обобщенной константой подобия* –  $a_L$ .

Однако равенство (3.2) само по себе еще не утверждает наличия подобия.

Более объективно наличие подобия выражают через *инварианты подобия*. При этом для характеристики геометрического подобия необходимо, прежде всего, один из геометрических размеров выбрать в качестве *масштаба измерения*, и тогда все остальные размеры соотносить с ним. Полученные

соотношения и будут представлять собой *инварианты геометрического подобия* ( $i_L$ ).

Для нашего примера выберем в качестве масштаба одну из определяющих для процесса гидродинамического перемешивания величин – диаметр мешалки  $d$ . Тогда для модельного объекта можно найти следующие соотношения:

$$\frac{D_M}{d_M} = i'_D; \quad \frac{h_M}{d_M} = i'_h; \quad \frac{v_M}{d_M} = i'_v; \quad \frac{H_M}{d_M} = i'_H, \quad (3.3)$$

а для натурального:

$$\frac{D_H}{d_H} = i''_D; \quad \frac{h_H}{d_H} = i''_h; \quad \frac{v_H}{d_H} = i''_v; \quad \frac{H_H}{d_H} = i''_H. \quad (3.4)$$

Является очевидным, что при наличии геометрического подобия

$$i_D \neq i_h \neq i_v \neq i_H,$$

но

$$i'_D = i''_D; \quad i'_h = i''_h; \quad i'_v = i''_v; \quad i'_H = i''_H.$$

**Таким образом, геометрическое подобие будет соблюдаться только тогда, когда инварианты геометрического подобия в сравниваемых системах сохраняют одно и то же значение.**

Этому определяющему положению теории подобия соответствует следующая сокращенная запись:

$$\begin{aligned} i_D &= idem, \\ i_h &= idem, \\ i_v &= idem, \\ i_H &= idem, \\ &\dots \end{aligned} \quad (3.5)$$

Здесь символ «*idem*» означает «одно и то же».

После установления подобия геометрического необходимо установить подобие физических величин, определяющих ход технологического процесса. К таким величинам в строительных технологиях можно отнести параметр скорости (движения перемешиваемой массы, теплоносителя в тепловых агрегатах, скорости реакционного процесса и т.п.), параметр температуры, параметр давления, параметр концентрации, параметр вязкости и др.

Но в любом случае, прежде всего, необходимо рассмотреть *временное подобие*, так как любой технологический процесс развивается во времени.

Для гидродинамического процесса, в том числе и для процесса перемешивания, при наличии временного подобия частицы жидкости (или жидкообразной массы) проходят геометрически подобные траектории за промежутки времени ( $\tau$ ), находящиеся в постоянных соотношениях:

$$\frac{\tau_1^H}{\tau_1^M} = a_{\tau_1}; \quad \frac{\tau_2^H}{\tau_2^M} = a_{\tau_2}; \quad \dots \quad (3.6)$$

$$\text{Очевидно, что } a_{\tau_1} = a_{\tau_2} = \dots = a_{\tau}, \quad (3.7)$$

где  $a_{\tau}$  - константа временного подобия;

$1, 2, \dots$  - порядковые номера геометрически подобных траекторий.

Инварианты временного подобия могут быть представлены следующим образом:

$$\frac{\tau_1^M}{\tau_o^M} = i'_{\tau_1}; \quad \frac{\tau_2^M}{\tau_o^M} = i'_{\tau_2}; \quad \dots \quad (3.8)$$

$$\frac{\tau_1^H}{\tau_o^H} = i''_{\tau_1}; \quad \frac{\tau_2^H}{\tau_o^H} = i''_{\tau_2}; \quad \dots$$

В представленных соотношениях  $\tau_o$  – значение параметра, выбранного в качестве масштаба. Это может быть, например, продолжительность одного оборота мешалки в вышеприведенном примере.

Таким образом, признаком временного подобия должно быть:

$$i'_{\tau_1} = i''_{\tau_1} = i_{\tau_1}; \quad i'_{\tau_2} = i''_{\tau_2} = i_{\tau_2}; \quad \dots \quad (3.9)$$

Относительно обозначенных выше траекторий подобие скоростей можно представить соотношениями:

$$\frac{w_1^H}{w_1^M} = a_{w_1}; \quad \frac{w_2^H}{w_2^M} = a_{w_2}; \quad \dots \quad (3.10)$$

$$\frac{w_1^H}{w_o^H} = i'_{w_1}; \quad \frac{w_1^M}{w_o^M} = i''_{w_1}; \quad \dots$$

при этом должно соблюдаться равенство:  $i'_{w_1} = i''_{w_1} = i_{w_1}$ .

По аналогии теперь нетрудно записать равенства соотношений, касающиеся других физических величин (это предлагается сделать самим обучающимся).

Мы же сделаем главный вывод: *условием соблюдения физического подобия является постоянство значений инвариантов подобия, составленных из рассматриваемых физических величин*, то есть:

$$\begin{aligned} i_{\tau} &= idem, \\ i_w &= idem, \\ i_t &= idem, \\ &и \text{ т.д.} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Инварианты подобия вида  $i_{\tau}$ ,  $i_w$ , и т. д., представляющие парные соотношения однородных величин, называют *симплексами*. Они, безусловно, являются важными характеристиками подобия. Однако при воспроизведении

подобных явлений не все симплексы могут быть заданы независимо друг от друга, поскольку между представляющими их разнородными параметрами могут существовать закономерные связи и не учитывать это нельзя. Поэтому при формировании условий подобия для относительно сложных процессов оперируют не симплексами, а комплексными инвариантами подобия, состоящими из разнородных величин, характеризующих данный процесс. Такие *комплексные инварианты подобия* получили название *критериев подобия*. Формирование таких безразмерных комплексов для каждой из рассматриваемых задач и лежит в основе метода подобия.

Наиболее отработанными и широко применяемыми на практике являются следующие методы получения критериев подобия: 1 – подобного преобразования дифференциальных уравнений; 2 – метод интегральных аналогов, использующий также дифференциальные уравнения; 3 – метод анализа размерностей для изучаемого процесса. Но прежде, чем приступить к изложению существа этих методов, обратимся к главным выводам, вытекающим из теории подобия и сформулированным в виде правил или теорем подобия.

### 3.4. Правила или теоремы подобия

Основные положения теории подобия по мере ее развития были сформулированы и представлены как правила или теоремы подобия. Они являются исходными положениями для практического использования теории подобия в экспериментальных и теоретических исследованиях.

В специальной литературе можно встретить несколько вариантов, трактующих правила или теоремы подобия. Но отличия касаются не существа, а лишь словесных различий. Ниже приводятся наиболее употребительные трактовки.

***Первое правило (теорема) подобия (теорема Ньютона-Бертрана):*** при подобии систем всегда могут быть найдены такие безразмерные комплексы величин, которые для сходственных точек данных систем одинаковы. Такие безразмерные комплексы называются также *критериями подобия*.

Как видим, существо первого правила (теоремы) подобия для нас не явилось неожиданным, так как все предыдущее изложение материала нас подводило к этой формулировке.

***Второе правило (теорема) подобия ( $\pi$ -теорема):*** любая зависимость между физическими величинами, характеризующими данный процесс, может быть представлена в виде зависимости между безразмерными комплексами, составленными из этих величин.

Пусть в математическом описании процесса участвует  $t$  переменных. Второе правило (теорема) подобия «разрешает» нам из этих  $t$  величин составить  $n$  безразмерных комплексов так, что  $n < t$  и оперировать этими комплексами как новыми переменными в так называемых *критериальных уравнениях* или *уравнениях с обобщенными переменными*.

Если безразмерный комплекс обозначить через  $\pi$ , то критериальное уравнение будет иметь следующий вид:

$$F_1(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_u) = 0, \quad (3.12)$$

или

$$\pi_1 = F_2(\pi_2, \dots, \pi_u). \quad (3.13)$$

В уравнении вида (3.13) безразмерный комплекс  $\pi_1$  представлен как искомый в какой-то определенной технологической задаче.

**Третье правило (теорема) подобия**, сформулированная М.В. Кирпичевым и А.А. Гухманом в 1930 году, определяет необходимые и достаточные условия подобия и трактуется следующим образом: *подобны те явления, которые описываются тождественными дифференциальными уравнениями и для которых подобны условия однозначности, то есть, одинаковы инварианты подобия, составленные из величин, входящих в условия однозначности (геометрические характеристики системы, физические константы, начальные и граничные значения параметров) и задаваемые при формулировке задачи.*

### 3.5. Формирование критериев подобия методом подобного преобразования дифференциальных уравнений

Согласно первому правилу при наличии подобия всегда могут быть найдены безразмерные комплексы величин, которые для сходственных точек подобных систем будут одни и те же в своих численных выражениях.

Покажем справедливость этого правила на примере подобного преобразования<sup>1)</sup> основного уравнения гидродинамики – уравнения Навье-Стокса, обычно представляемого в виде системы из трех уравнений, каждое из которых ориентировано на одну из составляющих скорости потока -  $w_x, w_y, w_z$  и представляет собой баланс сил, действующих на элементарный объем жидкости в установившемся ламинарном потоке.

По наибольшей степени информативности выделяется уравнение, записанное относительно вертикальной (в декартовой системе координат) оси  $z$ . Его мы и примем как исходное для последующего преобразования:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \rho \left( \frac{\partial w_z}{\partial x} \cdot w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} \cdot w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} \cdot w_z \right) = \\ = -\rho g - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right), \end{aligned} \quad (A)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости;

<sup>1)</sup> Методика разработана д.т.н., проф. Кишиневским М.Е., Воронежский технологический институт

$w_x, w_y, w_z$  - составляющие скорости потока относительно осей  $x, y, z$ ;

$\tau$  - параметр времени;

$g$  - ускорение силы тяжести;

$P$  - гидростатическое давление;

$\mu$  - коэффициент динамической вязкости.

Общая стратегия подобного преобразования сводится к тому, чтобы сначала уравнение (А) привести к безразмерному виду, а затем показать, что некоторые безразмерные члены уравнения будут одинаковы для 2-х или более потоков, подобных между собой.

Введем понятие безразмерных переменных как отношение текущих их значений к неким масштабам и обозначим их теми же символами, но с верхней чертой:  $\bar{w}_z$  - безразмерная скорость;

$\bar{\tau}$  - безразмерное время;

$\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  - безразмерные координаты;

$\bar{P}$  - безразмерное гидростатическое давление.

В качестве масштабов для каждой переменной выберем некоторые характерные для них значения и обозначим:  $w_o; \tau_o; l_o; P_o$ .

По определению:

$$\bar{w}_z = \frac{w_z}{w_o}; \quad \bar{\tau} = \frac{\tau}{\tau_o}; \quad \bar{x} = \frac{x}{l_o}; \quad \bar{y} = \frac{y}{l_o}; \quad \bar{z} = \frac{z}{l_o}; \quad \bar{P} = \frac{P}{P_o}.$$

Представим текущие переменные в виде произведений:

$$w_z = w_o \cdot \bar{w}_z; \quad \tau_z = \tau_o \cdot \bar{\tau}_z; \quad x = l_o \cdot \bar{x}; \quad y = l_o \cdot \bar{y}; \quad z = l_o \cdot \bar{z}; \quad P = P_o \cdot \bar{P}$$

и произведем в уравнении (А) замены текущих переменных на их новые значения, вынеся масштабы как постоянные величины за знак дифференциала:

$$\begin{aligned} & \frac{\rho w_o}{\tau_o} \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{\tau}} + \frac{\rho w_o^2}{l_o} \left( \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{x}} \cdot \bar{w}_x + \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{y}} \cdot \bar{w}_y + \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{z}} \cdot \bar{w}_z \right) = \\ & = -\rho g - \frac{P_o}{l_o} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} + \frac{\mu \cdot w_o}{l_o^2} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{z}^2} \right). \end{aligned} \quad (\text{Б})$$

В уравнении (Б) текущие переменные безразмерны, а коэффициенты при них размерны. Для того чтобы и коэффициенты перевести в безразмерный вид, разделим каждый на один из них, что позволяет их размерная однородность (напомним, что в исходном уравнении каждый член первоначально

отражал определенную силу). В качестве делителя выберем  $\frac{\rho w_o^2}{l_o}$  и получим:

$$\frac{\rho w_o}{\tau_o} : \frac{\rho w_o^2}{l_o} = \frac{l_o}{\tau_o \cdot w_o};$$

$$\begin{aligned}\frac{\rho w_o^2}{l_o} : \frac{\rho w_o^2}{l_o} &= 1; \\ \rho g : \frac{\rho w_o^2}{l_o} &= \frac{gl_o}{w_o^2}; \\ \frac{P_o}{l_o} : \frac{\rho w_o^2}{l_o} &= \frac{P_o}{\rho w_o^2}; \\ \frac{\mu w_o}{l_o^2} : \frac{\rho w_o^2}{l_o} &= \frac{\mu}{\rho w_o l_o}.\end{aligned}$$

Запишем уравнение (Б) с новыми коэффициентами:

$$\begin{aligned}\frac{l_o}{\tau_o w_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{\tau}} + \left( \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{x}} \cdot \bar{w}_x + \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{y}} \cdot \bar{w}_y + \frac{\partial \bar{w}_z}{\partial \bar{z}} \cdot \bar{w}_z \right) &= \\ = -\frac{gl_o}{w_o^2} - \frac{P_o}{\rho w_o^2} \cdot \frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{z}} + \frac{\mu}{\rho w_o l_o} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{x}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{y}^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}_z}{\partial \bar{z}^2} \right).\end{aligned}\quad (\text{Б})$$

Уравнение вида (Б) теперь полностью безразмерно.

Запишем уравнение (Б) относительно двух потоков:

$$\begin{aligned}\frac{l'_o}{\tau'_o w'_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}'_z}{\partial \bar{\tau}'} + \left( \frac{\partial \bar{w}'_z}{\partial \bar{x}'} \cdot \bar{w}'_x + \frac{\partial \bar{w}'_z}{\partial \bar{y}'} \cdot \bar{w}'_y + \frac{\partial \bar{w}'_z}{\partial \bar{z}'} \cdot \bar{w}'_z \right) &= \\ = -\frac{gl'_o}{(w'_o)^2} - \frac{P'_o}{\rho'(w'_o)^2} \cdot \frac{\partial \bar{P}'}{\partial \bar{z}'} + \frac{\mu'}{\rho' w'_o l'_o} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}'_z}{\partial (\bar{x}')^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}'_z}{\partial (\bar{y}')^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}'_z}{\partial (\bar{z}')^2} \right),\end{aligned}\quad (\text{Г})$$

$$\begin{aligned}\frac{l''_o}{\tau''_o w''_o} \cdot \frac{\partial \bar{w}''_z}{\partial \bar{\tau}''} + \left( \frac{\partial \bar{w}''_z}{\partial \bar{x}''} \cdot \bar{w}''_x + \frac{\partial \bar{w}''_z}{\partial \bar{y}''} \cdot \bar{w}''_y + \frac{\partial \bar{w}''_z}{\partial \bar{z}''} \cdot \bar{w}''_z \right) &= \\ = -\frac{gl''_o}{(w''_o)^2} - \frac{P''_o}{\rho''(w''_o)^2} \cdot \frac{\partial \bar{P}''}{\partial \bar{z}''} + \frac{\mu''}{\rho'' w''_o l''_o} \left( \frac{\partial^2 \bar{w}''_z}{\partial (\bar{x}'')^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}''_z}{\partial (\bar{y}'')^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}''_z}{\partial (\bar{z}'')^2} \right).\end{aligned}\quad (\text{Д})$$

Если между двумя выделенными потоками жидкостей существует полное гидродинамическое подобие, то безразмерные переменные в этих уравнениях являются не чем иным, как инвариантами подобия:

$$\bar{w}'_z = \frac{w'_z}{w'_o} = i'_w; \quad \bar{w}''_z = \frac{w''_z}{w''_o} = i''_w; \quad \bar{\tau}' = \frac{\tau'}{\tau'_o} = i'_\tau; \quad \bar{\tau}'' = \frac{\tau''}{\tau''_o} = i''_\tau; \quad \text{и т.д.}$$

Условием подобия является равенство инвариантов подобия:

$$i'_w = i''_w = i_w; \quad \tau'_w = \tau''_w = \tau_w; \quad i'_x = i''_x = i_x = i_l; \quad i'_P = i''_P = i_P.$$

Согласно третьей теореме (правилу) подобия полное гидродинамическое (для данного примера) подобие будет обеспечено, если будет обеспечена тождественность уравнений (Г) и (Д). Это возможно лишь при равенствах безразмерных коэффициентов при безразмерных переменных, то есть:

$$\frac{l'_o}{\tau'_o w'_o} = \frac{l''_o}{\tau''_o w''_o}; \quad \frac{gl'_o}{(w'_o)^2} = \frac{gl''_o}{(w''_o)^2}; \quad \frac{P'_o}{\rho'(w'_o)^2} = \frac{P''_o}{\rho''(w''_o)^2}; \quad \frac{\mu'}{\rho' w'_o l'_o} = \frac{\mu''}{\rho'' w''_o l''_o}, \quad (E)$$

причем необходимо, чтобы уравнения (E) были справедливы не только для величин, выбранных в качестве масштабов, но и для величин, относящихся к любым сходственным точкам рассматриваемых потоков. Поэтому можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{l}{\tau w} &= idem, \\ \frac{gl}{w^2} &= idem, \\ \frac{P}{\rho w^2} &= idem, \\ \frac{\mu}{\rho w l} &= idem. \end{aligned} \quad (Ж)$$

Таким образом, получены безразмерные величины, являющиеся *комплексными инвариантами подобия*. Для сходственных точек подобных систем они численно равны между собой, и мы можем рассматривать их как *критерии подобия*.

Охарактеризуем каждый из полученных инвариантов подобия, представляя их теперь уже как критерии подобия. При этом заметим, что с учетом практического удобства оперирования некоторыми из комплексов при переводе их в критерии подобия они записываются в виде обратной величины, что в принципе не изменяет их свойств.

Добавим к этому, что критериям подобия принято присваивать имена выдающихся ученых и давать соответствующие обозначения.

Итак, начнем по порядку.

1.  $\frac{\tau w}{l} = Ho$  - *критерий гомохронности* (от греческого *homos* – равный, одинаковый и *chronos* – время). Обозначенный комплекс отражает неустановившийся характер течения. Он играет роль критерия подобия только в периодических процессах, когда инерционные силы неустановившегося движения изменяются по какому-либо периодическому закону и можно задать:  $\tau_o$  – время одного периода;  $w_o$  – средняя скорость в периоде;  $l_o$  – известный гео-



метрический параметр. Для апериодических случаев неустановившегося движения указанный комплекс называют *числом подобия*.

Вообще моделирование неустановившихся процессов, особенно математическое, представляет собой значительную трудность. Поэтому при решении практических задач прибегают к различным упрощениям, приближениям и не рассматривают напрямую неустановившиеся процессы. Соответственно и число (критерий) гомохронности используется весьма редко.

$$2. \frac{w^2}{gl} = Fr - \text{критерий Фруда.}$$

Этот критерий отражает меру отношения сил инерции в установившемся движении жидкости к массовым силам (силам тяжести). Он широко используется в практических расчетах.

$$3. \frac{\Delta P}{\rho w^2} = Eu - \text{критерий Эйлера.}$$

Этот критерий учитывает меру отношения сил давления к силам инерции в установившемся движении жидкости. Поскольку движение жидкости обеспечивается не просто давлением, а *перепадом давления* (в исходном уравнении (А) этому соответствует производная давления по координате), то здесь введен символ градиента -  $\Delta$ .

Комплекс  $\frac{\Delta P}{\rho w^2}$  часто называют числом, а не критерием подобия, так

как величина  $\Delta P$  в большинстве практических задач является определяемой и не может быть задана.

$$4. \frac{\rho w l}{\mu} = Re - \text{критерий Рейнольдса.}$$

Этот критерий учитывает меру отношения сил инерции в установившемся движении к силам трения, обусловленным вязкостью жидкости. Данный критерий весьма информативен, может быть задан априори, то есть на основе предшествующего знания, применяется достаточно широко, в чем мы можем убедиться по результатам уже освоенных учебных дисциплин.

### 3.6. Свойства и значение критериев подобия

Изложенные выше положения теории подобия, выполненные нами преобразования дифференциального уравнения в направлении формирования критериев гидродинамического подобия, дают основание для следующих выводов, характеризующих свойства критериев подобия в самом широком их понимании, безотносительно к конкретному технологическому процессу.

Так как прообразом критериев подобия явились инварианты подобия, то, соответственно, критерии подобия обладают всеми свойствами инвариантов подобия, а именно:

- они безразмерны;

- могут менять свои значения в разных точках рассматриваемых систем;

- для сходственных точек *подобных* систем они одинаковы, не зависят от относительных размеров природы и модели;

- в силу безразмерности численные значения критериев подобия не зависят от применяемой системы единиц измерения (необходимо лишь, чтобы все параметры были представлены в одной системе единиц измерения).

А то обстоятельство, что критерии подобия являются *комплексными инвариантами подобия*, порождает еще одно замечательное их свойство: заданное значение комплекса может быть получено как результат бесчисленного множества различных комбинаций составляющих его величин; это значит, что при исследовании задачи в новых переменных (второе правило подобия) рассматривается не единичный частный случай, а бесконечное множество различных случаев, объединенных общностью свойств. Поэтому критерии подобия часто называют *обобщенными переменными*.

В связи с последним свойством будет своевременным проиллюстрировать высказанный ранее тезис о том, что теория подобия показывает, как должна быть построена физическая модель, чтобы обеспечивалось подобное протекание какого-либо процесса и в модели, и в натурном объекте. То есть речь идет о соотношении параметров в модели и в натуре.

Согласно первому правилу подобия необходимо одновременно обеспечить одинаковость критериев подобия для сходственных точек и модели, и природы. Покажем на примере гидродинамического процесса, что этого можно достичь лишь при *определенных соотношениях* параметров в натуре и модели.

Пусть требуется обеспечить одинаковость критериев Рейнольдса и Фруда, то есть обеспечить следующие равенства комплексов:

$$\frac{\rho_m \cdot w_m \cdot l_m}{\mu_m} = \frac{\rho_n \cdot w_n \cdot l_n}{\mu_n}, \quad (a)$$

или с учетом того, что  $\nu = \frac{\mu}{\rho}$  ( $\nu$  - коэффициент кинематической вязкости):

$$\frac{w_m \cdot l_m}{\nu_m} = \frac{w_n \cdot l_n}{\nu_n} \quad (б)$$

и

$$\frac{w_m^2}{gl_m} = \frac{w_n^2}{gl_n} \quad (в)$$

(здесь индекс «м» относится к модели, а индекс «н» - к натуре).

Совместное существование равенств (б) и (в) не всегда выполнимо. Покажем это. Если принять, что  $\nu_m = \nu_n$ , то из равенства комплексов величин, соответствующих критерию Рейнольдса (уравнение «б»), следует, что отношение скорости течения в модели к скорости течения в натуре должно быть обратно пропорционально отношению линейных размеров:

$$\frac{w_M}{w_H} = \frac{l_H}{l_M}. \quad (\text{г})$$

Но из равенства (в) следует, что

$$\frac{w_M}{w_H} = \sqrt{\frac{l_M}{l_H}}, \quad (\text{д})$$

то есть, очевидна несовместимость условий (г) и (д). Такой вывод указывает на то, что невозможно в модели использовать жидкость с той же вязкостью, какая планируется для реального процесса. Какие здесь должны быть соотношения, можно узнать на основе следующих преобразований:

из соотношения (б) следует, что

$$\frac{v_M}{v_H} = \frac{w_M \cdot l_M}{w_H \cdot l_H}; \quad (\text{е})$$

в свою очередь, согласно (в):

$$\frac{w_M}{w_H} = \sqrt{\frac{l_M}{l_H}}. \quad (\text{ж})$$

После подстановки соотношения (ж) в (е) получим:

$$\frac{v_M}{v_H} = \left( \frac{l_M}{l_H} \right)^{3/2}. \quad (\text{з})$$

Соотношение (з) как раз и отражает одно из условий построения модели.

Могут быть и другие условия, которые мы здесь не рассматриваем.

### 3.7. Критериальные уравнения, их значение

Согласно второму правилу подобия ( $\pi$ -теореме) мы можем теперь от описания гидродинамического процесса дифференциальным уравнением Навье-Стокса (уравнение А) перейти к описанию этого процесса уравнением общего критериального вида:

$$F(\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_n) = 0. \quad (3.14)$$

В качестве безразмерных комплексов  $\pi_1, \pi_2, \dots$  в данном случае выступают критерии подобия  $Ho, Fr, Eu, Re$ . Соответственно, между ними должна существовать зависимость:

$$F_1(Ho, Fr, Eu, Re) = 0. \quad (3.15)$$

Исследования и практика показывают, что действительно такая зависимость существует. Причем, как уже отмечалось, для большинства практических задач критерий гомохронности –  $Ho$  опускается, и тогда следует рассматривать зависимость:

$$F_2(Fr, Eu, Re) = 0. \quad (3.16)$$

Для решения практических задач зависимости (3.16) придают степенной вид, выделяя критерий Эйлера, как определяемый:

$$Eu = A \cdot Re^x \cdot Fr^y \cdot \Gamma^z, \quad (3.17)$$

где  $A$  - коэффициент;

$x, y, z$  - показатели степеней;

$\Gamma$  - симплекс геометрического подобия.

Значения  $A, x, y, z$  определяют известным методом наименьших квадратов по результатам экспериментальных исследований на лабораторной модели. После этого уравнение (3.17) получает расчетный вид и с его помощью можно выполнить адекватный переход от результатов, полученных на модели, к результатам, которые прогнозируются получить на натурном объекте. Методика получения критериального уравнения расчетного вида представлена в одной из лабораторных работ (см. раздел настоящего учебного пособия «Лабораторный практикум»).

Таким образом, переход от обычных физических величин к величинам комплексного типа создает важные преимущества.

Прежде всего, уменьшается число переменных в математической модели процесса. Но это – не самое главное. Важным является то, что теперь влияние отдельных факторов улавливается не порознь, а в совокупности, более отчетливо *выступают внутренние связи*, характеризующие процесс. Чтобы убедиться в этом, вспомним из курса гидравлики, что режим течения жидкости можно оценить величиной критерия Рейнольдса. Его же численное значение формируется совокупностью четырех параметров (скорости, плотности, вязкости жидкости, линейных размеров канала, по которому происходит течение), каждый из которых в отдельности также может изменять режим течения. Но комплексная переменная в данном случае намного информативнее.

Не менее важным является также то, что представление уравнений связи в безразмерном виде расширяет возможности их использования для широкого класса явлений рассматриваемой физической природы. Например, критериальные уравнения вида (3.17) широко используются, в том числе в инженерных расчетах для любых ситуаций течения жидкостей в трубах, каналах, через плотины и т.п., для процессов гидромеханического перемешивания в смесителях различного типа, для процессов обтекания строительных изделий газообразным теплоносителем и пр.

Благодаря всему вышеизложенному критерию подобия и критериальные уравнения настолько широко вошли сегодня в инженерную и исследовательскую практику, что пользователь часто уже не задумывается о том, что они-то как раз и являются важнейшими элементами теории подобия и моделирования.

### 3.8. Основные этапы физического моделирования, результат моделирования

При физическом моделировании модель и натуральный объект обладают *физическим подобием*, то есть модель воспроизводит полностью или частично природу изучаемого явления.

В качестве моделей могут использоваться всевозможные виды лабораторного оборудования, испытательные стенды, полупромышленные установки и другое, то есть в целом – это *экспериментальное моделирование*.

Практическая реализация физического моделирования в наиболее полном объеме включает, как правило, следующие этапы:

- обоснование идеи и цели моделирования;
- разработка методики моделирования, типа модельной установки;
- определение необходимых соотношений между моделью и натурой;
- создание (изготовление, строительство) модельной установки;
- выполнение экспериментальных исследований на модельной установке, поиск оптимума;
- расчет параметров промышленной установки или технологической линии;
- изготовление полупромышленного образца установки или технологической линии;
- выполнение полупромышленных исследований (испытаний), корректировка технологических и конструктивных параметров;
- оценка адекватности результатов, полученных на модели и полупромышленном образце;
- принятие окончательного решения о целесообразности (или нецелесообразности) передачи объекта исследования и проектирования в промышленное, в том числе – серийное производство;
- проектирование промышленного образца;
- изготовление промышленного образца;
- освоение промышленного образца в производственно-технологическом процессе.

Следует отметить, что столь значительный объем работ реализуется лишь при создании *принципиально новых технологий и оборудования* и требует длительного времени, иногда до десяти и более лет. В большинстве же случаев речь идет лишь о совершенствовании, модернизации уже существующего оборудования, и тогда объем работ и продолжительность их выполнения значительно сокращаются. И здесь нельзя не отметить эффективность использования всевозможных аналогий, уже хорошо отработанных и подтвердивших высокие результаты.

В представленном перечне работ значительное время обычно приходится на выполнение экспериментальных исследований на модели. Здесь возможны два подхода: проведение *пассивного* или *активного* эксперимента.

*Пассивный эксперимент* (его еще называют методом проб и ошибок) предусматривает последовательную постановку целой серии однофакторных экспериментов, то есть таких, в которых исследуется влияние всего лишь одного фактора (из всего числа регулируемых) на выходной показатель. Исследуемую зависимость представляют обычно в графическом виде и по максимуму или минимуму полученной зависимости определяют оптимальное соотношение между входом и выходом. И таким образом последовательно оценивают все парные соотношения и на основании этого делают вывод об оптимальности всех исследованных параметров процесса, предполагая, что при этом действует правило *аддитивности*, то есть независимого друг от друга сложения достигнутых эффектов. В действительности же правило аддитивности действует не всегда. Иногда проявляется эффект *синергизма*, то есть взаимного усиления эффектов, полученных отдельно, а иногда – эффект *взаимного подавления* установленных по отдельности эффектов.

Отмеченное является существенным недостатком методов пассивного эксперимента. Но главным недостатком все-таки являются их высокие трудоемкость и продолжительность.

И еще одно существенное замечание: эффективность пассивного эксперимента в значительной степени зависит от уровня квалификации, практического опыта и интуиции исследователя, особенно в части определения оптимума.

В последние несколько десятилетий пассивный эксперимент все чаще и чаще уступает место *активному* эксперименту. Так как и методология и методики активного эксперимента нераздельно связаны с *математическим моделированием*, то рассматривать более детально эти вопросы мы будем в соответствующих разделах этой книги. Сейчас ознакомимся лишь с общей идеологией метода.

А сущность идеологии состоит в том, что любой многофакторный эксперимент выполняется по специальному *научно обоснованному плану* таким образом, чтобы при минимально возможном количестве опытов достигался бы максимум информации об исследуемом процессе, явлении, объекте. При этом в каждом опыте изменяются значения всех входных переменных, а результат опытов представляется математической полиномиальной моделью, исследование которой на экстремум позволяет определить оптимальные значения параметров технологического процесса или, в худшем случае – область оптимальных параметров.

В целом же применение активного, научно спланированного эксперимента позволяет значительно сократить трудоемкость и продолжительность экспериментального исследования, повысить точность моделирования.

Собственно этим разделом и можно закончить обзорную информацию о физическом моделировании и далее приступить к рассмотрению методов математического моделирования.

### 3.9. Сущность, определения математического моделирования

При самом общем подходе математическим моделированием считают такое моделирование, когда объектом исследования выступает математическая модель, которая является абстрактным отражением существующего или создаваемого объекта. Количественный же анализ математической модели позволяет получить новые знания об изучаемом объекте.

Математические модели эффективно используются по многим направлениям человеческой деятельности.

В *технике* и *технологии* под математическим моделированием понимают адекватную замену исследуемого технического устройства или процесса соответствующей математической моделью и ее последующее изучение методами вычислительной математики с привлечением средств современной вычислительной техники.

С *математической точки зрения* математической моделью изучаемого объекта называют совокупность понятий и соотношений, выраженных при помощи систем математических символов и обозначений и отражающих некоторые свойства этого объекта.

В данном случае математика выступает в роли *универсального языка науки*.

В связи с последним замечанием уместно привести определение математического моделирования, предложенное в свое время Н.П. Бусленко: «Это метод исследования сложных процессов на основе подобия явлений различной физической природы, в результате чего для их количественного описания можно применять одинаковые по структуре дифференциальные уравнения, а также моделировать поведение одних систем поведением других систем».

Таким образом, важным моментом моделирования является принцип математического изоморфизма, то есть возможности применения математических моделей одинаковой структуры для описания явлений различной природы. Последнее хорошо иллюстрируется широко используемыми в различных научных дисциплинах уравнениями переноса:

$$\text{теплоты - } q_t = - \lambda \text{ grad} T, \quad (3.18)$$

где  $\text{grad} T$  - градиент температуры,

$\lambda$  - коэффициент теплопроводности;

$$\text{электричества - } q_e = - 1/\rho \cdot \text{grad} U, \quad (3.19)$$

где  $\text{grad} U$  - градиент электрического потенциала,

$1/\rho$  - электрическая проводимость;

$$\text{вещества - } q_g = - D \text{ grad} C_i, \quad (3.20)$$

где  $\text{grad} C_i$  - градиент концентрации переносимого вещества,

$D$  - коэффициент диффузии (диффузионной проводимости),

и другими.

Важно отметить то, что уравнения (3.18-3.20) иллюстрируют единство основных законов природы и, следовательно, математическое моделирование основано на этом принципе.

Теперь остановимся на рассмотрении того, что же, собственно, отражает математическая модель относительно рассматриваемого объекта. Для этого вновь обратимся к структуре технологического процесса как объекта моделирования, представленного на рис. 2.3. Ориентируясь на выделенные группы внешних и внутренних связей технологического процесса и при самом общем подходе, мы можем представить математическую модель технологического процесса как:

$$Y = F_1(X, U, Z), \quad (3.21)$$

где  $Y$  - вектор выходных переменных;

$X$  - вектор входных регулируемых переменных;

$U$  - вектор входных нерегулируемых переменных;

$Z$  - вектор случайных факторов.

Является очевидным, что модель вида (3.21), включающая вектор случайных факторов, мы должны отнести к категории стохастических моделей. Но ранее мы уже условились пока не касаться таких моделей из-за их сложности, а пользоваться детерминированными моделями вида:

$$Y = F_2(X, U), \quad (3.22)$$

имея в виду, что выходные переменные у нас получают статистическую оценку.

Но даже в такой постановке модель сложно реализовать из-за избыточности входных переменных. Поэтому на практике модель «сжимается» до минимального разумного количества входных переменных только управляющего свойства:

$$Y = F_3(X). \quad (3.23)$$

Задача технолога как раз состоит в том, чтобы при исследовании процесса, прежде всего, глубоко обоснованно определить номенклатуру входных переменных  $X(x_1, x_2, \dots, x_n)$  соответственно каждому исследуемому свойству  $Y(y_1, y_2, \dots, y_m)$ . Из этого вытекает, что для количественного описания одного и того же технологического процесса мы будем иметь несколько математических моделей, пригодных для той или иной постановки задачи.

Является также очевидным, что формула общего вида (3.21) в реальном моделировании должна быть наполнена конкретным содержанием и формой. Это может быть дифференциальное уравнение, описывающее, например, процессы тепло- и массопереноса, или интегральное уравнение, связывающее, например, прочность бетона с водоцементным отношением.

Как видим, и та, и другая модель отражает сущность внутренних связей изучаемого или проектируемого объекта. Если же информация о внутренних связях объекта отсутствует или же внутренняя сущность объекта слишком сложна, то математическая модель такого объекта может строиться по принципу «черного ящика», предусматривающего лишь установление формаль-



ных соотношений между входами и выходами, без раскрытия внутренней сущности процесса.

В заключение отметим, что реально применяемая математическая модель не ограничивается зависимостями вида (3.23). Для конкретной задачи такая зависимость должна быть дополнена условиями единственности решения в виде начальных и граничных значений изменяемых параметров, физических констант, входящих в уравнение вида (3.23), ограничений в форме равенств или неравенств, геометрических размеров.

### 3.10. Виды математических моделей, источники их создания

В зависимости от назначения можно выделить следующие виды математических моделей.

Если математическая модель отражает устройство технического объекта и связи между составляющими его элементами, то ее называют *структурной* математической моделью.

Если же математическая модель отображает происходящие в исследуемом объекте физические, химические, механические или информационные процессы, то ее называют *функциональной* математической моделью.

Структурные модели в свою очередь делятся на *топологические* и *геометрические*.

*Топологические модели* отображают состав исследуемого объекта и связи между его элементами. Они могут быть представлены в виде графиков, таблиц, матриц, списков и т.п. Их применение целесообразно на начальной стадии исследования.

*Геометрические модели* содержат сведения о формах и размерах исследуемого объекта и его элементов. Их, как правило, задают координатами некоторого множества точек. Такие приемы математического моделирования часто используются при обработке экспериментальных данных в графическом их представлении, при машинном проектировании технических объектов в системах автоматического проектирования (САПР).

*Функциональные математические модели* состоят из соотношений, связывающих между собой так называемые фазовые переменные, то есть *внутренние* и *внешние* (входные и выходные) параметры. Функционирование сложных технических объектов нередко удается описать лишь при помощи совокупности их реакций на некоторые известные (или заданные) входные воздействия (в теории управления – сигналы). Такую разновидность функциональных математических моделей относят к типу «черного ящика» и обычно называют *имитационными* математическими моделями.

Для нас, технологов, функциональные математические модели представляют наибольший интерес, так как именно с их применением мы исследуем и проектируем технологический процесс, управляем процессом.

По способу получения математические модели делят на *теоретические* и *эмпирические*.

*Теоретические математические модели* получают в результате изучения свойств технического объекта и протекающих в нем процессов путем *глубокого теоретического анализа*. При этом широко используются всевозможные аналогии, технологический процесс рассматривается как состоящий из *совокупности типовых процессов*. Для каждого из типовых процессов уже имеются математические описания, отражающие известные законы физики, химии, гидромеханики и т.п. В каждом случае остается лишь «приспособить» их к конкретным условиям протекания исследуемых технологических процессов.

*Эмпирические математические модели* являются итогом обработки результатов наблюдений *внешних проявлений* свойств изучаемого объекта и происходящих в нем процессов, то есть путем *постановки экспериментального исследования* на физической модели. Математическую модель в этом случае получают на основе *дисперсионного и регрессионного анализов* результатов наблюдений (более подробно это будет рассмотрено в отдельной главе книги).

Теперь уместным будет обсудить вопрос о точности или адекватности математических моделей.

Некоторые начинающие исследователи склонны идеализировать математические модели, считая их абсолютно точными. Но такую оценку математической модели следует назвать не чем иным, как заблуждением. В этом отношении характерны слова отечественного математика, механика и кораблестроителя А.Н. Крылова (1863 - 1945 г.г.): «Сколько бы ни было точно математическое решение, оно не может быть точнее тех *приближенных* предположений, на каких оно основано...». Поэтому этапы развития многих естественнонаучных направлений в познании законов природы и в совершенствовании техники – это построение последовательности все более точных и более полных математических моделей изучаемых процессов и явлений.

### **3.11. Этапы построения математической модели технологического процесса**

Процесс создания математической модели проходит примерно в следующие четыре стадии:

- 1) анализ существа, содержательное описание технологического процесса;
- 2) построение формализованной (структурной) схемы процесса;
- 3) преобразование формализованной схемы в математическую модель;
- 4) преобразование математической модели в рабочую форму, реализуемую с помощью ЭВМ или другого технического средства.

В процедуре создания и реализации математической модели участвуют, как правило, две стороны: специалисты - технологи (далее будем именовать «технолог») и специалисты – математики (далее будем именовать «математик»).

*Содержательное описание* представляет собой первую попытку строгой постановки прикладной задачи и четкого изложения закономерностей, характерных для исследуемого процесса. Этому предшествуют обстоятельный анализ существа процессов с привлечением фундаментальных положений в исследуемой и близких областях знаний, системно поставленные экспериментальные исследования. Всем этим занимается технолог. Полученная им информация представляется в словесных выражениях, концентрирующих сведения о природе и возможных количественных характеристиках элементарных явлений исследуемого процесса. Словесное описание сопровождается экспериментальными данными в табличной форме, в виде графических зависимостей, в виде различных математических выражений.

Уже на этом этапе должна быть четко сформулирована задача создания математической модели, ее предназначение, выделены наиболее значимые факторы процесса, обоснованы выходные переменные, представлены численные значения всевозможных дополнительных характеристик и параметров процесса, значение начальных, граничных условий и т.п.

*Формализованная схема* разрабатывается совместно математиком и технологом и по своей сути является стадией согласования и передачи накопленной информации от технолога к математику.

При этом должна быть дана точная математическая формулировка задачи моделирования, окончательно определена система параметров, определяющих процесс, уточнены зависимости, отражающие внутренние связи процесса, согласованы формы представления этих зависимостей.

*Преобразование форматизированной схемы в математическую модель* выполняется математиком, технолог оказывает лишь необходимые консультации. При этом все зависимости представляется в аналитической форме, в виде систем равенств и неравенств, логических условий, записываются условия единственности решения; выполняется анализ и проработка вариантов математической модели, производится ее иерархическое (по масштабным уровням) упорядочение, формулируется окончательный вариант.

На заключительном этапе *преобразования математической модели в рабочую форму* разрабатывается алгоритм решения поставленной математической задачи и создается работоспособная программа, реализующая алгоритм на выбранном техническом средстве (ЭВМ и др.).

### **3.12. Анализ технологического процесса как составная часть математического моделирования**

Большинство реальных технологических процессов относится к классу *сложных систем*, для которых характерны многомерность, нестационарность, стохастичность, нелинейность, наличие многочисленных прямых и обратных связей. Все это снижает возможность получить надежную математическую модель процесса. Поэтому особое значение имеет современная методология построения математических моделей сложных систем. Основой

такой методологии является *системный анализ* технологического процесса. Попытаемся представить определяющие положения этой методологии. Начнем с основных понятий и определений.

### 3.12.1. Понятие «система», ее характеристики

Вопрос определения понятия «система» - дискуссионный, имеется множество толкований по этому термину. Остановимся на тех из них, которые представляются наиболее близкими к нашей основной задаче моделирования технологических процессов.

Энциклопедическое (наиболее общее) определение: «Система – объективное единство связанных друг с другом предметов, явлений, а также знаний о природе и обществе». Согласно этому определению понятие системы можно применить как к существующим, материально реализуемым предметам, так и к отображению знаний о них или о будущих их реализациях.

Основоположник теории сложных систем Л.фон Бергаланфи определил систему как *комплекс взаимодействующих элементов, находящихся в определенном отношении (связи) друг с другом и со средой*.

Согласно современным представлениям один и тот же объект на разных этапах его рассмотрения может быть представлен в различных аспектах: теоретико-познавательном, проектном, инженерном, конструкторском и т.д. – вплоть до материального воплощения. При этом систему можно представить в виде некоторых графических структур.

В связи с этим уточним основные понятия, с помощью которых характеризуют *строение и функционирование* технологического процесса как сложной системы.

*Элемент системы* – простейшая неделимая ее часть. Степень неделимости определяется целью поставленной задачи, аспектами изучения и т.п. поэтому окончательно под элементом системы будем понимать *предел ее членения* с точки зрения решения конкретной задачи.

*Подсистема* – часть системы, обладающая самостоятельной целостностью, направленностью, свойствами системы. Используется для отражения многоаспектности системы, упрощения моделирования.

*Структура* – отражает наиболее существенные взаимоотношения между элементами и их группами (подсистемами). Структуру часто стремятся представить в виде *иерархии*. Термин «иерархия» (многоступенчатость) определяет *упорядоченность компонентов по степени важности или по другим признакам*.

Между уровнями иерархической структуры могут существовать взаимоотношения соподчиненности. Такие типы иерархии называют *сильными* и используют в системах управления.

*Связь* характеризует взаимоотношения между элементами системы. Это понятие одновременно характеризует *строение* (статiku) и *функционирование* (динамикy) системы. Связь можно охарактеризовать *направлением*,

*силой, характером или видом.* Соответственно по первым двум признакам связи разделяют на *направленные и ненаправленные, прямые и обратные, сильные и слабые.* Особая роль принадлежит обратным связям, которые являются основой *саморегулирования и развития* систем.

*Поведение.* Если система способна переходить из одного состояния в другое, то говорят, что она обладает *поведением.* В зависимости от этого свойства различают *хорошо организованные и плохо организованные* системы.

Управление легче и проще осуществлять на хорошо организованной системе.

*Цель* – в каждой постановке задачи может быть своя. Для *технических систем* цель обычно представляют в виде *критерия эффективности* или *критерия функционирования.*

### **3.12.2. Сущность, задачи системного анализа**

Современная наука основывается на *системном подходе* к предмету исследования, когда исследования выполняются комплексно, с учетом внутренних связей, то есть глубоко.

Важной составляющей системного подхода является *системный анализ* объекта исследования, который предполагает широкое использование системных представлений для анализа структуры систем, для их исследования, для управления.

В задачах анализа наиболее эффективным является метод декомпозиции сложной системы, то есть последовательного расчленения объекта на конечное число частей (иерархических уровней) с определенными связями между ними. Подобным иерархическим системам присущи следующие признаки: последовательное вертикальное (по масштабу) расположение подсистем; приоритет действий или право вмешательства подсистем верхнего уровня; зависимость подсистем верхнего уровня от фактического исполнения нижними уровнями своих функций.

Результаты системного анализа позволяют не только целенаправленно спланировать и глубоко провести исследования, но и выполнить в дальнейшем *синтез* новой, более совершенной системы вначале на структурном уровне, а затем и в рабочих деталях.

### **3.12.3. Пример общей постановки системного анализа**

Примем условие, что нам предстоит выполнить системный анализ и системные исследования процесса твердения бетонного изделия в условиях тепловлажностной обработки. Объект системного анализа и системного исследования мы назовем «Система твердения бетона – СТБ».

Предварительное изучение имеющейся по данному вопросу информации показало, что объект нашего исследования чрезвычайно сложен, в нем

протекают процессы различной природы, описать их достаточно простой математической моделью невозможно. В этой ситуации мы приняли решение *расчленив* рассматриваемый процесс на три взаимосвязанные и в то же время достаточно специфические *подсистемы*, а за основу дальнейших исследований принять следующую структурную функциональную схему технологического процесса (рис. 3.2).

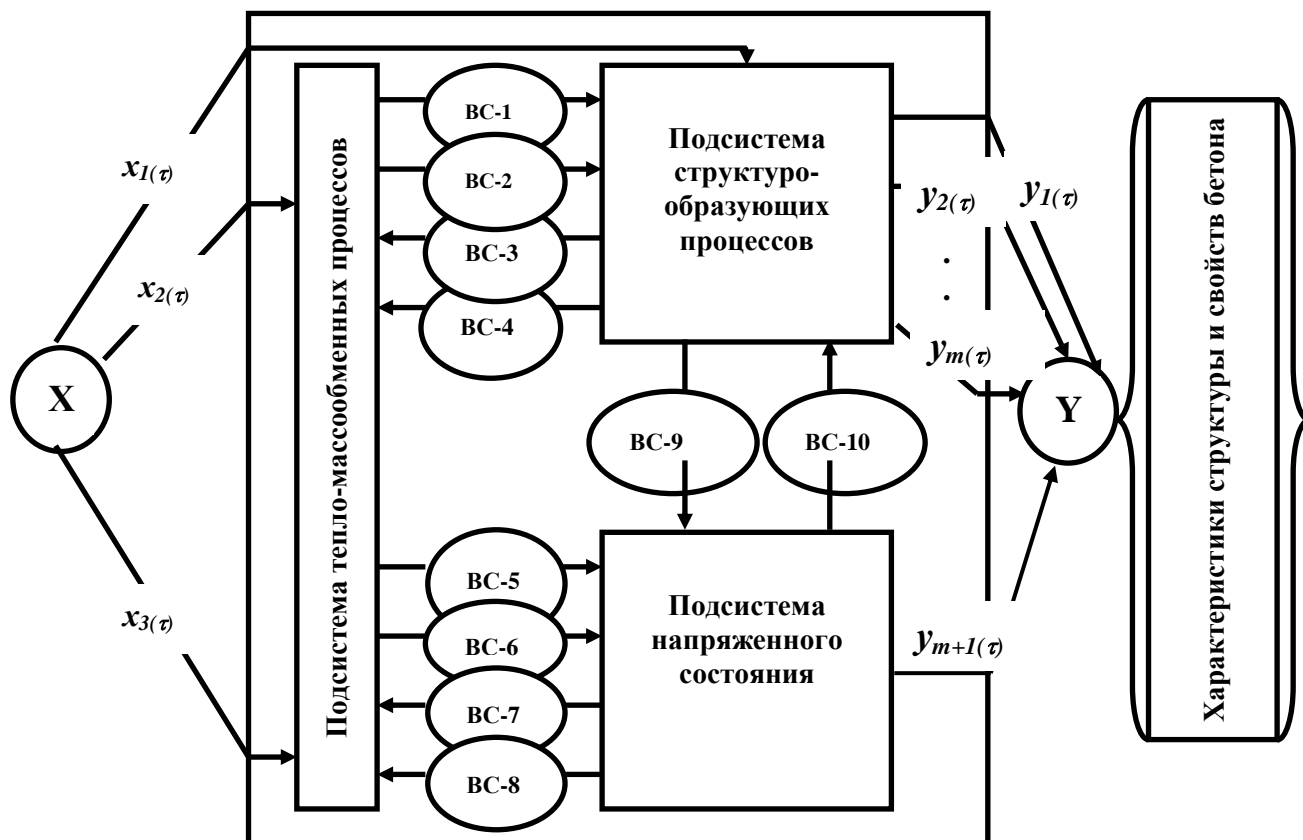


Рис. 3.2. Один из вариантов представления структурной схемы системы твердения бетона (СТБ)

Из трех выделенных подсистем определяющей является подсистема структурообразующих процессов. Именно ее функционирование сказывается на уровне конечных свойств (вектор  $Y$ ) бетона. Но итог функционирования этой подсистемы зависит не только от непосредственного воздействия входной переменной  $x_{1(t)}$ , под которой будем подразумевать состав бетона, но и от результатов функционирования подсистемы тепло-массообменных процессов и подсистемы напряженного состояния. При этом функционирование подсистемы тепло-массообменных процессов с входными переменными  $x_{2(t)}$ , и  $x_{3(t)}$ , учитывающими изменения во времени температурной и влажностной характеристик греющей среды, предопределяет температурное и влажностное состояние твердеющего бетона, а функционирование подсистемы напряженного состояния является зависимым от сложившихся температурно-влажностных условий в пределах всего изделия и от реологических характе-

ристик твердеющего бетона. Поэтому очень важным является раскрытие внутренних прямых и обратных связей между подсистемами, обозначенными символами от ВС-1 до ВС-10. Это могут быть фактическая температура бетона (ВС-1), влажность (ВС-2), структурная характеристика (ВС-3), плотность новообразований (ВС-4) и т.п.

Итогом суммарного функционирования выделенных подсистем следует рассматривать выходные переменные  $y_1(\tau)$ ,  $y_2(\tau)$ , ...  $y_m(\tau)$ , конкретное содержание каждой и которых определяется целью выполняемых исследований.

Является очевидным, что управление процессом через входные переменные  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  должно быть таким, чтобы обеспечивались наилучшие условия для гидратационного твердения цементного камня в бетоне, при этом снижение получаемых характеристик в результате вынужденного функционирования подсистемы напряженного состояния были бы минимальным.

Наиболее сложной из трех выделенных подсистем с точки зрения механизмов протекающих процессов и возможностей их математического представления оказалась подсистема структурообразующих процессов. Поэтому в подобных исследованиях, выполненных во ВГАСУ, на стадии анализа технологического процесса использован метод декомпозиции в виде вертикального расчленения исследуемого объекта на пять масштабных (иерархических) уровней. В качестве аналога использован подход, достаточно эффективно применяемый в химической технологии. В нашем примере попытаемся, не касаясь содержательной стороны излагаемого (эти вопросы рассматриваются в специальных дисциплинах), представить лишь сущность самого методического приема иерархической декомпозиции.

Первый - *атомно-молекулярный уровень системы твердения бетона (СТБ)* охватывает совокупность элементарных актов, определяющих процессы гидратационного твердения цементной матрицы. К таким актам можно отнести адсорбцию воды на активных центрах минералов цементного клинкера, сопровождаемую поляризацией и диссоциацией молекул воды, участие полярных молекул и ионов воды в разрыве связей  $Ca - O - Si$ , образование гидроксильированного обогащенного кремнеземом поверхностного слоя и т.п.

Акты первого иерархического уровня не могут дать исчерпывающего описания процесса, но они позволяют обоснованно подойти к явлениям и эффектам, оцениваемым на следующих, более высоких уровнях иерархии.

*Второй уровень иерархии СТБ* ориентирован на элементарные акты, взаимодействия и процессы, протекающие в масштабе зерна цемента. Каждое зерно цемента, реализуя по существу одни и те же акты гидратации и твердения, выступает в то же время как элементарная ячейка следующего масштабного уровня системы твердения, для которого акты второго уровня приобретают статистический смысл.

*Третий уровень иерархии СТБ* ориентирован на структуру цементного камня. Принципиальным является то, что на этом уровне рассматриваются явления и процессы, обеспечивающие переход от локальной к глобальной связности системы. Поэтому на этом масштабном уровне используются фи-

зико-химические представления о структуре дисперсных зернистых и коллоидных систем, о поверхностных эффектах межфазных взаимодействий, о процессах кристаллохимической природы, с развитием которых изменяются такие важные для свойств цементного камня характеристики, как статистическое распределение контактов срастания, объемная контракция новообразований, морфология цементирующих веществ и др. В силу определенной стереорегулярности и связности структуры цементный камень может рассматриваться как гомогенная среда с определенным набором структурных, реологических, физических, тепловых и других характеристик, что позволяет для его количественных оценок использовать уже известные дифференциальные и интегральные уравнения переноса вещества и энергии, структурообразования, напряженного состояния и т.п.

*Четвертый уровень иерархии СТБ* связан с реальной структурой бетона как конгломератного материала, в котором цементный камень выступает в роли матрицы для размещения зерен заполнителя и иных макровключений, последние же вносят возмущения в поля температуры, влажности, напряжений и часто являются причиной многовариантности тепло- и массопереносных, релаксационных процессов.

И, наконец, на *пятом уровне иерархии СТБ* предметом анализа является изделие в целом. Этот уровень концентрирует в себе всю информацию предыдущих уровней в определенных геометрических пределах и в определенном взаимодействии с внешней средой.

Таким образом, методология системного анализа позволяет как бы все «разложить по своим полочкам», что является непременным условием разработки достаточно корректной математической модели технологического процесса.

### **3.13. Методы и средства реализации математических моделей при решении практических задач**

Полученная математическая модель в дальнейшем может использоваться в двух направлениях: 1 – для решения прямых задач; 2 – для решения обратных задач.

*Решение прямых задач* предполагает отыскание значения выходной переменной при заданных значениях входных переменных. Такие задачи могут иметь место, как в исследовательских, так и в производственных ситуациях, в процедурах оптимизации технологических процессов.

*Решение обратных задач* предполагает нахождение значений входных переменных при заданном значении выходной переменной. Решение подобной задачи заложено в основу функционирования автоматизированных систем управления технологическим процессом (АСУТП), когда система по заданному выходу сама определяет уровень и интенсивность воздействия входных управляющих параметров. Целью обратной задачи может быть также уточнение самой математической модели (например, значений постоян-



ных коэффициентов, показателей степеней и т.п.) на основе полученных экспериментальных результатов.

Математические модели сложных технологических процессов получаются так же, как правило, весьма сложными.

Поэтому следующим важным шагом математического моделирования является отыскание *способа решения* полученной модели. Современные методы реализации математических моделей можно отнести к одному из следующих направлений:

- 1) аналитическое моделирование;
- 2) моделирование численными методами;
- 3) имитационное моделирование;
- 4) моделирование с помощью аналоговых устройств (аппаратурное моделирование).

### ***3.13.1. Аналитическое моделирование***

При аналитическом моделировании исходную математическую модель преобразуют в такую форму, которая позволяет получить искомый результат аналитическими методами, например, в виде явных формул для искомых величин или в таком виде, для которого решение известно. Однако такие зависимости удается получить только для сравнительно простых систем. При усложнении систем исследование их аналитическим методом наталкивается на значительные трудности, которые часто бывают непреодолимыми. Поэтому часто при использовании аналитических методов идут на существенное упрощение первоначальной модели, что позволяет получить лишь ориентировочные результаты.

### ***3.13.2. Моделирование численными методами***

Для сложных математических моделей, не поддающихся аналитическим методам, применяют численные методы. Сущность численных методов заключается в том, что математическая модель приводится к такому виду, для решения которого имеются хорошо разработанные математические процедуры решения. Например, задачи, описываемые дифференциальными уравнениями, часто стремятся свести к известной задаче Коши; для дифференциальных уравнений в частных производных широко используется метод конечных разностей, при котором система уравнений в частных производных преобразуется в систему линейных уравнений. В свою очередь, для решения линейных уравнений используется метод Гаусса.

Разработаны также узкоспециальные методы. Например, для решения задач теплопроводности – метод разделения переменных Фурье, метод функций источников или метод Грина и др.

Но следует иметь в виду, что любое решение с помощью численных методов достигается ценой упрощений, которые неизбежно обуславливают определенные погрешности вычислений. Поэтому в каждом случае требуется оценить величину погрешности, связанную с выбранным численным методом, и при необходимости применить другой метод и т.д. Здесь критерием истины может быть только опыт.

Численные методы в практике моделирования являются преобладающими благодаря тем высоким возможностям, какие имеют современные ЭВМ.

### *3.13.3. Имитационное моделирование*

При имитационном моделировании создается специальный, реализующий модель алгоритм, который позволяет воспроизводить процесс функционирования исследуемой системы во времени. При этом имитируются элементарные явления, составляющие процесс, с сохранением их логической структуры и последовательности протекания во времени. Это позволяет по исходным данным получить сведения о состоянии процесса в любой момент времени.

Основным преимуществом имитационного моделирования по сравнению, например, с аналитическим, является возможность решения более сложных задач. Имитационные модели позволяют учитывать такие факторы, как наличие дискретных и непрерывных элементов, нелинейные характеристики элементов системы, многочисленные случайные воздействия.

Если результаты, полученные при воспроизведении на имитационной модели, являются реализациями случайных величин и функций, то для нахождения характеристик процесса требуется его многократное воспроизведение с последующей статистической обработкой информации. Это стало возможным только с применением современных ЭВМ.

На пути создания имитационных моделей первоначально был разработан метод статистических испытаний, представляющий собой численный метод, который применялся для моделирования случайных величин и функций, вероятностные характеристики которых совпадали с решениями аналитических задач (такая процедура получила название метода Монте-Карло). Затем этот прием стали применять и для машинной имитации с целью исследования характеристик процессов функционирования систем, подверженных случайным воздействиям. Так появился метод *статистического моделирования* или *метод машинной реализации имитационной модели*. В настоящее время – это наиболее эффективный метод исследования так называемых больших систем. Однако широкого распространения он не получил, так как требует основательной специальной математической подготовки его пользователей.

### 3.13.4. Методы аналогового моделирования

Основой аналогового моделирования является формальное соответствие математического описания явлений, различных по своей физической природе (см. п. 3.9). Именно по этому признаку аналоговое моделирование относят к математическому, хотя по своей общей сути его можно отнести и к физическому моделированию.

Общая же суть метода исходит из следующего. Если явления в двух сопоставимых системах имеют различную физическую природу, но некоторые, наиболее интересные для исследователя, происходящие в двух системах процессы, описываются формально одинаковыми дифференциальными уравнениями, то можно сказать, что одна система является *прямой моделью* – аналогом другой. И, следовательно, введя для аналогичных переменных переходные масштабы, представляется возможным один процесс изучать путем исследования другого процесса, если это по каким-то соображениям выгоднее (быстрее, дешевле, безопаснее и т.п.).

Исторически сформировались два направления в развитии методов аналогового моделирования:

1) методы *прямой аналогии*, реализуемые на специальных моделях – аналогах;

2) методы, использующие *структурные модели*, которые получили название аналоговых вычислительных машин (АВМ).

*Модели прямой аналогии* имитируют поведение исследуемой физической системы по ее элементам: каждому из физических элементов природы в модели соответствует определенный изображающий ее эквивалент. Такие модели предназначены, в основном, для исследования тепло- и массообменных процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных.

#### Примеры моделей-аналогов в порядке развития этих методов

*Гидравлическая аналогия* (рис. 3.3) разработана для моделирования процессов теплопереноса через ограждающие конструкции.

Модель представляет собой набор трубочек и капилляров, обладающих различными гидравлическими сопротивлениями.

Возможные аналогии при моделировании теплового процесса:

- напор водяного столба ( $H$ ) – температурный напор ( $\Delta t$ );
- уровень жидкости в каждой из трубок ( $h_1, h_2, \dots, h_5$ ) – температура материала в стене здания ( $t_1, t_2, \dots, t_5$ ) толщиной  $B$ ;
- гидравлическое сопротивление капилляров – тепловое сопротивление материала стены;
- количество протекающей жидкости – количество переносимой теплоты.

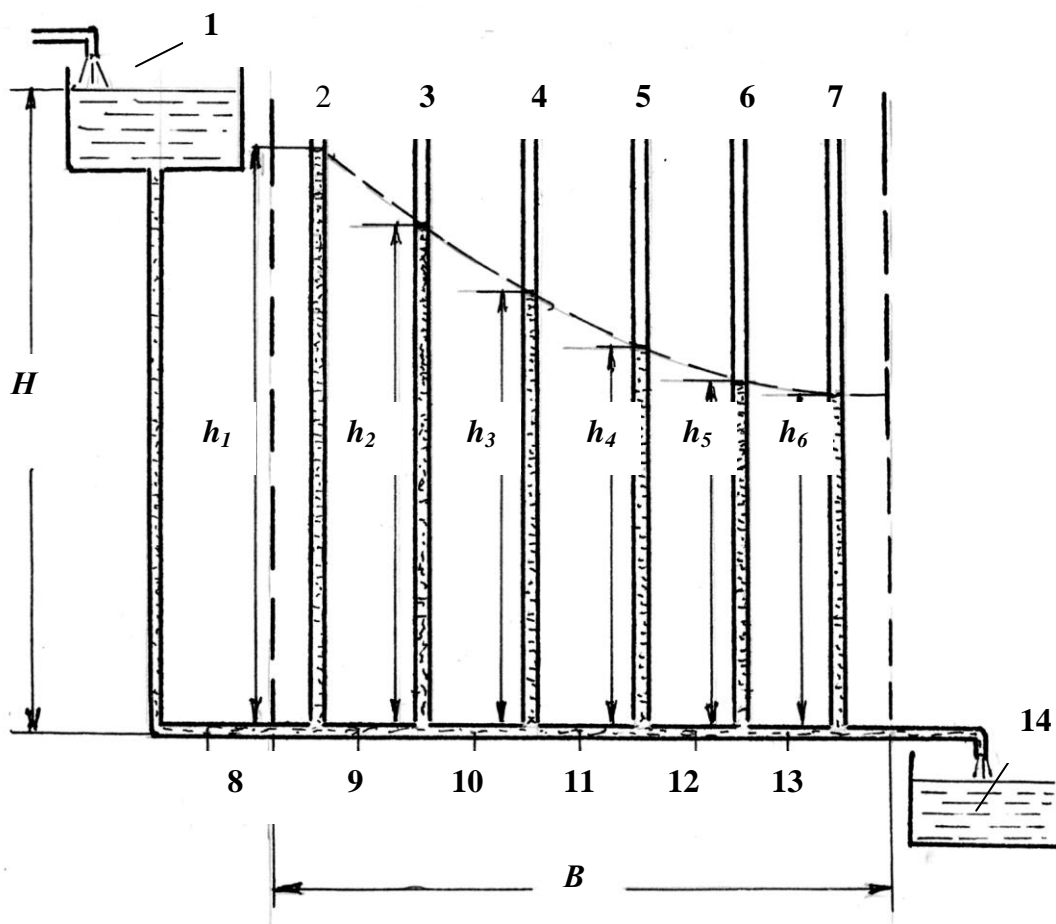


Рис. 3.3. Схема гидравлической модели-аналога:

- 1,14 – расходный и приемный сосуды для жидкости;
- 2-7 – пневмометрические трубки, регистрирующие напоры жидкости  $h_1-h_6$ ;
- 8-13 – капиллярные трубки с заданным гидравлическим сопротивлением

Разработчиками метода предложены расчетные зависимости (здесь не приводятся), позволяющие по измеренным на модели характеристикам рассчитывать тепловое поле строительной конструкции.

*Электрическая аналогия.* Модель представляет собой токопроводящую объемную или плоскую систему. Это могут быть, например, объемная модель-макет строительного изделия, заполненная токопроводящим порошком или электролитом, плоское сечение строительного изделия, выполненное из токопроводящей бумаги и др. Такие модели, как и гидравлические модели, используют для моделирования процессов тепло- и массопереноса в строительных конструкциях. При этом к поверхности модели (или контуру сечения) подводят электрический потенциал соответственно рассматриваемой краевой задаче теплообмена и с помощью электрических щупов снимают напряжение в любой точке объема или сечения изделия. Для тепловой задачи используют следующие аналогии:

- количество теплоты - электрический заряд;
- температура - электрическое напряжение;
- тепловое сопротивление - электрическое сопротивление.

Наиболее совершенной в настоящее время считается  $R$ -сеточная электрическая модель, позволяющая моделировать процесс во времени. Ее называют также  $R$ -сеточным *электроинтегратором*. Он состоит из измерительной станции, коммутационного поля в виде нескольких панелей и коммутирующих шнуров (рис. 3.4).

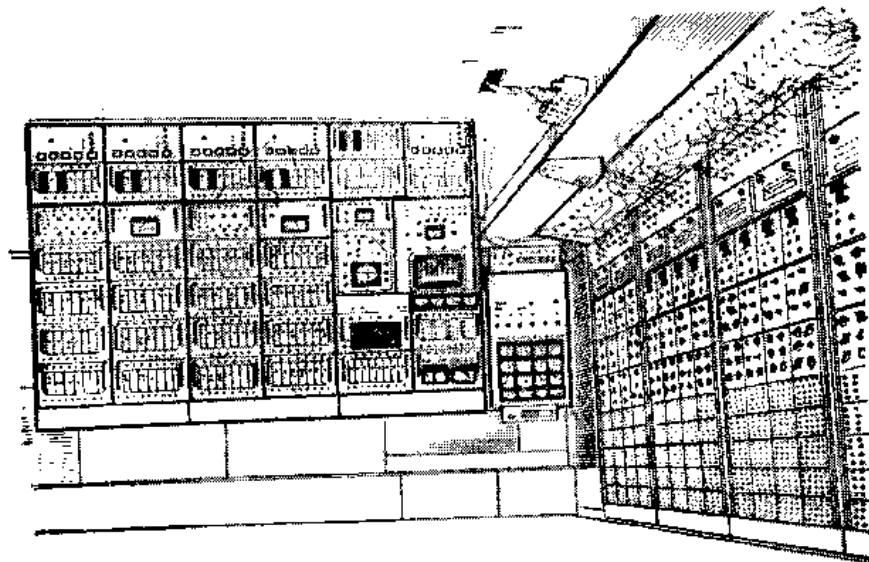


Рис. 3.4. Внешний вид электроинтегратора

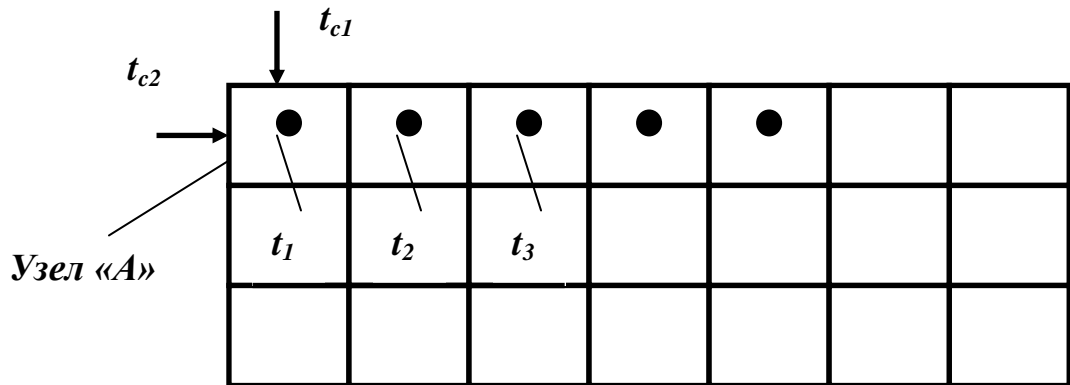
Сущность процесса моделирования сводится к тому, что вначале из регулируемых электрических сопротивлений (резисторов) коммутируются по определенной схеме электрические узлы, моделирующие элементарный тепловой узел в строительном изделии; для плоских сечений – это квадрат (рис.3.5), для объемного моделирования – куб.

Затем осуществляется непосредственно процесс моделирования, в ходе которого с учетом определенных масштабов задаются значения электрических сопротивлений и электрических потенциалов  $U_{zp1}, U_{zp2}, \dots$ , а в электрических узлах снимаются значения напряжений  $U_1, U_2, \dots$  - аналогов температур  $t_1, t_2, \dots$  (при решении прямой задачи) или же задаются электрические потенциалы в узловые точки и соответственно им подбираются электрические сопротивления – аналоги теплопереносных коэффициентов (при решении обратной задачи).

Более подробно работа электроинтегратора марки БУСЭ-70 представлена в методических указаниях к лабораторной работе по данной теме, представленной во втором томе настоящего издания.

Моделирование на электроинтегрирующей установке в настоящее время считается недостаточно эффективным из-за высокой трудоемкости метода. Поэтому используется он, чаще всего, при решении обратных задач тепло- и массопроводности с целью уточнения переносных характеристик, вводимых в уравнения переноса.

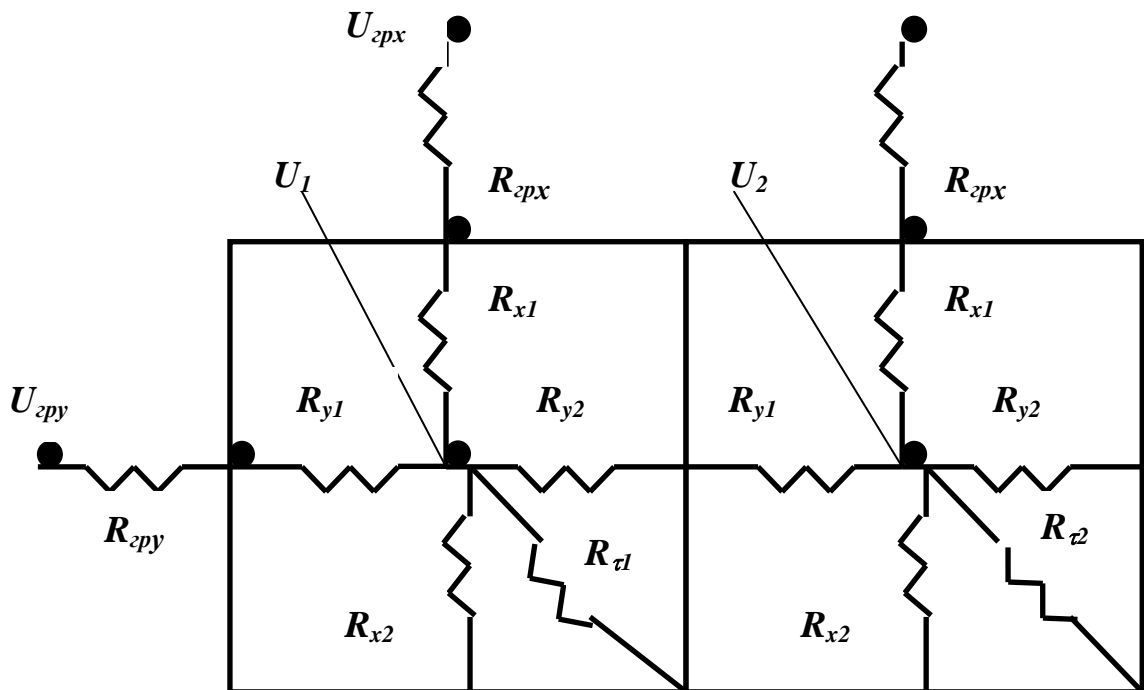
а. Сечение изделия



$t_{c1}, t_{c2}$  – температура среды;

$t_1, t_2, t_3$  – температуры в элементарных тепловых узлах

б. Моделирующие узлы



$R_{zpx}, R_{zpy}$  – электрические сопротивления, моделирующие коэффициенты поверхностной теплоотдачи;  $R_{x1}, R_{x2}, R_{y1}, R_{y2}$  – электрические сопротивления, моделирующие коэффициенты теплового сопротивления;  $U_1, U_2 \dots$  – электрические напряжения в узлах, моделирующие значения температуры  $t_1, t_2 \dots$

Рис.3.5. Элементарные тепловые узлы в строительном изделии (а) и соответствующие им электрические узлы (б)

С методической точки зрения электроинтегрирующая установка как средство освоения методов моделирования представляется весьма полезной и информативной, в связи с чем, она и включена автором в учебный процесс.

Разновидностью аналогового моделирования является *структурное моделирование* с использованием АВМ, при котором дифференциальные уравнения, описывающие натуральный процесс, представляются отдельными элементами модели.

Формально АВМ можно рассматривать как вычислительную машину, но, по сути, в ней заложена аналогия в протекании процессов с одной стороны электрических, с другой – физических, технологических.

При моделировании на АВМ математическое описание исследуемого процесса расчленяется на отдельные элементарные операции в соответствии с функциями операционных блоков, входящих в состав АВМ (сумматоров, интеграторов, делителей, множителей). При соединении блоков машины в определенном порядке создается *структурная электрическая схема* для имитации реального процесса и решения поставленной задачи. АВМ способна давать непрерывную количественную информацию о текущих параметрах исследуемого процесса и о конечном результате. Более подробно моделирование на структурной АВМ также представлено в методических указаниях к лабораторным работам.

На практике структурные АВМ довольно эффективно используются в управляющих комплексах для динамично развивающихся систем. Поскольку АВМ как вычислительные машины характеризуются невысокой точностью (из-за наличия дрейфа параметров отдельных блоков, недостаточно точного задания параметров с помощью стрелочных приборов и т.п.), но весьма оперативны в системах управления, то, в конце концов, инженерная мысль пришла к созданию *гибридных вычислительных комплексов* (ГВК). В ГВК удается сочетать высокую скорость функционирования аналоговых средств и высокую точность расчетов на базе цифровых средств вычислительной техники. Такие комплексы нашли применение в расчетно-космической технике, в некоторых других областях техники.

## 4. ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

### 4.1. Сущность оптимизации

*Оптимизация* – это поиск или определение наилучших в каком-то смысле условий проведения процесса. Эти условия выбираются из некоторых альтернативных вариантов.

Количественную оценку *качества функционирования* исследуемого объекта называют *критерием функционирования* или *критерием оптимизации*  $R$ :

$$R = R^*(X, U, Z, Y), \quad (4.1)$$

где символами  $X, U, Z, Y$  как и ранее (п. 2.5) обозначены три группы входных и одна группа выходных переменных, а символом  $R^*$  обозначен экстремум функции.

Так как вектор состояния  $Y$  является функцией входных параметров, то

$$R = R^*(X, U, Z), \quad (4.2)$$

Из этого следует, что оптимизировать процесс - это значит найти вектор управления  $X$  так, чтобы при заданном векторе входных параметров  $U$  и некотором векторе возмущений  $Z$  критерий оптимальности  $R$  принял бы экстремальное значение.

Для большинства практических задач внутренние связи технологического процесса рассматривают как детерминированные и тогда

$$R = R^*(X, U), \quad (4.3)$$

Это соотношение и отражает общий смысл поиска оптимума.

Какие же показатели могут рассматриваться в качестве критерия оптимизации? Согласно (4.2) – это любая характеристика, которую мы можем включить в вектор выходных переменных. Для технологий строительных материалов и изделий это может быть наилучший показатель одного из свойств материала или изделия, минимальный расход наиболее дорогого компонента, минимальная себестоимость выпускаемой продукции и др. но вместе с тем является очевидным, что оптимизировать процесс мы можем *только по одному показателю*. Часть других показателей при этом иногда улучшается, иногда ухудшается или остается на прежнем уровне. В случае ухудшения некоторых показателей приходится выбирать *компромиссные* варианты, при которых критерий оптимизации несколько смещается от точки экстремума, но зато другие показатели технологического процесса при этом не выходят за так называемый «браковочный минимум», для некоторых показателей – «браковочный максимум».



## 4.2. Методы оптимизации<sup>1)</sup>

На практике применяют самые различные методы оптимизации и в части строгости оценки оптимума, и в части их сложности, научности, трудоемкости. Все зависит от сложности поставленной задачи, уровня квалификации исполнителей, имеющихся технических средств и др.

При самом простом подходе мы можем, например, умственно проанализировать процесс, уловить на ощупь имеющиеся связи и, если мы обладаем хорошей инженерной интуицией, определить область оптимума или область близкую к оптимуму. Безусловно, хорошая инженерная интуиция – это не только природный дар, но и высокий уровень достигнутой в данной области квалификации исполнителя.

Далее мы рассмотрим достаточно подробно некоторые из методов оптимизации, которые мы, технологи, можем успешно применять самостоятельно, и познакомимся лишь в общем смысле с теми методами, в освоении которых требуется специальная математическая подготовка других участников процедуры оптимизации.

### *4.2.1. Оптимизация экспериментально-графическим методом при одном факторе. Метод Кифера-Джонсона*

При постановке относительно несложных экспериментальных исследований во многих случаях бывают достаточными результаты графической оптимизации. При графическом представлении однофакторных экспериментов оптимум соответствует перегибу кривой, отображающей функциональную зависимость между исследуемыми параметрами  $Y = f(X)$ , в точках максимума или минимума при условии, что в исследуемых пределах изменения параметра  $X$  каждая из этих точек единственна – условие унимодальности функции (см. примеры на рис. 4.1 и 4.2).

Проанализируем, от чего зависит точность установления точек максимума и минимума в приведенных примерах. Расположение их относительно вертикальной оси, безусловно, определяется точностью измерения значений прочности в первом случае (рис. 4.1) и значений плотности – во втором (рис. 4.2), но не этими показателями определяется область или точка оптимума.

Оптимизировать приходится по параметру, разметка значений которого дана по горизонтальной оси. И здесь на первое место выходит количество поставленных опытов или шаг (интервал) изменения регулируемых параметров. Является очевидным, что чем меньше шаг, тем точнее будет определен оптимум, по терминологии математиков – «интервал локализации оптимума». Поэтому уже перед постановкой опытов мы должны задаться необходимой точностью установления оптимума. Например, по дозировке микрона-

---

<sup>1)</sup> Наиболее сложные из приведенных в этом разделе методов целесообразно осваивать в программе магистерской подготовки

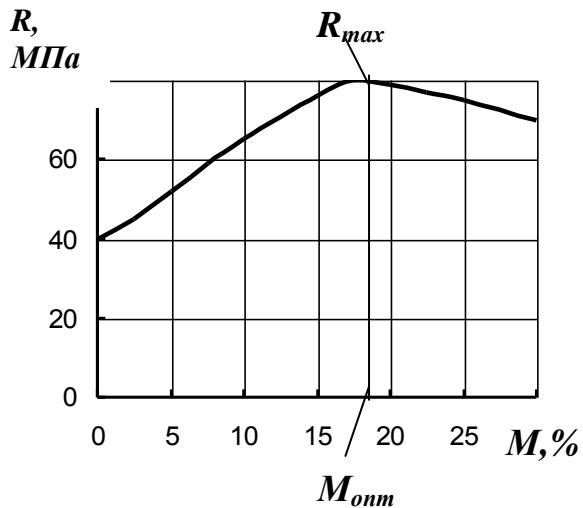


Рис. 4.1. График зависимости прочности ( $R$ ) цементного камня от содержания микронаполнителя ( $M$ )

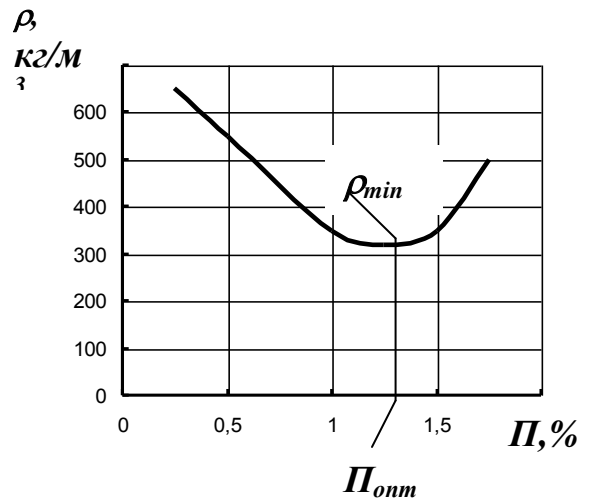


Рис. 4.2. График зависимости плотности ( $\rho$ ) пенобетона от содержания добавки-пенообразователя ( $\Pi$ )

полнителя (рис. 4.1) это может быть  $\pm 1\%$ . Тогда в интервале 0-30% при равномерном его делении должно быть поставлено 30 опытов. Это много.

В связи с этим обратим внимание на то, что даже для таких относительно простых случаев планирования экспериментальных исследований существуют методы, позволяющие существенно снизить количество опытов, не пожертвовав точностью установления оптимума (абсолютно точно установить оптимум в точке принципиально невозможно, речь может идти только о максимальной локализации значений оптимума).

В качестве примера остановимся на методе Фибоначчи или методе последовательного поиска, вошедшего в практику планирования экспериментальных исследований как метод Кифера-Джонсона.

При этом методе предполагается не одновременность постановки всех опытов по равномерной шкале значений аргумента, а такая последовательность, когда после реализации первых двух опытов каждый следующий эксперимент проводится с учетом информации, полученной в предыдущих опытах.

При самой простой реализации на каждом последующем шаге интервал значений аргумента, расположенный со стороны повышения (или понижения) значений функции отклика, делится на два и так далее (метод дихотомии или половинного деления). Эффективность этого метода локализации значений оптимума уже достаточно высока. Так, если для сужения интервала локализации значений оптимума до 0,01 от первоначального значения при некоторых заданных условиях потребовалось бы 198 пассивных экспериментов, то при использовании метода дихотомии – всего 14.

Метод Кифера-Джонсона основан на теоретическом доказательстве того, что, выполнив минимально необходимое число опытов  $N$  по специальной программе, становится возможным локализовать искомый оптимум в  $1/F_N$

части первоначального интервала, где  $F_N$  – число, характеризующее степень локализации или число Фибоначчи. Его значения связаны с числом поставленных опытов (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Числа Фибоначчи

Номер опыта, $N$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Число Фибоначчи, $F_N$	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89

Таким образом, задавшись в самом начале точностью локализации значений оптимума, по табл. 4.1 можно определить необходимое и достаточное число опытов, которые необходимо провести.

Программа локализации значений оптимума сводится к следующему. Вначале, исходя из технологических или иных соображений, устанавливается интервал изучаемой независимой переменной, который условно принимается за 1. Первые два опыта ставятся при значениях независимой переменной  $x$ , равных:

$$x_1 = \frac{F_{N-1}}{F_N}; \quad x_2 = \frac{F_{N-2}}{F_N}, \quad (4.4)$$

где  $F_N, F_{N-1}, F_{N-2}$  – принимаются по табл. 4.1.

При любом числе опытов полученные значения будут близки к 0,62 и 0,38 от первоначального интервала. Сделав пересчет на натуральные показатели изучаемого фактора, выполняют два опыта и находят функции отклика  $y_1$  и  $y_2$ . Если  $y_1 < y_2$ , то, очевидно, что при условии унимодальности функции искомый оптимум будет находиться в новом интервале  $0 \leq x < x_1$ , если  $y_1 > y_2$ , то принимается интервал продолжения исследований равный  $x_2 \leq x \leq 1$  (здесь предполагается, что область оптимума соответствует максимуму функции). Третий опыт ставится при значении  $x$ , отстоящем на  $\frac{F_{N-2}}{F_N}$  от

внешней границы нового интервала, принимаемого за 1. Полученное значение функции отклика сравнивается с ближайшим, выбирается новый интервал и так далее до реализации  $N$  опытов.

Эффективность метода Кифера-Джонсона относительно трудоемкости очевидна уже при анализе табл. 4.1. Если же продолжить предыдущий пример эффективности использования метода дихотомии, предусматривавшего локализацию значений оптимума до 0,01 от первоначального интервала, то согласно табл. 4.1 мы приходим к выводу, что намеченный результат будет достигнут при постановке всего лишь 11 опытов.

Здесь следует заметить, что при постановке строительно-технологических задач локализация оптимума в столь малом интервале (0,01), как правило, бывает излишней. Поэтому практически достаточным бывают 7 - 8 опытов.

#### 4.2.2. Дисперсионный анализ результатов однофакторного эксперимента

Найденный экспериментально оптимум требует еще дополнительных обоснований, связанных с обработкой экспериментальных данных на предмет их достоверности, то есть с выполнением дисперсионного анализа.

Задачей дисперсионного анализа в однофакторном эксперименте является оценка значимости влияния исследуемого фактора на выходную переменную. Иными словами: не являются ли наблюдаемые изменения значений выходной переменной при изменении значений входной переменной результатом всего лишь действия случайных факторов.

Оценка производится путем сравнения выборочной дисперсии, учитывающей влияние только входной переменной с дисперсией воспроизводимости, обусловленной действием только случайных факторов.

*Равноточность* экспериментов по всем опытам оценивают по критерию Кохрена:

$$G = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^k S_i^2}, \quad (4.5)$$

где  $S^2$  – общая (по всем опытам) выборочная дисперсия;

$S_i^2$  – дисперсия, рассчитанная по результатам повторяющихся опытов при каждом заданном уровне значений входной переменной.

Если окажется, что вычисленное значение  $G$  меньше табличного (Приложение 1 к 4-й главе):

$$G < G_{1-p}(k, f), \quad (4.6)$$

то результаты в сериях опытов можно считать равноточными и их можно использовать для дальнейшего анализа. В противном случае опыты необходимо выполнить вновь, исключив возможные грубые ошибки.

Значению  $G_{1-p}(k, f)$  должно соответствовать:  $p$  – выборочный уровень значимости, в технологических задачах принято считать  $p = 0,05$ ;  $k$  – число заданных уровней входной переменной (число серий опытов);  $f$  – число степеней свободы в каждой серии опытов  $f = n - 1$ , где  $n$  – число опытов в серии.

Проверка *значимости* выборочных дисперсий производится по критерию Фишера. При этом если расчетное значение критерия Фишера оказывается меньше табличного (см. Приложение 2 к 4-й главе), то влияние рассматриваемой входной переменной считается значимым, и наоборот.

Критерий Фишера ( $F$ ) вычисляется как:

$$F = \frac{S_A^2}{S_{ош}^2}, \quad (4.7)$$

где  $S_A^2$  - общая выборочная дисперсия, учитывающая влияние действия как фактора  $A$ , так и случайных факторов;

$S_{ош}^2$  - выборочная дисперсия, учитывающая влияние *только* случайных факторов.

Таким образом, условием значимости будет:

$$F < F_{1-p}(f_1, f_2), \quad (4.8)$$

где  $f_1 = k - 1$ ;  $f_2 = k(n - 1) = N - k$  ( $N$  - общее число опытов во всех сериях).

Вычисление дисперсий и других статических характеристик производится по общеизвестным формулам. Рассмотрим это на примере.

Пусть изучается действие на входную переменную  $y$  одного фактора  $A$ , который в эксперименте принимает  $k$  значений ( $a_1, a_2, \dots, a_k$ ) и для каждого значения поставлено  $n$  опытов. По каждому опыту получено значение выходной переменной  $y$ . Результаты представлены в виде табл. 4.2.

Таблица 4.2

Исходные данные для дисперсионного анализа

Номер наблюдений в одной серии	Уровни фактора $A$				
	$a_1$	$a_2$	$a_i$	...	$a_k$
1	$y_{11}$	$y_{21}$	$y_{i1}$		$y_{k1}$
2	$y_{12}$	$y_{22}$	$y_{i2}$		$y_{k2}$
·	·	·	·		·
·	·	·	·		·
·	·	·	·		·
$n$	$y_{1n}$	$y_{2n}$	$y_{in}$		$y_{kn}$
Итого	$A_1 = \sum_{j=1}^n y_{1j}$	$A_2 = \sum_{j=1}^n y_{2j}$	$A_i = \sum_{j=1}^n y_{ij}$		$A_k = \sum_{j=1}^n y_{kj}$

Среднее значение выходной переменной на  $i$ -м уровне фактора  $A$ :

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{j=1}^n y_{ij}}{n} = \frac{A_i}{n}. \quad (4.9)$$

Общее среднее значение по всей выборке из  $N$  наблюдений:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^n y_{ij} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k \bar{y}_i. \quad (4.10)$$

Общая выборочная дисперсия:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y})^2}{N-1}. \quad (4.11)$$

Выборочная дисперсия на каждом уровне фактора  $A$ :

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2. \quad (4.12)$$

Выборочная дисперсия, характеризующая только фактор случайности:

$$S_{ou}^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k S_i^2. \quad (4.13)$$

Приближенная оценка для дисперсии, учитывающей влияние фактора  $A$ , рассчитывается через оценочную характеристику  $\sigma_A$ :

$$\sigma_A^2 \approx S^2 - S_{ou}^2, \quad (4.14)$$

$$S_A^2 \approx n\sigma_A^2 + S_{ou}^2. \quad (4.15)$$

Таким образом, получены характеристики для вычисления критериев  $G$  и  $F$ .

Является очевидным, что в каждой реальной постановке опытов в качестве переменной  $A$  выступит любой исследуемый технологический фактор, а в качестве  $y$  – исследуемая выходная переменная.

### **4.2.3. Оптимизация экспериментально-графическим методом при 2-х, 3-х, 4-х факторах**

Графическая оптимизация настолько привлекательна для исследователей, что даже в тех ситуациях, когда формально, казалось бы, применить ее нельзя, ученые все-таки находят возможности ее использования, прибегая к различным уловкам. Речь идет о 2-х, 3-х и 4-х факторных экспериментах.

При двухфакторном и трехфакторном экспериментах часто используют метод совмещения на одном координатном поле двух графических зависимостей.

**Пример 1.** Пусть требуется определить оптимальную продолжительность тепловой обработки партии железобетонных изделий исходя из минимальной суммы денежных затрат на этот процесс. В качестве исходных используются две графические зависимости (рис. 4.3): первая учитывает сни-

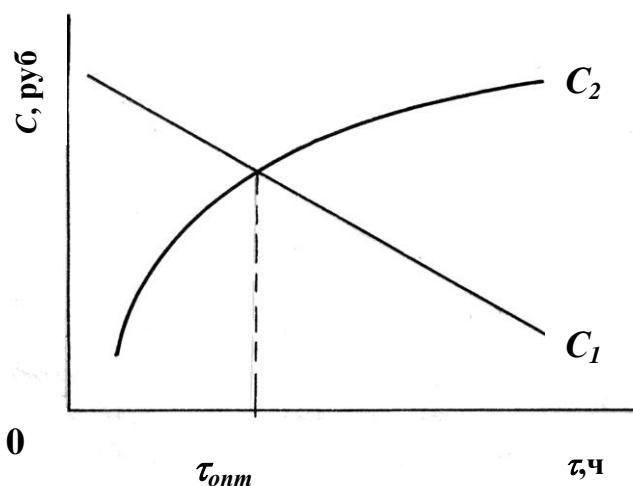


Рис. 4.3. Иллюстрация к графической оптимизации технологического процесса по двум стоимостным факторам –  $C_1$  и  $C_2$

тора (в данной постановке задачи мы рассматриваем  $C_1$  и  $C_2$  в качестве факторов) имеют общую ось времени, что и позволяет легко определить оптимальную продолжительность тепловой обработки изделий, которая соответствует точке пересечения двух графических зависимостей (см. рис. 4.3).

**Пример 2.** Пусть требуется минимизировать значения влажностной усадки силикатного бетона в зависимости от распределения в нем пор по их крупности (фактор  $X_1$ ) и значений нормируемой остаточной влажности (фактор  $X_2$ ). Поставленную задачу удалось решить (исследования автора) за счет графического представления результатов экспериментальных исследований так, как это представлено на рис. 4.4.

Как следует из рис. 4.4 с целью глубокого изучения связи пористости, влажности и усадочности силикатного камня автоклавного твердения на едином координатном поле за счет использования относительных показателей влажности и пористости (что позволило совместить эти показатели на одной координатной оси) удалось представить исчерпывающую информацию, касающуюся показателей интегральной пористости и показателей относительной усадки. Изменяя значения интегральной пористости силикатного бетона за счет В/Т-отношения и значения начальной влажности, применения различных режимов тепловой обработки, нам удалось по минимальным значениям усадки установить допустимые интервалы изменения влажности бетона в процессе его эксплуатации.

Но самым главным результатом выполненной оптимизации явились четкие соотношения между величиной пор в бетоне и величиной усадки при их обезвоживании, которые в дальнейшем приняты в качестве научно-практической предпосылки для *оптимизации структуры бетона*.

жение суммы затрат на тепловую энергию ( $C_1$ ) с увеличением продолжительности тепловой обработки ( $\tau$ ), что обусловлено возможностью пропорционального снижения расхода теплоносителя (например, водяного пара): вторая зависимость отражает увеличение суммы затрат на содержание оборудования, обеспечивающего тепловую обработку ( $C_2$ ), связанное с уменьшением его оборачиваемости. Таким образом, оба фак-

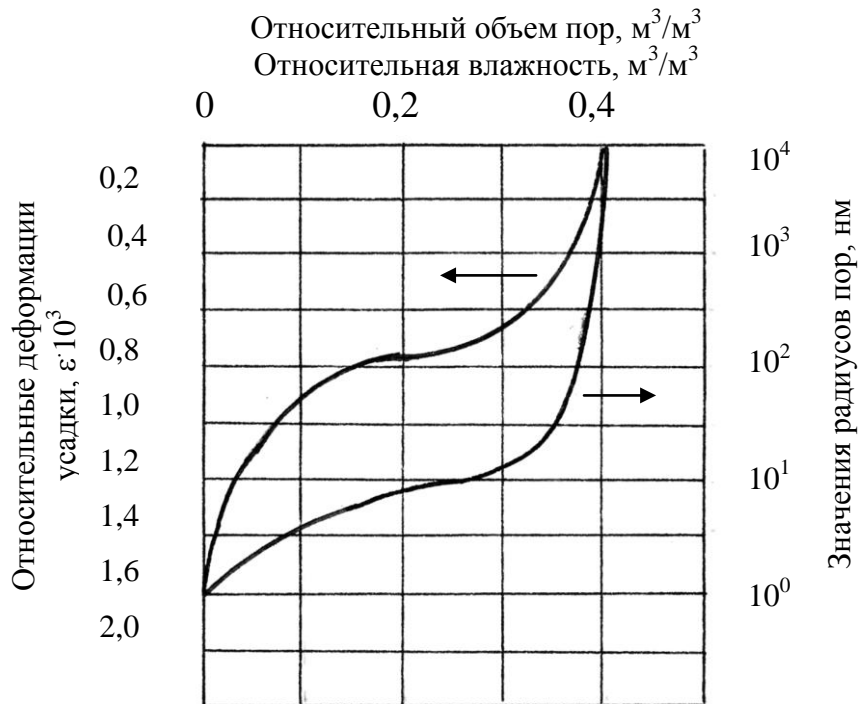


Рис. 4.4. Пример совмещения на одном координатном поле кривых влажностной усадки и интегральной пористости искусственного силикатного камня

Таким образом, второй пример проиллюстрировал нам большие возможности графического метода имитации при творческом его использовании.

Достаточно широкими возможностями обладает графический метод, ориентированный на построение тройных диаграмм. Его обычно применяют для оптимизации составов многокомпонентных смесей, например, в химической технологии, в керамической промышленности и др.

В качестве примера на рис. 4.5 представлена тройная диаграмма, построенная на основании экспериментальных данных и позволяющая оптимизировать состав шихты для формования изделий термостойкой керамики.

Диаграмма построена таким образом, что на каждой из трех координатных осей представлены парные соотношения содержаний определяющих оксидов: 1-я ось –  $MgO : Al_2O_3$ ; 2-я ось –  $MgO : SiO_2$ ; 3-я ось –  $Al_2O_3 : SiO_2$ , а координатное поле разделено пунктирными линиями на зоны, которым соответствует преимущественное образование того или иного минерала, определяющего свойства керамического черепка. Достаточно узкой оказалась зона, соответствующая составу шихты, обеспечивающей образование основного минерала, относительно которого проведена оптимизация – мулнита ( $2MgO \cdot 2Al_2O_3 : 5SiO_2$ ).



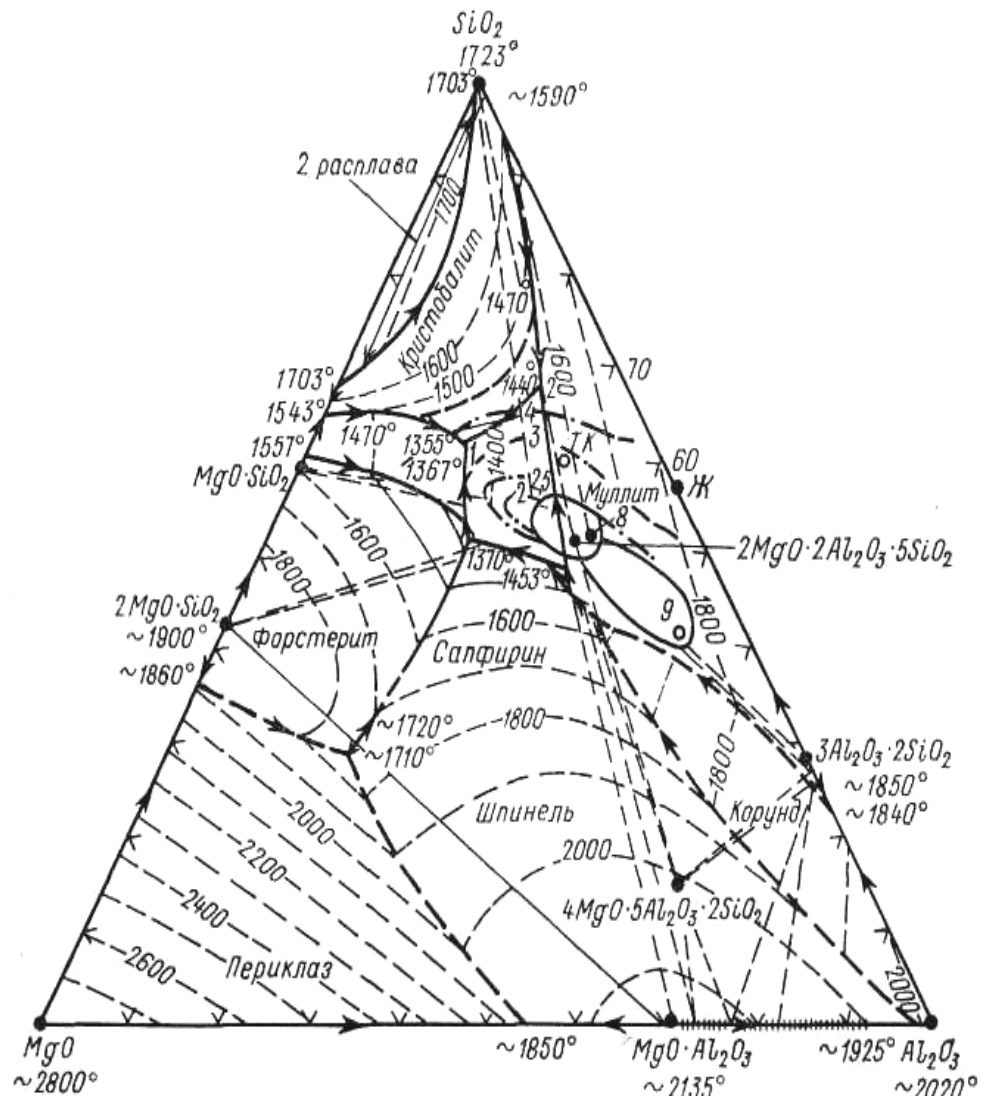


Рис. 4.5. Диаграмма системы  $MgO-Al_2O_3-SiO_2$  (по Ранкину и Мервину) с включением точек составов термостойкой керамики

Следует также обратить внимание на то, что тройная диаграмма на рис. 4.5 включает еще и 4-й фактор – температуру. Для ее отражения на диаграмме использован метод построения линий постоянных температур (температурных изолиний). И, таким образом, информативность диаграммы еще больше возросла и стала исчерпывающей для рассматриваемой постановки технологической задачи.

Практическая ценность изложенного материала оптимизации несомненна. Но в то же время нельзя не отметить его чрезвычайную трудоемкость. Поэтому далее мы рассмотрим методы, позволяющие со значительно меньшими затратами достичь оптимума. Среди этих методов для нас, технологов, наибольшую ценность представляют методы планирования многофакторных экспериментов.

#### 4.2.4. Оптимизация математическими методами

Вопросы оптимизации в принятии решений давно волнуют умы математиков, так как это всегда соответствовало потребностям общества. Постепенно сформировалось особое направление в развитии математической науки, которое получило название теории оптимизации. Этому способствовало также бурное развитие ЭВМ, ибо без электронных вычислительных машин методы оптимизации лишены какой-либо перспективы своего практического использования.

Ниже (табл. 4.3 и далее) излагаются основные принципы методов оптимизации, наиболее широко используемые в передовых отраслях науки и техники. Некоторые из них освоены и в строительном материаловедении, на них мы остановимся несколько подробнее.

Таблица 4.3

#### Систематизация математических методов оптимизации

Метод оптимизации	Характер технологического процесса и решаемые задачи
<b>Аналитические методы</b>	
Аналитический метод экстремума	Детерминированные процессы, описываемые дифференцируемыми функциями
Метод множителей Лагранжа	Детерминированные процессы, описываемые дифференцируемыми функциями с ограничениями в виде равенств
Вариационные методы	Критерии оптимальности в виде функционалов. Оптимальные режимы тепловой обработки материалов и изделий
Принцип максимума Понтрягина	Задачи управления технологическими процессами
<b>Методы математического программирования</b>	
Линейное программирование	Характерные задачи: задача выпуска продукции с максимальной прибылью при различных видах сырья; задача оптимального использования оборудования, транспортная задача
Динамическое программирование	Многостадийные технологические процессы
<b>Градиентные методы</b>	
Метод крутого восхождения, симплексный метод и др.	Оптимизация процессов, описываемых линейными и нелинейными функциями; позволяют достичь максимума при минимальном числе опытов
<b>Статистические методы</b>	
Регрессионный анализ	Объекты стохастического описания. Оптимизация и планирование эксперимента
Корреляционный анализ	
Дисперсный анализ	

Ниже дадим некоторые пояснения приведенным методам, касающиеся в основном их математической стороны.

### *Аналитический поиск экстремума*

Аналитические методы являются классическими методами определения экстремального значения функции (минимума или максимума). Они применяются, когда оптимизируемые функции заданы аналитически, а число независимых переменных невелико. Вследствие этого использование аналитических методов на практике довольно ограничено.

### *Метод множителей Лагранжа*

Этот метод обычно используется, когда на переменные накладываются ограничения типа равенства.

Для решения задач такого типа вводится некая вспомогательная функция, содержащая искусственный множитель Лагранжа.

Экстремальные точки задаваемой функции определяются решением системы уравнений, получаемой приравниванием нулю производных от вспомогательной функции по всем независимым переменным и по всем множителям Лагранжа.

Данный метод достаточно эффективно применяют в ситуациях, когда с его помощью удастся снизить размерность решаемой задачи.

### *Методы вариационного исчисления*

Применяются для оптимизации процессов, математическая модель которых представлена функционалом (функцией от функции). Чрезвычайно сложны для применения.

### *Принцип максимума Понтрягина*

Принцип максимума представляет собой совокупность ряда теорем теории оптимальных процессов, содержание которых ставит необходимые условия для построения оптимального закона управления объектом. При этом предполагается, что управляемый объект описывается системой обыкновенных дифференциальных уравнений. Сущность метода состоит в том, что на основе математической модели формируется так называемая функция Понтрягина, которая позволяет определить *фазовую траекторию движения объекта* и определить для каждого момента времени управляющие воздействия.

Метод считается весьма перспективным для управления сложными технологическими процессами.

### *Линейное программирование*

Задачи линейного программирования или планирования на основе линейных соотношений были первыми изученными задачами оптимизации при наличии ограничений типа неравенств.

В общем случае задачи линейного программирования формулируется следующим образом: найти величины  $x_1, \dots, x_n$ , доставляющие максимум (минимум) линейной функции  $f(x) = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n$  на множестве значений  $x_1, \dots, x_n$ , удовлетворяющих ограничениям, в числе которых могут присутствовать только равенства и неравенства вида:

$$\begin{aligned} a_{i1} + \dots + a_{in} x_n &\leq b_i, \\ a_{k1} + \dots + a_{kn} x_n &= b_k, \\ a_{l1} + \dots + a_{ln} x_n &\geq b_l. \end{aligned}$$

Среди ограничений задач линейного программирования могут быть условия неотрицательности всех или части переменных:

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, P.$$

Методами линейного программирования чаще всего решают задачи оптимального распределения производственных ресурсов, задачи о составах различных композиций, транспортные задачи, ставящие целью найти наиболее экономичный способ перевозки сырья или готовой продукции.

Вот как выглядит постановка задачи о ресурсах.

Допустим, что для создания некоторого продукта требуется  $m$  видов ресурсов и можно использовать  $n$  способов (технологий) производства. Обозначим через  $a_{ij}$  расход ресурса номера  $i$  при единичной интенсивности использования технологии номера  $j^*$ , а через  $c_j$  – количество производимой при этом продукции, и будем считать, что зависимость расходов и выпусков от принятой технологии линейна. Предположим далее, что производству выделено  $b_i$  единиц  $i$ -го ресурса, и обозначим через  $x_j$  интенсивность использования  $j$ -й технологии. Тогда под оптимизацией плана можно понимать поиск максимума объема выпуска продукции, равного:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j,$$

при заданных расходах ресурсов:  $a_{11} x_1 + \dots + a_{1n} x_n \leq b_1,$

$$\begin{aligned} &\dots \\ a_{m1} x_1 + \dots + a_{mn} x_n &= b_m. \end{aligned}$$

Интенсивности использования технологий по смыслу неотрицательны, то есть переменные  $x_j$  должны подчиняться еще и ограничениям

$$x_1 \geq 0, \dots, x_n \geq 0.$$

Решение задач линейного программирования сводится к реализации одной из стандартных форм представления задач линейного программирования (здесь не приводятся).

Каждой из форм линейного программирования соответствует определенный вид геометрического представления. Как правило – это треугольник или многогранник, стороны которого образованы участками линейных зави-

---

\* Это может быть, например, продолжительность использования технологии относительно суток, месяцев и т.п.

симостей. Оптимум отыскивается по специальной методике в пределах этих фигур.

### Динамическое программирование

Этот метод применяется для многостадийных процессов, характеризующихся последовательностью решений, когда состояние системы зависит только от предыдущего шага и не зависит от ранее сделанных шагов.

Метод динамического программирования предполагает разбиение анализируемого процесса во времени или в пространстве на стадии или ступени. В качестве стадии принимают единицу времени или единичный элемент оборудования. Но в любом случае стадия или ступень – это математическая абстракция, применяемая для представления в дискретном виде непрерывной переменной. Состояние системы характеризуется совокупностью переменных, описывающих систему на любой стадии процесса.

Значения критерия оптимальности  $R_N$  зависят от совокупности управляющих воздействий  $X_N$  на всех стадиях, он должен быть сформирован как аддитивная функция критериев оптимальности каждой стадии.

Сложность анализа многостадийных процессов связана с их разветвленностью (рис.4.6), что предполагает чрезмерно высокую размерность решаемой задачи. Например, при числе стадий  $N = 10$  и числе рассматриваемых вариантов на каждой стадии  $K = 3$ , в целом пришлось бы рассмотреть  $K^N$  возможных комбинаций, то есть  $5,9 \cdot 10^4$ . При использовании метода динамического программирования вместо  $K^N$  комбинаций требуется проанализировать только

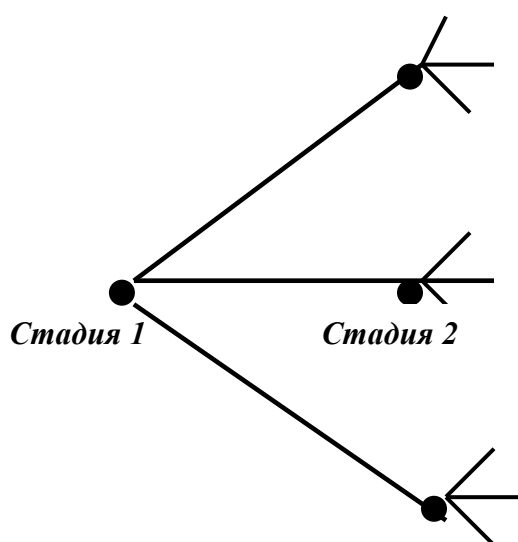


Рис. 4.6. Схема разветвленности многостадийного процесса

$NK$  комбинаций, то есть при  $N = 10$  и  $K = 3$  – всего лишь 30.

При формулировке задачи оптимизации должны быть выявлены: 1) параметры, характеризующие состояние каждой стадии; 2) управляющие параметры на каждой стадии; 3) ограничения, которые накладываются на параметры состояния процесса и управляющие параметры. Кроме того, должны быть составлены: 1) математическое описание для каждой стадии; 2) критерий оптимальности.

Решение задачи проводится в два этапа. На первом этапе определяются оптимальные управления как функции от входных параметров, начиная с последней стадии процесса.

Второй этап решения представляет собой последовательный расчет оптимальных управлений от первой стадии к последней.

## Градиентные методы оптимизации

Градиентные методы оптимизации относятся к численным методам поискового типа. Сущность этих методов заключается в определении значений независимых переменных, дающих наибольшие значения целевой функции. Обычно это достигается *при движении вдоль градиента*, ортогонального к контурной поверхности в данной точке.

Различные поисковые методы отличаются друг от друга в основном способом определения направления движения к оптимуму, размером шага и продолжительностью поиска вдоль найденного направления. Техника поиска экстремума основана на расчетах, которые позволяют определить направление наиболее быстрого изменения оптимизируемого критерия.

К наиболее освоенным градиентным методам относятся *метод крутого восхождения и метод последовательного симплекс-планирования (симплексный метод)*.

Рассмотрим существование этих методов.

### *Метод крутого восхождения или шаговый метод движения к оптимуму*

Этот метод предложен Боксом и Уилсоном для случаев, когда функция отклика непрерывна, однозначна и не имеет особых точек, то есть *поверхность отклика* обладает одной вершиной.

Если между выходной переменной или откликом системы  $y$  и факторами  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  существует функциональная зависимость  $y = \varphi(x_1, x_2, \dots, x_n)$ , то функцию  $\varphi$  называют *функцией отклика*, а геометрический образ, соответствующий функции отклика, называют *поверхностью отклика*.

В случае исследования 2-х факторной зависимости  $y = \varphi(x_1, x_2)$  геометрический образ поверхности отклика можно представить так, как на рис. 4.7.

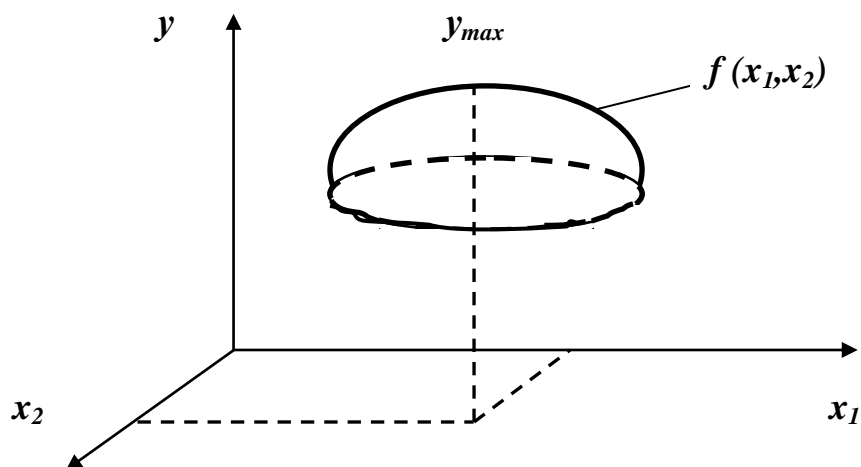


Рис. 4.7. Геометрический образ функции отклика

В плоскостном изображении (рис. 4.8) функцию можно представить в виде изменений значений выходной переменной  $y$  (оптимум находится в центре).

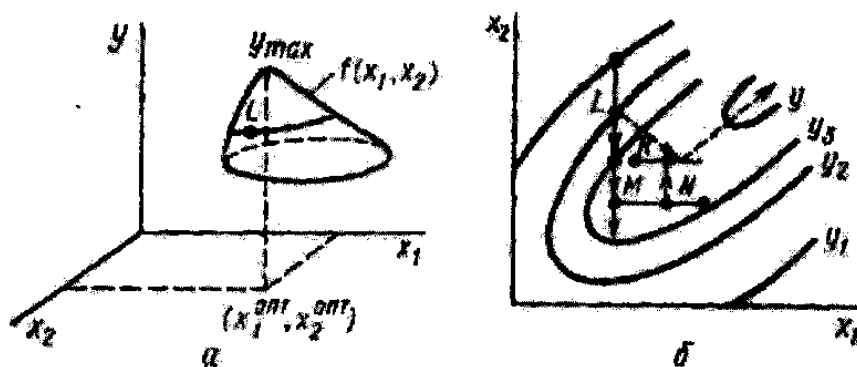


Рис. 4.8. Иллюстрация схемы движения к оптимуму шаговым методом

На основании априорной информации движение начинается с некоторой точки  $L$ , то есть первый опыт ставится в этой точке. В дальнейших опытах фиксируется значение одного из факторов (для примера на рис. 1 4.8 –  $x_1$ ), значение другого фактора изменяется с определенным шагом, движение осуществляется в сторону повышения  $y$  вплоть до точки  $M$ , так как на следующем шаге отмечено понижение значения  $y$ .

От точки  $M$  движение осуществляется в направлении оси  $x_1$  до нового максимума (точка  $N$ ) и т. д.

Является очевидным, что путь движения к оптимуму по ломаной линии  $LMNK\dots$  не является самым коротким.

Кроме того, локальное описание поверхности отклика в этом методе представлено *линейным уравнением регрессии*:

$$y = v_0 + v_1 x_1 + v_2 x_2 + v_{12} x_1 x_2, \quad (4.16)$$

которое позволяет получить лишь (для криволинейной поверхности отклика) приближенные оценки.

Соответственно шаговый процесс продолжается до достижения области близкой к экстремуму или «*почти стационарной области*».

#### Градиентный метод движения к оптимуму

В этом методе в качестве экспериментального плана используется *регулярный симплекс*.

*Симплексом в  $k$ -мерном пространстве* называют выпуклый многогранник, имеющий  $k + 1$  вершину, каждая из которых определяется пересечением  $k$  гиперплоскостей данного пространства.

Примером симплекса в двумерном пространстве, то есть на плоскости, служит треугольник. При планировании экспериментов обычно пользуются так называемыми регулярными симплексами, то есть с равными сторонами.

Метод последовательного симплекс-планирования состоит в следующем. Исходную серию опытов планируют так, чтобы точки, соответствующие-

щие условиям проведения этих опытов, образовывали бы регулярный симплекс в факторном пространстве. После проведения первых трех опытов выявляется вершина, отвечающая наихудшему результату. Далее строится новый симплекс, для чего наихудшая точка исходного симплекса заменяется новой, расположенной симметрично грани, находящейся против наихудшей точки, и т.д. Схема симплексного метода движения к оптимуму представлен на рис. 4.9.

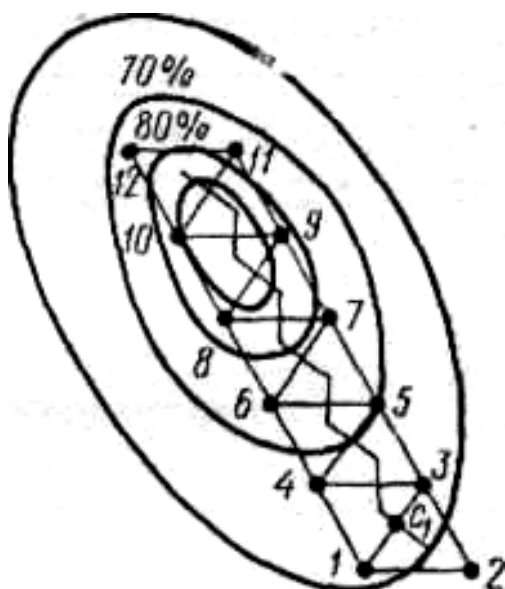


Рис. 4.9. Иллюстрация схемы движения к оптимуму симплексным методом

Первый симплекс на рис. 4.9 представлен точками 1,2,3. Из них точка 2 – наихудшая. Второй симплекс представлен точками 1,3,4, из них точка 4 выбрана как симметричная точке 2.

Такое направленное движение в общем случае не является наиболее «крутым» (коротким), но оно обязательно обращено в сторону повышения качества процесса. Точный оптимум, как и в предыдущем методе, не находится. Симплекс, достигнув области оптимума, начинает вращаться вокруг вершины с максималь-

ным значением отклика.

#### ***4.2.5. Оптимизация экспериментально-математическими методами или методами экстремального планирования многофакторных экспериментов***

##### *4.2.5.1. Возможности оптимизации при экспериментальных исследованиях*

Эксперимент – это главный, основной путь технолога, направленный на добычу информации о технологическом процессе.

Традиционный метод исследования, освоенный за многие столетия человечеством, - это метод «проб и ошибок». Его стратегия, как правило, исходит из предыдущего опыта. Это значит, что многое уже известно относительно исследуемого объекта, но ставится задача обнаружить новые стороны, новые возможности повышения эффективности функционирования этого объекта.

Для наших строительно-технологических объектов задача часто сводится к выявлению действия тех или иных добавок. Эксперименты мы чаще



всего планируем методом перебора, то есть последовательного выявления действия вида, концентрации каждой добавки на одну из выходных переменных технологического процесса. Если исследуются комплексные добавки, то подобная процедура повторяется с добавкой № 2 и т.д. При этом априори считается, что при применении совместно обеих добавок выявленные по каждой из них оптимумы сохраняются. Однако в действительности это далеко не всегда так. Парные, тройные и более высоких уровней взаимодействий эффекты часто бывают иными. И тогда дальнейший поиск оптимума становится громоздким, трудоемким, длительным. Очень важным является и то, что такой *случайный* поиск далеко не всегда выводит исследователя на оптимум. И даже если оптимум достигнут, то отсутствует достоверная оценка для его подтверждения.

Революционный переворот в стратегии экспериментальных исследований произошел во 2-й половине XX столетия. Он связан с развитием методов математического планирования экспериментов. Начало этого направления связывают с выходом в свет в 1923 году печатной работы американца Роберта Фишера. Это были лишь первые теоретические наброски талантливого математика. В 1935 году вышла монография Р. Фишера по планированию эксперимента, которая дала название всему направлению как методам дисперсионного анализа. К началу 50-х годов XX столетия эти методы благодаря работам многих ученых, были четко сформулированы и практически апробированы. Мощный импульс практическому применению методов планирования экспериментов дало развитие вычислительной техники.

В нашей стране широкое применение этих методов началось с работ В.В. Налимова, первая из которых вышла в 1960 году и называлась «Применение математической статистики при анализе вещества».

Сегодня мы рассматриваем планирование эксперимента как новый *кибернетический подход* к организации и проведению экспериментальных исследований сложных систем, который по своей сути нацелен на оптимальный результат.

#### 4.2.5.2. *Общая идеология математических методов планирования экспериментов*

Математическое планирование эксперимента – это процедура выбора числа и условий постановки опытов, необходимых и достаточных для решения поставленной задачи с требуемой точностью, методов математической обработки их результатов и принятия решений. Применяют эти методы, как правило, для решения технологических задач типа «состав-свойства».

Использование методов математического планирования позволяет уменьшить число опытов в сравнении с методом «проб и ошибок» в несколько раз и при этом повысить их информативность.

Теоретические основы методов планирования экспериментов были заложены Р. Фишером и получили общее название «*дисперсионный анализ*».

Планирование эксперимента в дисперсионном анализе состоит в выборе такого способа группировки наблюдений, который позволил бы найти необходимые оценки для выходных переменных и сделать выводы об их адекватности.

Разработанный Р. Фишером *метод факторного эксперимента* для исследования одновременного воздействия многих переменных (многофакторный эксперимент) ознаменовал начало важного этапа развития методов планирования экспериментов – этапа, связанного с оптимальным использованием *факторного пространства*, то есть многомерного пространства факторов, в котором находится искомая точка, соответствующая заданному набору условных факторов.

При этом факторное пространство представляется в виде гиперкуба, число вершин в котором зависит от числа переменных ( $k$ ):

при  $k = 1$  - две вершины, то есть прямая линия;

при  $k = 2$  - четыре вершины, то есть плоскость;

при  $k = 3$  - восемь вершин, то есть привычный для нас куб;

при  $k > 3$  - гиперкуб со многими (больше 8) вершинами.

Рационально расположенные в факторном пространстве экспериментальные точки позволяют получить необходимую информацию об объекте исследования в виде результатов опытов, на основе которых формируется математическая модель исследуемого процесса. Результаты всех серий опытов образуют так называемую *поверхность отклика* – геометрический образ функции отклика.

Значения переменных в факторном пространстве представляют в относительных величинах максимальные (по модулю) значения, которые могут быть  $\pm 1$ .

Таким образом, численные значения каждого компонента может принимать значения в пределах от  $-1$  до  $+1$ . например, содержание некоторой добавки в опыте намечено варьировать в пределах от  $0,5$  до  $1,5\%$ . Для перевода этих значений в относительные величины находят интервал варьирования, исходя из того, что два крайних опыта будут соответствовать двум противоположным вершинам условного гиперкуба, а средний опыт – центру гиперкуба:  $\Delta = \frac{1,5 - 0,5}{2} = 0,5\%$ . Следовательно, в нашем примере  $1\%$  добавки будет соответствовать кодовому значению ноль ( $0$ );  $0,5\%$  будет соответствовать  $-1$ ;  $1,5\%$  будет соответствовать  $+1$ .

Основой любого планирования является полный факторный эксперимент (ПФЭ), в котором реализуются все возможные неповторяющиеся комбинации уровней факторов. Если ставится задача представить результаты опытов линейной моделью, то опыты ставятся только в вершинах гиперкуба. Такое планирование называют планированием типа  $2^k$ , где  $k$  – число варьируемых факторов.

Так, при  $k = 2$  экспериментальные точки с единичными координатами расположены в вершинах квадрата (рис. 4.10), при  $k = 3$  - в вершинах нормального (для евклидовой геометрии) куба (рис. 4.11).

Соответственно требуется:

- при  $k = 2$  - 4 опыта;
- при  $k = 3$  - 8 опытов;
- при  $k = 4$  - 16 опытов и т.д.

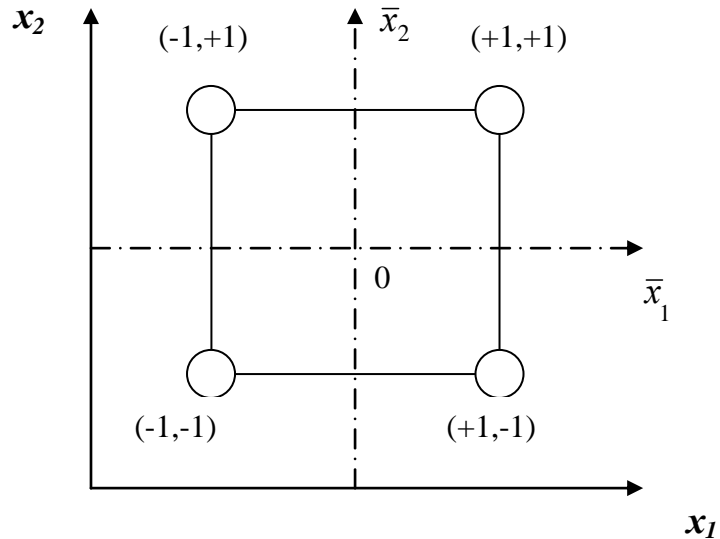


Рис. 4.10. Геометрическое изображение плана  $2^2$ :  
 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$  - координаты в кодовом изображении

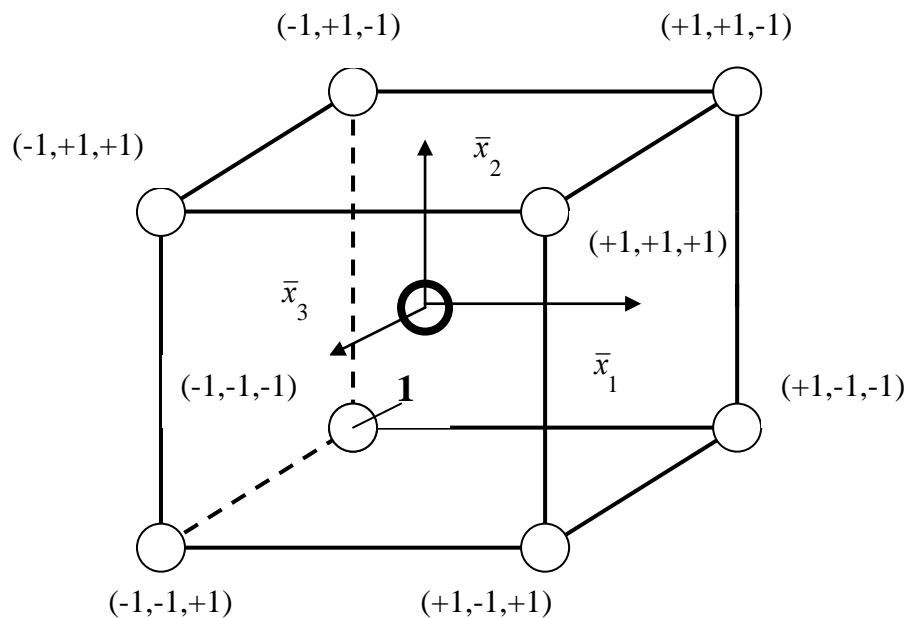


Рис. 4.11. Геометрическое изображение плана  $2^3$

Если ставится задача представить результаты опытов нелинейной математической моделью, то прибегают к планированию типа  $3^k$ , то есть каждый фактор в опытах принимает три значения: +1, 0, -1.

Соответственно требуется:

при  $k = 2$  - 9 опытов;

при  $k = 3$  - 27 опытов;

при  $k = 4$  - 81 опыт и т.д.

Является очевидным, что если поверхность отклика криволинейна, то оптимум в решаемой технологической задаче можно определить только с помощью нелинейной модели типа  $3^k$ . Но постановка ПФЭ требует большого числа опытов и соответственно больших материальных и трудовых затрат, длительного времени. В то же время в теории факторного эксперимента получили надежное обоснование методы постановки дробных планов: так называемых полуреплик, четвертьреплик; широко используются другие сокращенные варианты, например,  $D$ -оптимальное планирование, метод Бокса-Уилсона и др.

*Вид математической модели* может быть различным и его *выбирают*, исходя из конкретных требований постановки экспериментальных исследований. Но в любом случае модель должна быть простой и адекватной, то есть способной предсказать значение выходной переменной (результат эксперимента) с достаточной точностью.

Существуют *полиномиальные, непполиномиальные модели, модели дисперсионного анализа* и др.

Для экстремального планирования эксперимента преимущественное применение получили модели в виде *алгебраических полиномов*.

Так, функцию отклика  $\varphi(x_1, x_2, \dots, x_k)$  с достаточной точностью можно представить в виде полинома степени  $d$  от  $k$  переменных:

$$\eta = \tilde{\epsilon}_o + \sum_{1 \leq i \leq k} \tilde{\epsilon}_i x_i + \sum_{1 \leq i < j \leq k} \tilde{\epsilon}_{ij} x_i x_j + \dots + \sum_{\substack{i_1, i_2, \dots, i_k \\ \sum i_j = d}} \tilde{\epsilon}_{i_1, i_2, \dots, i_k} \dots x_1^{i_1} \cdot x_2^{i_2} \cdot \dots \cdot x_k^{i_k}. \quad (4.17)$$

Например, для  $k = 2$ :

$$\eta = \tilde{\epsilon}_o + \tilde{\epsilon}_1 x_1 + \tilde{\epsilon}_2 x_2 + \tilde{\epsilon}_{12} x_1 x_2 + \tilde{\epsilon}_{11} x_1^2 + \tilde{\epsilon}_2 x_2^2 + \epsilon_{111} x_1^3 + \tilde{\epsilon}_{222} x_2^3 + \dots, \quad (4.18)$$

где  $\tilde{\epsilon}_o, \tilde{\epsilon}_1, \dots$  - теоретические оценки коэффициентов регрессии, соответствующие генеральной совокупности опытов.

Так как полученный в результате опытов ограниченный статистический материал дает возможность определить лишь оценки  $\epsilon_o, \epsilon_1, \dots, \epsilon_k$ , то уравнение регрессии, полученное на основании  $N$  опытов, запишется следующим образом:

$$\hat{y} = \epsilon_o + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \dots + \epsilon_{12} x_1 x_2 + \dots, \quad (4.19)$$

где  $\hat{y}$  - значение выхода, предсказанное уравнением (4.19).

Для большинства технологических задач достаточными считаются полиномы второго порядка:

$$\hat{y} = \epsilon_o + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \dots + \epsilon_{12} x_1 x_2 + \dots + \epsilon_{11} x_1^2 + \epsilon_{22} x_2^2 + \dots \quad (4.20)$$

Структура уравнения (4.20) и принимается как основа дальнейшей математической обработки *методом дисперсионного анализа*.

*Дисперсионный анализ* предполагает определение значений коэффициентов уравнения регрессии, оценку их значимости, оценку адекватности всего уравнения.

Таким образом, общая стратегия методов планирования экстремальных экспериментов и поиска оптимума сводятся к следующим последовательным действиям:

1) априори выбирается общий вид функции, то есть математической модели, с помощью которой можно *количественно* представить исследуемый технологический процесс;

2) составляется план экспериментальных исследований; в любом варианте он должен быть таким, чтобы минимальное количество экспериментальных точек было бы не менее количества коэффициентов в правой части полиномиальной модели плюс один; этим самым обеспечивается максимум одна степень свободы, что необходимо при математической обработке результатов;

3) выполняются экспериментальные исследования;

4) путем дисперсионного анализа результатов спланированных определенным образом экспериментов находятся численные значения коэффициентов уравнения регрессии, в результате чего математическая модель приобретает расчетный вид;

5) получаемая математическая модель исследуется на экстремум одним из известных математических методов, определяются оптимальные значения входных параметров процесса.

Практическую реализацию обозначенной стратегии рассмотрим далее на двух примерах, позволяющих получить линейную и нелинейную (второго порядка) математические модели.

#### *4.2.5.3. Планирование типа $2^k$ с целью получения линейной математической модели*

Первый этап планирования экспериментов во многих случаях бывает нацелен на получение линейной модели и предполагает варьирование факторов на двух уровнях: верхнем и нижнем, что в кодовой записи соответствует значениям +1 и -1.

Линейные планы позволяют в большинстве случаев определить лишь область, близкую к оптимуму. Для определения точного оптимума после предварительных опытов план в области, близкой к оптимуму, расширяют определенным образом так, чтобы к линейным эффектам добавить эффекты более высокого, например, 2-го порядка, что обеспечивает кривизну поверхности отклика и, соответственно, возможность поиска оптимума. Для этого имеется несколько хорошо отработанных методов.

Привлекательность же линейных моделей состоит в их относительно невысокой трудоемкости, простоте обработки экспериментальных результатов. Более того, в ряде случаев пользователя вполне устраивает точность оптимума, найденного с помощью линейной модели. Поэтому рассмотрим более подробно процедуры этого типа планирования.

Полный факторный эксперимент (ПФЭ) типа  $2^k$  дает возможность отдельно определить не только коэффициенты регрессии, соответствующие линейным эффектам, но и коэффициенты, соответствующие всем эффектам взаимодействия факторов между собой. С этой целью план эксперимента преобразуется в матрицу полного факторного эксперимента, на основе которой и выполняются необходимые расчеты.

Рассмотрим такие преобразования на примере ПФЭ  $2^3$ . План экспериментальных исследований представлен в табл. 4.4.

Таблица 4.4

План полного факторного эксперимента  $2^3$

Номера опытов	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{y}$	Номера опытов	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{y}$
1	- 1	- 1	- 1	$\bar{y}_1$	5	+ 1	- 1	- 1	$\bar{y}_5$
2	- 1	- 1	+ 1	$\bar{y}_2$	6	+ 1	- 1	+ 1	$\bar{y}_6$
3	- 1	+ 1	- 1	$\bar{y}_3$	7	+ 1	+ 1	- 1	$\bar{y}_7$
4	- 1	+ 1	+ 1	$\bar{y}_4$	8	+ 1	+ 1	+ 1	$\bar{y}_8$

Примечание:  $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_8$  - средние, по  $n$  образцам, показатели результатов опытов

Уравнение регрессии с учетом парных и тройных взаимодействий будет иметь вид:

$$\hat{y} = \epsilon_0 + \epsilon_1 x_1 + \epsilon_2 x_2 + \epsilon_3 x_3 + \epsilon_{12} x_1 x_2 + \epsilon_{13} x_1 \cdot x_3 + \epsilon_{23} x_2 x_3 + \epsilon_{123} x_1 x_2 x_3. \quad (4.21)$$

Для оценки свободного члена  $\epsilon_0$  и определения эффектов взаимодействия  $\epsilon_{12}, \epsilon_{13}, \epsilon_{23}, \epsilon_{123}$  план эксперимента (табл. 4.4) расширяют до матрицы планирования (табл. 4.5) добавлением фиктивной переменной в виде единичного столбца  $x_0$  – со всеми значениями +1, и столбцов произведений  $\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2, \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3, \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$ .

Матрица полного факторного эксперимента  $2^3$ 

№№ опы- тов	$\bar{x}_0$	План			$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2$ ,	$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3$ ,	$\bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$ ,	$\bar{x}_1 \cdot \bar{x}_2 \cdot \bar{x}_3$ .	Отклик
		$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$					
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	$\bar{y}_1$
2	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	$\bar{y}_2$
3	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	$\bar{y}_3$
4	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	$\bar{y}_4$
5	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	$\bar{y}_5$
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	$\bar{y}_6$
7	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	$\bar{y}_7$
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	$\bar{y}_8$

Является очевидным, что ни столбец фиктивной переменной  $\bar{x}_0$ , ни столбцы произведений переменных не требуют постановки дополнительных опытов.

Приведенная матрица обладает следующими свойствами:

$$\sum_{i=1}^N \bar{x}_{ui} \cdot \bar{x}_{ji} = 0, \quad u \neq j; \quad u, j = 0, 1, \dots, k;$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{x}_{ji} = 0, \quad j \neq 0; \quad (4.22)$$

$$\sum_{i=1}^N \bar{x}_{ji}^2 = N,$$

где  $k$  - число независимых факторов;

$N$  - число опытов;

$u$  и  $j$  - соответствуют номерам факторов в их сочетании;

$i$  - соответствует номеру опыта.

Первое свойство, учитывающее равенство нулю скалярных произведений всех вектор-столбцов (ф. 4.22), называется *свойством ортогональности* матрицы планирования. Это свойство значительно уменьшает трудности, связанные с расчетом коэффициентов уравнения регрессии, так как матрица коэффициентов нормальных уравнений становится *диагональной* и ее диагональные элементы равны числу опытов  $N$ .

Ученые-математики пришли к выводу, что после некоторых преобразований, выполненных с такой матрицей, любой коэффициент уравнения регрессии  $b_i$  определяется скалярным произведением столбца  $\bar{y}$  на соответствующий столбец  $\bar{x}_j$  и делением на число опытов в матрице планирования  $N$ :

$$e_j = \frac{1}{N} \cdot \sum_{i=1}^N \bar{x}_{ji} \bar{y}_i. \quad (4.23)$$

Рассмотрим методику реализации плана  $2^k$  на конкретном примере. Исследовалась зависимость плотности поризованного бетона (пенобетона) от следующих трех факторов:

$x_1$  - частота вращения мешалки турбинного типа, которая может изменяться в процессе приготовления пенобетонной массы в пределах от 600 до 900 мин<sup>-1</sup>;

$x_2$  - дозировка воздухововлекающей добавки, которую следует варьировать в пределах 0,5 - 1,5 % от массы цемента;

$x_3$  - водотвердое (В/Т) отношение, которое находится в пределах 0,5 ... 0,6.

Уровни варьирования факторами и результаты опытов представлены в табл. 4.6.

Таблица 4.6

Уровни варьирования факторов  $x_1, x_2, x_3$  (левая часть таблицы) и матрица планирования  $2^3$

Но- ме- ра опы- тов	Факторы в натуральном масштабе			Факторы в безразмерной системе координат									$\bar{y}_i$ , кг/м <sup>3</sup>
	$x_1$ , мин <sup>-1</sup>	$x_2$ , %%	$x_3$ , доли	$\bar{x}_0$	$\bar{x}_1$	$\bar{x}_2$	$\bar{x}_3$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2$	$\bar{x}_1 \bar{x}_3$	$\bar{x}_2 \bar{x}_3$	$\bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{x}_3$		
1	600	0,5	0,5	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	800	
2	600	0,5	0,6	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	680	
3	600	1,5	0,5	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	650	
4	600	1,5	0,6	+1		+1	+1	-1	-1	+1	-1	520	
5	900	0,5	0,5	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	650	
6	900	1,5	0,6	+1	+1		+1	-1	+1	-1	-1	630	
7	900	1,5	0,5	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	580	
8	900	1,5	0,6	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	450	

Определим (ф. 4.23) коэффициенты уравнения регрессии:

$$e_0 = \frac{800 + 680 + 650 + 520 + 650 + 630 + 580 + 450}{8} = 620;$$

$$e_1 = \frac{-800 - 680 - 650 - 520 + 650 + 630 + 580 + 450}{8} = -425;$$

$$e_2 = \frac{-800 - 680 + 650 + 520 - 650 - 630 + 580 + 450}{8} = -70;$$



$$b_3 = \frac{-800 + 680 - 650 + 520 - 650 + 630 - 580 + 450}{8} = -50;$$

$$b_{12} = \frac{800 + 680 - 650 - 520 - 650 - 630 + 580 + 450}{8} = 7,5;$$

$$b_{13} = \frac{800 - 680 + 650 - 520 - 650 + 630 - 580 + 450}{8} = 12,5;$$

$$b_{23} = \frac{800 - 680 - 650 + 520 + 650 - 630 - 580 + 450}{8} = 15;$$

$$b_{123} = \frac{-800 + 680 + 650 - 520 + 650 - 630 - 580 + 450}{8} = 12,5.$$

Для установления окончательного вида уравнения регрессии выполним дисперсионный анализ экспериментальных данных.

Сначала оценим значимость найденных коэффициентов по критерию

Стьюдента ( $t$ ): 
$$t = \frac{|b_j|}{Sb_j}, \quad (4.24)$$

где  $b_j$  - численное значение коэффициента;

$Sb_j$  - среднее квадратичное отклонение  $j$ -го коэффициента, которое можно определить как:

$$Sb_j = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{N}}, \quad (4.25)$$

где  $S_{воспр}$  - квадратичная ошибка (среднеквадратичное отклонение) определения коэффициентов регрессии:

$$S_{воспр} = \sqrt{S_{воспр}^2}, \quad (4.26)$$

где  $S_{воспр}^2$  - дисперсия воспроизводимости:

$$S_{воспр}^2 = \frac{\sum_{u=1}^{n_o} (y_u^o - \bar{y}^o)^2}{n_o - 1}, \quad (4.27)$$

где  $n_o$  - число поверочных опытов, поставленных в центре плана.

В нашем примере были поставлены три параллельных опыта в центре плана при  $x_1 = 0$  (750 мин<sup>-1</sup>),  $x_2 = 0$  (Д = 1 %),  $x_3 = 0$  (В/Т = 0,55) и получены следующие значения  $y_u^o$ :  $y_1^o = 620 \text{ кг/м}^3$ ;  $y_2^o = 640 \text{ кг/м}^3$ ,  $y_3^o = 655 \text{ кг/м}^3$ .

$$\text{Соответственно } \bar{y}^o = \frac{620 + 640 + 655}{3} = 638 \text{ кг/м}^3,$$

$$S_{воспр}^2 = \frac{(620 - 638)^2 + (640 - 638)^2 + (655 - 638)^2}{2} = 308,5,$$

$$S_{воспр} = \sqrt{308,5} = 17,6,$$

$$Sb_j = \frac{17,6}{\sqrt{8}} = 6,22.$$

Так как диагональные элементы матрицы равны между собой, то все коэффициенты уравнения регрессии определяются с одинаковой точностью:

$$t_o = \frac{|\theta_o|}{S\theta_o} = \frac{620}{6,22} = 99,7;$$

$$t_1 = \frac{|\theta_1|}{S\theta_1} = \frac{42,5}{6,22} = 6,8;$$

$$t_2 = \frac{|\theta_2|}{S\theta_2} = \frac{70}{6,22} = 11,3;$$

$$t_3 = \frac{|\theta_3|}{S\theta_3} = \frac{42,5}{6,22} = 6,8;$$

$$t_{12} = \frac{|\theta_{12}|}{S\theta_{12}} = \frac{7,5}{6,22} = 1,2;$$

$$t_{13} = \frac{|\theta_{13}|}{S\theta_{13}} = \frac{12,5}{6,22} = 2,0;$$

$$t_{123} = \frac{|\theta_{123}|}{S\theta_{123}} = \frac{12,5}{6,22} = 2,0.$$

Если какое-либо из расчетных значений коэффициента Стьюдента оказывается меньше табличного (см. Прил. 3) для уровня значимости  $p = 0,05$  и числа степеней свободы  $f = n_o - 1$ , то такой коэффициент считается незначимым.

В нашем опыте  $f = 3 - 1 = 2$ ;  $t_{p(f)} = 4,3$ .

Так как  $t_{12} < t_{p(f)}$ ;  $t_{13} < t_{p(f)}$ ;  $t_{23} < t_{p(f)}$ ;  $t_{123} < t_{p(f)}$ , то коэффициенты  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{23}$ ,  $\theta_{123}$  можно исключить из уравнения регрессии и оно примет следующий окончательный вид:

$$\hat{y} = 620 - 42,5\bar{x}_1 - 70\bar{x}_2 - 50\bar{x}_3. \quad (4.28)$$

Теперь проверим адекватность полученного уравнения по критерию

Фишера ( $F$ ):

$$F = \frac{S_{ост}^2}{S_{воспр}^2}, \quad (4.29)$$

где  $S_{ост}^2$  - остаточная дисперсия, ее определяют как:

$$S_{ост}^2 = \frac{\sum_{i=1}^8 (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{N-l}, \quad (4.30)$$

где  $l$  - число значимых коэффициентов в уравнении регрессии (4.28),  $l = 4$ .

Выполним по нашему примеру расчет числителя в ф.(4.30) – табл. 4.7.

Таблица 4.7

Расчет значения  $\sum_{i=1}^8 (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$  (пример)

$\hat{y}_i = 620 - 42,5x_1 + 70x_2 - 50x_3$	$(\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2$
$\hat{y}_1 = 620 - 42,5(-1) - 70(-1) - 50(-1) = 782,5$	$(800 - 782,5)^2 = 306,25$
$\hat{y}_2 = 620 - 42,5(-1) - 70(-1) - 50(+1) = 682,5$	$(680 - 682,5)^2 = 6,25$
$\hat{y}_3 = 620 - 42,5(-1) - 70(+1) - 50(-1) = 642,5$	$(650 - 642,5)^2 = 56,25$
$\hat{y}_4 = 620 - 42,5(-1) - 70(+1) - 50(+1) = 542,5$	$(520 - 542,5)^2 = 506,25$
$\hat{y}_5 = 620 - 42,5(+1) - 70(-1) - 50(-1) = 697,5$	$(650 - 697,5)^2 = 2256,25$
$\hat{y}_6 = 620 - 42,5(+1) - 70(-1) - 50(+1) = 597,5$	$(630 - 597,5)^2 = 1056,25$
$\hat{y}_7 = 620 - 42,5(+1) - 70(+1) - 50(-1) = 557,5$	$(580 - 557,5)^2 = 506,25$
$\hat{y}_8 = 620 - 42,5(+1) - 70(+1) - 50(+1) = 457,5$	$(450 - 457,5)^2 = 56,25$
	$\sum_{i=1}^8 (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2 = 4750$

Согласно (4.30):  $S_{ост}^2 = \frac{4750}{8-4} = 1187,5.$

Согласно (4.29):  $F = \frac{678,57}{308,5} = 2,2.$

Уравнение (4.28) считается значимым, если найденное значение критерия Фишера не превышает табулированное значение для  $p = 0,05, f_1 = 4$  (число значимых коэффициентов,  $f_2 = .n_o - 1 = 3 - 1 = 2$ ).

Согласно прил.2  $F_{1-p}(f_1, f_2) = 19,3.$

Следовательно,  $F < F_{1-p}(f_1, f_2)$ ; полученное уравнение адекватно отражает исследуемую зависимость.

В заключение представим полученную зависимость в натуральном масштабе переменных. Представим переменные в кодовой записи через их масштабы:

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 - x_1^0}{\Delta x_1}; \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2 - x_2^0}{\Delta x_2}; \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3 - x_3^0}{\Delta x_3}, \quad (4.31)$$

где  $x_1, x_2, x_3$  - значения переменных в натуральном масштабе;

$x_1^0, x_2^0, x_3^0$  - значения переменных в центре плана;

$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$  - интервал варьирования переменных.

Для нашего примера:

$$\bar{x}_1 = \frac{x_1 - 750}{150}; \quad \bar{x}_2 = \frac{x_2 - 1,0}{0,5}; \quad \bar{x}_3 = \frac{x_3 - 0,55}{0,05}.$$

Подставим значения  $\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3$  в уравнение (4.28) и получим окончательно математическую модель исследуемого процесса в натуральном масштабе переменных:

$$y = 1522,5 - 0,28x_1 - 140x_2 - 1000x_3. \quad (4.32)$$

Полученное уравнение линейного вида может быть использовано для предварительной оценки возможного результата при любом сочетании входных переменных и, следовательно, для определения значений переменных, близких к оптимуму.

#### *4.2.5.4. Планирование экстремальных экспериментов и их описание нелинейными математическими моделями на примере метода Бокса-Уилсона*

Для изучения области оптимума в предположении наличия монотонной выпуклой или вогнутой поверхности отклика должна использоваться степенная функция. Практика показала, что для технологических исследований ее вид можно ограничить полиномом второй степени.

Для аппроксимации полинома второй степени опыты должны быть поставлены для каждой переменной как минимум в трех точках факторного пространства. Это резко увеличивает число планируемых опытов. Так, если для линейной аппроксимации общее число опытов для реализации полного факторного эксперимента (ПФЭ) должно составить  $N = 2^k$ , то для нелинейной аппроксимации  $N = 3^k$ . Таким образом, уже при четырех изменяемых факторах для последнего случая  $N = 81$ . Очевидна чрезвычайная громоздкость экспериментального исследования.

Усилия многих математиков были истрачены на то, чтобы доказать, что адекватная полиномиальная модель может быть получена и при меньшем числе опытов. Так появились дробные факторные эксперименты (дробные реплики) – полуреплики, четвертьреплики и т.д. Соответствующие методики можно найти в специальной литературе.

Метод Бокса-Уилсона также представляет собой разновидность неполного факторного эксперимента, получившего достаточно надежное обоснование.

Рассмотрим более подробно сущность этого метода.

Соответствующие планы проведения опытов получили название *композиционных* или *последовательных*.

При  $k < 5$  (в наших исследованиях мы не будем нарушать это условие и в качестве примера рассмотрим вариант  $k = 3$ ) ядро композиционного плана составляет ПФЭ типа  $2^k$ . К этому плану добавляют  $2k$  «звездных точек», расположенных на координатных осях факторного пространства с координатами:

$(\pm\alpha, 0, 0), (0, \pm\alpha, 0), (0, 0, \pm\alpha)$ , где  $\alpha$  - звездное плечо, равное расстоянию от центра плана до звездной точки. Значения звездного плеча  $\alpha$  табулировано (табл. 4.8).

Таблица 4.8

Значения  $\alpha^2$  для различного числа факторов  $k$  и количества опытов в центре плана  $n_0$

$n_0$	$k$					$n_0$	$k$			
	2	3	4	5			2	3	4	5
1	1,00	1,476	2,00	2,39		6	1,742	2,325	2,950	3,31
2	1,160	1,650	2,164	2,58		7	1,873	2,481	3,140	3,49
3	1,317	1,881	2,390	2,77		8	2,00	2,633	3,310	3,66
4	1,475	2,000	2,580	2,95		9	2,113	2,782	3,490	3,83
5	1,606	2,164	2,770	2,14		10	2,243	2,928	3,660	4,00

Схематически композиционный план при  $k = 3$  имеет вид (рис. 4.12).

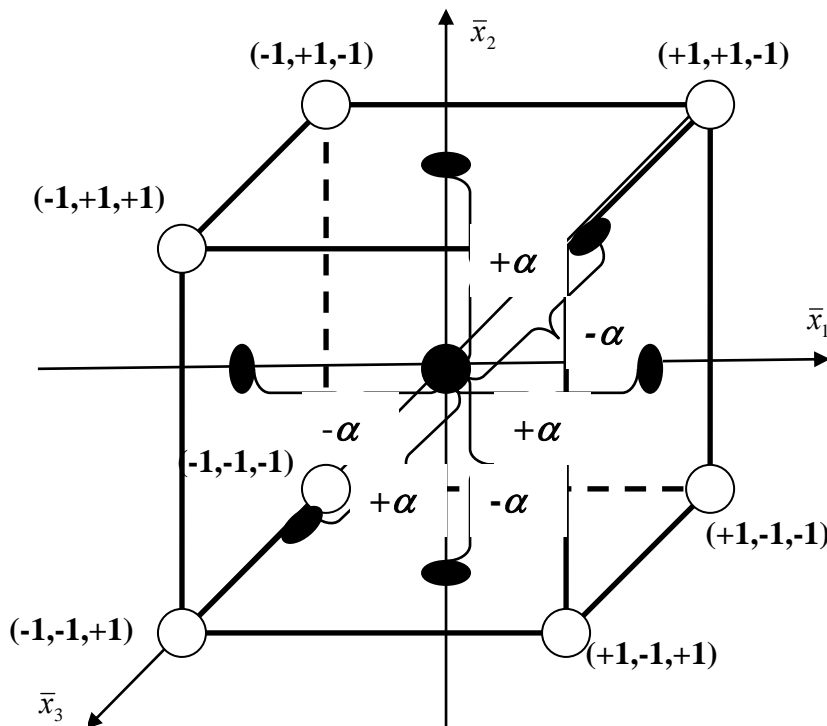


Рис. 4.12. Схема композиционного плана при  $k=3$

Полиномиальное уравнение регрессии второго порядка для трех факторов будет иметь следующий вид:

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2, \quad (4.33)$$

где  $\hat{y}$  - теоретическое (расчетное) значения функции отклика;

$b_0$  - свободный член;

$b_1, b_2, b_3$  - коэффициенты, отражающие силу влияния на выходную переменную каждого фактора в отдельности;  
 $b_{12}, b_{13}, b_{23}$  - коэффициенты, учитывающие силу парного взаимодействия факторов;  
 $b_{11}, b_{22}, b_{33}$  - коэффициенты, отражающие степень кривизны изучаемой зависимости.

С учетом рис. 4.12 и уравнения (4.33) план экспериментальных исследований для трех факторов в табличной форме будет иметь вид (табл. 4.9).

Таблица 4.9

План факторного эксперимента  $2^3$  с дополнениями  
 в виде звездных точек

Номера опытов	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$y_{j1}$	$y_{j2}$	...	$y_{jn}$	$\bar{y}$
1	-1	-1	-1					
2	-1	+1	-1					
3	-1	+1	+1					
4	-1	-1	+1					
5	+1	-1	-1					
6	+1	+1	-1					
7	+1	+1	+1					
8	+1	-1	+1					
9	$+\alpha$	0	0					
10	$-\alpha$	0	0					
11	0	$+\alpha$	0					
12	0	$-\alpha$	0					
13	0	0	$+\alpha$					
14	0	0	$-\alpha$					
15	0	0	0					
16	0	0	0					
...	...	...	...					
$N$	...	...	...					

В табл. 4.9, кроме 8 опытов, соответствующих вершинам гиперкуба на рис. 4.12, представлены опыты в звездных точках (№№ 9 - 14) и дополнительные опыты (№№ от 15 до  $N$ ) со значениями переменных в нулевой точке плана, их среднее значение ( $\bar{y}_0$ ) будет использовано при определении свободного члена  $b_0$  уравнения регрессии (4.33) как:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} y_{0i}}{n_0}, \quad (4.34)$$

где  $n_0$  - число поверочных опытов в нулевой точке.

Расчет остальных коэффициентов уравнения регрессии выполняется по правилам матричной алгебры, представленным в п. 4.2.5.3. Соответственно план экспериментальных исследований (табл. 4.9) должен быть дополнен до матричной формы путем введения столбцов для так называемой фиктивной переменной  $x_0$  и для произведений  $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$ , учитывающих парные взаимодействия; для квадратичных членов  $x_1^2, x_2^2, x_3^2$ , учитывающих кривизну исследуемой зависимости.

С учетом вышеизложенного композиционный план  $2^3$  в матричной форме представлен в табл. 4.10. Такую матрицу называют информационной.

Таблица 4.10

Композиционный план  $2^3$  в матричной форме

Номера опытов	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$x_1^2$	$x_2^2$	$x_3^2$	$\bar{y}_j$
1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	
2	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	
3	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	
4	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	
5	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	
6	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	
7	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	
8	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	
9	+1	$+\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	0	0	
10	+1	$-\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	0	0	
11	+1	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	0	
12	+1	0	$-\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	0	
13	+1	0	0	$+\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	
14	+1	0	0	$-\alpha$	0	0	0	0	0	$\alpha^2$	
15	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
·											
·											
·											
N	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Однако, информационная матрица по своей сути неортогональна (ортогональность – обязательное условие выполнения намеченных действий с матрицей) и не позволяет сразу вычислить коэффициенты уравнения регрессии.

Ортогональность матрицы композиционного плана достигается специальным ее обращением и строгим выбором величины звездного плеча из условия равенства нулю недиагональных элементов обратной матрицы.

Согласно табл. 4.8, для композиционного плана  $2^3$   $\alpha^2 = 1,476$ , соответственно длина звездного плеча  $\alpha = \sqrt{1,476} = 1,215$ .

Для обращения информационной матрицы в ортогональную необходимо также выполнить следующие линейные преобразования квадратичных

$$\text{столбцов } x_j^2: \quad x_j^1 = x_j^2 - \bar{x}_j^2 = x_j^2 - \frac{\sum_{j=1}^N x_{jj}^2}{N}. \quad (4.35)$$

Соответственно выполненным преобразованиям, полиномиальное уравнение регрессии принимает вид (для  $k = 3$ ):

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + \\ & + b_{11} (x_1^2 - \bar{x}_1^2) + b_{22} (x_2^2 - \bar{x}_2^2) + b_{33} (x_3^2 - \bar{x}_3^2). \end{aligned} \quad (4.36)$$

После этого композиционный план  $2^3$  в матричной расчетной (ортогональной) форме будет выглядеть так, как представлено в табл.4.11.

Таблица 4.11

Ортогональный план второго порядка:  $k = 3$ ;  $n_0 = 1$ ;  $N = 15$

Номера опытов	$x_0$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x'_1$	$x'_2$	$x'_3$	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_2 x_3$	$\bar{y}_j$
1	+1	-1	-1	-1	0,22	0,27	0,27	+1	+1	+1	
2	+1	-1	+1	-1	0,22	0,27	0,27	-1	+1	-1	
3	+1	-1	+1	+1	0,22	0,27	0,27	-1	-1	+1	
4	+1	-1	-1	+1	0,22	0,27	0,27	+1	-1	-1	
5	+1	+1	-1	-1	0,22	0,27	0,27	-1	-1	+1	
6	+1	+1	+1	-1	0,22	0,27	0,27	+1	-1	-1	
7	+1	+1	+1	+1	0,22	0,27	0,27	+1	+1	+1	
8	+1	+1	-1	+1	0,22	0,27	0,27	-1	+1	-1	
9	+1	0	0	0	-0,78	-0,78	-0,78	0	0	0	
10	+1	+1,215	0	0	0,70	-0,78	-0,78	0	0	0	
11	+1	-1,215	0	0	0,70	-0,78	-0,78	0	0	0	
12	+1	0	+1,215	0	-0,78	0,70	-0,78	0	0	0	
13	+1	0	-1,215	0	-0,78	0,70	-0,78	0	0	0	
14	+1	0	0	+1,215	-0,78	-0,78	0,70	0	0	0	
15	+1	0	0	-1,215	-0,78	-0,78	0,70	0	0	0	
16	-	0	0	0	-	-	-	0	0	0	
17	-	0	0	0	-	-	-	0	0	0	
18	-	0	0	0	-	-	-	0	0	0	



Из нее следует, что экспериментальная часть трехфакторного эксперимента будет состоять из 15 опытов, в каждом из которых будут заданы исходные значения переменных  $x_1x_2x_3$  в той последовательности, как это представлено в плане.

Разумеется, в опытах будут задаваться не кодированные значения переменных, а их натуральные значения. Для этого необходимо выполнить пересчет кодированных значений в натуральные (см. п. 4.2.4.3).

После выполнения экспериментальной части и получения значений  $\bar{y}_{ij}$  приступают к расчетам коэффициентов уравнения регрессии и оценкам адекватности полученной таким образом математической модели исследуемого процесса, то есть к дисперсионному анализу.

Независимые оценки коэффициентов уравнения регрессии рассчитывают по формуле:

$$b_i = \frac{\sum_{j=1}^N x_{ji} \cdot y_j}{\sum_{j=1}^N x_{ji}^2}. \quad (4.37)$$

Дисперсия коэффициентов:

$$S_{bi}^2 = \frac{S_{\text{воспр}}^2}{\sum_{j=1}^N x_{ji}^2}. \quad (4.38)$$

Дисперсия воспроизводимости  $S_{\text{воспр}}^2$  определяется по четырем дополнительным опытам, поставленным в нулевой точке (опыты 9, 16, 17, 18 см. табл. 4.19):

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum_{u=1}^4 y_u}{4}. \quad (4.39)$$

$$S_{\text{воспр}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^4 (y_u - \bar{y}_0)^2}{4 - 1}. \quad (4.40)$$

Значимость коэффициентов уравнения регрессии проверяется по критерию Стьюдента ( $t_i$ ), как отношению абсолютной величины коэффициента ( $b_i$ ) к его ошибке ( $S_{bi}$ ):

$$t_i = \frac{b_i}{S_{bi}}. \quad (4.41)$$

При этом следует иметь в виду, что коэффициенты уравнения регрессии, получаемые при помощи ортогональных планов второго порядка, определяются с разной точностью. При  $k \leq 5$  применяют следующие формулы:

$$S_{b_0} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{N}}, \quad (4.42)$$

$$S_{bj} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^k + 2\alpha^2}}, \quad \text{где } j = 1, 2 \dots k, \quad (4.43)$$

$$S_{b_{uj}} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^k}}, \quad \text{где } u, j = 1, 2 \dots k, \neq \quad (4.44)$$

$$S_{b_{jj}} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^k (1 - x_j^2)^2 + 2(\alpha^2 - x_j^2)^2 + n_0(x_j^2)}}. \quad (4.45)$$

Для ортогонального плана, представленного в табл. 4.11, для  $N = 15$  будем иметь:

$$S_{b_0} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{15}} = \frac{S_{воспр}}{3,873}$$

$$S_{bj} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^3 + 2 \cdot 1,476}} = \frac{S_{воспр}}{3,309};$$

$$S_{b_{uj}} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^3}} = \frac{S_{воспр}}{2,828};$$

$$S_{b_{jj}} = \frac{S_{воспр}}{\sqrt{2^3 (1 - 0,78)^2 + 2(1,476 - 0,78)^2 + 1 \cdot 0,78}} = \frac{S_{воспр}}{1,458}.$$

Коэффициент Стьюдента значим, если  $t_i > t_p(f_2)$ , где  $f_2$  – число степеней свободы дисперсии воспроизводимости (в нашем случае  $f_2 = 4 - 1 = 3$ ).

Табличные значения критерия Стьюдента приведены в Приложении 3.

После исключения незначимых коэффициентов записывают полиномиальное уравнение регрессии в безразмерном виде с учетом выполненных ранее (ф. 4.35) преобразований:

$$\begin{aligned} \hat{y} = & b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + \\ & + b_{11}(x_1^2 - 0,78) + b_{22}(x_2^2 - 0,78) + b_{33}(x_3^2 - 0,78) = [b_0 + 0,78(b_{11} + b_{22} + b_{33})] + \\ & + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_{12} x_1 x_2 + b_{13} x_1 x_3 + b_{23} x_2 x_3 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{33} x_3^2. \end{aligned} \quad (4.46)$$

Далее по критерию Фишера ( $F$ ) 
$$F = \frac{S_{ост}^2}{S_{воспр}^2} \quad (4.47)$$

определяется адекватность полученного уравнения. Уравнение адекватно, если  $F < F_{1-p}(f_1, f_2)$  где  $f_1 = N - l$ ;  $f_2 = k - 1$ , где  $N$  - число всех опытов;

$l$  - число значимых коэффициентов в уравнении регрессии.

Остаточная дисперсия  $S_{ост}^2$  в ф.(4.46) вычисляется как:

$$S_{ост}^2 = \frac{\sum_{j=1}^N (\bar{y}_j - y_j)^2}{N - l}, \quad (4.48)$$

где  $N$  - число всех опытов;

$l$  - число значимых коэффициентов в уравнении регрессии;

$\bar{y}_j$  - средний (в строке) показатель из 3-х-6-и образцов-близнецов;

$y_j$  - расчетное (по полученному уравнению регрессии) значение  $y_j$   
в каждой строке.

Методика конкретной постановки экспериментальных исследований по методу Бокса-Уилсона отрабатывается в лабораторном практикуме.

## 5. МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

### 5.1. Механические процессы в строительном материаловедении, в строительной механике, в строительных технологиях

Как уже ранее отмечалось, к механическим процессам относят процессы, описываемые законами механики твердых тел, то есть те процессы, которые в сфере человеческой деятельности встречаются наиболее часто (любой механический станок, транспортные средства и т.п.). Мы же выделим только те из них, которые непосредственно присутствуют в строительных технологиях и связаны с переработкой сырьевых материалов и полуфабрикатов, а это, в основном, процессы грубого и тонкого измельчения материалов. При этом мы пока не ставим своей целью изучение принципов расчета и работы соответствующих машин (такие задачи будут освоены при изучении дисциплины «Механическое оборудование предприятий стройиндустрии»). Наша цель – познать достаточно глубоко сущность процесса измельчения, закономерности его протекания с тем, чтобы осознанно подойти к вопросам оптимального использования в строительных технологиях измельчительного оборудования, то есть дробилок и мельниц.

Дробление и помол – это процессы разрушения структуры исходного материала до заданной крупности. Поэтому изучать эти процессы следует с позиций современной науки – механики разрушения.

Вообще механика разрушения как наука возникла и развивалась в направлении достижения одной, единственной цели: научиться проектировать и создавать достаточно прочные и надежные конструкции. А это возможно лишь познав механику их разрушения. В строительных вузах механика разрушения изучается в таких дисциплинах, как сопротивление материалов, строительная механика, в некоторых специальных дисциплинах (например, в Воронежском государственном архитектурно-строительном университете – в дисциплине «Механика прочности и разрушения материалов и конструкций», автор курса д.т.н., проф., академик РААСН Е.М. Чернышов). Поэтому здесь мы не будем подменять названные дисциплины, а обозначим лишь те моменты, которые необходимы для понимания рассматриваемых процессов.

Механика разрушения как наука включает в себя три взаимосвязанные, взаимопроникающие, взаимодополняющие друг друга составляющие: материаловедение, прикладную механику и ее технические приложения.

Рассмотрим вначале основные научные положения первых двух составляющих, а затем на их основе попытаемся спрогнозировать хотя бы в первом приближении оптимальные направления реализации технологических процессов.

## 5.2. Структура и механические свойства материалов (основные положения современного материаловедения)

Материаловедение как наука о законах проявления свойств материалов, как составная часть механики разрушения оперирует нижеследующими показателями механических свойств материалов.

*Твердость* – свойство материалов оказывать сопротивление местной пластической деформации при контактном силовом воздействии.

*Упругость* – способность восстанавливать первоначальные размеры и объем после снятия нагрузки.

*Прочность* – свойство материала в определенных условиях и пределах сопротивляться разрушению.

*Пластичность* – свойство материала деформироваться без разрушения под действием внешних сил и сохранять новую форму после прекращения действия этих сил.

*Вязкость* – способность материалов поглощать энергию при пластическом деформировании. Вязкость непосредственно не измеряется; косвенными показателями могут быть значения энергии разрушения при статическом и динамическом приложении нагрузки. *Ударная вязкость* – это механическая характеристика, оценивающая работу разрушения надрезанного образца при ударном изгибе на маятниковом копре.

*Модуль упругости* – коэффициент пропорциональности, связывающий обратимую деформацию с напряжением.

Глубинная сущность этих свойств для любого материала связана с его составом и структурой.

Современные средства диагностики позволяют оценивать структуру материалов комплексно, на нескольких масштабных уровнях: на субмикро- и микроуровне, мезоуровне, макроуровне. Суммарная информация по оценке структуры на всех масштабных уровнях и дает полное представление о механических свойствах материалов.

### 5.2.1. Проявление свойств материалов на атомно-молекулярном уровне (субмикроуровне)

Свойства твердых тел такие, как прочность, температура плавления, теплоемкость и др., определяются тремя основными факторами: природой химических связей между составляющими вещество химическими элементами, энергией связей и строением вещества в целом. По значению энергии химических связей можно судить об устойчивости этих соединений: чем прочнее связь, тем больше энергии необходимо затратить на любое превращение материала в ходе технологического процесса, в том числе – и на измельчение.

Напомним, что химические связи делят на два основных вида: *ионные* или *электростатические*, и *атомные* или *ковалентные*. Помимо этих

главных, широко проявляющих себя связей, различают металлическую и водородную связи.

Современные представления о возникновении *ионной связи* сводятся к тому, что при взаимодействии двух атомов один из них отдает, а второй присоединяет электроны; при этом первый атом превращается в положительно заряженный ион (катион), а второй – в отрицательно заряженный ион (анион). Отрыв электрона требует затрат энергии, которая называется *энергией ионизации*. Количественную характеристику способности атомов отдавать или присоединять электроны называют *электроотрицательностью* атома. Этот показатель учитывает совместное влияние на акт взаимодействия частиц (атомов, ионов, молекул), их размеров, количества электронов в структуре атома и их распределения на энергетических уровнях.

Таким образом, электроотрицательность атома можно оценить как меру силы, с которой он притягивает к себе электрон.

Если существуют большие различия в значениях электроотрицательностей взаимодействующих атомов, то возникает химическая связь, которая называется ионной. В целом ионные связи достаточно прочны, ненаправлены в пространстве и ненасыщенны. Соединений с чисто ионной связью в природе сравнительно немного. Большинство соединений, которые относят к ионным, имеют частично ионные связи. Например, в соединении *Ca-O* степень ионности составляет 79 %, а в оксиде кремния степень ионности связи *Si-O* равна приблизительно 50 %.

Если относительная разность электроотрицательностей двух взаимодействующих атомов мала или близка к нулю, то это является признаком образования связи, которая называется *атомной* или *ковалентной*. В идеальном случае ковалентная связь образуется между одинаковыми атомами, например, в виде молекулы кислорода ( $O_2$ ), водорода ( $H_2$ ) и т.п. Такая связь характеризуется наличием *общей пары электронов* с антипараллельными спинами. При сближении атомов до определенного расстояния происходит перекрывание молекулярной орбитали с максимальной электронной плотностью в пространстве между ядрами, что вызывает их сближение.

Таким образом, ковалентную связь можно представить как обобществление валентных электронов взаимодействующих атомов, что делает эту связь относительно самой сильной, насыщенной, строго направленной.

*Металлическая связь* характеризуется нелокализованным перемещением обобщенных электронов по доступным орбиталям всех соседних атомов. Эта связь ненаправленна, достаточно прочная. Для природных каменных материалов она не характерна.

*Водородная связь* возникает между молекулами, в состав которых входит водород и сильно электроотрицательный элемент, например, кислород, хлор. Поскольку в таких молекулах общая электронная пара сильно смещена от атома водорода к атому электроотрицательного элемента, то протон  $H^+$ , который обладает уникальными свойствами (самым малым радиусом и отсутствием внутренних электронных слоев), способен проникать в электрон

ную оболочку отрицательно поляризованного атома соседней молекулы; возникает электростатическое притяжение, что и приводит к образованию водородной связи, которая имеет частично ионный и частично донорно-акцепторный характер.

Энергия водородной связи значительно меньше энергии ковалентной связи, но ее наличия достаточно, чтобы вызвать ассоциацию молекул. Такой тип связи реализуется в природных кристаллогидратах, например, в глинистых минералах.

Молекулы, входящие в состав природных минералов, образованы, как правило, на основе комбинированных ионно-ковалентных связей. Поэтому понятие *степени ионности* для них сохраняется. Это является причиной строго определенного пространственного расположения ионов в структуре минералов. Число ближайших атомов (ионов), расположенных вокруг центрального атома (иона), независимо от природы связей, принято называть *координационным числом атома (иона)* – к.ч. Именно координационное число определяет тип образующейся структуры.

Тип структуры, например кристаллической, зависит от величины отношения радиуса катиона ( $r_k$ ) к радиусу аниона ( $r_a$ ). Для каждой структуры можно вычислить теоретический предел отношения  $r_k/r_a$ :

при  $r_k/r_a = 0,225 - 0,414$  образуются структуры с к.ч. = 4;

при  $r_k/r_a = 0,414 - 0,732$  образуются структуры с к.ч. = 6.

Так, в минералах-силикатах, как основной составляющей многих материалов природного происхождения, присутствуют кремнекислородные элементы, представленные устойчивыми тетраэдрами  $[SiO_4]^{4-}$ , алюмокислородными тетраэдрами  $[AlO_4]^{5-}$  при к.ч. = 4 и октаэдрами  $[AlO_4]^{9-}$  при к.ч. = 6.

Для ковалентной связи характерно явление гибридизации атомных орбиталей, обуславливающее симметричное распределение электронной плотности в молекулах. Гибридные орбитали часто имеют тетраэдрическое расположение, а углы между связями имеют строго фиксированное значение –  $109^\circ 28'$ .

Таким образом, природа химических связей является определяющим фактором для силы (энергии) связей, структуры материалов и их основных свойств.

### 5.2.2. Проявление свойств материалов на надмолекулярном уровне (микроуровне)

Надмолекулярный уровень отнесем к строению твердой фазы в общей структуре материала.

При этом под фазой будем подразумевать часть гетерогенной системы, ограниченной поверхностью раздела и характеризующейся в отсутствие внешнего поля сил одинаковыми физическими свойствами во всех своих точках.

Среди природных материалов встречаются разнообразные твердые фазы с различной степенью упорядоченности. Например, каждый атом кальция в природном гипсовом камне окружен шестью комплексными группами, состоящими из четырех тетраэдров  $[SO_4]^{2-}$  и двух молекул воды, а также соседних элементов второго и третьего порядков, расположенных по строго заданным направлениям и на определенных расстояниях. Подобные твердые тела с высокой степенью упорядоченности называют *кристаллическими*.

А вот в кварцевом стекле наличие «соседей» второго и третьего порядков не является строго заданным, хотя каждый атом кремния координируется с четырьмя соседними атомами кислорода, находящимися на расстоянии 0,16 нм, а каждый атом кислорода – с двумя атомами кремния. Подобные твердые тела называют *некристаллическими* или *аморфными*.

При нормальных условиях все твердые металлы, а также большинство природных минералов относятся к категории кристаллических материалов. Некоторые из горных пород являются полностью или частично аморфными. Чисто кристаллические фазы обладают хрупкостью, а их прочностные и деформативные свойства определяются структурой и другими характеристиками составляющих их кристаллов. Присутствие аморфных фаз вносит свои особенности в реологию материалов.

По внутренней структуре и внешнему строению кристаллы различных соединений характеризуются значительным разнообразием, что, безусловно, отражается на их свойствах. Большое влияние на свойства твердых фаз оказывают структурные несовершенства в кристаллах. В реальных твердых фазах всегда содержатся дефекты, которые по геометрическому признаку подразделяются на четыре группы: точечные, линейные, поверхностные (плоские) и объемные.

К *точечным дефектам* относят: свободные места в узлах кристаллической решетки – *вакансии*; атомы основного вещества, сместившиеся из узлов кристаллической решетки в междоузлия – *межузельные атомы*; атомы других элементов, находящиеся как в узлах, так и в междоузлиях кристаллической решетки – *примесные атомы* (рис. 5.1).

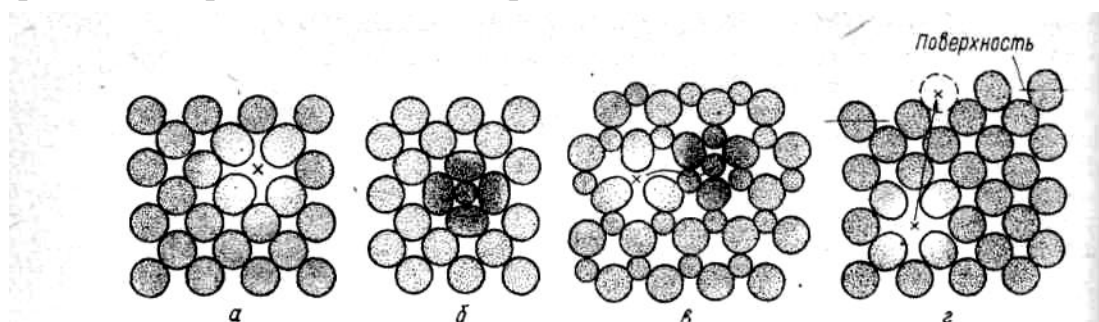


Рис. 5.1. Точечные дефекты<sup>^</sup>

- а) – вакансии; б) – межузельный атом;  
 в) - смещение атома в междоузлие (дефект Френкеля);  
 г) смещение к поверхности



Точечные дефекты характерны для большинства реальных кристаллических фаз. Вакансии и межузельные атомы появляются в кристаллах при любой температуре выше абсолютного нуля из-за тепловых колебаний атомов. В результате флуктуации кинетической энергии возможно преодоление атомами потенциального барьера, необходимого для образования дефекта. Вероятность этого явления увеличивается с повышением температуры по экспоненциальному закону.

Межузельные атомы и вакансии являются в кристалле центрами локального упругого расширения или сжатия кристаллической решетки, что влияет на физические свойства материала.

*Линейные дефекты* в двух измерениях имеют атомные размеры, а в третьем их размер значительно больше, в некоторых случаях этот размер может быть даже сравним с размером кристалла. *К линейным дефектам относятся дислокации, цепочки вакансий и межузельных атомов.*

Дислокация представляет собой одномерный дефект, выявляющийся лучше всего при рассмотрении среза кристалла в электронный микроскоп после сдвига (рис. 5.2).

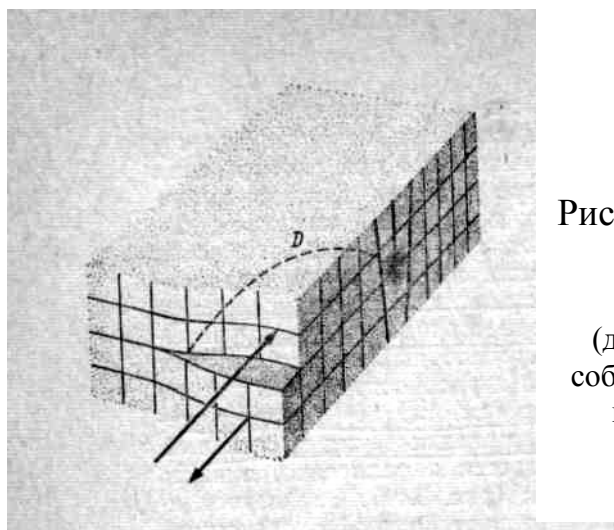


Рис. 5.2. Дислокация, образовавшаяся в результате сдвига:

(дислокационная петля  $D$  представляет собой линию несогласованности решеток; все остальные элементарные ячейки не нарушены)

Между участком кристалла, претерпевшим скольжение, и сохранившимся участком остается линия несовпадения элементарных кристаллических ячеек, называемая дислокацией. Продолжающийся процесс скольжения вызывает разрыв межфазных связей и последующее движение дислокации в кристалле, приводя к распространению сдвигового смещения. *Пластическая деформация* материала при нагружении как раз и является результатом непрерывного генерирования и движения таких дислокаций.

В настоящее время многие проблемы современного материаловедения рассматриваются исследователями с использованием *теории дислокаций*. Это касается вопросов прочности и пластичности, кристаллизации из расплава, фазовых и структурных превращений в твердом состоянии.

*Поверхностные дефекты* присущи поликристаллам. *Поликристаллы* – твердые тела, состоящие из множества различно ориентированных зерен, отделенных друг от друга границами (рис. 5.3).

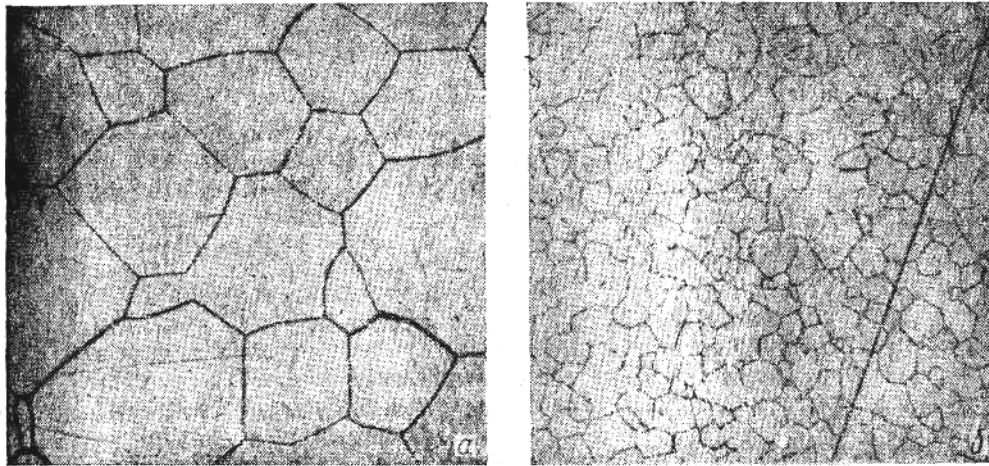
*a**б*

Рис. 5.3. Границы зерен  $\times 250$ :  
 а) молибден; б) высокоплотный оксид магния

*Границей*, в данном случае, называется поверхность раздела, по обе стороны от которой кристаллические решетки различаются пространственной ориентацией. Вблизи границ нарушается правильность расположения атомов, скапливаются дислокации, имеет место повышенная концентрация примесей.

К поверхностным дефектам относят также симметричные переориентации областей кристаллической решетки, то есть эффекты *двойникования*.

Поверхностные дефекты влияют на механические и физические свойства материалов. Особенно большое значение имеют границы зерен. В частности, пределы прочности и текучести часто зависят от размера зерен.

В качестве *объемных дефектов* выступают поры и трещины, которые ухудшают прочностные свойства кристаллических тел, служат стоками для линейных и точечных дефектов, местами зарождения микротрещин в материале.

Таким образом, дефекты кристаллической структуры во многом определяют поведение материала под нагрузкой.

### 5.2.3. Проявление свойств природных материалов на уровне их макроструктуры

В качестве сырьевых материалов, подвергаемых дроблению и помолу, используют в большинстве случаев природные каменные материалы, то есть материалы с определенным типом структуры, составными элементами которой могут быть зерна кристаллов, скрытно-кристаллическая или стекловидная масса, другая цементирующая связка. Соответственно каждый из этих материалов в процессе измельчения будет вести себя определенным образом.

По привычной для нас классификации горные породы по происхождению делятся на три класса: *магматические, осадочные и метаморфические*.

Из них *магматические*, безусловно, характеризуются наиболее высокими показателями плотности и прочности, унаследованными от магмы, структура которой первоначально формировалась в условиях высоких давлений земной коры. При этом в зависимости от того, как происходило излияние магмы из недр Земли, образовались породы с двумя типами структур: 1 – с *полнокристаллической* или *зернисто-кристаллической структурой*; 2 – с *плотной стекловидной структурой*. Первый тип структуры принадлежит к так называемым *интрузивным*, то есть излившимся внутрь под твердую оболочку Земли (литосферу) породам. Так как излившаяся магма при этом остывала очень медленно и долго, то ее многообразные составляющие превратились в четко выраженные крупные кристаллы, называемые породообразующими минералами (кварц, полевые шпаты, слюды, пироксены, амфиболы и др.). Соответственно свойства интрузивных пород зависят, главным образом, от свойств составляющих их кристаллов, их взаимной ориентации и прочности срастания кристаллов между собой. К интрузивным породам относят гранит, сиенит, габбро, лабрадорит, кварцевые порфиры, порфириты. Все эти породы, особенно гранит, характеризуются высокой плотностью (2600 - 2900 кг/м<sup>3</sup>), высокой прочностью (до 150 МПа); разрушение, равновероятное по всем направлениям, происходит как по межкристаллическим границам, так и непосредственно по самим кристаллам.

Второй тип структуры (плотная, стекловидная) принадлежит *эффузивным*, то есть излившимся на поверхность Земли, массам. Так как остывание этих масс происходило относительно быстро, то при том же вещественном составе, что и у интрузивных пород, эффузивные породы образовались в виде плотных, микрокристаллических сплошностей, отличающихся высокой плотностью (3000 - 4100 кг/м<sup>3</sup>), высокой прочностью (до 500 МПа). Разрушение – хрупкое, путем раскалывания.

К эффузивным плотным породам относят диабаз, базальт, андезит, трахит. Но существуют и пористые эффузивные породы, такие как вулканический туф, пемза, которые требуют невысоких энергетических затрат на измельчение.

*Осадочные горные породы*, как известно, подразделяются на три группы: *обломочные, химические, биологические*.

*Обломочные породы* бывают *рыхлые* и *цементированные*.

К *рыхлым породам*, в наибольшей степени используемым в строительстве, относятся песок кварцевый, гравий, валуны. Песок в основной своей массе представлен минералом *кварцем*, а гравий и валуны являют собой остатки магматических пород самого различного состава.

Из *цементированных осадочных пород* наибольшее применение в строительстве имеют песчаники и кварциты.

*Песчаники* представляют собой зерна песка, склеенные природным цементом. Различают (по типу цементации) следующие виды песчаников:

1) кремнистый; 2) глинистый; 3) известковый; 4) железистый; 5) битуминозный; 6) гипсовый и др.

Из перечисленных разновидностей наиболее высокими качественными показателями обладают *кремнистые песчаники*, которые имеют широкое применение в строительстве. Роль цементирующего вещества в них выполняет кремнезем в виде кварца, халцедона или опала. Из них кварц имеет четко кристаллическую, а халцедон – микрокристаллическую структуру, опал представляет собой аморфную разновидность кварца. Песчаники, в которых цементирующим веществом является кварц, носят название кристаллических. В том случае, когда кварцевый цемент неотличим от основных песчинок и строение породы представляется сплошным, ее называют *кварцитом*.

Механические свойства плотных песчаников и кварцитов достаточно высоки. Например, прочность на сжатие некоторых их разновидностей достигает 160 МПа. Разрушение носит, как правило, хрупкий характер.

К *осадочным породам химического и биологического* (а иногда – совместного) происхождения относятся доломиты, магнезиты, гипсовый камень, известняки, опоки, трепелы и др.; все они имеют или четко выраженную, или скрытокристаллическую структуру, их свойства изменяются в широких пределах.

*Метаморфические горные породы* представлены гнейсами, мраморами, кварцитами, глинистыми сланцами. Первые три из них имеют однородную кристаллическую структуру, их достаточно высокие механические свойства.

Глинистые сланцы, как и другие материалы слоистой структуры, проявляют анизотропию свойств, что, безусловно, отражается в виде пластинчатой формы частиц, образующихся в процессе измельчения этих пород.

Таким образом, макроструктура горных пород является важнейшим фактором, предопределяющим энергетические затраты в процессах измельчения и форму получаемых частиц.

### **5.3. Современные представления о механизмах разрушения горных пород**

Структурная механика занимается вопросами разрушения материалов на различных масштабных уровнях: от размеров атомов и дислокаций вплоть до размеров примесей и зерен, структуры материала в целом. Понимание процессов разрушения дает возможность выявить параметры материала, определяющие, прежде всего, его трещиностойкость, прочность и другие свойства.

Несмотря на то, что механика разрушения получила свое развитие в последние три-четыре десятилетия, основополагающие представления о процессах разрушения, дискуссия по которым продолжается и сегодня, были изложены Гриффитсом еще в 1921 году. Гриффитс предположил, что разрушение начинается с зародышевой трещины, которая будет расти лишь в том

случае, если освобождаемая при этом энергия перекрывается затратами энергии, связанными с этим ростом.

Энергию, расходуемую на распространение трещины, представляют как

$$R = \frac{dW}{da}, \quad (5.1)$$

где  $W$  - энергия, необходимая для роста трещины;

$a$  - полудлина трещины.

Для хрупких материалов показатель  $R$  учитывает, в основном, энергию разрыва внутренних связей на атомно-молекулярном уровне. Для вязкопластичных материалов этот показатель учитывает также энергетические затраты, связанные с деформированием материала в пластической зоне. Эти затраты несопоставимо выше, чем на разрушение упругих материалов.

Соответственно изложенному различают два основных механизма разрушения – *разрушение сколом* и *вязкие разрушения*.

Поскольку разрушение сколом связано с малыми пластическими деформациями, то его называют *хрупким разрушением*. Но термин «хрупкое разрушение» часто обобщают и применяют ко всем разрушениям с малыми пластическими деформациями, то есть, несмотря на то, что в своей завершающей стадии разрушение является вязким.

Термин «вязкость» служит для обозначения способности материала испытывать пластические деформации и *поглощать энергию до и во время разрушения*.

Разрушение сколом по результатам макроскопических исследований происходит благодаря простому разрыву атомных связей при непосредственном отделении кристаллографических плоскостей. В пределах одного кристаллического зерна трещина может распространяться одновременно по двум параллельным кристаллографическим плоскостям. Две параллельные трещины соединяются по линии, перекрывая друг друга, либо за счет встречного скола, либо за счет сдвига с образованием ступеньки (рис. 5.4). Ступеньки скола могут также зародиться внутри кристалла при прохождении трещины через *винтовую дислокацию*. В образовании сквозных трещин могут участвовать и поверхности раздела двойникового кристалла.

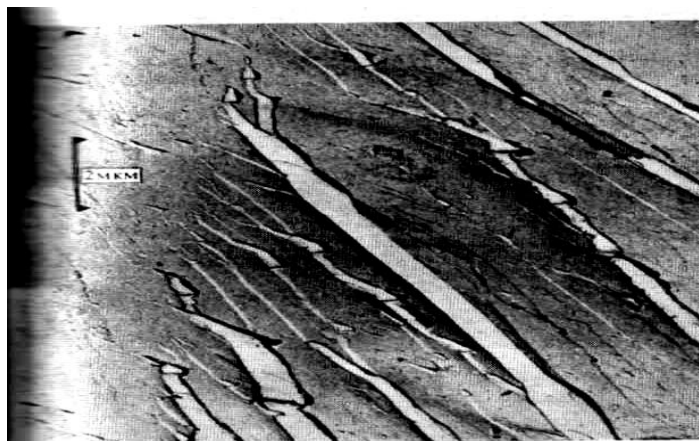


Рис. 5.4. Ступеньки скола и речные узоры, образованные в мягкой стали на границах кристаллических зерен

*Вязкое разрушение.* Наиболее известным типом пластического разрушения является разрушение при перегрузке сечения материала растягивающими силами – классическое разрушение с чашечкой и конусом. Опыты на цилиндрических образцах показывают, что по достижению максимальной нагрузки пластическое удлинение испытываемого образца становится неоднородным и концентрируется в малой части образца так, что образуется шейка (рис. 5.5). В материалах особо высокой пластичности процессы скольжения могут продолжаться до тех пор, пока образование шейки не приведет к тому, что площадь сечения в узком месте станет равной нулю.

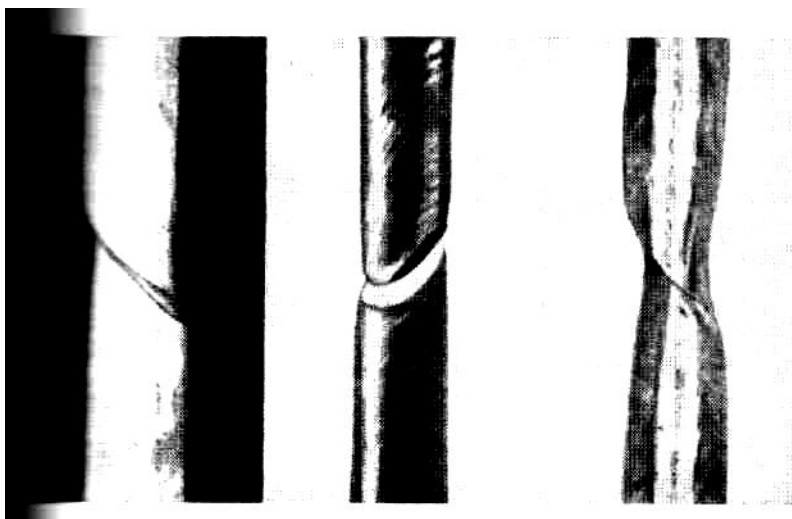


Рис. 5.5. Деформации сдвига в монокристаллах чистой меди

Геометрически такое разрушение характеризуется последовательными деформациями сдвига. В процессе пластического деформирования в определенных зонах образуется скопление дислокаций, что ведет к локальному ослаблению материала.

При больших пластических деформациях разрушаются кристаллические решетки наиболее крупных кристаллов, что ведет к образованию в них пустот, концентрациям напряжений и локальному увеличению деформаций, что вызывает новые разрушения частиц и т.д. В итоге мелкие пустоты объединяются в крупные вплоть до полного разрушения материала. Механизм окончательного вязкого разрушения представляет собой последовательность передвижений и перемещений скольжения, необходимых для *роста и слияния пустот*.

Главный же вывод и по хрупкому и по вязкому разрушению материалов должен быть связан с величиной *энергетических затрат на процесс разрушения*.

В общепостановочном плане рассматриваемая проблема представлена формулой 5.1, но для проектирования прочности создаваемых материалов и решения противоположной этому задачи – проектирования машин для разрушения материалов необходимы количественные модели энергетического порядка. Попытки создания таких моделей имели место неоднократно.

Так, П. Риттенгер (1861 г.) согласно предложенной им *поверхностной теории* (XIX в) считал, что работа ( $A$ ), необходимая для измельчения, про-

порциональна вновь образующейся поверхности ( $\Delta F$ ) измельчаемого материала:

$$A = \sigma \Delta F, \quad (5.2)$$

где  $\sigma$  - коэффициент пропорциональности.

Однако, как показывает практика, соотношение (5.2) выполняется с некоторым приближением лишь для идеально хрупких материалов.

*Объемная теория*, предложенная В.Л. Кирпичевым (1874 г.) и Ф. Киком (1885 г.), исходит из того, что при измельчении работа расходуется на деформацию материала, которая предшествует разрушению. Отсюда следует, что работа, необходимая для измельчения, пропорциональна уменьшению объема кусков материала перед их разрушением.

Исходя из закона Гука, работу деформации материала при сжатии предлагалось определять по соотношению:

$$A = \frac{\sigma_{сж} \cdot \Delta V}{2E}, \quad (5.3)$$

где  $\Delta V$  - уменьшение объема кусков материала в результате их деформирования перед разрушением;

$E$  - модуль упругости материала.

Формула (5.3) получила несколько вариантов представления в расчетном виде, но ни один из них не позволил получить достаточно адекватный результат.

*Теория, предложенная П.А. Ребиндером*, исходит из того, что расходуемая на измельчение материала энергия, определяется суммой работ, затрачиваемых на деформацию измельчаемых тел и на образование новых поверхностей.

Со стороны современных ученых-механиков имеются достаточно глубоко обоснованные подходы к энергетическим оценкам материалов. Но, тем не менее, ни одна из известных теорий не отражает в полной мере всех явлений, происходящих при измельчении, поэтому ни одна из них не нашла практического применения при создании методов расчета измельчителей. Проектирование таких машин до сих пор основывается, как правило, на опытных данных. Но даже в этой ситуации знание механизмов разрушения материалов уже дает основу для целенаправленного проектирования и оптимального использования в строительных технологиях созданного парка машин.

## 5.4. Управление процессами грубого измельчения материалов

### 5.4.1. Общие задачи управления

Прежде чем наметить пути управления процессами грубого измельчения, необходимо определиться с основной его целью, которая формулируется исходя из требований, предъявляемых технологами (через нормативы) к получаемому материалу.

Если исходить из требований, предъявляемых, например, к щебню для бетона, то к наиболее важным следует отнести следующие.

*Прочность исходной горной породы.* Она должна превосходить прочность проектируемого бетона хотя бы на 25 – 50 %, а для высокопрочного – в 1,5 - 2 раза.

*Морозостойкость.* Этот показатель должен быть не ниже, чем для проектируемого бетона.

*Крупность фракций получаемого щебня.* Из предусмотренных стандартом фракций 5 - 10 мм; 10 - 20 мм; 20 - 40 мм; 40 - 70 мм; 70 - 150 мм выбирается такая (или такие), чтобы максимальный размер не превышал 1/3 толщины бетонной или железобетонной конструкции, 1/2 зазора между арматурными стержнями.

*Форма зерен щебня* должна быть близкой к кубической, то есть такой, для которой соотношение между наибольшим и наименьшим размерами сторон куска щебня не превышало бы трех, причем содержание таких зерен в бетоне не должно быть больше 25 – 35 %.

Большое влияние на прочность и экономичность бетона оказывает *чистота заполнителя.* Пылевидные и, особенно, глинистые частицы создают на поверхности зерен заполнителя пленку, препятствующую сцеплению их с цементным камнем. В результате прочность бетона снижается, иногда до 30-40 %. Поэтому стандартами содержание загрязняющих примесей ограничивается 1 – 3 %.

Существуют и другие требования к щебню как материалу для общестроительных работ и как к заполнителю для бетона. Но изложенного уже достаточно для того, чтобы осознанно подойти к вопросу управления процессом дробления. В данном случае обширный перечень требований мы должны свести к двум главным с точки зрения процесса дробления: затратить на процесс минимум энергии и получить кусковый материал правильной (условно кубической) формы. Эти два требования иногда могут противоречить друг другу. Например, горную породу анизотропной слоистой структуры (сланцы, кварциты и др.) легче всего разрушить по межслоевым границам, но при этом увеличивается максимальный выход зерен неправильной формы. Но большинство применяемых горных пород имеют изотропную структуру, поэтому в расчете на применение таких пород мы и попытаемся смоделировать процесс разделения относительно крупных кусков материала на более мелкие.

Исходную горную породу можно разрушить и измельчить до частиц желаемого размера раздавливанием, раскалыванием, разламыванием, резанием, распиливанием, истиранием, ударом и различными комбинациями этих способов (рис. 5.6).

*Раздавливание* (рис. 5.6, а) - это процесс, когда кусок исходной горной породы под действием сжимающей нагрузки деформируется по всему объему до тех пор, пока внутреннее напряжение в нем не превысит предел прочности, после чего кусок разрушается. Следует обратить внимание на то,



что в данном случае сжимающая нагрузка создает сложную картину внутренних напряжений, в том числе скалывающих, растягивающих. В итоге исходный материал разделяется на куски самой различной формы, в том числе игловидной и пластинчатой (лещадной). Энергетические затраты при этом достаточно высоки.

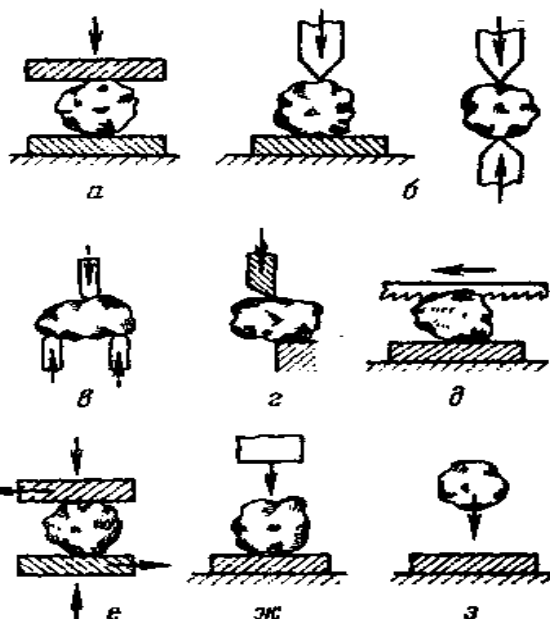


Рис. 5.6. Способы измельчения:

- a* - раздавливание;
- б* - раскалывание;
- в* - разламывание;
- г* - резание;
- д* - распиливание;
- е* - истирание;
- ж* - стесненный удар;
- з* - свободный удар

При *раскалывании* (рис. 5.6, б) кусок исходной породы разрушается на части в местах концентрации наибольших напряжений, передаваемых клинообразными рабочими элементами измельчителя. Образующиеся при этом частицы более однородны по размерам и форме, хотя форма кусков, как и при раздавливании, бывает различной. Энергетические затраты здесь относительно невелики. Способ раскалывания по сравнению с раздавливанием позволяет достаточно надежно регулировать крупность получаемых кусков.

При *разламывании* (рис. 5.6, в) кусок исходной породы разрушается под действием изгибающих сил. Размеры и форма частиц, получающихся при разламывании, примерно такие же, как и при раскалывании.

*Резание* (рис. 5.6, г) – измельчаемое тело делится на части заранее заданных размеров и формы. Процесс полностью управляемый, но трудно реализуемый в рассматриваемом назначении.

При *распиливании* (рис. 5.6, д) результаты получаются такими же, как при резании.

*Истирание* (рис. 5.6, е) – материал измельчается под действием сжимающих, растягивающих и срезающих сил. Этот метод используется для получения мелкого порошкообразного продукта.

При *ударе* (рис. 5.6, ж, з) кусок исходной породы распадается на части под воздействием динамической нагрузки. При сосредоточенной нагрузке получается эффект, подобный тому, что имеет место при раскалывании, а при распределении нагрузки по всему объему эффект разрушения аналогичен раздавливанию. Различают стесненный (рис. 5.6, ж) и свободный удар (рис. 5.6, з). При стесненном ударе материал разрушается между двумя рабочими

органами измельчителя. Эффект такого разрушения зависит от кинетической энергии ударяющего тела. При свободном ударе разрушение наступает в результате столкновения куска материала с рабочим органом измельчителя или другими кусками в полете. Эффект такого разрушения определяется скоростью столкновения независимо от того, двигается ли кусок материала или рабочий орган измельчителя.

Из перечисленных способов приемлемыми для промышленных дробилок оказались раскалывание, разламывание, раздавливание и удар.

Поскольку смоделировать эти процессы с получением математической модели пока не удается, то на практике оптимизация процесса дробления осуществляется экспериментальным путем за счет изменения профилей рабочих органов, углов захвата материала, скорости движения рабочих органов и др. Следует отметить, что сегодня промышленность располагает достаточно эффективными измельчителями каждого из указанных принципов действия. Определены наиболее рациональные области их применения.

#### 5.4.2. Измельчители (дробилки) раскалывающего действия

Раскалывание и разламывание по сравнению с простым раздавливанием требует меньших усилий для разрушения кусков материала, облегчает условия работы ответственных деталей измельчителей, уменьшают выход мелких фракций, дают продукт, более однородный по гранулометрическому составу и требуют меньших затрат энергии на единицу массы измельчаемого материала.

Измельчители раскалывающего и размалывающего действия оказались особенно эффективными при крупном и среднем измельчении.

К измельчителям, работающим на этом принципе, относятся щековые, конусные и зубовалковые дробилки. Принципиальные схемы взаимодействия рабочих органов дробилки с куском материала в каждом из вариантов представлены на рис. 5.7.

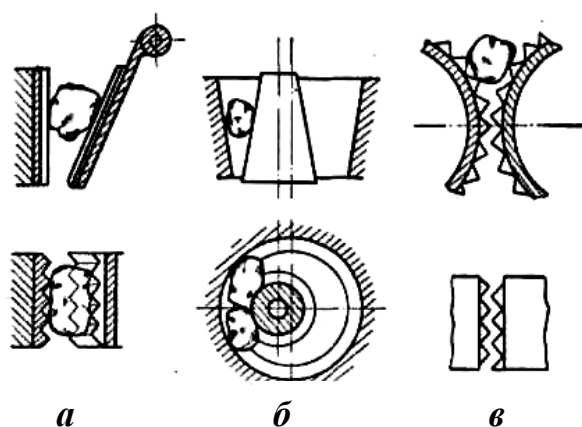


Рис. 5.7. Схемы измельчителей раскалывающего и разламывающего действия:

- а* – щековая дробилка;
- б* – конусная дробилка;
- в* – зубовалковая дробилка

В *щековой дробилке* (рис. 5.7, *а*) рабочими элементами являются две щеки: неподвижная и качающаяся, которая циклично приближается и удаляется от неподвижной щеки. При сближении щек кусок материала разрушает-

ся в результате приложения к нему концентрированных силовых воздействий в точках (на линиях) соприкосновения с вершиной волны на броневых облицовочных плитах, устанавливаемых как на подвижной, так и на неподвижной щеках. Вершины волн на противоположных плитах смещены на  $1/2$  шага волны так, что в целом в куске возникают раскалывающе-разламывающие напряжения.

В конусных дробилках рабочими элементами являются поверхности двух входящих друг в друга конусов (рис. 5.7, б), внутренний конус подвижен, совершает круговые движения последовательно, то приближаясь к неподвижному наружному конусу, то удаляясь от него. В результате кусок разрушаемого материала подвергается излому, так как в момент точечного контакта с поверхностью внутреннего конуса двумя противоположными крайними точками он опирается на поверхность внутреннего конуса, то есть реализуется широко используемая в строительной механике схема нагружения балки, опертой по краям.

В зубовалковых дробилках (рис. 5.7, в) рабочими элементами являются посаженные на валки зубья, изготовляемые из высокопрочной стали. В двухвалковой дробилке подлежащий измельчению материал попадает между зубьями вращающихся навстречу друг другу валков и раскалывается. В дробилках с одним валком кусок материала раскалывается на колосниковой решетке.

В конструктивном оформлении каждый из представленных видов дробилок имеет по несколько вариантов решений, обеспечивающих достаточно широкий диапазон основных характеристик, касающихся прочности исходной горной породы, производительности, крупности кусков материала на входе и на выходе из дробилки и пр., но это уже вопросы таких специальных дисциплин, как «Механическое оборудование предприятий стройиндустрии».

#### **5.4.3. Измельчители (дробилки) раздавливающего действия**

Основным способом измельчения в машинах этого типа является раздавливание материала между двумя рабочими поверхностями.

Наиболее представительными являются гладковалковые дробилки с двумя или четырьмя валками, применяемые, главным образом, для переработки глин и суглинков в керамической промышленности.

Двухвалковая дробилка с гладкими валками (рис. 5.8) отличается от двухвалковой зубчатой дробилки тем, что на валках отсутствуют зубья. Измельчение материала происходит раздавливанием при одинаковой частоте вращения валков или раздавливанием с истиранием, если валки имеют разные частоты вращения.

Четырехвалковая дробилка представляет собой такую комбинацию двух двухвалковых дробилок, что материал после относительно грубого

измельчения в верхних валках тут же попадает в зазор между нижними валками, где осуществляется более тонкое измельчение.

Само устройство гладковалковых дробилок уже указывает на то, что они предназначены для переработки мягких материалов.

К измельчителям раздавливающего действия относятся также бегуны, широко используемые на предприятиях керамической промышленности.

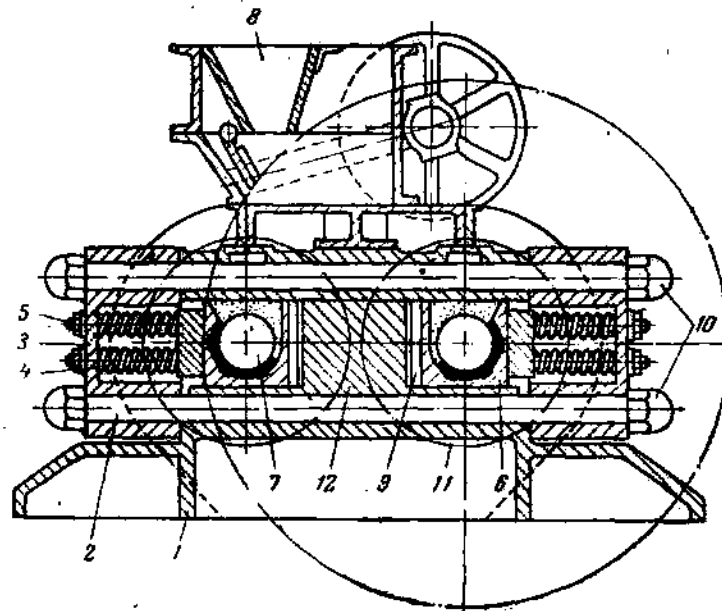


Рис. 5.8. Двухвалковая уравновешенная дробилка с гладкими валками:

- 1 – станина; 2 – тяги; 3 – упорные плиты; 4 – амортизирующие пружины;  
 5 – направляющие шпильки; 6 – скользящие подшипники; 7 – ось валка;  
 8 – загрузочная воронка; 9 – прокладки для регулирования щели между валками;  
 10 – гайки; 11 – валок; 12 – опорная стойка

#### 5.4.4. Измельчители (дробилки) ударного действия

В измельчителях ударного действия измельчение материала производится вследствие ударных нагрузок. Такие нагрузки могут возникать при падении измельчающих тел на материал, столкновении летящего материала с неподвижной поверхностью, столкновении материала и измельчающих тел в полете, столкновении в полете самих измельчающихся частиц друг с другом.

Различают стесненный и свободный удар.

При стесненном ударе (рис. 5.6, ж) материал разрушается между двумя соударяющимися поверхностями и осколки разрушаемого куса свободно разлетаются только в боковые стороны. В этом случае разрушающий эффект зависит от массы ударяющего тела и скорости его движения в момент удара. Кинетическая энергия ударяющегося тела в момент удара по измельчаемому материалу определяется по известной формуле:

$$E_y = \frac{q_T w_y^2}{2g}, \quad (5.4)$$

где  $q_T$  - вес ударяющего тела;

$w_y$  - скорость движения тела в момент удара.

На разрушение материала расходуется только часть энергии от  $E_y$ . При упругом ударе часть энергии возвращается обратно ударившему телу, в результате чего оно после удара отскакивает от измельчаемого материала.

Если обозначить кинетическую энергию тела после удара через  $E_p$ , то энергия, переданная измельчаемому материалу, будет равна:

$$\Delta E = E_y - E_p, \quad (5.5)$$

в свою очередь

$$E_p = \frac{q_T \cdot w_p^2}{2g}, \quad (5.6)$$

где  $w_p = \varepsilon w_y$  - скорость тела, которую оно имеет после удара;

$\varepsilon$  - коэффициент восстановления, зависит от формы и физико-механических свойств сталкивающихся тел, например, при: ударе кускового сланца по стали  $\varepsilon = 0,180$ ; кускового базальта по стали  $\varepsilon = 0,290$ ; базальтового шара по стали  $\varepsilon = 0,710$ .

С учетом формул (5.4-5.6) имеем:

$$\Delta E = \left( \frac{q_T w_y^2}{2g} \right) (1 - \varepsilon^2). \quad (5.7)$$

Для разрушения измельчаемого тела энергия  $\Delta E$  должна быть достаточной для преодоления внутренних сил сцепления в структуре материала, то есть:

$$\Delta E \geq A_p, \quad (5.8)$$

где  $A_p$  - работа, необходимая для разрушения материала.

Ударом измельчают твердые и хрупкие материалы, у которых после снятия статической нагрузки отсутствует остаточная деформация, то есть условно хрупкие материалы.

При свободном ударе (рис. 5.6, з) частицы материала разрушаются в результате столкновения их с ударяющими телами или друг с другом в полете. В этом случае осколки разрушающегося куска (частицы) могут разлетаться во всех направлениях. Если при стесненном ударе куски материала разрушаются преимущественно в местах сосредоточения наибольших усилий, то при свободном ударе они разрушаются в основном по наиболее слабым слям. Этим объясняется возможность получения из сланцевых пород, имеющих слоистую структуру, сугубо пластинчатой зернистой массы, что не получается при других способах измельчения.

При свободном ударе разрушающий эффект зависит главным образом от скорости столкновения тел и не зависит от того, какое из них движется – разрушающее или разрушаемое.

Если в соответствии с законами теории упругости принять работу разрушения упругой частицы:

$$A_p = \frac{\sigma_p^2 \cdot q_r}{2E\gamma_r}, \quad (5.9)$$

где  $\sigma_p$  - напряжение разрушения, Н/м<sup>2</sup>;

$q_r$  - вес разрушаемой частицы, Н;

$E$  - модуль упругости материала, Н/м<sup>2</sup>;

$\gamma_r$  - удельный вес частицы материала, Н/м<sup>3</sup>,

то с учетом условия (5.8) в развернутом виде получим:

$$\left( \frac{q_T w_y^2}{2g} \right) (1 - \varepsilon^2) \geq \frac{\sigma_p^2 q_r}{2E\gamma_r}, \quad \text{откуда можно определить необходимую скорость}$$

удара:

$$w_y \geq \sigma_p \sqrt{\frac{q_r \cdot g}{E \cdot q_T \cdot \gamma_r (1 - \varepsilon^2)}}. \quad (5.10)$$

В тех случаях, когда разрушение материала производится соударением движущихся частиц, разрушающая скорость столкновения равна относительной скорости встречи этих частиц:

$$w_p = w_1 + w_2, \quad (5.11)$$

а при набегающем ударе – относительной разности:

$$w_p = w_1 - w_2. \quad (5.12)$$

Таким образом, полученные для измельчителей ударного действия зависимости могут рассматриваться как элементы математической модели процесса измельчения. Однако эти зависимости справедливы только для абсолютно упругих материалов, к которым можно отнести базальт, диабаз. Большинство же измельчаемых пород в ряду своих свойств обладают пластической составляющей, и для них параметры измельчителей приходится подбирать опытным путем.

В конструктивном отношении наиболее характерным представителем измельчителей ударного действия являются *молотковые дробилки*. Существует множество вариантов их исполнения.

На рис. 5.9 показана молотковая дробилка с односторонним вращением ротора.

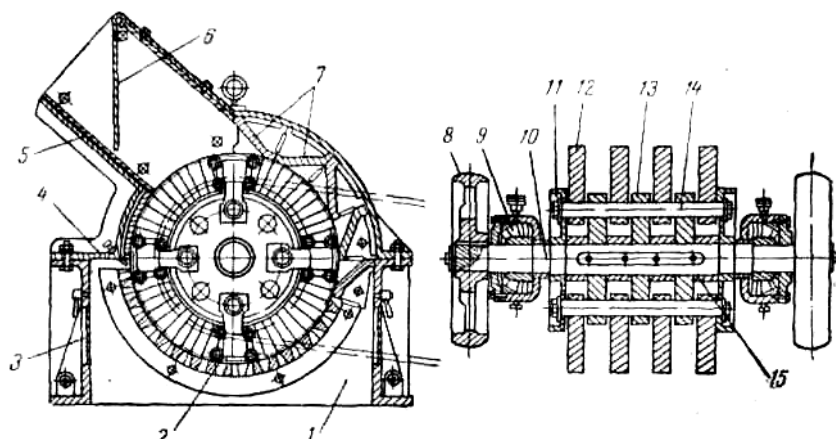


Рис. 5.9. Молотковая дробилка малой модели (С-218):

- 1 – нижняя часть корпуса; 2 - подовая решетка; 3 – люк; 4 – верхняя часть корпуса;  
 5 – приемная воронка; 6 – шторка; 7 – броневые плиты; 8 – шкив-маховик;  
 9 – подшипник; 10 – вал; 11 – концевая шайба; 12 – молотки; 13 – диски;  
 14 – стяжки; 15 – фиксирующие кольца

Эта дробилка обеспечивает набегающий удар по куску материала молотком 12, который вращается на общем валу 10 и, кроме того, имеет свободу качения на собственной оси (стяжке) 14. Материал подвергается многократным ударам до тех пор, пока не разрушится на частицы, которые провалятся сквозь отверстия подовой (колосниковой) решетки 2.

Дробилки с односторонним вращением ротора используются для измельчения сухих и хрупких материалов, имеющих прочность ниже средней, как, например, шамот, шлак, неплотный известняк.

При измельчении влажных и глинистых материалов подовые (колосниковые) решетки быстро забиваются. Поэтому для измельчения таких материалов создана модель молотковой дробилки с подвижной передней стенкой. Подвижность стенки и другие приспособления обеспечивают самоочистку отверстий в колосниковой решетке.

## 5.5. Управление процессами тонкого измельчения материалов

### 5.4.1. Общие задачи управления

Тонкое измельчение в строительных и других технологиях называют помолом. В качестве помольных агрегатов выступают мельницы различных типов.

В зависимости от степени измельчения различают следующие виды помола (табл. 5.1).

## Возможные степени измельчения при помоле

Вид помола	Размер кусков или частиц материала до измельчения, $d_n$ , мм	Размер частиц материала после измельчения, $d_k$ , мкм
Грубый	1-5	100-40
Средний	0,1-0,04	15-5
Тонкий	0,1-0,04	5-1
Коллоидный	<0,1	<1,0

Фактические современные помольные агрегаты, используемые в строительных технологиях, обеспечивают на выходе намного более широкий (чем указано в табл. 5.1) спектр размеров частиц. Например, крупность частиц цемента нормального помола охватывает диапазон от десятых долей микрона до 100-150 мкм.

Назначение помола в многочисленных технологиях по производству строительных материалов, изделий и конструкций (производство цемента, керамики, ячеистых бетонов и др.) можно свести к следующим основным позициям:

- повышение гомогенности различных масс (формовочных, твердеющих и др.);
- создание для твердеющих композиций достаточной площади реакционно-активной поверхности твердой фазы;
- повышение реакционной активности твердой фазы;
- подготовка материала к выполнению роли микронаполнителя в структуре цементного или иного искусственного камня.

Раскроем существо этих позиций и наметим пути управления основными процессами технологии через эти факторы.

Обеспечение требуемой степени гомогенности композиционных составляющих – обязательное условие получения готового продукта с заданными стабильными свойствами. Например, если бы в технологии портландцемента отсутствовала подготовка сырьевой шихты в виде тонкого измельчения и смешения исходных компонентов, то в процессе обжига клинкера получились бы далеко не те минералы и не в том количестве, которые регламентированы для портландцемента и которые обеспечивают его высокие свойства. То же самое можно отметить относительно технологии керамики, стекла, огнеупоров, автоклавных ячеистых бетонов и т.п.

Создание за счет тонкого измельчения реакционно-активной поверхности для твердеющих композиций является, пожалуй, основной задачей помольного процесса. В связи с этим нельзя не акцентировать внимание на новых научных подходах к процессам помола, сложившихся среди ученых и



экспериментаторов в последние десятилетия. Они сводятся к тому, что процесс тонкого измельчения представляет собой чрезвычайно сложное явление, в котором наряду с чисто механическими процессами существенное значение имеют процессы физико-химической природы, на которых в свою очередь влияние оказывает окружающая среда.

Например, исследованиями, выполненными Г.С. Ходаковым (научная школа академика П.А. Ребиндера), установлено, что большие энергетические затраты на помол, связанные с многократным деформированием частицы до разрушения в конце концов изменяют структуру материала. В частности поверхностные слои частиц кварца из кристаллических становятся аморфными. Плотность кварца уменьшается и принимает промежуточные значения между плотностью кристаллической и аморфной модификацией. Растворимость в воде аморфизированного кварца возрастает в десятки раз, реакционная способность кварцевого порошка значительно возрастает.

Кальцит в процессе измельчения может изменять вид кристаллической решетки и переходить в арагонит, вступать в реакцию с кремнеземом с образованием силикатов при нормальной температуре.

Исследования, развернутые научной школой М.М. Сычева, Л.Б. Сватовской (С-Петербургский университет путей сообщения) и поддержанные во многих научных центрах России, указывают на то, что причиной повышения химической активности кварца и других материалов в результате тонкого их измельчения является увеличение на поверхности частиц так называемых активных центров, которые представляют собой не что иное, как вышедшие на поверхность дефекты кристаллической структуры с некомпенсированными химическими связями. Появились методики, позволяющие оценивать концентрацию активных центров и, соответственно, прогнозировать активность минерального порошка в конкретном его применении.

С повышением техники помола химическая активность порошка (кварц, портландцемент, кальцит, слюды и др.) возрастает. Но вместе с нею (и за тот же счет) возрастает стремление тонких частиц к агрегации, в результате которой частицы с большой избыточной поверхностной энергией объединяются в агрегаты (по современной терминологии – кластеры), так как это выгодно с термодинамической точки зрения тем, что агрегация частиц понижает площадь свободной поверхности и, соответственно, уровень избыточной энергии.

Эффект агрегации иногда приводит к неверным выводам о снижении активности частиц при сверхтонком измельчении. Но после всего отмеченного становится ясным, что снижается не активность поверхности, а реакционная площадь этой поверхности.

И здесь нельзя не остановиться на роли среды при тонком измельчении. Давно известно, что при мокром помолу (в водной среде) большинства материалов производительность мельниц возрастает на 20 – 40 %. Этот феномен объясняют «эффектом Ребиндера», то есть расклинивающим действием пленок воды, проникающих в микротрещины материала (более подробно

это явление мы рассмотрим в разделе «Гидромеханика»). С использованием этого же эффекта научились предотвращать агрегацию тонких частиц измельчаемого материала путем применения поверхностно-активных веществ (ПАВ), то есть можно говорить о том, что среда, в которой осуществляется помол, способна оказывать влияние и на интенсивность возникновения активных центров за счет деструкции кристаллической решетки.

Например, обнаружено, что толщина необратимо деформированного слоя на кварце составляет от 1 до 1,5 нм при мокром и до 15-20 нм при сухом измельчении. При этом измеренная толщина слоя, в котором сосредоточены необратимые деформации, не зависит от размера частиц. Этим объясняется тот факт, что при разрушении относительно крупных кусков материала основная энергия расходуется на создание предельных упругих, а при разрушении микроскопических частиц – предельных пластических деформаций.

Таким образом, мы пришли к заключению, что, изменяя технологию тонкого измельчения материалов, можно существенно повлиять на конечный результат всей технологии получения материала или изделия.

### 5.5.2. Технологические возможности современного помольного оборудования

В помольном оборудовании принципы измельчения материалов остаются такими же, что и при дроблении, однако ввиду более малого масштаба реализации некоторые из них (это относится, прежде всего, к способам разламывающего действия) становятся неэффективными, другие же (метод раздавливания) переходят в разряд доминирующих. В большинстве же типов современного помольного оборудования имеют место комбинированные способы измельчения, хотя формально мы называем такое оборудование по преобладающему типу измельчения.

#### 5.5.2.1. Мельницы раздавливающего действия

Принцип раздавливания наиболее наглядно реализуется в роlikо-кольцевых мельницах (рис. 5.10).

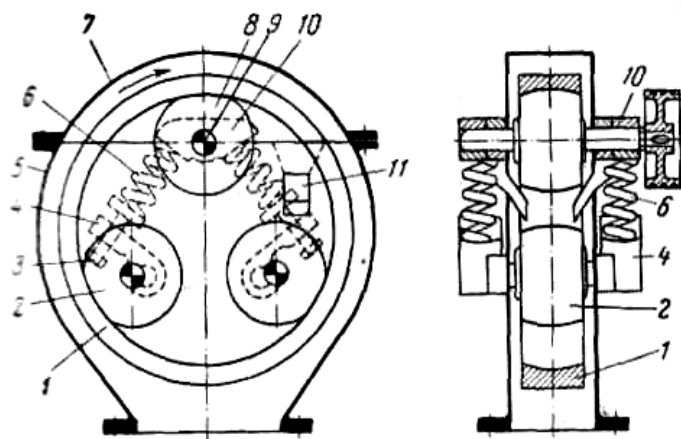


Рис. 5.10. Роlikо-кольцевая вертикальная мельница:

- 1 – размольное кольцо;
- 2 – роliки; 3 – винт;
- 4 – рычаг; 5 – корпус;
- 6 – нажимная пружина;
- 7 – крышка;
- 8 – ведущий ролик;
- 9 – ось роliка;
- 10 – коромысло;
- 11 – питающая воронка

Рабочими элементами мельницы являются ролики 2 и 8 и размольное кольцо 1, висящее на роликах. Ролик 8 соединен с приводом и является ведущим. Ролики 2 установлены на осях и пружинами 6 через рычаг 4 прижимается к кольцу 1.

Материал через питающую воронку 11 попадает на кольцо и измельчается, находясь между вращающимся кольцом и роликом. Часть измельченного материала, пройдя первый ролик, сбрасывается с кольца и попадает в нижнюю часть корпуса на выгрузку, другая, прижатая центробежной силой к внутренней поверхности кольца, поднимается ко второму ролику, а затем – к ведущему. Измельченный между роликами материал вытесняется сырьем, непрерывно поступающим в мельницу.

Мельницы роliko-раздавливающего действия опробованы на материалах средней и высокой прочности (цементный клинкер, кварцевый песок и др.) и в целом зарекомендовали себя положительно, хотя обеспечивают лишь грубый и средний помол. Поэтому в большинстве случаев они могут использоваться лишь на первой ступени помола.

#### *5.5.2.2. Мельницы истирающе-раздавливающего действия*

В машинах этого типа измельчение материала производят комбинированным действием раздавливания с истиранием. Эти два вида нагружения хорошо дополняют друг друга.

Так, если проследить за внешним проявлением процесса разрушения при сжатии, то мы увидим, что в момент времени, когда напряжение сжатия превысит предел прочности материала на сжатие, на куске материала появляются трещины, идущие в направлении сжатия, но кусок материала не разваливается. Образовавшиеся частицы удерживаются относительно друг друга за счет частично сохранившихся внутренних связей и сил трения. При дальнейшем сжатии общая масса частиц может деформироваться дальше, но она не рассыпается.

Если же в момент раздавливающего разрушения к материалу приложить сдвигающую нагрузку, то картина разрушения существенно изменится: возникшие касательные напряжения разорвут сохранившиеся связи между частицами и разделят частицы в местах образовавшихся трещин, кусок материала рассыплется. В целом процесс измельчения будет идти намного интенсивнее, чем только при сдавливающей нагрузке.

Для получения истирающего эффекта поверхности, раздавливающие материал, должны в соответствующих точках иметь разность линейных, перпендикулярных к направлению сжатия, скоростей движения. Это и предусмотрено в многочисленных конструкциях измельчителей истирающего действия. К ним относятся жернова, бегуны, катково-тарельчатые, шарокольцевые, вальцовые и бисерные мельницы (рис. 5.11).

Принципы работы большинства из приведенных машин очевидны, и мы не будем на них останавливаться для дополнительных разъяснений. Особое внимание должно быть уделено лишь бисерной мельнице.

Бисерный или песчаный измельчитель (рис. 5.12) состоит из корпуса *A*, дискового ротора *B* и станины  $\delta$ , внутри которой размещаются насосы.

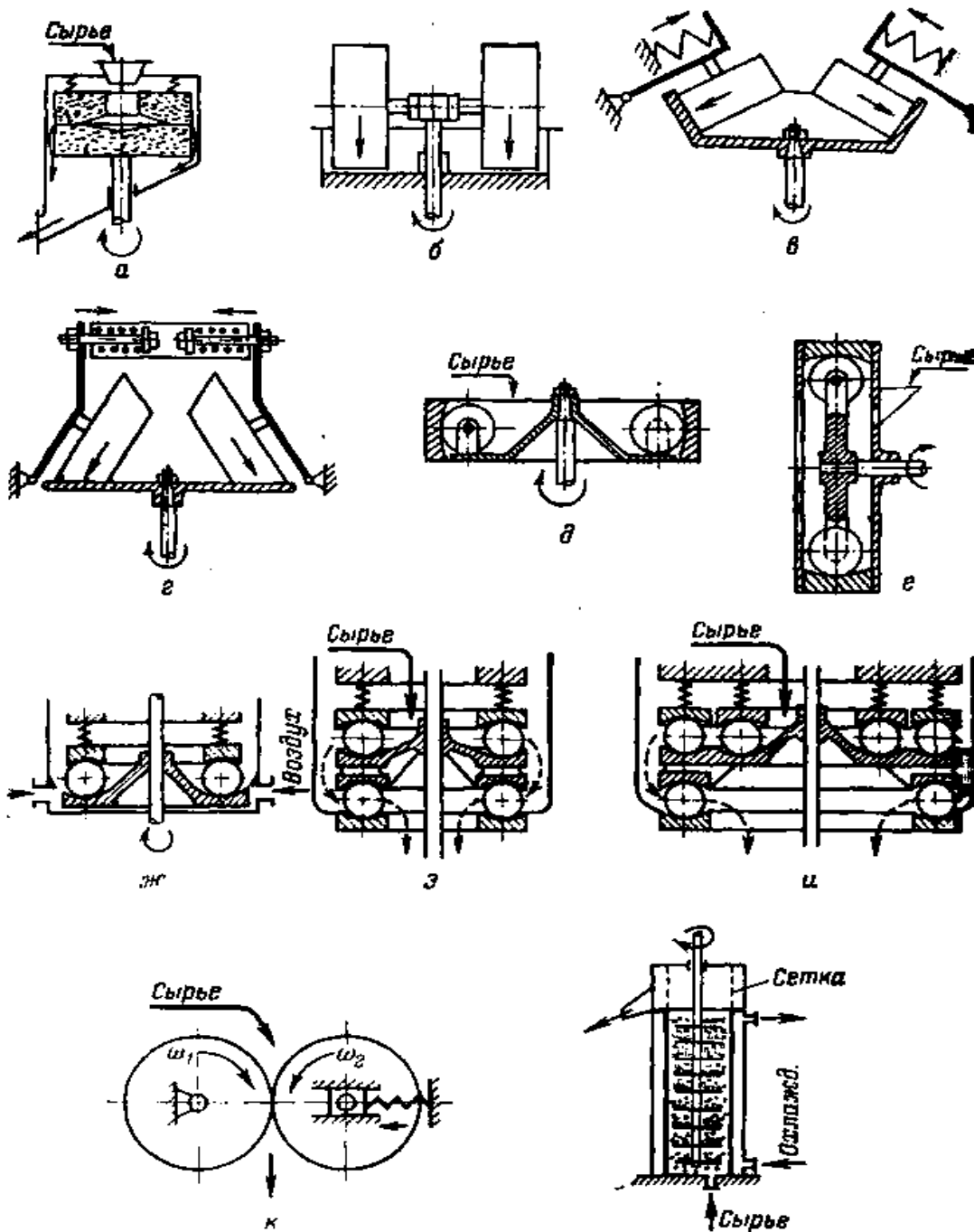


Рис.5.11. Схемы истирающе-раздавливающих измельчителей:

*a* – жернова; *б* – бегуны; *в* – катково-чашевая мельница; *г* – катково-тарельчатая мельница; *д* – центробежная шаро-кольцевая горизонтальная мельница; *е* – центробежная шаро-кольцевая вертикальная мельница; *ж* – одноярусная шаро-кольцевая мельница; *з* – двухярусная шаро-кольцевая мельница; *и* – двухярусная трехрядная шаро-кольцевая мельница; *к* – кольцевая мельница; *л* – бисерная мельница

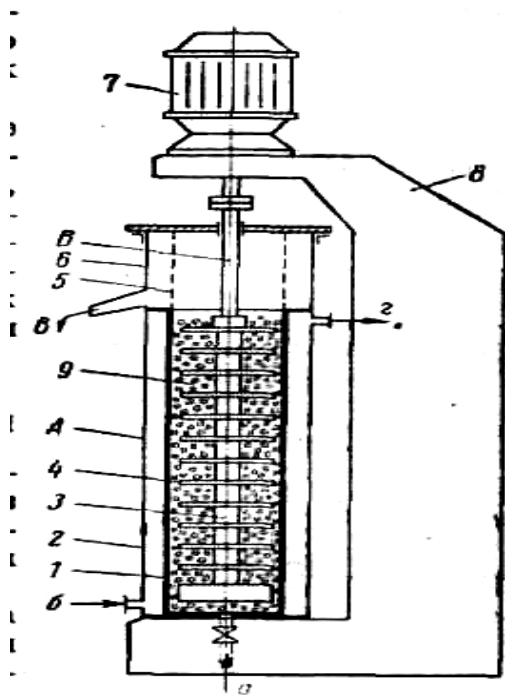


Рис.5.12. Бисерный (песочный) измельчитель:

А – корпус; В – дисковый ротор;  
 1 – цилиндр; 2 – кожух; 3 – вал;  
 4 – диски; 5 – сито; 6 – приемник;  
 7 – электродвигатель; 8 – станина;  
 9 – бисер или песок

Бисерные измельчители находят широкое применение в производстве красок, эмалей, грунтовок и других аналогичных материалов.

Суспензия из пигмента и связующего подается насосом через штуцер *a* в цилиндр, поднимается вверх, проходит через слой вибрирующих бисеринок или песчинок, интенсивно перетирается, измельчается, затем фильтруется через сито 5 и выводится по желобу *b* на дальнейшую обработку. Измельчение материала в аппарате этого типа происходит раздавливанием (центробежные силы) и истиранием (движение бисеринок и песчинок).

Цилиндр примерно на 2/3 или 3/4 объема заполняют специально приготовленным кремне-кварцевым бисером (размер частиц 1-2 мм) или крупнозернистым износостойким песком (размер частиц 0,6-0,8 мм). При вращении ротора его диски приводят частицы бисера или песка в движение, интенсивность которого растет с увеличением частоты вращения ротора.

### 5.5.2.3. Мельницы ударного действия

Механизмы разрушения куска материала при стесненном и свободном ударе были подробно рассмотрены в п.5.4.4.

Теперь уделим внимание особенностям работы наиболее представительных видов мельниц ударного действия, схемы которых приведены на рис. 5.13.

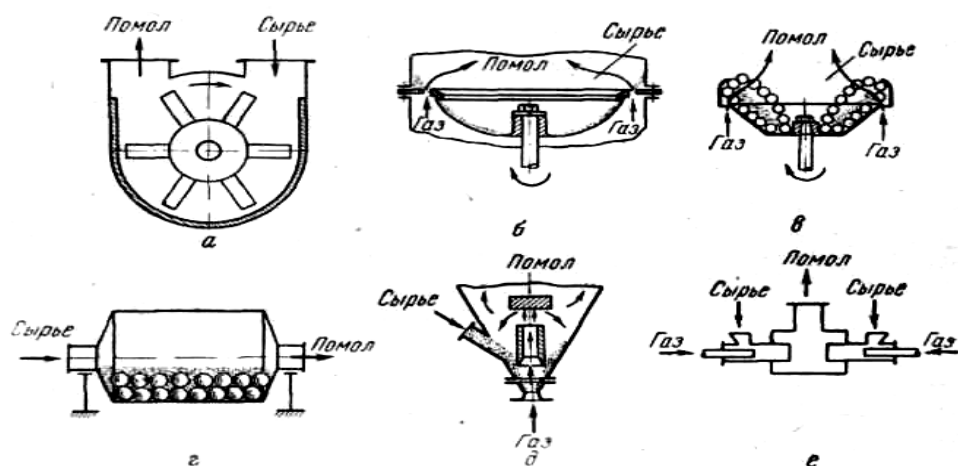


Рис. 5.13. Схемы измельчителей ударного действия:

*a* – молотковые; *б* – центробежные; *в* – центробежно-шаровые;  
*г* – барабанные; *д* – пневматические; *е* – струйные

*Молотковые (бильные) мельницы.* Главный принцип работы этих мельниц такой же, как и молотковых дробилок (см.п.5.4.4). Но конструкция мельницы выглядит значительно сложнее в связи с тем, что мельница снабжается воздушным сепаратором для отбора измельченных частиц заданного размера.

В качестве примера на рис. 5.14 изображен агрегат молоткового измельчителя – бильная мельница завода «Комега».

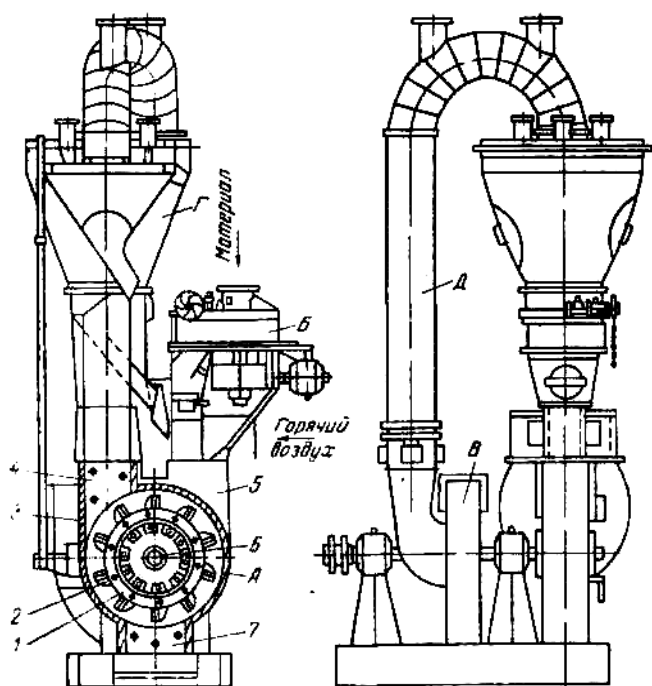


Рис. 5.14. Агрегат с бильной мельницей завода «Комега»:

*А* – мельница; *Б* – питатель;  
*В* – вентилятор; *Г* – сепаратор;  
*Д* – воздуховод;  
 1 – диск ротора; 2 – била;  
 3 – корпус; 4 – выходной  
 штуцер; 5 – штуцер питания;  
 6 – вал; 7 – штуцер отходов

Вентилятор и ротор измельчителя установлены на одном валу 6. Ротор представляет собой диск 1 с жестко крепящимися к нему билами 2. в торцевых стенках корпуса 3 находятся штуцера 5 и 4 для подачи сырья и вывода измельченного материала, а в нижней части – штуцер 7 для сбора и вывода неизмельченного материала.

Подлежащий измельчению материал через штуцер (течку) 5 подают питателем *Б* в измельчитель, где он измельчается быстро вращающимися билами. Воздушным потоком, который создается вращающимся ротором и вентилятором, измельченный материал выносится через штуцер 4 в сепаратор *Г*. Крупную фракцию материала, отделенную в сепараторе, через питатель снова возвращают в измельчитель на доизмельчение, а целевой продукт вместе с воздухом направляют на дальнейшую обработку. Тонкость помола регулируется скоростью восходящего потока воздуха.

К разновидностям бильных относится *шахтная мельница*, в которой основной измельчитель молоткового типа совмещен с сепаратором – сушилкой шахтного типа, что обеспечивает одновременно с измельчением высушивание материала.

*Барабанные мельницы*. Из известных машин для тонкого измельчения материалов в многотоннажных производствах основными являются барабанные мельницы. Рабочие элементы этих мельниц – защищенный бронированными щитами барабан и загруженные в него мелющие тела – шары, стержни, диски, морская галька и т.д.

При вращении барабана мелющие тела центробежной силой прижимаются к его стенке, поднимаются, затем, достигнув определенной высоты, начинают скатываться или падать вниз (рис. 5.15).

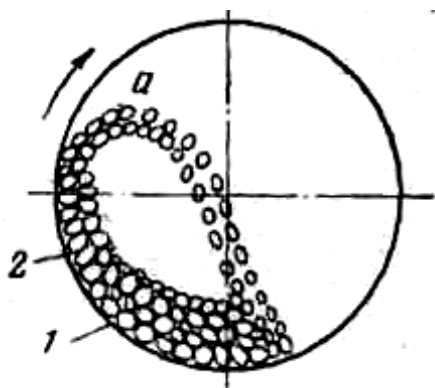


Рис. 5.15. Схема работы барабанной мельницы:

- 1 – барабан;
- 2 – мелющие тела

Если в барабане будет находиться также и материал, подлежащий измельчению, то мелющие тела ударом при падении, раздавливанием и истиранием при скатывании будут его измельчать.

Наиболее тонкое измельчение достигается в длинных многокамерных мельницах, например, трехкамерных. Первая камера в таких мельницах загружается наиболее крупными шарами для грубого измельчения, вторая – более мелкими для среднего, третья – мелющими телами (например, цилиндрами, называемыми *цильбепами*) для тонкого измельчения.

Тонина помола возрастает также с увеличением диаметра барабана.

*Газоструйные мельницы*. Разрушение посредством удара в газоструйных мельницах обеспечивается в результате придания частицам материала высокой скорости путем вовлечения их в газовый поток с последующим уда-

ром о размольную плиту (прямоточные газоструйные мельницы) или о другие частицы (противоточные газоструйные мельницы). Для придания частицам материала требуемой скорости используют разгонные трубки и специальные сопла.

На рис. 5.16 показан высокоскоростной прямоточный газоструйный измельчитель в комбинации с сепаратором. Газ подается по газопроводу 1 к инжектору 2, поступает в разгонную трубку 3, захватывая при этом частицы измельчаемого материала, попадающие в корпус измельчителя через штуцер 9. В разгонной трубке частицы приобретают скорости до 65 -90 м/с и ударяются о размольную плиту 6. Разрушившиеся частицы уносятся газовым потоком через направляющие лопасти 5 в сепаратор, в котором под действием центробежных сил разделяются на две фракции. Мелкая фракция выносятся через штуцер 8, а крупная, достигнув стенок корпуса 4, опускается по конусу

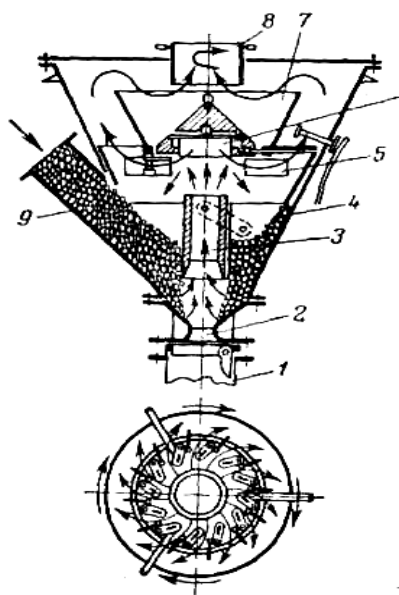


Рис. 5.16. Высокоскоростной газоструйный измельчитель:

- 1 – газопровод;
- 2 – инжектор;
- 3 – разгонная трубка;
- 4 – корпус мельницы;
- 5 – лопасти сепаратора;
- 6 – размольная плита;
- 7 – вытеснитель;
- 8 – штуцер пылегазовой смеси;
- 9 – штуцер питания

и снова попадает в зону измельчения. Тонина фракции регулируется поворотом лопастей сепаратора.

Один из вариантов противоточного струйного измельчителя представлен на рис. 5.17. Измельчитель состоит из размольной камеры А и установленного под камерой циклона – осадителя Б.

Подлежащий измельчению материал специальным инжектором подается в зону измельчения через штуцер 5, в эту же зону из распределительного кольца через множество сопел 2 поступает газ. Сопла направлены таким образом, что струи газа внутри камеры пересекаются. Частицы материала, увлекаемые струями газа, в местах пересечения струй соударяются с большой скоростью и измельчаются. Поскольку струи газа входят в зону измельчения под некоторым углом, вся масса пылегазовой смеси приобретает вращательное движение в направлении струй. В результате частицы оказываются в поле центробежных сил и разделяются на фракции. При этом более крупные сосредотачиваются в периферийной части зоны измельчения, а мелкие от-



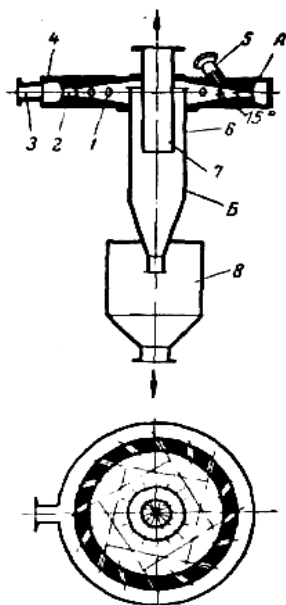


Рис. 5.17. Струйный измельчитель с горизонтальной размольной камерой:

- 1 – камера;
- 2 – сопла;
- 3 – штуцер подачи энергоносителя;
- 4 – газораспределительное кольцо;
- 5 – штуцер питания;
- 6 – корпус сепаратора;
- 7 – труба для вывода тонкой фракции;
- 8 – сборник крупной фракции

тесняются к центру. Так как в размольную камеру непрерывно поступает свежий энергоноситель, пылегазовый поток, вращаясь, непрерывно вытекает из зоны измельчения в корпус циклона – накопителя *Б* и, отдав здесь до 80% твердой фазы, направляется через отводную трубу *7* на окончательную очистку, то есть отделение твердой фазы.

В конструктивном отношении газоструйные мельницы имеют большое многообразие. Их развитие пошло по пути создания высокоскоростных аппаратов с использованием в качестве энергоносителя сжатого воздуха и перегретого пара.

Струйные мельницы имеют большое будущее. Уже сегодня многие фирмы – изготовители предлагают для строительной-технологической промышленности высокопроизводительные, компактные аппараты, которые хорошо зарекомендовали себя на измельчении хрупких материалов, в первую очередь – кварцевого песка, занимающего ключевое положение как компонент, применяемый во многих технологиях (ячеистые бетоны, тротуарная плитка, стеновые панели и т.п.).

### 5.6. Современные тенденции в управлении процессами тонкого измельчения материалов

Процессы измельчения по своей природе относятся к механическим. Следует признать, что отношение инженеров-технологов к этим процессам на протяжении длительного времени оставалось несколько упрощенным с философской точки зрения - механистическим. Например, еще 40-50 лет назад в учебниках, в некоторых нормативных документах бытовал термин «инертные заполнители для бетона». Под этим термином подразумевались песок и щебень. А сам термин предполагал, что эти материалы лишь напол-

няют структуру бетона, не вступая во взаимодействия с основной матрицей в виде цементного теста вначале и цементного камня – в последующем.

Однако исследования последних лет показали, что большинство видов заполнителей и наполнителей в бетоны, в другие конгломератные строительные материалы обладают определенной поверхностной активностью, а процессы измельчения, особенно помола, в свою очередь активизируют поверхность частиц, придают ей термодинамическую неустойчивость.

Мощное развитие получила технология сверхтонких ультрадисперсных микронаполнителей в бетоны. Появление современных бетонов с комплексом заданных свойств (высокая прочность, низкая усадка, высокая морозостойкость и пр.) немыслимо без модификаторов структуры, в составе которых важное место занимают микронаполнители. Это частицы микро-и нано-размеров, уплотняющие и совершенствующие структуру цементного камня и бетона.

В связи с этим появилась потребность в оборудовании сверхтонкого измельчения. Сегодня к такому оборудованию можно отнести вибромельницы, коллоидные мельницы, струйные мельницы.

В вибрационных мельницах, напоминающих барабанные, измельчающие тела и материал получают дополнительные скорости за счет создаваемой вибрации, что повышает эффективность помольного процесса.

Под коллоидными измельчителями подразумевают такие, при которых получается продукт, размер частиц которого близок к коллоидному, то есть составляет доли или единицы микрон.

В принципе частицы коллоидных размеров можно получить в обычных широко распространенных мельницах. Но энергетические затраты будут слишком велики, а процесс в конце концов подойдет к равновесию между актами измельчения и агрегации.

В коллоидные мельницы вводится диспергирующая среда (жидкость, реже – газ), поэтому коллоидное измельчение почти всегда мокрое. Для отделения сверхтонких частиц в мельницы встраиваются специальные фильтры. В целом же процесс коллоидного измельчения пока еще недостаточно изучен.

В то же время на рынке строительных технологий появляются машины для сверхтонкого измельчения, принцип работы которых пока не раскрываются, но которые обеспечивают значительный эффект. Например, тонину измельчения кварцевого песка доводят до такой степени, что даже при небольшом количестве щелочного возбуждителя он приобретает свойства вяжущего.

Таким образом, тонкий и сверхтонкий помол – это мощное средство повышения эффективности строительных технологий.

## 6. ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ

### 6.1. Сущность гидромеханических процессов, их место в технологии

*Гидромеханика* – часть общей механики, в которой изучается движение и равновесие жидкостей и газов и механические воздействия жидкостей и газов на находящиеся в них тела и ограничивающие их стенки. Подразделяется на гидростатику и гидродинамику.

*Гидростатика* рассматривает равновесие жидкостей и газов в состоянии покоя, а также их воздействие на находящиеся в них тела и ограждающие стенки.

*Гидродинамика* – наука о движении несжимаемых жидкостей и газов и воздействии жидкостей и газов на обтекаемые ими твердые тела.

В вузах России, готовящих специалистов строительного профиля, основные положения гидродинамики изучаются в дисциплине общепрофессионального цикла, которая называется «Гидравлика». Однако объем и содержание этой дисциплины совершенно недостаточны для того, чтобы раскрыть гидромеханическую сущность большинства технологических процессов, в которых гидромеханическая составляющая зачастую играет определяющую роль.

Речь идет о таких процессах, как перемешивание жидких и жидкообразных масс с приготовлением формовочных и других технологических смесей; фильтрация газов через слои кусковых и зернистых материалов при их обжиге; фильтрация жидкостей и газов в процессах очистки; осаждение и устойчивость твердых частиц в технологических суспензиях, шламах, шликерах, растворных и бетонных смесях; устойчивость или всплытие пузырьков газа в технологии ячеистого бетона; транспортирование по трубам в газовой или жидкой среде зернистых и кусковых материалов; формование бетонных изделий и конструкций; создание требуемой гидродинамической обстановки в печах и сушилах и др. Поэтому круг гидромеханических задач, рассматриваемых в изучаемой дисциплине, намного шире, чем в классической гидравлике. Это задачи о движении тел в жидкостях, об образовании и движении газовых пузырьков, о движении жидкостей через неподвижные и пористые слои, о псевдооживленном состоянии порошковых и зернистых материалов, о движении двухфазных потоков, о процессах перемешивания и виброуплотнения.

Сложность гидромеханических процессов строительных технологий заключается и в том, что многие технологические жидкости и жидкообразные массы по своим реологическим свойствам существенно отличаются от так называемых ньютоновских (вязких) жидкостей, на которые ориентирована классическая гидравлика. Технологические жидкости и жидкообразные массы по сравнению с ньютоновскими жидкостями обладают рядом специфических свойств таких, как пластичность, изменяющаяся в процессе

течения вязкость. Совершенно не вписываются в классическое определение «гидродинамики» такие моменты, как сжимаемость жидкости (ячеистобетонные смеси), отсутствие сплошности потока. Это, безусловно, усложняет применение общих законов гидростатики и гидродинамики, в связи с чем сформировалась даже самостоятельная научно-прикладная дисциплина «Гидродинамика неньютоновских жидкостей», некоторыми положениями которой мы попытаемся воспользоваться.

Кроме того, практическая технология рассматривает задачи гидромеханики, как правило, не в чистом виде, а в сочетании с другими процессами, прежде всего – тепловыми и массообменными, которые, создавая температурную, барометрическую, концентрационную неравновесность, существенно влияют на ход гидродинамических процессов. Это приходится учитывать в расчетах, например, тепловых аппаратов.

Все вышеизложенное и предопределило структуру и содержание этого большого раздела нашей дисциплины: вначале мы ознакомимся с основными видами жидкостей и жидкообразных масс, с их свойствами, кратко рассмотрим основные законы и уравнения классической гидравлики в техническом применении, а затем сконцентрируем внимание на специфических технологических задачах.

## **6.2. Виды технологических жидкостей и жидкообразных масс, их реологические свойства**

### ***6.2.1. Общие понятия***

В гидромеханике термин «жидкость» носит универсальный характер. Его применяют к истинным жидкостям, которые могут также называться капельными, несжимаемыми, и к газам и парам (сжимаемые жидкости). В технологии строительных материалов и изделий капельные жидкости бывают представлены чистой водой, например, для затворения бетонных и растворных смесей; водными растворами различных солей и полимерных веществ (ускорители твердения бетона, пластификаторы, противоморозные добавки и т.п.); маслами и им подобными веществами (смазочные, пропиточные составы и т.п.), другими истинными жидкостями.

Сжимаемые жидкости наиболее часто бывают представлены атмосферным воздухом (компрессорные установки, пневмоприводы к технологическому оборудованию, воздуходутье к печам и сушилам, пневмотранспорт); водяным паром для тепловой обработки бетонных и железобетонных изделий; природным горючим газом как источником тепловой энергии к обжиговым печам, сушильным установкам; дымовыми газами, получаемыми при сгорании топлива.

Именно на представленные выше вещества распространяются теоретические и практические положения классической гидромеханики.

Однако строительная технология не ограничивается только этими, так называемыми ньютоновскими жидкостями. Большинство наиболее сложных технологических процессов связано с неньютоновскими жидкостями в виде, например, шламов, шликеров, глиняного и цементного теста, бетонов, растворов, цементно-воздушных смесей и т.п. Их течение происходит намного сложнее того, чему посвящена классическая гидродинамика. Поэтому прежде, чем приступить к изучению процессов течения таких жидкостей, необходимо проанализировать их состав, структуру, реологические свойства, определить научные подходы к изучению столь сложных систем.

### 6.2.2. Дисперсные системы и неньютоновские жидкости

*Дисперсными* называют гетерогенные системы, состоящие из двух (или более) фаз; обязательными из которых являются *дисперсная фаза* и *дисперсионная среда*.

Дисперсные системы являются предметом изучения самостоятельной науки – *коллоидной химии*. В коллоидной химии понятие *дисперсности* простирается на широкую область размеров: от больших, чем простые молекулы, до видимых невооруженным глазом частиц, то есть с размерами от  $10^{-9}$  до  $10^{-4}$  м (от 1 нм до 100 мкм).

Дисперсность, то есть тонкая раздробленность вещества, предопределяет особые свойства дисперсных систем, обусловленные значительной суммарной поверхностью дисперсных частиц и, соответственно, их *высокой избыточной поверхностной энергией*.

Истинно коллоидными считают частицы с размерами от 1 нм до 1 мкм – это высокодисперсные системы. Но современная коллоидная химия изучает и более грубодисперсные системы с размерами частиц, превышающими 1 мкм, так как в таких системах в большей или меньшей степени, но все же проявляются коллоидные свойства.

Большинство строительных композиционных материалов в своем исходном составе практически в обязательном порядке содержат тонкодисперсную составляющую (цемент, известь, гипс, измельченные глина, песок и т.п.), что дает нам основание относить их к дисперсным системам и распространять на них законы коллоидной химии.

Это в свое время хорошо показал во многих своих работах академик П.А. Ребиндер, обосновавший самостоятельный раздел науки – *физико-химическую механику дисперсных систем*.

В зависимости от агрегатного состояния и в соответствии с классификацией коллоидной химии для технологии строительных материалов характерны следующие (табл. 6.1) типы дисперсных систем.

## Типы дисперсных систем

№ типа системы	Дисперсная фаза	Дисперсионная среда	Обозначение системы	Тип системы по классификации коллоидной химии	Технологические примеры
1	Твердая	Жидкая	Т/Ж	Золи, суспензии	Разбавленные цементное, глиняное тесто; бетонная смесь; строительный раствор
2	Жидкая	Жидкая	Ж/Ж	Эмульсии	Смазочный состав: эмульсия масла в воде
3	Газообразная	Жидкая	Г/Ж	Газовые жидкости, пены	Пенобетонная смесь
4	Твердая	Твердая	Т/Т	Твердые коллоидные растворы	Диабаз, базальт
5	Жидкая	Твердая	Ж/Т	Пористые капиллярные тела	Отформованное бетонное изделие
6	Газообразная	Твердая	Г/Т	Пористые и капиллярные системы	Ячеистый бетон
7	Твердая	Газообразная	Г/Г	Аэрозоли	Цементно-воздушная смесь при пневмотранспорте

Только по агрегатному состоянию дисперсные системы, представленные в табл. 6.1, можно разделить на жидкообразные (в том числе и газообразные) и твердообразные. Мы сосредоточим свое внимание на первой группе дисперсных систем, то есть на типах 1, 2, 3, 7. Выделенные системы мы вправе называть *структурированными жидкостями*, так как между частицами дисперсной фазы существуют *силовые связи*.

Дисперсные системы по мере увеличения концентрации дисперсной фазы и формирования внутренних связей проходят обычно широкий спектр состояний – от истинно жидких (золи, суспензии) через структурированные жидкости (различные формовочные смеси) к твердообразным системам (цементный камень, бетон).

Возникновение и развитие пространственных структур, обладающих фазовой устойчивостью, происходит путем сцепления или срастания частиц дисперсной фазы и приводит в системах с жидкой средой к изменению характера течения или к полному отверждению (переход «золь → гель»). В зависимости от природы действующих сил сцепления различают (по Ребиндеру) два основных типа структур: *коагуляционные и конденсационные с фазовыми контактами*.

*Коагуляционные структуры* образуются путем сцепления частиц вандерваальсовыми силами в звенья, цепочки, пространственные каркасы.

*Структуры с фазовыми контактами* (конденсационные структуры) образуются в результате срастания частиц при спекании, гидратационном твердении и т.п.

В гидродинамике наше внимание будет сконцентрировано преимущественно на структуре первого типа.

### **6.2.3. Реологические свойства истинных молекулярных жидкостей**

Истинные молекулярные жидкости можно рассматривать и как структурированные системы, в которых в качестве структурных единиц выступают атомы или молекулы, между которыми существуют энергетические (силовые) связи. На их наличие указывают два важных свойства жидкостей: *поверхностное натяжение и вязкость*.

#### **6.2.3.1. Сущность поверхностного натяжения**

Поверхностное натяжение можно рассматривать как явление некомпенсированности межмолекулярных сил (сил Ван-дер-Ваальса) на границе жидкой фазы с несмачивающейся жидкостью, газом, паром, стенкой сосуда. Наглядным примером действия поверхностного натяжения является шарообразная форма капель многих жидкостей как следствие стремления этих жидкостей понизить уровень поверхностной избыточной энергии (в данном случае - за счет сокращения площади поверхности, которая для капли оказывается самой малой по сравнению с другими геометрическими формами при фиксированной массе жидкости).

При диспергировании жидкости (а равно – и других веществ) образуется дополнительная поверхность и, соответственно, избыточная энергия. Исходя из этого *поверхностное натяжение* ( $\sigma$ ) можно представить как *работу* ( $A$ ), затрачиваемую на образование единицы новой поверхности ( $S$ ):

$$\sigma = \frac{A}{S}. \quad (6.1)$$

Из (6.1) вытекает следующая размерность поверхностного натяжения (в системе СИ):  $[\sigma] = [\text{Дж}/\text{м}^2]$ . Поверхностное натяжение, представленное в виде (6.1), называют *свободной поверхностной энергией*.

Но поверхностное натяжение можно характеризовать и силой, затрачиваемой на разрыв поверхностной пленки жидкости. В правомерности такого представления поверхностного натяжения можно убедиться, проведя мысленный эксперимент на модели в виде рамки Дюпре (рис. 6.1).

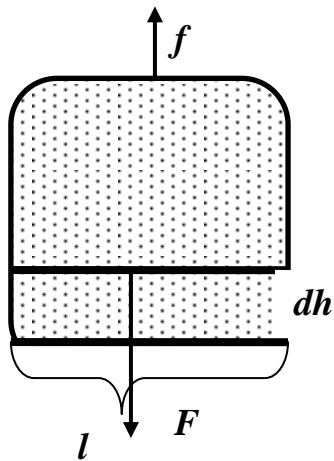


Рис. 6.1. Определение поверхностного натяжения с помощью рамки Дюпре

Погрузим рамку в водный раствор масла. После извлечения рамки из раствора на ней образуется двусторонняя пенка, стягивающая подвижную часть рамки длиной  $l$  силой поверхностного натяжения  $f$ . Уравновесив эту силу грузом, характеризующимся силой тяжести  $F$  и превосходящим силу  $f$  на бесконечно малую величину, растянем пленку на величину  $dh$ . При этом затрата работы составит:  $dA = F dh$ . С другой стороны, по первому определению (6.1) увеличение свободной поверхностной энергии можно представить как  $dA = \sigma dS = \sigma 2l dh$  (для двусторонней пленки). Приравняв эти два выражения, получим:

$$\sigma = \frac{F}{2l}. \quad (6.2)$$

Размерность  $\sigma$  по этой формуле:  $[\sigma] = [\text{Н/м}]$ . Но является очевидным, что размерности по первому и второму определениям идентичны, так как:

$$\left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}}{\text{м}^2} \right] = \left[ \frac{\text{Н}}{\text{м}} \right].$$

Численные значения этих характеристик также совпадают. Благодаря этому во многих лабораторных практикумах для измерения величины поверхностного натяжения часто используют достаточно простой прибор – сталагмометр (рис. 6.2).

Принцип его действия основан на явлении отрыва капли жидкости по кольцевому сечению стеклянной трубки с радиусом  $r$ . Так как в этом случае поверхностное натяжение «работает» по внешней границе шейки разрыва, то его значение можно вычислить по формуле:

$$\sigma = \frac{P}{2\pi r}, \quad (6.3)$$

где  $P$  - вес капли.

Величина поверхностного натяжения зависит от природы жидкости и снижается с ростом температуры. Она сравнительно велика для ртути, металлических и минеральных расплавов, воды, но мала для органических жидкостей и очень мала для сжиженных газов.

Следует различать *свободную поверхностную энергию*, проявляющуюся на поверхности жидкости, находящейся в вакууме, и *поверхностную энергию на*

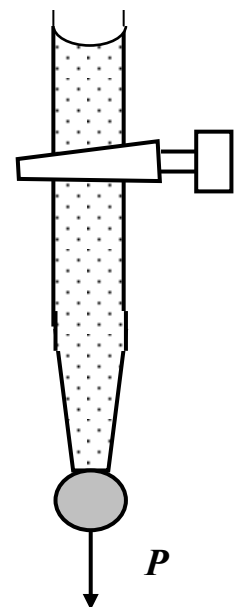


Рис. 6.2. Принципиальная схема сталагмометра



*границе раздела фаз.* В реальных системах могут иметь место следующие границы: «жидкость-газ» -  $\sigma_{ж-г}$ , «жидкость-жидкость» -  $\sigma_{ж-ж}$ , «жидкость-твердая поверхность» -  $\sigma_{ж-т}$ , «газ-твердая поверхность» -  $\sigma_{г-т}$ . В соприкасающихся фазах поверхностные энергии фаз компенсируют взаимно друг друга. Поэтому, например, для воды в вакууме  $\sigma_{т=20}^{\circ C} = 0,079 \text{ Дж/м}^2$ , а на воздухе  $\sigma_{т=20}^{\circ C} = 0,073 \text{ Дж/м}^2$ . Последний показатель называют также *граничным натяжением*. В справочной литературе для жидкостей обычно приводятся значения поверхностного натяжения на границе «жидкость-воздух».

В технологических процессах поверхностное натяжение проявляется в равной степени, как в *статике*, так и в *динамике процесса*.

#### 6.2.3.2. *Общая оценка влияния поверхностного натяжения на ход технологических процессов*

Протекание многих технологических процессов зависит от поверхностной энергии жидкостей. К таким процессам относят процессы, предназначенные в той или иной степени организовать структуру строительного материала (приготовление формовочных смесей, формование изделий, создание газонаполненных пористых или ячеистых структур и др.) или, наоборот, разрушить ее (тонкое измельчение).

Изменяя величину поверхностного натяжения жидкостей, можно управлять этими процессами. Управление непосредственно сказывается на ходе таких явлений, как адсорбция, смачивание жидкостью поверхности твердой фазы, формирование избыточного давления в пленке жидкости, покрывающей твердую частицу материала, формирование пониженного давления в тонких капиллярах, заполненных жидкостью, формирование внутрипузырькового давления в пенобетоне.

Рассмотрим более подробно сущность и значение этих явлений для технологии.

#### 6.2.3.3. *Явление смачиваемости*

*Смачиваемость* характеризует способность жидкости растекаться по поверхности твердой фазы. В зависимости от этой способности различают жидкости: смачивающие, несмачивающие и частично смачивающие.

Степень смачивания или несмачивания жидкостью поверхности твердой фазы предопределяется соотношением значений поверхностных натяжений на границе фаз. В подтверждение этому рассмотрим равновесие поверхностных сил (напряжений) в точках примыкания капли смачивающей (рис. 6.3,а) и несмачивающей (рис. 6.3,б) жидкостей к поверхности твердой фазы.

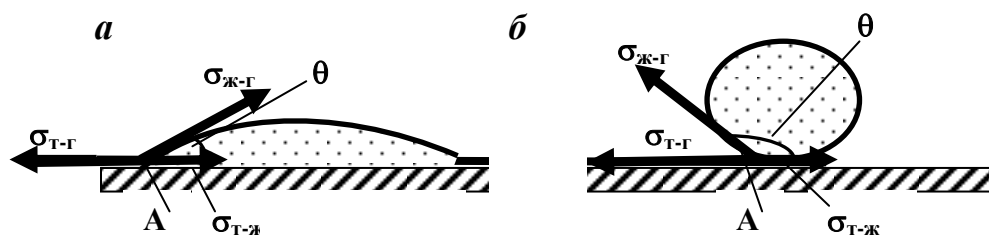


Рис. 6.3. Схема равновесия сил в точке примыкания (А) трех фаз для смачивающей (а) и несмачивающей (б) жидкостей

При самой общей оценке условие самопроизвольного растекания капли (вариант *а*) определяются неравенством  $\sigma_{Т-г} > \sigma_{Т-ж}$ , при котором замена поверхности с большей свободной энергией на поверхность с меньшей свободной энергией в процессе растекания приведет к уменьшению запаса свободной энергии в системе. Во втором варианте (вариант *б*) при  $\sigma_{Т-г} < \sigma_{Т-ж}$  уменьшение свободной поверхностной энергии системы  $S \Delta \sigma$  приводит к самопроизвольному уменьшению площади контакта в процессе стягивания капли.

Мерой смачивания является равновесный *краевой угол*  $\theta$ , определяемый как угол между твердой поверхностью и касательной в точке соприкосновения трех фаз. Очевидно, что в случае смачивания  $\theta < 90^\circ$ , а при несмачивании  $\theta > 90^\circ$ .

Для оценки величины  $\theta$  составим баланс поверхностных сил относительно точки примыкания А (рис. 6.3а):

$$\sigma_{Т-ж} + \sigma_{ж-г} \cdot \cos \theta = \sigma_{Т-г},$$

откуда: 
$$\cos \theta = \frac{\sigma_{Т-г} - \sigma_{Т-ж}}{\sigma_{ж-г}}. \quad (6.4)$$

Анализ (6.4) показывает, что при  $\sigma_{Т-г} > \sigma_{Т-ж}$   $\cos \theta > 0$ , а  $\theta < 90^\circ$  - имеет место смачивание; при  $\sigma_{Т-г} < \sigma_{Т-ж}$   $\cos \theta < 0$ , а  $\theta > 90^\circ$  - имеет место несмачивание.

Таким образом, управлять многими технологическими процессами возможно через регулирование величин граничных поверхностных натяжений. Для этой цели в строительных технологиях широко используются поверхностно-активные вещества (ПАВ) пластифицирующего действия, которые могут снижать как  $\sigma_{ж-г}$ , так и  $\sigma_{Т-ж}$ . В результате повышается значение  $\cos \theta$  и, соответственно, снижается значение  $\theta$ . Приведем некоторые примеры эффективного использования этого технологического приема.

**Пример 1.** При составлении рецептуры бетонной смеси необходимо выполнить два обязательных условия: 1 – обеспечить заданное значение В/Ц-отношения, так как прочность бетона будет находиться в строгом соответствии с его величиной (закон водотвердого отношения); 2 – обеспечить заданную подвижность бетонной смеси как необходимое условие надлежащего уплотнения бетонной смеси в изделии или в конструкции.

В традиционной технологии для выполнения условия 2 в бетонную смесь вводится достаточно большое количество воды, а для выполнения условия 1 –соответственно, большое количество цемента. Если же в воду затворения ввести небольшое количество ПАВ, эффективно повышающей смачивание цемента водой, то для обеспечения заданной подвижности бетонной смеси воды требуется на 20 – 25 % меньше. Следовательно, при заданном значении В/Ц-отношения расход цемента снизится на те же 20 – 25 %, что весьма положительно скажется на экономике производства.

**Пример 2.** Для высотного домостроения при монолитном исполнении железобетонных конструкций предусматривается использование бетона высоких по прочности марок. Такой бетон можно получить лишь при низких значениях В/Ц-отношения. В традиционной технологии этому соответствует низкая подвижность бетонной смеси, что создает большие проблемы в части доставки бетонной смеси к месту формирования конструкции и в части уплотнения бетона в процессе формирования. Применение ПАВ позволяет при заданном В/Ц-отношении готовить бетонную смесь любой высокой подвижности, подавать ее к месту укладки бетононасосами, а формирование осуществлять без применения специальных средств (чаще всего вибраторов). Таким образом, процесс изготовления конструкций удалось полностью механизировать.

**Пример 3.** В некоторых технологических процессах применяют поверхностно-активные вещества гидрофобизирующего действия, снижающие смачивание. Этим обеспечивают, как правило, меньшую намокаемость или даже полную ненамокаемость ряда строительных конструкций (железобетонных свай, стеновых панелей, стен резервуаров для хранения жидкостей, асфальтобетонного полотна дороги и т.п.), что значительно повышает срок их службы.

#### *6.2.3.4. Явление образования пленок воды на зернах дисперсной твердой фазы*

При смачивании дисперсных материалов (цемент, тонкодисперсный песок и др.) водой и при небольшом ее количестве (до 6 – 9 % от массы твердых частиц) в силу значительной избыточной энергии твердой фазы практически вся вода распределяется на ее частицах в виде тончайшей (толщиной от нескольких нанометров до 200...250 нм) поверхностной пленки. Под влиянием избыточной поверхностной энергии твердой фазы вода плотно прижимается к ее поверхности, и в силу собственной дипольности и наличия электростатической заряженности так называемых активных центров на поверхности твердой фазы она приобретает определенную структурность, плотность ее несколько повышается, а свойства приближаются к свойствам твердого тела, то есть вода приобретает определенную жесткость, упругость. И чем ближе молекулы воды располагаются к поверхности твердой фазы, тем

выше отмеченный эффект проявляется в виде избыточного пленочного давления  $F$  адсорбированной жидкости. Отмеченное является причиной *расклинивающего эффекта*, наблюдаемого во влажных дисперсных системах.

Самое простое проявление расклинивающего эффекта мы можем наблюдать в виде изменения насыпной плотности постоянно увлажняемого цемента (рис. 6.4). Разуплотняющий эффект на участке кривой плотности  $AB$  связан с тем, что постепенно утолщающиеся пленки воды в силу своей жесткости раздвигают зерна цемента и тем самым понижают объемную плотность твердой фазы.

Эффект саморазуплотнения твердой фазы весьма актуален для прессованных материалов (силикатный кирпич, цементно-песчаная тротуарная плитка и т.п.) так как уже по виду кривой плотности на рис. 6.4 мы можем заключить, что существуют оптимальные для этих технологий значения влажности как относительно плотности и прочности получаемого камня, так и относительно требуемого прессового давления.

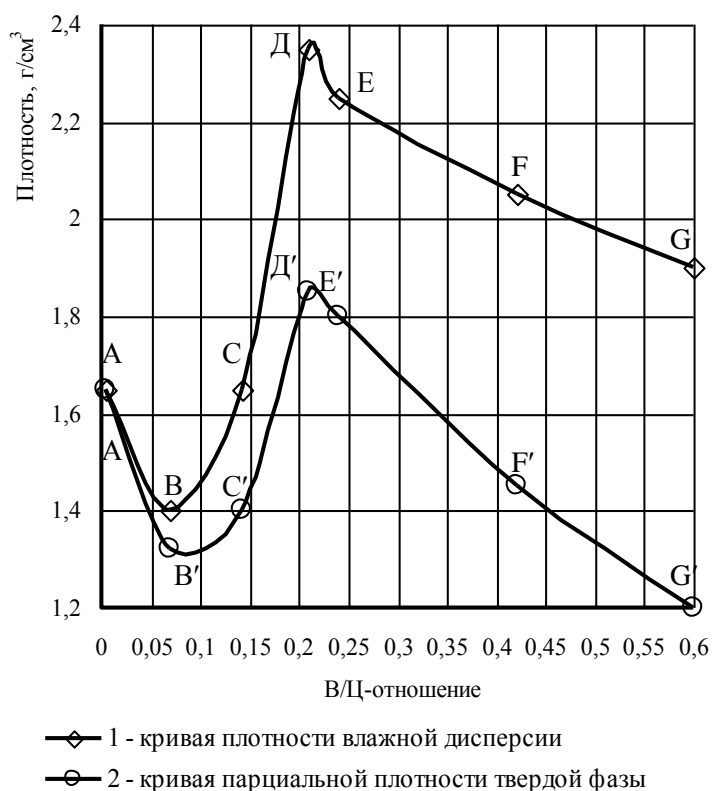


Рис. 6.4. Изменение плотности цементно-водной дисперсии в зависимости от содержания воды

Весьма ощутимо расклинивающий эффект проявляется при мокром помоле хрупких материалов, таких как, например, песок. Этого вопроса мы уже касались, рассматривая процессы тонкого измельчения материалов, но недостаточно глубоко. Сейчас же для нас становится очевидным, что в процессе мокрого помола имеет место саморазуплотнение тех частиц материала, в которых уже имеются зародышевые трещины от предыдущих силовых воздействий измельчителя на материал. В эти трещины «встраиваются» пленки воды. Продвигаясь к наиболее узкому устью трещины, они создают весьма сильный расклинивающий эффект, который и разламывает измельчаемый материал на части. Добавление к воде ПАВ утоньшает пленки воды, усиливает их проникающую способность и, соответственно, расклинивающий эффект.

### 6.2.3.5. Капиллярный стягивающий эффект

На рис. 6.4 восходящая ветвь ВС кривой плотности отражает процесс самоуплотнения дисперсной системы под действием *капиллярных сил*. Капиллярные силы начинают проявлять себя с той степени увлажнения дис-

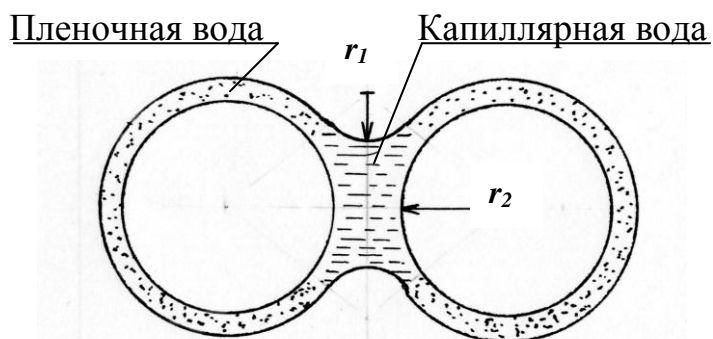


Рис. 6.5. Схема образования межчастичных манжетов с вогнутыми менисками на границе «жидкость-воздух»

персной системы, при которой вся вода уже не может распределяться пленочно, и начинают образовываться так называемые манжеты (рис. 6.5) или стыковая вода, располагающаяся вначале в наиболее узких зазорах между дисперсными частицами твердой фазы. Капиллярная вода, находясь в замкнутом объеме, стремится погасить свободную

избыточную энергию твердой фазы, наступая на нее. В результате вода в капилляре испытывает отрицательное давление (разрежение), на что указывает вогнутый поверхностный мениск жидкости (с радиусами  $r_1$  и  $r_2$ ).

Величину капиллярного давления оценивают как:

$$P_k = -\frac{2\sigma_{ж-г} \cdot \cos \theta}{r_k}, \quad (6.5)$$

где  $r_k$  - условный (эквивалентный) радиус капилляра.

Таким образом, отрицательное капиллярное давление стремится сблизить частицы, что в целом проявляется как повышение плотности системы.

С повышением количества воды в системе в пределах точек  $A \dots B$  (рис. 6.4) капиллярность от разобщенной переходит в сплошную, что усиливает капиллярный потенциал, и, соответственно, степень самоуплотнения дисперсной системы.

Точке  $C$  соответствует водонасыщение системы, близкое к предельному, при котором капиллярный эффект постепенно исчезает, так как сначала возрастает радиус  $r_1$  капилляра (мениск выходит в уширенную часть межчастичного зазора), а затем мениски разрушаются совсем, так система из трехфазной («твердое-жидкость-воздух») переходит в двухфазную («твердое-жидкость»).

Действие капиллярного эффекта создает большие возможности управления процессами структурообразования дисперсных систем. В частности нами (научная школа ВГАСУ) доказано, что максимально высокие свойства затвердевшего цементного камня можно получить лишь при расходе воды в цементном тесте, соответствующем точке  $C$  на кривой плотности (рис.6.4).

### 6.2.3.6. Влияние поверхностного натяжения на устойчивость пен

Пенные технологии прочно вошли как в заводское производство строительных материалов и изделий (пенобетон, пенокерамика), так и непосредственно в построчный процесс (возведение монолитных стен, перекрытий, покрытий из пенобетона). Поэтому вопросы получения устойчивой вспененной массы с заданными свойствами сегодня являются весьма актуальными. Проблема устойчивости свободных и наполненных (твердодисперсной составляющей) пен представляется достаточно сложной, многоаспектной. Но, тем не менее, значение поверхностного натяжения и здесь является определяющим.

Для получения водных пленок в воду вводят пенообразователи - по-

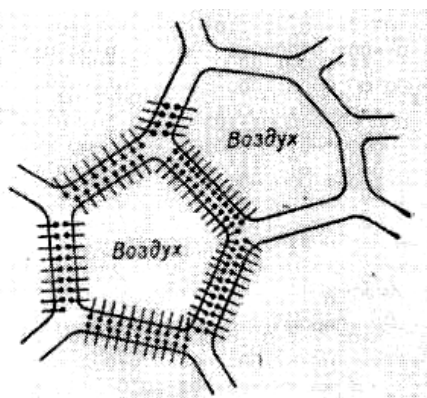


Рис. 6.6. Схема строения пены

верхностно-активные вещества, состоящие из молекул с разветвленной углеводородной цепью, которые, с одной стороны, понижают поверхностное натяжение воды, а с другой — участвуют в создании пенной структуры (рис. 6.6). Для получения пены используют ряд технологических приемов: интенсивное перемешивание, продавливание газа в жидкость

через пористые фильтры, осуществление во вспениваемой массе химических реакций с выделением газа. В каждом из этих приемов воздух или другой газ за счет небольшого избыточного давления создает замкнутые сферы, которые по мере насыщения ими свободного объема образуют плотно упакованную пространственную структуру, часто с гексагональным типом упаковки.

В пенобетонной структурной системе каждая ячейка ограничена так называемой толстой пленкой, внутри которой имеется слой жидкости, наполненной твердой дисперсной фазой; на поверхности пленки с обеих сторон выстраивается частокол из молекул ПАВ, которые гидрофильной частью обращены в стороны жидкости (воды), а гидрофобной — в сторону воздуха. Минимальная толщина пленки может составлять всего лишь 10 нм.

Реальная толщина и устойчивость пенной пленки обеспечивается балансом двух сил: силы давления газового пузырька и стягивающей силы, обусловленной действием поверхностного натяжения тонкой пленки из молекул ПАВ.

Таким образом, управление процессом пенообразования осуществляется, прежде всего, за счет химического состава, структуры молекул и свойств используемого поверхностно-активного пенообразователя.

### 6.2.3.7. Вязкость ньютоновских жидкостей

*Вязкостью* называют свойство жидкости оказывать сопротивление усилиям, вызывающим относительное перемещение ее частиц.

Глубинная сущность этого свойства такая же, как и поверхностного натяжения, а именно: наличие внутренних межчастичных связей. Но свойство вязкости *проявляется только в процессе движения жидкости*. Его еще характеризуют как *внутреннее трение* в жидкости. Следствием проявления внутреннего трения является *градиент скорости* между параллельно движущимися условными слоями жидкости. Градиент скорости в свою очередь можно рассматривать как *деформацию* жидкости, вызванную касательным (сдвиговым) напряжением между условными ее слоями.

Проиллюстрируем высказанные соображения схемой, приведенной на рис. 6.7.

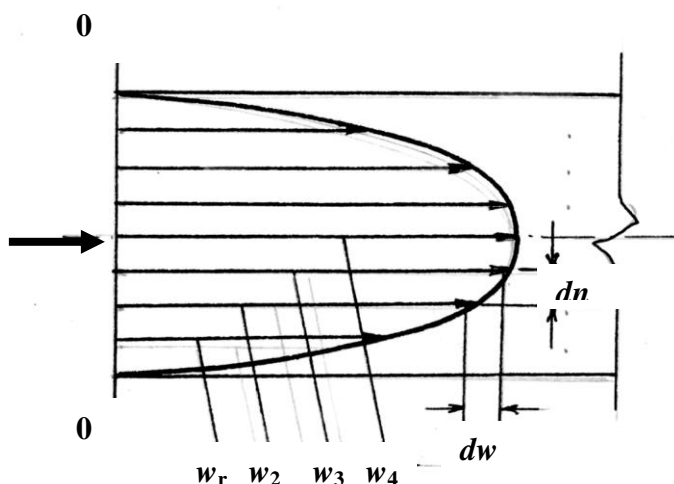


Рис. 6.7. Схема распределения скоростей жидкости по радиусу трубы

Предположим, что нам удалось с помощью специальных датчиков определить скорости  $w_1, w_2, w_3, w_4$  течения жидкости в точках 1-4 радиуса трубы. Нам удалось также оценить величину сдвиговых напряжений, действующих между условными струями жидкости, координаты которых соответствуют точкам 1-4. Мы убедились, что на стенке трубы скорость равна нулю, а по оси трубы она максимальна.

Теперь попытаемся разобраться в полученном результате.

Нулевая скорость на стенке трубы, исходя из принятой нами ранее концепции, обусловлена сильными силовыми (энергетическими) связями между частицами твердой фазы и жидкости. На определенном удалении от стенки трубы эти связи уже не действуют, но при этом каждый последующий слой, движущийся с большей скоростью, должен передать часть своей энергии (количество движения) предыдущему слою, чтобы сообщить ему движение. В результате потери энергии скорости быстрых слоев не достигают тех значений, которые могли бы быть без межслоевого взаимодействия. По этой причине между условными слоями жидкости возникают градиенты скорости  $\left| \frac{dw}{dn} \right|$ . Величина градиента будет зависеть, в первую очередь, от величины напряжения сдвига -  $d\tau$ . Связь между этими величинами можно представить уравнением течения вязкой жидкости – уравнением Ньютона:

$$\sigma_{\tau} = -\mu \frac{dw}{dn}, \quad (6.6)$$

где  $\mu$  - коэффициент внутреннего трения, то же: коэффициент молекулярной динамической вязкости или динамическая вязкость, или вязкость.

Знак «минус» в (6.6) указывает на то, что перенос энергии происходит «против градиента», т.е. от быстрых слоев к медленным.

Закон Ньютона в расчетном виде записывают как:

$$\sigma_{\tau} = \mu \left| \frac{dw}{dn} \right|. \quad (6.7)$$

Исходя из (6.7) размерностью коэффициента динамической вязкости является:

$$[\mu] = \frac{[\sigma_{\tau}] \cdot [n]}{[w]} = \frac{[Па \cdot м]}{[м/с]} = [Па \cdot с]$$

В справочной литературе значения вязкости иногда встречаются еще в старых единицах – пуазах [П]. Поэтому в расчетах необходимо учитывать соотношение:  $1 Па \cdot с = 10 П$ .

Вязкость жидкостей характеризуют также коэффициентом кинематической вязкости ( $\nu$ ) как:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}, \quad (6.8)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости.

$$\text{Размерность: } [\nu] = \frac{[\mu]}{[\rho]} = \frac{[Па \cdot с]}{[кг/м^3]} = \left[ \frac{н \cdot с \cdot м^3}{м^2 \cdot кг} \right] = \left[ \frac{кг \cdot м \cdot с \cdot м^3}{м^2 \cdot с^2 \cdot кг} \right] = \left[ \frac{м^2}{с} \right].$$

Этот показатель часто используют в инженерных расчетах.

Вязкость капельных жидкостей зависит от их состава и внутренней структуры и изменяется в широких пределах. Так, при комнатной температуре вязкость воды составляет примерно  $1 \cdot 10^{-3}$  Па·с, а вязкость глицерина – около 1,5 Па·с, т.е. в 1500 раз больше. С повышением температуры вязкость капельных жидкостей *снижается*.

Вязкость газов значительно (в 50-100 раз и более) ниже, чем у жидкостей. С ростом температуры она увеличивается.

На ход технологических процессов значение вязкости оказывает большое влияние. Речь может идти о скоростях течений технологических жидкостей в трубах, каналах, фильтрах и т.п., о скоростях таких процессов, как перемешивание, формование, об энергетических затратах на эти процессы. По поводу последнего можно привести следующий характерный пример. Автору этой книги в своей производственной деятельности пришлось руководить монтажом виброплощадки на одном из производств. После монтажа площадку долго не могли вывести на рабочий режим, так как электродвигатель привода площадки не набирал требуемые обороты из-за перегрузки. В конце концов, двигатель «сгорел». Когда стали тщательно искать причину, то оказалось, что в подшипники рабочих валов залили машинное масло не на 1/2 их



объема, как требовала инструкция, а на весь объем. Вот как раз дополнительное трение в подшипниках и оказалось губительным для электродвигателя.

С энергетической точки зрения внутреннее жидкостное трение обеспечивает преобразование кинетической энергии движения жидкости в тепловую. Подобные процессы называют *диссипативными* (теряющими энергию).

А теперь обратимся к очень важному моменту в той трактовке вязкости, которую мы представили формулой (6.7).

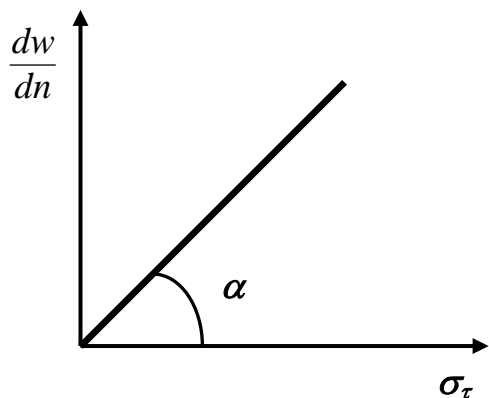


Рис. 6.8. Общий вид зависимости  $\frac{dw}{dn} = f(\sigma_\tau)$

Формула (6.7) указывает на линейную зависимость между напряжением сдвига и градиентом скорости (скоростью), то есть на независимость коэффициента динамической вязкости ни от напряжения сдвига, ни от скорости движения жидкости. Нетрудно убедиться, что на графике (рис.6.8) угол  $\alpha$  характеризует величину вязкости: чем он больше, тем выше текучесть жидкости (величина, обратная вязкости  $-1/\mu$ ) и, наоборот, чем он меньше – тем выше вязкость.

Количественно связь между параметрами  $\mu$  и  $\alpha$  при принятых на рис. 6.8 обозначениях координат можно представить как  $\mu = \text{arcctg } \alpha$ .

Таким образом, нами рассмотрены жидкости, вязкость которых не изменяется ни в ходе течения, ни в результате изменения напряжения сдвига, влекущим за собой изменение средней (по сечению потока) скорости течения. Подобные жидкости называют *ньютоновскими* (подчиняющимися закону течения Ньютона). Их в природе немного: вода, глицерин, спирт, машинное масло и некоторые другие.

Большинство же технологических жидкостей относятся к *неньютоновским*. Об их свойствах мы будем говорить в следующем разделе.

#### 6.2.4. Реологические особенности неньютоновских жидкостей. Реологические модели

Чисто формально к неньютоновским относят жидкости, при течении которых вязкость меняется в зависимости от скорости их течения, то есть прямолинейная зависимость между напряжением сдвига и скоростью, как это представлено на рис. 6.8, не выполняется. Более того, некоторые неньютоновские жидкости изменяют свою вязкость при постоянной величине напряжения сдвига еще и в зависимости от продолжительности его воздействия. Иными словами: поведение неньютоновских жидкостей в ходе течения намного сложнее, чем ньютоновских.

Если же вопрос рассматривать по существу, то причина такого сложного и разнообразного поведения неньютоновских жидкостей кроется в их особой структурности, в разнообразных вариантах ее проявления. Неньютоновские жидкости, используемые в строительных технологиях – это, как правило, дисперсные системы с твердообразной дисперсной фазой, концентрация которой может изменяться в весьма широких пределах.

Сложный состав неньютоновских жидкостей предопределяет их сложные свойства. В частности они могут проявлять свойства жидких, твердых, пластичных тел. Поскольку эти свойства теснейшим образом связаны со структурой, то они называются *структурно-механическими*.

Структурно-механические свойства сложных систем исследуют методами *реологии* – науки о деформациях и течении материальных систем под действием внешних нагрузок.

Термин *деформация* означает относительное смещение точек системы, при котором не нарушается ее сплошность. Деформации делят на *упругие* и *остаточные*. При упругой деформации структура тела полностью восстанавливается после снятия нагрузки (напряжения); остаточная деформация необратима, изменения в системе остаются и после снятия нагрузки. Остаточная деформация, при которой не происходит разрушения тела, называется *пластической*.

В реологии структурно-механические свойства материалов представляют в виде *реологических моделей*, в основе которых лежат три основные идеальные законы, связывающие напряжения с деформациями. Им соответствуют три *идеализированные модели* идеализированных материалов, отвечающих основным *реологическим характеристикам* (упругости, вязкости, пластичности): идеально упругое тело Гука, идеально вязкое тело Ньютона и идеально пластическое тело Сен-Венана-Кулона.

Рассмотрим эти модели более детально.

*Модель идеально упругого тела Гука* представляют в виде упругой пружины (рис. 6.9). В соответствии с законом Гука деформация в упругом теле пропорциональна напряжению  $P$ :

$$\varepsilon = \frac{P}{E}, \quad (6.9)$$

где  $E$  – жесткость пружины или для любых упругих тел – модуль Юнга.

Модуль Юнга является характеристикой материала (его структуры), количественно отражающий его упругие свойства (жесткость). Значение модуля Юнга пропорционально углу  $\alpha$  наклона прямой, характеризующей зависимость деформации  $\varepsilon$  от напряжения (рис. 6.9).

Считается, что упругое тело Гука после снятия нагрузки *мгновенно* переходит в первоначальное состояние.

Модель идеально вязкого тела Ньютона изображают в виде *демпфера* – поршня с отверстиями, помещенного в цилиндр с вязкой жидкостью (рис. 6.10).

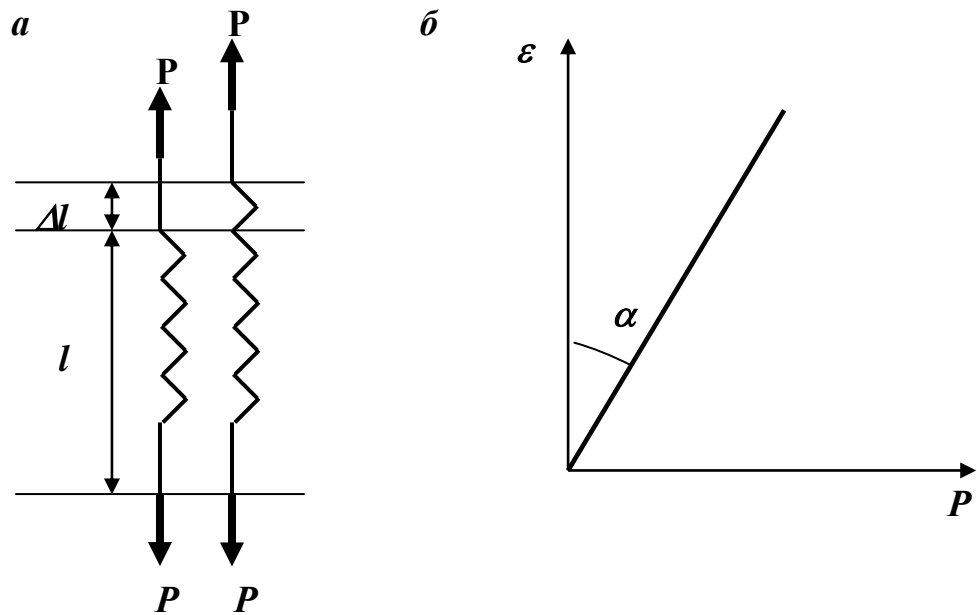


Рис. 6.9. Модель идеально упругого тела Гука (а) и зависимость деформации этого тела от напряжения (б):  
 $P$  - напряжение;  $\varepsilon$  - относительная деформация пружины длиной  $l$ :

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

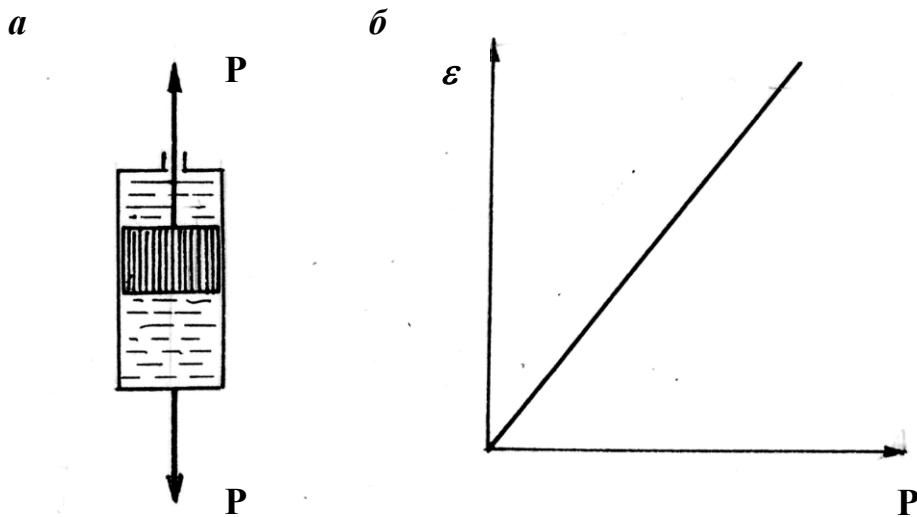


Рис. 6.10. Модель идеально вязкого тела Ньютона (а) и зависимость скорости деформации (течения) вязкой жидкости  $\varepsilon$  от внешней нагрузки  $P(\sigma)$  (б)

Идеально вязкая жидкость течет в соответствии с законом Ньютона – ф.(6.7). Главным здесь, как уже отмечалось, является независимость коэффициента динамической вязкости  $\mu$  от градиента скорости и напряжения сдвига.

Модель идеально пластического тела Сен-Венана-Кулона может быть представлена находящимся на плоскости твердым телом, при движении которого трение постоянно и не зависит от нормальной (перпендикулярной к поверхности) силы (рис. 6.11).

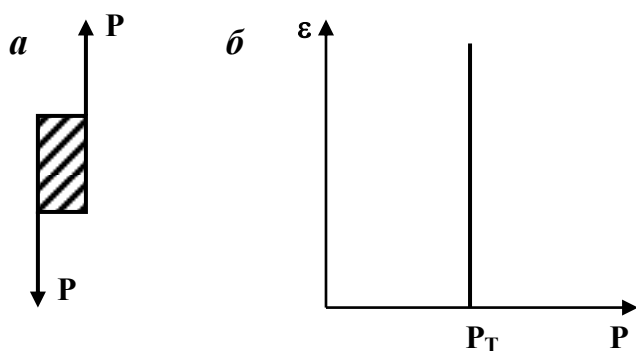


Рис. 6.11. Модель идеально пластического тела Сен-Венана-Кулона (а) и зависимость деформации этого тела  $\varepsilon$  от напряжения  $P$  (б)

В основе этой модели лежит закон внешнего (сухого) трения, в соответствии с которым деформация отсутствует, если напряжение сдвига меньше некоторой величины  $P_T$ , называемой пределом текучести, то есть при  $P < P_T, \varepsilon = 0, w = 0$ . (6.10)

Если напряжение достигает предела текучести, то развиваемая деформация идеально пластического тела не имеет предела и течение происходит с любой скоростью, то есть при

$P = P_T, \varepsilon > 0$  и  $w > 0$ .

Зависимость, обозначенная символом «б» на рис. 6.11 указывает на то, что к элементу сухого трения (идеально пластическому телу) *принципиально не может быть приложено напряжение, превышающее  $P_T$* . Величина  $P_T$  отражает прочность структуры тела. При условии  $P \geq P_T$  структура идеально пластического тела разрушается, после чего сопротивление напряжению отсутствует. В *реальных же жидкостях*, в которых свойство пластичности сочетается с вязкостью, напряжение сдвига может превышать  $P_T$ .

Итак, мы рассмотрели модели трех идеальных тел лишь с той целью, чтобы применить их как составные элементы при анализе поведения и математического описания неньютоновских жидкостей.

А теперь, имея необходимую исходную базу знаний, рассмотрим основные виды и свойства неньютоновских жидкостей.

### 6.2.5. Основные виды и свойства неньютоновских жидкостей

Применительно к строительно-технологическим задачам достаточно рассмотреть два класса этих жидкостей: *стационарные и нестационарные*.

#### *Стационарные неньютоновские жидкости*

К стационарным (рис. 6.12) относятся те неньютоновские жидкости, для которых скорость сдвига в данной точке зависит только от величины на-

пряжения сдвига в этой точке, т.е.  $\frac{dw}{dn} = f(\sigma_\tau)$ . Различают три вида этих жидкостей: пластичные, псевдопластичные, дилатантные.

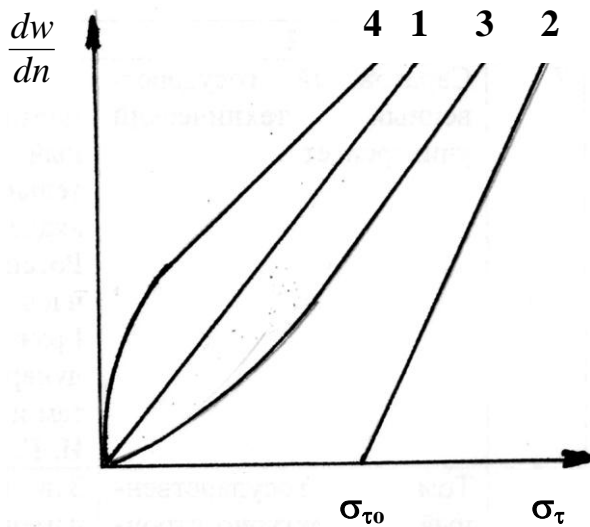


Рис. 6.12. Зависимость скорости сдвига от напряжения сдвига:

- 1 - вязкой ньютоновской жидкости;
- 2 - бингамовской жидкости;
- 3 - псевдопластичной жидкости;
- 4 - дилатантной жидкости

Пластичные или бингамовские жидкости (рис. 6.12, 2) отличаются тем, что при приложении к ним возрастающего напряжения сдвига до определенного предела они не текут, а лишь упруго деформируются наподобие твердых тел. Именно при достижении так называемого *предельного напряжения сдвига*  $\sigma_{\tau 0}$  их внутренняя структура, сдерживавшая течение, разрушается, и они начинают течь подобно ньютоновским жидкостям с проявлением постоянной вязкости, которая называется *пластической вязкостью* -  $\mu_{п}$ .

Реологическая модель бингамовской (пластичной, вязкопластичной) жидкости представлена на рис. 6.13.

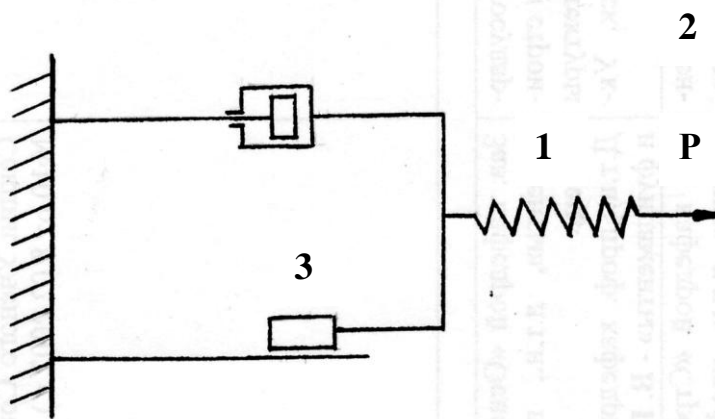


Рис. 6.13. Реологическая модель бингамовской жидкости:

- 1 – элемент упругости;
- 2 – элемент вязкости;
- 3 – элемент пластичности

Если мысленно приложить к модели растягивающее, постепенно возрастающее усилие  $P$ , то под его воздействием первым начнет растягиваться упругий элемент 1, вязкому течению элемента 2 будет препятствовать распо-

ложенный параллельно с ним в жесткой рамке элемент 3. И только после того, как напряжение в этом элементе хотя бы незначительно превысит предельное, начнется параллельное течение в элементах 3 и 2. При увеличении напряжения сдвига скорость течения пропорционально возрастет, что и отражено на графике течения (рис. 6.12, 2).

Представленной реологической модели полностью соответствует следующая математическая модель течения бингамовской жидкости:

$$\sigma_{\tau} = \sigma_{\tau_0} + \mu_{\Pi} \left| \frac{dw}{dn} \right|, \quad (6.11)$$

где  $\sigma_{\tau_0}$  - предельное напряжение сдвига или предел текучести;

$\mu_{\Pi}$  - пластическая вязкость.

В строительных технологиях бингамовские жидкости привлекают к себе наибольшее внимание, так как достаточно многие технологические жидкости и жидкообразные массы текут именно так, как представлено выше, или близко к этому. Это цементное тесто, глиняная паста, с некоторым приближением – цементный бетон.

*Псевдопластичные жидкости* (от греческого pseudos – ложь; в сложных словах – ложный, кажущийся) – это такие (рис. 6.12, 3), которые не имеют предела текучести, то есть начинают течь при совсем незначительных напряжениях сдвига, а с увеличением напряжения сдвига их текучесть возрастает, соответственно вязкость убывает. Для таких жидкостей во многих научных дисциплинах вязкость называют *кажущейся*, в технологии бетонов – *структурной*.

Математическая модель процесса течения псевдопластичной жидкости может быть представлена как:

$$\sigma_{\tau} = \mu_{\kappa} \left( \frac{dw}{du} \right)^m, \quad (6.12)$$

где  $\mu_{\kappa}$  - кажущаяся вязкость;

$m$  - показатель степени, его значения для псевдопластичных жидкостей могут находиться в пределах  $0 < m < 1$ .

К псевдопластичным жидкостям относятся некоторые разбавленные полимеры, обладающие палочкообразным строением. Для них снижение вязкости при возрастании скорости течения объясняют тем, что внутренняя структура полимера становится параллельноориентированной, в результате чего внутреннее трение снижается.

К псевдопластичным жидкостям можно отнести и сильно разбавленные цементные суспензии, при течении которых межчастичные связи разрываются не сразу, а постепенно, благодаря чему вязкость убывает по мере течения. Чем больше цементная суспензия разбавляется водой, тем больше и больше показатель степени  $m$  в формуле (6.12) приближается к единице. И, наконец, при  $m = 1$  цементная суспензия течет как ньютоновская жидкость с постоянной вязкостью.

*Дилатантные жидкости* (дилатансия – загустение) так же, как и псевдопластичные жидкости, не имеют предела текучести, но в отличие от них характеризуется тем, что в некоторых пределах увеличения напряжения сдвига (и соответственно скорости истечения) их вязкость возрастает, то есть происходит загустение жидкости, а при дальнейшем увеличении напряжения сдвига вязкость стабилизируется (рис. 6.12, 4).

Для этих жидкостей справедлива зависимость (6.12) при  $m > 1$ .

Дилатансия характерна для очень концентрированных агрегативно устойчивых суспензий, у которых отсутствуют постоянные контакты между частицами. При течении происходит ориентирование и сближение частиц, уменьшается свободное пространство, необходимое для течения, и движение частиц сильно затрудняется.

В строительных технологиях дилатансия встречается крайне редко, и поэтому мы ограничимся выше отмеченным.

### *Нестационарные неньютоновские жидкости*

Текучесть этих жидкостей зависит не только от величины напряжения сдвига, но и от продолжительности его приложения. Жидкости этого класса бывают двух видов: 1 – *тиксотропные* и 2 – *анти tiksотропные*.

*Тиксотропные жидкости* характеризуются тем, что в процессе течения их внутренняя структура постепенно разрушается, вязкость снижается. Следствием этого является то, что при постоянной скорости течения напряжение сдвига падает или же при постоянном напряжении сдвига текучесть жидкости возрастает.

Таким образом, в широком понимании *тиксотропия* – это свойство среды, при котором отношение касательного напряжения к скорости сдвига *временно понижается* в результате предшествующей деформации.

Тиксотропия наиболее характерна для коллоидных (ультрадисперсных) систем и представляет собой обратимый переход «золь-гель-золь» при механических воздействиях. Примером тиксотропной системы может служить суспензия бентонитовой глины. При концентрациях дисперсной фазы  $\approx 10\%$  суспензия утрачивает текучесть, застывает и приобретает упругие свойства, деформируясь при небольших нагрузках вполне обратимо. Однако после непродолжительного встряхивания, например, в мерном цилиндре она полностью разжижается. Если оставить систему в покое, то через некоторое время, называемое *тиксотропным периодом*, она вновь становится твердообразной. Продолжительность тиксотропного периода для реальных систем может составлять как доли секунды, так и десятки часов. Это во многом зависит от содержания в системе частиц коллоидных размеров.

В строительстве свойство тиксотропии приписывают некоторым грунтам, которые легко разжижаются при вибрациях, связанных с прохождением транспорта, работой других машин, что может быть причиной аварий.

Типичные тиксотропные системы – оползни и плывуны.

Тиксотропные свойства определяют качество масляных красок. Они должны разжижаться при движении кисти и сразу же после этого отвердевать, не стекая под действием силы тяжести.

Бетонные и растворные (на цементе) смеси также обладают признаками тиксотропии, что эффективно используется, например, в процессах вибрационного формования изделий.

В качестве примера положительной роли тиксотропии можно привести глинистые растворы, применяемые при турбулентном способе бурения нефтяных скважин. Раствор подается в скважину по мере продвижения турбобура вниз, и через него происходит вынос на поверхность с последующим удалением кусков выбуренной породы. При планируемых или непредвиденных остановках турбобура раствор мгновенно отвердевает и предотвращает оседание в скважине кусков породы, что предохраняет турбобур от поломки. При возобновлении работы турбобура раствор снова разжижается.

Таким образом, свойство тиксотропии нельзя не учитывать в задачах управления технологическими процессами.

*Реопектантные (антитиксотропные) жидкости* с увеличением продолжительности воздействия постоянного напряжения сдвига снижают свою текучесть, после прекращения сдвигового воздействия течение приостанавливается, но вязкость жидкости при этом возрастает. Объясняют это свойство возникновением в жидкости при течении дополнительных связей. В реальных системах это свойство проявляется крайне редко.

Таким образом, в разделе 6.2 мы познакомились с многочисленными видами технологических жидкостей и с многочисленными вариантами проявления ими свойств. Это должно настроить нас на мысль о том, что гидродинамические технологические процессы в самом широком спектре их представления невозможно описать только относительно простыми законами классической гидравлики. Необходимо также привлекать элементы гидромеханики неньютоновских жидкостей. Этим мы и займемся в дальнейшем. А вначале рассмотрим основополагающие законы и математические модели классической гидродинамики как основы для решения технологических задач.

## **6.3. Основные уравнения гидростатики**

### ***6.3.1. Общие положения***

Основные уравнения гидростатики получают на основании баланса сил, действующих на покоящуюся жидкость. Состояние покоя бывает *абсолютным и относительным*. Первое состояние оценивается относительно земной поверхности (сосуд, в котором находится жидкость – неподвижен), второе – относительно сосуда, в котором находится жидкость, при этом сам сосуд может двигаться (например, цистерна с жидкостью).

Мы ограничимся первым случаем.



Основными расчетными характеристиками в гидростатике являются *плотность жидкости* и создаваемое ею *гидростатическое давление*.

*Плотность* ( $\rho$ ) имеет общезначимый смысл и определяется как масса единицы объема жидкости:

$$\rho = \frac{m}{v}, \quad (6.13)$$

где  $m$  - масса;

$v$  - объем жидкости.

Размерность плотности:  $[\rho] = [\text{кг}/\text{м}^3]$ .

Гидростатическое давление – удельная сила, с которой жидкость воздействует на дно и стенки сосуда или на поверхность любого погруженного в нее тела. Рассмотрим некоторую элементарную площадку  $F$  внутри объема покоящейся жидкости. Независимо от положения площадки в данной точке объема жидкость будет давить на нее с некоторой силой, равной  $P$  и направленной по нормали к площадке, на которую она действует. Ее называют *силой гидростатического давления*. Отношение  $P/F$  представляет собой *среднее гидростатическое давление*, а предел этого отношения при  $F \rightarrow 0$  носит название *гидростатического давления в точке* или просто *давления* ( $p$ ):

$$p = \lim_{F \rightarrow 0} \left( \frac{P}{F} \right). \quad (6.14)$$

Размерность:  $[p] = [\text{н}/\text{м}^2] = [\text{Па}]$ .

Давление в любой точке жидкости *одинаково по всем направлениям*, поскольку в противном случае происходило бы перемещение жидкости внутри занимаемого объема.

Приборы для измерения давления (манометры и вакуумметры) показывают не абсолютное давление, а разность между абсолютным  $p_{абс}$  и атмосферным (барометрическим)  $p_{атм}$  давлениями. Эту разность называют избыточным давлением  $p_{изб}$ , если давление в заданном объеме превышает атмосферное, и разреженным  $p_{разр}$ , если оно ниже атмосферного.

Таким образом, для первого случая:

$$\begin{aligned} p_{изб} &= p_{абс} - p_{атм}, \\ \text{тогда} \quad p_{абс} &= p_{изб} + p_{атм}. \end{aligned} \quad (6.15)$$

Для второго случая:

$$\begin{aligned} p_{разр} &= p_{атм} - p_{абс}, \\ \text{тогда} \quad p_{абс} &= p_{атм} - p_{разр}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

### 6.3.2. Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера для покоящейся жидкости

Уравнения Эйлера отражают баланс сил, действующих на элементарный объем жидкости, находящейся в состоянии абсолютного покоя. Таких сил две: сила тяжести и сила гидростатического давления.

Выделим в покоящейся жидкости элементарный объем прямоугольной формы  $dv$  с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , расположенными параллельно осям координат  $x$ ,  $y$ ,  $z$  (рис. 6.14) и выполним разметку проекций сил на оси координат.

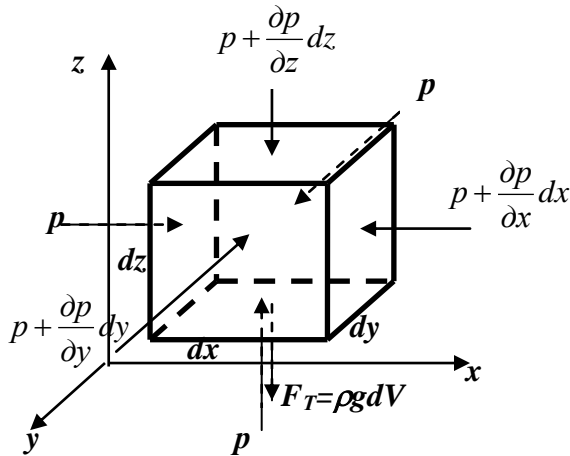


Рис. 6.14. К выводу дифференциального уравнения равновесия Эйлера

Сила тяжести ( $F_T$ ) представлена стрелкой, направленной вниз, параллельно оси  $z$ . Так как ее направление не совпадает с направлением оси  $z$ , то в уравнение силового баланса она войдет со знаком «минус»:

$$F_T = -\rho g dv.$$

Относительно осей  $x$  и  $y$  проекции силы тяжести равны нулю.

Силу гидростатического давления ( $P$ ) представим произведением гидростатического давления на площадь его действия в виде соответствующей грани элементарного объема. При этом будем считать, что во всех 3-х направлениях со стороны начала осей координат давление, действующее на грань элементарного объема, будет равно  $p$ , а с противоположной стороны ему будет противодействовать давление, получившее приращение в виде частной производной по соответствующей координате, умноженной на длину грани, параллельной этой координате.

С учетом изложенного запишем проекции сил на координатные оси:

для оси  $z$ : 
$$\left[ p - \left( p + \frac{\partial p}{\partial z} dz \right) \right] dx dy - \rho g dv = 0$$

или 
$$-\frac{\partial p}{\partial z} dv - \rho g dv = 0$$

или 
$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0;$$

для оси  $x$ : 
$$\left[ p - \left( p + \frac{\partial p}{\partial x} dx \right) \right] dy dz = 0$$

или 
$$-\frac{\partial p}{\partial x} dv = 0$$

или 
$$-\frac{\partial p}{\partial x} = 0;$$

для оси  $y$ : 
$$\left[ p - \left( p + \frac{\partial p}{\partial y} dy \right) \right] dx dz = 0$$

или 
$$-\frac{\partial p}{\partial y} dv = 0$$

или

$$-\frac{\partial p}{\partial y} = 0.$$

Таким образом, условия равновесия элементарного объема жидкости могут быть представлены системой уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial x} = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial y} = 0. \end{cases} \quad (6.17)$$

Эта система уравнений получила название «дифференциальные уравнения равновесия Эйлера».

Главная суть уравнений Эйлера сводится к тому, что в покоящейся жидкости изменение давления имеет место только по высоте.

### 6.3.3. Основное уравнение гидростатики в интегральной форме

Для получения закона распределения давления по всему объему покоящейся жидкости необходимо проинтегрировать систему уравнений (6.17).

Из трех уравнений значимым является лишь первое:

$$-\frac{\partial p}{\partial z} - \rho g = 0.$$

В этом уравнении изменим частную производную на полную, знак «-» на обратный, разделим переменные и получим:

$$dz + -\frac{dp}{\rho g} = 0$$

или

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g}\right) = 0.$$

После интегрирования: 
$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \quad (6.18)$$

Уравнение (6.18) является основным уравнением гидростатики в интегральной форме. Оно указывает на то, что в любой точке покоящейся жидкости полный гидростатический напор  $\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$  остается величиной постоянной.

В полный гидростатический напор входят две составляющие:

$z$  - нивелирная высота или геометрический напор, [м];

$\frac{p}{\rho g}$  - пьезометрический напор (напор от давления), его размерность:

$$\left[\frac{p}{\rho g}\right] = \left[\frac{н \cdot м^3 \cdot с^2}{м^2 \cdot кг \cdot м}\right] = \left[\frac{н \cdot с^2}{кг}\right] = \left[\frac{кг \cdot м \cdot с^2}{с^2 \cdot кг}\right] = [м].$$

Для двух произвольных уровней в объеме покоящейся жидкости уравнение (6.18) запишется:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g}. \quad (6.19)$$

Такая форма записи основного уравнения гидростатики удобна для его энергетической интерпретации и для инженерных расчетов.

Проиллюстрируем энергетический смысл уравнения (6.19) с помощью рис. 6.15.

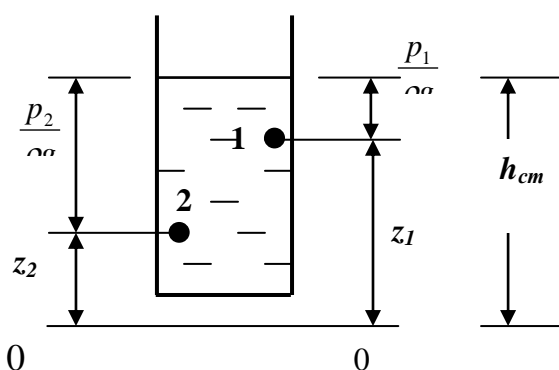


Рис. 6.15. К основному уравнению гидростатики (6.19)

Выделим в объеме покоящейся жидкости точки 1 и 2 и запишем для них относительно произвольной горизонтальной плоскости 0-0 значения составляющих полного гидростатического напора:

для т.1  $z_1 + \frac{p_1}{\rho g},$

для т.2  $z_2 + \frac{p_2}{\rho g}.$

В сумме они представляют одну и ту же величину, называемую *полным статическим напором* -  $h_{cm}$ .

С энергетической точки зрения полный статический напор жидкости характеризует *запас ее потенциальной энергии* относительно выделенного уровня 0 - 0. В свою очередь полная потенциальная энергия жидкости включает *потенциальную энергию столба жидкости*, расположенного над рассматриваемой точкой, или *потенциальную энергию давления в точке*  $\left(\frac{p_1}{\rho g} \text{ и } \frac{p_2}{\rho g}\right)$ , и *потенциальную энергию положения рассматриваемой точки* относительно базового уровня 0 - 0 ( $z_1$  и  $z_2$ ).

В такой интерпретации основное уравнение гидростатики представляет собой частный случай закона сохранения энергии.

Для того чтобы уравнению (6.19) придать окончательный расчетный вид, его записывают в следующей форме:

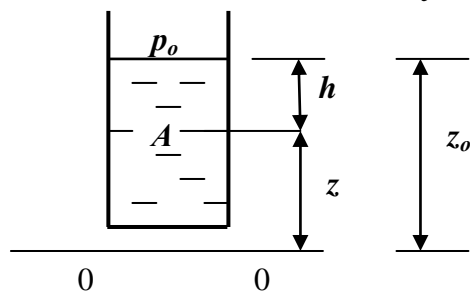


Рис. 6.16. К уравнениям 6.20, 6.21, 6.22

$$z_o + \frac{p_o}{\rho g} = z + \frac{p}{\rho g}, \quad (6.20)$$

где  $z_o$  и  $p_o$  отнесены к свободной поверхности жидкости;

$z$  и  $p$  - к любой точке  $A$  в объеме жидкости (рис. 6.16).

После несложных преобразований получим:

$$p = p_o + \rho g(z_o - z) \quad (6.21)$$

или

$$p = p_o + \rho gh. \quad (6.22)$$

Последние два уравнения являются выражением *закона Паскаля*, согласно которому давление, создаваемое в любой точке покоящейся жидкости, передается одинаково всем точкам ее объема.

Согласно уравнению (6.21) давление в любой точке покоящейся жидкости будет равно сумме, в которую входят давления над поверхностью жидкости  $p_o$  и давление столба жидкости над расчетной точкой высотой  $h = (z_o - z)$  – см. рис. 6.16.

## 6.4. Инженерные задачи гидростатики

Основное уравнение гидростатики в интегральной форме широко используется в различных практических приложениях (инженерных задачах). Рассмотрим некоторые из них.

### 6.4.1. Расчеты давления и силы давления жидкости на стенки и дно резервуаров

Подобные задачи приходится решать при выполнении конструктивных расчетов емкостей для хранения воды, водных и других растворов, шламов и т.п., плотин и даже складов силосного типа для хранения цемента, зерна.

Рассмотрим задачу о распределении гидростатического давления на стенки и дно резервуара, заполненного жидкостью. В качестве расчетного примем уравнение (6.21).

Возможны два варианта расчетов: 1 – избыточное давление над поверхностью жидкости отсутствует, т.е.  $p_o = p_{изб} = 0$  (рис. 6.17); 2 – над поверхностью жидкости существует избыточное давление  $p_{изб}$ , т.е.  $p_o = p_{изб}$  (рис. 6.18).

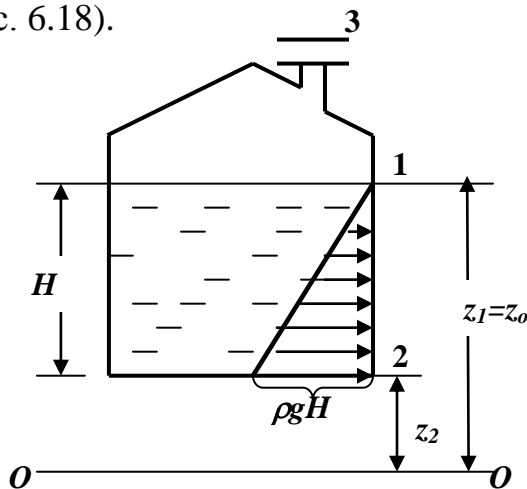


Рис. 6.17. Эпюра распределения давления при  $p_o=0$  (крышка резервуара 3 открыта)

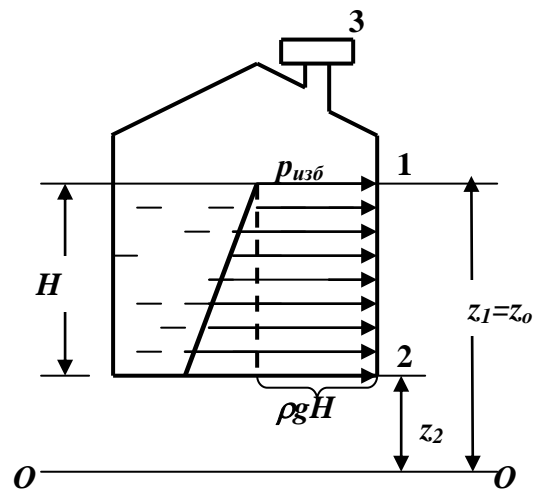


Рис. 6.18. Эпюра распределения давления при  $p_o=p_{изб}$  (крышка резервуара 3 закрыта)

Так как уравнение (6.21) отражает *линейный закон* распределения давления по высоте (глубине) жидкости, то достаточно вычислить давление в крайних точках 1 и 2, полученные значения отложить на схеме в определенном масштабе и соединить их прямой линией. Получится эпюра давлений на стенку резервуара.

По первому варианту расчетов (рис. 6.17):

$$p_1 = p_o + \rho g (z_o - z_1).$$

Так как  $p_o = 0$ :  $z_1 = z_o$ ;  $z_1 - z_o = 0$ , то  $p_1 = 0$ ,

$$p_2 = p_o + \rho g (z_o - z_2).$$

Так как  $p_o = 0$ :  $z_o - z_2 = H$ , то

$$p_2 = \rho g H. \quad (6.23)$$

По второму варианту расчетов (рис. 6.18):

$$p_1 = p_o + \rho g (z_o - z_1).$$

Так как  $p_o = p_{изб}$ :  $z_1 - z_o = 0$ , то  $p_1 = p_{изб}$ ,

$$p_2 = p_o + \rho g (z_o - z_2).$$

Так как  $p_o = p_{изб}$ :  $z_o - z_2 = H$ , то

$$p_2 = p_{изб} + \rho g H \quad (6.24)$$

Так как точка 2 принадлежит одновременно и стенке и дну резервуара, то давление на дно будет таким же, какое вычислено для т.2.

Эпюры распределения давления на стенки резервуаров представлены на рис. 6.17 и 6.18.

Силы давления определяются как

$$P = p_{cp} \cdot F,$$

где  $P_{cp} = (P_1 + P_2)/2$  (для боковых стенок);

$F$  - площадь, на которую действует  $p_{cp}$ , для боковых стенок – это боковая поверхность цилиндра.

С целью экономии материалов конструктивные расчеты стенок резервуаров ведут по нескольким поясам так, чтобы толщина стенки понижалась в каждом вышерасположенном поясе. На эту возможность указывают полученные эпюры давлений.

#### 6.4.2. Расчеты сообщающихся сосудов

Сообщающимися называют сосуды, соединенные между собой снизу (рис. 6.19). В практическом использовании это могут быть сети водоснабжения, паровые котлы, дозирующие устройства, водомерные стекла и т.п.

Основной расчетной характеристикой в сообщающихся сосудах является, как правило, соотношение уровней жидкости (жидкостей) в этих сосудах. Все возможные расчеты можно свести к трем вариантам (рис. 6.19):

$$1 - p_{01} = p_{02} = 0; \quad \rho_1 = \rho_2;$$

$$2 - p_{01} = p_{02} = 0; \quad \rho_1 \neq \rho_2;$$

$$3 - p_{01} \neq p_{02} = 0; \quad \rho_1 = \rho_2.$$

Рассмотрим каждый из них.

**Первый вариант** - сообщающиеся сосуды заполнены одной жидкостью ( $\rho_1 = \rho_2$ ), сосуды сверху открыты, т.е. избыточное давление в них отсутствует ( $p_{01} = p_{02} = 0$ ).

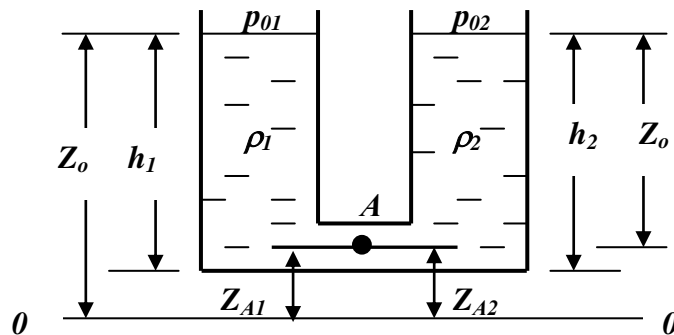


Рис. 6.18. К расчету сообщающихся сосудов

Выберем произвольно плоскость сравнения  $0 - 0$ , запишем для общей точки  $A$  давление относительно первого и второго сосудов:

$$p_{A1} = p_{01} + \rho_1 g (z_{01} - z_{A1}) = p_{01} + \rho_1 g h_1;$$

$$p_{A2} = p_{02} + \rho_2 g (z_{02} - z_{A2}) = p_{02} + \rho_2 g h_2.$$

Так как жидкости находятся в равновесии, то согласно

закону Паскаля давления в т.  $A$  со стороны обоих сосудов одинаковы:

$$p_{01} + \rho_1 g h_1 = p_{02} + \rho_2 g h_2;$$

так как  $p_{01} = p_{02} = 0$ ;  $\rho_1 = \rho_2$ , то, следовательно,

$$h_1 = h_2. \quad (6.25)$$

Таким образом, в открытых или закрытых, находящихся под одинаковым давлением, сообщающихся сосудах, заполненных однородной жидкостью, уровни ее распределяются на одной высоте независимо от формы и поперечного сечения сосудов.

Этот, в общем то, очевидный вывод имеет широкое практическое применение.

**Пример 1.** Если водоснабжение жилого поселка предусмотрено через водонапорную башню без дополнительной подкачки воды (рис. 6.20), то уровень воды в накопительном баке водонапорной башни должен превышать на

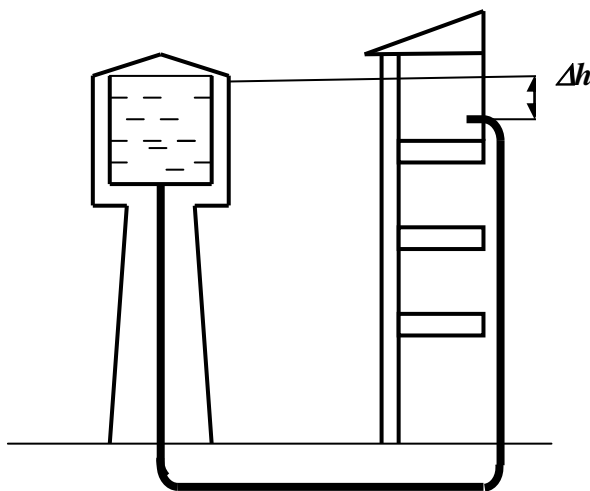


Рис. 6.20. Схема водоснабжения

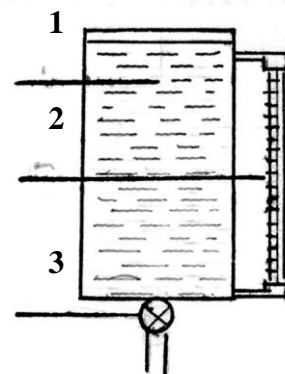


Рис. 6.21. Дозировочное устройство для жидких компонентов: 1 – расходная емкость; 2 – водомерное стекло; 3 – выпускной кран

некоторую минимально допустимую величину  $\Delta h$  уровень самого высоко размещенного водорасходного устройства.

**Пример 2.** Для дозирования небольших количеств жидких добавок в бетонные смеси, керамические массы и другие формовочные композиции часто используют устройства, снабженные стеклянной градуированной во- домерной трубкой (рис. 6.21). Она позволяет отмеривать совсем малое коли- чество добавок, что не всегда доступно для серийно выпускаемых строитель- ной промышленностью автоматических дозаторов, которые к тому же доста- точно дороги.

**Второй вариант** – сообщающиеся сосуды заполнены несмешивающи- мися жидкостями с различными плотностями ( $\rho_1 \neq \rho_2$ ), избыточное давление над поверхностями жидкостей отсутствует ( $p_{01} = p_{02} = 0$ ).

Представим равновесие давлений для точки  $A$  (рис. 6.19):

$$p_{01} + \rho_1 g h_1 = p_{02} + \rho_2 g h_2;$$

так как  $p_{01} = p_{02} = 0$ ; то  $\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2$  и, следовательно,

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}. \quad (6.26)$$

Таким образом, в сообщающихся со- судах высоты уровней разнородных жидко- стей над поверхностью их раздела обратно пропорциональны плотностям этим жидко- стей.

Этот эффект достаточно широко ис- пользуется в технике, например, для полно- го извлечения нефти из подземных нефте- носных слоев (рис. 6.22).

При этом в одну или несколько сква- жин закачивается относительно тяжелая жидкость – вода, которая вытесняет нефть на поверхность



Рис. 6.22. Схема извлечения нефти

**Третий вариант** – сообщающиеся сосуды заполнены одной жидко- стью ( $\rho_1 = \rho_2$ ), над поверхностями жидкостей имеется избыточное давление различной величины.

Представим условия равновесия жидкостей для точки  $A$  (рис. 6.19):

$$p_{01} + \rho g h_1 = p_{02} + \rho g h_2.$$

Пусть  $p_{01} > p_{02}$ . Для этого условия:

$$h_2 = \frac{(p_{01} - p_{02})}{\rho g} + \frac{\rho g h_1}{\rho g}, \quad \text{или} \\ h_2 = \frac{\Delta p_0}{\rho g} + h_1. \quad (6.27)$$



Таким образом, более высокое давление над поверхностью жидкости в первом сосуде обеспечивает дополнительный подъем уровня жидкости во втором сосуде, пропорциональный разности давлений над жидкостью в первом и во втором сосудах.

В качестве примера практического использования соотношения (6.27)

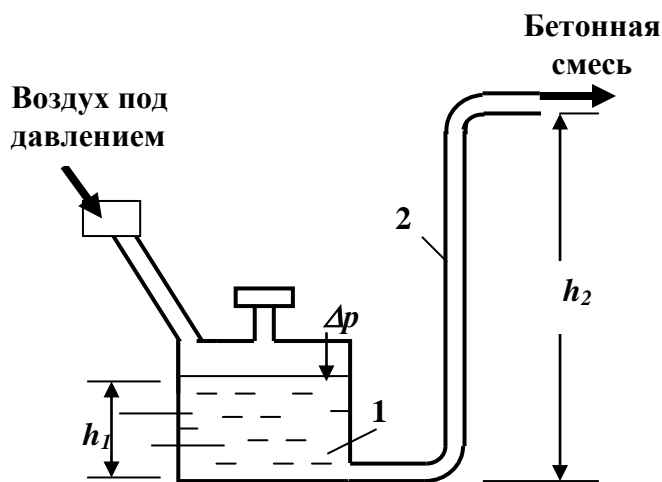


Рис. 6.23. Один из вариантов схемы пневмобетононасоса

можно привести принципиальную схему работы пневмонасоса для подачи бетонной смеси (рис.6.23) на определенную высоту  $h_2$  (например, в бетонируемую строительную конструкцию).

В емкость 1 предварительно загружается бетонная смесь, затем емкость герметизируется и в нее под давлением от компрессора подается сжатый воздух, создающий перепад давлений  $\Delta p_0$  и соответствующий ему пьезометрический напор  $\Delta p_0 / \rho g$  (ф.6.27). Этот напор и обеспечивает дополнительный подъем бетонной

смеси в трубопроводе 2, равный  $(h_2 - h_1)$ .

### 6.4.3. Расчеты гидравлических машин

Действие закона Паскаля, согласно которому давление в жидкости передается по всем направлениям одинаково, широко используется в гидравлических машинах. Это могут быть гидро- и пневмоприводы для открывания дверей в транспортных средствах, в строительных технологиях по этому принципу работают всевозможные исполнительные механизмы (открывание клапанов для подачи пара в камеры тепловой обработки бетонных и железобетонных изделий, перемещение электродов арматурных сварочных станков и т.п.), в которых создается усилие ( $F$ ), равное произведению величины давления в рабочем цилиндре ( $p$ ) на площадь подвижного поршня ( $S$ ):

$$F = p \cdot S, \quad (6.28)$$

или

$$F = p \cdot \frac{\pi d^2}{4},$$

где  $d$  - диаметр поршня.

Особенно наглядно принцип действия гидравлических машин прослеживается в устройстве гидравлических прессов, широко используемых в технологиях прессованных изделий силикатного и глиняного кирпича, тротуарной цементно-песчаной плитки и др., а также в качестве лабораторного оборудования для испытания прочности материалов.

Рассмотрим принцип действия ручного гидравлического пресса для лабораторных испытаний прочности материалов (рис. 6.24).

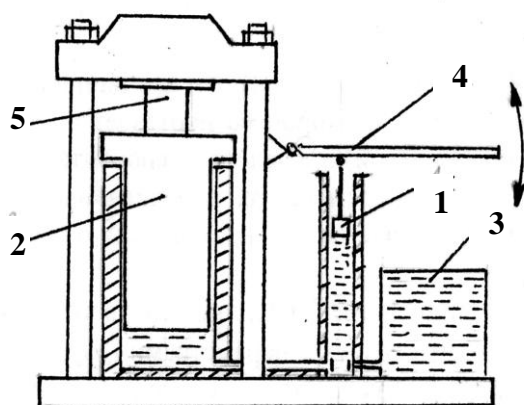


Рис. 6.24. Схема лабораторного гидравлического пресса с ручным приводом:

1 – поршень гидронасоса; 2 – поршень рабочего цилиндра; 3 – емкость с машинным маслом; 4 – ручной привод; 5 - испытуемый образец строительного материала

Главными органами пресса являются два поршня: рабочий поршень большого диаметра 2, создающий усилие разрушения на испытуемый образец 5, и поршень гидронасоса малого диаметра 1, создающий давление машинного масла, заполняющего гидросистему пресса.

При строгом подходе в качестве основного уравнения при расчете усилий в прессе следовало бы принять уравнение Паскаля – ф.(6.21). Однако, учитывая то, что в рассматриваемой ситуации избы-

точное давление, создаваемое поршнем гидронасоса, не менее чем на два порядка превышает давление, соответствующее раз-

нице столбов жидкости в цилиндрах, последним пренебрегают. И тогда давление в цилиндрах пресса определяется равенством:

$$p_{01} = p_{02} = p. \quad (6.29)$$

Для создания этого давления в гидронасосе прилагаемое усилие должно быть:

$$F_1 = p \cdot S_1 = p \cdot \frac{\pi d_1^2}{4}, \quad (6.30)$$

где  $d_1$  - диаметр поршня в гидронасосе.

В рабочем цилиндре 2 будет создаваться усилие:

$$F_2 = p \cdot S_2 = p \cdot \frac{\pi d_2^2}{4}, \quad (6.31)$$

где  $d_2$  - диаметр поршня в рабочем цилиндре.

С учетом ф.(6.30, 6.31) равенство (6.29) будет представлено как:

$$\frac{4F_1}{\pi d_1^2} = \frac{4F_2}{\pi d_2^2},$$

откуда следует

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{d_2^2}{d_1^2}. \quad (6.32)$$

Таким образом, усилие в рабочем цилиндре будет превышать усилие в гидронасосе пропорционально отношению площадей или квадратов диаметров цилиндров в  $\left(\frac{d_2^2}{d_1^2}\right)$  раз. Следовательно, при небольшом усилии в ручном

приводе пресса в рабочем цилиндре можно создавать достаточно большие усилия за счет разницы размеров диаметров поршней 1 и 2.

Но этот вывод не должен создавать иллюзию относительно выигрыша в работе.

Действительно, изменение объемов жидкости в цилиндрах 1 и 2 составит:  $\Delta v_1 = \Delta v_2$ ,

или 
$$\Delta h_1 S_1 = \Delta h_2 S_2, \quad (6.33)$$

где  $\Delta h_1$  и  $\Delta h_2$  – ход поршней 1 и 2.

Из уравнения (6.33) следует:

$$\Delta h_2 = \Delta h_1 \frac{S_1}{S_2} = \Delta h_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}.$$

Следовательно, ход поршня 2 в  $\left(\frac{d_2^2}{d_1^2}\right)$  раз меньше, чем ход поршня 1,

то есть выигрыш в силе полностью компенсируется проигрышем в перемещении.

## 6.5. Гидродинамика. Основные характеристики процесса движения жидкостей

### 6.5.1. Основные термины, понятия, характеристики

Гидродинамика рассматривает законы течения жидкостей.

*Движущей силой* течения является *разность давлений*, которая создается с помощью насосов, или вследствие разности уровней или плотностей жидкости.

Основной расчетной характеристикой в гидродинамике как раз и является разность давлений, а, следовательно – и количество энергии, необходимое для перемещения определенного объема жидкости *с заданной скоростью*. В некоторых случаях решается обратная задача: при известном *перепаде давлений* определяется скорость истечения.

Многообразие вариантов движения жидкостей приводит к необходимости различать *внутреннюю и внешнюю* задачи гидродинамики.

*Внутренняя задача* связана с течением жидкости по трубам и каналам.

*Внешняя задача* связана с обтеканием жидкостями твердых тел.

Рассматриваются также *смешанные задачи* гидродинамики, которые трудно однозначно отнести к внутренним или внешним.

Тем не менее, основные понятия и характеристики движения жидкостей сформировались применительно к внутренней задаче.

Рассмотрим основные из них.

*Скорость и расход жидкости.* Скорость жидкости ( $w$ ) имеет общефизическую трактовку. Особенностью является то, что в каждой точке потока она имеет, как правило, свои значения, например, по оси трубы – максимальные, на стенке – нулевые. Поэтому в расчетах обычно используют не истинное значение скорости, а среднюю (фиктивную) скорость.

*Расходом жидкости* называют ее количество, протекающее через поперечное сечение потока («живое» сечение, т.е. затопленное сечение трубопровода или канала) –  $S$  в единицу времени. Различают *объемный расход* ( $V$ , м<sup>3</sup>/с, м<sup>3</sup>/ч) и *массовый расход* ( $M$ , кг/с, кг/ч).

Объемный расход и средняя скорость связаны между собой зависимостями:

$$V = w \cdot S \quad (6.34)$$

и 
$$w = \frac{V}{S}. \quad (6.35)$$

Массовый расход определяется произведением:

$$M = \rho w S, \quad (6.36)$$

где  $\rho$  - плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>.

*Гидравлический радиус* и *эквивалентный диаметр* – это условные геометрические характеристики, применяемые в расчетах процессов течения жидкостей по каналам нецилиндрической формы, в том числе – при течении в межзерновом пространстве, например, через слой обжигаемого материала в шахтной печи дымовых газов.

Под *гидравлическим радиусом* ( $r_z$ ) понимают отношение площади «живого» сечения канала, через которое протекает жидкость, к смоченному периметру:

$$r_z = \frac{S}{\Pi}, \quad (6.37)$$

где  $S$  - площадь сечения потока жидкости, м<sup>2</sup>;

$\Pi$  - смоченный периметр, м.

Для цилиндрической трубы:

$$r_z = \frac{\frac{\pi d^2}{4}}{\pi d} = \frac{d}{4}, \quad (6.38)$$

где  $d$  - диаметр трубы.

Диаметр, выраженный через гидравлический радиус, называют *эквивалентным диаметром*. Из ф.(6.38) следует:

$$d = 4r_z = d_э,$$

а с учетом ф.(6.37):

$$d_э = \frac{4S}{\Pi}. \quad (6.39)$$

Таким образом, задача вычисления эквивалентного диаметра в любом случае сводится к предварительному определению площади и периметра потока. Так, например, для прямоугольного сечения со сторонами  $a$  и  $b$   $S = a \cdot b$ ;  $P = 2(a+b)$ ;  $d_{\text{э}} = \frac{4a \cdot b}{2(a+b)} = \frac{2ab}{a+b}$ . Для сечений неправильной геометрической формы задача выглядит несколько сложнее.

*Режимы движения жидкости.* Режим движения характеризует ту или иную *структуру потока жидкости*.

Различают *ламинарный, турбулентный и переходный режимы*.

*Ламинарным или струйчатым* называют режим, при котором все частицы жидкости движутся по параллельным траекториям в одном направлении. Такой режим возможен при низких скоростях течения.

*Турбулентный* – это вихревой режим течения; характеризуется пересекающимися и вихревыми траекториями движения частиц, наличием всевозможных пульсаций; на обеспечение такого течения требуются большие, чем при ламинарном режиме, затраты энергии. Турбулентный режим можно обеспечить только за счет повышения скорости потока. Однако практический опыт показывает, что для высоковязких жидкостей переход от ламинарности к турбулентности наступает при больших скоростях; значение имеют также плотность жидкости, размеры сечения канала, в котором происходит течение.

Переход от ламинарности к явной турбулентности происходит (например, при увеличении скорости потока) не скачкообразно, а плавно. Вначале наблюдается только отдельно возникающие и тут же исчезающие возмущения в параллельно-струйчатой структуре потока. Затем они постепенно приобретают системный характер. Такое постепенно изменяющееся течение характеризуют как *переходный режим*.

Для численной оценки границ режимов течения жидкостей и газов О. Рейнольдс предложил (1883 г.) использовать критерий гидродинамического подобия, названный его именем:

$$\text{Re} = \frac{\rho w d}{\mu}. \quad (6.40)$$

Сущность этого критерия подробно уже представлена в п.п.3.5 и 3.6 настоящего учебного пособия, поэтому дополнительных пояснений здесь не требуется.

Отметим лишь, что этот критерий дает комплексную оценку режимам движения жидкостей и газов. Установлено, что при движении любых жидкостей по прямым гладким трубам:

при  $\text{Re} < 2320$  – имеет место ламинарный режим;

при  $2320 < \text{Re} < 10000$  – переходный режим;

при  $\text{Re} > 10000$  – турбулентный режим.

Если течение жидкости происходит в канале некруглого сечения, то в ф.(6.40) вместо  $d$  должно фигурировать  $d_{\text{э}}$ .

Приведенные граничные значения критерия  $Re$  следует рассматривать как несколько условные, так как любые отклонения от обозначенных условий (наличие шероховатостей и т.п.) понижают границу существования ламинарного потока.

В приведенной формуле критерия Рейнольдса символ скорости  $w$  подразумевает ее среднее значение по сечению потока. В действительности же в разных точках сечения потока она имеет свои значения. Для ламинарного потока вид распределения скоростей может быть установлен теоретически.

### 6.5.2. Распределение скоростей и расход жидкости при установившемся ламинарном потоке

Структуру ламинарного потока в трубе можно условно представить в виде определенной последовательности цилиндрических слоев, соосных с трубой, движущихся параллельно друг другу. При этом самая высокая скорость будет иметь место по оси трубы.

В непосредственной близости от стенки трубы скорость жидкости практически равна нулю вследствие притяжения ее молекул поверхностными слоями материала, из которого изготовлена труба.

Значения локальных скоростей между осью и стенкой трубы в силу действия внутреннего жидкостного трения (вязкости) будут промежуточными, плавно изменяющимися.

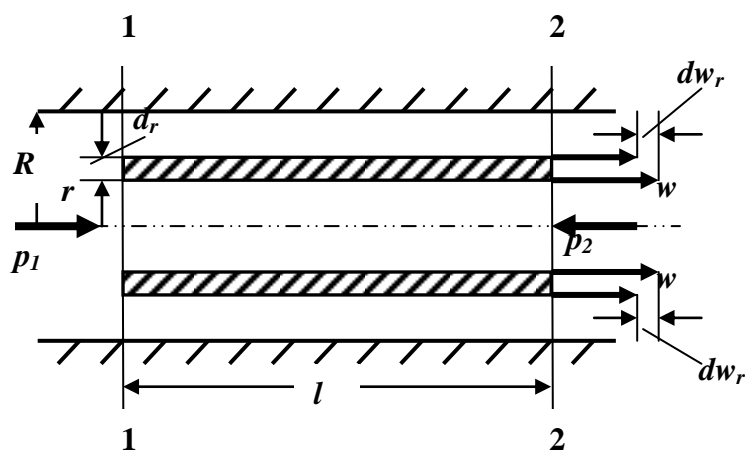


Рис.6.25. К определению скоростей жидкости в ламинарном потоке

Для их оценки выделим в потоке жидкости элементарный кольцевой слой радиусом  $r$  и длиной  $l$  (рис. 6.25).

Составим баланс сил, действующих на выделенный слой жидкости.

С одной стороны действует движущая сила  $F_p$ , обусловленная разностью давлений  $(p_1 - p_2) = \Delta p$  и равная произведению разности давлений на

площадь их действия:  $F_p = \Delta p \pi r^2$ .

С другой стороны ей препятствует сила жидкостного трения  $F_\mu$ , которая с учетом закона Ньютона (6.6) запишется:

$$F_\mu = -\mu \frac{dw_r}{dr} \cdot S$$

или  $F_\mu = -\mu \frac{dw}{dr} \cdot r \cdot 2\pi r l$ .

В установившемся ламинарном режиме течения  $F_p = F_{\mu}$ .

или 
$$\Delta p \pi r^2 = -\mu \frac{dw_r}{dr} \cdot 2\pi r l.$$

После сокращений и разделения переменных получим:

$$-dw_r = \frac{\Delta p}{2\mu l} \cdot r \cdot dr.$$

Переходя ко всему объему жидкости в трубе, проинтегрируем полученное дифференциальное уравнение, введя соответствующие пределы интегрирования:

$$-\int_{w_r}^0 dw_r = \frac{\Delta p}{2\mu l} \int_r^R r dr.$$

Окончательно получим:

$$w_r = \frac{\Delta p}{2\mu l} \cdot \left( \frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right)$$

или 
$$w_r = \frac{\Delta p}{4\mu l} \cdot (R^2 - r^2). \quad (6.41)$$

По оси трубы ( $r=0$ ) скорость имеет максимальное значение:

$$w_{\max} = \frac{\Delta p R^2}{4\mu l}. \quad (6.42)$$

Сопоставляя ф.(6.41) и ф.(6.42), находим:

$$w_r = w_{\max} \cdot \left( 1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (6.43)$$

Уравнение (6.43) представляет собой закон Стокса, выражающий *параболическое* (рис. 6.26) распределение скорости по радиусу трубы при ламинарном режиме течения жидкости.

С целью определения расхода жидкости рассмотрим элементарное кольцевое сечение (рис. 6.27) с внутренним радиусом  $r$  и внешним радиусом  $(r + dr)$ , для которого  $dS = 2\pi r dr$ .

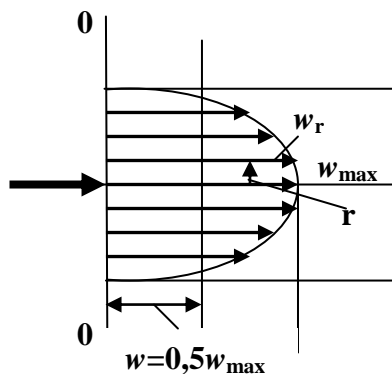


Рис. 6.26. Параболическое распределение скорости по радиусу трубы

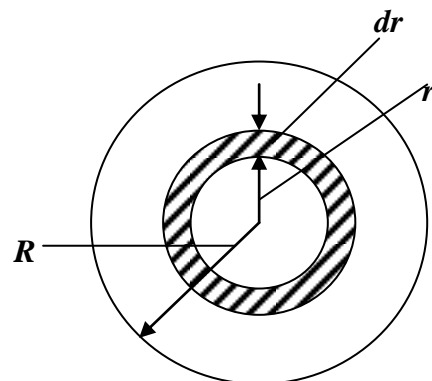


Рис.6.27. К определению расхода жидкости в ламинарном потоке

Объемный расход жидкости через это сечение составит:

$$dV = w_r \cdot dS = w_r \cdot 2\pi r dr$$

или с учетом уравнения (6.41):

$$dV = \frac{\Delta p}{4\mu l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr.$$

Проинтегрируем полученное выражение:

$$\int_0^V dV = \frac{\Delta p \pi}{2\mu l} \int_0^R (R^2 r - r^3) dr$$

и окончательно получим:

$$V = \frac{\Delta p \cdot \pi \cdot R^4}{8\mu l}. \quad (6.44)$$

Выразив  $R$  через диаметр трубы  $R = d/2$ , окончательно получим:

$$V = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot d^4}{128\mu l}. \quad (6.45)$$

Уравнение (6.44) или (6.45), определяющее расход жидкости при ее ламинарном течении по круглой прямой трубе носит название *уравнения расхода Пуазейля*.

Имея формулу расхода, определим среднее значение скорости в трубе

как:

$$w = \frac{V}{S}$$

или

$$w = \frac{\frac{\pi \cdot \Delta p \cdot R^4}{8\mu l}}{\pi \cdot R^2} = \frac{\Delta p \cdot R^4}{8\mu l}.$$

С учетом ф.(6.42) получим:

$$w = \frac{w_{\max}}{2}. \quad (6.46)$$

Таким образом, при ламинарном потоке в трубе средняя скорость жидкости равна половине максимальной скорости, имеющей место по оси трубы, что и отражено на рис. 6.26.

### 6.5.3. Распределение скоростей в турбулентном потоке

При  $Re > Re_{кр}$  (для прямых гладких труб  $Re_{кр} = 10000$ ) поток жидкости становится полностью турбулентным. При этом в любой точке поперечного сечения потока его истинная скорость переменна во времени из-за непрерывных пульсаций продольного и поперечного направлений, которые, казалось бы, носят хаотический характер. Но если рассмотреть (по предложению академика Л.Д. Ландау) структуру турбулентного потока с вероятностных позиций, то истинную (мгновенную) скорость можно представить в виде следующего равенства:

$$w_x = \bar{w}_x \pm w'_x, \quad (6.47)$$



где  $w_x$  - истинная скорость в направлении оси  $x$ ;

$\bar{w}_x$  - осредненное значение скорости в направлении оси  $x$ ;

$w'_x$  - пульсационные составляющие скорости крупного и мелкого масштабов.

Графически смысл ф.(6.47) можно проиллюстрировать осциллограммой (рис. 6.28) значений истинной скорости.

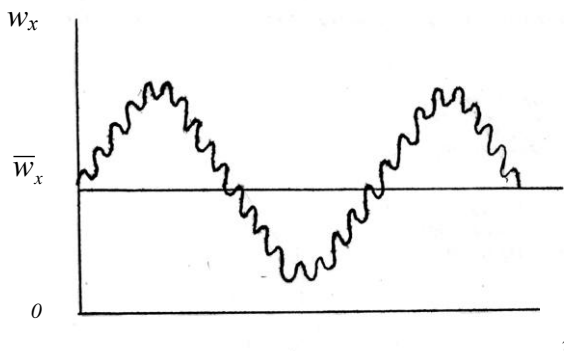


Рис.6.28. Осциллограмма (развертка по времени) истинной скорости  $w_x$  в турбулентном потоке

На осциллограмме представлены два масштабных уровня пульсационных составляющих. Фактическое их число не поддается определению, но с уверенностью можно принять, что в установившемся турбулентном потоке за достаточно большой промежуток времени (например, десятые доли секунды) их средние значения равны нулю, так как пульсации в положительном и отрицательном направлениях *равновероятны*. И тогда осредненную скорость для каждой выделенной

точки сечения установившегося потока можно считать величиной *постоянной*, принимать ее в качестве расчетной характеристики, например, при построении эпюры распределения скоростей потока по радиусу трубы (рис. 6.29).

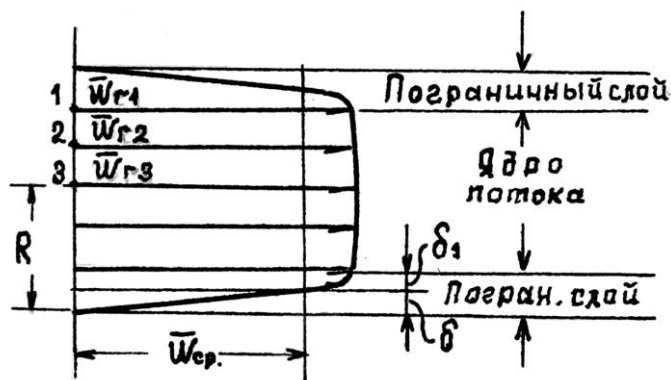


Рис. 6.29. Общий вид распределения скорости турбулентного потока по радиусу трубы

В силу большей кинетической энергии турбулентного потока по сравнению с ламинарным распределение скорости (осредненной скорости) по сечению турбулентного потока имеет более равномерный характер. При этом в значительной его части, называемой *ядром потока*, скорость практически

одна и та же. И только в узкой пристенной части, называемой *пограничным слоем*, скорость достаточно интенсивно убывает до нулевых значений на стенке трубы. В *пограничном слое* выделяют два подслоя: *ламинарный* или *вязкий* подслей толщиной  $\delta$ , примыкающий непосредственно к поверхности трубы, и *переходный* подслей толщиной  $\delta'$ , расположенный между ламинарным подслоем и ядром потока.

В ламинарном подслое высокий градиент скорости обусловлен относительно невысокой молекулярной вязкостью жидкости.

В ядре потока наряду с молекулярной вязкостью действует так называемая турбулентная вязкость, которая является следствием возникновения дополнительных касательных напряжений, сопровождающих продольные и поперечные пульсации. Вследствие этого суммарное касательное напряжение в ядре потока определяется как молекулярной, так и турбулентной вязкостью жидкости:

$$\sigma_{\tau} = -\rho(v + \nu_T) \frac{d\bar{w}}{dr}, \quad (6.48)$$

где  $\nu$  - кинематический коэффициент вязкости ( $\nu = \mu/\rho$ );

$\nu_T$  - турбулентная вязкость.

Турбулентная вязкость, в отличие от обычной вязкости, не является физико-химической константой, определяемой природой жидкости, ее температурой и давлением. Турбулентная вязкость зависит от скорости движения жидкости и других параметров, обуславливающих степень турбулентности потока (например, диаметра трубы). В связи с этим может меняться и эпюра распределения скорости по сечению потока (рис. 6.26) в части толщины пограничного слоя, в пределах которого преобладающее влияние турбулентной вязкости (со стороны ядра потока) постепенно сменяется преобладающим влиянием молекулярной вязкости (в ламинарном подслое); в части толщины ламинарного подслоя; в части соотношения между максимальным значением осредненной скорости по оси ядра потока и средней скоростью относительно всего сечения потока, определяемой как:

$$\bar{w}_{cp} = \frac{V}{S},$$

где  $V$  - объемный расход жидкости;

$S$  - площадь поперечного сечения потока.

Опыт показывает, что средняя скорость при турбулентном движении не равна половине максимальной (как для ламинарного движения), а значительно больше. Например, при  $Re = 10^4$   $\bar{w}_{cp} \approx 0,8 \bar{w}_{max}$ , а при  $Re = 10^8$   $\bar{w}_{cp} \approx 0,9 \bar{w}_{max}$ .

Таким образом, с повышением значений критерия Рейнольдса равномерность скорости по сечению потока возрастает.

В заключение этого раздела отметим, что в технологических процессах турбулентный режим течения жидкостей является, как правило, более предпочтительным по многим показателям (однородность перемешивания, скорости различных превращений и т.п.). Но необходимо также учитывать и то, что с повышением турбулентности энергетические затраты на процесс возрастают.

## 6.6. Основные уравнения гидродинамики

### 6.6.1. Уравнение неразрывности (сплошности) потока в дифференциальной и интегральной форме

Все уравнения классической гидродинамики – уравнения течения жидкостей получены для неразрывных, сплошных потоков. Поэтому уравнение неразрывности предваряет решение любой гидродинамической задачи.

Уравнение неразрывности можно получить на основе закона сохранения массы вещества.

Выделим в движущемся потоке жидкости элементарный объем  $dv = dx dy dz$  (рис. 6.30) и проследим за изменением количества вещества в нем вследствие изменения плотности и вектора скорости жидкости в пространстве и времени:  $\rho = \rho(x, y, z, t)$ ,  $w = f(x, y, z, t)$ .

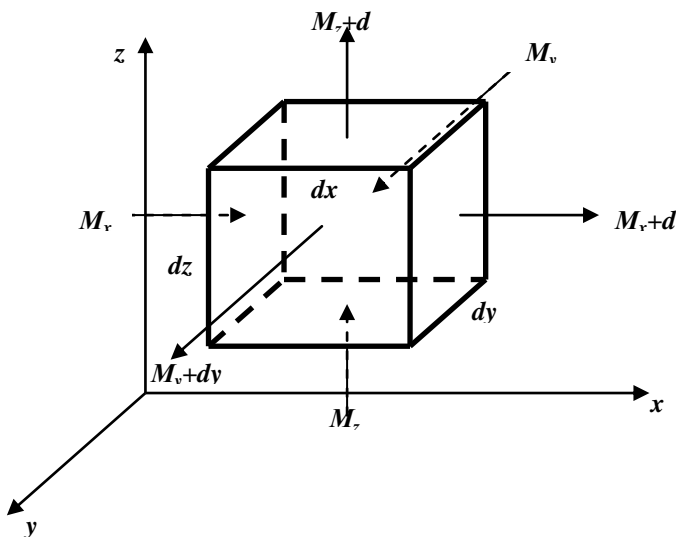


Рис. 6.30. К выводу уравнения неразрывности потока

Изменение количества вещества в элементарном объеме можно рассматривать как сумму изменений по осям координат:

$$dM = dM_x + dM_y + dM_z.$$

Для определения изменения массы жидкости относительно оси  $x$  рассмотрим следующий материальный баланс. Слева в элементарный объем, согласно формуле массового расхода (6.36), вошло жидкости:  $M_x = \rho w_x dy dz$ . Примем, что на расстоянии  $dx$  скорость и плотность жидкости получили соответствующие приращения:

$\left( w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} \cdot dx \right)$  и  $\left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot dx \right)$ . С учетом этого из объема вышло

жидкости:  $M_{x+dx} = \left[ \left( \rho + \frac{\partial \rho}{\partial x} dx \right) \left( w_x + \frac{\partial w_x}{\partial x} dx \right) \right] dy \cdot dz$ , или

$$M_{x+dx} = \left( \rho w_x + \rho \frac{\partial w_x}{\partial x} dx + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} dx^2 \right) dy \cdot dz.$$

Приращение массы жидкости в элементарном объеме относительно оси  $x$  составило:  $dM_x = M_x - M_{x+dx} = - \left( \rho \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right) dx dy dz$  (составляющая

потока  $\frac{\partial \rho}{\partial x} \cdot \frac{\partial w_x}{\partial x} dx^2$  выведена из баланса как ничтожно малая величина).

По аналогии запишем приращения массы жидкости относительно осей  $y$  и  $z$ :

$$dM_y = - \left( \rho \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_y \frac{\partial \rho}{\partial y} \right) dx dy dz,$$

$$dM_z = - \left( \rho \frac{\partial w_z}{\partial z} + w_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) dx dy dz.$$

Общее изменение массы жидкости в элементарном объеме, связанное с изменением плотности и скорости в пространстве, составит:

$$dM_{x,y,z} = - \left[ \rho \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + w_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + w_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right] dv.$$

Это изменение должно быть компенсировано изменением плотности жидкости в единицу времени:  $dM_\tau = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} dv$ .

Исходя из условия выполнения баланса массы вещества  $dM_\tau = dM_{x,y,z}$ , запишем:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \left[ \rho \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) + w_x \frac{\partial \rho}{\partial x} + w_y \frac{\partial \rho}{\partial y} + w_z \frac{\partial \rho}{\partial z} \right] = 0.$$

Перегруппируем члены уравнения и получим:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial x} w_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} w_z + \rho \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (6.49)$$

Уравнение (6.49) и представляет собой *дифференциальное уравнение неразрывности потока для неустановившегося потока жидкости*.

Уравнение (6.49) можно представить в свернутом виде, учитывая следующее. Первые четные числа уравнения представляют собой развернутую запись полной производной плотности по двум переменным – по времени и по пространственным координатам. Действительно:

$$\frac{d\rho}{d\tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial x} \frac{dx}{d\tau} + \frac{\partial \rho}{\partial y} \frac{dy}{d\tau} + \frac{\partial \rho}{\partial z} \frac{dz}{d\tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + \frac{\partial \rho}{\partial x} w_x + \frac{\partial \rho}{\partial y} w_y + \frac{\partial \rho}{\partial z} w_z.$$

Таким образом, уравнение неразрывности для неустановившегося потока жидкости получает вид:

$$\frac{d\rho}{d\tau} + \rho \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (6.50)$$

Сумму частных производных компонента вектора скорости  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$  по соответствующим им направлениям (сумма частных производных в скобке) называют *расхождением* или *дивергенцией вектора скорости* и обозначают  $\text{div } w$ .

С учетом отмеченного уравнение (6.50) можно представить в виде:

$$\frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\rho}{d\tau} + \operatorname{div} w = 0. \quad (6.51)$$

Это и есть основная форма записи уравнения неразрывности (сплошности) потока.

Для установившегося потока капельной несжимаемой жидкости  $\frac{d\rho}{d\tau} = 0$ , и уравнение неразрывности запишется:

$$\operatorname{div} w = 0 \quad (6.52)$$

или 
$$\left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) = 0. \quad (6.53)$$

Это уравнение можно трактовать и как проявление закона сохранения массы вещества в произвольной точке.

Для того, чтобы перейти от элементарного объема жидкости ко всему установившемуся потоку, движущемуся, например, по трубе, то есть в одном направлении, ограничим уравнение (6.50) одним членом:

$$\rho \frac{\partial w_x}{\partial x} = 0,$$

после интегрирования получим:  $\rho w = \text{const}$ ,

где  $w$  - средняя скорость в трубе.

Если площадь сечения  $S$  трубопровода переменная, то, интегрируя также по площади, получим:

$$\rho w S = \text{const} \quad (6.54)$$

или  $M = \text{const}$ ,

где  $M$  - массовый расход жидкости.

Уравнение (6.54) и представляет собой уравнение неразрывности (сплошности) потока с интегральной форме для установившегося движения.

Это уравнение называют также уравнением постоянства расхода.

Представим уравнение (6.54) для трех сечений трубопровода переменного сечения (рис. 6.31):

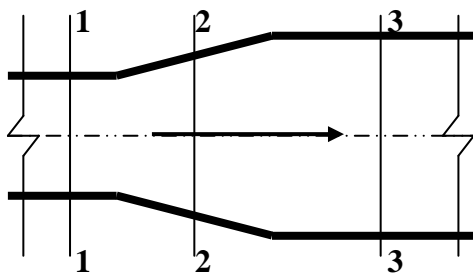


Рис. 6.31. К уравнению постоянства расхода

$$\rho_1 w_1 S_1 = \rho_2 w_2 S_2 = \rho_3 w_3 S_3 \quad (6.55)$$

или  $M_1 = M_2 = M_3$ .

Таким образом, согласно уравнению постоянства расхода можно утверждать, что при установившемся движении жидкости, полностью заполняющей трубопровод, через каждое его поперечное сечение проходит в единицу времени одна и та же масса жидкости.

Для капельных жидкостей:

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho = const$$

и уравнение (6.54) приобретает вид:

$$wS = const. \quad (6.56)$$

Следовательно,

$$w_1 S_1 = w_2 S_2 = w_3 S_3 \quad (6.57)$$

или

$$V_1 = V_2 = V_3 = V,$$

где  $V$  - объемный расход жидкости, м<sup>3</sup>/с.

Из уравнения (6.57) следует также важный вывод о том, что *скорости жидкости в трубе (или любом канале) переменного сечения будут обратно пропорциональны площадям поперечных сечений этого потока.*

### 6.6.2. Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости – уравнение Эйлера

Уравнение движения жидкости – это основное уравнение гидродинамики. Его представляют как для реальной, так и для идеальной жидкости. Уравнение движения идеальной, несуществующей в природе, жидкости имеет практическое значение лишь с точки зрения получения на его относительно простой основе других уравнений гидродинамики, имеющих практическое значение.

Уравнение движения идеальной жидкости выводится на основе баланса трех сил, действующих на элементарный объем  $dv = dx \cdot dy \cdot dz$  жидкости: силы тяжести, силы гидростатического давления и инерционной силы (силы движения), которая является результатом нескомпенсированности первых двух сил.

Равновесие первых двух сил было рассмотрено при выводе основного уравнения гидростатики (п.6.3.2) и представлено системой трех уравнений:

$$\begin{cases} -\frac{\partial p}{\partial z} dv - \rho g dv = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial x} dv = 0, \\ -\frac{\partial p}{\partial y} dv = 0. \end{cases}$$

В отсутствие равновесия этих сил общий баланс обеспечивается третьей силой – силой движения, которая согласно второму закону Ньютона равна произведению массы элементарного объема ( $\rho dv$ ) на ускорение. Ускорение же можно представить как производную составляющих вектора скорости по

времени:  $\frac{dw_x}{d\tau}$ ;  $\frac{dw_y}{d\tau}$ ;  $\frac{dw_z}{d\tau}$ .

И тогда баланс сил запишется:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{dw_x}{d\tau} dv = -\frac{\partial p}{\partial x} dv, \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} dv = -\frac{\partial p}{\partial y} dv, \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} dvV = -\rho g dV - \frac{\partial P}{\partial z} dV. \end{array} \right. \quad (6.58)$$

В приведенных уравнениях субстанциональные производные (от двух переменных) составляющих скорости равны:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dw_x}{d\tau} = \frac{\partial w_x}{\partial \tau} + \frac{\partial w_x}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_x}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_x}{\partial z} w_z, \\ \frac{dw_y}{d\tau} = \frac{\partial w_y}{\partial \tau} + \frac{\partial w_y}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_y}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_y}{\partial z} w_z, \\ \frac{dw_z}{d\tau} = \frac{\partial w_z}{\partial \tau} + \frac{\partial w_z}{\partial x} w_x + \frac{\partial w_z}{\partial y} w_y + \frac{\partial w_z}{\partial z} w_z. \end{array} \right. \quad (6.59)$$

Система уравнений (6.58) с учетом (6.59) представляет собой дифференциальные уравнения движения Эйлера для установившегося потока идеальной жидкости.

### 6.6.3. Дифференциальные уравнения движения реальной (вязкой) жидкости – уравнения Навье-Стокса

Уравнения движения вязкой жидкости можно получить, дополнив уравнения Эйлера (6.58) силой внутрижидкостного трения.

Представим составляющие силы трения, обусловленные действием составляющих вектора скорости  $w_x$ ,  $w_y$ ,  $w_z$ . Для этого выделим элементарный объем жидкости (рис. 6.32) и представим силы трения для каждой составляющей скорости как сумму трех равнодействующих сил трения, приложенных к трем парам противоположных граней элементарного объема:

$$dF = dF_{xy} + dF_{xz} + dF_{yz}.$$

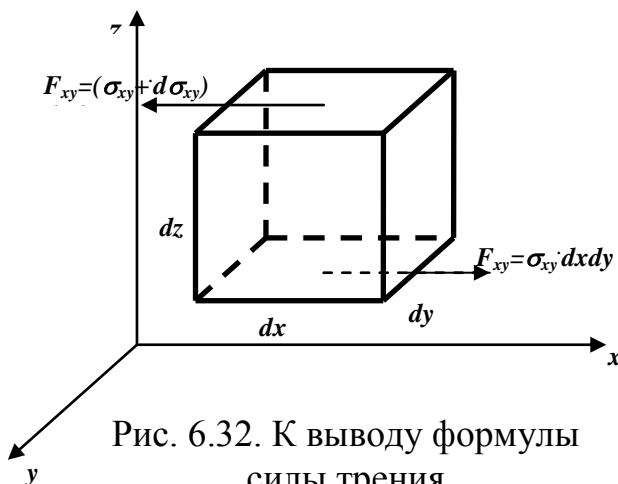


Рис. 6.32. К выводу формулы силы трения

Так, если на нижнюю грань параллелепипеда (рис. 6.32) в плоскости  $dxdy$  действует в направлении оси  $x$  силы трения, равная произведению внутреннего напряжения  $\sigma_{xy}$  на площадь грани  $dxdy$ , то на противоположной грани будет действовать сила противоположно направленная и получившая приращение за счет приращения внут-

ренного напряжения, которое стало равным  $\sigma_{xy} + d\sigma_{xy}$ .

Результирующей силы трения в плоскости  $xy$  будет:

$$dF_{xy} = \left[ \sigma_{xy} - \left( \sigma_{xy} + d\sigma_{xy} \right) \right] dx dy.$$

Подобным образом можно представить  $dF_{xy}$  и  $dF_{xz}$ .

Значения внутреннего напряжения сдвига будет вычисляться по формуле Ньютона (6.6), то есть:

$$\sigma_{\tau} = -\mu \frac{dw}{dn},$$

при этом будем считать, что на первой грани скорость имеет значение  $w$ , а на противоположной грани она получила приращение и стала равной  $w + \frac{\partial w}{\partial n} dn$ , где  $dn$  - расстояние между параллельными гранями.

Теперь выполним математические преобразования в соответствии с представленным алгоритмом.

*Значение силы трения, обусловленной составляющей скорости  $w_x$ :*

$$dF_{xy}^{w_x} = \left[ -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} - \left( -\mu \frac{\partial \left( w_x + \frac{\partial w_x}{\partial z} dz \right)}{\partial z} \right) \right] dx \cdot dy$$

или

$$dF_{xy}^{w_x} = \left[ -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} - \left( -\mu \frac{\partial w_x}{\partial z} - \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} dz \right) \right] dx \cdot dy,$$

или

$$dF_{xy}^{w_x} = \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} dz \cdot dx \cdot dy.$$

По аналогии:

$$dF_{xz}^{w_x} = \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} dy \cdot dx \cdot dz$$

и

$$dF_{yz}^{w_x} = \mu \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} dx \cdot dy \cdot dz.$$

Таким образом:

$$dF^{w_x} = \mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) dv.$$

*Значения сил трения, обусловленных составляющими скорости  $w_y$  и  $w_z$*

По аналогии:

$$dF^{w_y} = \mu \left( \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right) dv$$



и

$$dF^{w_z} = \mu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right) dv.$$

Дополним полученными составляющими силы трения (сократив на  $dv$ ) уравнения движения идеальной жидкости (6.58) и получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right), \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_y}{\partial z^2} \right), \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_z}{\partial z^2} \right). \end{array} \right. \quad (6.60)$$

Уравнение (6.60) представляет собой уравнение Навье-Стокса, описывающее движение вязкой несжимаемой (капельной) жидкости.

Решением этого уравнения является, как правило,  $w_x(x, y, z, \tau)$ ,  $w_y(x, y, z, \tau)$  и  $w_z(x, y, z, \tau)$  при заданных значениях плотности, вязкости жидкости, перепада давлений, геометрических размеров потока.

При полной записи уравнения Навье-Стокса субстанциональные производные составляющих вектора скорости представляются в развернутом виде согласно (6.59).

Для краткой записи уравнения Навье-Стокса сумму вторых производных составляющих скорости представляют в виде оператора Лапласа, например,

$$\left( \frac{\partial^2 w_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_x}{\partial z^2} \right) = \nabla^2 w_x.$$

Таким образом, применив все возможные сокращения, получим:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla^2 w_x, \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla^2 w_y, \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \nabla^2 w_z. \end{array} \right. \quad (6.61)$$

Уравнения (6.61) называют *основными уравнениями гидродинамики*.

Следующая форма записи основного уравнения гидродинамики – в критериальном виде:

$$Eu = A Re^x Fr^y, \quad (6.62)$$

где  $Eu$  - критерий гидродинамического подобия Эйлера;

$Re$  - критерий Рейнольдса;

$Fr$  - критерий Фруда.

Напомним, что уравнение (6.62) было получено в главе «Моделирование технологических процессов» как раз на основе уравнения Навье-Стокса.

#### 6.6.4. Уравнение Бернулли для идеальной жидкости

Уравнение Бернулли, наиболее широко используемое в инженерных расчетах, получают на основе уравнения движения идеальной жидкости – уравнения Эйлера.

Так как уравнение Бернулли представляет собой основное уравнение гидродинамики в интегральной форме, то, соответственно, при его выводе все три уравнения Эйлера (ф.6.58) слагаются, будучи умноженными на соответствующий интервал их влияния в пространстве, то есть на  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ :

$$+ \begin{cases} \rho \frac{dw_x}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial x} & | \cdot dx, \\ \rho \frac{dw_y}{d\tau} = -\frac{\partial p}{\partial y} & | \cdot dy, \\ \rho \frac{dw_z}{d\tau} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} & | \cdot dz. \end{cases}$$

$$\text{Сумма: } \rho \left( \frac{dw_x}{d\tau} \cdot dx + \frac{dw_y}{d\tau} \cdot dy + \frac{dw_z}{d\tau} \cdot dz \right) = -\rho g \cdot dz - \left( \frac{\partial p}{\partial x} \cdot dx + \frac{\partial p}{\partial y} \cdot dy + \frac{\partial p}{\partial z} \cdot dz \right).$$

Учитывая, что в правой скобке представлен полный дифференциал гидростатического давления, и представив сумму членов в левой скобке в иной записи:

$$\rho \left( dw_x \cdot w_x + dw_y \cdot w_y + dw_z \cdot w_z \right) = -\rho g dz - dp,$$

окончательно запишем:

$$d \left( \frac{w_x^2}{2} \right) = w_x \cdot dw_x; \quad d \left( \frac{w_y^2}{2} \right) = w_y \cdot dw_y; \quad d \left( \frac{w_z^2}{2} \right) = w_z \cdot dw_z,$$

или

$$\begin{aligned} dw_x \cdot w_x + dw_y \cdot w_y + dw_z \cdot w_z &= d \left( \frac{w_x^2}{2} \right) + d \left( \frac{w_y^2}{2} \right) + d \left( \frac{w_z^2}{2} \right) \\ &= d \left( \frac{w_x^2}{2} + \frac{w_y^2}{2} + \frac{w_z^2}{2} \right) = d \left( \frac{w^2}{2} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, окончательно суммарное уравнение в дифференциальной форме примет вид:

$$d\left(\frac{\rho w^2}{2}\right) + \rho g dz + dp = 0.$$

После разделения переменных и сведения всех трех переменных под общий знак дифференциала получим:

$$d\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right) = 0.$$

После интегрирования:

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g} = const. \quad (6.63)$$

для любых двух сечений (1 и 2) потока:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}. \quad (6.64)$$

Уравнение (6.64) называется *уравнением Бернулли для идеальной жидкости*. Оно указывает на то, что *полный гидродинамический напор*  $\left(z + \frac{p}{\rho g} + \frac{w^2}{2g}\right)$  в любом сечении потока жидкости остается величиной *постоянной*.

Полный гидродинамический напор складывается из трех составляющих:

$z$  - нивелирная высота или геометрический напор -  $h_z$ , представляющий собой удельную потенциальную энергию положения жидкости в заданной точке, размерность - [м];

$\frac{p}{\rho g}$  - пьезометрический напор или напор от давления -  $h_p$ , характеризует удельную потенциальную энергию давления жидкости в заданной точке, размерность - [м];

$\frac{w^2}{2g}$  - скоростной или динамический напор -  $h_{ск}$ , характеризует удельную кинетическую энергию жидкости в заданной точке, размерность - [м].

Является очевидным, что сумма первых двух слагаемых  $\left(z + \frac{p}{\rho g}\right)$  представляет собой известный *гидростатический напор*.

Таким образом, согласно уравнению Бернулли, *при установившемся движении идеальной жидкости сумма скоростного и статического напоров, равная гидродинамическому напору, не меняется при переходе от одного поперечного сечения потока к другому*.

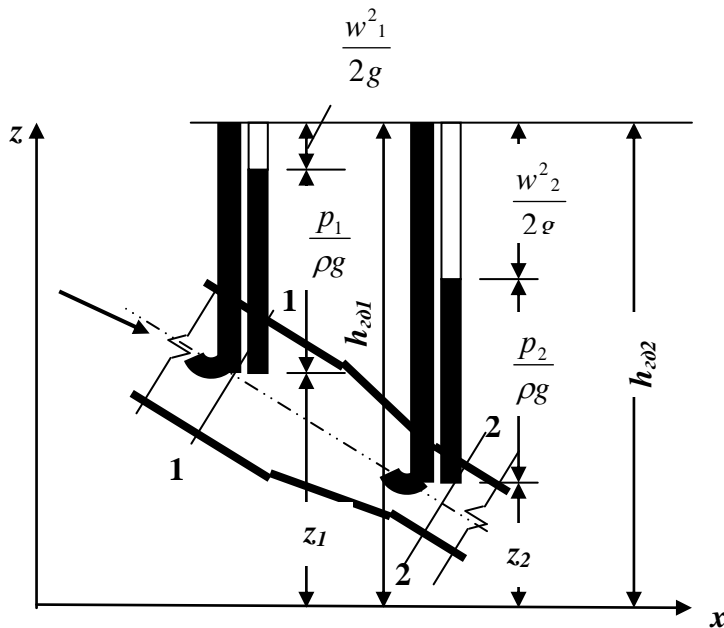


Рис. 6.33. К уравнению Бернулли для идеальной жидкости

ки: одну прямую, а другую – с отогнутым навстречу потоку носиком. Соответственно, первая трубка улавливает только гидростатический напор, вторая – и гидростатический и скоростной напоры; разность в уровнях жидкости в этих трубках характеризует величину скоростного напора.

Так как сечение потока 2-2 меньше чем 1-1, то согласно уравнению постоянства расхода жидкости  $w_1 S_1 = w_2 S_2$ , скорость в сечении 2-2 будет выше, чем в сечении 1-1. Соответственно, в сечении 2-2 скоростной напор возрос, но за счет этого настолько же снизился пьезометрический напор; с другой стороны, пьезометрический напор несильно возрос за счет того, что  $z_2 < z_1$ . В целом же полный гидродинамический напор сохранился на прежнем уровне:

$$h_{z01} = h_{z02},$$

что и подтверждает действие закона Бернулли.

### 6.6.5. Уравнение Бернулли для реальной жидкости

При движении по трубе реальной жидкости по ходу движения часть энергии движения потока будет теряться на преодоление всевозможных сопротивлений и превращаться в тепловую энергию. В результате имеет место падение гидродинамического напора, называемое потеряннным напором –  $h_{\text{п}}$  (рис. 6.34).

Чтобы полученное ранее уравнение Бернулли для идеальной жидкости сделать приемлемым и для реальной жидкости, добавим с целью сохранения баланса энергии в правую часть уравнения (6.64) величину потерянного напора:

С энергетической точки зрения уравнение Бернулли является *частным случаем закона сохранения энергии*.

Проиллюстрируем уравнение Бернулли на примере потока идеальной жидкости, движущейся через произвольно расположенный в пространстве трубопровод переменного сечения (рис. 6.33).

Допустим, что в двух сечениях потока 1 и 2 с невеликими высотами  $z_1$  и  $z_2$  мы установили по две пьезометрические трубки:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g} + h_{\Pi}. \quad (6.65)$$

Таким образом, получено *уравнение Бернулли для реальной жидкости*. Для горизонтально расположенной трубы (рис. 6.34)  $z_1 = z_2$ , если диаметр трубы постоянен, то  $w_1 = w_2$  и тогда уравнение (6.65) примет вид:

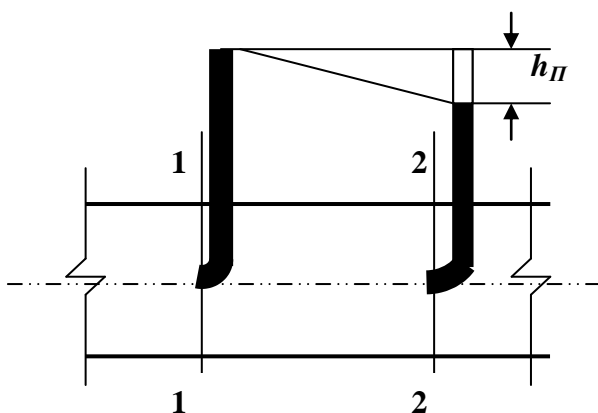


Рис. 6.34. К уравнению Бернулли для реальной жидкости

откуда

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho g} = \frac{\Delta p_{\Pi}}{\rho g} = h_{\Pi},$$

$$\Delta p_{\Pi} = \rho g h_{\Pi}, \quad (6.66)$$

где  $\Delta p_{\Pi}$  – потерянное давление.

Следует заметить, что запись уравнения Бернулли в виде ф.(6.65) имеет лишь формальный смысл, так как величина потерянного давления в каждой конкретной ситуации является

функцией многих переменных. С методикой определения  $h_{\Pi}$  или  $\Delta p_{\Pi}$  мы ознакомимся далее в разделе «Сопротивления в трубах и каналах».

## 6.7. Общетехнические задачи гидродинамики

Основные уравнения гидродинамики, особенно уравнение Бернулли, широко используются в различных областях техники и технологии для решения задач, характеризующих параметры истечения жидкостей в различных приложениях. Эти задачи актуальны и для строительных технологий. Рассмотрим наиболее характерные из них.

### 6.7.1. Принципы изменения скоростей и расходов жидкостей на основе уравнения Бернулли

Предприятия стройиндустрии, как и любые другие промышленные предприятия, располагают широким спектром оборудования, инженерных сетей и т.п., для которых скорость истечения жидкости или газа является важнейшей технической характеристикой. Это могут быть приборы контроля и учета, например, расходов воды, газа, водяного пара. Характеристики дозаторов для жидкостей также связаны с параметром скорости, от которой зависит, например, продолжительность времени истечения жидкости в дозаторе. Можно сослаться и на другие ситуации, с которыми инженер-технолог сталкивается, в той или иной мере участвует в них и при этом должен проявить соответствующую компетенцию. Освоение нижеприведенных примеров будет способствовать этому.

### 6.7.1.1. Измерение скорости течения жидкости в трубопроводе с помощью пневмометрических трубок и дифференциального манометра

Как уже ранее отмечалось (см. текст к рис. 6.33), разность уровней жидкостей в пневмометрических трубках (прямой и с отогнутым носиком) характеризует скоростной напор. Его удобно измерять дифференциальным<sup>1)</sup> U-образным манометром (рис. 6.35), в который заливают, как правило, более тяжелую, чем рабочая, жидкость, что позволяет уменьшить высоту трубки манометра.

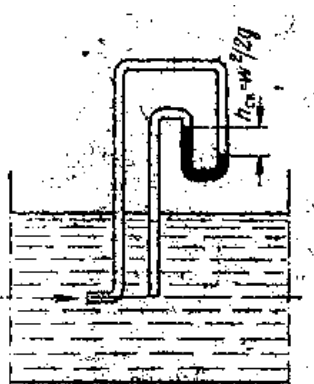


Рис. 6.35. Измерение скорости жидкости пневмометрическими трубками

Если в манометр залить жидкость той же плотности, что течет по трубе, то согласно уравнению Бернулли

$$h_{ск} = \frac{w^2}{2g}, \text{ а } w = \sqrt{2gh_{ск}}. \quad (6.67)$$

Если же в манометр залита более тяжелая, манометрическая жидкость с  $\rho_m$ , то производится перерасчет величины скоростного напора в соответствии с принципом сообщающихся сосудов

$$\frac{h_{ск}}{h_m} = \frac{\rho_m}{\rho_{раб}} \quad \text{и}$$

$$h_{ск} = h_m \cdot \frac{\rho_m}{\rho_{раб}},$$

где  $\rho_{раб}$  - плотность рабочей жидкости (газа) в трубе;  
 $h_m$  - измеренный манометром скоростной напор.

Окончательно для второго случая

$$w = \sqrt{2h_m \frac{\rho_m}{\rho_{раб}}}. \quad (6.68)$$

Представленный способ измерения скорости весьма прост в реализации. Он позволяет, передвигая пневмометрические трубки по диаметру трубы, произвести измерения и построить эпюру скоростей, определить средний показатель, а затем – объемный расход жидкости по известной формуле

$$V = w_{cp} \cdot S.$$

Однако для промышленных условий этот прибор оказался громоздким и недостаточно точным, так как трубки вносят возмущения в поток. Поэтому на практике широкое применение получили *дроссельные приборы*.

<sup>1)</sup> Дифференциальный манометр измеряет перепад давлений в 2-х точках: в рассматриваемом примере – на входе в первую и вторую трубки

### 6.7.1.2. Измерение скоростей и расходов жидкостей с помощью дроссельных приборов

Дросселирование – это искусственное сужение потока жидкости или газа в трубопроводе. В рассматриваемом применении дросселирование обеспечивает на коротком участке трубы изменение скорости потока и, соответственно, величины скоростного и пьезометрического напоров. Пьезометрический напор как раз и является измеряемой характеристикой.

В качестве дроссельных приборов используют *мерные диафрагмы, сопла и трубы Вентури*.

*Мерная диафрагма* представляет собой тонкий диск с отверстием круглого сечения, диск устанавливается внутри трубы, соосно с ней, что и обеспечивает местное сужение потока.

*Мерное сопло* представляет собой также диск с отверстием, но в отличие от диафрагмы, имеет плавно закругленный вход и цилиндрический выход, что в целом снижает собственное гидравлическое сопротивление прибора.

*Труба Вентури* имеет постепенно сужающуюся, а затем расширяющуюся до диаметра трубы сечение, что еще больше снижает потерю напора в трубопроводе.

Для всех трех представленных приборов принцип измерения скорости одинаков. Рассмотрим его на примере *мерной диафрагмы* (рис. 6.36).

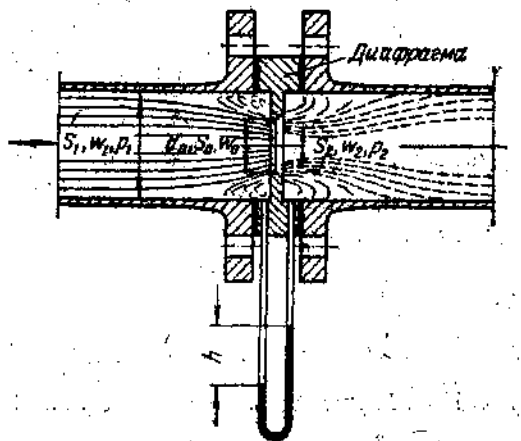


Рис. 6.36. Измерение скорости с помощью мерной диафрагмы

фрагмы:

Как и в устройстве с пневмометрическими трубками, в рассматриваемом приборе изменение напора (в данном случае – пьезометрического) регистрируется дифференциальным манометром, но теперь уже подсоединенным к 2-м каналам, опоясывающим трубу до и после диафрагмы и многократно соединенными с ее внутренними полостями.

Запишем уравнение Бернулли для 2х сечений потока, применив индекс «1» для сечения до диафрагмы и индекс «2» для сечения после диа-

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Если труба установлена строго горизонтально, то  $z_1 = z_2$  и тогда

$$\frac{w_2^2}{2g} - \frac{w_1^2}{2g} = \frac{p_1 - p_2}{\rho g} = h. \quad (A)$$

Согласно интегральному уравнению неразрывности потока

$$w_1 S_1 = w_2 S_2$$

или 
$$w_1 \cdot \frac{\pi d_1^2}{4} = w_2 \cdot \frac{\pi d_0^2}{4},$$

где  $d_1$  - диаметр трубы;

$d_0$  - диаметр отверстия в диафрагме.

Следовательно 
$$w_1 = w_2 \frac{d_0^2}{d_1^2}.$$

Подставим это выражение в уравнение (А) и получим

$$w_2 = \sqrt{2gh / \left(1 - \frac{d_0^4}{d_1^4}\right)}. \quad (6.69)$$

Объемный расход жидкости  $V$  через отверстие в диафрагме (а значит и в трубопроводе) будет равен

$$V = \alpha \cdot \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{2gh / \left(1 - \frac{d_0^4}{d_1^4}\right)}. \quad (6.70)$$

где  $\alpha$  - коэффициент расхода дроссельного прибора; учитывает ряд конструктивных особенностей прибора и потерю давления в самом приборе (напомним, что за основу расчета принято уравнение Бернулли для идеальной жидкости); значения  $\alpha$  приводятся в справочной литературе.

Диаметр отверстия в диафрагме обычно бывает в 3-4 раза меньше диаметра трубопровода, и тогда величиной  $\left(\frac{d_0}{d_1}\right)^4$  в формуле (6.70) можно пренебречь.

Соответственно формула расхода примет вид

$$V = \alpha \cdot \frac{\pi d_0^2}{4} \sqrt{2gh}. \quad (6.71)$$

### 6.7.1.3. Расчет скорости истечения жидкости из резервуара через донное отверстие

В реальных условиях промышленного производства задача расчета скорости расширяется до определения расхода жидкости и времени ее истечения из емкости определенных размеров (например, важной характеристикой является продолжительность дозирования жидкого компонента при приготовлении бетонной смеси).

Представляемую задачу рассмотрим в 2-х вариантах. Первый, упрощенный, вариант (рис. 6.37, а) предполагает, что уровень жидкости в резервуаре (сосуде, емкости, баке) остается постоянным; второй вариант (наибо-



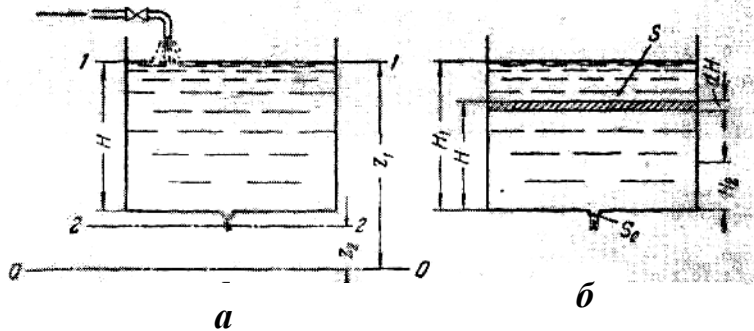


Рис. 6.37. Схема истечения жидкости из резервуара:

*a* – при постоянном уровне;  
*б* – при переменном уровне

лее распространенный на производстве) предполагает, что уровень жидкости в резервуаре по мере ее истечения понижается.

Примем во внимание тот непреложный факт, что поток жидкости после выхода через донное отверстие на коротком участке несколько сжимается, чему способствует кинетическая энергия сбегających струй

в пределах нижней части резервуара. Соответственно скорость жидкости на этом участке возрастает (согласно уравнению неразрывности потока).

Запишем уравнение Бернулли (для идеальной жидкости) применительно к первому из рассматриваемых вариантов, выбрав плоскость сравнения 0-0 и считая, что левая часть уравнения (сечение 1-1) относится к верхнему неподвижному уровню жидкости, а правая (сечение 2-2) – к участку наибольшего сжатия струи:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{w_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{w_2^2}{2g}.$$

Учитывая то, что по условию задачи  $p_1 = p_2$  (в обоих сечениях проявляется лишь атмосферное давление) и  $w_1 = 0$ , а также пренебрегая небольшим расстоянием от отверстия в днище до сжатого сечения струи, т.е. считая, что  $z_1 - z_2 \approx H$ , после несложных алгебраических преобразований получим

$$\frac{w_2^2}{2g} = z_1 - z_2 = H.$$

Откуда 
$$w_2 = \sqrt{2gH}, \tag{6.72}$$

где  $H$  – высота уровня жидкости в резервуаре.

Это же уравнение для *реальной* жидкости запишется как

$$w_2 = \varphi \sqrt{2gH}, \tag{6.73}$$

где  $\varphi$  – поправочный коэффициент ( $\varphi < 1$ ), называемый *коэффициентом скорости*; учитывает потерю напора при истечении через отверстие.

Расход жидкости в сечении 2-2 составит

$$V = w_2 S_2 = \varphi \sqrt{2gH} \cdot S_2.$$

Так как площадь сечения струи  $S_2$  измерить трудно, то прибегают к следующему соотношению:

$$\frac{S_2}{S_0} = \varepsilon,$$

где  $S_0$  – площадь донного отверстия.

Полученный коэффициент  $\varepsilon$  называют *коэффициентом сжатия струи*.  
С учетом того, что  $S_2 = \varepsilon S_0$ , формула расхода примет вид

$$V = \varphi \sqrt{2gH} \cdot \varepsilon \cdot S_0,$$

или окончательно

$$V = \alpha \cdot S_0 \cdot \sqrt{2gH}, \quad (6.74)$$

где  $\alpha = \varphi \varepsilon$  - коэффициент расхода; эта экспериментально определяемая характеристика зависит от значения критерия Re, наличия или отсутствия *насадка* (короткого патрубка) на отверстии.

Для жидкостей, по свойствам близким к воде, и при отсутствии насадка можно принять  $\alpha \approx 0,62$ .

Теперь рассмотрим *истечение при переменном уровне жидкости* в резервуаре (второй вариант) с целью определения времени его опорожнения.

Согласно (6.73) при понижении уровня жидкости (величины  $H$ ) скорость будет также снижаться и, следовательно, процесс носит затухающий нестационарный характер.

За бесконечно малый промежуток времени  $d\tau$  в соответствии с (6.74) через донное отверстие вытекает следующий объем жидкости

$$dV_0 = \alpha \cdot S_0 \sqrt{2dH} \cdot d\tau.$$

За тот же промежуток времени  $d\tau$  уровень жидкости в резервуаре понизится на бесконечно малую величину  $dH$ . При постоянной площади поперечного сечения резервуара  $S$  убыль жидкости в нем составит

$$dV_H = -S \cdot dH.$$

С учетом того, что  $dV_0 = dV_H$ , получим

$$\alpha \cdot S_0 \sqrt{2dH} \cdot d\tau = -S \cdot dH,$$

или

$$d\tau = -\frac{S \cdot dH}{\alpha S_0 \sqrt{2gH}} = -\frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} H^{-1/2} \cdot dH.$$

Проинтегрируем это выражение

$$\int_0^\tau d\tau = -\frac{S}{\alpha S_0 \sqrt{2g}} \int_{H_2}^{H_1} H^{-1/2} \cdot dH$$

и окончательно получим

$$\tau = \frac{2S \left( \sqrt{H_1} - \sqrt{H_2} \right)}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}, \quad (6.75)$$

где  $H_1$  и  $H_2$  - исходный и конечный уровни жидкости в резервуаре.

В случае полного опорожнения резервуара уравнение (6.75) примет вид

$$\tau = \frac{2S \sqrt{H_1}}{\alpha S_0 \sqrt{2g}}. \quad (6.76)$$

Таким образом, расчетная скорость истечения жидкости из резервуара открывает нам возможности для определения расхода жидкости, времени ее истечения. На практике же часто решают обратную задачу: по заданному времени истечения определяют необходимый диаметр выходного отверстия.

### 6.7.2. Расчет гидравлических сопротивлений в трубопроводе и каналах

Уравнение Бернулли для реальной жидкости (6.65) записывается путем добавления в правую часть уравнения для идеальной жидкости величины потерянного напора  $h_{\Pi}$ . Теперь предстоит придать конкретное выражение этой величине, ибо ее численные значения необходимы для многих инженерных расчетов (характеристики насосов, компрессоров и др.).

Потери напора в трубопроводе или канале любой формы в общем случае обусловлены *сопротивлением трения и местными сопротивлениями*

$$h_{\Pi} = h_{\text{тр}} + h_{\text{мс}}.$$

#### Сопротивление трения

*Сопротивление трения* или *сопротивление по длине* является следствием проявления вязкого трения относительно внутренней поверхности трубы. Его величина зависит от *режима течения жидкости* и от *шероховатости стенок трубы*. В частности, при турбулентном режиме сопротивление трения значительно возрастает из-за дополнительной *турбулентной вязкости*.

Для случая *ламинарного течения* по прямой трубе потеря напора на трение  $h_{\text{тр}}$  может быть определена теоретически на основании уравнения расхода Пуазейля (6.45)

$$V = \frac{\pi \Delta p d^4}{128 \mu l}.$$

В этой формуле  $\Delta p$  можно рассматривать как потерянное давление на трение и, соответственно его можно представить как  $\Delta p = \rho g h_{\text{тр}}$ .

Расход жидкости  $V$  можно представить как

$$V = w_{\text{cp}} S = w_{\text{cp}} \frac{\pi d^2}{4},$$

где  $d$  - диаметр трубы.

Таким образом, формулу расхода можно представить равенством

$$w_{\text{cp}} \cdot \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \rho g h_{\text{тр}} d^4}{128 \mu l}.$$

После преобразований получим

$$h_{\text{тр}} = \frac{32 w_{\text{cp}} \mu l}{\rho g d^2}.$$

Преобразуем это выражение, умножив числитель и знаменатель на  $2w_{cp}$

и перегруппировав члены 
$$h_{mp} = \frac{64\mu}{\rho w_{cp} d} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}.$$

Учитывая, что  $\frac{\rho w_{cp} d}{\mu} = Re$ , окончательно получим

$$h_{mp} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}. \quad (6.77)$$

Таким образом, получена формула для вычисления потеряннного на трение напора при движении жидкости по прямой трубе в ламинарном режиме. Главный вывод из этой формулы: *потерянный на трение напор пропорционален скоростному напору*  $\frac{w_{cp}^2}{2g}$ .

Комплекс величин  $\frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d}$ , характеризующий соотношение между скоростным и потеряннным напором, называют *коэффициентом сопротивления трения* и обозначают через  $\xi_{mp}$ , то есть

$$\xi_{mp} = \frac{64}{Re} \cdot \frac{l}{d}. \quad (6.78)$$

В свою очередь отношение  $\frac{64}{Re}$ , входящее в состав  $\xi_{mp}$ , называют *коэффициентом гидравлического трения или коэффициентом трения* и обозначают через  $\lambda$ , то есть

$$\lambda = \frac{64}{Re}. \quad (6.79)$$

Таким образом, коэффициент сопротивления трения можно представить как

$$\xi_{mp} = \lambda \cdot \frac{l}{d}, \quad (6.80)$$

а уравнение (6.77) как 
$$h_{mp} = \xi_{mp} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}. \quad (6.81)$$

Относительно потеряннного давления с учетом соотношения  $\Delta p = \rho g h_{mp}$ ,

уравнение (6.81) примет вид 
$$\Delta p_{mp} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w_{cp}^2}{2}. \quad (6.82)$$

В случае *турбулентного режима движения жидкости* формулу для расчета потеряннного на трение напора с рядом допущений можно получить на основе критериального уравнения гидродинамики (3.17)

$$Eu = A \cdot Re^x \cdot Fr^y \left( \frac{l}{d} \right)^z.$$

Для горизонтальной трубы влияние силы тяжести незначимо и критерий Фруда можно вывести из уравнения

$$Eu = A \cdot \text{Re}^x \left( \frac{l}{d} \right)^z.$$

Если критерий Эйлера представить соотношением параметров

$$Eu = \frac{\Delta p}{\rho w_{cp}^2},$$

а потерянное давление представить через потерянный напор

$\Delta p = \rho g h_{mp}$ , показатель степени  $z$  приравнять единице, то получим следующее:

$$\frac{\rho g h_{mp}}{\rho w_{cp}^2} = A \text{Re}^x \frac{l}{d},$$

откуда

$$h_{mp} = A \text{Re}^x \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{g}.$$

Умножив и числитель, и знаменатель на 2, окончательно получим

$$h_{mp} = 2A \text{Re}^x \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}.$$

Полученное уравнение по структуре аналогично уравнению (6.77), из чего следует, что комплекс величин  $2A \text{Re}^x$  есть не что иное, как коэффициент гидравлического трения для турбулентного режима движения жидкости,

то есть в общем виде

$$h_{mp} = \lambda_{mp\delta} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}.$$

(6.83)

Однако значение коэффициента трения в формуле (6.83) обладает значительно большей степенью неопределенности по сравнению с тем же коэффициентом в формуле (6.82). Связано это с более сложной структурой потока, на которую сильное влияние оказывает степень турбулентности. В общих чертах эта закономерность сводится к тому, что с возрастанием турбулентности уменьшается толщина пограничного ламинарного подслоя  $\delta$  (см. рис. 6.29), в результате чего на гидравлическое сопротивление со стороны стены трубы большое влияние начинает оказывать их шероховатость  $\Delta$ , которая в промышленных трубопроводах может находиться в пределах от долей миллиметра до 1-2 и более миллиметров (величина  $\Delta$  соответствует высоте неровностей на стенке трубы). В ламинарном режиме слои жидкости плавно обтекают неровности, что практически не вызывает дополнительного сопротивления. В некоторой начальной области турбулентного движения, пока  $\delta > \Delta$ , влиянием шероховатости на величину  $\lambda_{mp\delta}$  также можно пренебречь. Но уже при условии  $\delta \approx \Delta$  и, особенно, при  $\delta < \Delta$  шероховатость вызывает локальные завихрения струй и, как следствие, потерю кинетической энергии потока. Значение  $\lambda_{mp\delta}$  становится сильно зависимым от значения  $\text{Re}$ .

В практических расчетах при определении значения  $\lambda_{трб}$  в (6.83) широко используют построенные на экспериментальных результатах графические зависимости, отображающие функциональную связь вида

$$\lambda_{трб} = f\left(\text{Re}, \frac{\Delta}{d}\right),$$

где  $\frac{\Delta}{d}$  - относительный показатель шероховатости трубы (или любого канала).

### *Местные, полные потери напора*

*Причиной местных потерь* является рассеивание кинетической энергии потока любыми препятствиями, вызывающими изменение направления движения потока. К их числу относят вход потока в трубу и выход из нее (рис. 6.38, а, б), внезапное сужение и расширение труб (рис. 6.38, в, г), отводы (рис. 6.38, д), колена (рис. 6.38, е), тройники (рис. 6.38, ж), запорные и регулирующие устройства – краны (рис. 6.38, з), вентили (рис. 6.38, и), задвижки (рис. 6.38, к) и др.

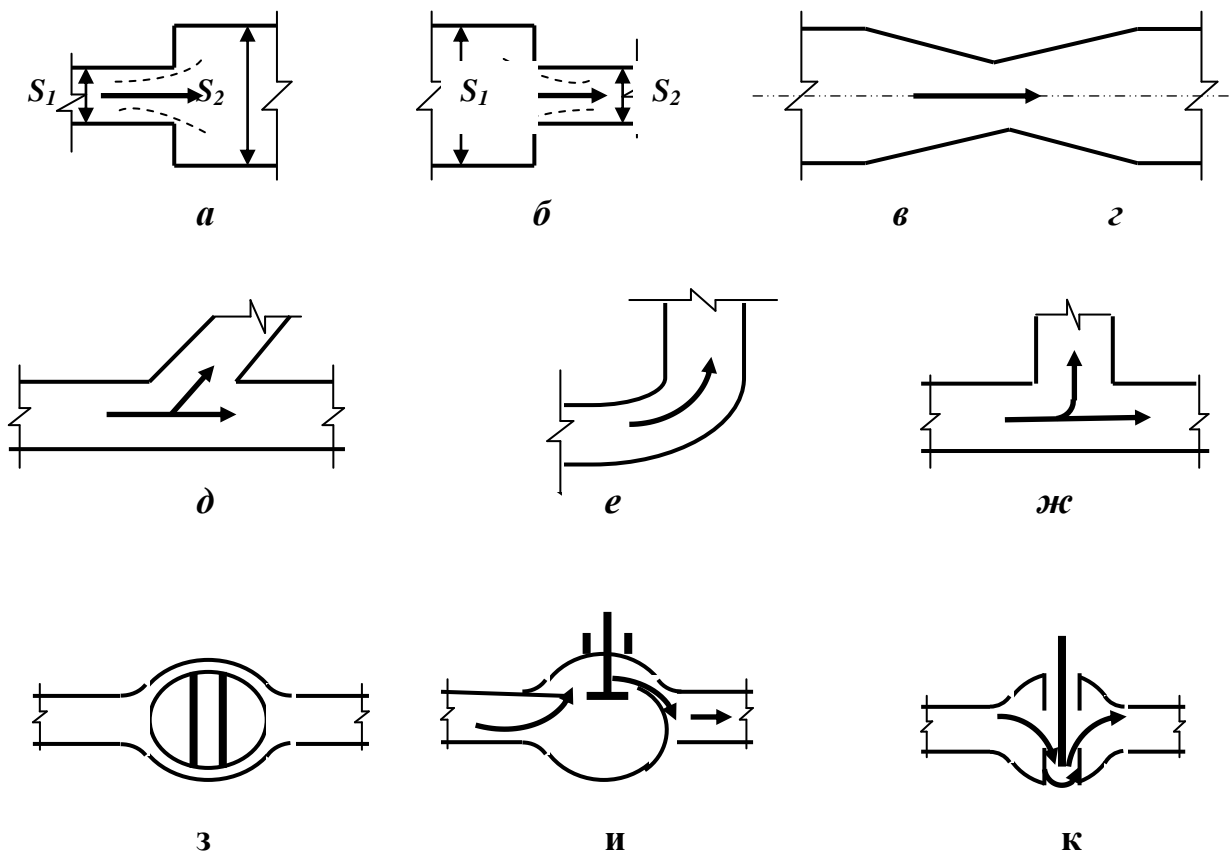


Рис. 6.38. Примеры трубопроводных устройств, вызывающих местные сопротивления

Потери напора на местные сопротивления, как и потери на трение, находятся в прямой зависимости от скоростного напора

$$h_{mc} = \sum_1^n \xi_{mc_i} \cdot \frac{w_{cp}^2}{2g}, \quad (6.84)$$

где  $\xi_{mc_i}$  - коэффициенты местных сопротивлений для каждого из элементов сопротивления на трубопроводе.

Коэффициенты местных сопротивлений находят опытным путем; их усредненные значения приводятся в справочной литературе.

Таким образом, *полная потеря напора*  $h_{\Pi}$  (в метрах) рассчитывается по уравнению

$$h_{\Pi} = \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum_1^n \xi_{mc_i} \right) \frac{w_{cp}^2}{2g}. \quad (6.85)$$

Соответственно потерянное давление  $\Delta p$  ( в Паскалях) рассчитывается как

$$\Delta p = \left( \lambda \cdot \frac{l}{d} + \sum_1^n \xi_{mc_i} \right) \frac{\rho w_{cp}^2}{2g}. \quad (6.86)$$

## 6.8. Технологические задачи гидродинамики

К технологическим задачам гидродинамики будем относить такие специфические задачи строительных технологий, которые в наибольшей степени определяют ход технологических процессов и их результат. Эти задачи связаны, в основном, с приготовлением и хранением всевозможных шихт, шламов, формовочных масс, с их транспортированием, накоплением, формованием изделий и др. По своей определяющей сущности эти задачи мы рассматриваем с позиций гидродинамики, хотя в большинстве случаев имеет место течение многофазных систем, по свойствам отличающихся от простых вязких жидкостей. Это предполагает некоторые усложнения относительно классических задач гидродинамики, некоторые допущения.

### 6.8.1. Осаждение твердых частиц в жидких и газовых средах

Задачи об осаждении частиц приходится решать при выполнении конструктивных расчетов пылевых камер, шламбассейнов и т.п.

Пылевые камеры предназначаются для первичной очистки дымовых газов, выходящих, например, из цементнообжиговой печи. Расчеты сводятся к определению *скорости осаждения частиц* различной крупности и назначения таких размеров пылеосадительной камеры, которые обеспечили бы заданный процент очистки дымовых газов.

При расчете шламбассейнов по скорости осаждения составляющих его частиц оценивают допустимую продолжительность времени хранения шлама, то есть времени, за которое расслоение шлама в результате неоднозначности скоростей осаждения частиц различных размеров и плотностей не превысит допустимых пределов.

### 6.8.1.1. Общие закономерности процессов движения тел в жидкостях

Задача об осаждении твердых частиц в жидкостях и газах представляет собой частный случай более общей задачи движения тел в жидкостях, имеющей применение в различных сферах человеческой деятельности, включая авиацию, судоходство и пр. Объединяют все это одни и те же законы движения тел в жидкостях, которые представляют *внешнюю задачу гидродинамики*, рассматривающую обтекание тел жидкостями или газами. Ключевым моментом в этой задаче является *определение затрат энергии*, обеспечивающей преодоление встречного сопротивления и равномерное движение тела. Возникающее *сопротивление зависит* главным образом от свойств жидкости, режима движения и формы обтекаемого тела.

При ламинарном режиме, имеющем место при малых скоростях движения тела, при высокой вязкости среды движения, энергия движения затрачивается в основном на преодоление трения со стороны струй жидкости, плавно обтекающих тело (рис. 6.39, а).

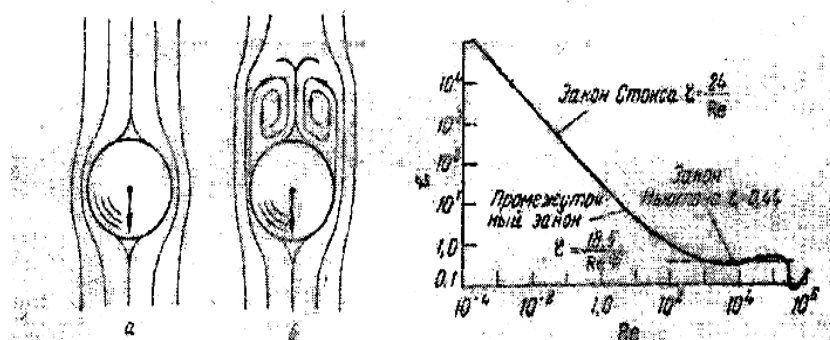


Рис. 6.39. Схемы обтекания твердого тела жидкостью:

а – при ламинарном потоке;  
б – при турбулентном потоке

При турбулентном режиме за движущимся телом сзади кормовой его части образуется зона завихрений (рис. 6.39, б) с пониженным давлением, в результате чего тело испытывает дополнительное (в сравнении с ламинарным режимом) лобовое сопротивление.

Сила сопротивления  $F_c$  среды движущемуся в ней телу может быть представлена тем же законом сопротивления, который рассмотрен нами в п. 6.7.2:

$$F_c = \xi \cdot S' \cdot \frac{\rho w^2}{2}, \quad (6.87)$$

где  $S$  – площадь лобовой проекции движущегося тела;  
 $\xi$  – коэффициент сопротивления.



Величина  $\xi$  зависит от формы тела и режима движения: в ламинарном режиме при  $Re < 2$  сопротивление обусловлено только вязким трением, соответственно для шарообразного тела

$$\xi = \frac{24}{Re}; \quad (6.88)$$

в переходном режиме ( $2 < Re < 1000$ ) на величину коэффициента сопротивления кроме трения влияние оказывает разность давлений спереди и сзади движущегося тела, соответственно для шарообразного тела можно принять

$$\xi = \frac{18,5}{Re^{0,6}}; \quad (6.89)$$

в турбулентном режиме ( $10^3 < Re < 2 \cdot 10^5$ ) влияние трения вырождается и для шарообразного тела  $\xi = 0,44 = const.$  (6.90)

Из уравнения (6.87) и приведенных значений  $\xi$  следует, что при ламинарном режиме движения сила сопротивления пропорциональна скорости в первой степени  $F_c \sim w$ , при переходном  $F_c \sim w^{1,4}$ , а при турбулентном  $F_c \sim w^2$ . Это указывает на то, что в ламинарном режиме энергетические затраты на преодоление сопротивления должны вырастать пропорционально увеличению скорости, а в турбулентном режиме – пропорционально квадрату скорости.

В заключение обратим внимание на то, что приведенные зависимости справедливы лишь для тел *шарообразной формы*, для тел другой формы необходимы уточняющие коэффициенты.

#### 6.8.1.2. Расчетные формулы для скорости осаждения твердых частиц под действием силы тяжести

Применим следующие исходные условия: плотность твердой частицы больше плотности среды ( $\rho_T > \rho_C$ ); частица падает вниз в вязкой неподвижной среде под действием силы тяжести.

Нетрудно себе представить, что вначале падение будет происходить с ускорением, но так как с возрастанием скорости падения возрастает сила сопротивления среды, то в достаточно короткий промежуток времени скорость становится постоянной. Такая равномерная скорость и называется *скоростью осаждения* –  $w_{oc}$ .

Составим баланс сил, действующих на частицу диаметром  $d_c$  (рис. 6.40). В баланс включены три силы:

$$1 - \text{сила тяжести, } F_{тяж} = \frac{\pi d^3}{6} \rho_T \cdot g;$$

$$2 - \text{выталкивающая (Архимедова) сила, } F_{выт} = \frac{\pi d^3}{6} \rho_C \cdot g;$$

$$3 - \text{сила сопротивления, согласно (6.87) } F_c = \xi \cdot S' \cdot \frac{\rho w_{oc}^2}{2},$$



Рис. 6.40. Схема сил, действующих на частицу в процессе ее осаждения

С учетом направления действия каждой из сил запишем

$$\frac{\pi d_c^3}{6} g(\rho_T - \rho_c) = \xi \frac{\pi d_c^2}{4} \cdot \frac{\rho_c w_{oc}^2}{2},$$

откуда

$$w_{oc} = \sqrt{\frac{4d_c g(\rho_T - \rho_c)}{3\xi\rho_c}}. \quad (6.91)$$

Таким образом, получена *общая зависимость* скорости осаждения, учитывающая влияние параметров частицы (плотности и размера), плотности среды и коэффициента сопротивления.

Окончательный расчетный вид формула (6.91) приобретает, если вместо  $\xi$  подставить соответствующее ему значение для реализуемого режима осаждения.

Например, для ламинарного режима при  $\xi = \frac{24}{\text{Re}} = \frac{24\mu}{\rho_c w_{oc} d_c}$ :

$$w_{oc}^2 = \frac{4\rho_c w_{oc} d_c d_c g(\rho_T - \rho_c)}{3 \cdot 24 \cdot \mu \rho_c},$$

окончательно

$$w_{oc} = \frac{d_c^2 g(\rho_T - \rho_c)}{18\mu}. \quad (6.92)$$

Уравнение (6.92) отражает закон Стокса, характеризующий скорость осаждения твердой частицы в вязкой жидкости при ламинарном режиме осаждения. Соответственно, формула справедлива при  $\text{Re} < 2$ .

В некоторых практических задачах формулу (6.92) используют для определения диаметра осаждаемых частиц при заданной скорости их осаждения. В частности, такой расчетный прием лежит в основе седиментационного метода определения зернового состава порошковых материалов.

Можно также определить предельный наибольший диаметр твердой частицы, осаждение которой будет происходить, например, в ламинарном режиме. Из условий  $\text{Re} = \frac{\rho_c w_{oc} d_c}{\mu}$  и  $\text{Re}_{кр} = 2$  следует, что  $w_{oc} = \frac{2\mu}{\rho_c d_c}$ .

Подставив это выражение в (6.92), получим  $\frac{2\mu}{\rho_c d_c} = \frac{d_c^2 g(\rho_T - \rho_c)}{18\mu}$ ,

откуда

$$d_c = \sqrt[3]{\frac{36\mu}{\rho_c g(\rho_T - \rho_c)}}. \quad (6.93)$$

На основании приведенных примеров можно заключить, что формула осаждения (6.91) имеет универсальное значение. Однако необходимо принять во внимание то немаловажное обстоятельство, что этой формулой мы можем пользоваться, зная предварительно режим осаждения, то есть, вы-

числив предварительно значение критерия  $Re$ . Но для расчета  $Re$  мы должны уже иметь значение искомой скорости осаждения  $w_{oc}$ . И тогда реальным остается метод перебора, при котором скорость осаждения определяется последовательно для каждого из режимов; полученное на каждом шаге расчетов значение скорости служит для вычисления значения  $Re$  и подтверждения правильности или неправильности выполненного расчета.

Также последовательно для заданных материала и среды можно вычислить граничные для каждого режима размеры зерна, а затем, сравнив имеющийся зерновой состав с полученными значениями, принять подходящие режим осаждения и расчетную формулу.

Но оба из рассмотренных путей достаточно трудоемки. Между тем имеется третий путь, позволяющий в одну стадию расчета определить действительный режим осаждения частицы заданного размера. Этот путь связан с использованием новых для нас критериев гидродинамического подобия: критерия Галилея и критерия Архимеда.

Критерий Галилея ( $Ga$ ) является производным от критериев Рейнольдса и Фруда в таком их сочетании, что параметр скорости выпадает, а именно:

$$Re^2 : Fr = \frac{\rho_c^2 d_c^2 w_{oc}^2}{\mu^2} : \frac{w_{oc}^2}{g d_c} = \frac{\rho_c^2 d_c^3 g}{\mu^2}.$$

Полученный безразмерный комплекс получил название «критерий Га-

лилея», то есть

$$\frac{\rho_c^2 d_c^3 g}{\mu^2} = Ga. \quad (6.94)$$

Критерий Архимеда ( $Ar$ ) становится модифицированным через добавление симплекса плотностей  $\frac{\rho_T - \rho_c}{\rho_c}$  критерием Галилея

$$\frac{\rho_c^2 d_c^3 g}{\mu^2} \cdot \frac{\rho_T - \rho_c}{\rho_c} = Ar. \quad (6.95)$$

Как следует из ф.(6.95), значение  $Ar$  возможно вычислить, зная лишь параметры твердых частиц и среды осаждения.

Покажем, как, используя основную формулу скорости (6.91), можно установить соотношение между критериями  $Re$  и  $Ar$  и тем самым перевести критические значения  $Re$  в критические значения Архимеда.

Прежде всего, освободимся от квадратного корня в ф.(6.91), возведя левую и правую части в квадрат

$$w_{oc}^2 = \frac{4\pi d_c g (\rho_T - \rho_c)}{3\xi \rho_c}.$$

Выразим  $w_{oc}$  через  $Re$ , исходя из того, что  $Re = \frac{\rho_c w_{oc} d_c}{\mu}$ :

$$w_{oc} = \frac{Re \cdot \mu}{\rho_c d_c},$$

подставим полученное выражение в исходную формулу

$$\frac{Re^2 \mu^2}{\rho_c^2 d_c^2} = \frac{4\pi d_c g(\rho_T - \rho_c)}{3\xi \rho_c}.$$

и переформируем параметры следующим образом:

$$\xi \cdot Re^2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{\rho_c g_c^3}{\mu^2} \cdot \frac{\rho_T - \rho_c}{\rho_c}$$

или 
$$\xi \cdot Re^2 = \frac{4}{3} \cdot Ar. \quad (6.96)$$

На основании соотношения (6.96) становится возможным установить критические значения для  $Ar$ . Например, для ламинарного режима  $\xi = \frac{24}{Re}$ , а  $Re = \frac{24}{\xi}$ . Подставив последнее выражение в ф.(6.96), получим

$$Re = \frac{Ar}{18}. \quad (6.97)$$

Таким образом, при  $Re_{кр} = 2$   $Ar_{кр} = 36$ .

### 6.8.1.3. Расчет скорости осаждения твердых частиц в реальных системах

При расчете скорости осаждения твердых частиц в реальных системах расчетные формулы, полученные в предыдущем разделе, требуют некоторых корректировок. Это вызвано тем, что, во-первых, реальные частицы имеют нешарообразную форму, а во-вторых, реальные системы – это, как правило, концентрированные суспензии (шламы) или пылевзвеси, в которых налицо стесненные условия осаждения, что в целом снижает скорость осаждения вследствие потери энергии движения при столкновениях частиц, дополнительного трения, а для тонкодисперсных частиц – еще и вследствие их флокуляции за счет избыточной поверхностной энергии.

Для учета влияния формы частиц вводится поправочный коэффициент  $\varphi$ , называемый коэффициентом формы

$$w'_{oc} = \varphi \cdot w_{oc}. \quad (6.98)$$

Значения коэффициента  $\varphi$  определяют опытным путем. В расчетах можно пользоваться данными, приведенными в табл. 6.2.

Ориентировочные значения коэффициента формы  $\varphi$   
для частиц различной формы

Шарообразных	Округлых	Угловатых	Продолговатых	Пластинчатых
1	0,77	0,66	0,58	0,43

На степень стесненности также вводится понижающий коэффициент. В среднем можно принять

$$w_{oc}^{расч} = 0,5 \cdot w'_{oc}. \quad (6.99)$$

Последнее замечание относится к оценке размеров частиц нешарообразной формы. Вводится понятие эквивалентного диаметра, под которым понимают диаметр эквивалентного шара ( $d_{\text{э}}$ ), имеющего такой же объем ( $v_{ш}$ ), что и данная частица ( $v_{ч}$ ):

$$v_{ш} = v_{ч}$$

По определению,  $v_{ш} = \frac{\pi d_{\text{э}}^3}{6}$ ;  $v_{ч} = \frac{m}{\rho_T}$ , где  $m$  – масса частицы.

Из равенства  $\frac{\pi d_{\text{э}}^3}{6} = \frac{m}{\rho_T}$  находим

$$d_{\text{э}} = \sqrt[3]{\frac{6m}{\pi\rho_T}}. \quad (6.100)$$

Значение  $d_{\text{э}}$ , вычисленное по ф.(6.100) и вводится в основную расчетную формулу (6.91) вместо  $d_{ч}$ .

### 6.8.2. Образование и движение газовых пузырьков

Вопросы образования и движения газовых пузырьков являются основополагающими для многих строительных технологий. В технологиях пенобетона (разновидность ячеистого бетона) управление процессами образования газовых пузырьков предопределяет такие важные свойства получаемого материала, как плотность, прочность. В данном случае главная задача управления процессом сводится к максимально полной поризации бетонной смеси пузырьками воздуха минимальных размеров. Решают эту задачу с применением высокоэффективных воздухововлекающих ПАВ и совершенных способов поризации. Это могут быть сопла, перфорированные трубы, быстроходные турбулентные смесители, захватывающие и вовлекающие в гидродинамические потоки бетонной смеси беспорядочные объемы воздуха, которые в потоке дробятся на мелкие пузырьки и образуют относительно совершенную пузырьковую структуру.

В технологии бетонов приходится решать задачи и противоположного характера: не допускать поризации бетонной смеси при ее приготовлении, а в процессе ее укладки и уплотнения в конструкции добиваться максимально полного удаления пузырьков воздуха.

И первая и вторая задачи весьма сложны в своих механизмах, трудны с точки зрения их экспериментального исследования и количественного описания. Поэтому ниже рассмотрены лишь основополагающие принципы этих процессов.

Рассмотрим случай диспергирования газов в жидких средах при их истечении из *сопел* или *отверстий*.

В строительных технологиях такой случай встречается довольно часто, например, в виде *барботаж* различных жидкообразных масс с целью поддержания их однородности в течение длительного времени. Это могут быть антикоррозионные покрытия для арматурной стали в технологии ячеистобетонных армированных изделий, сырьевые смеси в виде жидких шламов в технологиях цемента, керамики.

Суть барботаж состоит в том, что шламохранилище имеет двойное дно: нижнее сплошное и верхнее перфорированное, то есть пронизанное сеткой отверстий – сопел, через которые продувается воздух, образующий в жидкой фазе пузыри. Последние, непрерывно двигаясь вверх, препятствуют осаждению частиц сырья, входящих в состав шлама, и тем самым поддерживают однородность его состава.

Рассматриваемая ситуация в основных своих чертах аналогична той, которая имеет место при выдувании через трубочку мыльных пузырей. Воздух, вдуваемый в жидкость, содержащую ПАВ, образует замкнутую сферу, в которой граница между жидкостью и воздухом полностью заполнена молекулами ПАВ, занимающими строго ориентированное положение, и способствующих образованию относительно прочной оболочки, называемой пленкой пузыря (рис. 6.41).

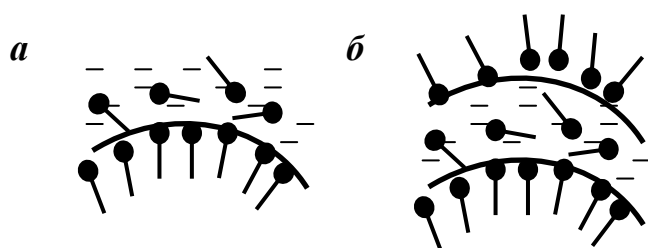


Рис. 6.41. Схема образования пленки пузыря:

*а* - в жидкой среде; *б* - в воздушной среде

Молекула ПАВ – это углеводородная цепочка, содержащая на одном конце сильную полярную группу. Именно поэтому молекулы ПАВ на поверхности воды должны выстраиваться так, чтобы с водой соприкасались лишь те их концы, которые испытывают к ней

сродство, то есть молекулярные группы.

Молекулы ПАВ, с одной стороны, понижают поверхностное натяжение воды, с другой – увеличивают прочность пленки на разрыв за счет собственного межмолекулярного взаимодействия при предельно плотной «посадке» молекул ПАВ на поверхности воды.

По мере увеличения объема пузыря за счет дополнительного воздуха создаются условия для снижения плотности «посадки» молекул ПАВ. Но этого не происходит до тех пор, пока в жидкой фазе имеются свободные молекулы ПАВ, которые тут же адсорбируются на освободившейся поверхности пузыря. Поэтому предельный размер пузыря как раз и связывают с исчерпанием в объеме жидкости свободных молекул ПАВ.

Рассмотрим теперь условия устойчивости пузыря, исходя из наиболее простых модельных представлений, приведенных на рис. 6.42.

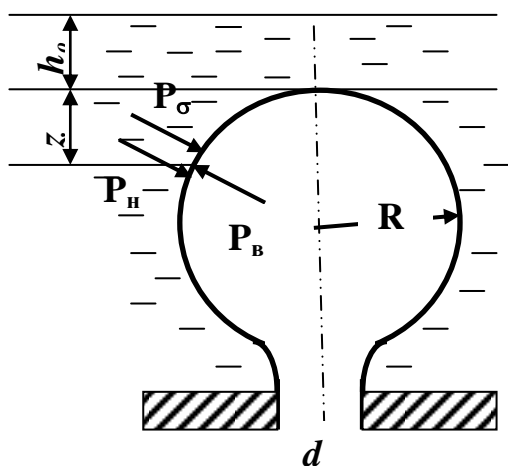


Рис. 6.42. Схематическая модель образования газового пузыря

На образующийся газовый пузырь действуют силы внутреннего ( $P_B$ ) и внешнего ( $P_H$ ) давлений, а также поверхностного натяжения ( $P_\sigma$ ). При выходе газа из сопла диаметром  $d$  пузырек постепенно растет и, достигнув некоторого диаметра  $\delta$ , отрывается. Диаметру  $\delta$  соответствует равновесие действующих сил, которое для элементарной площадки  $df$  можно представить уравнением

$$dP_B = dP_H + dP_\sigma.$$

или

$$(p + \rho_2 gz)df = [\rho_0 + \rho_{жс} g(h_0 + z)]df + \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) df,$$

где  $p$  и  $p_0$  - давления внутри пузырька и на свободной поверхности жидкости;

$\rho_2$  и  $\rho_{жс}$  - плотности газа и жидкости;

$R_1$  и  $R_2$  - главные радиусы кривизны поверхности  $df$ .

По представленному уравнению можно определить давление внутри пузырька

$$p = \sigma \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + p_0 + [\rho_{жс} h_0 + z(\rho_{жс} - \rho_2)]g \quad (6.101)$$

или суммарную кривизну стенок пузырька

$$\left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{p - p_0 - [\rho_{жс} h_0 + z(\rho_{жс} - \rho_2)]g}{\sigma}. \quad (6.102)$$

Из последнего уравнения следует, что чем более высоким сформировалось давление внутри пузырька и чем меньше поверхностное натяжение на границе «жидкость-газ», тем более мелкими будут образующиеся пузырьки.

Вычислим диаметр пузыря  $\delta$  в момент его отрыва. При свободном движении образующийся у отверстия пузырь сначала увеличивается в диаметре, а затем отрывается при условии, что подъемная (архимедова) сила  $F_{\Pi}$  становится равной силе отрыва от периметра отверстия в сопле  $F_0$ , т.е.  $F_{\Pi} = F_0$

или

$$\frac{\pi\delta^3}{6}(\rho_{жс} - \rho_2)g = \pi d\sigma,$$

откуда

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{6d\sigma}{(\rho_{жс} - \rho_2)g}}. \quad (6.103)$$

Из уравнения (6.103) следует, что при свободном движении диаметр пузыря не зависит от расхода газа, а определяется диаметром отверстия и физическими свойствами жидкости. С увеличением расхода газа  $V$  ( $\text{м}^3/\text{с}$ ) возрастает лишь число пузырей, отрывающихся в единицу времени. Когда же расход газа достигает критического значения, последовательно образующиеся у отверстия пузыри не успевают отрываться один от другого и движутся в виде цепочки, соприкасаясь друг с другом.

Скорость подъема пузырей  $w_{\Pi}$  небольшого диаметра находится аналогично скорости свободного осаждения твердых частиц.

Режим движения пузырей определяется значением критерия Рейнольдса для пузыря

$$\text{Re}_{\Pi} = \frac{w_{\Pi} \delta \rho_{жс}}{\mu_{жс}}.$$

Критическим значениям, соответствующим переходу от ламинарного к турбулентному режиму подъема пузыря является  $\text{Re}_{\Pi} = 9$ .

Закономерности движения пузырей большого диаметра будут отличаться от изложенного выше. С увеличением размера пузыря из-за неравномерности давления жидкости по окружности пузырь все больше деформируется; влияние поверхностного натяжения становится малым по сравнению с динамическим воздействием жидкой среды, в результате пузырь приобретает неустойчивую форму: сначала эллипсоидальную (при  $\delta = 1 - 5$  мм), а затем грибообразную (при  $\delta > 5$  мм). При *стесненном* движении часть пузырей может сливаться друг с другом (явление коалесценции) и дробиться на более мелкие пузыри.

Уравнения (6.101 - 6.103) представлены в несколько упрощенном виде. В частности они получены для наиболее простого случая образования газового пузыря, не учитывают скорость и режим истечения газа, некоторые другие характеристики. Но, тем не менее, эти уравнения определяют теоретическую основу для более детального исследования процесса в каждом конкретном его проявлении и управления этим процессом. Именно на это ориентированы многочисленные исследования поризованных бетонов, проводимые в настоящее время во многих строительных вузах страны в рамках студенческих НИР, магистерских, кандидатских и докторских диссертаций.



### 6.8.3. Смешанные задачи гидродинамики

#### 6.8.3.1. Основные три типа смешанных задач

С точки зрения классической гидродинамики в этом разделе предполагается рассмотреть так называемые смешанные задачи. В отличие от чисто внутренних, когда движение рассматривалось в замкнутом объеме (по трубам и каналам) и от чисто внешних, когда рассматривалось обтекание частиц жидкостью или газом в смешанных задачах имеет место одновременное движение жидкости или газа по межзерновым каналам и обтекание частиц. При этом в зависимости от относительной скорости жидкости или газа и создаваемого напора на зернистые частицы можно выделить три характерных случая взаимодействия потока с зернистым материалом. Рассмотрим каждый из них пока лишь в самых общих чертах.

Пусть слой зернистого материала расположен на газопроницаемой решетке в вертикальном канале (рис. 6.43); снизу вверх через слой проходит поток жидкости или газа со скоростью  $w$ ; будем увеличивать (пока лишь мысленно) скорость потока, и проследим за состоянием зернистого слоя.

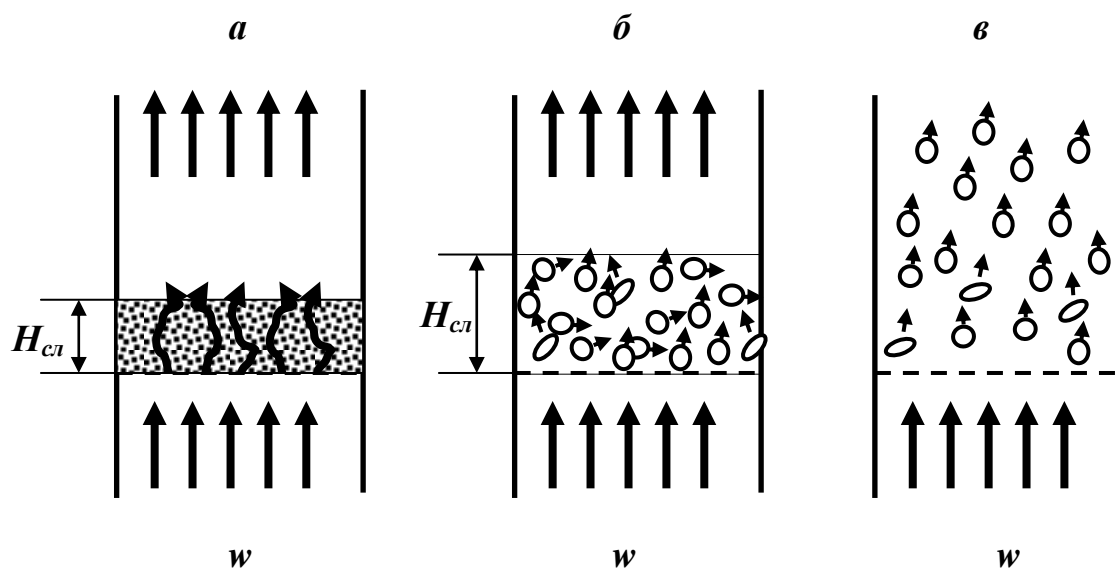


Рис. 6.43. Три характерные случая взаимодействия потока жидкости или газа со слоем зернистого материала:

- a* – неподвижный слой;
- б* – кипящий (псевдооживленный) слой;
- в* – унос твердых частиц потоком

При некоторой относительно невысокой скорости (случай *a*) напор потока на частицы невелик; частицы образуют неподвижный слой, сплошной поток жидкости или газа дробится на множество составляющих, движущихся по межзерновым каналам. Для этого случая применим обобщенный термин – *фильтрация* жидкости или газа через слой зернистого материала.

Если скорость потока увеличить до некоторого критического значения ( $w > w_{ПС}$ , где  $w_{ПС}$  – скорость псевдооживления), то в следствии увеличившегося напора на частицы, они теряют неподвижность, начинают беспорядочно двигаться, но из слоя не уходят, увеличивая его по высоте (случай б). Наступает состояние *псевдооживления*; внешний слой как бы кипит, поэтому его называют *кипящим слоем*.

При дальнейшем увеличении скорости потока до следующего критического значения ( $w > w_{св}$ , где  $w_{св}$  – скорость свободного витания частиц) гидродинамический напор на частицы возрастает настолько, что они начинают двигаться вместе с потоком (случай в). Явление массового уноса твердых частиц называют *пневмотранспортом (гидротранспортом)*.

Все три рассмотренных случая достаточно широко представлены в промышленных технологиях, поэтому далее рассмотрим каждый из них более подробно.

### 6.8.3.2. Движение жидкостей и газов через неподвижные зернистые слои

В строительных технологиях подобные задачи приходится рассматривать при расчетах процессов фильтрации воды через слой материалов, составляющих бетонную смесь при ее вакуумировании; процессов очистки воздуха или дымовых газов в матерчатых фильтрах и т.п. Весьма представительной и важной является задача проектирования процессов обжига различных материалов в шахтных печах, с которой связаны расчеты гидравлических сопротивлений в слое материала, других характеристик гидродинамического потока газов.

Перечень параметров, влияющих на взаимодействие потока жидкости или газа (чаще всего – газа) с неподвижным слоем, весьма велик. Это может быть дисперсность частиц, характеризующая их крупность и распределение по размерам; форма частиц; степень шероховатости их поверхности; межзерновая пустотность или *порозность* слоя ( $\varepsilon$ ), определяемая по известной формуле:

$$\varepsilon = 1 - \frac{\rho_n}{\rho_T},$$

где  $\rho_n$  - насыпная плотность зернистого материала;

$\rho_T$  - плотность материала в куске.

Наши дальнейшие рассуждения и выводы будут касаться материалов, состоящих только из относительно плотных (а не пористых) зерен, через которые отсутствует дополнительная фильтрация жидкости или газа. Это в значительной степени облегчит рассмотрение задачи в целом. Да и в практическом плане такая задача представляется определяющей.

Основными расчетными характеристиками при проектировании процессов и аппаратов для рассматриваемого случая взаимодействия гидродина-

мического потока со слоем зернистого материала являются эквивалентный диаметр межзерновых каналов, истинная скорость потока в межзерновых каналах, сопротивление движению потока со стороны зернистого слоя, на основе которого в дальнейшем определяется, например, мощность привода к дымососу или другому виду оборудования, обеспечивающего заданный поток жидкости или газа.

В специальной литературе можно встретить несколько вариантов расчетов обозначенных характеристик. Для всех из них присуща определенная доля условностей, связанных с объективными трудностями определения расчетных характеристик зернистого слоя. Ниже приведен один из возможных вариантов.

Эквивалентный диаметр межзерновых каналов представим через общепринятую формулу

$$d_{\text{э}} = \frac{4S_{\kappa}}{\Pi_{\kappa}}, \quad (\text{A})$$

где  $S_{\kappa}$  - суммарная боковая поверхность каналов;  
 $\Pi_{\kappa}$  - суммарный периметр каналов.

Величину  $S_{\kappa}$  можно представить как

$$S_{\kappa} = \frac{v_{\Pi}}{l_{\kappa}},$$

где  $v_{\Pi}$  - объем межзернового пространства (межзерновых пор);  
 $l_{\kappa}$  - длина каналов; ее можно представить как

$$l_{\kappa} = \alpha H_{\text{сл}},$$

где  $H_{\text{сл}}$  - высота слоя;  
 $\alpha$  - коэффициент кривизны каналов,  $\alpha > 1$ .

В свою очередь  $v_{\Pi} = \varepsilon S_{\text{ан}} H_{\text{сл}}$ ,

где  $S_{\text{ан}}$  - площадь поперечного сечения аппарата (вертикальной шахты на рис. 6.43).

Таким образом

$$S_{\kappa} = \frac{\varepsilon \cdot S_{\text{ан}} \cdot H_{\text{сл}}}{\alpha \cdot H_{\text{сл}}} = \frac{\varepsilon \cdot S_{\text{ан}}}{\alpha}. \quad (\text{B})$$

Величину периметра каналов можно представить как

$$\Pi_{\kappa} = \frac{\sum S_{\text{ч}}}{l_{\kappa}} = \frac{n \cdot S_{\text{ч}}}{l_{\kappa}}, \quad (\text{B})$$

где  $\sum S_{\text{ч}}$  - суммарная площадь поверхности всех частиц в слое;  
 $S_{\text{ч}}$  - площадь поверхности одной частицы;  
 для шарообразной частицы  $S_{\text{ч}} = \pi d_{\text{ч}}^2$ ;  
 $n$  - число частиц в слое.

При условии монодисперсности всех частиц

$$n = \frac{v_{\text{тв.ф}}}{v_{\text{ч}}},$$

где  $v_{тв.ф}$  - объем твердой фазы в слое,  $v_{тв.ф} = S_{ан}H_{сл}(1-\varepsilon)$ ;

$v_ч$  - объем одной частицы; для шарообразной частицы  $v_ч = \frac{\pi d_ч^3}{6}$ .

После подстановки значений  $S_ч$  и  $n$  в ф.(В) получим

$$P_к = \frac{S_{ан} H_{сл} (1-\varepsilon) \cdot 6\pi d_ч^2}{\pi d_ч^3 \cdot \alpha \cdot H_{сл}} = \frac{6 \cdot S_{ан} (1-\varepsilon)}{d_ч \cdot \alpha}. \quad (\Gamma)$$

Окончательно подставим выражения (Б) и (Г) в формулу (А) и получим

$$d_э = \frac{4 \cdot \varepsilon \cdot S_{ан} \cdot d_ч \cdot \alpha}{\alpha \cdot 6 \cdot S_{ан} (1-\varepsilon)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{d_ч \cdot \varepsilon}{(1-\varepsilon)}.$$

для частиц нешаровидной формы

$$d_э = \frac{2 \cdot d \cdot \Phi \cdot \varepsilon}{3(1-\varepsilon)}, \quad (6.104)$$

где  $d$  - диаметр эквивалентного шара, имеющего тот же объем, что и частица, как уже было представлено ранее (6.100)  $d = \sqrt[3]{\frac{6m}{\pi\Phi}}$ ;

$\Phi$  - фактор формы, его можно представить как  $\Phi = \frac{S_{ш}}{S}$ ,

где  $S_{ш}$  - поверхность шаровидной частицы, имеющей равный объем с рассматриваемой, имеющей поверхность  $S$ .

Для шаровидных частиц  $\Phi = 1$ , для частиц иной формы  $\Phi < 1$ .

Диаметр эквивалентного шара для полидисперсных частиц заданного фракционного состава

$$d = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{m_i}{d_i}}, \quad (6.105)$$

где  $m_i$  - массовая доля частиц диаметром  $d_i$  в  $i$ -той фракции.

Истинную скорость  $w$  потока в межзерновых каналах можно определить из уравнения неразрывности потока

$$S_к \cdot w = S_{ан} \cdot w_0,$$

где  $w_0$  - фиктивная скорость, отнесенная ко всему сечению аппарата и определяемая как

$$w_0 = \frac{V}{S_{ан}},$$

где  $V$  - объемный расход жидкости или газа.

Согласно ф.(Б)  $S_к = \varepsilon \cdot S_{ан} / \alpha$ .

Учтем незначительное отличие коэффициента кривизны  $\alpha$  от 1 и примем

$$S_к = \varepsilon \cdot S_{ан}.$$

Тогда 
$$\varepsilon \cdot S_{an} \cdot w = S_{an} \cdot w_0,$$

откуда 
$$w = \frac{w_0}{\varepsilon}. \quad (6.106)$$

Таким образом, принятое допущение относительно малой значимости коэффициента  $\alpha$  делает сложную задачу определения истинной скорости в межзерновых каналах предельно простой, так как определение фиктивной скорости  $w_0$  не представляет трудности, а значение порозности  $\varepsilon$  для большинства материалов близко к 0,4.

*Потерянное давление* потока в слое можно изначально представить общей зависимостью (6.82), полученной для труб и каналов

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w_{cp}^2}{2}.$$

Применительно к зернистому слою формула запишется

$$\Delta p = \lambda \cdot \frac{H_{cl}}{d_{\varepsilon}} \cdot \frac{\rho w_{cp}^2}{2}. \quad (6.107)$$

Значения  $d_{\varepsilon}$ ,  $w$  нами уже получены, и их можно вводить в ф.(6.107). Осталось решить вопрос относительно *коэффициента гидравлического трения*  $\lambda$ . В рассматриваемой ситуации он отражает *суммарное сопротивление слоя и поэтому называется коэффициентом сопротивления*. Его величина зависит от многих факторов, в том числе и от режима течения жидкости или газа в межзерновых каналах. Следует заметить, что в межзерновых каналах турбулентность развивается при значительно меньших, чем в прямых гладких трубах, скоростях потока. Ламинарный режим существует примерно при  $Re \leq 50$  (напомним, что для труб  $Re_{кр} = 2320$ ).

Значение критерия  $Re$  для зернистого слоя можно представить как

$$Re = \frac{\rho w d_{\varepsilon}}{\mu},$$

с учетом (6.104) и (6.105) имеем

$$Re = \frac{\rho \cdot w_0 \cdot 2 \cdot d \cdot \Phi \cdot \varepsilon}{\mu \cdot \varepsilon \cdot 3(1-\varepsilon)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Phi}{1-\varepsilon} \cdot \frac{\rho w_0 d}{\mu},$$

или 
$$Re = \frac{2}{3} \cdot \frac{\Phi}{1-\varepsilon} \cdot Re_0, \quad (6.108)$$

где  $Re_0$  - модифицированный критерий Рейнольдса, определяемый через

фиктивную скорость потока 
$$Re_0 = \frac{\rho w_0 d_{\varepsilon}}{\mu}. \quad (6.109)$$

Найденное значение критерия Рейнольдса используется в многочисленных эмпирических формулах для определения значения коэффициента сопротивления  $\lambda$ . Например, для всех режимов движения применимо обобщенное уравнение

$$\lambda = \frac{133}{\text{Re}} + 2,34. \quad (6.110)$$

Таким образом, в наиболее общем виде формулу потеряннного напора можно представить как

$$\Delta p = \left[ \frac{200}{\text{Re}_0} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\Phi} + 2,34 \right] \cdot \frac{3(1-\varepsilon)}{2\Phi \cdot \varepsilon^3} \cdot \frac{H_{cl}}{d} \cdot \frac{g w_0^2}{2}. \quad (6.111)$$

В этой формуле в достаточной мере отражен весь сложный механизм взаимодействия потока жидкости или газа со слоем неподвижного зернистого материала. Расчеты по этой формуле дают удовлетворительные результаты.

### 6.8.3.3. Гидродинамика кипящего (псевдоожигенного) зернистого слоя

Образование *псевдоожигенного*, или *кипящего*, или *взвешенного слоя* является следствием того, что при достижении первой критической скорости – скорости псевдоожигения  $w_{nc}$ , сила тяжести каждой частицы и слоя в целом уравновешивается гидродинамическим напором потока, движущегося снизу вверх. В результате слой материала теряет неподвижность и переходит во взвешенное (от слова – *взвесь*) состояние, при котором частицы теряют прежний взаимный контакт, получают возможность перемещаться и перемешиваться; слой расширяется, в нем наблюдается проскакивание газовых пузырей, а на свободной поверхности – волны и всплески. В этом состоянии слой напоминает кипящую жидкость, благодаря чему он назван псевдоожигенным или *кипящим*. При неизменной скорости потока поверхность слоя остается на одном и том же уровне. Это объясняется тем, что после того, как скорость в межзерновых каналах достигла первого критического значения, частицы начинают уходить из слоя, при этом слой расширяется, порозность его возрастает и, соответственно, скорость потока в межзерновых каналах согласно закону постоянства расхода снижается; гидродинамический напор на частицу также снижается, и она возвращается в слой. Но при этом напор на частицу снова возрастает, и она выходит из слоя и так далее. В результате имеет место пульсация слоя.

Таким образом, непосредственной причиной непрерывного перемещения частиц в слое являются *флуктуации* скорости жидкостного или газового потоков.

Структура взвешенного слоя является важнейшей характеристикой, определяющей широкое применение на практике псевдоожигенного состояния зернистого слоя. В строительных технологиях – это сушилки и печи с псевдоожигенным слоем, работающие весьма эффективно благодаря всестороннему контакту газового потока с частицами зернистого материала (рис. 6.44).

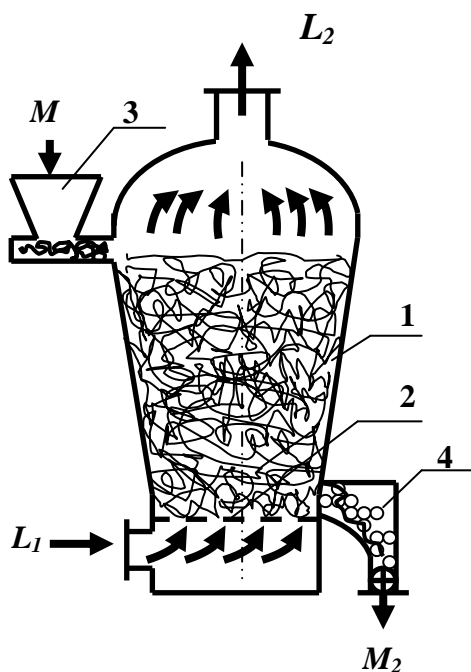


Рис. 6.44. Схема сушилки с псевдооживенным слоем высушиваемого материала:

$M_1$  – поток влажного материала;  
 $M_2$  – поток высушенного материала;  
 $L_1$  – поток сушильного агента на входе в сушилку;  
 $L_2$  – то же, на выходе;

1 – корпус сушилки;  
 2 – опорно-газораспределительная решетка;  
 3 – загрузочное устройство;  
 4 – разгрузочное устройство

Наилучшей структурой слоя считается такая, когда слой интенсивно пульсирует, но не теряет своей однородности, кроме того, в нем снизу вверх движутся разрозненные пузыри воздуха.

Но при некотором неблагоприятном сочетании параметров процесса (слипающийся материал, малый диаметр аппарата, повышенная скорость потока) пузыри газа объединяются в один сплошной пузырь, занимающий все сечение аппарата. При этом слой материала в целом или его часть поднимается вверх и снова опускается на решетку, не перемешиваясь, а газ уходит по временно прорывающимся каналам. Такой режим работы называют *поршневым псевдооживлением*. Поршневой режим нежелателен, так как при нем резко ухудшается равномерность контакта между газом и частицами.

Другим нежелательным режимом является такой, при котором имеет место *каналообразование*, то есть происходит проскок («байпасирование») значительного количества газа через один или несколько каналов, образующихся в слое. Предельным случаем каналообразования является *фонтанирование*, при котором поток газа прорывается сквозь слой по одному каналу, возникающему вблизи оси аппарата. Это происходит при малом количестве отверстий в опорно-распределительной решетке и большом их диаметре.

Таким образом, требуемая структура взвешенного слоя достигается благоприятным сочетанием скорости газового потока, количеством и размерами отверстий в опорно-распределительной решетке, диаметром аппарата, высотой слоя материала. При прочих равных условиях равномерность псевдооживления повышается по мере увеличения скорости прохождения оживляющего агента через «живое» сечение решетки, при этом, однако, возрастает ее гидравлическое сопротивление.

Состояние псевдооживленного слоя можно представить «кривой псевдооживления», выражающей зависимость перепада давления  $\Delta p$  в слое от фиктивной скорости оживающего агента  $w_0$  (рис. 6.45).

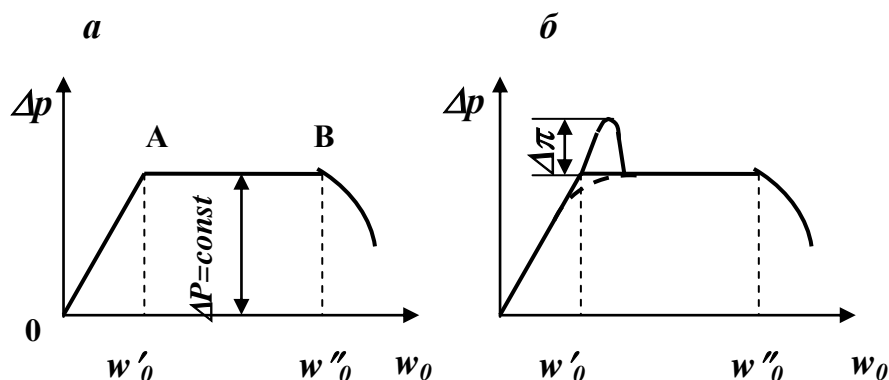


Рис. 6.45. Кривые псевдооживления:

*a* – идеальная; *б* - реальная

Восходящая ветвь *ОА* на идеальной кривой псевдооживления соответствует движению оживающего агента через неподвижный зернистый слой. Абсцисса точки *A* ( $w_0 = w'_0$ ) отражает скорость начала псевдооживления. Горизонтальный участок *AB* отражает псевдооживленное состояние, характеризующееся равенством сил напора потока на слой твердых частиц и их веса; здесь сохраняется  $\Delta p = const$ . Абсцисса точки *B* отражает скорость начала уноса частиц  $w''_0$ . При скорости  $w_0 > w''_0$  в результате уноса вес слоя падает и, следовательно, уменьшается  $\Delta p$ .

В реальных условиях (рис. 6.45, кривая *б*) за пределами  $w'_0$  величина  $\Delta p$  продолжает на некотором участке  $w_0$  расти в связи с затратами энергии на преодоление сил сцепления твердых частиц между собой и со стенкой аппарата. После перехода слоя в псевдооживленное состояние его *сопротивление мгновенно падает* до характерного уровня  $\Delta p$ . Штрихпунктирная линия, сглаживающая примыкание восходящей ветви и горизонтального участка кривой псевдооживления на рис. 6.45,б, соответствует варианту снижения скорости и обратному переходу зернистого слоя из псевдооживленного состояния в неподвижное.

Значение пика давления  $\Delta \pi$  зависит от свойств твердых частиц, геометрической формы аппарата и конструкции опорно-распределительной решетки.

Величину  $\Delta p$  для всей области скоростей от  $w'_0$  до  $w''_0$  можно определить, используя формулу для  $\Delta p$  неподвижного слоя (6.111) и заменив в ней  $w_0$  на  $w'_0$ :

$$\Delta p = \left[ \frac{200}{\text{Re}_0} \cdot \frac{(1-\varepsilon)}{\Phi} + 2,34 \right] \cdot \frac{3(1-\varepsilon)}{2\Phi \cdot \varepsilon^3} \cdot \frac{H_{cl}}{d} \cdot \frac{\rho(w'_0)^2}{2}. \quad (6.112)$$



Формулу для скорости псевдооживления получают из условия, что давление, учитываемое правой частью ф.(6.112), должно быть уравновешено силой тяжести слоя, приходящейся на единицу площади ( $G_1$ ); с учетом выталкивающей силы

$$G_1 = g(\rho_T - \rho_{жс})(1 - \varepsilon) \cdot H_{сл},$$

где  $\rho_T$  - плотность твердых частиц;

$\rho_{жс}$  - плотность псевдооживляющего агента.

После ряда преобразований и упрощений получено

$$Re_{ПС} = \frac{Ar}{1400 + 5,22\sqrt{Ar}},$$

где  $Ar$  - (см. п. 6.8.1.2) критерий Архимеда:

$$Ar = \frac{\rho_{жс}^2 d_c^2 g}{\mu_{жс}^2} \cdot \frac{\rho_T - \rho_{жс}}{\rho_{жс}}. \quad (6.113)$$

Так как

$$Re_{ПС} = \frac{\rho_{жс} w'_0 d_c}{\mu_{жс}^2},$$

то

$$w'_0 = \frac{Re_{ПС} \cdot \mu_{жс}^2}{\rho_{жс} \cdot d_c}, \quad (6.114)$$

где  $Re_{ПС}$  - значение критерия Рейнольдса, соответствующее началу псевдооживления и определяемое через фиктивную скорость  $w_0$ .

Полидисперсный зернистый слой переходит в псевдооживленное состояние не при одной фиксированной скорости оживляющего агента, а в некотором интервале скоростей: от  $w'_n$  до  $w'_n$ . Соответственно  $w'_n$  называют скоростью начала взвешивания, а  $w'_n$  - скоростью полного псевдооживления. Рассчитать их значения теоретически весьма затруднительно. Поэтому в расчетах рабочую скорость псевдооживления определяют как

$$w_p = K_w \cdot w'_0, \quad (6.115)$$

где  $K_w$  - коэффициент псевдооживления; как правило, принимают  $K_w \approx 2$ .

Однако чрезмерное повышение скорости приводит сначала к байпасированию, а затем и к фонтанированию.

#### 6.8.3.4. Пневмотранспорт порошковых и зернистых материалов

Пневмотранспортом называют процесс течения по трубам двухфазных потоков, в которых несущей фазой является любой газ, чаще всего - воздух, а переносимой фазой - порошкообразные крупностью до 1 мм или зернистые крупностью более 1 мм частицы твердого материала. В строительных технологиях это могут быть все виды вяжущих материалов, другие порошкообразные материалы (например, молотый песок), зернистые частицы относительно легких материалов (перлитовый песок, опилки и т.п.).

С технической точки зрения система пневмотранспорта включает расходную емкость для транспортируемого материала с устройствами для выгрузки материала и его смешения с потоком газа, трубы, по которым собственно происходит пневмотранспорт, и сепарационные устройства (циклоны, фильтры), отделяющие твердые частицы от газовой фазы и очищающие ее.

В качестве примера на рис. 6.46 приведена схема системы пневмотранспорта, реализуемой на складах цемента заводов железобетонных изделий.

Доставка цемента осуществляется или в крытых вагонах 1 или в специальных цементовозах 3. Разгрузка из цементовоза осуществляется самотеком, а из крытого вагона происходит с помощью самоходного пневморазгрузателя 2, всасывающего цемент через заборный патрубок и подающего его затем в накопительный бункер 4. Из накопительного бункера цемент винтовым шнеком 5 отбирается и подается в камеру смешения 6, в которую снизу поступает сжатый воздух; образовавшаяся цементно-воздушная смесь начинает течь по трубопроводу 7 и попадает в циклон 9, в котором происходит отделение основной массы цемента от воздушного потока; оставшаяся масса цемента оседает в фильтре 10, в результате просасывания цементно-воздушного потока через матерчатые рукава; очищенный воздух с помощью тягового вентилятора 11 выбрасывается в атмосферу. Выделенный в аппаратах 9 и 10 цемент с помощью распределительного шнека 12 загружается в один из силосов 8 – цилиндрические емкости, в которых и хранится цемент.

Дальность подачи материалов с помощью систем пневмотранспорта достигает 1000 м, высота подъема – до нескольких десятков метров.

Различают три степени концентрации твердых частиц в газовом потоке:

- низкую – до  $0,03 - 0,04 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ;
- среднюю – от  $0,04$  до  $0,12 \text{ м}^3/\text{м}^3$ ;
- высокую – более  $0,12 \text{ м}^3/\text{м}^3$ .

Является очевидным, что чем выше концентрация твердых частиц в газовом потоке, тем большей должна быть скорость газового потока, тем большим напором он должен обладать.

Расчет скорости газового потока при пневмотранспорте, особенно для полидисперсных частиц, представляет весьма сложную задачу. Поэтому на практике пользуются, как правило, эмпирическими формулами.

Теоретические положения гидродинамики двухфазных потоков в наибольшей степени применимы для потоков с *низкой концентрацией твердых частиц*. Рассмотрим некоторые из этих положений.

При расчетах скоростей пневмотранспорта необходимо, прежде всего, иметь в виду, что скорости газового потока и твердых частиц не совпадают за исключением случая движения «сверху вниз»; скорость газового потока превышает скорость движения частиц. При этом для обеспечения состояния пневмотранспорта в направлении «снизу вверх» достаточно, чтобы скорость газового потока хотя бы незначительно превысила скорость свободного вихляния частиц или вторую критическую скорость (см. рис. 6.45), то есть ско-

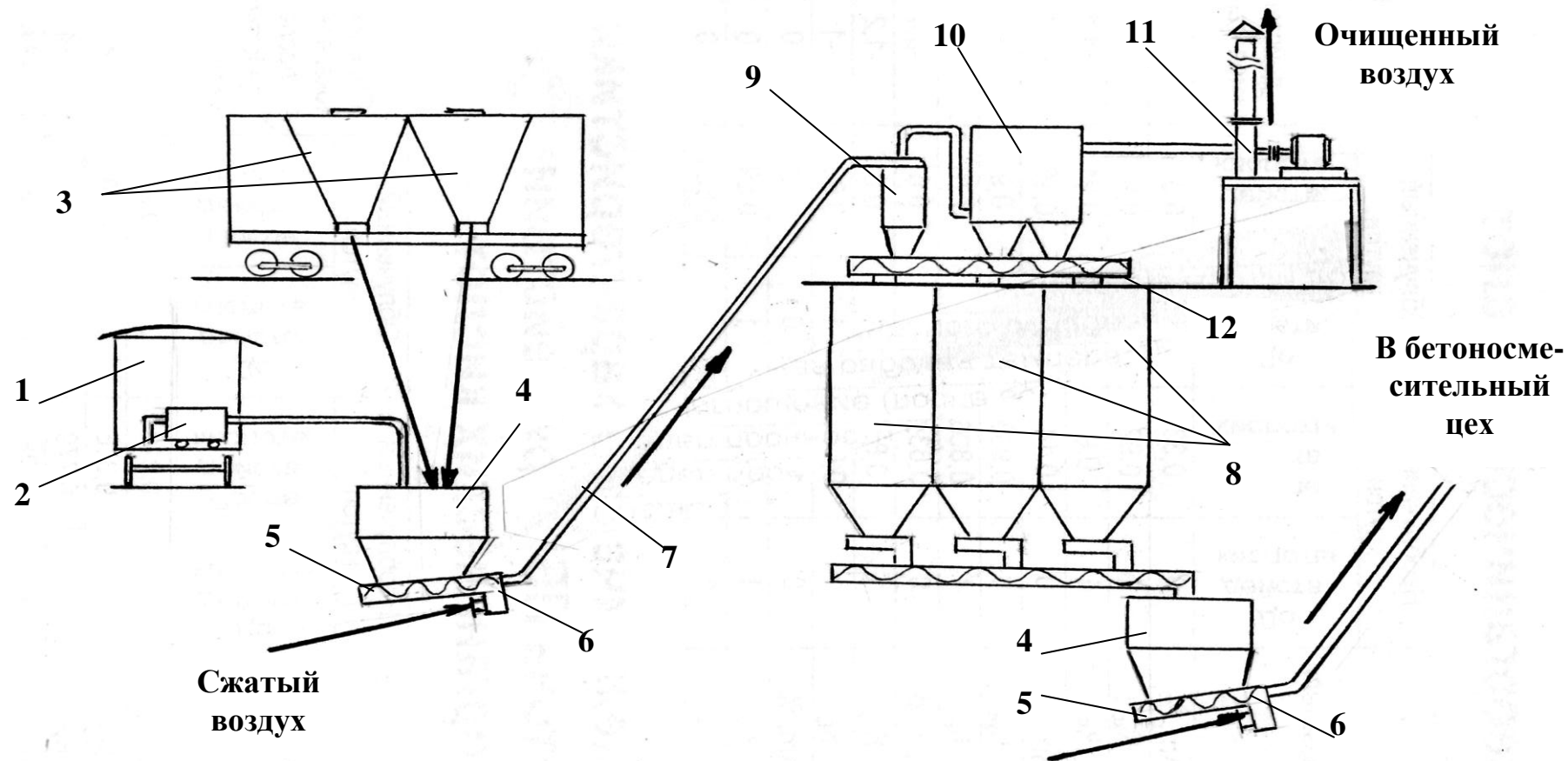


Рис. 6.46. Система пневмотранспорта на складе цемента:

- 1 – крытый вагон с цементом; 2 – пневморазгрузатель всасывающее-нагнетательного действия;  
 3 – вагон-цементовоз с гравитационной разгрузкой; 4 – бункер-накопитель; 5 – шнековый разгрузчик;  
 6 – камера смешения; 7 – цементопровод; 8 – емкости склада силосного типа; 9 – цементоосадительный циклон;  
 10 – фильтр; 11 – вентилятор; 12 – распределительный шнек

рость, при которой гидродинамический напор на частицу уравновешивал бы ее собственный вес. Этому условию удовлетворяет формула (6.96), выведенная для случая свободного осаждения частицы

При использовании этой формулы принимают для сферических частиц  $\xi = 24/Re_{cv}$  в случае ламинарного режима течения двухфазного потока;  $\xi = 24/Re_{cv}^{0.5}$  – в случае переходного и  $\xi = 0,44$  – в случае турбулентного режима (здесь  $Re_{cv}$  – значение критерия Рейнольдса, соответствующее скорости свободного вытекания частиц –  $w_{cv}$ ).

Преобразование формулы (6.96) для условия полного разделения частиц при пневмотранспорте (порозность  $\varepsilon \approx 1$ ) и для любого режима течения приводит к следующему виду расчетной формулы:

$$Re_{cv} = \frac{Ar}{18 + 0,61\sqrt{Ar}}. \quad (6.116)$$

Использование ф. (6.116) позволяет определить скорость свободного вытекания частиц и ориентировочно – скорость газового потока. При этом расчет ведут по наиболее крупным (наиболее тяжелым) частицам.

Для горизонтальных участков пневмопровода скорость газового потока должна быть выше, течение должно проходить в турбулентном режиме. Только при таком режиме поперечные пульсационные составляющие скорости потока способны обеспечить состояние свободного витания частиц и предотвратить их осаждение на стенку трубы. Действие поперечных пульсационных составляющих скорости потока создают волнообразную траекторию их движения (рис. 6.47).

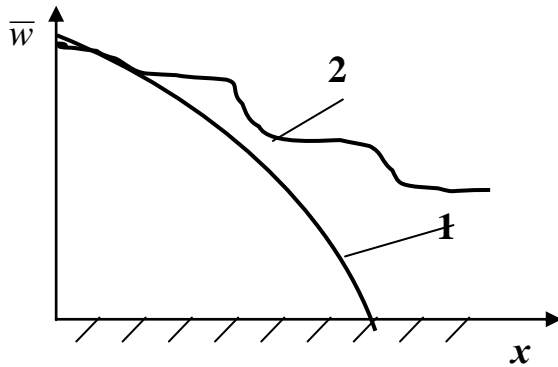


Рис. 6.47. Траектории частицы в ламинарном (1) и турбулентном (2) потоках жидкости в горизонтальной трубе

В целом турбулентные пульсации значительно удлиняют путь частицы в горизонтальном направлении до ее осаждения на трубу.

В зависимости от скорости потока в горизонтальном участке трубы можно выделить два предельных варианта структуры двухфазного потока (рис. 6.48).

При достаточно высокой скорости турбулентного потока частицы материала движутся, практически не оседая на трубу (рис. 6.48, вариант а). Они относительно равномерно распределены по сечению потока,

хотя по вертикали, безусловно, имеет место неравномерность, как по концентрации, так и по крупности частиц.

При предельно низкой скорости, еще обеспечивающей пневмотранспорт (вариант б), длина пробега частиц невелика и они оседают на стенку трубы, образуя волну, наподобие дюны. В соответствии с законом постоян-

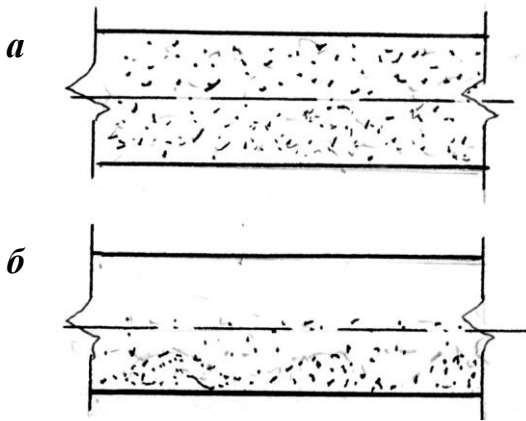


Рис. 6.48. Предельные варианты структуры двухфазных потоков при пневмотранспорте:

*a* – поток умеренной концентрации;  
*б* – транспорт «дюнами»

В реальных пневмотранспортных системах рабочая скорость газового потока может находиться в пределах от нескольких метров до нескольких десятков метров.

Потерянное давление  $\Delta p$  в сети пневмотранспорта (это давление создается компрессорными машинами) кроме общеизвестных составляющих гидростатики (см. п. 6.4.1) и гидродинамики (см. п. 6.7.2), включает еще и специфические составляющие в виде потерь давления на трение между твердыми частицами и транспортирующим агентом и на процесс ускорения частиц в начале их движения (на так называемом разгонном участке трубы). Исходя из этого, для вертикального участка пневмопровода

$$\Delta p = \Delta p_{ст} + \Delta p_T + \Delta p_{\text{ч}} + \Delta p_p, \quad (6.117)$$

где  $\Delta p_{ст}$  - потери давления на преодоление статического давления столба смеси газа и твердых частиц;

$\Delta p_T$  - потеря давления на преодоление сил трения потока о стенки трубы;

$\Delta p_{\text{ч}}$  - потеря давления на преодоление трения между твердыми частицами и газовым потоком;

$\Delta p_p$ , - дополнительная потеря давления на разгонном участке трубы.

Наиболее весомой составляющей в уравнении (6.117) является  $\Delta p_{ст}$ . Исходя из известного соотношения  $\Delta p = \rho g H$ , значение этой составляющей можно представить как

$$\Delta p_{ст} = H \cdot [\beta_T \rho_T + (1 - \beta_T) \rho_{\text{ж}}] g, \quad (6.118)$$

где  $\beta_T$  - объемная концентрация частиц твердого материала в газовом потоке.

Суммарные потери на трение ( $\Delta p_T + \Delta p_{\text{ч}}$ ) определяют на основе известной зависимости (6.82)

ства расхода это приводит к местному повышению скорости потока, что вызывает новый пробег частиц и т.д. Является очевидным, что с увеличением скорости потока частота появления дюн уменьшается вплоть до их полного исчезновения.

Для устойчивого пневмотранспорта необходимо, чтобы скорость газа в 1,5 - 2,0 раза превышала расчетную скорость витания самых крупных частиц.

Для средней и высокой концентраций твердых частиц рабочая скорость газа может превышать скорость витания частиц в 3 - 8 раз. Такое повышение скорости обусловлено высокой степенью стесненности частиц и высокой вероятностью их столкновений в полете.

$$\Delta p_{mp} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w_{cp}^2}{2}.$$

В преломлении на рассматриваемую задачу она получила следующий вид:

$$\Delta p_T + \Delta p_{\text{ч}} = \lambda_{ГТ} \cdot \frac{l_{mp}}{d_{mp}} \cdot \frac{[\beta_T \cdot \rho_T + (1 - \beta_T) \rho_{\text{жс}}] w^2}{2}, \quad (6.119)$$

где  $\lambda_{ГТ}$  - коэффициент гидравлического трения для пылегазовой смеси (справочная характеристика);

$l_{mp}$ ,  $d_{mp}$  - длина и диаметр трубы.

Для разгонного участка трубы используется формула, аналогичная формуле (6.119), но со своим коэффициентом трения. В большинстве расчетов этой составляющей можно пренебречь.

В реальных системах пневмотранспорта, например для транспортирования цемента, необходимое давление находится в пределах от 0,12 до 0,6 МПа (от 1,2 до 6,0 атм).

В заключение отметим, что пневмотранспорт является наиболее эффективным современным видом транспорта сыпучих материалов. Он универсален, мобилен, практически не требует для своего устройства специальных зон в промышленных цехах, прокладывается с любыми уклонами, перегибами и т.п.; бесшумен в работе, экологически чист. Единственным его недостатком является повышенный расход электроэнергии по сравнению с механическими средствами транспорта. Но этот недостаток вполне перекрывается отмеченными достоинствами.

### 6.8.3.5. Гидротранспорт зернистых материалов

Гидротранспортом называют процесс течения по трубам двухфазных потоков, в которых несущей фазой является жидкость, чаще всего – вода, а переносимой фазой – различной крупности зерна транспортируемого материала.

Транспортируемый материал по крупности подразделяют на:

тонкодисперсный – крупностью менее 0,15 мм;

грубодисперсный – от 0,15 до 3,0 мм;

кусковый – более 3,0 мм.

В строительных технологиях по трубам транспортируют пульпы и шламы (в производстве керамики, вяжущих веществ), золы ТЭС и другие тонкодисперсные добавки, пески, растворные и бетонные смеси.

Вот как, например, выглядит один из вариантов системы гидротранспорта по добыче речного песка (рис. 6.49).

Принципы движения двухфазных гидротоков, расчетные зависимости полностью совпадают с уже рассмотренными для пневмотранспорта.

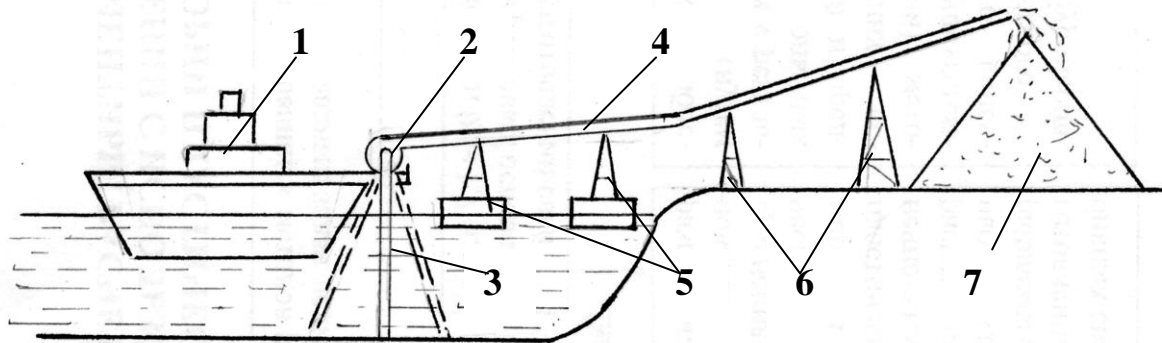


Рис. 6.49. Схема гидродобычи речного песка:

- 1 – плавучее средство (драга); 2 – гидронасос; 3 – заборная (всасывающая) труба;  
 4 – транспортирующая труба; 5 – плавучая опора;  
 6 – береговая опора; 7 – намываемый конус песка

Отличительной особенностью гидротранспорта является значительно меньшее отношение плотностей транспортируемых твердых материалов и транспортирующей среды (примерно около 2 вместо 2000). Вследствие этого гидротранспорт требует значительно меньших скоростей потока (до 10 м/с), допускает значительно большее значение объемной концентрации твердых частиц и используется для перемещения материалов на расстояния, измеряемые километрами и даже десятками километров. Заметим также, что в случае гидротранспорта жидкость и твердые частицы перемещаются практически с одинаковой скоростью, близкой к скорости витания твердых частиц. удельные затраты энергии на гидротранспорт значительно ниже, чем на пневмотранспорт в связи с более низкими скоростями потоков и меньшими потерями энергии на взаимные трения твердых частиц.

#### **6.8.4. Разделение двухфазных систем**

Пневмо- и гидротранспорт твердых частиц, а равно и работа обжиговых печей, сушильных агрегатов, измельчительных устройств требуют на заключительном этапе технологического процесса отделения твердых частиц от газового или жидкостного потоков и полной очистки газов или жидкостей перед возвращением в природную среду. В строительных технологиях для этих целей применяют пылеосадительные камеры и гидроотстойники, пневмо- и гидроциклоны.

#### 6.8.4.1. Разделение двухфазных систем под действием гравитационных сил

##### Пылеосадительные камеры и гидроотстойники

В этих аппаратах и устройствах используется принцип гравитационного осаждения твердых частиц. Количественные соотношения этого процесса рассмотрены достаточно подробно в п. 6.8.1. Теперь рассмотрим конструктивное оформление соответствующих аппаратов и устройств.

*Гидроотстойники* применяются для сгущения разбавленных суспензий и получения шламов требуемой концентрации (например, в керамической промышленности), а также для осветления жидкостей (например, в очистных сооружениях, в том числе – локального, внутрипроизводственного назначения).

Гидроотстойники бывают периодического и непрерывного действия.

*Отстойники периодического действия* представляют собой емкость большой площади и достаточно большой высоты, которая заполняется рабочей жидкостью до заданного предела, после чего жидкость остается в покое до тех пор, пока не осветлится основная ее часть. Затем осветленная жидкость откачивается в отводящую сеть, а полученный шлам поступает на дальнейшую переработку.

В *отстойниках непрерывного действия* (рис. 6.50) поступление суспензии, отбор осветленной жидкости и шлама производятся непрерывно.

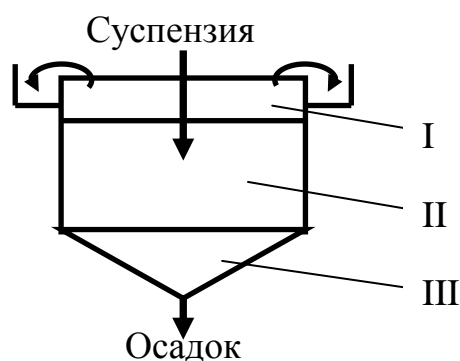


Рис. 6.50. Зоны осаждения в отстойниках непрерывного действия:

I - осветленная жидкость;

II - суспензия; III - осадок

Основной расчетной характеристикой для гидроотстойников является скорость осаждения частиц и соответствующие этой скорости время или глубина отбора осветленной жидкости.

*Пылеосадительные камеры* применяются для осаждения частиц пыли в потоке газа под действием силы тяжести, в результате чего происходит очистка газа, например, смеси дымовых газов (рис. 6.51).

Наиболее простой тип пылеосадительной камеры показан на рис. 6.51,а. Она представляет собой уд-

линенную камеру простой формы с входным и выходным каналами. Длина камеры ( $L$ ) при заданной высоте ( $H$ ) назначается из условия  $\frac{L}{w} = \frac{H}{w_{oc}}$ , где  $w$  - скорость газового потока в продольном сечении камеры;

$H$  - высота камеры;  $w_{oc}$  - скорость осаждения частиц заданного размера.



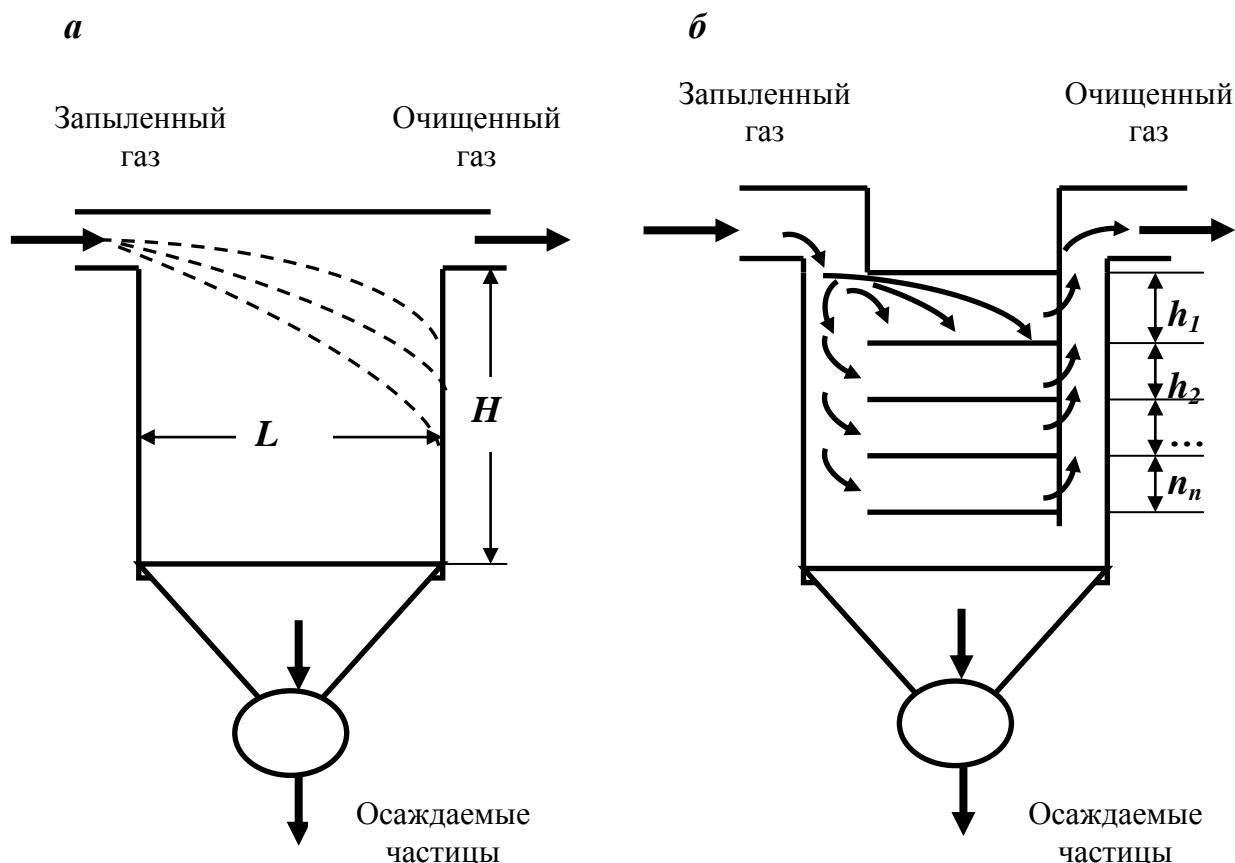


Рис. 6.51. Схемы пылеосадительных камер:  
*а* – бесполочной; *б* – полочной

Таким образом 
$$L = \frac{H \cdot w}{w_{oc}}, \quad (6.120)$$

откуда следует, что параметр  $L$  будет тем меньше, чем большим будет поперечное сечение камеры (при этом параметр  $w$  принимает наименьшие значения) и чем меньше будет значение  $H$ .

Эти противоречащие друг другу условия разрешены в камерах полочного типа (рис. 6.51, б). В них малое значение параметра  $w$  обеспечено большим поперечным сечением камеры, а малая высота осаждения частиц ( $h_1$ ,  $h_2$  и т.д.) – устройством горизонтальных полок, на которые и происходит осаждение частиц. Через определенное время полки поворачиваются вокруг продольной оси на  $90^\circ$ , и пыль сбрасывается в бункерное отделение на выгрузку. Установка полок значительно повышает эффективность работы пылеосадительной камеры. Тем не менее, даже такие камеры предназначены для грубой очистки газов. Диаметр осаждаемых в них частиц пыли находится в пределах от 1 мм до 100 мкм, а достигаемая степень очистки не превышает 40-50%. Поэтому в системах очистки газов пылевые камеры устанавливаются, как правило, на первой ступени очистки. На следующей ступени устанавливаются аппараты, в которых очистка осуществляется под действием центробежной силы. Такие аппараты называются *циклонами*.

### 6.8.4.2. Разделение двухфазных систем под действием центробежных сил

#### Пневмоциклоны и гидроциклоны

Использование центробежной силы позволяет существенно увеличить пределы разделения неоднородных систем и в сотни раз ускорить этот процесс.

Эффективность центробежного разделения неоднородных систем характеризуется центробежным критерием Фруда ( $Fr_u$ ), представляющим соотношение центробежной силы и силы тяжести

$$Fr_u = \frac{F_u}{F_T} = \frac{mw^2}{mg} = \frac{w^2}{rg}, \quad (6.121)$$

где  $w$  - скорость потока (газа или жидкости);  
 $r$  - радиус аппарата;  
 $g$  - ускорение свободного падения.

Пневмоциклоны применяются для разделения пылегазовых смесей. При этом твердая фаза осаждается под действием центробежной силы в результате спиралевидного движения двухфазного потока.

Существует множество конструктивных разновидностей циклонов, применяемых для очистки газов от пыли. Из них наибольшее распространение получили циклоны типа НИИОГАЗ (разработки Научно-исследовательского института очистки газов). На рис. 6.52 приведена схема наиболее широко применяемого циклона типа ЦН - 15.

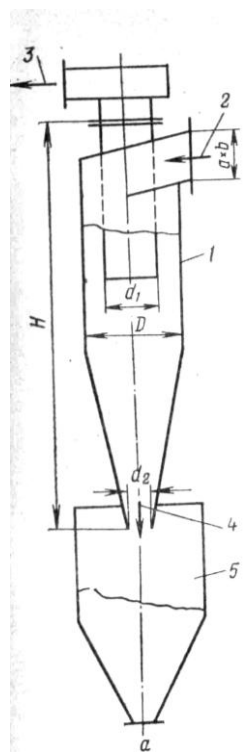


Рис. 6.52. Схема циклона для выделения твердых частиц из пылегазовых смесей:

- 1 - корпус циклона;
- 2 - пылегазовая смесь;
- 3 - очищенный газ;
- 4 - осажденные твердые частицы;
- 5 - бункер

Циклон состоит из цилиндра - конического корпуса 1 диаметром до 1 м, снабженного сверху тангенциально расположенным относительно корпуса штуцером 2 для закручивания входящего потока пылевзвеси, нижним штуцером 4 для выхода осевшей пыли в сборный бункер 5 и газовыводящей трубы 6, сосной с корпусом. Последняя на выходе заканчивается улиткой 7.

Сущность процесса пылеосаждения состоит в следующем. Входящая через штуцер 2 газовзвесь приобретает вращательное движение и, огибая газовыводящую трубу 6, перемещается вниз сначала в кольцевом

пространстве между корпусом и газоотводящей трубой, а затем в конической части корпуса. Содержащиеся в газовой взвеси твердые частицы отбрасываются центробежной силой к стенке корпуса и по ней стекают в бункер 5, а очищенный газ, начиная с выхода из кольцевого пространства, восходящим потоком удаляется из циклона по газоотводящей трубе 6. улитка 7 служит для преобразования вращательного движения уходящего газа в прямолинейное.

Эффективность улавливания пыли согласно формуле (6.121) будет тем выше, чем выше окружная скорость пылегазовой взвеси и чем меньше диаметр корпуса циклона. Однако верхние значения скорости имеют ограничения в связи с возрастающим гидравлическим сопротивлением циклона, а диаметр циклона напрямую связан с количеством (расходом) очищаемого газа.

В циклонах НИИОГАЗ с диаметром корпуса от 100 до 1000 мм степень очистки газов от пыли составляет 30 – 85 % для частиц диаметром 5 мкм. С увеличением диаметра частиц до 20 мкм степень очистки может достигать 95 – 99 %.

Содержание пыли в очищаемом газе не должно превышать  $0,4 \text{ кг/м}^3$ . И лишь для циклонов диаметром 2000 - 3000 мм допускается увеличение начальной концентрации пыли до 3 - 6  $\text{кг/м}^3$ . Если же циклоны предназначены для технологического осаждения твердых частиц, например, на складе цемента (рис. 6.46), то концентрации твердых частиц могут быть значительно большими.

Для тонкой же очистки газов от пыли, например, дымовых газов, отходящих от сушильных и обжиговых аппаратов, применяют *батареи циклонов*, представляющие собой группу параллельно включенных циклонов малого диаметра (около 250 мм), расположенных в общем корпусе.

*Гидроциклоны* широко применяются в промышленности для разделения суспензий под действием центробежной силы. Кроме того, в строительных технологиях эффективно используются *гидроклассификаторы*, применяемые чаще всего для получения фракций чистого (промытого) песка.

Принципы работы гидроциклонов, их расчетные характеристики в основном аналогичны тем, что уже рассмотрены для пневмоциклонов.

### **6.8.5. Аппараты для перемещения жидкостей - насосы**

#### *6.8.5.1. Общие сведения о насосах*

Жидкости и жидкообразные массы, применяемые в строительных технологиях (вода и водные растворы, суспензии, шликеры и шламы, растворные и бетонные смеси), приходится перемещать по вертикальным и горизонтальным трубопроводам, соединяющим отдельные аппараты и установки, накопительные и расходные емкости и т.п. Энергия, необходимая для перемещения жидкости (создания требуемой скорости потока и преодоления гидравлических сопротивлений в системе гидротранспорта), сообщается гидравлическими машинами, носящими название *насосов*.

Таким образом, *насосы – это гидравлические машины, преобразующие механическую энергию привода в энергию перемещаемой жидкости.*

Широкое использование насосов в разнообразных промышленных ситуациях привело к созданию многочисленных типов этих машин, отличающихся как по принципу действия, так и конструктивными особенностями. Тем не менее, все известные конструкции насосов по принципу их действия можно отнести к одному из двух основных типов: динамические и объемные.

В *насосах динамического типа* жидкость перемещается при воздействии сил на незамкнутый объем жидкости.

В *насосах объемного типа* жидкость перемещается (вытесняется) при периодическом изменении замкнутого объема жидкости.

Наиболее характерными и распространенными представителями насосов динамического типа являются *центробежные насосы*, а представителями насосов объемного типа – *поршневые насосы*.

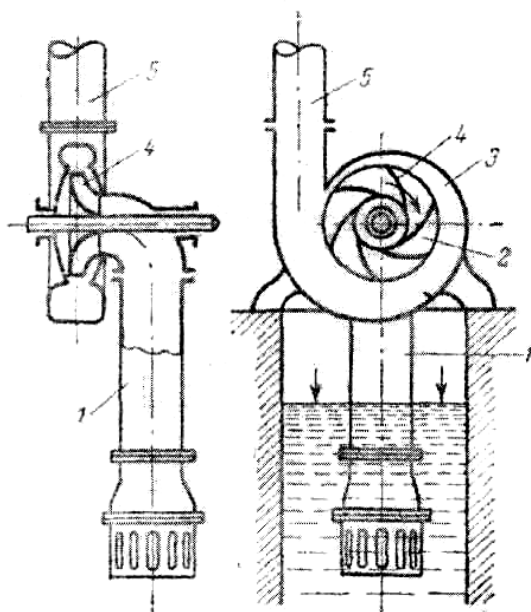


Рис. 6.53. Схема центробежного насоса

В *центробежных насосах* всасывание и нагнетание жидкости происходит равномерно и непрерывно под действием центробежной силы, возникающей при вращении рабочего колеса с лопатками, заключенного в улиткообразный корпус (рис. 6.53) Вращение рабочего колеса осуществляется электродвигателем или двигателем внутреннего сгорания (на рисунке не показаны). Жидкость из всасывающего трубопровода 1 поступает вдоль оси рабочего колеса 2 в корпус 3 насоса и, попадая на лопасти 4, приобретает вращательное движение. Центробежная сила отбра-

сывает жидкость в пространство между рабочим колесом и корпусом 3 и в нагнетательную трубу 5. В зависимости от скорости вращения рабочего колеса, формы лопаток и других характеристик насоса создается определенный напор (давление) жидкости, поступающей в нагнетательный трубопровод. Соответственно, во всасывающем трубопроводе создается разрежение, обеспечивающее подсос жидкости из расходной емкости. Чтобы жидкость не выливалась обратно, на нижнем конце всасывающего трубопровода устанавливается обратный клапан (на рисунке не показан).

Напор одноступенчатых центробежных насосов (с одним рабочим колесом) ограничен и не превышает 50 м. Для создания более высоких напоров применяют многоступенчатые насосы, имеющие несколько рабочих колес,

располагаемых последовательно на одном валу. В каждом последующем рабочем колесе жидкость получает дополнительную энергию и, соответственно, общий напор возрастает пропорционально числу рабочих колес.

В *поршневом насосе* (рис. 6.54) всасывание и нагнетание жидкостипроисходит при возвратно-поступательном движении поршня 1 в цилиндре 2 на-

соса. При движении поршня вправо в замкнутом пространстве между крышкой 3 цилиндра и поршнем создается разрежение. Под действием разности давлений в приемной емкости и цилиндре жидкость поднимается по всасывающему трубопроводу и поступает в цилиндр через открывающийся при этом всасы-

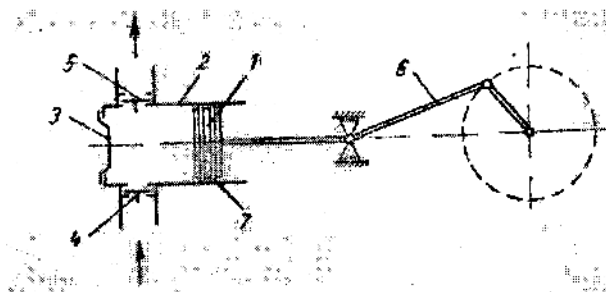


Рис. 6.54. Схема поршневого насоса

вающий клапан 4. Нагнетательный клапан 5 при ходе поршня вправо закрыт в результате действующего внутри цилиндра разрежения. При ходе поршня влево в цилиндре возникает давление, под действием которого закрывается клапан 4 и открывается клапан 5. Жидкость через нагнетательный клапан поступает в напорный трубопровод и далее в напорную емкость. Всасывание и нагнетание жидкости насосом *простого действия*, схематически представленного на рис. 6.54, происходят неравномерно. Более равномерную подачу обеспечивают насосы *двойного действия*, имеющие два параллельных цилиндра, работающих в противофазе.

*Действительный напор и производительность насосов* обоих из рассмотренных типов поддаются расчету. Но это задача конструкторов и мы ее рассматривать не будем. Задача же технолога сводится к формулированию задания на расчет и проектирование насоса или же к выбору подходящего насоса из серии имеющихся. Для этого требуется определить необходимые расчетные характеристики или параметры насоса, а именно производительность, создаваемые им напор или давление, мощность привода. Эти вопросы мы и рассмотрим в следующем разделе.

#### 6.8.5.2. Основные расчетные параметры насосов

Основными параметрами насосов любого типа являются: *производительность, напор и мощность*.

*Производительность или подача  $V$  (м<sup>3</sup>/с)* характеризует объем жидкости, подаваемой насосом в нагнетаемую сеть в единицу времени. Этот показатель должен соответствовать технологическим потребностям производства.

*Напор  $H$  (м)* можно представить как высоту, на которую может быть поднята перекачиваемая жидкость за счет энергии, сообщаемой ей насосом. В паспортных характеристиках насосов часто указывают не напор, а развиваемое насосом давление, которое связано с напором известной зависимос-

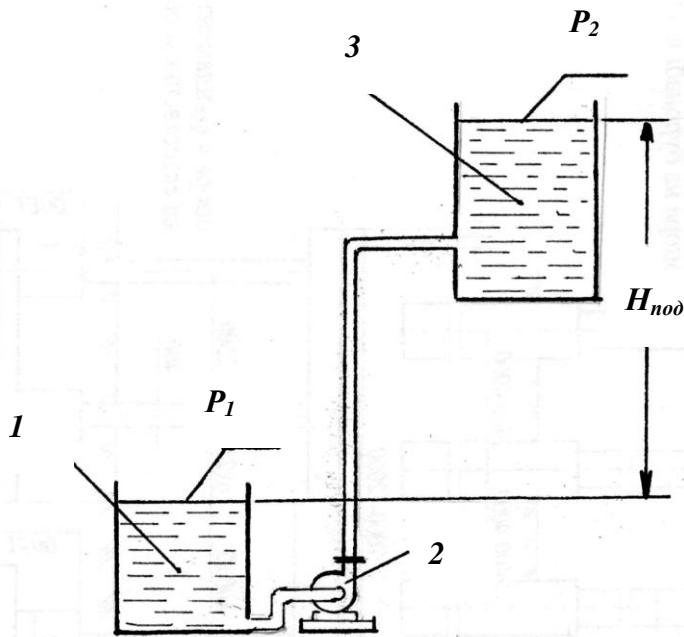


Рис. 6.55. Схема насосной установки к ф.(6.122, 6.123):  
1 – расходная емкость; 2 – гидронасос;  
3 – приемная емкость

тью  $p = \rho g H$  и тогда  $H = p/\rho g$ , из чего следует, что при постоянном давлении высота напора обратно пропорциональна плотности жидкости. Так как большинство насосов предназначено для перекачки воды, то соответственно напор для них представлен в метрах подъема воды.

Напор, создаваемый насосом, должен несколько превышать сопротивление в напорной сети (рис. 6.55), которое можно представить в виде потеряннного напора ( $\Delta H$ ):

$$\Delta H = \Delta H_{ск} + \Delta H_{тр} + \Delta H_{мс} + H_{под} + \Delta H_{дон}, \quad (6.122)$$

или в виде потеряннного давления ( $\Delta p$ )

$$\Delta p = \Delta p_{ск} + \Delta p_{тр} + \Delta p_{мс} + \Delta p_{под} + \Delta p_{дон}, \quad (6.123)$$

где  $\Delta H_{ск}$  и  $\Delta p_{ск}$  - затраты напора или давления на создание скорости потока на выходе из сети;

$\Delta H_{тр}$  и  $\Delta p_{тр}$  - потери напора или давления на преодоление сопротивления трения;

$\Delta H_{мс}$  и  $\Delta p_{мс}$  - потери напора или давления на преодоление местных сопротивлений;

$\Delta p_{под}$  - затраты давления на подъем жидкости:  $\Delta p_{под} = \rho g H_{под}$ ;

$\Delta p_{дон} = p_2 - p_1$  - разность давлений над жидкостью в приходной ( $p_2$ ) и расходной ( $p_1$ ) емкостях.

Для нахождения значений  $\Delta H_{ск}$ ,  $\Delta p_{ск}$ ,  $\Delta H_{тр}$ ,  $\Delta p_{тр}$ ,  $\Delta H_{мс}$  и  $\Delta p_{мс}$  используются нижеследующие соотношения.

Согласно уравнению Бернулли (ф. 6.62) скоростной напор может быть представлен как  $\Delta H_{ск} = w^2/2g$ , соответственно  $\Delta p_{ск} = \rho w^2/2$ .

Потерянный напор на трение (см. п. 6.7.2)

$$\Delta H_{тр} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{w^2}{2g}, \quad \text{соответственно} \quad \Delta p_{тр} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho w^2}{2},$$

где  $l$  и  $d$  - длина и диаметр напорного трубопровода.

Потерянный напор на местные сопротивления (см. п. 6.7.2)

$$\Delta H_{mc} = \sum_n^1 \xi_i \frac{w^2}{2g}, \text{ соответственно } \Delta p_{mc} = \sum_n^1 \xi_i \frac{\rho w^2}{2},$$

где  $n$  – число местных сопротивлений (применительно к схеме на рис. 6.55 можно принять  $n = 6$  – выход из расходной емкости, сопротивление насоса, 3 колена на трубе, вход в приемную емкость).

Мощность  $N$  (кВт) электродвигателя к насосу. В технологических процессах в качестве энергетического источника к насосу используют электродвигатели. Мощность электродвигателя должна быть не ниже следующей величины

$$N = \frac{V \cdot \Delta p}{1000 \cdot \eta}, \quad (6.124)$$

или

$$N = \frac{V \cdot \rho \cdot g \cdot H}{1000 \cdot \eta}, \quad (6.125)$$

где  $\eta$  – к.п.д. насосной установки;

в свою очередь

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3,$$

где  $\eta_1$  – к.п.д. насоса;

$\eta_2$  – к.п.д. передачи между двигателем и насосом;

$\eta_3$  – к.п.д. двигателя.

К.п.д. насоса ( $\eta_1$ ) зависит от его конструкции и степени износа, в среднем составляет: для центробежных насосов 0,6-0,7; для поршневых насосов 0,8 - 0,9; для наиболее совершенных центробежных насосов большой производительности 0,93 - 0,95. Значения  $\eta_2$  и  $\eta_3$ , как правило, превышают 0,9.

#### 6.8.5.4. Общие сведения о компрессорных машинах

Машины, предназначенные для *перемещения и сжатия газов*, называют *компрессорными машинами*.

В зависимости от *степени сжатия* (отношения давления  $p_2$ , создаваемого компрессорной машиной, к исходному давлению  $p_1$ ) различают следующие типы компрессорных машин:

1 – вентиляторы ( $p_2/p_1 < 1,15$ ), используемые для перемещения больших объемов газов;

2 – газодувки ( $1,1 < p_2/p_1 < 3,0$ ), используемые для перемещения газов при относительно высоком сопротивлении газопроводящей сети;

3 – компрессоры ( $p_2/p_1 > 3,0$ ), используемые для создания высоких давлений;

4 – вакуум-насосы ( $p_2/p_1 < 1,0$ ), используемые для отсасывания газов и создания давления, ниже атмосферного.

## Устройство и основные характеристики вентиляторов

Вентиляторами называют машины, служащие для перемещения воздуха или других газов при общем напорном давлении, не превышающем 15 кПа (0,015 МПа; 0,15 атм).

По конструкции вентиляторы делятся на два типа: центробежные и осевые. Схема вентилятора центробежного типа представлена на рис. 6.56, а внешний вид - на рис. 6.57.

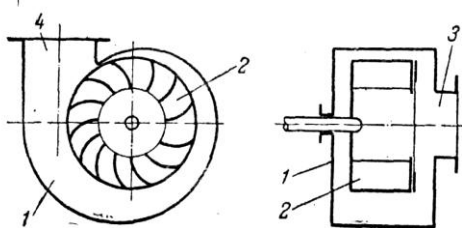


Рис. 6.56. Схема вентилятора центробежного типа:

- 1 – корпус; 2 - рабочее колесо;
- 3 – всасывающий патрубок;
- 4 – нагнетательный патрубок

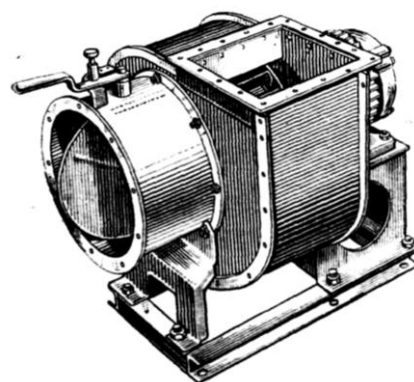


Рис. 6.57. Внешний вид центробежного вентилятора

В спиралеобразном корпусе 1 центробежного вентилятора (рис. 6.56) вращается рабочее колесо 2 с большим числом лопаток. Газ поступает по оси вентилятора через патрубок 3 и удаляется из корпуса через нагнетательный патрубок 4.

Схема осевого вентилятора представлена на рис. 6.58.

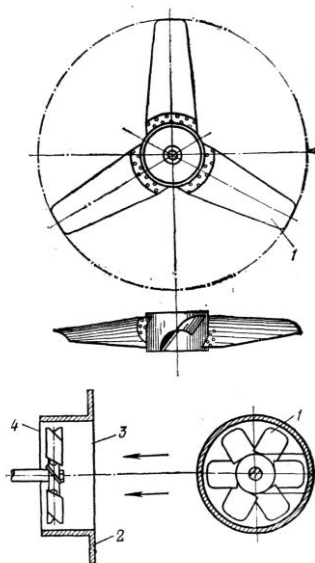


Рис. 6.58. Схема осевого вентилятора

Вентилятор состоит из осевого лопатного колеса 1 с числом лопаток от 2 до 16 и кожуха 2. При вращении колеса газ входит через отверстие 3, под действием лопаток перемещается между ними в осевом направлении и удаляется через выходное отверстие 4. Лопатки насажены на втулку под углом относительно оси и имеют форму, напоминающую по профилю лопасть винта самолета.

К числу достоинств осевых вентиляторов относят прямоочное движение газа вдоль оси вала, отсутствие резкого изменения направления потока, компактность, относительно высокий коэффициент полезного действия. Но они не могут создавать высокие напоры и применяются ограничено.



Наибольшее распространение в промышленности получили центробежные вентиляторы.

Главными характеристиками вентиляторов являются их производительность и создаваемый ими напор.

*Производительность вентилятора* зависит преимущественно от частоты  $\omega$  вращения рабочего колеса.

*По быстроходности вентиляторы* отечественного производства можно разделить на 4 группы:

- 1 – быстроходные (осевые),  $n > 1500 \text{ мин}^{-1}$ ;
- 2 – средней быстроходности (центробежные),  $n = 800 \div 1400 \text{ мин}^{-1}$ ;
- 3 – тихоходные (центробежные),  $n = 500 \div 700 \text{ мин}^{-1}$ ;
- 4 – весьма тихоходные (центробежные),  $n = 500 \text{ мин}^{-1}$ .

*Напор, создаваемый центробежным вентилятором*, зависит как от скорости вращения рабочего колеса, так и от направления изогнутости лопаток. По создаваемому напору центробежные вентиляторы можно разделить на 3 группы:

- 1 - низкого давления,  $P_2 < 1 \text{ кПа (0,01 атм)}$ ;
- 2 - среднего давления,  $P_2 = 1 \div 4 \text{ кПа (0,01 \div 0,04 атм)}$ ;
- 3 - высокого давления,  $P_2 = 4 \div 15 \text{ кПа (0,04 \div 0,15 атм)}$ .

Центробежные вентиляторы различают по номерам. Номер вентилятора означает наружный диаметр рабочего колеса в дециметрах. Например: вентилятор № 8 –  $D_{p.k.} = 0,8 \text{ м}$ .

### *Применение вентиляторов в технологических процессах*

*Низконапорные вентиляторы* используются чаще всего в приточной и вытяжной вентиляции производственных помещений.

*Вентиляторы среднего давления* могут применяться для отсасывания воздуха из сильно запыленных производственных помещений (пылевые вентиляторы) и для отсасывания дымовых газов из печей и сушилок (дымососы).

*Пылевые вентиляторы* (выпускаются марок ВПР и Ц6-46) отличаются от обычных тем, что имеют образивноустойчивые броневые лопатки и внутреннюю облицовку корпуса керамической плиткой, отличающейся высокой износоустойчивостью.

*Дымососы* по устройству аналогичны обычным вентиляторам, но, как и пылевые вентиляторы, имеют более прочную конструкцию и более высокую износоустойчивость. Кроме того, подшипники рабочих колес охлаждаются проточной водой, а внешняя поверхность корпуса, наоборот, теплоизолируется с целью предохранения внутренней поверхности корпуса от конденсации паров воды, содержащихся в составе дымовых газов.

Дымососы, работающие с агрессивными газами, имеют дополнительную антикоррозионную защиту.

Обозначают дымососы индексом «Д», например: Д-8, Д-20.

*Вентиляторы высокого давления* применяются в основном для подачи воздуха, обеспечивающего горение топлива в печах и сушилах, ими комплектуют также некоторые системы пневмотранспорта. Называют их дутьевыми вентиляторами или просто воздуходувками; маркируют индексом «ВД».

К основным расчетным характеристикам вентиляторов, как и насосов, относятся: производительность, создаваемые напор и давление, мощность.

При этом используются все те же расчетные зависимости, какие были приведены в разделе 6.8.5.2, но с одним уточнением: так как на подъем воздуха или другого газа практически не требуется никаких затрат, то соответственно из ф.(6.122) составляющая  $H_{под}$  должна быть исключена.

### **6.8.6. Течение в трубах и каналах высококонцентрированных паст типа глиняного теста, строительных растворов и бетонов**

Обозначенная в заголовке данного раздела тема весьма актуальна для современных строительных технологий, так как дает теоретическую и практическую основу для многих процессов. Это, прежде всего, транспортирование по трубам растворных и бетонных смесей, формование многих строительных изделий методом экструзии и др. Вот как, например, выглядит (рис. 6.59) ленточный пресс для формования керамического кирпича пластическим

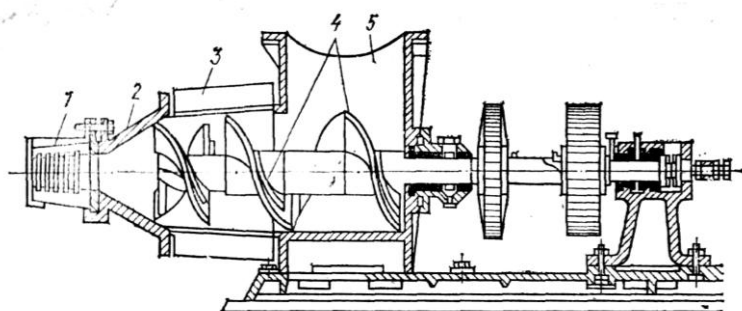


Рис. 6.59. Схема устройства ленточного пресса:

- 1 – мундштук;
- 2 - головка пресса;
- 3 – цилиндр пресса;
- 4 – лопасти шнека;
- 5 - воронка

способом. Для формования используется пластичная глиняная масса. В корпусе пресса вращается шнек-вал с винтовыми лопастями. Глиняная масса, поступающая через воронку и питающий валик, перемещается с помощью шнека к сужающейся переходной головке и мундштуку. В этом месте глиняная масса уплотняется, выравниваются давления и скорости по сечению потока глиняной массы. Из мундштука же пресса выходит плотный глиняный брус, который разрезается автоматическим резательным аппаратом на изделия заданной толщины. Размеры изделия (кирпича) в поперечном сечении определяются размерами мундштука.

В качестве задания к расчету пресса требуются технологические обоснования таких вопросов, как: какими реологическими характеристиками должна обладать глиняная масса, какое давление должен развивать пресс.

Такие же вопросы возникают при разработке систем транспорта по трубам бетонных и растворных смесей.

Рассмотрение обозначенной проблемы начнем с вопросов реологии.

### 6.8.6.1. Реологические особенности высококонцентрированных паст

Выделенные в общем заголовке высококонцентрированные пасты относятся к многофазным системам. В их состав входят жидкая, твердая и газообразная фазы. В пределах каждой фазы и на межфазных границах, как уже отмечалось в п.п. 6.2.4 и 6.2.5, возникают внутренние связи, иногда – и химической природы. Все это дает основание рассматривать эти композиции как неньютоновские структурированные жидкости. В соответствующем разделе нашего курса (см. п. 6.2.5) мы уже рассмотрели реологическое поведение основных видов неньютоновских жидкостей – пластичных (вязкопластичных), псевдопластичных, дилатантных, тиксотропных и антитиксотропных. Но такое деление жидкостей несколько идеализировано. Поведение реальных систем намного сложнее и их часто даже невозможно однозначно отнести к тому или иному виду. Например, цементное тесто в зависимости от содержания в нем воды может рассматриваться и как вязкопластичная (рис. 6.60, б), и как псевдопластичная (рис. 6.60, в) и даже как ньютоновская (рис. 6.60, г) жидкости.

Весьма сложным представляется реологическое поведение бетонных смесей, в состав которых могут входить крупный и мелкий заполнители, всевозможные добавки, которые приносят дополнительные виды напряжений при течении бетонных смесей, как, например, напряжения от взаимного зацепления частиц друг о друга.

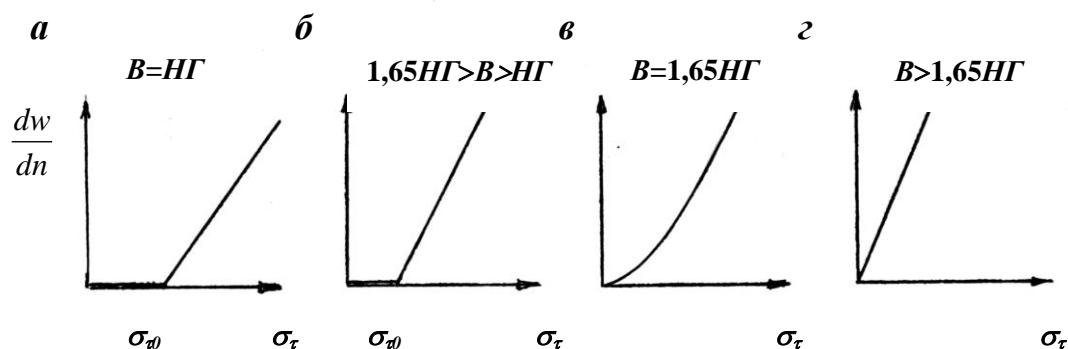


Рис. 6.60. Вид графиков течения цементного теста в координатах «напряжение сдвига ( $\sigma_\tau$ ) – градиент скорости ( $\frac{dw}{dn}$ )» при различных содержаниях воды ( $B$ ), представленных относительно показателя нормальной плотности цементного теста ( $HГ$ )

Так, для тяжелых бетонных смесей средней подвижности график течения выглядит, как это представлено на рис. 6.61.

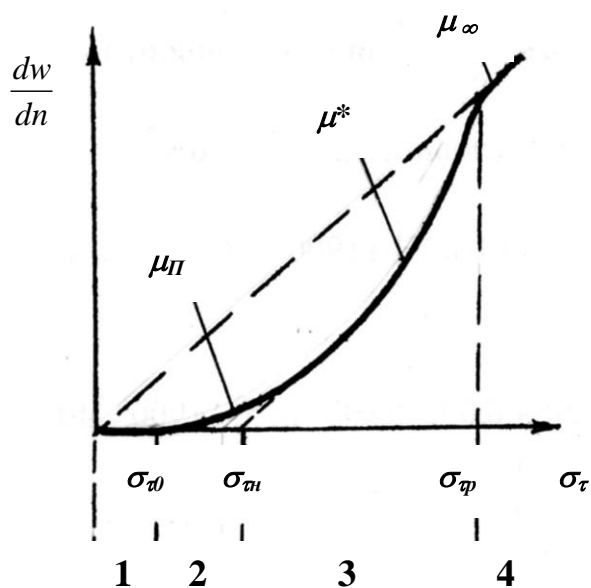


Рис. 6.61 Примерный график течения бетонной смеси

Специалисты в области реологии бетонов выделяют на графике течения следующие четыре характерные области:

1 – условно упругая область, проявляемая в пределах напряжения сдвига от нуля до  $\sigma_{\tau 0}$  (предельное напряжение сдвига); в этой области течение отсутствует, бетонная смесь под нагрузкой ведет себя как твердое упругое тело (тело Гука);

2 – область практически неразрушенной структуры, проявляющаяся при  $\sigma_{\tau 0} < \sigma_{\tau} < \sigma_{\tau н}$ , где  $\sigma_{\tau н}$  – предел начала разрушения структуры; поведение бетонной смеси может быть описано моделью упруго-вязко-пластичного тела с пластической вязкостью  $\mu_{п}$ ;

3 – область разрушения структуры при  $\sigma_{\tau н} < \sigma_{\tau} < \sigma_{\tau п}$ , где  $\sigma_{\tau п}$  – напряжение, при котором достигается предельное разрушение структуры бетона; в этой области пластическая вязкость снижается до минимального значения, называемого «вязкостью разрушения» –  $\mu^*$ ; поведение бетонной смеси может быть описано упруго-вязко-пластичной моделью;

4 – область предельно разрушенной структуры при  $\sigma_{\tau} > \sigma_{\tau п}$ ; бетонная смесь приобретает свойства вязкой ньютоновской жидкости с минимальной ньютоновской вязкостью –  $\mu_{\infty}$ ; поведение бетонной смеси может быть представлено уравнениями классической гидродинамики.

Таким образом, расчетные модели для процесса течения бетонной смеси, в том числе и по трубам при транспорте бетонной смеси, должны применяться сообразно проектируемым скоростям течения (и, соответственно, напряжениям течения). Является очевидным, что в зависимости от создаваемых сдвиговых напряжений эпюры скоростей могут существенно изменяться. Рассмотрим этот вопрос более детально.

#### 6.8.6.2. Распределение скоростей по сечению трубопровода при течении высококонцентрированных паст

Практический опыт показывает, что при течении по трубам глиняного теста, растворной и бетонной смесей распределение скоростей по радиусу трубы имеет вид, представленный на рис. 6.62, из которого следует, что цилиндрический столбик жидкости, соосный с трубой, движется как сплошное

твердое тело с определенной скоростью без межслоевых сдвиговых деформаций. И только в пристенной кольцевой зоне наблюдается вязкое течение с взаимным смещением условных слоев жидкости аналогично тому, что происходит при течении ньютоновских жидкостей. И в целом эпюра выглядит как срезанная парабола (рис. 6.63).

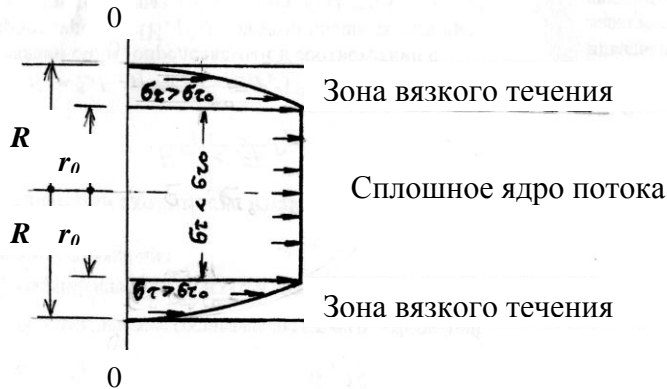


Рис. 6.62. Распределение скорости по радиусу трубы при течении вязкопластичной жидкости

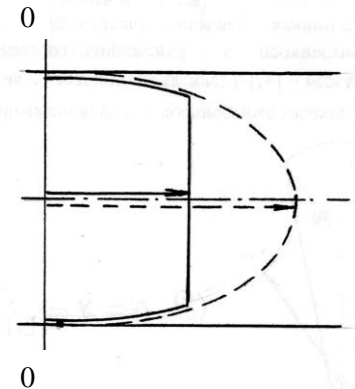


Рис. 6.63. Соотношение эпюр скоростей вязкой (пунктирные линии) и вязкопластичной (сплошные линии) жидкостей

С чем же связан такой вид эпюры скоростей? Здесь важно учесть два момента. Во-первых, и глиняное и цементное тесто, и бетонную смесь с большим или меньшим приближением можно рассматривать как вязкопластичные жидкости. А из этого следует вывод, что течение этих материалов в трубе будет происходить только в тех зонах, где касательное напряжение сдвига превысило предельное напряжение сдвига  $\sigma_{\tau 0}$  (см. рис. 6.60 и 6.61). Вторым важным моментом является то, что сдвиговая сила  $F_c$ , а, следовательно – и касательное напряжение  $\sigma_\tau$ , действующие по кольцевой боковой поверхности ( $S_y$ ) условного столбика вязкопластичной жидкости, возрастает от оси трубопровода к его боковым стенкам, так как

$$F_c = p \cdot S_y = p \cdot \pi r^2,$$

где  $p$  - давление, развиваемое подающим насосом;

$r$  - радиус выделенного столбика жидкости.

При некотором  $r_0$ , называемом *радиусом ядра потока*, достигается условие  $\sigma_\tau = \sigma_{\tau 0}$  и, следовательно, при любом  $r > r_0$ , обеспечивается условие  $\sigma_\tau > \sigma_{\tau 0}$ , обуславливающее вязкое течение пасты в промежутке  $r_0 - R$ , где  $R$  - внутренний радиус трубы.

Таким образом, течение в трубе рассматриваемых материалов будет аналогично тому, что мы наблюдаем при выдавливании, например, зубной пасты из тубика.

Исходя из рассмотренных выше соотношений, мы уже можем утверждать, что радиус ядра потока, движущегося в трубе как сплошное твердое тело, будет зависеть от двух главных характеристик: напорного давления в трубе –  $p$  и предельного напряжения сдвига  $\sigma_{\tau 0}$  транспортируемой пасты.

Вот как, например, выглядят (рис. 6.64) эпюры скоростей при транспортировании по трубе цементной пасты с различным содержанием воды.

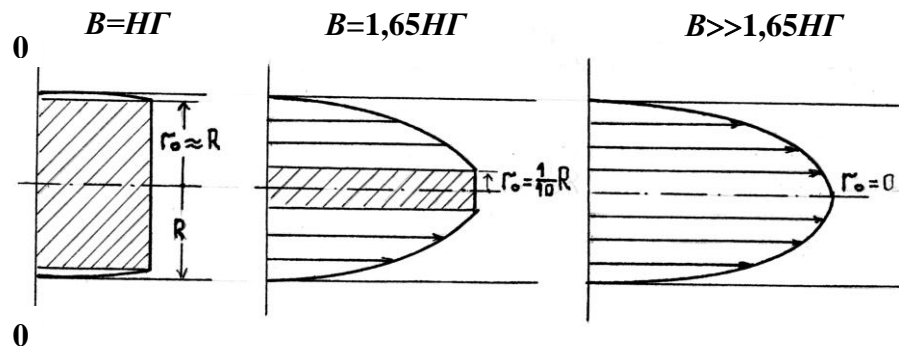


Рис. 6.64. Изменение радиуса ядра потока при увеличении в цементной пасте содержания воды

Представленные на рис. 6.64 практические результаты полностью коррелируют с графиками течения цементной пасты на рис. 6.60.

А теперь попытаемся определить в количественном аспекте основные характеристики процесса течения вязкопластичной жидкости, а именно: радиус ядра потока  $r_0$  при заданной величине напорного давления в трубе –  $p$ ; минимально необходимое напорное давление в трубе  $p_0$  при заданном радиусе ядра потока  $r_0$ ; скорость движения вязкопластичной жидкости  $w$  в любой точке по радиусу трубы.

Расчетная схема представлена на рис. 6.65.

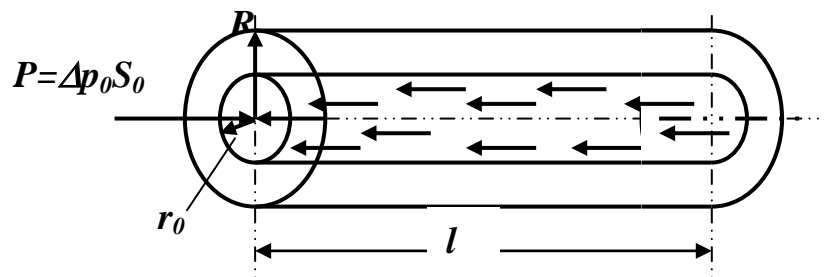


Рис. 6.65. Схема распределения сил, действующих на столбик жидкости радиусом  $r_0$

Радиус ядра потока вычислим исходя из баланса 2-х сил, действующих на столбик жидкости, представляющий собой ядро потока: с одной стороны действует сила  $P$ , обеспеченная напорным давлением  $\Delta p_0$  и равная

$$P = \Delta p_0 \cdot \pi r^2,$$

с другой стороны ей противодействует сила в виде произведения предельного напряжения сдвига  $\sigma_{\tau_0}$  на боковую поверхность ядра потока длиной  $l$

$$P_{\tau_0} = \sigma_{\tau_0} \cdot S_{\sigma} = \sigma_{\tau_0} 2\pi r_0 l. \quad (6.126)$$

Для условия баланса сил

$$\Delta p_0 \cdot \pi r_0^2 = \sigma_{\tau_0} 2\pi r_0 l,$$

откуда

$$r_0 = \frac{2\sigma_{\tau_0} \cdot l}{\Delta p_0}, \quad (6.127)$$

где  $\Delta p_0$  - давление, необходимое для преодоления предельного напряжения сдвига.

Из соотношения (6.126) можно найти допустимое для  $p_0$  предельное напряжение сдвига

$$\sigma_{\tau_0} = \frac{r_0 \Delta p_0}{2l}. \quad (6.128)$$

Для любого цилиндрического потока радиусом  $r > r_0$

$$\sigma_{\tau} = \frac{r \Delta p}{2l}. \quad (6.129)$$

Для вывода формулы скорости потока в качестве исходной примем известную зависимость (см. ф. 6.11), характеризующую течение вязкопластичной жидкости:

$$\sigma_{\tau} - \sigma_{\tau_0} = -\mu_{\Pi} \frac{dw}{dr}. \quad (6.130)$$

Из ф.(6.130) следует

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{1}{\mu_{\Pi}} \left( \sigma_{\tau} - \sigma_{\tau_0} \right). \quad (6.131)$$

Подставим (6.129) в (6.131), разделим переменные и проинтегрируем левую и правую части в пределах  $r - R$  и  $w - 0$

$$\frac{dw}{dr} = -\frac{1}{\mu_{\Pi}} \left( \frac{r \Delta p}{2l} - \sigma_{\tau_0} \right),$$

$$\int_w^0 dw = -\frac{1}{\mu_{\Pi}} \int_r^R \left( \frac{r \Delta p}{2l} - \sigma_{\tau_0} \right) dr,$$

$$-w = -\frac{1}{\mu_{\Pi}} \left( \frac{r^2 \Delta p}{4l} - \sigma_{\tau_0} \cdot r \right) \Big|_r^R = -\frac{1}{\mu_{\Pi}} \left[ \left( \frac{R^2 \Delta p}{4l} - \frac{r^2 \Delta p}{4l} \right) - \left( \sigma_{\tau_0} \cdot R - \sigma_{\tau_0} \cdot r \right) \right].$$

Окончательно

$$w = \frac{\Delta p}{4\mu_{\Pi} l} (R^2 - r^2) - \frac{\sigma_{\tau_0}}{\mu_{\Pi}} (R - r). \quad (6.132)$$

Таким образом, получено уравнение для определения скорости течения вязкопластичной жидкости. Это уравнение позволяет получить вполне удовлетворительные результаты для процессов течения глиняных и цементных паст, цементно-песчаных и других растворов. Для бетонных смесей формула требует некоторых уточнений относительно значения пластической вязкости  $\mu_{\Pi}$ .

Из (6.132) следует, что скорость течения вязкопластичной жидкости при заданном напорном давлении  $p$  и прочих равных условиях всегда будет ниже скорости течения вязкой жидкости с  $\mu = \mu_{\Pi}$  на величину  $\frac{\sigma_{\tau_0}}{\mu_{\Pi}}(R-r)$  (сравните ф. 6.132 с ф. 6.41).

При отсутствии в потоке ядра (когда  $\sigma_{\tau_0} = 0$  и  $r_0 = 0$ ) приходим к известной ф.(6.42) зависимости

$$w_{\max} = \frac{\Delta p \cdot R^2}{4\mu l}.$$

И, наконец, скорость ядра потока  $w_0$  при  $r = r_0$  будет составлять

$$w_0 = \frac{\Delta p_0}{4\mu_{\Pi} l} (R^2 - r_0^2) - \frac{\sigma_{\tau_0}}{\mu_{\Pi}} (R - r_0) \quad (6.133)$$

### 6.8.6.3. Насосы для транспортирования по трубам бетонных и растворных смесей

Гидротранспорт по трубам бетонных и растворных смесей является самым эффективным современным средством доставки этих материалов к месту их применения. Этот способ пришел на смену ленточным конвейерам, всевозможным бункерам, бадьям и т.п.

В заводской технологии бетона и железобетона, где доминируют пока другие средства, гидротранспорт по трубам удобен тем, что не требует специально отведенных транспортных зон, а может прокладываться где угодно, достигая любой точки на территории цеха, не влияя на расстановку основного технологического оборудования.

Но особенно эффективно применение гидротранспорта на строительных площадках при возведении монолитных бетонных и железобетонных конструкций (бетонные смеси), при выполнении отделочных работ (растворные смеси). Его применение принципиально меняет технологию строительных работ, в несколько раз повышает производительность труда.

Так, например, при доминировавшем многие десятилетия способе доставки бетонной смеси с помощью бадьи и башенного крана, ее укладка в опалубку производилась преимущественно лопатами. Это длительный и тяжелый труд.

При гидротранспорте бетонная смесь из гибкого шланга, легко передвигаемого по фронту работ, сразу выгружается в опалубку. Применение



пластифицирующих добавок делает смесь подвижной настолько, что она практически без дополнительных воздействий легко заполняет весь внутренний объем опалубки.

В качестве примера на рис. 6.66 показано устройство современного автобетононасоса, обслуживающего строительные площадки.

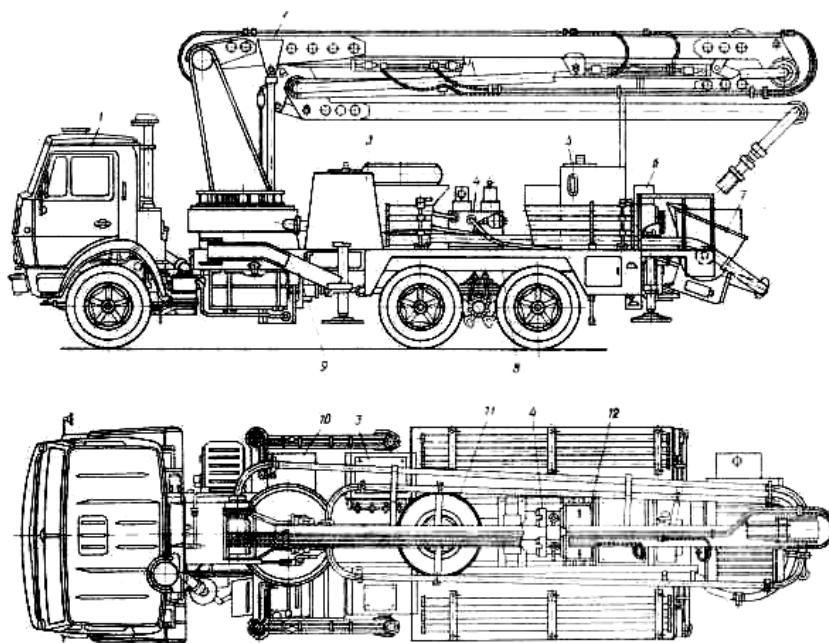


Рис. 6.66. Автобетононасос с гидравлическим приводом:

1 – автомобиль; 2 – манипулятор; 3 – гидробак; 4 – блок управления; 5 – бак для воды; 6 – компрессор; 7 – приемная воронка; 8 – рама; 9 – выносные опоры (аутригеры); 10 – пульт управления и контроля; 11 – запасное колесо; 12 – цилиндропоршневая группа

В состав бетононасоса входит следующее оборудование: шасси автомобиля, манипулятор в виде трехсекционной стрелы с бетоноводом, цилиндропоршневая группа (собственно бетононасос), компрессор, бак для воды, приемная воронка, пульта и блоки управления узлами комплекса.

Для дистанционного управления процессом подачи бетонной смеси предусмотрен выносной ручной пульт.

Доставка бетонной смеси на строительную площадку осуществляется автобетоносмесителем («автомиксером»). Из автобетоносмесителя бетонная смесь подается равномерным потоком в приемную воронку автобетононасоса, где лопастным валом специального смесителя дополнительно смешивается и подается к распределительному устройству и отверстиям двух рабочих цилиндров. При крайнем положении распределительного устройства один из цилиндров сообщается с приемной воронкой, и бетонная смесь подается в рабочий цилиндр, а другой цилиндр в это время с помощью распределительного устройства сообщается с напорным бетоноводом. Затем положение ме-

няется. Таким образом, находящаяся в рабочих цилиндрах бетонная смесь нагнетается поршнями в бетоновод и перемещается по нему к месту укладки.

Вылет стрелы манипулятора достигает 20 и более метров. Это позволяет до определенной высоты возводимого сооружения (например, до 4-го этажа жилого дома) подавать бетонную смесь непосредственно с манипулятора. При большей высоте или при дальнем расстоянии продление стационарного бетоновода выполняется из инвентарных труб.

По окончании подачи бетонной смеси вся система труб прочищается специальным пыжом, передвигаемым внутри трубы сжатым воздухом от компрессора. Периодически система промывается водой.

Таким образом, основой всего комплекса является гидробетонасос, который может использоваться в любых других вариантах подачи бетонной смеси.

Схема работы наиболее широко применяемого поршневого бетононасоса с гидравлическим приводом приведена на рис. 6.67.

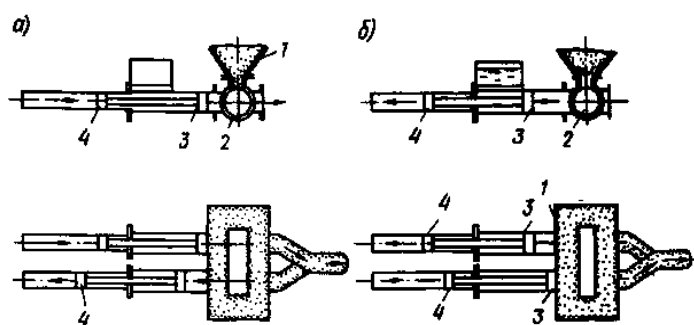


Рис. 6.67. Схема работы бетононасоса с гидравлическим приводом:

- а) – рабочий ход левого цилиндра;
- б) – то же, правого;
- 1 – приемный бункер; 2 – клапан;
- 3 – поршень бетонотранспортного цилиндра; 4 – поршень масляного цилиндра

В представленном бетононасосе поршень рабочего бетонотранспортного цилиндра соединен со штоком поршня гидравлического масляного цилиндра высокого давления. Возвратно-поступательное движение поршня гидравлического цилиндра и вместе с ним поршня рабочего цилиндра обеспечивается попеременной подачей масла в правую и левую полости гидроцилиндра масляным насосом высокого давления. Между рабочим и основным гидравлическими цилиндрами расположена промывочная камера, из которой удаляются частицы цемента и песка, проникающие через уплотнительную манжету поршня рабочего цилиндра.

Производительность таких насосов может достигать  $100 \text{ м}^3/\text{ч}$ , дальность подачи по горизонтали – до 1000 м, по вертикали – до 100 м; подвижность транспортируемой смеси должна находиться в пределах 10 - 15 см осадки стандартного конуса.

Существенным недостатком бетононасосов поршневого типа является относительно быстрый износ рабочих цилиндров, непосредственно соприкасающихся с бетонной смесью, компоненты которой обладают высокой абразивностью. В связи с этим обращают на себя внимание конструктивные разработки, в которых металлические рабочие детали не имеют непосредствен-

ного контакта с транспортируемой смесью. Так, для бетонных смесей созданы ротационные бетононасосы, принцип действия которых сводится к тому, что бетонная смесь с помощью металлических роликов выдавливается из неопреновой гибкой трубы. Однако характеристики такого насоса существенно уступают характеристикам цилиндрических гидронасосов.

Наиболее удачно идея бесконтактности транспортируемой смеси с рабочими металлическими поверхностями решена в конструкции растворонасоса мембранного типа (рис. 6.68).

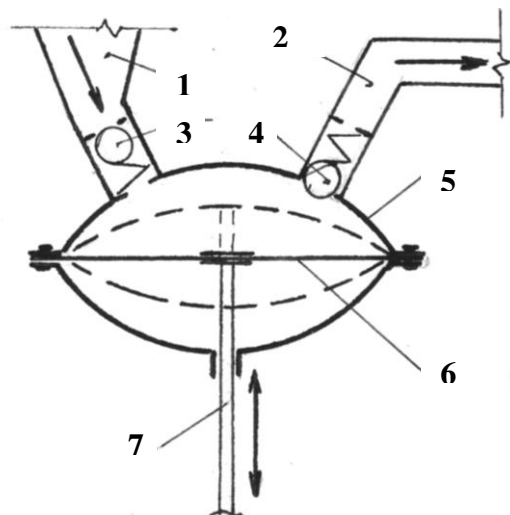


Рис. 6.68. Схема растворонасоса мембранного типа:

- 1 – приемная воронка;
- 2 – нагнетательный трубопровод;
- 3 – всасывающий клапан;
- 4 – нагнетательный клапан;
- 5 – корпус насоса;
- 6 – гибкая мембрана;
- 7 – приводной шток

Принцип работы растворонасоса сводится к тому, что гибкая мембрана, перемещаясь вниз, создает разрежение в объеме растворонасоса, в результате чего растворная смесь через клапан 3 засасывается внутрь насоса, а при движении вверх через клапан 4 подается в нагнетательный трубопровод.

Растворонасос мембранного типа отличается простотой обслуживания, надежностью и долговечностью в работе. Поэтому на протяжении уже нескольких десятилетий он является незаменимым оборудованием на строительных площадках.

### 6.8.7. Перемешивание жидких и жидкообразных масс

#### 6.8.7.1. Сущность процесса, значение для технологии

*Перемешивание* – это процесс усреднения состава многокомпонентной смеси.

В зависимости от физических свойств обрабатываемых веществ различают перемешивание текучих сред (ньютоновских и неньютоновских жидкостей), пастообразных и сыпучих материалов.

Перемешивание осуществляется в целях: 1) обеспечения равномерного по объему распределения компонентов получаемой смеси; 2) интенсификации тепловых процессов; 3) интенсификации массообменных процессов.

В строительно-технологических процессах каждая из обозначенных целей актуальна, но, тем не менее, главное внимание научных работников, конструкторов, производственников сосредоточено на процессах получения однородных жидких или жидкообразных масс. В заводской технологии – это шликерные массы при производстве тонкой керамики, глиносодержащие тестообразные пасты при производстве грубой керамики, достаточно текучие массы при производстве ячеистых бетонов, традиционные тяжелые бетонные и растворные смеси и т.п.

Качество перемешивания в значительной степени предопределяет качество получаемого материала или изделия.

Качество перемешивания оценивается по степени однородности состава получаемой массы. При этом используют такие статистические характеристики, как *дисперсия, среднеквадратичное отклонение, коэффициент вариации*. Предварительно проводят многократно повторяющиеся лабораторные исследования. Например, на заводах железобетонных изделий с технологической линии отбирают пробы бетонной смеси, и в каждой пробе определяют по принятым методикам содержание воды, цемента, песка и щебня. Полученные выборки соответствующих значений минимум по 6 пробам позволяют получить требуемые статистические характеристики.

Аппарат, в котором осуществляется процесс перемешивания, называется *смесителем*.

В промышленности нашли применение следующие методы перемешивания жидких и жидкообразных масс: 1) при помощи механических мешалок с вращательным или колебательным движением; 2) барботажный – путем подачи в жидкую массу газа, который, поднимаясь вверх в виде пузырей, перемешивает эту массу или поддерживает длительное время ее однородность; 3) турбулизаторный – путем создания в потоке жидкости или газа искусственной турбулизации, например, установкой в транспортирующем канале многочисленных перегородок; 4) циркуляционный – путем циркуляции содержимого аппарата при помощи центробежного или струйного насоса.

Из представленных четырех методов в промышленности строительных материалов и изделий преимущественное применение получили смесители с механическими мешалками. Этот метод и станет предметом нашего дальнейшего рассмотрения.

#### 6.8.7.2. Характеристики процесса механического (гидромеханического) перемешивания

Процесс механического перемешивания реализуется в *смесителях* механического действия в результате вращения рабочего органа – *мешалки* в неподвижном или подвижном цилиндрическом барабане. Взаимное вращение мешалки и барабана вызывает пересекающиеся друг друга токи смешиваемых материалов, что и обеспечивает усреднение состава получаемой смеси.

*Мешалка* представляет собой комбинацию лопастей, насаженных на вращающийся вал.

По конструктивным особенностям мешалки механического типа делят на лопастные, пропеллерные, турбинные и специальные (рис. 6.69); по расположению вала – на вертикальные, горизонтальные и наклонные.

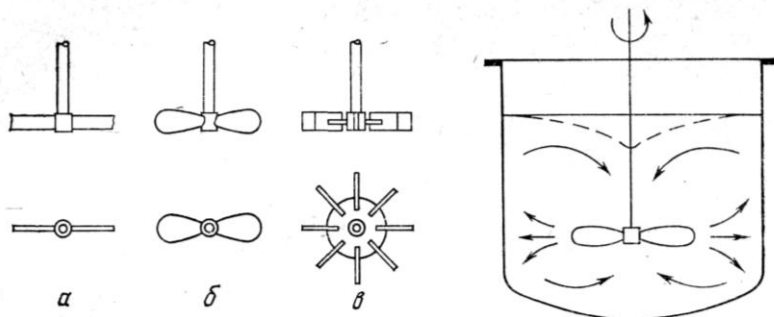


Рис. 6.69. Основные типы мешалок:

- a* – лопастная;
- б* – пропеллерная;
- в* – турбинная

В практическом использовании каждый из названных типов мешалок может иметь множество модификаций сообразно назначению, реологическим свойствам обрабатываемых смесей и пр. Особенно большим разнообразием отличаются специальные мешалки, в том числе применяемые в строительных технологиях. Здесь можно назвать такие, как роторные с вертикальным валом, применяемые для приготовления бетонных смесей, шнековые и ленточные с горизонтальным валом, применяемые при приготовлении растворных и им подобных смесей.

Работу смесителей оценивают двумя показателями: *эффективностью и интенсивностью*.

*Эффективность* характеризует способность смесителя обеспечивать тот или иной уровень однородности получаемой смеси.

*Интенсивность* характеризуется продолжительностью времени работы смесителя до достижения заданной эффективности.

Оба показателя предопределяются *структурой потоков*, создаваемых в смесителе. Чем она сложнее, тем эффективнее протекает процесс смешения.

*Структура потоков* зависит от множества факторов и в первую очередь от конструкции мешалки и смесителя в целом, от скорости взаимного их вращения, реологических характеристик получаемой смеси.

Для относительно текучих систем процесс перемешивания с некоторым приближением можно рассматривать как гидромеханический, для которого характерны следующие три вида потоков: 1 – тангенциальные; 2 – радиально-аксиальные; 3 – аксиальные (осевые). При *тангенциальном течении* (рис. 6.70) жидкость движется параллельно пути, описываемому мешалкой. Имеет место при медлен-

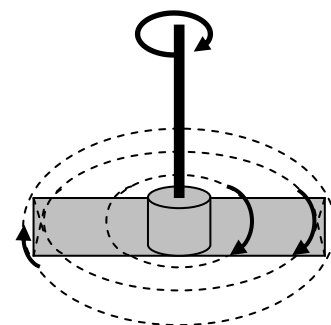


Рис. 6.70. Схема тангенциальных потоков

ном вращении мешалки, чаще всего - лопастного вида. Эффективность перемешивания низкая. Для жидкостей и жидкообразных масс с высокой вязкостью возможен эффект закручивания смеси, когда жидкость вращается в барабане вместе с лопастями мешалки с одной скоростью. При этом перемешивание практически отсутствует. Для предотвращения закручивания и повышения эффективности перемешивания на внутренней поверхности барабана смесителя часто устанавливают отражательные перегородки в виде относительно узких вертикальных пластин.

*Радиально-аксиальные потоки* характерны для мешалок турбинного типа, вращающихся с относительно высокой скоростью ( $Re_m > 10^2$ ) – рис. 6.71.

Под действием центробежной силы жидкость стекает с лопасти мешалки в радиальном направлении. Этот поток, двигаясь в плоскости вращения мешалки, доходит до стенки барабана и разделяется на две части: одну, текущую вдоль стенки аппарата вниз, и другую, текущую вверх к свободной поверхности жидкости.

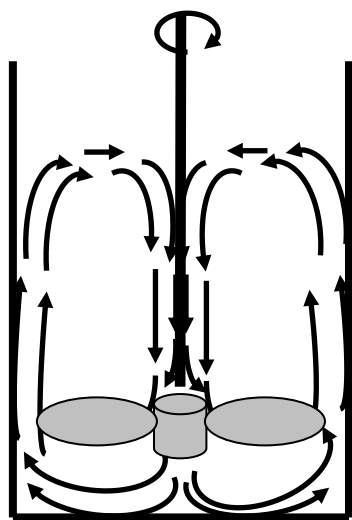


Рис. 6.72. Схема аксиальных потоков

При аксиальном (осевом) течении (рис. 6.72) жидкость поступает в зону вращения мешалки и вытекает из нее параллельно оси вращения. Наиболее характерно для мешалок пропеллерного типа. В зависимости от поворота лопастей мешалки (правый или левый винт) и направления вращения траектории движения макрочастиц жидкости могут быть направлены сверху вниз – на свободной поверхности жидкости образуется воронка, или снизу вверх – на поверхности образуется выпуклость.

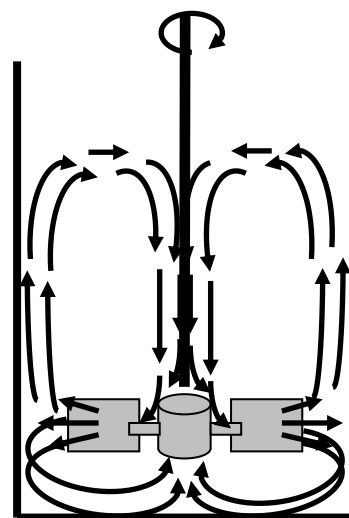


Рис. 6.71. Схема радиально-аксиальных потоков

В промышленных смесителях возможны различные сочетания рассмотренных трех видов течений, что, безусловно, способствует повышению эффективности процесса. При этом очень важное значение имеет то, при каком режиме осуществляется процесс перемешивания.

При ламинарном течении ( $Re_m < 10$ ) в аппарате с мешалкой существует слабо развитое трехмерное течение преимущественно в периферийных зонах. По мере турбулизации потока ( $10 < Re_m < 10^3$ ) формируется вынужденная циркуляция по всему объему аппарата. При развитом турбулентном течении ( $Re_m > 10^3$ ) вынужденная циркуляция обеспечивает интенсивное трехмерное течение всей массы жидкости в аппарате.

И, наконец, нельзя не отметить зависимость картины потоков от вязкости обрабатываемой смеси. Все предыдущие представления характерны для жидких сред с относительно невысокой вязкостью. С увеличением показателя вязкости будет происходить обеднение потоков с точки зрения как разнообразия траекторий, так и их интенсивности. Поэтому энергетические затраты для высоковязких систем должны возрастать.

### *6.8.7.3. Моделирование процесса гидромеханического перемешивания*

#### *Цель и общие подходы к моделированию*

Цель моделирования может быть двоякой: 1 – создать эффективный смеситель для приготовления смеси с заданными реологическими характеристиками; 2 – на имеющейся лабораторной модели отработать режимные параметры для промышленного смесителя, в том числе – частоту вращения мешалки, оптимальную продолжительность процесса, затрачиваемую мощность.

Создание эффективных смесителей – задача конструкторов. В ходе ее решения проверяется технологическая эффективность различных конструктивных вариантов смесителя, выбирается наилучший из них и на нем выявляется оптимальный режим процесса.

Далее стоит задача запроектировать промышленный смеситель, подобный лабораторному, и определить оптимальные параметры его функционирования. Решение этой задачи облегчается, если обеспечено полное геометрическое подобие между лабораторной моделью и промышленным образцом смесителя. Для полного геометрического подобия должны выполняться следующие условия:

1 - модельный образец и натуральный смеситель должны быть выполнены конструктивно одинаково;

2 – константа геометрического подобия должна оставаться постоянной для следующих (рис. 6.73) шести конструктивных элементов:  $D$  – диаметр барабана смесителя;  $d$  – диаметр лопасти мешалки;  $b$  – ширина лопасти ме

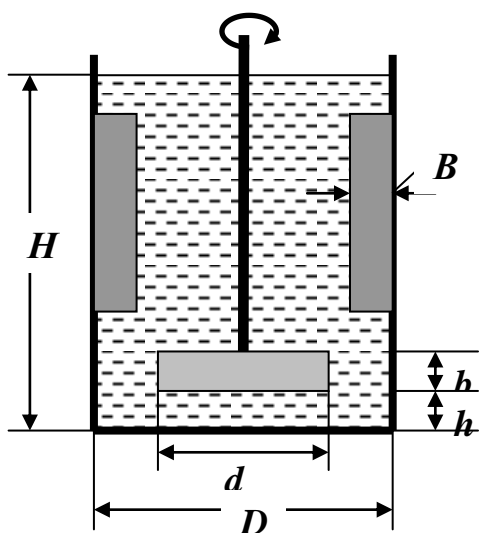


Рис. 6.73. Основные конструктивные элементы смесителя гидромеханического типа

шалки;  $h$  – высота установки лопасти мешалки относительно дна бабарабана смесителя;  $H$  – высота загрузки смеси;  $B$  – ширина закрылка.

Таким образом, должно выполняться условие:

$$\frac{H^M}{H^H} = \frac{D^M}{D^H} = \frac{B^M}{B^H} = \frac{d^M}{d^H} = \frac{b^M}{b^H} = \frac{h^M}{h^H} = a_L,$$

где  $a_L$  – константа геометрического подобия;

индексы «м» и «н» означают, соответственно, «модель» и «натура».

Для пропеллерных мешалок вводится 7-й геометрический параметр – кривизна лопастей, характеризуемая углом кривизны  $\alpha$ .

Наличие геометрического подобия существенно упрощает математическую модель процесса перемешивания, исключая необходимость вводить в нее *симплексы геометрического подобия*.

*Математическая модель* процесса гидромеханического перемешивания позволяет предварительно рассчитать параметры промышленного смесителя, которые затем уточняются в ходе полупромышленных испытаний.

#### *Математическая модель процесса гидромеханического перемешивания*

Точное математическое описание процесса перемешивания представляет большую трудность в связи со сложностью структуры циркуляционных потоков, с гетерогенностью обрабатываемых смесей.

Существующие *приближенные* модели получены при допущении, что процесс гидромеханического перемешивания подчиняется законам гидродинамики, и для его описания изначально можно применить основное уравнение движения жидкости – уравнение Навье-Стокса.

Здесь мы сразу должны оговориться, что такое допущение не совсем корректно, так как уравнение Навье-Стокса получено для истинно вязких жидкостей, движущихся *сплошным потоком*. Мы же в большинстве случаев имеем дело не с истинными жидкостями, а с многофазными системами, к тому же их потоки в объеме смесителя никак нельзя считать сплошными. И тем не менее, математические модели, полученные на основе уравнения гидродинамики, «работают», в том числе и относительно бетонных и растворных



смесей, что установлено исследованиями, выполненными в 60-е - 70-е годы двадцатого столетия на кафедре Технологии вязущих веществ и бетонов Воронежского инженерно-строительного института.

С целью получения математической модели процесса примем в качестве исходного основное уравнение гидродинамики для установившегося потока для геометрически подобных объектов в критериальном виде

$$Eu = A \cdot Re^x \cdot Fr^y, \quad (6.134)$$

где  $Eu = \frac{\Delta p}{\rho w^2}$  - гидродинамический критерий Эйлера;

$Re = \frac{\rho \cdot w \cdot d}{\mu}$  - гидродинамический критерий Рейнольдса;

$Fr = \frac{w^2}{gd}$  - гидродинамический критерий Фруда.

Напомним, что в этих записях  $\Delta p$  – перепад гидростатического давления, обеспечивающий движение жидкости;  $w$  – скорость потока;  $d$  - определяющий геометрический размер, для рассматриваемого случая – диаметр лопатки мешалки;  $\rho$  и  $\mu$  - плотность и вязкость перемешиваемой композиции.

Однако для практических расчетов уравнение (6.134) даже при известных значениях  $A$ ,  $x$ ,  $y$  не может быть использовано по двум причинам: во вращательном движении мешалки линейная скорость в каждой точке радиуса имеет свои значения; еще более неопределенным представляется значение  $\Delta p$  - давление, оказываемое лопастью на смесь.

В связи с этим предложены следующие приемы модифицирования исходных критериев гидродинамического подобия.

Линейная скорость заменяется на окружную в виде соотношения

$$w \rightarrow nd,$$

где  $n$  - частота вращения мешалки; число  $\pi$  здесь опускается как постоянная величина, которая сама по себе войдет в значение критериев подобия.

Таким образом, с учетом нового представления скорости модифицированные критерии подобия запишутся

$$Re_m = \frac{\rho \cdot n \cdot d^2}{\mu}, \quad (6.135)$$

$$Fr_m = \frac{n^2 d}{gd}, \quad (6.136)$$

$$Eu_m = \frac{\Delta p}{\rho n^2 d^2}. \quad (6.137)$$

Следующая замена осуществляется по схеме  $\Delta p \rightarrow N$ , где  $N$  - мощность, затрачиваемая на валу мешалки – характеристика, легко определяемая в процессе перемешивания.

По определению 
$$N = \frac{A}{\tau},$$

где  $A$  - затраченная работа;

$\tau$  - продолжительность вращения мешалки.

С учетом того, что  $A = FL$ , а  $\frac{L}{\tau} = w$  получим

$$N = \frac{F \cdot L}{\tau} = F \cdot w,$$

где  $F$  - сила, создаваемая лопастью мешалки.

Ее можно представить как  $F = \Delta p S$ ,

где  $S$  - площадь лопасти мешалки.

Согласно обозначениям линейных размеров, приведенных на рис. 6.73,

$$S = b d.$$

Приняв отношение  $\frac{b}{d} = i_b$  как симплекс геометрического подобия,

можно записать

$$b = i_b d$$

и, следовательно,

$$S = i_b d^2.$$

Но так как при наличии геометрического подобия  $i_b = const$ , то окончательно можно принять  $S = d^2$ .

И тогда  $N = F w = \Delta p d^2 n d = \Delta p n d^3$ ,

откуда

$$\Delta p = \frac{N}{n \cdot d^3}.$$

Заменим этим выражением значение  $\Delta p$  в ф.(6.121) и получим

$$Eu_m = \frac{N}{\rho n^3 d^5}.$$

Новое представление модифицированного критерия Эйлера получило название «критерия мощности –  $K_N$ » и записывается как

$$K_N = \frac{N}{\rho n^3 d^5}. \quad (6.138)$$

Таким образом, математическая модель процесса перемешивания теперь может быть представлена как

$$K_N = A \cdot Re_m^x Fr_m^y. \quad (6.139)$$

Окончательный расчетный вид она получает в результате реализации процесса перемешивания на лабораторной модели. При этом опыты ставят, изменяя значения параметров  $\rho$ ,  $n$ ,  $\mu$  таким образом, чтобы в одной серии критерий Фруда оставался постоянным, а изменялся лишь критерий Рейнольдса, в другой серии – наоборот. В каждой вариации определяются затраты мощности и, соответственно, значения критерия мощности. Результаты опытов обрабатываются методом наименьших квадратов и находятся численные значения коэффициента  $A$  (см. ф. 6.139), показателей степеней  $x$  и  $y$ .

Описанная процедура более конкретно рассматривается в лабораторной работе, представленной в томе 2 настоящего издания.

Полученный расчетный вид математической модели в силу принятых допущений и экспериментирования на модели заданной конструкции с использованием вполне определенных составляющих компонентов не может быть распространен на другие случаи. Но, тем не менее, для достаточно узких условий она дает удовлетворительные результаты.

В частности, критериальное уравнение вида (6.139) позволяет определить оптимальную частоту вращения мешалки натурального (промышленного) смесителя путем решения следующего уравнения

$$\left( \frac{\rho_M n_M d_M^2}{\mu_M} \right)^x \cdot \left( \frac{n_M^2 d_M}{g} \right)^y = \left( \frac{\rho_H n_H d_H^2}{\mu_H} \right)^x \cdot \left( \frac{n_H^2 d_H}{g} \right)^y,$$

где  $\rho_M, \mu_M, \rho_H, \mu_H, d_M, d_H$  - задаваемые величины;

$n_M$  - оптимальный параметр, установленный экспериментированием на модели;

$n_H$  - искомый параметр.

После определения параметра  $n_H$  по критериальному уравнению определяется значение  $K_N$ , а затем из ф.(6.138) находится значение затрачиваемой на перемешивание мощности  $N$ .

#### 6.8.7.4. Приближенное моделирование процесса перемешивания бетонной смеси

Критериальное уравнение перемешивания полного вида (6.139) далеко не всегда позволяет получать адекватные результаты моделирования, так как на практике условие одновременного равенства всех критериев подобия часто не выполняются. Поэтому достаточно распространенным является приближенное моделирование с использованием критериального уравнения перемешивания следующего вида

$$K_N = A \cdot \text{Re}^x. \quad (6.140)$$

Такой упрощенный вид уравнения (из уравнения исключен критерий Фруда) позволяет получить удовлетворительные результаты расчетов для тех случаев, когда процесс перемешивания не сопровождается образованием на поверхности жидкости выпуклостей или воронок, что как раз и указывает на то, что отражаемое критерием Фруда влияние силы тяжести на характер циркуляционных потоков невелико и, следовательно, этот критерий можно не включать в описание процесса. Для многих типов мешалок такое условие обеспечивается установкой на внутренней поверхности смесительного барабана отражательных перегородок.

В ф.(6.140) коэффициент  $A$  и показатель степени  $x$  изменяются в зависимости от типа применяемой мешалки. Поэтому в практических расчетах процессов перемешивания часто используют графические представления этой формулы. Так, например, относительно процессов перемешивания в хи-

мической технологии накоплен значительный экспериментальный материал, представленный в виде графиков, отражающих зависимость  $K_N = f(\text{Re}_M)$ . Общий характер таких графических зависимостей показан на рис. 6.74.

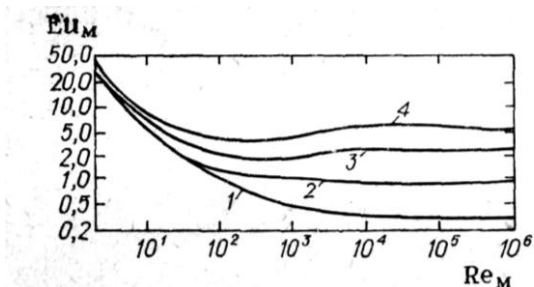


Рис. 6.74. Зависимость  $K_N = f(\text{Re}_M)$  для трехлопастных пропеллерных (кривые 1 и 2) и шестилопастных турбинных мешалок с четырьмя отражательными перегородками (кривые 3 и 4)

В современных технологиях приготовления бетонных смесей применяются, как правило, смесители принудительного действия роторного типа с вертикальным валом, для которых использование упрощенного критериального уравнения (6.140) выглядит вполне оправданным. Однако вопрос применимости этого критериального уравнения в большой степени связан с реологическими особенностями бетонных смесей. Ведь это не вязкие ньютоновские жидкости, для которых выведены уравнения (6.139 и 6.140), а так называемые неньютоновские жидкости, проявляющие упруго-

вязко-пластические свойства. Как следует из рис. 6.61, бетонная смесь в начале течения проявляет предельное напряжение сдвига, а затем – переменную, вплоть до установившегося течения, вязкость. Как же отразить эти реологические особенности в уравнениях (6.139 и 6.140). По этому поводу в специальной литературе можно найти множество предложений, но практически во всех из них представлены попытки учесть всю сложность поведения бетонной смеси, например, в виде следующей формы записи критерия Рейнольдса

$$\text{Re}_M = \frac{\rho \cdot n \cdot d^2}{\mu_{II} + \beta \cdot \frac{\sigma_{\tau 0}}{n}}, \quad (6.141)$$

где  $\sigma_{\tau 0}$  - предельное напряжение сдвига;

$\mu_{II}$  - пластическая вязкость;

$n$  - частота вращения мешалки;

$\beta$  - коэффициент, зависящий от типа мешалки.

Приведенное представление критерия Рейнольдса формально правильно отражает суть явления. Но применить его на практике невозможно, так как значения  $\mu_{II}$  переменны (см. рис. 6.61), и отсутствует надежная методика для определения этой характеристики.

Более простой и надежный вариант количественного представления процесса перемешивания бетонной смеси апробирован в Воронежском инженерно-строительном институте (исследования д.т.н, проф. Помазкова В.В. и к.т.н., доц. Первушина И.И.). Принципиальным положением этого метода

является представлением о том, что в процессе перемешивания бетонная смесь только в самом начале этого процесса относительно короткое время проявляет свойства пластичности, переменной вязкости. В основном же процесс протекает при относительно высоких скоростях потоков, то есть в условиях предельно разрушенной структуры бетонной смеси, когда показатель вязкости снижается и приближается к некой постоянной величине. Именно этот показатель вязкости правомерно использовать в формуле критерия Рейнольдса. Его принято называть «эквивалентной вязкостью» -  $\mu_{эkv}$ . Но здесь возник вопрос: как методически измерить эту вязкость? Ведь бетонная смесь не относится к вязким ньютоновским жидкостям, для которых созданы соответствующие приборы.

И здесь авторами метода использован еще один путь приближенного моделирования процессов перемешивания, при котором за основу принимают постоянство параметра, имеющего наиболее существенное значение для рассматриваемого процесса, а именно – расход энергии ( $E$ ) на единицу объема ( $V$ ) перемешиваемой смеси

$$\frac{E}{V} = \frac{N \cdot \tau}{V} = const. \quad (6.142)$$

При одинаковой интенсивности рассматриваемых процессов (параметр  $\tau$ ) определяющим становится показатель мощности ( $N$ )

$$\frac{N}{V} = const, \quad (6.143)$$

который легко измеряется соответствующим прибором.

С учетом изложенного в качестве *эквивалентной вязкости* бетонной смеси принимают *истинную вязкость* такой ньютоновской жидкости, на перемешивание которой в некоторых определенных условиях затрачивается мощность, одинаковая с затрачиваемой на перемешивание в таких же условиях заданной бетонной смеси.

Практически измерение эквивалентной вязкости сводится к тому, что бетонная смесь перемешивается в смесителе заданного типа, и в установившемся режиме измеряются затраты мощности. Затем подбирается такая ньютоновская жидкость (использовался наполненный минеральными порошками глицерин), на перемешивание которой в том же объеме и в том же смесителе затрачивалась бы та же мощность. Вязкость этой жидкости, определенная с помощью стандартизованного прибора (например – вискозиметра Воларовича), и принимается как  $\mu_{эkv}$  бетонной смеси.

Для примера в табл. 6.3 приведены практические данные, полученные И.И. Первушиным.

Показатели  $\mu_{эkv}$  для бетонных и растворных смесей различных подвижностей

Бетонная смесь	Подвижность по осадке стандартного конуса, см	0-2	3-5	6-8	
	$\mu_{эkv}$ , Па·с	170	143	105	
Растворная смесь	Подвижность по осадке стандартного конуса, см	2-4	5-7	8-9	10-12
	$\mu_{эkv}$ , Па·с	135	126	82	31

Таким образом, в разработках Воронежского инженерно-строительного института критерий Рейнольдса получил вполне определенную запись

$Re = \frac{\rho n d r}{\mu_{эkv}}$  и, соответственно, формулы (6.139 и 6.140) приобрели практическое значение.

В частности, для конструкций серийно выпускаемых бетоносмесителей критериальная модель (6.139) получила следующее численное выражение

$$K_N = A \cdot Re_M^{-0,5} \cdot Fr_M^{-0,54}. \quad (6.144)$$

где  $A$  - коэффициент, зависящий от типа смесителя и степени его заполнения бетонной смесью.

С помощью (6.144) удастся на основании лабораторных исследований определить оптимальную частоту вращения мешалки и требуемую мощность для промышленного смесителя.

## 6.9. Процессы вибрационного формирования бетонных и железобетонных изделий

### 6.9.1. Сущность и значение процессов формирования

Процессы формирования присущи технологиям большинства строительных изделий. В качестве таковых используют методы литья, экструзии (выдавливания смеси из формообразующего насадка), прессования, проката, виброуплотнения и другие. Каждому из названных методов свойственны свои законы протекания. Нас же пока интересуют лишь те методы, в основе которых лежат законы гидродинамики. К ним можно отнести методы экструзии, литья, виброуплотнения (в дальнейшем мы убедимся в том, что процессы виброуплотнения с полным основанием можно отнести к гидродинамическим).

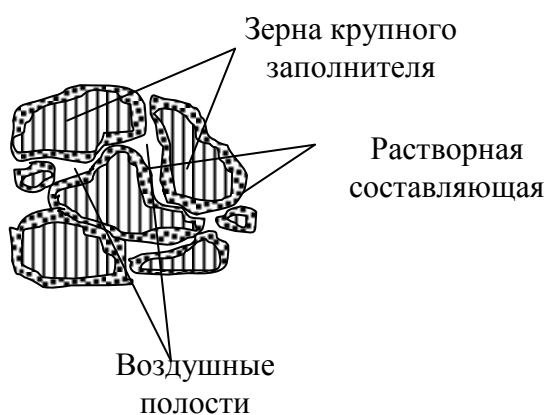
Закономерности и количественные соотношения протекания процессов экструзии будут такими же, что уже рассмотрены применительно к течению в трубах вязкопластичных высококонцентрированных паст (см. п. 6.8.6).

Метод литья по своей природе достаточно прост, напоминает обычное течение жидкости. С точки зрения раннего структурообразования – это пассивный метод, так как приводит к неуправляемому, случайному расположению структурных элементов в теле формуемого изделия.

Вибрационный же метод – это метод активного воздействия на формирующуюся структуру строительного композита. Наиболее наглядно это прослеживается при формировании бетонных и железобетонных изделий. В связи с этим сосредоточим наше дальнейшее внимание на процессах, присущих этому виду формирования.

Применительно к бетонным и железобетонным изделиям *под формированием следует понимать* определенную совокупность элементарных процессов, в результате которых исходная бетонная смесь приобретает *заданную геометрическую форму и размеры* и, самое главное, *достигает предельно высокой плотности*.

Если проанализировать макроструктуру свежеприготовленной бетон-



ной смеси, то можно отметить (рис. 6.75), что она представляет собой рыхлую конгломератную слипшуюся массу случайным образом расположенных зерен крупного заполнителя в оболочках из растворной составляющей, которая, в свою очередь, представляет композицию зерен мелкого заполнителя, окутанных цементным тестом. В этой массе большая доля объема занята воздушными полостями.

Рис. 6.75. Макроструктура неуплотненной бетонной смеси

Если из такой бетонной смеси отформовать изделие, не изменяя ее структуру, то после отвердевания бетонной смеси свойства бетона в изделии будут весьма низкими.

Вибрационные же воздействия на бетонную смесь приводят к упорядочению, усовершенствованию ее структуры (рис. 6.76). Происходит переукладка ее зернистых составляющих таким образом, что зерна крупного заполнителя, как наиболее тяжелые, размещаются предельно компактно в первую очередь, растворная же составляющая бетонной смеси наиболее плотно заполняет затем оставшиеся промежутки. Если формируется мелкозернистый бетон (на песке), то компактное расположение приобретают в первую очередь зерна

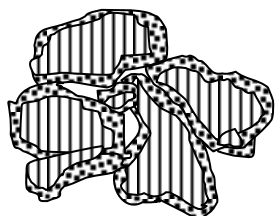


Рис. 6.76. Макроструктура виброуплотненной бетонной смеси

песка. Затвердевший бетон такой совершенной структуры обладает максимально высокими прочностью и другими физико-механическими свойствами, так как среди его структурных составляющих (цементный камень, воздушные и капиллярные поры, заполнитель) крупный заполнитель из природных горных пород с высокими свойствами занимает максимум объема. В связи с изложенным видится оправданным

тот факт, что на практике в исходных составах бетонных смесей, подлежащих виброуплотнению, содержание щебня всегда выше, чем у литых бетонных смесей.

Таким образом, вибрационный метод уплотнения бетонной смеси имеет определенные преимущества перед другими методами и поэтому он остается доминирующим как в заводских технологиях, так и непосредственно на строительной площадке. Поэтому наше внимание к нему является вполне оправданным.

### ***6.9.2. Сущность (механизм) процесса виброуплотнения***

При самом общем подходе виброуплотнение происходит в результате того, что бетонной смеси передаются частые, периодически повторяющиеся механические импульсы, под воздействием которых она вовлекается в колебательные движения. Как уже известно из курсов физики, теоретической механики, любое колебательное движение характеризуется частотой, амплитудой, скоростью, ускорением, фазой колебания. Для разных по размеру частиц бетонной смеси они по ряду причин оказываются разными. В результате зернистые составляющие бетонной смеси совершают колебательные движения с фазовыми (относительно друг друга) сдвигами, и даже в противофазах. Итогом этого является бесчисленное множество взаимных сдвиговых деформаций в объеме бетонной смеси, в ходе которых проявляются реологические свойства бетонной смеси, рассмотренные нами ранее (см. п. 6.8.6, рис. 6.61).

В первом приближении можно считать, что взаимное перемещение частиц будет обеспечено в том случае, если инерционная сила частицы, сообщенная ей внешним механическим импульсом, обеспечит преодоление предельного напряжения сдвига бетонной смеси, а точнее – тонкодисперсной ее составляющей. После этого возможно течение бетонной смеси с проявлением переменной, убывающей с увеличением скорости сдвига, вязкостью (см. рис. 6.61). Скорость сдвига легко регулируется частотой и амплитудой колебаний. Но так как колебательный процесс знакопеременный, то скорость в нем также переменна и изменяется в пределах от нуля до некоторой предельной в каждом случае величины. Это говорит о том, что управлять процессом виброуплотнения через параметр скорости трудно. В то же время



имеется другая характеристика – амплитуда ускорения колебательного процесса  $A\omega^2$  ( $A$  - амплитуда,  $\omega$  - частота колебаний), которая вполне измеряема, задаваема, учитывает значение скорости и может служить в качестве управляющего параметра. В подтверждение этому на рис. 6.77 представлена общая зависимость изменения эквивалентной вязкости бетонной смеси от величины

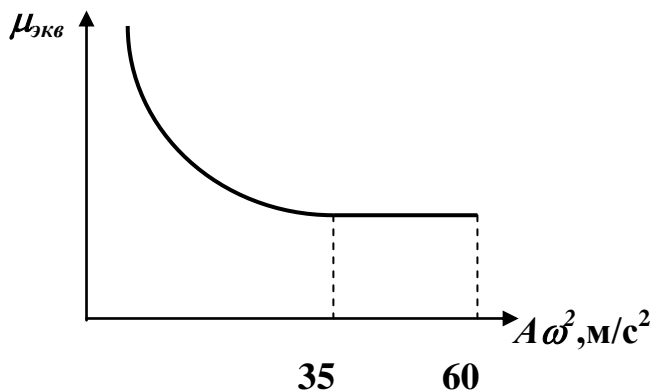


Рис. 6.77. Общий вид зависимости значений эквивалентной вязкости ( $\mu_{экв}$ ) бетонной смеси от величины ускорений ( $A\omega^2$ ) колебательного процесса

ускорений колебательного процесса, полученная экспериментальными исследованиями.

Принципиально эта зависимость отражает то, что мы уже обнаружили ранее на рис. 6.61, а именно: с некоторым предельным увеличением скорости сдвиговых деформаций бетонная смесь в реологическом смысле переходит в область предельно разрушаемой структуры с постоянной вязкостью. Наступает состояние предельного

псевдооживления смеси, при котором она способна течь подобно вязкой ньютоновской жидкости и, следовательно, этот процесс в значительной своей части подчиняется законам гидродинамики (в самом начале раздела мы это приняли условно).

Из рисунка 6.77 следует вывод, что вибрационный процесс должен реализовываться при  $A\omega^2 \geq 35$  м/с<sup>2</sup>, что обеспечивает предельное псевдооживление бетонной смеси.

Именно *псевдооживление* бетонной смеси является *главным и необходимым условием* перестройки ее структуры, так как только в таком состоянии возможна свободная переориентация в пространстве, переукладка частиц заполнителя.

Непосредственной же причиной переориентации частиц в пространстве, возможности им занять наиболее выгодное с энергетической точки зрения положение является нескомпенсированность сил, действующих на каждую из частиц, а именно: инерционных сил, сил тяжести и архимедовых (выталкивающих) сил. Немаловажным положительным фактором является снижение взаимного трения частиц при наступлении состояния псевдооживления и особенно в момент перемены направления движения каждой частицы от «снизу вверх» к «сверху вниз», при котором частица определенное мгновение находится как бы в состоянии невесомости.

В целом же комплекс отмеченных положительных факторов придает процессу виброуплотнения высокую эффективность.

### 6.9.3. Способы реализации вибраций в технологии бетона и железобетона

Вибрация в технологии бетонов принято называть *механические колебания*, имеющие частоту в пределах от 10 до 350 Гц.

Источниками вибраций служат *вибровозбудители*. Существует несколько типов и разновидностей вибровозбудителей; из них наиболее представительными являются:

- механические преобразователи вращательного движения в колебательное типа кривошипно-шатунных механизмов;
- пневмо- и гидровозбудители;
- электромагнитные вибровозбудители;
- инерционные вибровозбудители в виде вращающихся неуравновешенных масс.

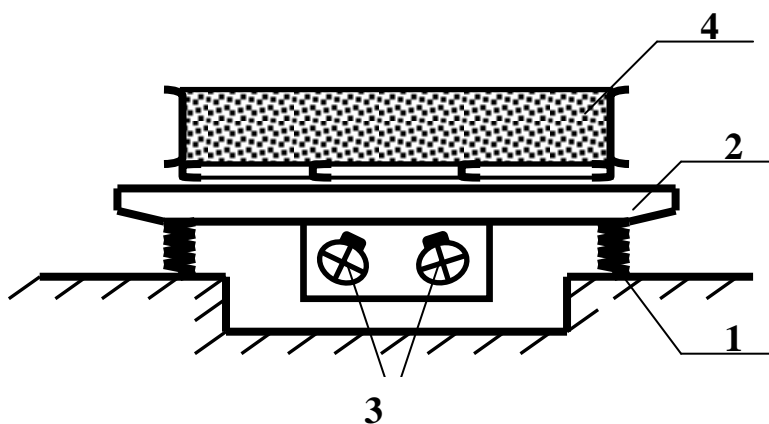


Рис. 6.78. Принципиальная схема заводской виброплощадки:

- 1 – вибrostол; 2 – пружинная опора;
- 3 – вибровозбудитель в виде синхронно вращающихся валов с дебалансами;
- 4 – форма с бетонной смесью

Конструктивно вибровозбудители могут быть оформлены по-разному: поверхностные, погружные, навесные и др. В заводской технологии бетона и железобетона наибольшее распространение получили виброплощадки. На рис. 6.78 показана принципиальная конструктивная схема виброплощадки.

Вибровозбуждение осуществляется за счет синхронного, навстречу друг другу, вращения 2-х валов, на которых уста-

навливаются так называемые дебалансы (неуравновешенные массы), генерирующие постоянно действующие центробежные силы. В результате того, что валы вращаются синхронно навстречу друг другу, горизонтальные составляющие центробежных сил от двух валов в любом их положении взаимно уравновешиваются, а вертикальные составляющие – слагаются. Четыре варианта взаимного расположения дебалансов на вращающихся валах, в которых вертикальная составляющая центробежных сил принимает экстремальные значения, показаны на рис. 6.79.

Из представленного становится очевидным, что вибровозбудитель генерирует вертикально направленные гармонические (синусоидальные) колебания.

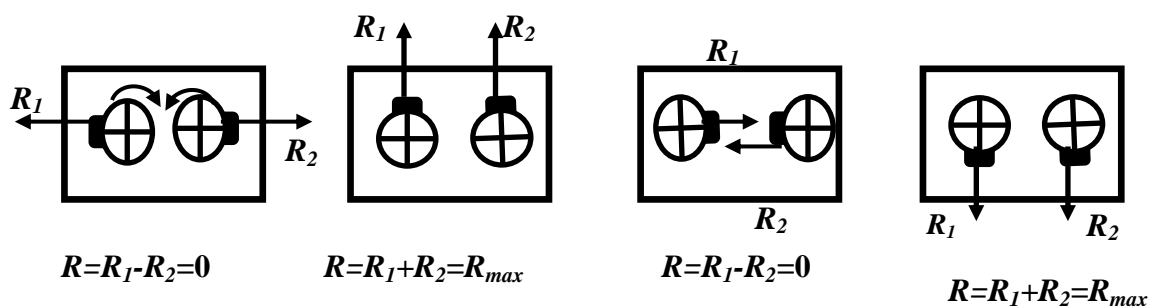


Рис. 6.79. Схема взаимного сложения и взаимного погашения центробежных сил в дебалансном вибровозбудителе

#### 6.9.4. Моделирование процессов виброуплотнения бетонных

##### 6.9.4.1. Методологические подходы к разработке математической модели процесса

Изучение процесса виброуплотнения бетонных и иных смесей само по себе связано с большими трудностями, обусловленными сложностью и многогранностью этого процесса. Если же вопрос ставить об управлении процессом, то трудности возрастают многократно. Поэтому модельные (упрощенные) представления процесса здесь неизбежны. Что же следует принять основополагающим в этой ситуации? Мы уже выяснили для себя, что эффект виброуплотнения непосредственно связан с предельным разжижением вибрируемой смеси и перемещениями в жидкой фазе твердых частиц. Следовательно, в целом процесс можно рассматривать как подчиняющийся законам гидродинамики. Из всего разнообразия рассмотренных нами ранее технологических задач гидродинамики наиболее близкой по своей сущности является задача о движении твердых тел в жидкостях. Ее мы и примем за основу при разработке математической модели процесса. В то же время, мы должны учитывать и то, что в отличие от задачи-прототипа рассматриваемый процесс зкопеременен. Поэтому разрабатываемая математическая модель не может не учитывать уравнения физики колебательных процессов. Именно с этих уравнений мы начнем рассмотрение основной задачи.

##### 6.9.4.2. Параметры управления колебательным процессом

Среди множества типов периодических колебаний в технологии бетонов наиболее широко применяются гармонические синусоидальные колебания, для которых координата колеблющейся частицы представляет собой синусоидальную функцию времени

$$x = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right), \quad (6.145)$$

где  $A$  - амплитуда колебаний;  
 $T$  - период колебаний;  
 $\varphi$  - фаза колебаний;  
 $t$  - текущее время.

В теории вибрационных процессов уравнение колебательного процесса записывают в следующем виде

$$x = x_a \cdot \cos(\omega t - \varphi), \quad (6.146)$$

где  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  - угловая частота колебаний;

$x$  - перемещение тела;  
 $x_a$  - амплитуда перемещения.

Уравнение (6.146) и является базовым для представления параметров, которые могут выступать в качестве управляющих для колебательного процесса. Таковыми являются *амплитуда скорости* и *амплитуда ускорения*. Получим эти характеристики исходя из их определения как производных первого и второго порядков от пути перемещения частицы по времени

$$\frac{dx}{dt} \equiv \dot{x} = -x_a \omega \sin(\omega t - \varphi) = x_a \omega \cos\left(\omega \cdot t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right), \quad (6.147)$$

где  $\dot{x}$  - скорость перемещения тела;  
 $x_a \omega$  - амплитуда скорости

и 
$$\frac{d^2x}{dt^2} \equiv \ddot{x} = -x_a \omega^2 \cos(\omega t - \varphi) = x_a \omega^2 \cos(\omega \cdot t - \varphi + \pi), \quad (6.148)$$

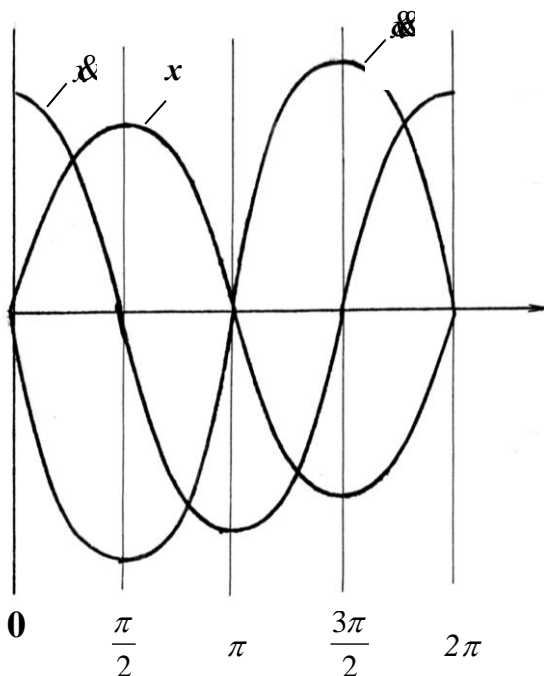


Рис. 6.80. Оциллограммы перемещения, скорости и ускорения тела в колебательном процессе

где  $\ddot{x}$  - ускорение в колебательном процессе;

$x_a \omega^2$  - амплитуда ускорений.

Таким образом, уравнения (6.146 - 6.148) позволяют получить всю необходимую информацию относительно колебательного процесса. Кроме того, они наглядно демонстрируют физическую сущность изменения скорости и ускорения в колебательном процессе как следствие знакопеременного колебательного движения частицы с промежуточными остановками.

Так как все три уравнения представлены косинусоидальной функцией одного вида, то становится очевидным, что скорость опережает смещение на  $\pi/2$ , а ускорение - на  $\pi$  (рис. 6.80), то есть при верхнем и нижнем положении колеблющейся частицы скорость становится рав-

ной нулю, а ускорение торможения или разгона приобретает максимальные значения; при переходе же частицы через центр колебаний скорость приобретает максимальное значение, а ускорение становится равным нулю. Неостоянство этих параметров значительно усложняет моделирование процесса.

### 6.9.4.3. Модель линейной упруго-вязкой системы как прототип основной модели

В прикладных науках, к коим относится и строительное материаловедение, при моделировании процессов часто прибегают к тем или иным аналогиям, используют имеющиеся разработки фундаментальных наук. Вот и в нашей ситуации специалисты пришли к выводу, что модель линейной упруго-вязкой системы, разработанная в теоретической механике, может быть использована как прототип для нашей основной (виброуплотнение бетонной смеси) модели. Воспроизведем основные характеристики линейной упруго-вязкой системы.

В качестве исходного условия принято, что тело массой  $m$  имеет одну степень свободы и может перемещаться в горизонтальном направлении (рис.

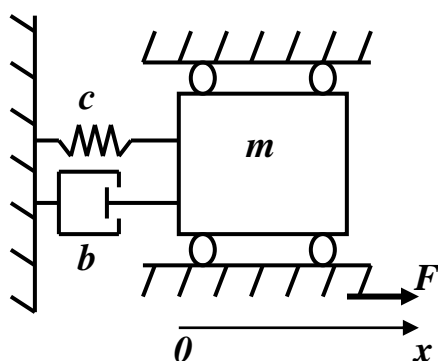


Рис. 6.81. Модель упруго-вязкой системы

вязкой силы -  $F_v = -b\dot{x}$ .

Так как  $F_u = F_{yn} + F_v$ , то окончательно имеем

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0. \quad (6.149)$$

Уравнение (6.149) представляет собой математическую модель колебательного процесса линейной упруго-вязкой системы. Наличие в уравнении вязкого элемента указывает на то, что колебательный процесс данного вида является затухающим (в теоретической механике это утверждение имеет строгое математическое доказательство).

Для того, чтобы движение линейной системы не было бы затухающим, к ней необходимо приложить знакопеременную вынуждающую силу

$$F = F_a \cos \omega \cdot t, \quad (6.150)$$

6.81), преодолевая силы, создаваемые упругим и вязким элементами. Упругий элемент в модели представлен пружиной с жесткостью  $c$ , вязкий элемент – демпфером с коэффициентом вязкости  $b$ . К телу приложено временное усилие  $F$ , которое вывело его из состояния равновесия. После снятия усилия тело совершает горизонтальные колебания.

Математическую модель этого процесса получают на основании баланса сил, проявляющихся в колебательном процессе:

инерционной силы -  $F_u = m\ddot{x}$ ;

упругой силы -  $F_{yn} = -cx$ ;

где  $F_a$  - амплитуда вынуждающей силы;  
 $\omega$  - ее угловая частота.

Таким образом, уравнение незатухающих колебаний линейной упруго-вязкой системы будет иметь вид

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_a \cos\omega \cdot t. \quad (6.151)$$

Это уравнение и примем за основу математической модели процесса виброуплотнения бетонной смеси.

#### 6.9.4.4. Модель процесса виброуплотнения бетонной смеси

Уравнение (6.151), принятое в качестве прототипа разрабатываемой модели, описывает колебательные движения тела массой  $m$  в некоторых идеализированных условиях, исключая даже влияние силы тяжести (тело совершает горизонтально направленные колебания). Теперь рассмотрим, как будет выглядеть подобная задача применительно к бетонной смеси.

С гидродинамических позиций процесс реализуется в виде модифицированной задачи об осаждении твердых частиц в жидкости. Но если в задаче-прототипе (см. п. 6.8.1) движущей силой процесса осаждения выступала однонаправленная сила тяжести ( $F_T$ ), то в рассматриваемой постановке задачи дополнительно действует вынуждающая сила ( $F_e$ ). Поэтому частица совершает колебательно-поступательное движение (рис. 6.82, а) с суммирующим направлением вниз. По мере уплотнения бетонной смеси колебательно-поступательное движение системы уступает место чисто колебательному: движение вниз прекратилось.

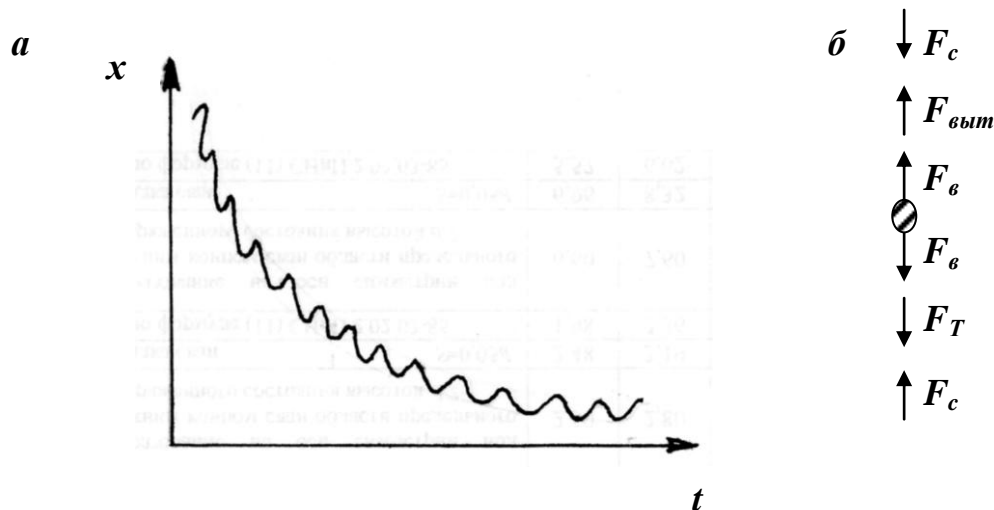


Рис. 6.82. Развертка во времени  $t$  перемещения  $x$  частицы заполнителя (а) и действующие на нее силы (б) в процессе виброуплотнения бетонной смеси

В математическую модель процесса виброуплотнения бетонной смеси включены следующие силы:

вынуждающая сила:  $F_g = mA\omega^2 \sin \omega \cdot t$ ,

где  $m$  – масса частицы;  
 $A\omega^2$  – амплитуда ускорений;  
 сила тяжести:  $F_T = mg$ ;

выталкивающая сила:  $F_{\text{выт}} = m_0 g$ ,

где  $m_0$  – масса среды в объеме частицы;  
 сила сопротивления среды движению частицы:

$$F_c = \xi \cdot S \frac{\rho \omega^2}{2}, \quad (6.152)$$

где  $\rho$  – плотность среды;  
 $S$  – площадь лобового сечения частицы;  
 $\xi$  – коэффициент сопротивления;  
 результирующая сила движения:

$$F_{\text{дв}} = m_1 \omega^2$$

где  $m_1$  – эффективная масса частицы, которую можно представить как

$$m_1 = m + m'$$

где  $m'$  – присоединенная масса или масса растворной составляющей, прилипшей к частице и движущейся вместе с ней; можно принять  $m' = \frac{1}{2}m$ .

Окончательно математическая модель процесса виброуплотнения бетонной смеси получила вид

$$m_1 \omega^2 = (m - m_0)g \pm F_c \text{Sign} \omega + (m - m_0)A\omega^2 \sin \omega \cdot t. \quad (6.153)$$

На пути реализации этой модели встречаются многие трудности. В частности, достаточно сложным выглядит представление силы сопротивления  $F_c$ . Главная проблема здесь связана с тем, что, как нам уже известно (см. п. 6.7.2), значения коэффициента сопротивления  $\xi$  в ф. (6.153) меняются в зависимости от режима обтекания частицы средой, в нашей ситуации – от скорости движения частицы. Но так как в каждом цикле колебательного процесса скорость изменяется от нуля до некоторой предельной величины, то и коэффициент  $\xi$  изменяется в довольно широком диапазоне своих значений. Кроме того, на его значения сильно влияет предельно высокая стесненность частиц. В подобной ситуации приходится прибегать к некоторым упрощениям. Например, профессором В.Т. Перцевым, глубоко изучившим процесс виброуплотнения бетонной смеси, для определения силы сопротивления предложена зависимость

$$F_c = A \cdot d^{1,9} \cdot \omega^2,$$

где  $d$  – средний диаметр частицы крупного заполнителя;  
 $A$  – экспериментально определяемый для заданных условий задачи коэффициент пропорциональности.

В уравнении (6.153) силе сопротивления присваивается знак «+» или

«-» в зависимости от вектора скорости  $\mathbf{x}$ , на что указывает символ «*Sign*» - «соответственно». Так как параметры вынуждающей силы, скорости, ускорения изменяются в процессе с частотой  $\omega$ , то реализовать уравнение (6.153) возможно только с помощью ЭВМ.

В практическом плане предложенная модель позволяет оптимизировать процесс относительно параметров  $A$  (амплитуда),  $\omega$  (угловая частота) и обобщенного параметра  $A\omega^2$  (амплитуда ускорений). В качестве критерия оптимизации здесь выступает скорость смещения частицы заполнителя вниз.

Более детально с процедурой моделирования можно ознакомиться в разделе «Лабораторный практикум» (том 2).

### 6.9.5. Принципы контроля и управления процессом виброуплотнения бетонной смеси

Контроль процесса предполагает непрерывную оценку значений задаваемых параметров ( $A$ ,  $\omega$ ,  $A\omega^2$ ) и результата процесса в виде достигнутой степени уплотнения и времени ее достижения.

Вибромеханические параметры процесса легко контролируются с помощью соответствующих приборов, имеются также возможности их периодического регулирования.

Для контроля результата процесса предложено несколько способов, в том числе и с помощью ультразвуковых датчиков, позволяющих напрямую оценивать достигнутую плотность бетонной смеси. На практике же лучше всего зарекомендовал себя контроль по мощности ( $N$ ), затрачиваемой на процесс, и по изменению собственной частоты колебаний ( $\omega_0$ ) формы с бетонной смесью. Оба этих показателя косвенно отражают кинетическую сущность процесса.

Так, уменьшение затрачиваемой мощности по ходу процесса виброуплотнения (рис. 6.83) бетонной смеси связано с уменьшением энергетических затрат на вязкое трение по мере оседания и сближения частиц. Горизонтальный участок кривой на рис. 6.83 как раз соответствует предельному (при  $t_{onm}$ ) уплотнению бетонной смеси, после чего реализуется чисто механическая составляющая вибрационного процесса.

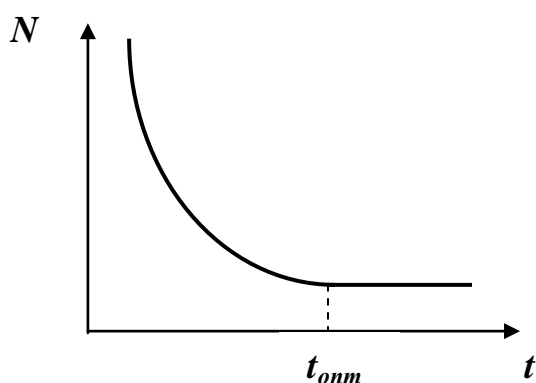


Рис. 6.83. Изменение мощности привода в процессе виброуплотнения бетонной смеси



Кривая изменения частоты собственных колебаний ( $\omega_0$ ) имеет примерно такой же вид (рис. 6.84).

Чтобы правильно воспринять вид кривой на рис. 6.84, рассмотрим более предметно сущность частоты собственных колебаний системы. Для этого обратимся к уравнению (6.149), отражающему затухающие колебания линейно-упругой системы. Если из этого уравнения исключить силу, создаваемую вязким элементом, то получим следующий вид уравнения незатухающих колебаний

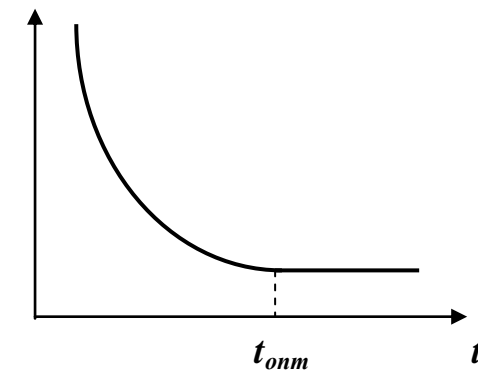


Рис. 6.84. Изменение частоты собственных колебаний формы с бетонной смесью в процессе виброуплотнения бетонной смеси

$$m\ddot{x} + cx = 0, \quad (6.154)$$

или

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}x = 0, \quad (6.155)$$

или

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0, \quad (6.156)$$

где  $\omega_0$  – частота собственных колебаний тела.

Из (6.156) следует, что

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m}}, \quad (6.157)$$

то есть собственная частота возрастает с повышением упругости системы и понижается с увеличением массы колеблющегося тела.

Датчики собственных колебаний, устанавливаемые на форму с уплотняемой бетонной смесью, регистрируют незначительное (примерно с 45 до 42 Гц) снижение частоты собственных колебаний, что можно связать с увеличением массы бетонной смеси в единице объема.

Теперь обратимся к *проблеме управления* процессом виброуплотнения бетонной смеси. Здесь возможны два варианта: управление в *жестком* режиме и управление в *адаптивном* режиме.

*Жесткий режим* управления предполагает поддержание на заданном уровне параметров колебательного процесса и контроль времени достижения предельной степени уплотнения по одному из параметров, например, мощности (рис. 6.83). Параметры колебательного процесса оптимизируются в условиях данной постановки задачи управления путем постановки экспериментальных исследований. Так, большинство современных промышленных виброплощадок работают с частотой 50 Гц (частота промышленного тока) и амплитудой 0,5 - 0,6 мм.

*Адаптивный режим* управления – это резонансный режим; в системе управления этим режимом реализуется обратная связь в виде собственной частоты колебаний формы с бетонной смесью (рис. 6.85).

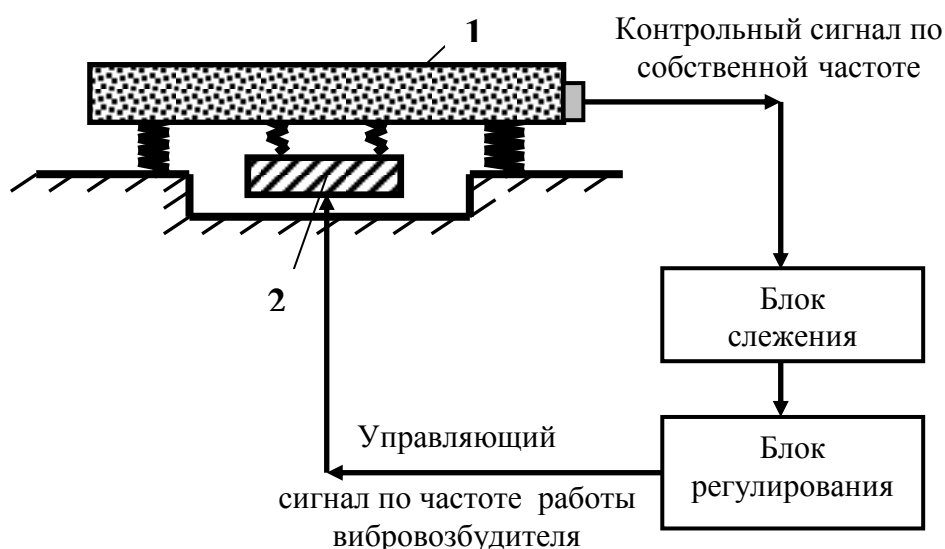


Рис. 6.85. Схема адаптивного режима управления:  
 1 – виброплощадка с изделием;  
 2 – электромагнитный вибровозбудитель

Соответствующий сигнал с датчика частоты собственных колебаний поступает в блок слежения, преобразуется в управляющий сигнал, на основе которого в блоке регулирования происходит преобразование электрического тока сети на заданную частоту, а электромагнитный вибровозбудитель создает колебания с этой частотой. Таким образом, автоматическая система непрерывно подстраивает частоту вынужденных колебаний под собственную частоту формы с бетонной смесью, и таким путем реализуется резонансный режим.

Является очевидным, что адаптивная система управления процессом виброуплотнения намного сложнее общепринятой в настоящее время. Но как показали исследования и опытно-промышленные внедрения, выполненные еще в 70-80 годы прошлого столетия Воронежским инженерно-строительным институтом, работа виброплощадок в резонансном режиме позволяет снизить затраты электроэнергии на процесс в 4 - 5 раз, улучшить качество изделий, снизить в несколько раз вибрации и шум на рабочих местах.

## Заключение к шестой главе

Тот объем материала, глубина его изложения, разнообразие задач, которые мы рассмотрели в 6-й главе, свидетельствует о поистине огромной значимости процессов гидромеханики в строительных технологиях. Именно с этими процессами связаны показатели энергоемкости производства, качества производимой продукции. Поэтому квалификационный уровень современного инженера-строителя-технолога во многом определяется его знаниями и умениями в области гидромеханики. Но в связи с этим может возникнуть вопрос: а не следует ли в этом плане ограничиться в учебном процессе фундаментально поставленным общим курсом гидравлики? После освоения материала, представленного в 6-й главе, мы однозначно ответим: нет, нельзя. Нельзя потому, что большинство наших технологических задач сугубо специфичны, далеко выходящие за рамки классической гидравлики. Многие из них ориентированы на неньютоновские жидкости, какие в основном и представляют строительные технологии.

Еще важной особенностью 6-й главы является то, что практически весь материал в ней пронизан идеями моделирования и управления технологическими процессами, что, безусловно, невозможно реализовать в общем курсе гидравлики.

Будем также считать, что предложенное в этом учебном издании содержание 6-й главы укрепляет в целом позиции дисциплины «Процессы и аппараты в технологии строительных материалов и изделий» в образовательном процессе будущего инженера-строителя-технолога.

## 7. ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ

### 7.1. Тепловые процессы в строительных технологиях

Тепловые процессы являются определяющими для многих технологий получения строительных материалов и изделий. Это, прежде всего, процессы обжига вяжущих веществ, керамики, тепловой обработки всевозможных изделий из бетона, силикатного кирпича и т.п., которые непосредственно определяют и качество получаемой продукции, и ее технико-экономические показатели.

Основное назначение тепловой обработки материалов и изделий – ускорить технологические процессы, а вернее – те элементарные акты, которые определяют ход технологического процесса. Зависимость скорости большинства процессов от температуры можно представить в виде уравнения Аррениуса

$$v = v_0 + e^{-\frac{E}{RT}}, \quad (7.1)$$

где  $v_0$  - скорость процесса в некоторых стандартных условиях;

$E$  – энергия активации процесса;

$R$  – универсальная газовая постоянная;

$T$  – температура процесса по Кельвину.

В наибольшей степени уравнение Аррениуса выполняется относительно химических реакционных процессов, протекающих в разбавленных растворах реагентов. Для других процессов, например, диффузионных оно также выполняется, но менее выражено. В целом же эффект ускорения может достигать десятикратного (сушильные процессы, процессы твердения бетона), сто- и тысячекратного (автоклавные процессы, обжиговые процессы) увеличения. Такое ускорение особенно актуально для современных промышленных технологий.

Тепловые технологические процессы можно разделить условно на три группы:

1 – высокотемпературные, связанные с обжигом керамики, вяжущих веществ, получением стекла и т.п., происходящие в пределах температур примерно от 800 до 1500°C;

2 – среднетемпературные, применяемые при сушке материалов, для некоторых полиморфных превращений и прочее;

3 – низкотемпературные, происходящие примерно до 200°C – это процессы автоклавирования силикатных материалов, тепловлажностной обработки цементных бетонов и т.п.

Инженерные расчеты тепловых технологических процессов обычно концентрируются на скорости и времени разогрева материала или изделия до заданной температуры.

Но не менее важны так называемые обеспечивающие процессы, протекающие в различного рода нагревательных или охлаждающих устройствах, с помощью которых тепловая энергия вводится в технологический процесс или выводится из него. Здесь главным оценочным критерием является интенсивность передачи тепловой энергии, например, интенсивность нагрева рабочих органов аппарата, интенсивность теплопотерь с поверхности аппарата во внешнюю среду.

И, наконец, для любого инженера-строителя должна быть доступна в своем разрешении задача о тепловой проводимости ограждающих конструкций зданий и сооружений, для которых и создаются строительные материалы.

Во всех названных технологиях и задачах определяющим является перенос энергии в форме теплоты, происходящий между различными телами и средами, и называемый *теплообменом*.

Различают три принципиально различных способа распространения теплоты: теплопроводность, конвекцию и тепловые излучения.

Перенос теплоты *теплопроводностью* происходит в результате теплового движения микрочастиц (молекул в газах, жидкостях; колебательных движений атомов в кристаллических решетках) и передачи энергии от «быстрых» частиц к «медленным».

*Конвекцией* называется перенос теплоты вследствие движения и перемешивания макроскопических объемов газа или жидкости. Конвекция может быть *естественной* или *свободной*, обусловленной разностью плотностей жидкости или газа, имеющих разную температуру, и *вынужденной*, обусловленной принудительным движением жидкостей и газов.

*Тепловое излучение* является следствием распространения световых волн, проявляется в форме *лучеиспускания* и *лучепоглощения*.

В технологических процессах теплота передается не каким-либо одним из указанных способов, а комбинированным путем. Тем не менее, как правило, один из способов является преобладающим. Например, в твердых телах – это теплопроводность. А вот передача теплоты от горячей поверхности аппарата во внешнюю среду происходит всеми тремя механизмами. Такой совмещенный процесс называют *теплоотдачей*. Если же рассматривается процесс передачи теплоты от одной газообразной или жидкой среды к другой через разделительную стенку, то его называют *теплопередачей*.

Далее нам предстоит рассмотреть основные количественные соотношения в названных видах теплопереноса, в том числе – и в преломлении на технологические процессы.

## 7.2. Основное уравнение теплопередачи

Основное уравнение теплопередачи устанавливает общий вид зависимости величины теплового потока  $Q$  от движущей силы процесса теплопередачи

$$Q = k \cdot \Delta t \cdot F \cdot \tau, \quad (7.2)$$

где  $\Delta t$  – средняя разность температуры между теплоносителями или температурные напор, представляет движущую силу процесса;

$F$  – поверхность теплообмена;

$\tau$  – продолжительность процесса;

$k$  – коэффициент теплопередачи, характеризующий удельную скорость теплопереноса; его размерность:

$$[k] = \left[ \frac{Q}{F \tau \Delta t} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{°C}} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{°C}} \right].$$

Таким образом, коэффициент теплопередачи показывает, какое количество теплоты переходит от более нагретого к более холодному теплоносителю в 1 с через поверхность теплообмена 1 м<sup>2</sup> при средней разности температур между теплоносителями 1 °С.

Уравнение (7.2) будет принято нами в дальнейшем как базовое в выводах уравнений теплопереноса для неких конкретных условий.

### 7.3. Температурное поле и температурный градиент

Результат тепловых расчетов часто сводится к определению температуры в изделии. При этом изделие рассматривается как объект с рассредоточенными параметрами (определение см. в п.2.3), для которого совокупность мгновенных значений температуры во всех его точках называется *температурным полем*.

Температурное поле можно представить следующей функцией общего вида

$$t = f(x, y, z, \tau), \quad (7.3)$$

где  $x, y, z$  – координаты расчетной точки;

$\tau$  – текущее время.

Эта зависимость отражает температурное состояние *неустановившегося* процесса теплообмена.

Для *установившегося (стационарного)* процесса температура является функцией только координат

$$t = f(x, y, z). \quad (7.4)$$

Наглядным отображением температурного поля являются *изотермические поверхности и изотермические линии*. Первые из них объединяют геометрические места точек в объеме изделия с одинаковыми температурами, вторые – в одном из плоских сечений (рис. 7.1). Изотермы никогда не пересекаются между собой, так как в противном случае температура в точке на пересечении имела бы два разных значения, что невозможно.

В ф.(7.2) движущая сила процесса теплопереноса представлена разностью температур  $\Delta t$  между расчетными точками. В уравнениях теплопереноса интегрального вида такой вариант представления движущей силы процес-

са допустим. При выводе же уравнений дифференциального вида используют понятие *температурного градиента*, как

$$\lim \left( \frac{\Delta t}{\Delta l} \right)_{\Delta l \rightarrow 0} = \frac{\partial t}{\partial l} = \text{grad } t, \quad (7.5)$$

где  $\Delta l$  – расстояние между изотермами.

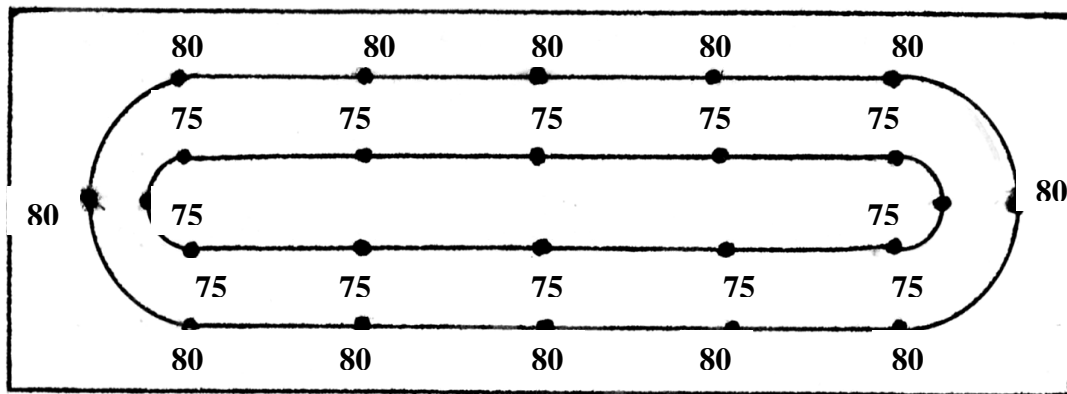


Рис. 7.1. Температурные изолинии, сформировавшиеся в стеновой панели в процессе тепловлажностной обработки (пример)

Градиент – векторная величина. Если он отражает повышение температуры, то ему присваивают знак «+», понижение – знак «-».

Поток теплоты может возникнуть только в том случае, если температурный градиент не равен нулю. Направление теплового потока соответствует отрицательному значению градиента.

#### 7.4. Передача теплоты теплопроводностью

Этот вид теплопереноса подчиняется *закону Фурье*, согласно которому количество теплоты  $dQ$ , передаваемое посредством теплопроводности в направлении, перпендикулярном изотермам в материале или среде, прямо пропорционально температурному градиенту  $\frac{\partial t}{\partial l}$ , поверхности теплообмена  $dF$  и продолжительности теплообмена  $d\tau$ :

$$dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial l} dF \cdot d\tau. \quad (7.6)$$

Удельный (отнесенный к единице площади и единице времени) тепловой поток  $q$  получает следующее выражение

$$q = \frac{Q}{F \cdot \tau} = -\lambda \frac{\partial t}{\partial l}. \quad (7.7)$$

Величину  $q$  называют также *плотностью теплового потока*.

Коэффициент пропорциональности  $\lambda$  в ф.(7.6, 7.7) называется *коэффициентом теплопроводности*. Это важнейшая теплопроводная характеристика

твердых материалов и неподвижных сред, хорошо известная нам из курса строительного материаловедения.

Размерность коэффициента  $\lambda$  вытекает из ф.(7.6):

$$[\lambda] = \left[ \frac{Q \cdot l}{F \cdot \tau \cdot t} \right] = \left[ \frac{\text{Дж} \cdot \text{м}}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{°C}} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{°C}} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{°C}} \right].$$

Если мы теперь сравним математическую запись закона теплопроводности Фурье (7.6) с основным уравнением теплопередачи (7.2), то обнаружим полную аналогию между ними.

Но теперь коэффициент  $k$  получает конкретное смысловое и аналитическое выражение, соответствующее рассматриваемому способу теплопередачи.

### 7.5. Дифференциальное уравнение теплопроводности для неподвижной среды

В этом разделе нам предстоит получить уравнение, на основе которого выполняются расчеты тепловых полей в строительных изделиях.

При выводе уравнения принимается допущение, что рассматриваемое твердое тело (или неподвижная среды) гомогенно по всему объему и имеет следующие физические характеристики:  $\rho$  - плотность,  $c$  – удельная теплоемкость,  $\lambda$  - удельная теплопроводность.

За основу вывода примем закон теплопроводности Фурье (7.6).

Выделим в однородном и изотропном теле элементарный объем  $dv$  в виде параллелепипеда с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ , параллельными соответствующим осям координат (рис. 7.2), и рассмотрим количество теплоты, затраченное на

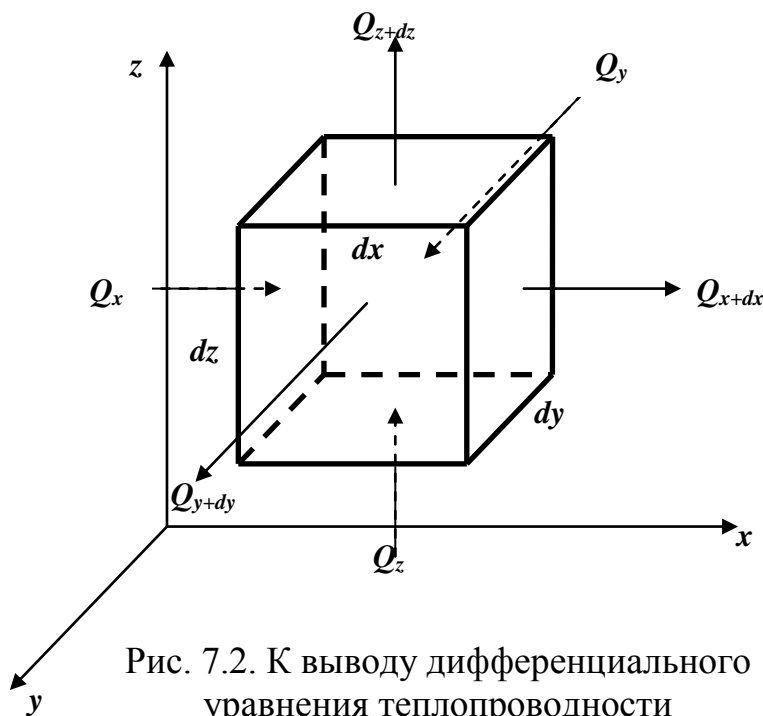


Рис. 7.2. К выводу дифференциального уравнения теплопроводности

нагрев элементарного объема, исходя из того, что на входе в элементарный объем значение температуры -  $t$ , а на выходе она получила приращения: относительно

оси  $x$  -  $t + \frac{\partial t}{\partial x} dx$ ; относи-

тельно оси  $y$  -  $t + \frac{\partial t}{\partial y} dy$ ; от-

носительно оси  $z$  -  $t + \frac{\partial t}{\partial z} dz$ .

Тогда, составляющие количества теплоты, входящей в элементарный объем за время  $\tau$  в соответствии с ф.(7.6), будут иметь значения:



$$\text{через грань } dydz: Q_x = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau,$$

$$\text{через грань } dx dz: Q_y = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz d\tau,$$

$$\text{через грань } dx dy: Q_z = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy d\tau.$$

Составляющие количества теплоты, выходящей из элементарного объема через противоположные грани:

$$Q_{x+dx} = -\lambda \frac{\partial}{\partial x} \left( t + \frac{\partial t}{\partial x} dx \right) dydzd\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial x} dydzd\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dy dz d\tau;$$

$$Q_{y+dy} = -\lambda \frac{\partial}{\partial y} \left( t + \frac{\partial t}{\partial y} dy \right) dx dz d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial y} dx dz d\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dy dx dz d\tau$$

$$Q_{z+dz} = -\lambda \frac{\partial}{\partial z} \left( t + \frac{\partial t}{\partial z} dz \right) dx dy d\tau = -\lambda \frac{\partial t}{\partial z} dx dy d\tau - \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dz dx dy d\tau$$

Составляющие количества теплоты, затраченной на повышение температуры материала в элементарном объеме:

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} dx dy dz d\tau;$$

$$dQ_y = Q_y - Q_{y+dy} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} dx dy dz d\tau$$

$$dQ_z = Q_z - Q_{z+dz} = \lambda \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} dx dy dz d\tau.$$

Полные приращения теплоты в элементарном объеме за время  $d\tau$ :

$$dQ = dQ_x + dQ_y + dQ_z = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dx dy dz d\tau$$

или 
$$dQ = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dv d\tau. \quad (\text{A})$$

В неустановившемся процессе теплопереноса количество теплоты  $dQ$ , оставшееся в элементарном объеме в результате пространственного приращения температуры, в соответствии с законом сохранения энергии должно быть компенсировано количеством теплоты  $dQ'$ , связанным с изменением температуры во времени за промежуток  $d\tau$

$$dQ' = c\rho dv \frac{\partial t}{\partial \tau} d\tau.$$

Учитывая, что  $dQ' = dQ$ , получим

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dv d\tau = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dv d\tau.$$

После сокращения на  $dvd\tau$  дифференциальное уравнение теплопереноса в неподвижной среде получает вид

$$c\rho \frac{\partial t}{\partial \tau} = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (7.8)$$

Преобразование уравнения можно продолжить, введя новый коэффициент  $a = \frac{\lambda}{c\rho}$ :

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (7.9)$$

Такого вида уравнение теплопереноса и используется как базовое в расчетах температурных полей; оно получило название *дифференциального уравнения теплопроводности в неподвижной среде или уравнения Фурье*.

Коэффициент пропорциональности  $a$  в уравнении (7.9) носит название *коэффициента температуропроводности*. В отличие от коэффициента теплопроводности  $\lambda$  этот коэффициент учитывает не только теплопроводные свойства материала, но и количество теплоты, которое уходит на нагрев или охлаждение самого материала.

Размерность коэффициента температуропроводности:

$$[a] = \left[ \frac{\lambda}{c \cdot \rho} \right] = \left[ \frac{\frac{\text{Дж}}{\text{м} \cdot \text{с} \cdot ^\circ\text{C}}}{\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}} \right] = \left[ \frac{\text{м}^3}{\text{с}} \right].$$

Для процессов нагрева или охлаждения изделий по несмешанному механизму теплопроводности значение коэффициента  $a$  может быть вычислено через коэффициент  $\lambda$ . Однако, в реальных технологических процессах, например, при тепловлажностной обработке бетонных изделий, теплоперенос теплопроводностью осложняется другими видами теплопереноса, связанными с процессами влагопереноса, и тогда коэффициент  $a$  приобретает смысл эквивалентной характеристики, определяемой только экспериментально.

В заключение этого раздела следует также отметить, что дифференциальное уравнение (7.9) оперирующее частными производными, прямого решения не имеет. Поэтому на практике используют всевозможные численные методы, прибегают к ряду упрощений. Некоторые из них мы рассмотрим далее.

## 7.6. Передача тепловой энергии конвекцией

Конвективный теплообмен присущ подвижным средам. В строительных технологиях он представлен очень широко. Это потоки дымовых газов в обжиговых печах, сушильного агента – в сушильных агрегатах, водяного па-

ра – в пропарочных камерах для сборного железобетона и т.д. И везде стоит задача оценить: как распределяется температура в среде аппарата, особенно по мере приближения к поверхности теплообрабатываемого изделия. Об этом мы будем вести речь в настоящем разделе.

### 7.6.1. Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена

Конвективный теплообмен никогда не бывает абсолютно «чистым», несмешанным. Параллельно с ним в движущейся среде реализуется механизм теплопроводности. Но чем выше скорость конвективных перемещений, чем выше степень их турбулентности, тем меньшая доля в общем тепловом потоке приходится на механизм чисто молекулярного теплопереноса. Отмеченное можно отобразить (достаточно формально) следующей записью уравнения теплопроводности Фурье

$$q = -(\lambda_T + \lambda) \frac{\partial t}{\partial l}, \quad (7.10)$$

где  $\lambda_T$  – коэффициент турбулентной теплопроводности, характеризующий интенсивность конвективного теплообмена.

Исходя из уравнения (7.10), можно заключить, что при выводе дифференциального уравнения теплопереноса в конвективно движущейся среде необходимо учитывать две составляющие теплопереноса: молекулярную и конвективную.

Дифференциальное уравнение молекулярного переноса нами уже рассмотрено (см. ф. 7.8). Теперь предстоит дополнить это уравнение конвективной составляющей для элементарного объема с ребрами  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$  в движущемся потоке теплоносителя.

Примем, как и для неподвижной среды, значения ее свойств  $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$  постоянными по объему и по времени, а температура, наоборот, изменяется как по объему среды, так и по времени. Дополним задачу также параметром скорости среды в виде ее проекций на координатные оси.

Проследим за изменением конвективной составляющей теплового потока в элементарном объеме сначала в направлении оси  $x$  (см. рис. 7.2). При этом будем считать, что на входе в элементарный объем, температура и скорость будут иметь значения  $t$  и  $w_x$  и, соответственно, тепловой поток за время  $d\tau$  на входе в элементарный объем можно представить как:

$$Q_x = c_p \cdot \rho \cdot t \cdot w_x \cdot dy \cdot dz \cdot d\tau,$$

где  $c_p$  - удельная теплоемкость движущейся среды при постоянном давлении.

На выходе из элементарного объема и температура, и скорость получат приращение  $tw_x + \frac{\partial(t \cdot w_x)}{\partial x} dx$ . Соответственно, тепловой поток на выходе из элементарного объема можно представить как:

$$Q_{x+dx} = c_p \cdot \rho \cdot \left( tw_x + \frac{\partial(t \cdot w_x)}{\partial x} dx \right) dydzd\tau.$$

Количество теплоты, оставшееся в элементарном объеме  $dQ_x$ :

$$dQ_x = Q_x - Q_{x+dx} = -c_p \cdot \rho \frac{\partial(t \cdot w_x)}{\partial x} dx dy dz d\tau.$$

По аналогии:

$$dQ_y = -c_p \cdot \rho \frac{\partial(t \cdot w_y)}{\partial y} dy dx dz d\tau.$$

$$dQ_z = -c_p \cdot \rho \frac{\partial(t \cdot w_z)}{\partial z} dz dx dy d\tau.$$

Полное изменение конвективной составляющей теплового потока в элементарном объеме  $dQ_\kappa$ :

$$dQ_\kappa = dQ_x + dQ_y + dQ_z$$

или

$$dQ_\kappa = -c_p \cdot \rho \left[ \frac{\partial(t \cdot w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(t \cdot w_y)}{\partial y} + \frac{\partial(t \cdot w_z)}{\partial z} \right] dV \cdot d\tau.$$

Преобразуем выражение, заключенное в квадратных скобках, по правилу дифференцирования произведения и получим

$$dQ_\kappa = -c_p \cdot \rho \left[ t \frac{\partial w_x}{\partial x} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + t \frac{\partial w_y}{\partial y} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + t \frac{\partial w_z}{\partial z} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right] dv d\tau =$$

$$-c_p \cdot \rho \left[ \left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) + t \left( \frac{\partial w_x}{\partial x} + \frac{\partial w_y}{\partial y} + \frac{\partial w_z}{\partial z} \right) \right] dv d\tau.$$

Сумма частных производных в правых круглых скобках для несжимаемой жидкости согласно уравнению неразрывности потока (см. ф.6.53) равна нулю. Следовательно:

$$dQ_\kappa = -c_p \cdot \rho \left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) dv d\tau.$$

Дополним полученной конвективной составляющей дифференциальное уравнение теплопроводности (7.8) в его несокращенном виде:

$$c_p \rho \frac{\partial t}{\partial \tau} dv d\tau = -c_p \cdot \rho \left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) dv d\tau + \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) dv d\tau$$

и после сокращений и перестановки получим:

$$c_p \rho \left( \frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right) = \lambda \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right) \quad (7.11)$$

или

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} = a \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right). \quad (7.12)$$

Уравнения (7.11, 7.12) представляют собой *дифференциальные уравнения конвективного теплообмена*, которые называются также *уравнениями Фурье-Кирхгофа*. Эти уравнения выражают в наиболее общем виде распределение температуры в движущейся несжимаемой среде – жидкости.

Для газов уравнение вынужденной конвекции должно быть дополнено членами, учитывающими изменение их плотности при изменении температуры; для естественной конвекции – членами, учитывающими энергетические затраты, связанные с подъемными силами, возникающими вследствие разности плотностей нагретого и холодного газа. Все это значительно усложняет и без того сложное уравнение конвективного теплообмена, которое считается практически неразрешимым.

Но, тем не менее, значение этого уравнения неоспоримо: во-первых, оно достаточно объективно отражает механизм процесса конвективного теплообмена и служит основой для многих практических решений; во-вторых, это уравнение является базовым для получения критериев теплового подобия и критериальных уравнений, широко и успешно используемых в тепловых расчетах.

### **7.6.2. Распределение температуры в среде теплоносителя при нагреве и охлаждении строительных изделий.**

#### **Тепловой пограничный слой.**

#### **Уравнение поверхностной теплоотдачи**

При управлении тепловыми технологическими процессами одной из важнейших является задача расчета температурных полей в изделии при его контакте с греющей или охлаждающей средой. Законы распределения температуры в неподвижной (изделие) и подвижной (объем теплового аппарата вокруг изделия) среде мы уже рассмотрели. Теперь предстоит оценить закономерности теплопереноса на границе между средой и изделием. Эти закономерности рассматривает *теория теплового пограничного слоя*.

Если обеспечить достаточно высокую степень турбулентности потока теплоносителя, то можно принять, что за счет высокой турбулентной теплопроводности

температура теплоносителя в ядре потока

$$a_T = \frac{\lambda_T}{c_p \cdot \rho}$$

приобретает некоторое постоянное значение  $t_c = const$ . Такое допущение намного упрощает решение общей тепловой задачи.

По мере приближения к поверхности изделия в процессе его нагрева температура среды будет понижаться (а в процессе охлаждения – повышаться) по некоторому закону – рис. 7.3: в тепловом потоке турбулентная составляющая будет постепенно убывать так, что непосредственно у поверхности

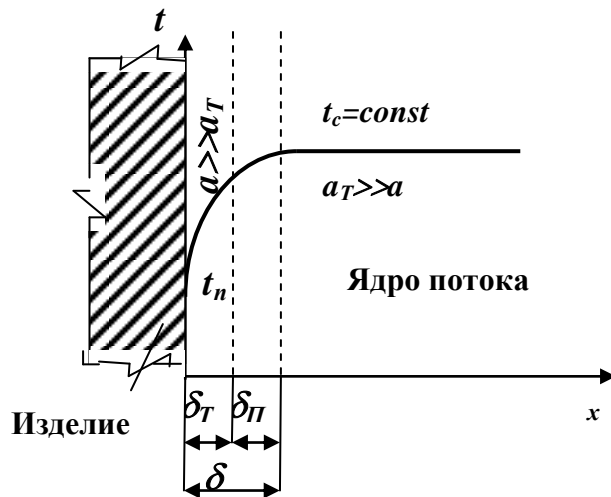


Рис. 7.3. Структура теплового пограничного слоя

слоя и зависит от него: в ядре гидродинамического потока преобладающей является турбулентная вязкость ( $\nu_T \gg \nu$ ), в ядре теплового конвективного потока – турбулентная температуропроводность  $a_T \gg a$ ; в пристенном (относительно изделия) ламинарном гидродинамическом подслое струйчатый характер течения предопределяется ньютоновской вязкостью  $\nu \gg \nu_T$ , соответственно ему формируется тепловой подслой  $\delta_T$ , в котором передача теплоты перпендикулярно поверхности изделия происходит только путем молекулярной теплопроводности, то есть в нем  $a \gg a_T$ . В переходном подслое  $\delta_n$  турбулентная составляющая теплопереноса постепенно убывает, и на границе подслоев  $\delta_n$  и  $\delta_T$  преобладающей становится молекулярная теплопроводность.

С увеличением степени турбулентности потока теплоносителя толщина и гидродинамического, и теплового пограничных слоев уменьшается и иногда достигает долей миллиметра. При малых скоростях потоков толщина пограничных слоев значительно возрастает.

Трудности, связанные с точным определением толщины и гидродинамического, и теплового пограничных слоев, когда остаются практически неизвестными основные расчетные характеристики ( $a$ ,  $a_T$ ,  $w$ ), делают невозможным применение дифференциального уравнения конвективного теплообмена (ф. 7.12) для точного расчета температурных полей в пограничной зоне, главным итогом которого было бы значение температуры на поверхности изделия –  $t_n$  (см. рис. 7.3). Поэтому в практических расчетах для этой цели используют уравнение относительно простого вида, известное под названием *закона теплоотдачи* или *закона охлаждения Ньютона*:

$$dQ = \alpha(t_n - t_c)dF \cdot d\tau. \quad (7.13)$$

Согласно этому уравнению количество теплоты  $dQ$ , отдаваемое за время  $d\tau$  поверхностью тела  $dF$ , имеющего температуру  $t_n$ , окружающей среде с

изделия передача теплоты в среде теплоносителя будет осуществляться только молекулярной теплопроводностью.

В тепловом пограничном слое толщиной  $\delta$  выделяют два подслоя: переходный толщиной  $\delta_n$  и теплопроводный подслоем толщиной  $\delta_T$ . Теплопроводным подслоем считается пристенный слой, в котором влияние турбулентных пульсаций становится пренебрежимо малым.

Структура теплового пограничного слоя во многом аналогична структуре гидродинамического

температурой  $t_C$  прямо пропорционально площади  $dF$  и разности температур  $t_{II} - t_C$ .

Для процесса нагрева любого тела, в том числе – строительного изделия конечных размеров, ф.(7.13) имеет вид:

$$Q = \alpha(t_C - t_{II})F \cdot \tau. \quad (7.14)$$

Коэффициент пропорциональности  $\alpha$  в ф.(7.13, 7.14) называется *коэффициентом теплоотдачи*. Этот коэффициент характеризует интенсивность теплообмена между поверхностью тела и окружающей средой.

Согласно ф.(7.13, 7.14) его размерность:

$$[\alpha] = \left[ \frac{Q}{t \cdot F \cdot \tau} \right] = \left[ \frac{\text{Дж}}{^\circ\text{C} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}} \right] = \left[ \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}} \right].$$

Таким образом, коэффициент теплоотдачи  $\alpha$  показывает, какое количество теплоты передается от  $1 \text{ м}^2$  поверхности изделия к среде теплоносителя (или в обратном направлении) в течение  $1 \text{ с}$  при разности температур  $(t_{II} - t_C)$  в  $1 \text{ }^\circ\text{C}$ .

Величина  $\alpha$  является сложной функцией многих переменных:

$$\alpha = f(w, \mu, \rho, c_p, \lambda, \beta, d, l, \varepsilon \dots), \quad (7.15)$$

где  $w, \mu, \rho, c_p, \lambda, \beta$  характеризуют скорость движения, вязкость, плотность, теплоемкость, теплопроводность, коэффициент объемного расширения среды;  $d, l$  – характерные линейные размеры изделия;  $\varepsilon$  – степень шероховатости поверхности теплообмена.

В связи с высокой чувствительностью коэффициента  $\alpha$  ко многим параметрам процесса поверхностного теплообмена аналитический расчет его значений затруднен, и поэтому чаще всего используют экспериментальные данные, полученные для относительно узкого интервала влияющих параметров. Применимы также критериальные уравнения, построенные на основополагающих принципах теории подобия.

## **7.7. Тепловое подобие. Критерии теплового подобия. Критериальные уравнения**

Рассмотренное нами в предыдущем разделе дифференциальное уравнение конвективного теплообмена применить напрямую к решению инженерных задач теплопереноса не удастся. Поэтому, как и во всех других подобных случаях, прибегают к использованию критериальных уравнений, полученных на основе теории подобия. В разделе 3.5 настоящего учебного пособия мы достаточно детально рассмотрели процедуру подобного преобразования (согласно второй теореме подобия) основного уравнения движения жидкости (уравнение Навье-Стокса) в направлении получения критериев гидродинамического подобия. Теперь нам предстоит повторить ту же самую процедуру применительно к уравнению Фурье-Кирхгофа. Но так как достаточно строгие правила подобного преобразования мы уже рассмотрели (см.

п. 3.5), то теперь воспользуемся несколько упрощенным и более коротким методом подобного преобразования, получившего название *метода интегральных аналогов*. Сущность этого метода исходит из размерной однородности всех членов дифференциальных уравнений переноса (переноса количества движения – в гидродинамике, количества теплоты – в теплопередаче, количества массы вещества – в массопередаче). Исходя из размерной однородности уравнений, критерии подобия чисто формально можно получить, разделив каждый из членов уравнения на один из них. При этом все математические операторы опускаются и остаются лишь символы, обозначающие параметры процесса.

Вначале рассмотрим тепловое подобие на границе двух фаз, например, на границе между поверхностью изделия и греющей средой. При этом принимается допущение, что количество теплоты, прошедшее через диффузионный пограничный подслой в соответствии с законом Фурье ( $dQ = -\lambda \frac{\partial t}{\partial l} dF d\tau$ ), равняется количеству теплоты, прошедшей через пограничный слой и воспринятой поверхностью изделия согласно закону теплоотдачи Ньютона ( $dQ = \alpha(t_C - t_{II})dF \cdot d\tau$ ):

$$-\lambda \frac{\partial t}{\partial l} dF d\tau = \alpha(t_C - t_{II})dF \cdot d\tau$$

или в символах параметров:

$$\lambda \frac{t}{l} F \cdot \tau = \alpha \cdot t \cdot F \cdot \tau.$$

Безразмерный комплекс получит вид:

$$\alpha \cdot t \cdot F \cdot \tau : \lambda \cdot \frac{e}{\delta} \cdot F \cdot \tau = \frac{\alpha \cdot l}{\lambda}.$$

Этот комплекс величин получил название *числа подобия* или *критерия Нуссельта* и обозначение  $\frac{\alpha \cdot l}{\lambda} = Nu$ , (7.16)

где  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности среды.

Тот же комплекс величин, представленный как

$$\frac{\alpha \cdot l}{\lambda_m} = Bi, \quad (7.17)$$

где  $\lambda_m$  - коэффициент теплопроводности материала в изделии, получил название *критерия Био*.

*Равенство значений  $Nu$  или  $Bi$  в рассматриваемых двух или более процессах нагрева или охлаждения изделия характеризует подобное протекание этих процессов на границе «среда-изделие» и может выступать в качестве расчетных характеристик.*

В большинстве тепловых задач критерий Нуссельта в критериальных уравнениях является определяемым, так как по его значению становится возможным вычислить основную расчетную характеристику – коэффициент поверхностной теплоотдачи:



$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l}. \quad (7.18)$$

Значение коэффициента  $\alpha$  в свою очередь открывает возможность решения уравнения поверхностной теплоотдачи (ф.7.14), которое часто представляют в следующей форме:

$$Q = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} (t_c - t_n) F \cdot \tau. \quad (7.19)$$

Решением уравнения (7.19) могут быть: значение  $Q$  при заданных значениях  $t_c$  и  $t_n$ ; значение  $t_n$  при заданных значениях  $Q$  и  $t_c$ ; значение  $t_c$  при заданных значениях  $Q$  и  $t_n$ .

Для характеристики подобия теплопереноса в подвижной и неподвижной среде с помощью критериев подобия выполним подобное преобразование уравнения Фурье-Кирхгофа:

$$\frac{\frac{\partial t}{\partial \tau}}{\frac{t}{\tau}} + \frac{\left( w_x \frac{\partial t}{\partial x} + w_y \frac{\partial t}{\partial y} + w_z \frac{\partial t}{\partial z} \right)}{\frac{t}{w \cdot l}} = a \frac{\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)}{\frac{a \cdot t}{l^2}}.$$

Определяющие ход процесса параметры представлены в виде их символов.

Выполним операции взаимного деления:

$$\frac{t}{\tau} \cdot \frac{a \cdot t}{l^2} = \frac{l^2}{a \cdot \tau}; \quad (A)$$

$$\frac{w \cdot t}{l} \cdot \frac{a \cdot t}{l^2} = \frac{wl}{a}. \quad (B)$$

Из полученных безразмерных комплексов комплекс (А) характеризует подобие неустановившихся процессов теплообмена в неподвижной среде (правая часть уравнения), а равно – и в ядре потока теплоносителя.

Обратная величина этого комплекса получила название *критерия Фурье* и обозначение:

$$\frac{a \cdot \tau}{l^2} = F_o. \quad (7.20)$$

Этот критерий применим для характеристики подобия теплопереноса как в среде теплоносителя, так и непосредственно в изделии.

Второй безразмерный комплекс (Б) получил название *критерия Пекле* и обозначение:

$$\frac{wl}{a} = Pe. \quad (7.21)$$

Этот критерий характеризует подобие соотношений потоков теплоты, передаваемой конвекцией и теплопроводностью в общем конвективном теплообмене. Иными словами, критерий Пекле учитывает как гидродинамическую обстановку в процессе, так и способность среды передавать теплоту

молекулярным путем. Последнее утверждение наглядно проявляется, если произвести следующие преобразования (модифицирование) критерия Пекле.

Введем в безразмерный комплекс (ф. 7.21) параметр кинематической вязкости среды  $\nu$ :

$$Pe = \frac{wl}{a} = \frac{w \cdot l}{\nu} \cdot \frac{\nu}{a}. \quad (\text{А})$$

В новом комплексе (А) произведем следующие замены:  
 $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ;  $a = \frac{\lambda}{c_p \cdot \rho}$  и получим:

$$Pe = \frac{wl\rho}{\mu} \cdot \frac{\mu \cdot c_p}{\lambda}. \quad (\text{Б})$$

Выделенные в ф.(Б) два безразмерных комплекса могут выступать как самостоятельные критерии. Причем, первый из них нам уже известен. Это

*гидродинамический критерий Рейнольдса* -  $Re = \frac{wl\rho}{\mu}$ . Второй комплекс получил название *критерия Прандтля* и обозначение:

$$\frac{\mu \cdot c_p}{\lambda} = Pr. \quad (7.22)$$

Этот критерий характеризует подобие свойств теплоносителя. Он удобен в применении, так как составлен только из физических констант, и его можно всегда вычислить, используя справочные данные.

В свою очередь, критерий Пекле получил новую трактовку:

$$Pe = Re \cdot Pr, \quad (7.23)$$

то есть он учитывает подобие свойств теплоносителя и подобие гидродинамических условий движения теплоносителя.

Теперь, имея основные критерии теплового подобия и дополнив их критериями гидродинамического подобия, можно представить в самом общем виде *критериальное уравнение теплопереноса*:

$$Nu = f(Fo, Pe, Ho, Re, Fr, \Gamma) \quad (7.24)$$

или 
$$Nu = f_1(Fo, Pr, Ho, Re, Fr, \Gamma), \quad (7.25)$$

где  $Ho, Fr$  – гидродинамические критерии гомохронности и Фруда;  
 $\Gamma$  – симплекс геометрического подобия.

Для установившихся гидродинамического и теплового процессов и при отсутствии естественной конвекции критерии  $Ho, Fo, Fr$  опускают и тогда окончательно имеем:

$$Nu = f_2(Re, Pr, \Gamma). \quad (7.26)$$

Для практических расчетов уравнению (7.26) придают степенной вид:

$$Nu = C \cdot Re^m \cdot Pr^n \cdot \Gamma^k. \quad (7.27)$$

Значения коэффициента  $C$ , показателей степеней  $m, n, k$  находят обработкой результатов экспериментальных исследований.

## 7.8. Инженерные задачи теплопереноса

### 7.8.1. Общая характеристика тепловых задач

Проектирование технологии строительных материалов и изделий, а также зданий и сооружений сопряжено с решениями многообразных тепловых задач. К самым простым из них относятся задачи о количестве теплоты, требующейся на нагрев того или иного вида изделий. Решаются они с применением известной формулы общей теплоемкости тела:

$$Q = c \cdot m \cdot \Delta t = c \cdot \rho \cdot v \cdot \Delta t, \quad (7.28)$$

где  $c$ ,  $\rho$ ,  $v$  – удельная теплоемкость, плотность, объем тела (изделия).

Самой распространенной, решаемой практически в любом проекте, является задача о тепловых потерях через стенки аппарата, ограждающие конструкции здания, сооружения. Общая формула решения таких задач приведена в п. 7.2 (ф.7.2). Применение ее в конкретном приложении будет рассмотрено ниже (см. п. 7.8.4).

Самой сложной является задача расчета температурных полей в изделии. Целью решения такой задачи могут быть: определение фактической скорости и продолжительности разогрева изделия при заданных внешних параметрах; температурные градиенты в изделии как причина температурных деформаций и внутренних напряжений в изделии; оптимизация режимов тепловой обработки изделий и др. Математической основой решения подобных задач является дифференциальное уравнение теплопроводности в неподвижной среде – уравнение (7.9). Рассмотрим наиболее характерные случаи для обозначенного типа задач.

### 7.8.2. Задача о двустороннем нагреве строительного изделия

Решение дифференциальных уравнений в частных производных для трехмерного пространства (именно к этому классу задач относится дифференциальное уравнение теплопроводности – ф.7.9) представляет большую трудность с математической точки зрения. Поэтому при решении практических задач такие уравнения стремятся упростить, свести к виду, для которого решения возможны.

В частности, найдены относительно простые решения (здесь мы их приводить не будем) методами конечных разностей для одномерных задач теплопроводности (задач о нагреве пластины бесконечных размеров), когда основное уравнение (7.9) сводится к виду:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_3 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2}, \quad (7.29)$$

где  $a_3$  – эквивалентный коэффициент температуропроводности.

Решением этого уравнения является значение температуры по координате  $x$  в любой момент времени  $\tau$ .

Нас, технологов, такая постановка задачи устраивает, когда мы проектируем процессы тепловой обработки плоских изделий, например, процессы тепловлажностной обработки стеновых панелей, дорожных плит, плит перекрытий и т.п. Для таких изделий определяющим по многим аспектам является распределение температуры по толщине изделия, соответственно, координатная ось  $x$  должна быть ориентирована по нормали к поверхности изделия (рис. 7.4).

Прежде, чем приступить к решению подобной тепловой задачи, формулируют условия единственности решения. К ним относят: геометрические размеры изделия (для одномерной задачи – толщину изделия), значение коэффициента температуропроводности  $a$ , плотности тепловых потоков  $q_1$  и  $q_2$  к противоположащим поверхностям изделия или температуры на этих поверхностях  $t_{П1}$  и  $t_{П2}$ .

В зависимости от соотношения  $q_1$  и  $q_2$  различают двусторонний симметричный и несимметричный нагрев изделия (рис. 7.4).

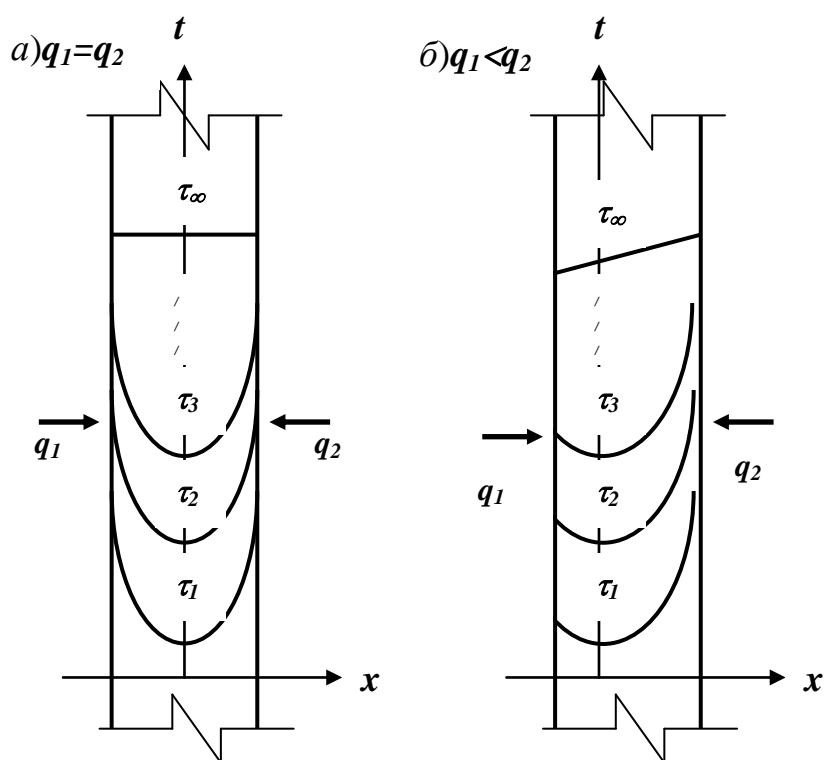


Рис. 7.4. Распределение температуры по толщине изделия при симметричном (а) и несимметричном (б) нагреве для временных интервалов  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_\infty$

Симметричному нагреву соответствует строго параболическое распределение температуры по толщине изделия (рис. 7.4,а), несимметричному – в виде несимметричной смещенной параболы (рис. 7.4,б).

В реальных технологиях симметричный нагрев встречается довольно редко (например, сырец керамического кирпича в процессе сушки при условии, что он установлен на полку сушильной вагонетки с боковыми зазорами). В подавляющем же большинстве случаев реализуется несимметричный нагрев. Это может быть, например, любое плоское железобетонное изделие, подвергаемое тепловлажностной обработке, когда с одной стороны изделия имеет открытую поверхность, а с другой

277

оно закрыто дном формы. Это, безусловно, способствует асимметричности тепловых потоков, подводимых к изделию.

### 7.8.3. Задача об одностороннем нагреве строительного изделия

К задаче одностороннего нагрева изделия сводят многие производственно-технологические ситуации ввиду относительной простоты решения подобных задач.

В качестве примера можно рассматривать ускоренное твердение бетонного или железобетонного плоского изделия в кассетной установке. Кассетная установка состоит из множества (до 10 - 12) отсеков для формования изделий, разделяемых с одной стороны металлическим листом, а с другой – паровой рубашкой (рис. 7.5), по которой циркулирует теплоноситель.

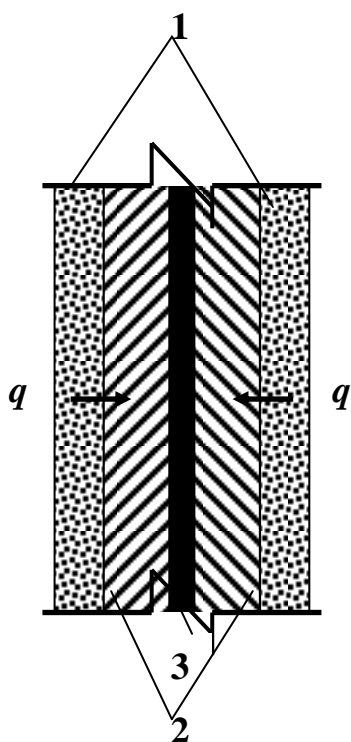


Рис. 7.5. Схема подвода теплоты к изделию в кассетной установке:  
1 – паровой отсек;  
2 – изделий; 3 – разделительный стальной лист

При строгом подходе и согласно схеме тепловых потоков, представленных на рис. 7.5, рассматриваемую ситуацию следовало бы отнести к задаче о симметричном нагреве (в данном случае – двух изделий, разделенных стальным листом). Но практика показывает, что взаимное влияние двух изделий, разделенных стальным листом, на их температурные поля невелико, и с небольшими допущениями тепловую задачу можно рассматривать как с односторонним нагревом.

К задачам одностороннего нагрева с полным основанием можно отнести расчеты температурных полей в ограждающих конструкциях зданий и сооружений, когда тепловой источник находится внутри здания, а потеря теплоты идет во внешнюю среду или наоборот.

Рассмотрим передачу теплоты теплопроводностью (уравнение 7.29) через плоскую стенку, длина и ширина которой несравненно больше ее толщины, ось  $x$  расположена по нормали к поверхности (рис. 7.6).

Температуры наружных поверхностей составляют  $t_{II1}$  и  $t_{II2}$ , причем  $t_{II1} > t_{II2}$ . При установившемся процессе количества теплоты, подведенной к стенке и отведенной от нее, должны быть равны между собой.

Примем, что температура изменяется только в направлении оси  $x$ . Тогда, для установившегося потока  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = 0$  и уравнение (7.29) запишется:

$$\frac{\partial^2 t}{\partial x^2} = 0. \quad (7.30)$$

Интегрирование этого уравнения приведет к функции:

$$t = C_1 x + C_2, \quad (7.31)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – константы интегрирования.

Уравнение (7.31) показывает, что по толщине плоской стенки температура изменяется *прямолинейно* (в этом и состоит простота расчетов).

Константы интегрирования определяют, исходя из следующих граничных условий:

при  $x = 0$   $t = t_{\Pi 1}$ , из уравнения (7.31) следует, что  $t_{\Pi 1} = C_2$ .

при  $x = \delta$   $t = t_{\Pi 2}$ , и тогда уравнение (7.31) примет вид  $t_{\Pi 2} = C_1 \delta + C_2$

или  $t_{\Pi 2} = C_1 \delta + t_{\Pi 1}$ , откуда  $C_1 = \frac{t_{\Pi 2} - t_{\Pi 1}}{\delta}$ .

Подставим значения констант в (7.31) и получим:

$$t = \frac{t_{\Pi 2} - t_{\Pi 1}}{\delta} x + t_{\Pi 1}.$$

Если величину  $C_1$  принять за температурный градиент:

$$\frac{t_{\Pi 2} - t_{\Pi 1}}{\delta} = \frac{\partial t}{\partial x},$$

то, подставив полученное выражение для  $C_1$  в уравнение теплопроводности (7.6), получим:

$$dQ = -\lambda \frac{t_{\Pi 2} - t_{\Pi 1}}{\delta} dF \cdot d\tau$$

или

$$Q = -\frac{\lambda}{\delta} (t_{\Pi 2} - t_{\Pi 1}) F \cdot \tau, \quad (7.32)$$

где  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности материала стенки;  
 $\delta$  - толщина стенки.

Таким образом, уравнение (7.32) позволяет рассчитать требуемое значение теплового потока при заданных значениях  $t_{\Pi 1}$  и  $t_{\Pi 2}$ .

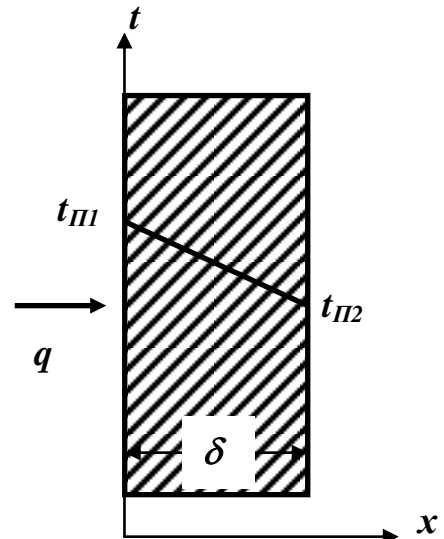


Рис. 7.6. К выводу уравнения теплопроводности плоской стенки

#### 7.8.4. Теплопередача через ограждающие конструкции (на примере плоской стенки)

Усложним предыдущую задачу тем, что будем задавать температуру не поверхностей стенки, а сред, омывающих эти поверхности; представим также стенку как многослойную конструкцию. Подобная постановка задачи используется практически всегда в расчетах тепловых потерь.

Определим количество теплоты, передаваемой от более нагретой среды с температурой  $t_1$  к менее нагретой среде с температурой  $t_2$  через разделяющую их стенку (рис. 7.7).

Стенка состоит из двух слоев толщиной  $\delta_1$  и  $\delta_2$  с различной теплопроводностью  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ . Рабочая поверхность стенки –  $F$ .

При установившемся процессе теплообмена за одно и то же время через стенку передается одно и то же количество теплоты, которое можно представить следующими четырьмя уравнениями:

теплопередача от более нагретой среды с  $t_1$  к поверхности стенки:

$$Q_1 = \alpha_1 (t_1 - t_{\text{П1}}) F \cdot \tau;$$

теплопроводность через первый слой толщиной  $\delta_1$ :

$$Q_2 = \frac{\lambda_1}{\delta_1} (t_{\text{П1}} - t_{\text{П1-2}}) F \cdot \tau;$$

теплопроводность через второй слой толщиной  $\delta_2$ :

$$Q_3 = \frac{\lambda_2}{\delta_2} (t_{\text{П1-2}} - t_{\text{П2}}) F \cdot \tau;$$

теплоотдача от поверхности стенки к менее нагретой среде:

$$Q_4 = \alpha_2 (t_{\text{П2}} - t_2) F \cdot \tau.$$

Разделим левые и правые части представленных уравнений на соответствующий им коэффициент теплопередачи:

$$Q_1 \cdot \frac{1}{\alpha_1} = (t_1 - t_{\text{П1}}) \cdot F \cdot \tau;$$

$$Q_2 \cdot \frac{\delta_1}{\lambda_1} = (t_{\text{П1}} - t_{\text{П1-2}}) F \cdot \tau;$$

$$Q_3 \cdot \frac{\delta_2}{\lambda_2} = (t_{\text{П1-2}} - t_{\text{П2}}) F \cdot \tau;$$

$$Q_4 \cdot \frac{1}{\alpha_2} = (t_{\text{П2}} - t_2) F \cdot \tau.$$

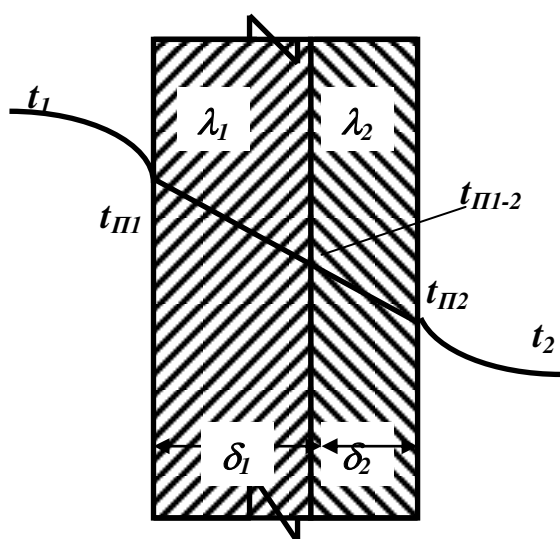


Рис. 7.7. К выводу уравнения теплопередачи через плоскую двухслойную стенку

Сложив эти уравнения, получим:

$$Q \left( \frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2} \right) = (t_1 - t_2) F \cdot \tau$$

или

$$Q = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}} (t_1 - t_2) F \cdot \tau. \quad (7.33)$$

Полученный комплексный коэффициент теплопереноса назван *коэффициентом теплопередачи K*:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta_1}{\lambda_1} + \frac{\delta_2}{\lambda_2} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (7.34)$$

Является очевидным, что структура коэффициента теплопередачи относительно отношений  $\frac{\delta_i}{\lambda_i}$  в каждой постановке задачи своя и будет отвечать количеству слоев в стенке – *i*.

Таким образом, уравнение теплопередачи примет окончательный вид:

$$Q = K(t_1 - t_2) F \cdot \tau. \quad (7.35)$$

В заключение следует отметить, что нами рассмотрен относительно простой вариант расчета теплопередачи через плоскую конструкцию. На практике же имеют место и другие варианты расчетов, например, через цилиндрическую поверхность (теплоизоляция трубопроводов), через сферическую поверхность (паровые котлы) и др. Каждый из них имеет свою определенную специфику расчета, но расчетные положения, рассмотренные выше, остаются основополагающими в любом варианте.



## 8. МАССОПЕРЕНОСНЫЕ ПРОЦЕССЫ

### 8.1. Виды массопереносных процессов в строительных технологиях

К массопереносным (массообменным) процессам относят пространственные перетекания массы вещества в пределах одной или нескольких фаз. Фазы могут быть твердыми, жидкими, газообразными. Переносимые вещества находятся, как правило, в жидком или газообразном состоянии. Но вместе с тем в процессе массопереноса возможен переход веществ из жидкого состояния в газообразное (испарение) и наоборот (конденсация); из жидкого в твердое (кристаллизация, конденсация) и наоборот (растворение).

Физическая химия выделяет следующие виды массопереносных процессов:

- *абсорбция* – избирательное поглощение газов или паров жидкими поглотителями – *абсорбентами*;

- *адсорбция* – избирательное поглощение газов, паров или растворенных в жидкостях веществ твердым поглотителем – *адсорбентом*; обратный процесс называется *десорбцией*;

- *ректификация* – разделение жидких смесей на составляющие в результате последовательных *переходов жидкость-газ-жидкость*;

- *экстракция* – извлечение растворенного в одной жидкости вещества другой жидкостью, которая не смешивается с первой; при этом имеет место *переход вещества из одной жидкой фазы в другую*;

- *кристаллизация* – выделение вещества в виде твердой фазы (кристаллов) из жидкой фазы;

- *растворение* – переход твердой фазы в жидкую (растворитель), процесс обратной кристаллизации;

- *сушка* – удаление влаги из твердых влажных материалов путем ее испарения.

Для технологических процессов получения строительных материалов и изделий определяющими в большинстве случаев являются химические (реакционные) процессы. С ними теснейшим образом связаны такие массопереносные процессы, как растворение веществ, вступающих в химические реакции, диффузия растворенных веществ в зону протекания реакции, диффузия образовавшихся веществ из зоны реакции, их кристаллизация. Управление этими скрытыми процессами – сложнейшая задача технологии, решаемая не напрямую, а опосредованно через такие факторы, как состав исходных компонентов, вводимые добавки, температурный режим процесса и др.

Но вместе с тем в строительных технологиях имеют место и такие массопереносные процессы, ходом которых следует управлять непосредственно. Это процессы адсорбируемого влагонасыщения материалов (поглощение паров воды из воздушной или паровой среды в многочисленных вариантах проявления этих процессов); процессы контактного влагонасыщения мате-

риалов; процессы сушки; процессы пропитки строительных материалов гидрофобизирующими составами, полимерными смолами и т.п.

Основными вопросами, рассматриваемыми теорией массопереноса, являются: законы фазового равновесия, позволяющие установить равновесные концентрации и направления течения процессов; движущая сила массообменных процессов; коэффициенты скорости массообменных процессов.

## 8.2. Основные термины и понятия

Процессы массопереноса охватывают большое число технологий, существенно различающихся по своей сущности и по назначению.

Общим для процессов массопереноса является то, что в них участвуют как минимум две фазы, причем переносимое вещество переходит из одной фазы в другую через *границу раздела* между фазами (межфазную поверхность). Обычно в таком процессе выделяют три стадии: 1) перенос молекул рассматриваемого вещества из объема «отдающей» фазы к границе раздела фаз; 2) переход этих молекул через границу раздела между фазами; 3) перенос тех же молекул от границы раздела фаз в объем «принимающей» фазы.

Переход вещества из одной фазы в другую через границу раздела фаз называется *массопередачей*, а перенос вещества в объеме фазы к границе раздела или в противоположном направлении – *массоотдачей* (аналогия с теплопередачей и теплоотдачей).

Для процессов массопередачи, протекающих в *подвижных средах*, указанные выше стадии массоотдачи 1) и 3) определяются физическими свойствами этих сред, условиями их движения и описываются *уравнениями конвективного переноса* вещества.

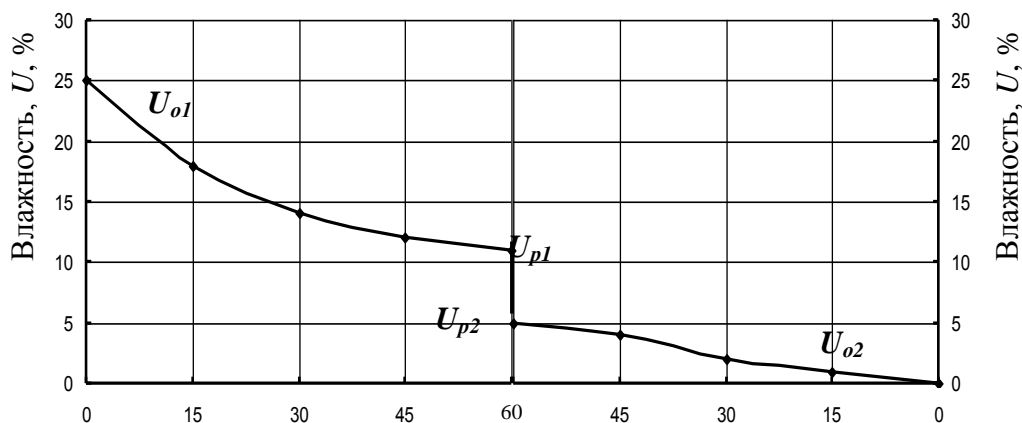
Для процессов массопередачи, протекающих в *неподвижных средах*, в том числе – в строительных материалах и изделиях, стадии массоотдачи 1) и 3) определяются механизмом *молекулярной диффузии*. Поэтому такие процессы массопередачи называют также *диффузионными*, описываются они уравнениями диффузионного переноса. Количество переносимого вещества в диффузионных процессах пропорционально площади поверхности раздела фаз и *движущей силе* процесса. Движущая сила процесса характеризуется степенью отклонения системы от состояния динамического равновесия; в первом приближении движущую силу можно представить *разностью концентраций* переносимого вещества.

*Концентрация* – способ представления количественного состава фаз. Она может быть представлена:

- по объему - кг/м<sup>3</sup>, кмоль/м<sup>3</sup>;
- по массе - кг/кг, кмоль/кг;
- в относительных показателях - масс.%, д.е.

В пределах одной фазы перенос вещества идет из зон с более высокой концентрацией в зоны с меньшей концентрацией до их выравнивания.

Межфазный перенос заканчивается *фазовым равновесием*, при котором *равновесные концентрации* переносимого вещества в отличающихся по свойствам фазах не совпадают. В этом случае на границе фаз имеет место скачок концентраций. Вот как, например, выглядят кривые изменения во времени влажности сырца глиняного кирпича и предварительно высушенного образца из пеношамота; образцы длительное время находились во взаимном контакте – рис. 8.1. При  $\varphi = 80\%$ ;  $t = 20^\circ\text{C}$



При  $\varphi = 100\%$ ;  $t = 20^\circ\text{C}$

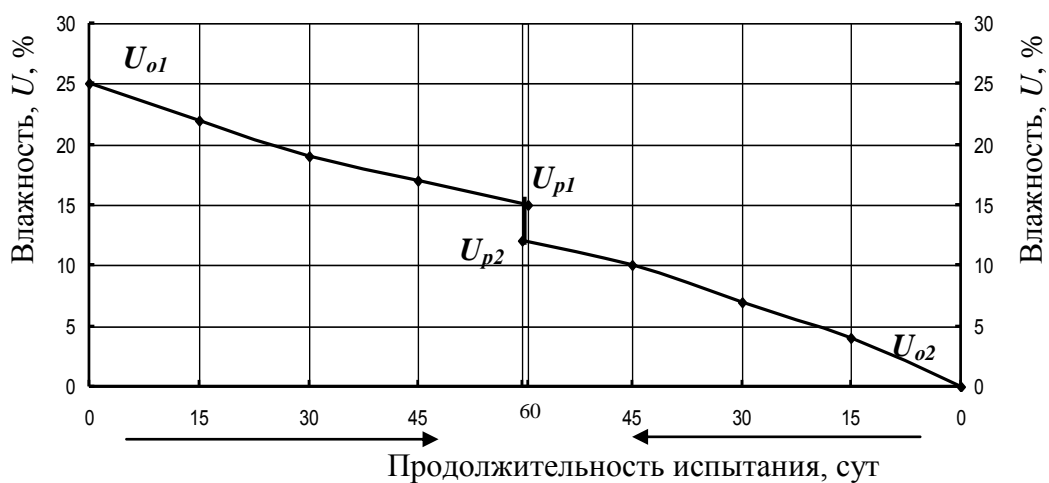


Рис.8.1. Кривые потери влаги глиняным сырцом и влагонасыщения образца из пеношамота при взаимном их контакте

В опыте, результаты которого представлены на рис. 8.1, изучалась динамика высушивания сырца глиняного кирпича, отформованного пластическим способом, введенного в тесный контакт с высушенным образцом таких же размеров из пеношамота. Образцы были помещены в эксикатор и закрыты крышкой, что практически исключало внешний влагообмен. Как следует из рис. 8.1, с течением времени глиняный сырец терял влагу, а пеношамот принимал ее до тех пор, пока не установилось влажностное равновесие со значениями равновесной влажности для глиняного сырца  $U_{p1}$ , для пеношамота –  $U_{p2}$ .

Имеющий место скачок концентраций теория массопереноса объясняет следующим.

Условия перехода молекул переносимого вещества через границу раздела фаз определяется особым состоянием этих молекул на межфазной поверхности. Под действием силовых полей молекулы принимают здесь ориентированное положение, то есть возникает явление, называемое *адсорбцией*. Со стороны каждой фазы образуются адсорбционные слои различной толщины, зависящей от уровня поверхностной энергии каждой фазы. Это и является одной из причин скачка концентраций на границе раздела фаз. Для строительных материалов большое значение имеет характер их капиллярно-пористой структуры.

Итак, при постоянных температуре и давлении распределяемое вещество переходит из фазы, где его содержание выше равновесного, в фазу, в которой концентрация этого вещества ниже равновесной. Пределом прохождения процесса является *равновесие при массопередаче*.

Равновесное состояние достаточно наглядно можно представить *линией равновесия* на *диаграмме равновесия*, общий вид которой показан на рис.8.2, а смысловое содержание сводится к следующему.

Пусть в условиях равновесия средняя концентрация вещества *A* в одной фазе составляет  $\bar{x}_A$ , ей будет соответствовать строго определенная равновесная концентрация этого вещества в

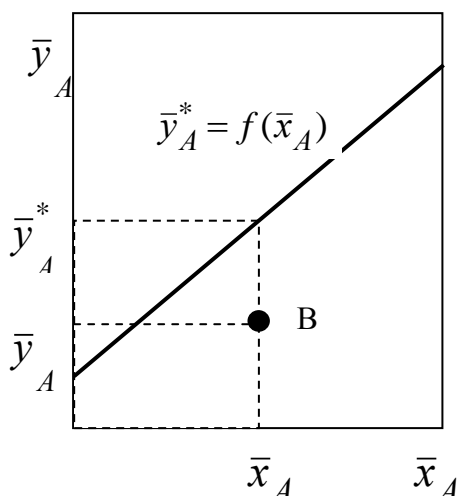


Рис.8.2. Диаграмма равновесия

другой фазе  $\bar{y}_A^*$ , то есть имеет место некоторая функциональная зависимость (на рис. 8.2. она условно представлена прямой линией):  $\bar{y}_A^* = f(\bar{x}_A)$ .

Линия равновесия позволяет однозначно определить направление возможного массопереноса. Пусть, например, концентрация вещества *A* на диаграмме равновесия характеризуется точкой *B*. Ей соответствуют средние концентрации в фазах  $\bar{x}_A$  и  $\bar{y}_A$  и равновесная концентрация  $\bar{y}_A^*$ . Так как действительная кон-

центрация вещества *A* в фазе *y* ниже равновесной, то перенос будет идти из фазы *x* в фазу *y*:  $\Phi_x \rightarrow \Phi_y$ .

Как же построить линию равновесия?

Рассмотрим эту процедуру на примере адсорбционного увлажнения образцов из ячеистого бетона. Высушенные образцы помещаются на решетки эксикаторов с закрытыми крышками, в каждом из которых поддерживается (за счет заданной концентрации серной кислоты) определенная (40, 60, 80, 90, 100 %) относительная влажность ( $\varphi$ ) воздушной среды. Через заданные

промежутки времени образцы взвешиваются, и определяется уровень их влажности ( $U$ ), достигнутой за счет адсорбционного увлажнения (имеет место перенос влаги из газовой фазы в твердую).

Влагонасыщение продолжается до достижения постоянной влажности образцов, то есть до установления влажностного равновесия между газовой и твердой фазами. По результатам измерений строятся кривые адсорбционного влагонасыщения образцов (рис.8.3) и определяются значения равновесных влажностей ячеистого бетона ( $U_1^*$ ,  $U_2^*$ ,  $U_3^*$ ,  $U_4^*$ ,  $U_5^*$ ) для соответствующих значений  $\varphi$ .

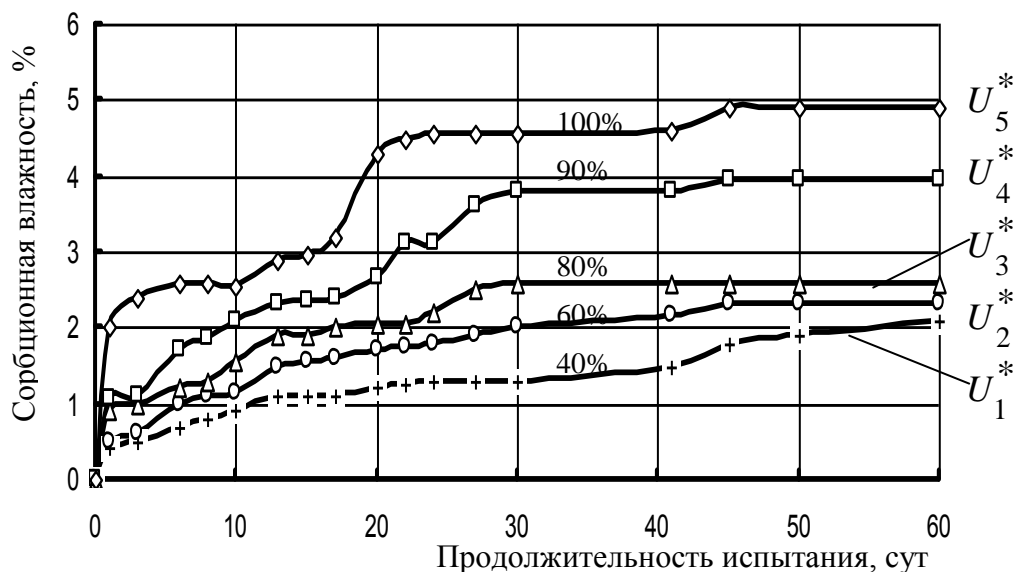


Рис. 8.3. Кривые адсорбционного увлажнения образцов из ячеистого бетона плотностью  $200 \text{ кг/м}^3$

Эти значения и используются для построения диаграммы равновесия  $U^* = f(\varphi)$  (рис.8.4).

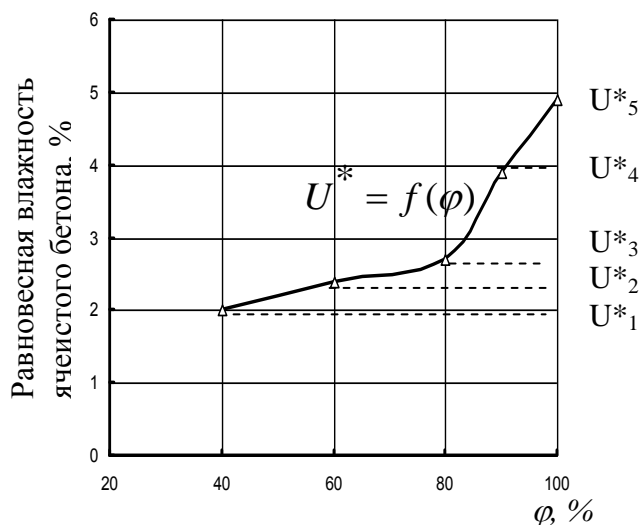


Рис. 8.4. Диаграмма равновесия

$$U^* = f(\varphi)$$

Подобные диаграммы могут быть построены практически для любых видов массопереноса. Полученные зависимости часто представляют в аналитическом виде. Некоторые из таких зависимостей имеют статус научных законов. Например, закон Рауля, утверждающий, что относительное понижение давления насыщенного пара растворителя над раствором пропорционально мольной доле растворенного вещества в растворе.

Состояние равновесия можно нарушить, изменив значения параметров, определяющих ход процесса массопереноса. Какие параметры следует изменить, легко можно определить по известному правилу фаз, которое для случая отсутствия химических взаимодействий можно записать:

$$\Phi + \Pi = K + 2, \quad (8.1)$$

где  $\Phi$  - количество фаз;

$K$  - количество компонентов в системе;

$\Pi$  - число параметров, изменяемых без нарушения числа и видов фаз (так называемое число степеней свободы).

Согласно формуле (8.1) в примере с адсорбционным влагонасыщением образцов ячеистого бетона равновесное состояние (рис.8.4) может быть нарушено при изменении всего лишь одного параметра. Это может быть или температура или давление в газовой фазе.

### 8.3. Массоперенос в неподвижной среде

В большинстве технологических задач в качестве неподвижной рассматривается твердая фаза. В наиболее мелком масштабе это может быть отдельное зерно цемента, глины и т.п., в более крупном масштабе – цементный или керамический камень, еще в более крупном масштабе – целое строительное изделие. Решаемые задачи могут быть сосредоточены на распределении в объеме твердой фазы химических реагентов, коррозионноактивных веществ, влаги и др.

Но в качестве неподвижной среды могут выступать и жидкости, и газа. Для строительных технологий это крайне редкие варианты, но и они имеют место. Примерами могут быть жидкая фаза в структуре цементного камня, газовая фаза в структуре ячеистого бетона, пропиточная жидкость в специальной ванне и т.п. В приведенном выше примере адсорбционного влагонасыщения ячеистого бетона воздушную среду в эксикаторе также можно считать неподвижной.

Но здесь следует оговориться, что абсолютная неподвижность газовой или жидкой среды может сохраняться лишь в изотермических и изобарических условиях. В противном случае возникают конвективные токи, которые искажают чисто молекулярно-диффузионный перенос вещества, механизм которых считается определяющим для неподвижных сред.

#### 8.3.1. Закон переноса вещества молекулярной диффузией

*Молекулярной диффузией называют перенос распределяемого вещества, обусловленный беспорядочным тепловым движением молекул, атомов, ионов, коллоидных частиц.*

Молекулярная диффузия описывается *первым законом Фика*, согласно которому масса вещества  $dM$ , продиффундировавшего за время  $d\tau$  через эле-

ментарную поверхность  $dF$ , пропорциональна градиенту концентрации  $\frac{dC}{dl}$  этого вещества:

$$dM = -D \frac{dC}{dl} \cdot dF \cdot d\tau, \quad (8.2)$$

или

$$M = -D \frac{dC}{dl} \cdot F \cdot \tau. \quad (8.3)$$

Для удельного (относительно единицы площади и единицы времени) потока вещества ( $q_M$ ) уравнение запишется:

$$q_M = -D \frac{dC}{dl}. \quad (8.4)$$

Коэффициент пропорциональности  $D$  в выражении закона Фика называют *коэффициентом молекулярной диффузии* или просто *коэффициентом диффузии*.

Коэффициент диффузии показывает, *какая масса вещества диффундирует в единицу времени через единицу площади при градиенте концентрации, равном единице*.

Значение коэффициента диффузии  $D$  являются функцией свойств распределяемого вещества, свойств среды, через которую оно диффундирует, температуры и давления. Наиболее высокие значения этого коэффициента имеют место при диффузии газа в газ ( $1 \cdot 10^{-3} \div 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ ). А при диффузии газа в жидкость он уменьшается в тысячу и более раз. На коэффициенты диффузии в твердых строительных материалах большое влияние оказывает характер их капиллярно-пористой структуры.

Размерность коэффициента  $D$  изменяется в зависимости от принятой размерности концентрации вещества  $C$ . При  $[C] = [\text{кг}/\text{м}^3]$  из ф.(8.3) следует:

$$[D] = \left[ \frac{M \cdot l}{F \cdot \tau \cdot C} \right] = \left[ \frac{\text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{м}^3}{\text{м}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{кг}} \right] = \left[ \frac{\text{м}^2}{\text{с}} \right].$$

Полученная размерность наиболее употребительна в технологических расчетах. Кроме того, она несет определенную дополнительную информацию, касающуюся существа процесса диффузионного переноса вещества. Поясним эту мысль. В свое время при выводе уравнения теплопроводности Фурье (ф.7.9), мы использовали коэффициент температуропроводности  $a$ , размерность которого такая же, что получена выше для коэффициента  $D$ . Это говорит об *аналогии в протекании процессов диффузионной теплопроводности* (процессов переноса тепловой энергии) и *диффузионной массопроводности* (процессов переноса массы вещества), в связи с чем некоторые ученые применяют к коэффициентам  $a$  и  $D$  обобщенный термин: *коэффициенты переноса* (кстати, такую же размерность имеет коэффициент кинематической вязкости  $\nu$ , который трактуют как коэффициент переноса количества движения).

Наличие аналогии в протекании процессов теплопереноса и массопереноса создает определенные методические выгоды. В частности, основные

уравнения массопереноса можно не выводить, а просто записать их сразу по аналогии с уравнениями теплопереноса. Этим мы и воспользуемся в дальнейшем.

### 8.3.2. Дифференциальное уравнение массопереноса в неподвижной среде

За аналог получаемого уравнения примем дифференциальное уравнение теплопереноса в неподвижной среде – см. п. 7.5. При этом примем также во внимание, что теперь в качестве движущей силы процесса вместо градиента температуры  $\frac{\partial t}{\partial l}$  выступает градиент концентрации  $\frac{dC}{dl}$ , вместо коэффициента температуропроводности  $a$  – коэффициент диффузии  $D$ . В остальном же структура уравнения сохраняется и имеет вид:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} = D_i \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} \right). \quad (8.5)$$

В этом уравнении, получившем название второго закона Фика, левая часть учитывает изменение концентрации  $i$ -того вещества в объеме неподвижной среды с течением времени, а правая – изменение концентрации того же вещества в пространстве.

Решением уравнения (8.5) должно быть значение концентрации вещества в любой точке неподвижной среды в любой момент времени, т.е.  $C(x, y, z, \tau)$ .

### 8.4. Массоперенос в подвижной среде

В движущейся среде перенос вещества осуществляется как молекулярной диффузией, так и самой средой в направлении ее движения или отдельными ее частицами в разнообразных направлениях. Эта составляющая массопереноса называется *конвективной*. При турбулентном течении среды возникают непрерывные пульсации скорости, под действием которых, наряду с общим движением потока, происходит перемещение частиц по всем направлениям, в том числе – и в поперечном. В целом же с повышением степени турбулентности потока *интенсивность конвективного массопереноса возрастает*.

Суммарный перенос вещества вследствие конвективного переноса и молекулярной диффузии по аналогии с конвективным теплообменом называется конвективным массообменом или *конвективной диффузией*.

Распределение концентраций при переносе вещества путем конвективной диффузии описывают дифференциальным уравнением конвективной диффузии следующего вида:

$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} + w_x \cdot \frac{\partial C_i}{\partial x} + w_y \cdot \frac{\partial C_i}{\partial y} + w_z \cdot \frac{\partial C_i}{\partial z} = D_i \left( \frac{\partial^2 C_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_i}{\partial z^2} \right) \quad (8.6)$$



или 
$$\frac{\partial C_i}{\partial \tau} + w \text{grad} C_i = D_i \cdot \nabla^2 \cdot C_i, \quad (8.7)$$

где  $C_i$  – концентрация переносимого вещества.

Вывод уравнения (8.7) полностью аналогичен выводу дифференциального уравнения конвективного теплообмена (см. п. 7.6.1, ф. 7.12) с той лишь разницей, что вместо градиента температуры теперь выступает градиент концентрации переносимого вещества.

Как и в уравнении конвективного теплообмена (см. ф. 7.12) в уравнении конвективной диффузии правая часть отражает диффузионный перенос, а левая – конвективный.

Решением уравнения (8.6) должно быть значение концентрации переносимого вещества в любой точке потока, в любой момент времени, то есть  $C(x, y, z, \tau)$ . Аналитическое решение этого уравнения возможно лишь в сочетании с уравнением движения жидкости (уравнения Навье-Стокса) и уравнением неразрывности потока. Эта чрезвычайно сложная задача пока не разрешена. Практическое же значение уравнения (8.6) состоит в том, что на его основе получены критерии массообменного подобия, которые позволяют получать решения для многих инженерных задач.

### **8.5. Массоперенос на границе между неподвижной и подвижной средами**

Относительно строительных технологий подобные задачи рассматриваются, например, для процессов обжига вяжущих веществ, керамики (вынос из твердой фазы летучих веществ –  $CO_2$ ,  $H_2O$  и др.), для процессов тепло-влажностной обработки бетонных изделий (поглощение влаги из среды нагрева или обратный процесс), для процессов сушки строительных изделий.

Во всех названных процессах в качестве неподвижной выступает твердая фаза, а в качестве подвижной – газовая. Направление переноса может быть как от твердой фазы в подвижную среду, так и наоборот.

Распределение переносимого вещества в подвижной среде непосредственно у неподвижной поверхности носит весьма сложный характер. Этот вопрос достаточно глубоко рассматривает теория пограничного слоя, которая предлагает несколько модельных представлений. Рассмотрим один из вариантов таких представлений на примере пограничного слоя, формирующегося при конвективном высушивании строительного изделия (рис. 8.5) в начальный период, когда на поверхности изделия существует еще тонкий слой влаги (период постоянной скорости сушки).

В соответствии с теорией пограничного слоя непосредственно у поверхности изделия в пределах диффузионного подслоя  $\delta_0$  массопередача (в нашем случае - влагопередача) осуществляется только путем молекулярной диффузии. В ядре потока вследствие интенсивных турбулентных пульсаций переносимое вещество равномерно распределяется по всему объему потока

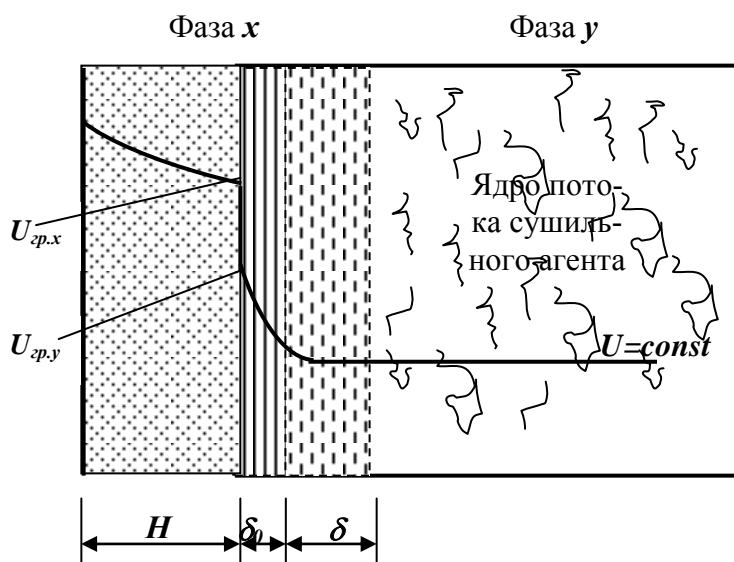


Рис. 8.5. Схема диффузионного пограничного слоя при сушке изделия:

$H$  – толщина изделия;  $\delta_0$  – толщина диффузионного подслоя;  $\delta$  – толщина вязкого подслоя;  
 $U_{гр,x}$  – пограничная влажность со стороны изделия (фаза  $x$ );  $U_{гр,y}$  – пограничная влажность со стороны сушильного агента (фаза  $y$ )

сушильного агента. Между ядром потока и диффузионным подслоем существует переходный вязкий подслой, в котором преимущественный массоперенос за счет турбулентных пульсаций по мере приближения к поверхности изделия теряет свою силу.

В результате диффузионный перенос в тонком слое  $\delta_0$  становится лимитирующим для суммарного процесса. Интенсифицировать его можно лишь снижая толщину  $\delta_0$  за счет повышения степени турбулентности по-

тока сушильного агента.

Многие неопределенности в характеристиках пограничного слоя в части гидродинамической обстановки, толщин подслоев  $\delta_0$  и  $\delta$ , значений коэффициентов диффузии и др. не позволяют предложить методику точного расчета распределения концентрации переносимого вещества в приповерхностном слое. Поэтому в практических расчетах используют всевозможные эмпирические зависимости, в том числе и *уравнения поверхностной массоотдачи*, согласно которым скорость массоотдачи пропорциональна движущей силе, равной разности концентраций на границе фаз и в ядре потока или (в случае обратного направления переноса) – разности концентраций в ядре потока и на границе фаз.

Соответственно, если распределяемое вещество переходит из фазы  $x$  а фазу  $y$  (рис. 8.5), то основное уравнение массопереноса, определяющее количество вещества ( $M$ ), переносимого в единицу времени в пределах фазы  $y$ , запишется:

$$M_y = \beta_y \cdot F(\bar{y}_{gp} - \bar{y}). \quad (8.8)$$

Для противоположно направленного потока:

$$M_y = \beta_y \cdot F(\bar{y} - \bar{y}_{gp}), \quad (8.9)$$

где  $\bar{y}_{cp}, \bar{y}$  - средние значения концентрации переносимого вещества на поверхности и в ядре потока.

В качестве движущей силы процесса могут выступать и другие характеристики, например, разность химических потенциалов; для процессов сушки – разность парциальных давлений паров воды.

Коэффициент пропорциональности  $\beta_y$  в уравнениях (8.8) и (8.9) называется *коэффициентом массоотдачи*. Этот коэффициент показывает, какая масса вещества переходит от поверхности раздела фаз в ядро фазы (или в обратном направлении) через единицу поверхности в единицу времени при движущей силе, равной единице.

Коэффициент массоотдачи  $\beta$  является не физической константой, а кинетической характеристикой, зависящей от физических свойств фазы (плотности, вязкости и др.), гидродинамических условий в ней (режим течения, направление потока и др.), геометрических факторов и т.п. Поэтому определяется он экспериментальным путем и применяется в расчетах при множестве ограничений.

По своему смыслу коэффициент массоотдачи является аналогом коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  в процессах переноса теплоты, а основное уравнение массоотдачи идентично по структуре основному уравнению теплоотдачи (см. ф. 7.14).

Размерность коэффициента  $\beta$  может быть различной в зависимости от принятой размерности движущей силы процесса массоотдачи. Например, для процессов сушки  $[\beta] = [\text{кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})]$ .

## 8.6. Массообменное подобие. Критерии массообменного подобия. Критериальные уравнения

В связи с тем, что уравнения тепло- и массопереноса полностью аналогичны, аналогичны и критерии подобия для этих процессов. Обозначают их также одинаковыми символами, выделяя лишь массообменные критерии верхним штрихом.

Аналогом теплового критерия Нуссельта является *массообменный критерий Нуссельта*, характеризующий подобие процессов массообмена на границе фаз:

$$Nu' = \frac{\beta \cdot l}{D}, \quad (8.10)$$

где  $\beta$  - коэффициент массоотдачи;

$D$  – коэффициент диффузии переносимого вещества в подвижной среде (для процесса сушки – в среде сушильного агента).

Критерий того же свойства, но записанный относительно твердой фазы (например, строительного изделия) получил название *массообменного критерия Био*:

$$Bi' = \frac{\beta \cdot l}{D_m}, \quad (8.11)$$

где  $D_m$  – коэффициент диффузии переносимого вещества в твердой фазе.

Подобное преобразование уравнения конвективной диффузии (ф.8.6) позволяет выявить формулу критерия Фурье:

$$F'_0 = \frac{D \cdot \tau}{l^2} \quad (8.12)$$

и критерия Пекле:

$$Pe' = \frac{w \cdot l}{D}. \quad (8.13)$$

Первый из них характеризует подобие неустановившихся процессов массопереноса, он применим как для подвижной, так и неподвижной сред; второй – соотношение в подобных процессах массопереноса конвективной и диффузионной составляющих. С учетом отмеченного критерий Пекле может быть представлен как:

$$Pe' = Re \cdot Pr', \quad (8.14)$$

где  $Pr'$  – производный (от критерия Пекле) массообменный критерий Прандтля:

$$Pr' = \frac{\mu}{\rho \cdot D}. \quad (8.15)$$

Этот критерий характеризует подобие свойств теплопроводящей среды. Его значения изменяются в относительно узких пределах: для жидкостей – от 3 до 300, для газа – от 0,7 до 1,0, что позволяет в расчетах для газов принимать  $Pr' \approx 1,0$ .

При составлении критериальных уравнений массопереноса критерий  $Nu'$  считают искомым, так как через него определяется важнейшая расчетная характеристика – коэффициент массоотдачи  $\beta$  как  $\beta = \frac{Nu' \cdot D}{l}$ .

Для установившихся процессов массопереноса критериальное уравнение имеет следующий общий вид:

$$Nu' = f(Pe', Re, Fr, \Gamma_1, \Gamma_2, \dots) \quad (8.16)$$

где  $\Gamma_1, \Gamma_2 \dots$  - симплексы геометрического подобия.

Для конкретных ситуаций и расчетов зависимость (8.16) представляют в степенном виде.

## 9. ПРОЦЕССЫ СОВМЕЩЕННОГО ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ

### 9.1. Общие представления о процессах совмещенного тепло - и массопереноса

Теоретические представления о процессах теплопереноса и массопереноса, изложенные в 7-й и 8-й главах, в преломлении на реальные строительные технологии выглядят несколько упрощенными, идеализированными, так как не учитывают ряд факторов, оказывающих существенное влияние на ход этих процессов.

В частности, уравнения теплопереноса выведены при допущении, что состав теплопроводящей фазы неизменен во времени, остаются постоянными также коэффициенты скорости теплопереноса; не принимаются во внимание происходящие параллельно процессы массопереноса.

При выводе уравнения массопереноса принято допущение об изотермических и изобарических условиях протекания процесса, что в реальных условиях практически невыполнимо.

Немаловажным для обоих случаев является допущение о сплошности среды переноса. Между тем, если речь вести, например, о процессах тепловой обработки строительных материалов и изделий, то во внимание должно быть принято то, что этим материалам присуща, как правило, капиллярно-пористая структура, способная пропускать через себя газы, пары, жидкости. Кроме того, изначально в структуре этих материалов может находиться вода, которая в процессе теплопереноса создает дополнительные токи в виде пара или жидкости, являющиеся одновременно переносчиками тепловой энергии.

Из отмеченного мы должны заключить, что в реальности не существуют (за редким исключением) чисто теплопереносные и чисто массопереносные процессы. Чаще всего они накладываются друг на друга и поэтому следует говорить о *совмещенных процессах тепло- и массопереноса*. На эту особенность строительных капиллярно-пористых материалов впервые указал академик А.В.Лыков, по инициативе которого в свое время при Академии наук Белорусской ССР был создан научно-исследовательский институт тепло- и массообмена.

### 9.2. Уравнения совмещенного тепло-и массопереноса во влажных капиллярно-пористых телах

В строительных технологиях достаточно широко распространены совмещенные процессы тепло- и влагопереноса.

К наиболее сложным *технологическим* процессам, включающим совмещенный тепло- и влагоперенос, можно отнести процессы сушки сырца керамических изделий и процессы тепловлажностной обработки бетонных изделий. Применительно к этим процессам акад. А.В. Лыковым и проф.

Ю.А. Михайловым предложена следующая система уравнений совмещенно-го тепло- и влагопереноса:

$$\begin{cases} \frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t + \varepsilon \cdot r \frac{C_m}{C} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau} + \frac{C_p \cdot k}{C \cdot \rho_o} \cdot \nabla p \nabla t, \\ \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 \theta + a_m \cdot \delta \nabla^2 t + a_m \delta \nabla^2 p, \\ \frac{\partial p}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 p - \varepsilon \cdot \frac{C_m}{C} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau}. \end{cases} \quad (9.1)$$

Эта система уравнений без существенных упрощений математически трудно разрешима, но ее ценность как раз заключается в том, что в ней представлена вся сложность механизма совмещенного тепло- и влагопереноса, указаны все факторы, влияющие на ход процесса. Рассмотрим предметно содержание этих уравнений.

**Первое уравнение** системы учитывает осложненный теплоперенос в объеме изделия, его основная часть  $\frac{\partial t}{\partial \tau} = a \nabla^2 t$  - это известное дифференциальное уравнение теплопроводности Фурье (здесь  $\nabla^2 t$  - оператор Лапласа, примененный для сокращенной записи суммы вторых производных  $\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right)$ ).

Следующий член уравнения  $\varepsilon \cdot r \frac{C_m}{C} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$  учитывает дополнительный перенос теплоты за счет конденсации паров воды ( $r$  - теплота конденсации) из общего потока влаги в изделии; доля конденсирующегося пара представлена параметром  $\varepsilon$ , который авторы назвали *критерием фазового превращения*. Общий поток влаги в изделии формируется за счет изменения во времени потенциала влагопереноса  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau}$ . В соответствии с определением потенциала влагопереноса  $\theta$  как аналога температуры при теплопереносе количество переносимой влаги в интегральном представлении будет  $U = m \cdot C_m \cdot \theta$  (сравните с теплоемкостью материала  $Q = m \cdot C \cdot \Delta t$ ), где  $C_m$  - удельная изотермическая влагоемкость материала; изначально принято  $m = 1$ . Для того, чтобы рассматриваемый член уравнения  $\varepsilon \cdot r \frac{C_m}{C} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$  трансформировать в изменение температуры, в знаменатель введен параметр  $C$  - удельная теплоемкость материала.

Последний член первого уравнения  $\frac{C_p \cdot k}{C \cdot \rho_o} \cdot \nabla p \nabla t$  учитывает количество теплоты и соответствующее изменение температуры материала в результате

фильтрации теплоносителя сквозь поры материала за счет градиента гидростатического давления по объему изделия ( $\nabla p = \left( \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial p}{\partial z} \right)$ ). В этом выражении  $C_p$  – удельная теплоемкость теплоносителя;  $k$  – коэффициент газопроницаемости материала;  $\rho_o$  – его плотность.

**Второе уравнение** системы учитывает осложненный влагоперенос в объеме изделия. Его основная часть  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = a_m \nabla^2 \theta$  – это известное дифференциальное уравнение массопереноса в неподвижной среде, в котором  $a_m$  – коэффициент диффузии влаги (разновидность коэффициента диффузии  $D$ ),  $\nabla^2 \theta$  – движущая сила процесса влагопереноса в виде градиента потенциала влагопереноса.

Второй член уравнения  $a_m \cdot \delta' \cdot \nabla^2 t$  учитывает дополнительный влагоперенос в результате температурной неравновесности  $\nabla^2 t$  по объему изделия. Здесь  $\delta'$  – коэффициент термоградиентного влагопереноса; соответственно рассматриваемый вид влагопереноса называется *термоградиентным*.

Последний член второго уравнения  $a_m \delta'' \nabla^2 p$  учитывает дополнительный влагоперенос в результате пьезоградиентной неравновесности  $\nabla^2 p$  по объему изделия. Здесь  $\delta''$  – коэффициент пьезоградиентной влагопроводности. Соответствующий влагоперенос называется *пьезоградиентным*.

**Третье уравнение** системы учитывает распределение гидростатического давления  $p$  по объему изделия. Его основная часть  $\frac{\partial p}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 p$  – аналог дифференциальных уравнений тепло- и массопереноса, где  $a_p$  – коэффициент фильтрации пара. Дополнительный член уравнения  $\varepsilon \cdot \frac{C_m}{C_v} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau}$  учитывает снижение давления в порах материала в результате конденсации пара. Здесь  $C_v$  – коэффициент пропорциональности между влагосодержанием капиллярно-пористого тела и давлением влажного теплоносителя.

Таким образом, представленная система уравнений учитывает всю сложность совмещенного тепло-и влагопереноса, в том числе влияние на эти виды переноса возможной неоднородности полей давления по объему изделия.

Решение системы уравнений (9.1) – это сложнейшая задача математиков. Сегодня известны лишь отдельные упрощенные варианты решений. Но вместе с тем рассмотренная система уравнений уже по своему смысловому содержанию открывает широкие возможности в направлении оптимизации технологических процессов, включающих тепломассообменные процессы. Так, например, автор книги, изучая теплофизические процессы, имеющие место при автоклавной обработке крупногабаритных изделий из ячеистого силикатного бетона, в свое время (1968 г.) доказал, что вопреки доминиро-

вавшим в то время рекомендациям о необходимости применять для крупно-размерных изделий «мягкие» режимы автоклавной обработки с подъемом давления и температуры в течение 3 - 6 ч (что якобы предотвращает появление дефектов в структуре бетона) оптимальными являются режимы с быстрым напуском пара в автоклав, при котором значения критерия фазового превращения  $\varepsilon$  в силу создаваемой пьезоградиентной неравновесности остаются на протяжении всей стадии подъема температуры и давления высокими, что обеспечивает быстрый нагрев изделия по всему объему без значительных температурных и влажностных градиентов, которые как раз и являются причиной образования дефектов в структуре бетона.

Теперь, имея представления о механизме совмещенного тепло- и влаготеплопереноса, перейдем к рассмотрению конкретных технологических процессов, в которых этот механизм в той или иной мере реализуется.

### **9.3. Конвективная сушка строительных изделий**

#### **9.3.1. Сущность, способы сушки**

Сушкой называют процесс удаления влаги из материала.

Существует множество способов сушки, которые можно разделить на две группы: *механические и тепловые*.

Механические способы включают отжим (выпрессовывание) влаги, фильтрование, центрифугирование, вакуумирование. В строительных технологиях эти способы нашли достаточно широкое применение, например, в виде отстаивания промышленных сточных вод с целью отделения твердых составляющих, формования железобетонных трубчатых конструкций методом центрифугирования с отжимом излишней воды, формования железобетонных изделий методом вакуумирования также с отсасыванием из бетона излишней воды. Но, тем не менее, механические способы сушки имеют ограниченное применение как из-за технологических сложностей их применения (например, к мелкоштучным изделиям), так и из-за их неспособности обеспечить низкие уровни влажности (например, для сырца керамического кирпича – 7 - 8 %, для формовочной массы при изготовлении тонкой керамики – 1- 2%). Поэтому доминирующее положение в заводских технологиях производства строительных материалов и изделий заняли тепловые методы сушки.

Общая сущность тепловых методов сводится к тому, что к материалу или изделию подводится тепловая энергия, за счет которой происходит удаление воды из материала. По способу подвода теплоты различают следующие виды сушки:

1) конвективная сушка происходит в результате непосредственного соприкосновения высушиваемого материала с сушильным агентом, в качестве которого обычно используют нагретый воздух или горячие топочные газы (как правило – в смеси с воздухом);



2) контактная сушка осуществляется путем передачи теплоты от нагревателя к материалу при их непосредственном контакте (так происходит, например, сушка облицовочной керамической плитки, располагаемой непосредственно на греющем конвейере);

3) радиационная сушка осуществляется путем передачи теплоты инфракрасными лучами (в последнее время этот метод применяют для сушки песка на ленточном конвейере; для экспресс-определения влажности материалов);

4) диэлектрическая сушка осуществляется путем воздействия на материал электрических токов высокой частоты (впервые в промышленном масштабе эффективно применена для сушки фанеры в довоенном самолетостроении);

5) сублимационная сушка осуществляется путем замораживания материала при глубоком вакууме, широко применяется в фармацевтической, пищевой промышленности.

В дальнейшем мы сосредоточим свое внимание на *конвективной сушке*, как наиболее широко применяемой в заводских технологиях и как наиболее представительной по составу тепловых и массопереносных процессов.

С точки зрения теории массопереносных процессов конвективная сушка аналогична задаче массопереноса от неподвижной твердой фазы в подвижную газообразную.

С точки зрения теории теплопереноса конвективная сушка аналогична задаче теплопередачи от подвижной газовой фазы к изделию.

По механизму происходящих процессов эта задача во многом соответствует содержанию системы уравнений (9.1) совмещенного тепло-и массопереноса.

А теперь начнем рассмотрение вопроса по существу.

### ***9.3.2. Три влажностные состояния материала***

Различают три состояния материала по отношению к окружающей газовой среде: *влажное, равновесное, гигроскопическое*.

Под *влажным состоянием* понимают такое, при котором парциальное давление водяных паров на поверхности материала выше, чем в окружающей среде, в результате чего материал отдает влагу в окружающую среду, то есть происходит его сушка. Соответственно газовая среда, окружающая материал, ассимилирует влагу и постепенно насыщается ею.

*Равновесное состояние* характеризуется равенством парциальных давлений водяного пара на поверхности материала и в окружающей среде. При этом влажность материала остается неизменной.

*Гигроскопическое состояние* характеризуется превышением парциального давления паров воды в окружающей среде. При этом происходит сорбция влаги материалом, имеющим в своей структуре микропоры. Этот процесс может идти до равновесия.

Теоретические положения массопереноса между подвижными и неподвижными средами, изложенные в 8-й главе, дают основание априори считать, что интенсивность конвективной сушки материалов будет тем выше, чем легче материал отдает влагу в окружающую среду и чем легче окружающая среда будет принимать в себя влагу. Это зависит от параметров ее состояния и режима движения. Рассмотрим эти вопросы предметно.

### ***9.3.3. Структура строительного материала и его влажностное состояние***

Относительно материала скорость сушки в значительной степени определяется его структурой и формой связи влаги в нем.

Под структурой материала подразумевается его пространственное строение, которое можно рассматривать на различных масштабных уровнях, например: атомно-молекулярном, кристаллическом, глобулярном, капиллярно-пористом, конгломератном. В теории сушки важнейшим является уровень капиллярно-пористой структуры, рассматривающий структуру материала как систему сложения контактирующих между собой дисперсных твердых частиц, промежутки между которыми заняты капиллярно-пористым пространством. В некоторых материалах, например, в ячеистых бетонах, значительный объем занят воздушными искусственно созданными порами.

Количественно пористость материала можно охарактеризовать двумя показателями: 1 – в виде отношения общего объема пор к объему материала; 2 – в виде распределения общего объема пор по их крупности. Оба из этих показателей достаточно важны. Например, первый из них может характеризовать максимальное влагонасыщение (водопоглощение) материала, второй – насколько прочно удерживается вода в материале.

В зависимости от крупности различают: макропоры с  $r > 100$  нм, мезопоры (переходные поры) с  $100 > r > 10$  нм и микропоры с  $r < 10$  нм. Считается, что по отношению к парообразной влаге микропоры способны ее поглощать из окружающей среды с высокой относительной влажностью. Например, при  $\varphi \geq 0,96$  все поры с  $r < 10$  нм становятся полностью заполненными водой. Макропоры такой способностью не обладают, более того, они легко отдают воду в окружающую среду, особенно с низкой относительной влажностью.

Но приведенные оценки не совсем строги, так как обходят вопрос о формах связи воды в материале. Между тем, нам уже известно, что в капиллярно-пористых материалах, обладающих значительной избыточной энергией твердой фазы, вода не является свободной, а имеет с твердой поверхностью различной природы связи, силу которых можно измерить и оценить энергетическими показателями. В связи с этим представляется оправданной следующая классификация форм связи воды, предложенная акад. П.А. Ребиндером.

1. *Осмотически связанная или механически связанная вода*, заполняющая открытые макропоры и макрокапилляры и проявляющая энергию связи  $E$  от 0 до 80 Дж/г; эту воду можно удалить даже механическим встряхиванием материала, она также легко удаляется сушкой при температуре до 105 °С.

2. *Капиллярно связанная вода*, заполняющая капиллярные поры микро- и переходных размеров, удерживаемая жидкостными менисками и проявляющая энергию связи  $E$  от 0 до 200 Дж/г; относительно легко удаляется сушкой при температуре при 105°С.

3. *Адсорбционная вода*, располагаемая на поверхности твердой фазы в виде моно- или полимолекулярных слоев, удерживаемая поверхностными силами со стороны твердой фазы; энергия связи  $E$  изменяется в зависимости от активности поверхности твердой фазы по отношению к воде и от порядкового номера (считая от поверхности твердой фазы) удаляемого слоя воды; соответственно энергия связи  $E$  находится в широких пределах - от 100 до 800 Дж/г; относительно трудно удаляется сушкой при температуре 105°С.

4. *Слабо химически связанная вода или межслоевая вода*, удерживаемая между кристаллами (например, в слюде, монтмориллоните) силами вторичных валентностей, обладает энергией связи  $E$  от 400 до 800 Дж/г; трудно и медленно удаляется сушкой при температуре 105°С.

5. *Сильно химически связанная вода*, входящая в кристаллические решетки многих соединений (например, гидросиликатов кальция, образующихся при твердении цемента); обладает высокой энергией связи – более 800 Дж/г; удалить эту воду можно лишь высокотемпературным нагревом материала; при этом происходит разрушение кристаллической структуры с потерей материалом своих свойств; последнее недопустимо для большинства материалов (например, для цементного бетона), в ряде же случаев такие структурные изменения являются лишь промежуточной стадией в некоем высокотемпературном процессе структурообразования (например, при обжиге керамики, портландцементного клинкера).

Таким образом, в процессе сушки мы можем рассчитывать на удаление первых четырех видов влаги. При этом необходимо помнить, что чем более глубокую сушку мы намерены осуществлять, тем непропорционально удаленной влаге будем иметь большие энергетические затраты. Поэтому на практике влажность материала на выходе из сушилки всегда поддерживается на максимально допустимом уровне (исходя из дальнейших требований по переработке материала), но практически никогда она не бывает нулевой.

#### **9.3.4. Сушильные свойства газовой фазы.**

##### ***I-x-диаграмма влажного воздуха***

В сушильных процессах подвижную «принимающую» газовую фазу называют *сушильным агентом*. В качестве такового может выступать нагретый в калорифере воздух. На практике же чаще всего используют горячие дымовые газы, получаемые от сжигания того или иного вида топлива специ-

ально для сушильного процесса или же используемые повторно после выхода из обжиговых печей (например, при производстве керамического кирпича).

В конвективном процессе сушки роль сушильного агента сводится к тому, что он передает часть своей тепловой энергии высушиваемому материалу, за счет чего материал и вода в нем нагреваются до температуры, при которой влага из материала испаряется, переходит в состав сушильного агента и вместе с ним выносятся из объема сушильного аппарата – *сушилки*.

Сушильные свойства воздуха и дымовых газов проявляются примерно одинаково, но их оценка для воздуха выглядит несколько проще. Поэтому рассмотрим основные сушильные характеристики сушильного агента на примере воздуха.

Атмосферный воздух всегда содержит в своем составе определенную долю паров воды, поэтому для него применяют термин «*влажный воздух*».

Влажный воздух характеризуется следующими основными параметрами: *абсолютной и относительной влажностью, влагосодержанием и энтальпией*.

*Абсолютная влажность* определяется массой водяного пара (кг), содержащегося в 1 м<sup>3</sup> влажного воздуха. Так как водяной пар при этом является одним из компонентов смеси газов, то абсолютная влажность воздуха может быть представлена через парциальную плотность пара ( $\rho_{\Pi}$ ) в нем при заданных температуре и барометрическом давлении.

Но использовать показатель абсолютной влажности в таком виде (относительно 1 м<sup>3</sup>) неудобно, так как при изменении температуры воздуха его объем изменяется, соответственно изменяется и показатель абсолютной влажности. Поэтому более удобно относить массу водяного пара, находящегося во влажном воздухе, к массе сухого воздуха – величине, не изменяющейся в процессе сушки:

$$x = \frac{m_{\Pi}}{m_{c.v.}} = \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_{c.v.}}, \quad (9.2)$$

где  $m_{\Pi}$  и  $m_{c.v.}$  – масса водяного пара и масса абсолютно сухого воздуха;

$\rho_{\Pi}$  – парциальная плотность водяного пара;

$\rho_{c.v.}$  – парциальная плотность абсолютно сухого воздуха.

Параметр  $x$  называется *влагосодержанием воздуха*.

*Относительной влажностью или степенью насыщения воздуха  $\varphi$*  называют отношение фактической массы водяного пара в 1 м<sup>3</sup> влажного воздуха  $\rho_{\Pi}$  при заданных температуре и барометрическом давлении к предельно максимальной массе  $\rho_H$ , которая может быть достигнута при тех же условиях:

$$\varphi = \frac{\rho_{\Pi}}{\rho_H}, \quad (9.3)$$

где  $\rho_H$  – парциальная плотность пара при предельном насыщении им воздуха.

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона для идеальных газов, можно легко получить следующую зависимость:

$$\varphi = \frac{p_{II}}{p_H}, \quad (9.4)$$

где  $p_{II}$  - парциальное давление водяного пара в смеси газов, составляющих влажный воздух;

$p_H$  - парциальное давление пара в состоянии максимального влагосыщения воздуха при той же температуре и том же барометрическом давлении.

При нагревании воздуха величина  $p_H$  возрастает, а  $\varphi$  соответственно понижается. При достижении 100 °С величина  $p_H$  становится предельной и дальнейшее повышение температуры воздуха происходит при  $\varphi = const$ .

При охлаждении воздуха в процессе сушки значение  $p_H$  понижается, что ведет к повышению параметра  $\varphi$ ; еще в большей степени повышение  $\varphi$  может быть связано с поглощением влаги из материала.

Энтальпия  $I$  влажного воздуха (теплосодержание) относится к 1 кг абсолютно сухого воздуха и определяется при данной температуре ( $t$ ) воздуха как сумма энтальпий абсолютно сухого воздуха и водяного пара в воздухе:

$$I = C_{с.в.} \cdot t + x \cdot i_{II}, \quad (9.5)$$

где  $C_{с.в.}$  - удельная теплоемкость сухого воздуха;

$i_{II}$  - энтальпия водяного пара:

$$i_{II} = r_o + C_{II} \cdot t, \quad (9.6)$$

где  $r_o$  - теплота парообразования при  $t = 0^\circ\text{C}$  (по справочным данным  $r_o = 2493,1$  кДж/кг);  $C_{II}$  - удельная теплоемкость пара.

Основные свойства влажного воздуха можно с достаточной для технических расчетов точностью определить при помощи  $I$ - $x$ -диаграммы, впервые разработанной Л.К. Рамзиным (рис.9.1).

При составлении диаграммы использованы соотношения (9.2 - 9.6), а также привлечены уравнение Менделеева-Клапейрона для состояния идеальных газов, закон Дальтона о парциальных давлениях газов в их смеси.

$I$ - $x$ -диаграмма построена для постоянного давления  $p = 0,993 \cdot 10^5$  Па (745 мм. рт. ст.), что является среднегодовым для территории России.

Диаграмма имеет два угла между осями координат: 135° (основные координаты) и 90° (дополнительные координаты). Диаграмма содержит линии постоянных температур ( $t = const$ ), постоянных энтальпий ( $I = const$ ), постоянных относительных влажностей ( $\varphi = const$ ), постоянных влагосодержаний ( $x = const$ ); представлена также шкала парциальных давлений водяного пара. При этом линии  $I = const$  расположены параллельно основной оси абсцисс (под углом 135° к вертикали); линии  $t = const$  несколько восходят вверх относительно дополнительной оси абсцисс (90° к вертикали); линии  $x = const$  вертикально восходят относительно дополнительной оси абсцисс, что отра-

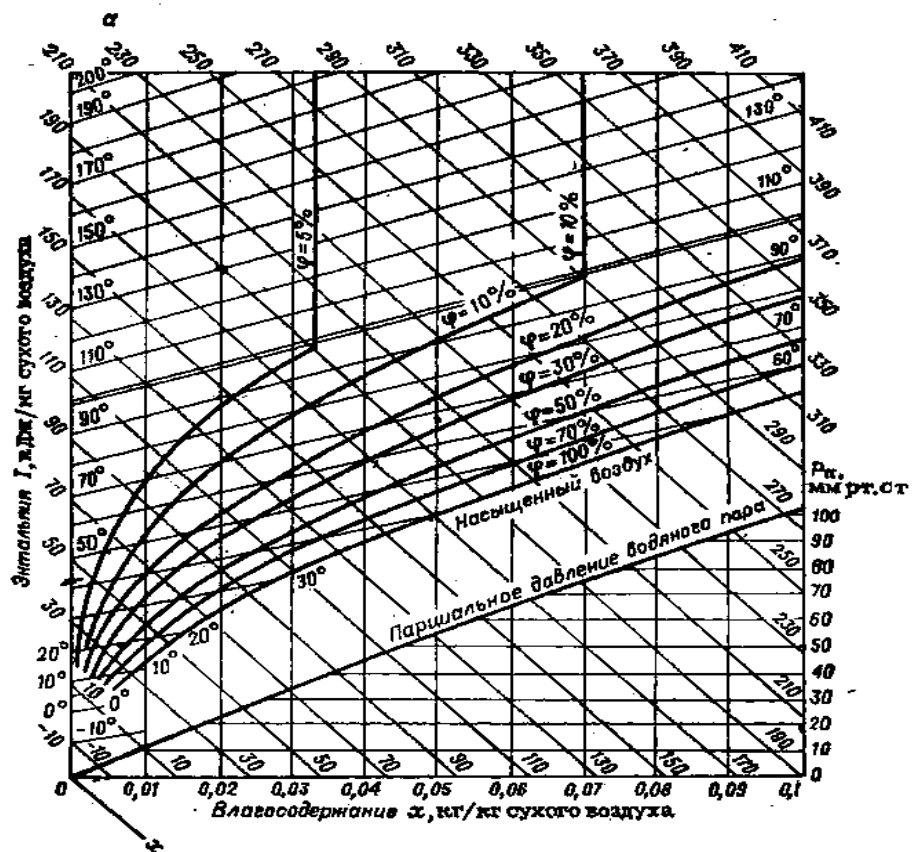


Рис.9.1. Диаграмма  $I$ - $x$  для влажного воздуха

жает тот важный факт, что показатель влагосодержания  $x$ , исчисляемый относительно 1 кг сухого воздуха, не зависит от показателей температуры и относительной влажности. И, наконец, линии  $\varphi = const$  расположены в виде пучка линий, сходящихся в одной точке при температуре  $-273^\circ\text{C}$  (эта точка на диаграмме не показана). При достижении этими линиями  $t = 100^\circ\text{C}$  (точнее  $-99,4^\circ\text{C}$ ), они приобретают вертикальное расположение, указывающее на их дальнейшую независимость от температуры. Снизу пучок линий  $\varphi = const$  ограничен линией  $\varphi = 100\%$ . Ниже этой линии воздух предельно насыщен влагой и в качестве сушильного агента выступать не может.

Достоинством  $I$ - $x$ -диаграммы является то, что она позволяет по двум заданным параметрам влажного воздуха легко определить, не прибегая к расчетам, остальные три. С практической же точки зрения привлекательность  $I$ - $x$ -диаграммы состоит в том, что на ее основе разработан широко используемый графо-аналитический метод расчета основных параметров процесса сушки, исключая лишь скорость этого процесса.

Диаграмма  $I$ - $x$  применима и для топочных газов; но при этом предварительно рассчитывают их влагосодержание (как результат горения топлива с образованием паров воды) и энтальпию (соответственно теплотворной способности топлива и составу продуктов горения).

### 9.3.5. Общая кинетика процесса сушки капиллярно-пористых материалов

Характеристики капиллярно-пористой структуры материалов, где формы связи влаги непосредственно отражаются на общей кинетике процесса высушивания этих материалов, можно охарактеризовать тремя получаемыми экспериментальным путем, графическими зависимостями в виде:

1) *кривой сушки*, отображающей изменение за время сушки средней влажности материала ( $U$ );

2) *температурной кривой сушки*, характеризующей среднюю температуру ( $t$ ) материала в этом же промежутке времени;

3) *кривой скорости сушки*, характеризующей изменения скорости сушки соответственно кривой сушки; скорость сушки можно представить как  $v_c = \frac{dU}{d\tau}$ , где  $\tau$  - параметр времени.

Рассмотрим эти кривые одновременно во взаимосвязи (рис.9.2). При этом примем условие, что экспериментальный образец капиллярно-пористого материала с предельным влагонасыщением помещен в среду сушильного агента с постоянными температурой  $t = const$  и относительной влажностью  $\varphi = const$ . Также предполагается, что изначально температура среды выше температуры материала, а влажность  $\varphi_c \ll 100\%$ .

На представленных кривых выделяют три периода сушки: *подготовительный* ( $\tau_0$ ), *период постоянной скорости сушки* ( $\tau_1$ ), *период падающей скорости сушки* ( $\tau_2$ ).

За время *подготовительного периода* ( $\tau_0$ ) температура материала поднимается до температуры мокрого термометра ( $t_M$ ), при которой парциальное давление паров воды непосредственно у поверхности материала ( $p_M$ ) значительно превышает парциальное давление паров воды в окружающей среде ( $p_c$ ), то есть  $p_M \gg p_c$ , что и является необходимым условием интенсивного процесса сушки. На протяжении подготовительного периода скорость сушки практически равна нулю, а влажность материала остается неизменной.

Период *постоянной скорости сушки* ( $\tau_1$ ) характерен тем, что процесс сушки протекает с максимальной постоянной скоростью, чему соответствует прямолинейный участок  $BC$  на кривой сушки. Скорость сушки  $v_c = \frac{dU}{d\tau}$ , которую можно также оценивать тангенсом угла наклона прямой  $BC$  к горизонтальной оси (рис.9.2,  $a$ ), на всем протяжении этого периода остается постоянной. В этом периоде сушки из материала уходит несвязанная (свободная) и слабосвязанная вода, интенсивное испарение которой происходит с поверхности материала так, что вся подводимая к материалу тепловая энергия затрачивается полностью на этот процесс, в результате чего температура материала остается неизменной на уровне температуры мокрого термометра  $t_M$ . Отток воды на испарение компенсируется ее диффузией из глубинных слоев

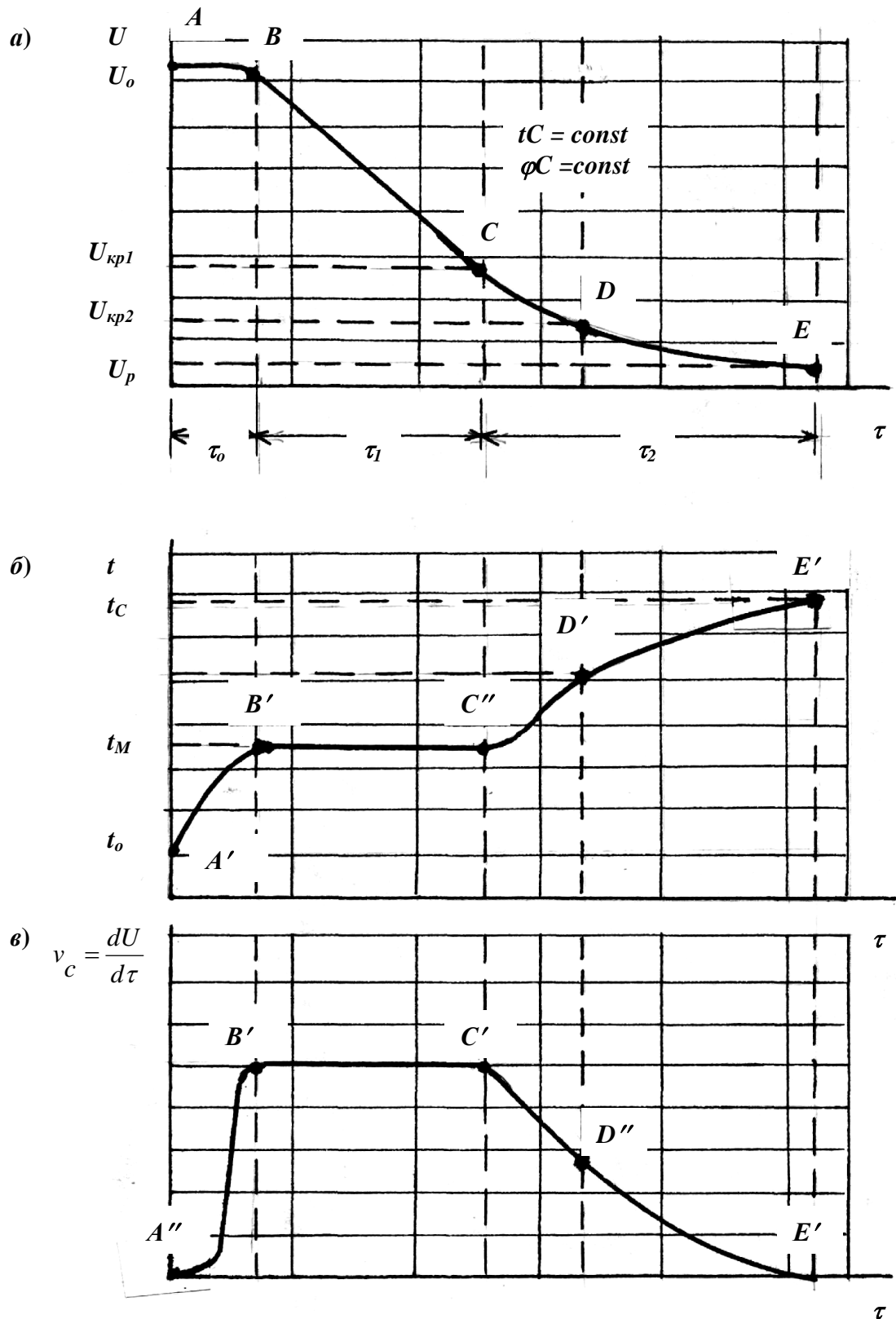


Рис.9.2. Кинетические характеристики процесса сушки капиллярно-пористого материала: а) кривая сушки; б) температурная кривая сушки; в) кривая скорости сушки



к поверхности. Парциальное давление паров воды у поверхности материала сохраняется постоянным ( $\varphi_c = 100\%$ ). Пределом прохождения процесса в этом периоде является снижение влажности материала до первого критического значения  $U_{кр1}$ , при котором практически исчерпалась несвязанная и малосвязанная вода, нарушилась непрерывность жидкой фазы, в материале сохранилась только капиллярно- и адсорбционно связанная вода. При таком размещении влаги внутренняя диффузия уже не в состоянии компенсировать внешнее испарение, в связи с чем испарение уходит вглубь материала.

*Период падающей скорости сушки* ( $\tau_2$ ) характеризуется постепенным замедлением процесса в результате того, что из материала удаляется последовательно влага со все более высокой энергией связи. По этому признаку период падающей скорости сушки можно разделить на два подпериода: *CD* и *DE*. На кривой сушки точке *D* соответствует *вторая критическая влажность*  $U_{кр2}$ , при которой в материале исчерпана объемнокапиллярная вода, а осталась только адсорбционно-пленочная.

По механизму процесса сушки период падающей скорости характерен тем, что зона испарения влаги постепенно уходит вглубь материала, в результате чего его температура, начиная с поверхности, поднимается.

Процесс сушки в этом периоде заканчивается достижением равновесной влажности  $U_p$ , при которой устанавливается динамическое равновесие между влажностью материала и влажностью окружающей среды.

При неизменных параметрах среды процесс сушки дальше продолжаться не может. В связи с отсутствием затрат тепловой энергии на испарение воды подводимая энергия способствует нагреву материала и его температура (рис.9.2, точка *E*) сравнивается с температурой среды  $t_c$ .

Соотношение временных отрезков  $\tau_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  на кривой сушки может изменяться в зависимости от характеристик теплоносителя и от структурных характеристик материала. При повышении температуры и снижении влажности теплоносителя, а равно – при повышении скорости обтекания сушильным агентом материала (на кривых сушки это не получило отражения) скорость сушки возрастает и кривая сушки «сжимается» относительно оси  $\tau$ , но пропорциональность между участками  $\tau_0$ ,  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  в основном сохраняется. Если же высушивать при неизменных параметрах сушильного агента материалы с различным распределением в них пор по крупности, то пропорции между временными отрезками будут изменяться соответственно соотношению между количеством микро- и макропор. В связи с этим кривые сушки можно использовать и в качестве косвенных оценочных характеристик структуры строительных материалов.

### 9.3.6. Распределение влаги в высушиваемом материале. Режимы сушки

Рассматривая в предыдущем разделе кинетику высушивания капиллярно-пористых материалов, мы оперировали понятием некоторой усредненной по объему материала влажности. Между тем в реальных технологиях такой подход допустим далеко не всегда. К примеру, его можно применить при сушке сыпучих материалов, таких как песок, глина, пресспорошки в тонкой керамике, то есть в тех случаях, когда отсутствуют какие-либо ограничивающие факторы по материалу (допустимые температуры, влажности, внутренние напряжения). В то же время имеет место ряд технологий, в которых недифференцированная по объему оценка влажности просто недопустима. Например, сушка сырца в технологии керамического кирпича немыслима без управления послойным его влагосодержанием, так как при относительно быстром обезвоживании поверхности и возникновении высоких влажностных градиентов на поверхности сырца образуются трещины сушильного (усадочного) характера.

Образование сушильных трещин во многом зависит от применяемого режима сушки, то есть от заданного уровня параметров среды. В зависимости от режима сушки складываются определенные соотношения между внешним и внутренним влагопереносом.

Если интенсивность внешнего влагопереноса будет выше, чем внутреннего, то скорость сушки будет лимитироваться внутренним влагопереносом, внутренней диффузией влаги. Такой режим сушки называется *жестким*.

Если же интенсивность внешнего влагопереноса будет низка, то именно она будет определять скорость сушки – это *мягкий режим сушки*.

Проиллюстрируем высказанные положения схемой распределения влаги в условно сферической частице капиллярно-пористого материала с исходной предельно высокой влажностью (рис.9.3).

Через некоторое время после начала сушки в сечении частицы можно обнаружить следующие четыре влажностные зоны:

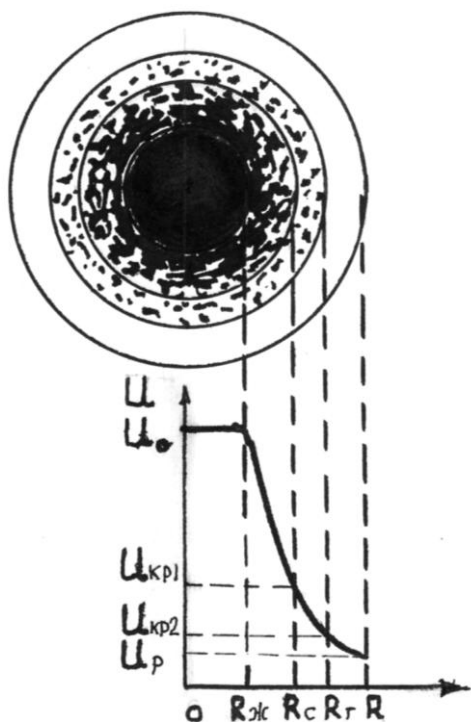


Рис.9.3. Схема распределения влажностных зон в объеме частицы материала:

$R_{ж}, R_{с}, R_{г}, R$  - внешние границы зон

I – внутренняя жидкостная зона, в которой сохранился начальный уровень влажности  $U_o$ ;

II – внутренняя двухфазная зона, в которой наряду с системой сообщающихся между собой заполненных жидкостью пор появились осушенные поры и изолированные между собой жидкостные включения. На внешней границе ( $R_c$ ) влажность приблизилась к первой критической  $U \geq U_{кр1}$ ;

III – внешняя двухфазная зона, в которой связная система пор, заполненных жидкостью, отсутствует, имеются лишь отдельные изолированные между собой заполненные жидкостью поры; на внешней границе зоны ( $R_r$ ) влажность материала приближается ко второй критической  $U \geq U_{кр2}$ ;

IV – внешняя газовая зона, в которой все поры осушены, вода находится лишь в адсорбционно-пленочном состоянии, ее количество стремится к равновесной влажности  $U_p$ ; внешняя граница зоны ( $R_r$ ) совпадает с радиусом частицы.

На основании изложенных выше представлений о процессе сушки можно заключить, что при том распределении влаги, какое представлено на рис.9.3, парциальное давление паров воды на поверхности частицы будет таким же, как и во внешней среде. Поэтому испарение влаги будет происходить из внутренних зон II и III.

В целом же процесс сушки подчиняется следующим закономерностям: границы выделенных зон подвижны и смещаются к центру частицы по мере высушивания; чем жестче режим сушки, тем быстрее зона IV уходит вглубь частицы, тем размытее переход от чисто газовой зоны к чисто жидкостной, тем выше градиент влажности по радиусу частицы, его максимум может составлять  $\Delta U_{\max} = U_o - U_p$ ; чем мягче режим сушки, тем дольше существует зона II на поверхности частицы, при этом испарение воды происходит с поверхности частицы при невысоком градиенте влажности, например,  $\Delta U = U_o - U_{кр1}$ . Таким образом, во многих случаях режим сушки должен назначаться не из стремления получить наибольшую скорость сушки, а из условий непревышения допустимых градиентов влажности по объему высушиваемого изделия.

### **9.3.7. Расчет и управление скоростью сушильного процесса**

Скорость любого технологического процесса, в том числе и сушильного – это важнейшая расчетная характеристика при проектировании технологических линий. Скорость сушильного процесса является определяющей при проектировании новых сушильных агрегатов в части определения их геометрических размеров при заданной производительности. Для уже созданных и серийно выпускаемых агрегатов скорость необходима для определения продолжительности процесса сушки, для уточнения фактической производи-

тельности сушильных агрегатов в конкретном технологическом процессе, для определения количества агрегатов в технологической линии.

При определении или назначении скорости сушильного процесса могут быть реализованы два подхода.

*Первый подход* ориентирован на определение максимально возможной скорости процесса при заданных ограничениях лишь по температуре процесса; ограничения по влажностным градиентам отсутствуют. Такой подход реализуется, например, в расчетах сушильных барабанов для сушки сыпучих материалов (песка, трепела, глины, золы и т.п.). С целью обеспечения высокой скорости сушильного процесса в этих агрегатах температура сушильного агента поддерживается на максимально высоком уровне. Однако и здесь имеются ограничения, связанные с конструкцией агрегата (например, наличием или отсутствием тепловой изоляции в металлическом барабане), с недопустимыми температурными превращениями в высушиваемом материале, с вторичным использованием дымовых газов с ограниченной температурой и др.

Является очевидным, что в этом подходе реализуется жесткий режим сушки, при котором скорость сушки лимитируется внешней влаготдачей. Для этого случая может быть применено модифицированное уравнение поверхностной массоотдачи следующего вида:

$$q'_m = \beta_m (p'_{ПМ} - p'_{СА}) \frac{B}{B_o}, \quad (9.7)$$

где  $q'_m$  - удельный поток влаги, уносимой с единицы площади поверхности материала в единицу времени, кг/(м<sup>2</sup>·с);

$p'_{ПМ}$  - парциальное давление паров воды над поверхностью материала (в период постоянной скорости сушки соответствует  $\varphi = 100\%$ );

$p'_{СА}$  - парциальное давление паров воды в сушильном агенте;

$B_o$  - барометрическое давление при нормальных условиях;

$B$  - фактическое барометрическое давление;

$\beta_m$  - коэффициент влаготдачи или коэффициент скорости сушильного процесса.

Значения  $p'_{ПМ}$  и  $p'_{СА}$  легко определяются по диаграмме  $I-x$  соответственно задаваемым значениям относительной влажности и температуры сушильного агента.

Достаточно неопределенной и трудно определяемой характеристикой представляется коэффициент влаготдачи  $\beta_m$ , так как он зависит от многих условий сушки: вещественных и структурных характеристик материала, его геометрических размеров, площади контакта с сушильным агентом, скорости потока сушильного агента и др. Получаемые значения  $\beta_m$  можно распространить лишь на довольно ограниченный круг задач.

Вместе с тем, по коэффициенту  $\beta_m$  накоплен значительный справочный материал, предлагаются различные аналитические зависимости. Например, в первом приближении значение коэффициента  $\beta_m$  может быть определено из критериального уравнения следующего общего вида:

$$Nu' = 2 + A Re^n (Pr')^{0,33} \cdot Gu^{0,133}, \quad (9.8)$$

где  $Nu' = \frac{\beta_m l}{D}$  - массообменный критерий Нуссельта, а  $D$  – коэффициент диффузии водяных паров в газовой фазе;

$Pr' = \frac{\mu}{\rho \cdot D}$  - массообменный критерий Прандтля, характеризующий свойства сушильного агента;

$Gu = \frac{T_C - T_M}{T_C}$  - теплообменный критерий Гухмана; в нем  $T_C$  и  $T_M$  –

абсолютная температура в среде сушильного агента и абсолютная температура мокрого термометра у поверхности материала.

Из уравнения (9.8) следует:

$$\beta_m = \frac{D \cdot [2 + A Re^n (Pr')^{0,33} \cdot Gu^{0,133}]}{l}. \quad (9.9)$$

Значения коэффициента  $A$  и показателя степени  $n$  в ф.(9.8, 9.9) зависят от режима обтекания материала сушильным агентом и приведены в табл.9.1.

Таблица 9.1

Значения  $A$  и  $n$  в ф. (9.8, 9.9)

Re	A	n
200-25000	0,385	0,57
25000-70000	0,102	0,73
70000-315000	0,025	0,90

Является очевидным, что расчеты внешнего влагообмена по ф.(9.3) весьма приблизительны, да к тому же эта формула применима лишь для периода почтовой скорости сушки, в течение которого коэффициент  $\beta_m$  и параметр  $p'_{ПМ}$  остаются постоянными. Поэтому на практике часто прибегают к экспериментальному определению скорости сушки с построением кривых сушки, аналогичных приведенным на рис. 9.2.

Действительно, для периода постоянной скорости сушки (рис. 9.2)

$$v_C^1 = \frac{U - U_{кр1}}{\tau_1}. \quad (9.10)$$

Соответственно, расчетная продолжительность процесса в этом периоде будет

$$\tau_1 = \frac{U_{\kappa} - U_{кр1}}{v_C^1}, \quad (9.11)$$

где  $U_{\kappa}$  – задаваемая конечная влажность материала на выходе из сушилки при условии, что  $U_{\kappa} > U_{кр1}$ .

Но последнее условие далеко не всегда выполняется, то есть значения конечной влажности уходят в границы, относящиеся к периоду падающей скорости сушки (рис. 9.2). Аналитическое определение скорости для этого периода представляется намного более сложным, так как вид кривой *CDE* (рис. 9.2) зависит от многих факторов. Тем не менее, и здесь возможны приближенные методы расчета. Самым простым представляется вариант, при котором участки кривых *CD* и *DE* заменяются прямыми линиями, и расчеты выполняются так же, как и для периода постоянной скорости сушки.

Более точным представляется вариант, при котором кривой *CDE* придается следующий аналитический вид:

$$\frac{U_{\kappa} - U_p}{U_{кр1} - U_p} = e^{-k_c \cdot \tau_2}, \quad (9.12)$$

где  $U_p$  – равновесная влажность в конце сушки;

$k_c$  – коэффициент скорости сушки – характеристика, индивидуальная для каждого варианта сушки; определяется экспериментально.

После логарифмирования уравнения (9.12) можно определить продолжительность сушки во втором периоде:

$$\tau_2 = \frac{1}{k_c} \ln \frac{U_{кр1} - U_p}{U_{\kappa} - U_p}. \quad (9.13)$$

Общая продолжительность процесса сушки будет:

$$\tau = \tau_1 + \tau_2. \quad (9.14)$$

Эта характеристика и принимается при расчете производительности сушильного агрегата.

*Второй подход* при определении скорости сушильного процесса ориентирован на недопущение в высушиваемом изделии сушильных трещин, то есть на предохранении изделия от недопустимо высоких влажностных градиентов.

В этой постановке задачи реализуется мягкий режим сушки, при котором лимитирующим является внутренний влагоперенос в изделии. По аналогии с дифференциальным уравнением массопереноса в неподвижной среде (см. ф. 8.5) внутренний влагоперенос в изделии может быть определен на основании следующего дифференциального уравнения влагопереноса:

$$\frac{\partial U}{\partial \tau} = a_m \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}. \quad (9.15)$$

Приближенное решение этой одномерной задачи может выглядеть следующим образом:

$$q_m = a_m (U_{ц} - U_{зр}), \quad (9.16)$$

где  $U_{ц}$  - влажность в центре изделия;

$U_{зр}$  - влажность на границе «изделие-сушильный агент»;

$(U_{ц} - U_{зр})$  - влажностный градиент в изделии, его допустимые значения определяются постановкой специальных исследований на возможность появления трещин в сырце.

Таким образом, задав значение влажностного градиента в ф.(9.16) и приравняв соответствующий ему поток влаги  $q_m$  к внешнему потоку, описываемому уравнением (9.7), получим:

$$a_m (U_{ц} - U_{зр}) = \beta_m (p'_{пм} - p'_{са}) \frac{B}{B}. \quad (9.17)$$

Решением уравнения (9.17) должно быть значение  $p'_{са}$ , которое и определяет допустимую скорость сушки в рассматриваемом варианте.

### 9.3.8. Конструкции и принципы работы сушилок, реализующих конвективный способ сушки

#### 9.3.8.1. Сушилки для кусковых, зернистых и порошковых материалов

Кусковые, зернистые и порошковые материалы называются также сыпучими. Именно с этим свойством связана главная характерная особенность применяемых сушилок: в них высушиваемый материал находится в постоянном движении (пересыпается), что значительно интенсифицирует внешний (по отношению к материалу) влагообмен.

Рассмотрим конструкции и принципы работы сушилок, наиболее широко применяемых в производстве строительных материалов и изделий.

**Барабанные сушилки.** Эти сушилки широко применяются для непрерывной сушки сыпучих материалов. Барабанная сушилка (рис. 9.4) имеет

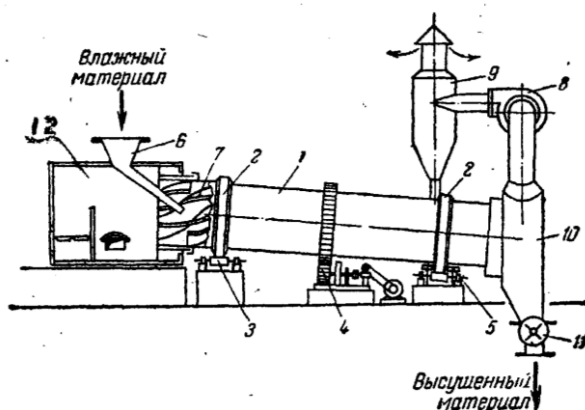


Рис.9.4. Барабанная сушилка:

- 1 – барабан; 2 – бандаж;
- 3 – опорные ролики; 4 – передача;
- 5 – опорно-упорные ролики;
- 6 – питатель; 7 - лопасти;
- 8 – вентилятор; 9 – циклон;
- 10 - разгрузочная камера;
- 11 – разгрузочное устройство;
- 12 - топка

цилиндрический барабан 1, установленный с небольшим наклоном к горизонту ( $4 - 5^\circ$ ) и опирающийся через бандажи 2 на ролики 3. Барабан приводится во вращение электродвигателем через зубчатую передачу 4 и редуктор. Число оборотов барабана обычно не превышает  $5 - 8 \text{ мин}^{-1}$ , положение его в осевом направлении фиксируется упорными роликами 5. Материал подается в барабан питателем 6, предварительно подсушивается, перемешиваясь лопастями 7 приемно-винтовой насадки, а затем поступает во внутреннюю насадку (см. рис. 9.5), расположенную вдоль почти всей длины барабана. Насадка обеспечивает равномерное распределение и перемешивание материала, а также его свободное соприкосновение с сушильным агентом – топочными газами. Высушенный материал уходит из барабана через разгрузочную камеру 10 и разгрузочное устройство 11. Время пребывания материала в барабане реализуется его наклоном и скоростью вращения.

Топочные газы образуются в результате сжигания топлива в топке 12, смешиваются с атмосферным воздухом в соотношении, обеспечивающим заданную температуру смеси газов на входе в барабан. Протягивание газов через барабан обеспечивается тяговым вентилятором 8, а очистка от пыли происходит в циклоне 9.

Устройство внутренней насадки барабана показано на рис.9.5. Выбор типа насадки при проектировании барабанной сушилки ориентирован на свойства высушиваемого материала (сыпучесть, липкость, плотность) и на размеры кусков, подаваемых в барабан.

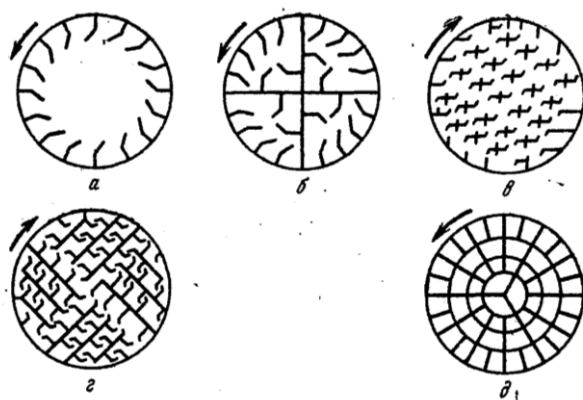


Рис.9.5. Типы насадок барабанных сушилок:

- а* – подъемно-лопастная;
- б* – секторная;
- в, г* – распределительная;
- д* – перевалочная

Топочные газы и материал могут двигаться прямотоком в одном направлении (этот вариант представлен на рис. 9.4), что помогает избежать перегрева материала, так как в этом случае горячие газы (с температурой  $300 - 800^\circ\text{C}$ ) соприкасаются с материалом, имеющим наибольшую влажность. Но в конце барабана досушивание идет замедленно, так как материал соприкасается с газами, истратившими свой сушильный потенциал, в то же время, оставшаяся в материале влага требует повышенных энергетических затрат. В сушильных барабанах, работающих по противотоку (дымовые газы поступают в нижнюю часть барабана), сушильный процесс протекает быстрее и глубже, так как газы с высокой температурой и низкой относительной влаж-



ностью, то есть с высоким сушильным потенциалом, достаточно интенсивно удаляют оставшуюся в материале сильно связанную влагу.

**Сушилка с кипящим (псевдооживленным) слоем.** Эти сушилки характеризуются высокой эффективностью, так как процесс в кипящем слое позволяет значительно увеличить поверхность контакта между частицами материала и сушильным агентом, интенсифицировать испарение влаги из материала и сократить (до нескольких минут) продолжительность сушки.

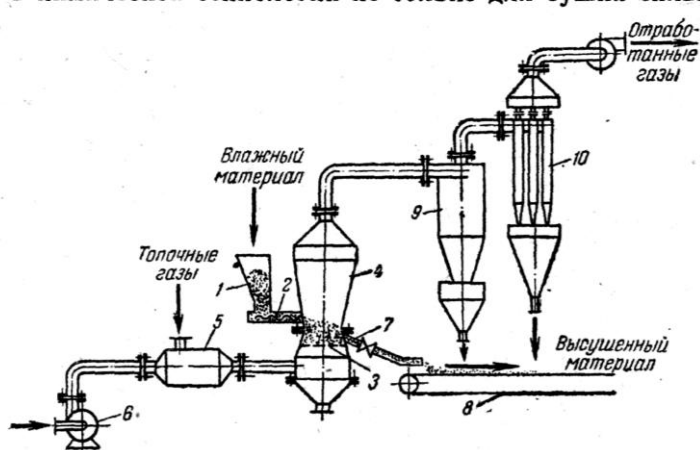


Рис.9.6. Однокамерная сушилка с кипящим слоем:

- 1 – бункер; 2 – питатель; 3 – газораспределительная решетка;
- 4 – камеры сушилки; 5 – смесительная камера; 6 – вентилятор;
- 7 – штуцер для выгрузки высушиваемого материала; 8 – транспортер; 9 – циклон; 10 – батарейный пылеуловитель

Сушилки бывают одно- и двухкамерные; наиболее распространены однокамерные сушилки непрерывного действия (рис. 9.6). Высушиваемый материал подается из бункера 1 питателем 2 в слой материала, находящийся во взвешенном состоянии на газораспределительной решетке 3 в камере 4 сушилки.

Сушильный агент в виде разбавленных воздухом топочных газов, подается в смесительную камеру 5 вентилятором 6; затем он с заданной скоростью проходит через отверстия решетки 3 и поддерживает на ней материал в кипящем (псевдооживленном) состоянии. Высушенный материал ссыпается через штуцер 7 и удаляется транспортером 8. Отработанные газы очищаются от пыли в циклоне 9 и батарейном пылеуловителе (фильтре) 10, после чего выбрасываются в атмосферу.

Сушилки с кипящим слоем применяют в основном для мелко дисперсных и мелкозернистых материалов с крупностью частиц, не превышающей 5-20 мм.

**Распылительные сушилки.** Этот тип сушилок используется преимущественно в технологии тонкой керамики для перевода приготовленной шликерной массы (суспензия тонкоизмельченных частиц глиносодержащих материалов в воде) в практически сухой пресспорошок. В этих сушилках достигается высокая интенсивность испарения влаги за счет тонкого распыления высушиваемой суспензии в потоке сушильного агента. При этом удельная поверхность испарения становится столь большой, что процесс высушивания завершается чрезвычайно быстро – практически за 15-20 с.

Распыление шликера производится или через распылительные форсунки или с помощью вращающихся, горизонтально установленных дисков, на которые сверху выливается шликер.

Устройство распылительной сушилки схематично представлено на рис.9.7. Шликер подается через распылительное устройство 2 в камеру 1.

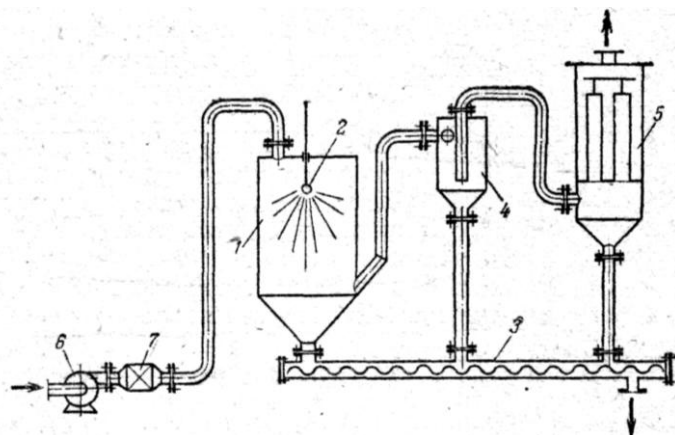


Рис.9.7. Распылительная сушилка:

- 1 – камера сушилки; 2 – распылительное устройство;
- 3 – шнек для отгрузки готового материала; 4 – циклон;
- 5 – рукавный фильтр;
- 6 - вентилятор;
- 7 – калорифер

Сушильный агент в виде нагретого воздуха или топочных газов может двигаться сверху вниз параллельно высушиваемым частицам, или снизу вверх. Наиболее крупные частицы высушенного материала осаждаются на дно камеры и отводятся шнеком 3. Более мелкие частицы вместе с отработанным сушильным агентом осаждаются в циклоне 4 и фильтре 5 и отводятся в транспортирующее устройство 3. Поток сушильного агента с заданной скоростью обеспечивается вентилятором 8, устанавливаемым до или после сушилки. Скорость сушильного агента в камере должна быть несколько ниже скорости витания наиболее мелких частиц. От направления движения потока сушильного агента зависит время пребывания частиц в полете. При противотоке оно увеличивается и, соответственно, степень высушивания материала возрастает.

Итак, мы рассмотрели три наиболее распространенные типа конвективных сушилок для зернистых и порошковых материалов. Но в технологии строительных материалов и изделий эффективно применяются и другие типы. В качестве примеров можно назвать пневматические сушилки, совмещающие процесс сушки с пневмотранспортом материала; пневматические сушилки, совмещаемые с процессом дробления материала; пневматические сушилки, совмещаемые с процессом помола материала, и др.

### 9.3.8.2. Сушилки для штучных материалов

В качестве примеров штучных материалов можно привести гипсовые изделия (блоки, панели) и, особенно, сырец керамического кирпича, так как он требует к себе наибольшего внимания технологических и других служб на производстве.

Сушилки для штучных материалов бывают двух типов: камерные и туннельные. Широкое применение получили туннельные сушилки. На рис.9.8 показана конструкция туннельной сушилки, предназначенной для сырца керамического кирпича. Сырец в туннельную сушилку подается на специальных вагонетках. Вагонетки представляют собой этажерочную конструкцию с рядами горизонтальных полок. Сырец устанавливается на полках разреженно с таким расчетом, чтобы он свободно со всех сторон (кроме нижней) омывался сушильным агентом; в керамической промышленности его часто называют *теплоносителем*. Теплоноситель (топочные газы от обжиговых печей)

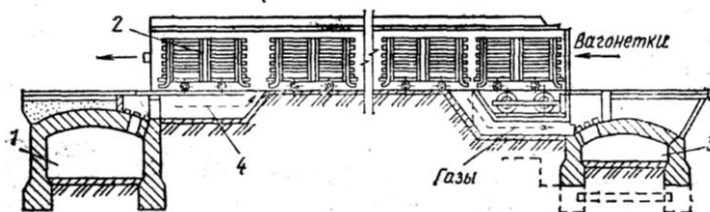


Рис.9.8. Схема туннельной сушилки:

1 - центральная подача сушильного агента (теплоносителя); 2 – вагонетки с сырцом; 3 – отбор сушильного агента; 4 – распределительные каналы для подачи теплоносителя в сушилку

по центральному каналу 1 подводятся к туннельной сушилке и по разветвленной системе распределительных каналов 4 подается непосредственно в сушилку. Сушилка может работать по принципу противотока и прямотока (на рис.9.8 показана противоточная сушилка). Применимость того или иного способа зависит от сушильных свойств керамического (глинистого) сырья. Речь идет об общем уровне формовочной влажности и о влажностных интервалах, вызывающих при сушке наибольшую влажностную усадку. Поэтому вопрос о режиме сушки керамического сырца индивидуален для каждого предприятия.

Основными способами обеспечения мягких режимов сушки являются: прямоточная или противоточная подача теплоносителя, рециркуляция теплоносителя (повторная подача части теплоносителя с выхода на вход сушилки), позонное распределение теплоносителя, промежуточные подогрев и увлажнение теплоносителя и др.

**9.3.9. Расчетные характеристики конвективных сушилок**

Произвести расчет конвективной сушилki – это значит определить следующие ее характеристики: параметры сушильного агента на входе и на выходе из сушилki (температуру, влагосодержание, энтальпию); производительность сушилki по высушиваемому материалу и по удаляемой влаге; расход сушильного агента удельный и на заданную производительность сушилki; расход тепловой энергии и топлива на процесс.

Рассмотрим методические приемы определения этих характеристик.

### 9.3.9.1. Материальный баланс процесса сушки

Если обозначить массу поступающего в сушилку материала (производительность сушилки по влажному материалу) через  $\Pi_1$ , кг/ч, массу высушенного материала (производительность сушилки по высушенному материалу) через  $\Pi_2$ , кг/ч, массу удаляемой из материала влаги (производительность сушилки по влаге) через  $W$ , кг/ч, то материальный баланс процесса относительно высушиваемого материала и влаги в нем будет иметь следующий вид:

$$\Pi_1 = \Pi_2 + W. \quad (9.18)$$

Запишем это уравнение относительно  $W$ :

$$W = \Pi_1 - \Pi_2 \quad (9.19)$$

и определим эту характеристику, используя показатели влажности материала  $U_1$  и  $U_2$ , как:

$$U_1 = \frac{\Pi_1 - \Pi_C}{\Pi_C} \cdot 100\% \quad \text{и} \quad U_2 = \frac{\Pi_2 - \Pi_C}{\Pi_C} \cdot 100\%, \quad (9.20)$$

где  $\Pi_C$  – производительность сушилки по абсолютно сухому материалу.

Определим  $\Pi_C$  дважды из выражений (9.20), и по полученным данным запишем материальный баланс:

$$\Pi_1 \cdot \frac{100}{100 + U_1} = \Pi_2 \cdot \frac{100}{100 + U_2}, \quad (9.21)$$

откуда 
$$\Pi_1 = \Pi_2 \cdot \frac{100}{100 + U_2} \cdot \frac{100 + U_1}{100} = \Pi_2 \cdot \frac{100 + U_1}{100 + U_2}, \quad (9.22)$$

$$\Pi_2 = \Pi_1 \cdot \frac{100}{100 + U_1} \cdot \frac{100 + U_2}{100} = \Pi_1 \cdot \frac{100 + U_2}{100 + U_1}. \quad (9.23)$$

Подставим (9.22 и 9.23) поочередно в ф.(9.19) и получим:

$$W = \Pi_1 \cdot \frac{U_1 - U_2}{100 + U_1} = \Pi_2 \cdot \frac{U_1 - U_2}{100 + U_2}. \quad (9.24)$$

Таким образом, ф.(9.18 и 9.24) позволяют определить количество испаряемой влаги и производительность сушилки по влажному материалу  $\Pi_2$ , если задано  $\Pi_1$  и, наоборот, производительность  $\Pi_1$  при заданной  $\Pi_2$ .

Теперь составим материальный баланс относительно количества сушильного агента и испаряемой влаги. В качестве сушильного агента примем воздух, так как дальнейшие расчеты будут связаны с использованием  $I$ - $x$ -диаграммы влажного воздуха. В расчетах будем ориентироваться на основную схему процесса конвективной сушки, в которой воздух нагревается только в калорифере перед сушилкой и однократно проходит через сушилку (рис. 9.9).

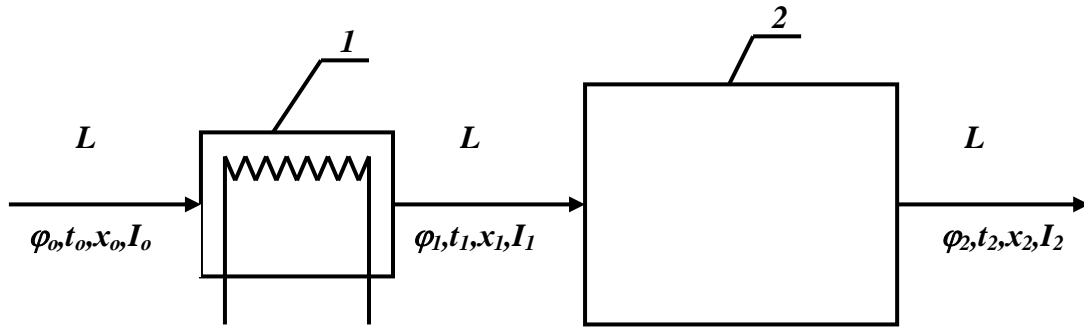


Рис.9.9. Принципиальная схема конвективной сушилки, работающей по основному варианту:

1 – калорифер; 2 – сушильная камера;

$L$  – расход сухого воздуха

При этом будем считать, что в калорифере воздух нагревается, не изменяя своего состава, например, электрической спиралью, дымовыми газами через разделительную стенку. Поэтому его влагосодержание после подогрева будет равняться исходному  $x_1 = x_0$  (принятые на рис. 9.9 цифровые индексы: «0» - для исходного состояния атмосферного воздуха, «1» - для подогретого воздуха на входе в сушилку и «2» - для воздуха на выходе из сушилки). В процессе сушки влагосодержание воздуха возрастет за счет испаренной из материала влаги.

Обозначим расход абсолютно сухого воздуха через  $L$ , кг/ч. В процессе сушки его количество остается неизменным. Масса влаги, испарившейся из материала и поглощенная воздухом, составляет  $W$ , кг/ч. Тогда материальный баланс по влаге будет иметь вид:

$$Lx_1 + W = Lx_2,$$

откуда определяем расход сухого воздуха:

$$L = \frac{W}{x_2 - x_1}. \quad (9.25)$$

Удельный расход воздуха ( $l$ ) на испарение из материала 1 кг влаги составит:

$$l = \frac{L}{W} = \frac{1}{x_2 - x_1}. \quad (9.26)$$

Методика определения значений  $x_1$  и  $x_2$  будет представлена в разделе 9.3.9.3.

### 9.3.9.2. Тепловой баланс процесса сушки. Расход топлива

Для составления теплового баланса конвективной сушилки воспользуемся ее общей схемой, приведенной на рис. 9.9.

Пусть на сушку поступает  $\Pi_1$  кг/ч исходного материала, имеющего температуру  $t_{M1}$ . В сушилке из материала испаряется  $W$  кг/ч влаги и из сушилки удаляется  $\Pi_2$  кг/ч высушенного материала с температурой  $t_{M2}$ . Обозначим удельную теплоемкость материала через  $C_M$ , влаги (воды) –  $C_B$ .

В сушилку подается  $L$  кг/ч воздуха в расчете на его абсолютно сухое состояние. Перед калорифером воздух имеет энтальпию  $I_0$ , Дж/(кг сухого воздуха), после калорифера она возросла и на входе в сушилку составила  $I_1$ . В процессе сушки в результате передачи теплоты материалу и транспортным устройствам, поглощения испаряющейся из материала влаги и потерь в окружающую среду энтальпия воздуха изменяется и на выходе из сушилки примет значение  $I_2$ . Таким образом, приходные и расходные статьи по тепловой энергии можно представить следующим образом (табл. 9.2).

Таблица 9.2

Тепловой баланс процесса конвективной сушки

Приход теплоты		Расход теплоты	
содержание статей прихода	расчетные формулы	содержание статей расхода	расчетные формулы
С нагретым воздухом	$LI_1$	С отработанным воздухом	$LI_2$
С влажным материалом, в т.ч. с сухим материалом <sup>1)</sup> с влагой в материале	$\Pi_2 \cdot C_M \cdot t_{M1}$ $W \cdot C_B \cdot t_{M1}$	С высушенным материалом	$\Pi_2 \cdot C_M \cdot t_{M2}$
		С транспортными устройствами <sup>2)</sup>	$m_T \cdot C_T \cdot t_{M2}$
С транспортными устройствами	$m_T \cdot C_T \cdot t_{M1}$	Потери теплоты в окружающую среду <sup>3)</sup>	$Q_{\Pi}$

Примечания. <sup>1)</sup> С целью упрощения принято, что материал из сушилки выходит с нулевой влажностью. <sup>2)</sup> К транспортным устройствам относят все средства транспортирования материала в сушилке: тележки, подвесные конвейеры и т.п. <sup>3)</sup> Тепловые потери исчисляются в Дж/ч и составляют определенный процент от основных затрат.

На основании табл. 9.2 можно представить следующее уравнение теплового баланса:

$$LI_1 + \Pi_2 C_M t_{M1} + m_T C_T t_{M1} + W C_B t_{M1} = LI_2 + \Pi_2 C_M t_{M2} + m_T C_T t_{M2} + Q_{\Pi},$$

или  $L(I_1 - I_2) = \Pi_2 C_M (t_{M2} - t_{M1}) + m_T C_T (t_{M2} - t_{M1}) - W C_B t_{M1} + Q_{\Pi}$ . (9.27)

Уравнение (9.27) открывает путь для определения оставшихся вне расчета характеристик сушильного процесса.

Например, необходимую для сушильного процесса энтальпию воздуха на входе в сушилку можно представить как:

$$I_1 = I_2 + \frac{\Pi_2 C_M (t_{M2} - t_{M1}) + m_T C_T (t_{M2} - t_{M1}) - W C_B t_{M1} + Q_{\Pi}}{L}. \quad (9.28)$$

От показателя  $I_1$  можно легко перейти к показателю тепловой мощности калорифера ( $Q_k$ ):

$$Q_k = L(I_1 - I_o). \quad (9.29)$$

Если в калорифере нагрев производится в результате сжигания топлива или для сушки используются дымовые газы от сжигания топлива, то от параметра  $Q_k$  можно перейти в расходу топлива ( $B$ ):

$$B = \frac{L(I_1 - I_o)}{q_T \eta}, \quad (9.30)$$

где  $q_T$  - удельная теплотворная способность топлива, Дж/кг или Дж/м<sup>3</sup> - для природного газа;

$\eta$  - к.п.д. использования топлива.

Таким образом, получены необходимые зависимости, на основании которых можно рассчитать все параметры сушильного процесса.

Однако, чтобы воспользоваться этими зависимостями, необходимы дополнительные характеристики процесса в виде разности между конечным и начальным влагосодержаниями воздуха - ( $x_2 - x_1$ ), фактического расхода воздуха -  $L'$ , энтальпии воздуха на выходе из сушилки -  $I_2$ . Эти характеристики можно рассчитать аналитически. Но наиболее простым является графо-аналитический метод расчета этих параметров.

### 9.3.9.3. Графо-аналитический метод определения параметров сушильного агента

Этот метод основан на использовании  $I$ - $x$ -диаграммы и включает два этапа:

1 - представление на  $I$ - $x$ -диаграмме в качестве базового *теоретического процесса сушки*;

2 - построение с использованием результатов по п.1 диаграммы *действительного процесса сушки* и определение фактических значений  $x_2$  и  $I_2$ .

Для построения теоретического процесса сушки принимается, что в ходе сушильного процесса энтальпия сушильного агента остается постоянной:  $I_2 = I_1$ .

Неизменяемость энтальпий возможна лишь в адиабатическом процессе сушки, когда отсутствует теплообмен с внешней средой и при условии, что температура материала и транспортных устройств в процессе не изменяются, а теплота, затраченная теплоносителем на испарение из материала воды, возвращается в него в виде энтальпии пара.

Графо-аналитический метод расчета параметров сушильного агента в теоретическом процессе сушки представлен на рис.9.10.

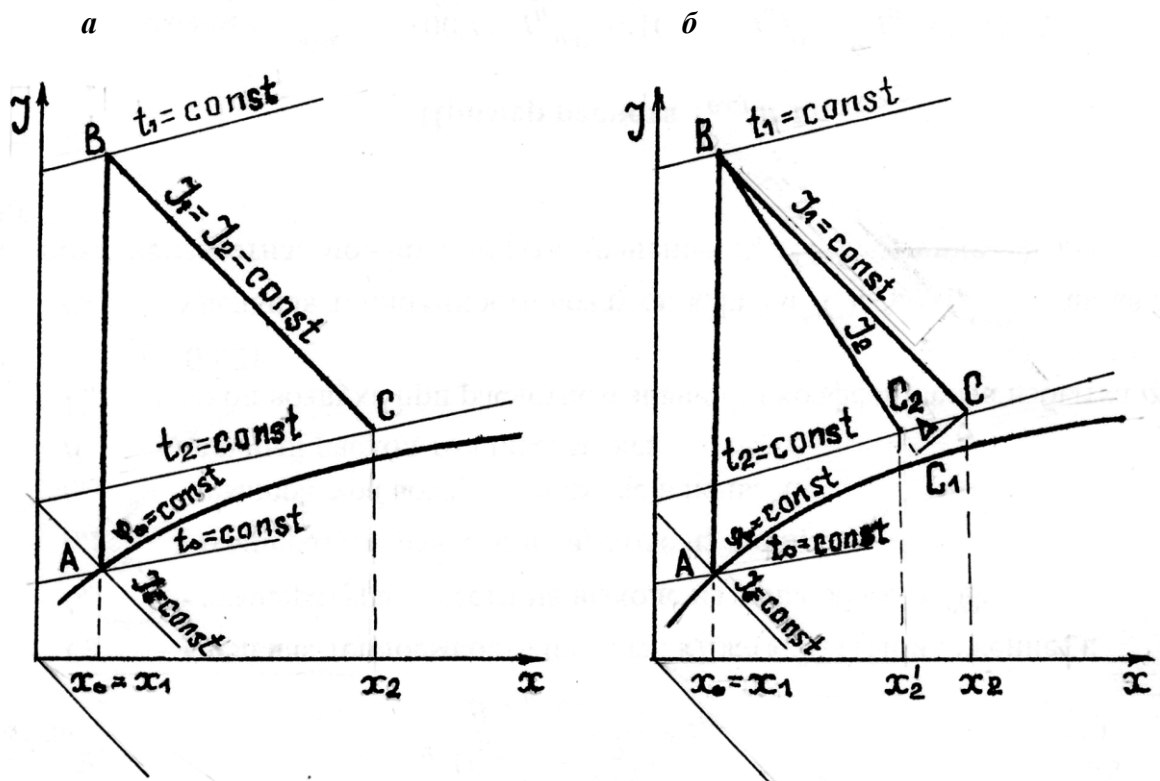


Рис.9.10. Изображение процесса сушки на I-x-диаграмме:  
 а – теоретическая сушка; б – действительная сушка

Для расчета должны быть известны два любых параметра атмосферного воздуха; обычно такими параметрами являются его температура  $t_0$  и относительная влажность  $\varphi_0$ . На пересечении линий  $t_0 = \text{const}$  и  $\varphi_0 = \text{const}$  находят точку A, характеризующую состояние воздуха перед калорифером. Из точки A проводят вертикаль до пересечения с изотермой  $t_1 = \text{const}$ , где  $t_1$  - температура воздуха после калорифера; ее задают по технологическим соображениям или руководствуясь паспортными характеристиками для аналогичного расчетному типу сушилки.

Точка пересечения B характеризует состояние нагретого воздуха перед входом в сушильную камеру. Вертикальный отрезок AB изображает процесс нагрева воздуха в калорифере, протекающий при  $x_1 = x_0 = \text{const}$ .

Из точки B проводят линию  $I_1 = \text{const}$ , которой изображается адиабатический процесс изменения состояния воздуха в сушилке. На пересечении этой линии с изотермой  $t_2 = \text{const}$  (температура воздуха  $t_2$  на выходе из сушилки должна быть задана) получают точку C, отражающую состояние отработанного воздуха на выходе из сушилки. Отрезок BC, параллельный оси абсцисс ( $I_1 = I_2 = \text{const}$ ), изображает охлаждение и влагонасыщение воздуха в процессе сушки.



Ломаная линия  $ABC$  – графическое изображение всего процесса изменения состояния воздуха в *теоретической сушке*, работающей по *основной схеме*.

Завершив построение, для точек  $B$  и  $C$  находят на диаграмме значения влагосодержаний воздуха на входе ( $x_1$ ) и на выходе ( $x_2$ ) из сушилки.

На основании полученных параметров по ф.(9.25) определяют количество сухого воздуха, необходимого для обеспечения теоретического процесса сушки –  $L$ . Эта характеристика используется для определения энтальпии воздуха в действительном процессе сушки –  $I_2$ .

В действительном процессе сушки  $I_1 \neq I_2$ , так как внутри сушилки имеются дополнительные затраты (стоки) тепловой энергии, к которым согласно тепловому балансу (табл.9.2) следует отнести расходы тепловой энергии на нагрев материала и транспортных устройств, внешние теплотери. Но могут иметь место и дополнительные источники тепловой энергии. В представленном тепловом балансе (табл.9.2) – это теплота, внесенная с влагой в материале, имеющем температуру выше  $0^\circ\text{C}$ ; в других случаях это может быть энергия, вносимая внутренним подогревателем, теплота экзотермической реакции, если она имеет место в сушильной камере.

Невязку энтальпий ( $I_1 - I_2$ ) можно представить следующим уравнением, полученным на основе теплового баланса конвективной сушилки (ф. 9.27):

$$I_1 - I_2 + \frac{\Pi_2 C_M (t_{M2} - t_{M1}) + m_T C_T (t_{M2} - t_{M1}) - WC_{BT_{M1}} + Q_{\Pi}}{L} = \Delta. \quad (9.31)$$

Невязку баланса, обозначенную в уравнении (9.31) через  $\Delta$ , называют внутренним балансом сушильной камеры; он характеризует удельное, относительно 1 кг сухого воздуха, изменение энтальпии в конце сушильного процесса. Если в уравнении (9.31) показатель  $\Delta$  будет положительным, то сушильный процесс идет с понижением энтальпии, то есть  $I_2 < I_1$ , если отрицательным, то  $I_2 > I_1$ .

В строительных технологиях сушильный процесс практически всегда идет с понижением энтальпии теплоносителя:  $I_2 < I_1$ .

Для построения *действительного процесса сушки* на  $I$ - $x$ -диаграмме как базовое используют изображение  $ABC$  для теоретического процесса (рис.9.10). Чтобы от этого изображения перейти к действительному процессу, необходимо от точки  $C$  перпендикулярно оси абсцисс отложить в соответствующем масштабе отрезок, равный величине  $\Delta$  (Дж/кг) и через полученную точку  $C_1$  от точки  $A$  провести линию до пересечения с линией  $t_2 = const$  – точка  $C_2$ . Отрезок прямой  $AC_2$  и будет представлять изменение энтальпии влажного воздуха в действительном процессе сушки.

Точке  $C_2$  соответствует фактическое влагосодержание  $x'_2$  воздуха на выходе из сушилки. Эту характеристику следует принимать в расчетах при определении действительного расхода воздуха –  $L'$ :

$$L' = \frac{W}{x'_2 - x_o}. \quad (9.32)$$

#### 9.3.9.4. Представление процесса сушки на I-x-диаграмме при использовании в качестве сушильного агента топочных газов

Сушилки, работающие на топочных газах, имеют собственную топку или же используют отходящие от других аппаратов топочные газы. Основным является первый вариант. Для него и будем рассматривать процесс сушки.

В топке может сжигаться любой вид топлива: твердое, жидкое, газообразное. Главным условием является полное сгорание топлива, при котором не образуется сажа, загрязняющая высушиваемый материал.

Так как температура дымовых газов, образующихся при сгорании топлива, значительно превышает требуемую на входе в сушилку, то их предварительно разбавляют атмосферным воздухом. Количество избыточного воздуха характеризуют коэффициентом избытка  $\alpha$ , который показывает, во сколько раз количество добавленного воздуха превышает его количество, израсходованное на горение топлива. Определяют значение  $\alpha$  на основании теплового баланса, включающего энтальпии дымовых газов, атмосферного воздуха и смеси этих газов с заданной температурой; такую смесь называют топочными газами.

Начальными расчетными характеристиками топочных газов являются: их состав, влагосодержание  $x_1$  и энтальпия  $I_1^*$ .

В состав топочных газов входят  $CO_2$  и  $H_2O$ , образующиеся в результате сгорания углеводородного топлива, а также  $N_2$ ,  $O_2$ , пары воды, содержащиеся в атмосферном воздухе, идущем на горение топлива и на разбавление дымовых газов. Состав дымовых газов определяют на основе химических реакций горения продуктов, содержащихся в топливе, а состав топочных газов – на основании материального баланса процесса разбавления дымовых газов атмосферным воздухом при расчетном коэффициенте  $\alpha$ .

Влагосодержание топочных газов на входе в сушилку определяется отношением количества водяного пара  $G_{II}$  к количеству сухих составляющих топочных газов  $G_{с.г.}$ :

$$x_1 = \frac{G_{II}}{G_{с.г.}} \quad (9.33)$$

Энтальпия топочных газов  $I_1$  зависит главным образом от теплотворной способности топлива  $Q_b^p$ , Дж/кг или Дж/м<sup>3</sup>, и коэффициента избытка воздуха  $\alpha$ :

$$I_1 = \frac{Q_b^p \cdot \eta + C_T \cdot t_T + \alpha \cdot L_o \cdot I_o}{G_{с.г.}}, \quad (9.34)$$

---

\*Детальная методика определения этих характеристик представлена в т.2, настоящего издания

где  $\eta$  - к.п.д. топки;

$C_T$  - удельная теплоемкость топлива;

$t_T$  - температура топлива, поступающего на горение;

$L_o$  - теоретический расход воздуха на горение топлива;

$I_o$  - энтальпия воздуха.

При обычных значениях коэффициента избытка воздуха ( $\alpha \approx 3 \div 5$ ) плотности и теплоемкости топочных газов и воздуха очень близки. Поэтому при графоаналитическом расчете конвективных сушилок можно пользоваться  $I$ - $x$ -диаграммой для влажного воздуха, но построенной для высоких температур. Соответствующий пример изображения процесса сушки топочными газами на  $I$ - $x$ -диаграмме представлен на рис.9.11, который следует рассмат-

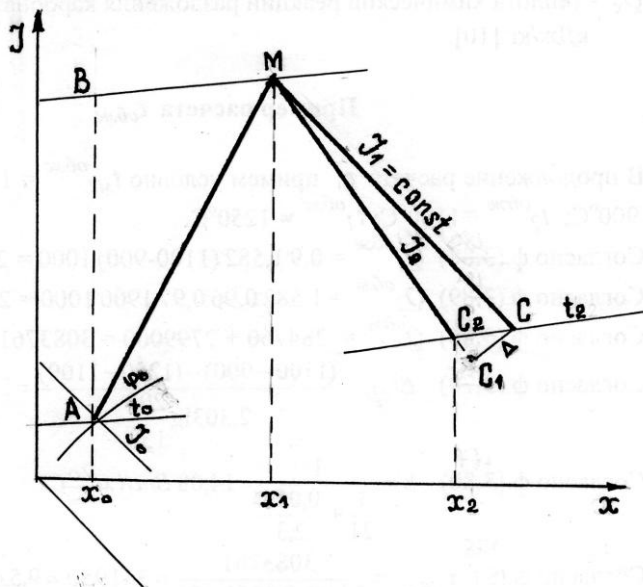


Рис.9.11. Построение на  $I$ - $x$ -диаграмме процесса сушки материала топочными газами

как дальнейшее расширение возможностей  $I$ - $x$ -диаграммы, представленных на рис.9.10. Состояние атмосферного воздуха характеризуется параметрами  $t_o$ ,  $\varphi_o$ ,  $x_o$ ,  $I_o$ , сосредоточенными в точке  $A$ . Если бы воздух подогревался в калорифере до  $t_1$ , то процесс пошел бы по линии  $AB$ . Однако в результате образования дымовых газов при сгорании топлива и смешения их с атмосферным воздухом влагосодержание смеси газов возросло до  $x_1$  и состояние топочных газов

характеризуется точкой  $M$ . Теоретическому процессу сушки соответствовала бы линия  $MC$ . Действительный же процесс сушки идет по линии  $MC_2$ ; точка  $C_2$  определяет параметры сушильного агента на выходе из сушки.

### 9.3.10. Управление параметрами конвективной сушки

Рассмотренные нами выше параметры сушильного агента относятся к конвективным сушилкам, работающим по основному варианту сушки (рис. 9.9), при котором сушильный агент однократно нагревается до заданной предельно высокой температуры  $t_1$ . Такой вариант обеспечивает жесткий режим сушки. На практике разработано достаточно много вариантов, способных в той или иной мере смягчить режимы сушки.

Так, для сушилок, в которых в качестве сушильного агента используется подогретый воздух, разработаны такие эффективные приемы, как сушка с частичным подогревом воздуха непосредственно в сушильной камере, сушка с промежуточным подогревом воздуха по зонам, сушка с частичной рециркуляцией отработанного воздуха. Во всех этих вариантах процесс сушки обеспечивается при невысоких температурном и влажностном напорах, то есть создаются мягкие режимы сушки.

Мы эти варианты опустим, так как в строительных технологиях используются преимущественно сушилки, в которых в качестве сушильного агента выступают топочные газы. Основное внимание сосредоточим на варианте сушки с частичной рециркуляцией сушильного агента в виде топочных газов. Такой вариант возможен в технологии керамического кирпича.

При сушке по этому варианту часть отработанного теплоносителя возвращается и смешивается с топочными газами, поступающими на вход сушилки (рис. 9.12). Отношение

$$\frac{L_2}{L_1} = n \quad (9.35)$$

называют кратностью смешения.

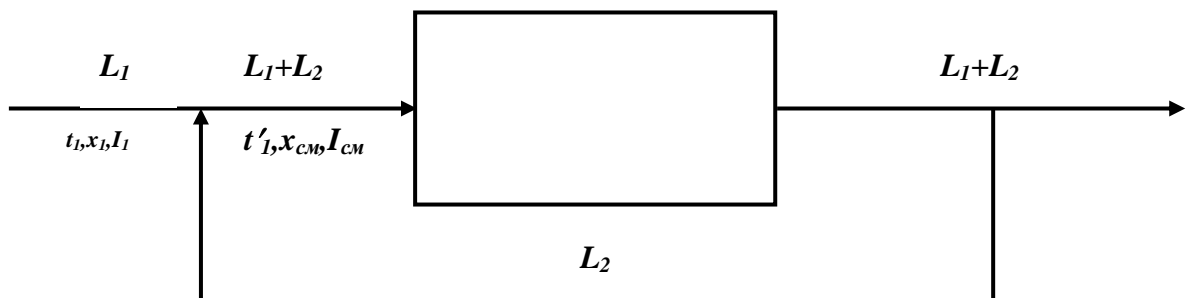


Рис. 9.12. Схема конвективной сушилки с частичной рециркуляцией сушильного агента

Параметры смеси, получаемой при смешении потока  $L_1$  (кг/ч) топочных газов с параметрами  $t_1, x_1, I_1$  и потока  $L_2$  (кг/ч) условно отработанных топочных газов с параметрами  $t_2, x_2, I_2$  можно определить, пользуясь правилом аддитивности:

$$x_{см} = \frac{L_1 x_1 + L_2 x_2}{L_1 + L_2}; \quad I_{см} = \frac{L_1 I_1 + L_2 I_2}{L_1 + L_2}.$$

Разделив все члены правой части полученных уравнений на  $L_1$  и с учетом соотношения (9.35), получим:

$$x_{см} = \frac{x_1 + nx_2}{1+n}, \quad (9.36)$$

с учетом того, что в теоретическом процессе сушки  $I_1 = I_2$

$$I_{см} = I_1 = I_2. \quad (9.37)$$



## 9.4. Особенности протекания тепло- и массопереносных процессов при тепловой обработке бетонных и железобетонных изделий

### 9.4.1. Назначение тепловой обработки. Роль температурного и влажностного факторов

Главное назначение тепловой обработки (ТО) бетона в заводских условиях – максимально сократить продолжительность времени между формованием изделия и достижением бетоном нормируемой прочности (распалубочной, передаточной, отпускной) и тем самым сократить общую продолжительность производственного цикла, повысить фондоотдачу производственных мощностей. Техничко-экономическая эффективность этого мероприятия несомненна, так как доля тепловой обработки в общей продолжительности производственного цикла иногда доходит до 95 %. Некоторые же виды бетонов без тепловой обработки вообще твердеют недопустимо медленно или вообще не твердеют (например, на известково-кремнеземистом вяжущем).

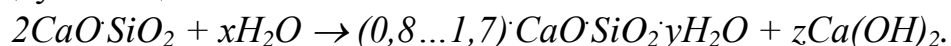
Сообразно виду бетона и производственным возможностям на практике применяют два основных вида тепловой обработки: 1 – при атмосферном давлении и температуре до 100 °С (обработка водяным паром, паро-газовыми смесями, электропрогрев); 2 – при повышенном (0,8 - 1,2 МПа) давлении и температуре 175 – 190 °С (автоклавная обработка ячеистых бетонов, силикатного кирпича и др.).

Как уже отмечалось в начале 7-й главы, повышенная температура способствует ускорению как химических реакционных, так и диффузионных процессов, суммарная скорость которых и предопределяет кинетику твердения вяжущего вещества в составе бетона. Эти вопросы детально изучаются в специальных дисциплинах. Поэтому мы не будем подменять эти дисциплины, помня, что наша основная задача – рассмотреть с практических позиций существо тепло- и массопереносных процессов применительно к рассматриваемой технологии в направлении оптимального управления этими процессами. Но вместе с тем мы не можем не коснуться роли влажностного фактора в процессах твердения бетона, так как общая идеология управления этими процессами связана именно с этим фактором.

Рассмотрим роль влажностного фактора на примере цементных бетонов, как имеющих наиболее широкое применение.

Твердение цемента в составе бетона называют *гидратационным*, подчеркивая тем самым, что в ходе этого сложного процесса имеет место гидратация цемента, то есть химическое соединение с водой его составляющих – минералов цементного клинкера, в состав которых входят алит ( $3CaO \cdot SiO_2$ ), белит ( $2CaO \cdot SiO_2$ ), трехкальциевый алюминат ( $3CaO \cdot Al_2O_3$ ), четырехкальциевый алюмоферрит ( $4CaO \cdot Al_2O_3 \cdot Fe_2O_3$ ). Результатом гидратационных процессов являются цементирующие новообразования, получившие названия гидросиликатов, гидроалюминатов, гидроферритов кальция.

Вот как, например, можно чисто формально представить реакцию гидратации двухкальциевого силиката:



Из представленной записи следует главный вывод о том, что в образовавшемся продукте гидратации вода выступает как структурный элемент нового химического соединения – гидросиликата кальция  $(0,8...1,7)CaO \cdot SiO_2 \cdot yH_2O$ , состав которого зависит от температурных условий и продолжительности твердения, от количества воды в твердеющей системе.

Таким образом, присутствие в твердеющей системе воды в достаточном количестве является неперенным условием твердения бетона и достижения им нормируемой прочности.

Основной источник поступления воды в твердеющую систему – это вода затворения бетонной смеси. Но не меньшее значение имеет вода в составе среды твердения: среда твердения может способствовать сохранности воды затворения и даже увеличивать влажность бетона в процессе твердения, а может наоборот – способствовать его обезвоживанию вплоть до прекращения гидратационных процессов.

Поэтому изначально для ускоренного твердения бетона в качестве теплоносителя стали принимать водяной пар. И только в последние годы с целью экономии тепловых ресурсов и, исходя из некоторых технических соображений, на заводах железобетонных изделий все шире применяют влагоненасыщенные теплоносители в виде доувлажненных продуктов сгорания топлива, нагретого воздуха. Но эффективность применения таких теплоносителей во многом зависит от того, насколько ответственные за их применение специалисты постигли сущность и закономерности тепло- и массопереносных процессов для каждого варианта тепловой обработки. Далее мы и сосредоточим свое внимание на этих вопросах, причем все изложенные ранее представления об общих явлениях массопереноса сконцентрируем на одном виде переноса – *влажнопереносе*.

#### **9.4.2. Характеристики теплоносителей. Эффективность их применения**

##### *9.4.2.1. Водяной пар*

Водяной пар – это вода в газообразном состоянии; его основными параметрами являются: температура, давление, энтальпия (теплосодержание), плотность и удельный объем, степень сухости или влажность.

В зависимости от последнего показателя различают три состояния водяного пара:

а) *влажный насыщенный пар*, представляющий собой смесь сухого насыщенного пара и взвешенных в нем капелек воды;

б) *сухой насыщенный пар*, получающийся при полном испарении воды и, соответственно, несодержащий в себе взвешенных частиц воды при температуре, соответствующей ее кипению при заданном давлении;

в) *перегретый пар*, имеющий при данном давлении температуру выше температуры сухого насыщенного пара.

В паровых котлах промышленных котельных получается влажный пар, так как пар соприкасается с расходной водой (из которой он образуется) и, кроме того, при бурно протекающем процессе парообразования вместе с отрывающимися от поверхности воды пузырьками пара увлекаются частицы жидкости. Поэтому в конструкциях некоторых котлов предусмотрены *пароперегреватели*, которые доводят пар до сухого насыщения или перегретого состояния. Перегретое состояние характеризуется повышением температуры и объема пара без изменения давления.

В котельных, снабжающих паром заводы ЖБИ, практически получается несколько переувлажненный или близкий к сухому насыщенному пар. поэтому все тепловые расчеты принято выполнять, ориентируясь на сухой насыщенный пар.

Из всех используемых на заводах ЖБИ теплоносителей (водяной пар, парогазовые смеси, вода, минеральные масла) водяной пар является самым эффективным по величине заключенной в нем тепловой энергии – энтальпии и по способности передавать эту энергию нагреваемому изделию.

Энтальпию 1 кг сухого насыщенного пара можно представить как

$$i_{II} = C_{II} \cdot t + r_o, \quad (9.39)$$

где  $t$  - температура пара;

$C_{II}$  - его удельная теплоемкость при температуре  $t$ ;

$r_o$  - удельная теплота парообразования (конденсации) пара при  $t = 0^\circ\text{C}$ ;

$$r_o = 2493,1 \text{ кДж/кг.}$$

Если учесть, что в пределах изменения рабочей температуры 20...100°C удельная теплоемкость пара составляет около 1,95 кВт/(кг°C), то становится ясным, что в общем показателе энтальпии основная доля приходится на теплоту парообразования  $r_o$ .

*Таким образом, водяной пар является весьма эффективным теплоносителем.*

#### 9.4.2.2. Горячий воздух, парогазовые смеси

Горячий влажный воздух, парогазовые смеси, получаемые от сжигания углеводородного топлива с последующим доувлажнением, можно характеризовать одними и теми же параметрами, среди которых определяющими являются: температура –  $t$ , влагосодержание –  $x$ , относительная влажность –  $\varphi$ , энтальпия –  $I$ .

Сущность этих характеристик уже была представлена ранее при рассмотрении сушильных процессов (см. п. 9.3.4). Поэтому в настоящем разделе



мы расставим лишь некоторые акценты, важные для процессов тепловой обработки бетонов.

Так как рассматриваемые теплоносители представляют собой смесь паров воды и сухих газов ( $CO_2, N_2, O_2$ ), то, следовательно, их влажностное содержание не может быть абсолютно полным, как у водяного пара.

Относительная влажность парогазовой смеси связана с влажностным содержанием следующей зависимостью:

$$\varphi = \frac{x \cdot p}{p_n (0,622 + x)}, \quad (9.40)$$

где  $p$  - барометрическое давление, при котором находится парогазовая смесь;  $p_n$  - давление насыщения водяного пара при заданных температуре и давлении.

Так как с повышением температуры значение  $p_n$  также возрастает, то  $\varphi$ , соответственно, падает. Поэтому при рекомендуемых для парогазовых смесей рабочих температурах 100...110 °С поднять их относительную влажность выше 60 % практически трудно. А это значит, что тепловая обработка бетонов этими теплоносителями неизбежно сопряжена с потерей бетоном влаги, то есть с его высушиванием.

*Энтальпия*, как уже было представлено формулой (9.5), определяется относительно 1 кг сухого газа как сумма энтальпий сухого газа и водяного пара:

$$I = C_{с.г.} \cdot t + x \cdot i_{п},$$

где  $C_{с.г.}$  - удельная теплоемкость смеси сухих газов.

В пересчете на энтальпию 1 кг парогазовой смеси она составит:

$$I_{см} = \frac{I}{1+x}. \quad (9.41)$$

Из формул (9.5 и 9.41) следует, что энтальпия парогазовых смесей значительно ниже энтальпии чистого пара, а это значит, что объемы подаваемой на обогрев изделий парогазовой смеси должны быть значительно большими, чем объемы пара. Эта разница усугубляется еще и тем, что у парогазовых смесей коэффициент поверхностной теплоотдачи ниже и поэтому разогрев изделий происходит медленнее.

### **9.4.3. Особенности процессов влагопереноса при тепловой обработке бетонов**

С точки зрения управления влажностным состоянием бетона важно проанализировать известное (ф. 9.7) уравнение поверхностной влагоотдачи, которое для случая обработки изделий водяным паром запишется:

$$q'_m = \beta_m (p'_{са} - p'_{пн}) \frac{B}{B} \quad (9.42)$$

и для случая обработки парогазовой смесью:

$$q'_m = \beta_m (p'_{III} - p'_{CA}) \frac{B}{B_o}. \quad (9.43)$$

В уравнения (9.42 и 9.43) через  $\beta_m$  представлен коэффициент поверхностной влагоотдачи, через  $p'_{CA}$  и  $p'_{III}$  - парциальные давления паров воды в среде теплоносителя и у поверхности изделия, через  $B_o$  и  $B$  - барометрическое давление при нормальных и фактических условиях.

При тепловой обработке изделий водяным паром в силу того, что паровая среда все время остается влагонасыщенной ( $\varphi = 100\%$ ) и выполняется условие  $p'_{CA} > p'_{III}$ , согласно (9.42) влагоперенос может происходить только от среды к изделию в случае температурной неравновесности (конденсация пара на более холодной поверхности) или же после выравнивания температур при оттоке воды на гидратацию цемента.

При тепловой обработке изделий парогазовой смесью в начале процесса  $p'_{CA} < p'_{III}$  и, соответственно, происходит вынос влаги из изделия в окружающую среду, то есть сушка изделия. Процесс может продолжаться до такой степени обезвоживания бетона, при которой достигается условие  $p'_{III} = p'_{CA}$ , чему соответствует равновесная влажность бетона  $U_p$ .

Таким образом, при обработке изделия водяным паром бетон стремится к *максимальной равновесной влажности*, а при обработке влагонасыщенными теплоносителями – к *минимальной равновесной влажности*.

В подтверждение этого важного вывода на рис. 9.14 приведена соответствующая подборка экспериментальных данных, полученных автором.

В опытах измерялись показатели влажности  $U_o$  керамзитобетонных образцов в процессе их тепловой обработки водяным паром ( $\varphi = 100\%$ , 1-я серия образцов), доувлажненными продуктами сгорания природного газа ( $\varphi = 40\%$ , 2-я серия образцов), продуктами сгорания природного газа ( $\varphi = (10...15\%)$ , 3-я серия образцов). Приведенные значения относительных влажностей парогазовых смесей получены прямыми измерениями на стадии изотермического прогрева. На стадии подъема температуры (при более низких температурах) относительная влажность была выше, что соответствует ф.(9.40).

Опыты полностью подтвердили изложенные выше комментарии к ф.(9.42, 9.43). Следует также обратить внимание на то, что в продуктах сгорания природного газа, не получивших дополнительного увлажнения ( $\varphi = (10...15\%)$ , через 9 часов тепловой обработки влажность бетона снизилась до критических значений ( $\sim 3\%$ ), при которых гидратационные процессы твердения цемента прекращаются.

Керамзитобетон:  $\rho = 1250 \text{ кг/м}^3$ ;  $\text{Ц} = 230 \text{ кг/м}^3$

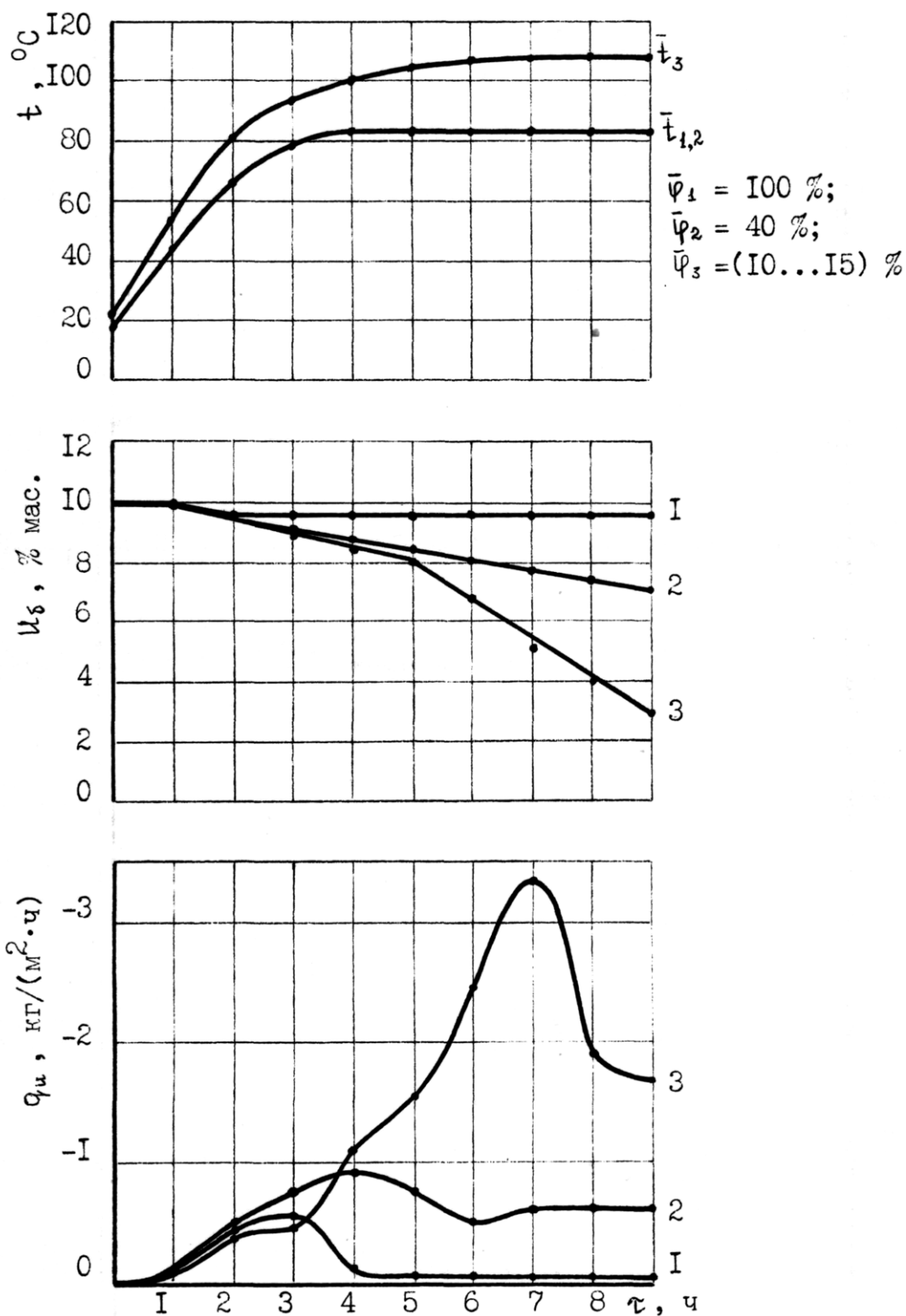


Рис.9.14 Изменение влажности керамзитобетона в процессе тепловой обработки теплоносителями с различной относительной влажностью:

$t$  – температура, средняя по объему камеры тепловой обработки;  
 $U_6$  – влажность бетона

#### 9.4.4. Особенности процессов теплопереноса при использовании теплоносителей с различной влажностью

В этом разделе мы переведем в практическую плоскость те теоретические представления о совмещенных процессах тепло- и массопереноса, какие были изложены в п.9.2 при анализе системы уравнения (9.1).

Наше внимание будет сосредоточено на вопросах передачи тепловой энергии от теплоносителя к поверхности изделия в общем процессе конвективного теплообмена и передачи тепловой энергии в объеме изделия, так как эти процессы определяют фактические температурные условия твердения бетона.

При нагреве изделия *водяным паром* процесс теплообмена между средой и изделием подчиняется уравнению:

$$Q = [\alpha(t_c - t_n) + q_k \cdot r] \cdot \tau \cdot F, \quad (9.44)$$

а при нагреве влагоненасыщенными парогазовыми смесями:

$$Q = [\alpha(t_c - t_n) - q_u \cdot r] \cdot \tau \cdot F, \quad (9.45)$$

где  $Q$  - количество теплоты, передаваемой от среды к изделию

за время  $\tau$  при площади теплообмена  $F$ ;

$t_c$  и  $t_n$  - температура среды и поверхности изделия;

$\alpha$  - коэффициент конвективного теплообмена, Вт/(м<sup>2</sup>·С);

$r$  - теплота испарения или конденсации, Дж/кг;

$q_k$  - интенсивность поверхностной конденсации пара, кг/(м<sup>2</sup>·с);

$q_u$  - интенсивность поверхностного испарения воды, кг/(м<sup>2</sup>·с).

Таким образом, при нагревании изделия водяным паром конвективный теплообмен между средой и изделием будет усиливаться потоком теплоты, обусловленным конденсацией пара на поверхности изделия или на стенке ограждающей изделие формы, что в целом ускоряет процесс нагрева изделия. При обработке же изделия влагоненасыщенным теплоносителем поверхностное испарение влаги создает дополнительный *сток* тепловой энергии (в ф.9.45) член  $q_u \cdot r$  вошел со знаком «минус»), что в целом замедляет процесс нагрева изделия.

Процесс прогрева бетона в *объеме изделия водяным паром* можно представить дифференциальным уравнением распределения температуры в неподвижной среде – уравнением Фурье (7.9):

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a_3 \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right).$$

Но в рассматриваемой ситуации коэффициент температуропроводности  $a$  приобретает иной, чем было заложено в ф.(7.9), смысл. Если в базовом уравнении ему приписывается только молекулярный механизм теплопроводности, то в новом применении этому коэффициенту придают смысл эквивалентной характеристики ( $a_3$ ), которая помимо молекулярной теплопровод-

ности учитывает, как это уже отмечалось при анализе уравнений совмещенного тепло-и влагопереноса (ф.9.1), перенос теплоты с потоками жидкой влаги и пара под действием перепадов температур и давлений (термоградиентный и пьезоградиентный перенос). Дополнительный перенос теплоты ускоряет прогрев изделий, но в целом параболическое распределение температуры в плоских изделиях, как это было ранее представлено на рис.7.4, сохраняется.

При нагреве изделий влагоненасыщенными газовыми смесями картина распределения температуры по слоям изделия значительно усложняется, так как относительно открытой поверхности изделия потоки теплоты и влаги ориентированы навстречу друг другу: поток теплоты под действием температурного градиента направлен от поверхности изделия к его центру, поток влаги – от центра изделия к поверхности. Пока испарение влаги происходит с поверхности изделия, распределение температуры напоминает ассиметричную параболу, представленную на рис.7.4.

Если же зона испарения влаги уходит вглубь изделия, то картина распределения температуры по сечению изделия еще больше усложняется. Все это делает практически трудно реализуемой математическую модель процесса нагрева изделия. В этой ситуации приходится ориентироваться на экспериментальные данные. На рис. 9.15 приведена подборка таких данных, которые наглядно подтверждают все вышеизложенное в этом подразделе учебного издания.

Действительно, как следует из рис. 9.15, а, при использовании водяного пара температура во всех слоях поднималась синхронно с температурой среды, выравнивание температуры во всех измеряемых точках произошло примерно через 1 ч изотермического прогрева (для изделий большей толщины это время, безусловно, возрастет).

В опытах с влагоненасыщенным теплоносителем прежде всего обращает на себя внимание значительное отставание температуры бетона от температуры среды. Причем оно тем больше, чем с меньшей влажностью применен теплоноситель и чем более высокую влажность имеет бетон. Следующей важной особенностью является инверсия температуры относительно толщины изделия. Если при паровом способе на стадии подъема температуры выполнялось соотношение  $t_n > t_q > t_c$  (рис. 9.15), то при газовом способе температуры выстраиваются в таком порядке  $t_q > t_n > t_c$  или даже:  $t_q > t_c > t_n$ . Последний вариант свидетельствует о том, что поверхностное испарение воды отвлекает на себя значительную часть подводимой к изделию теплоты и в этой ситуации более интенсивный прогрев идет со стороны дна формы, где испарение влаги отсутствует.

Таким образом, изложенные теоретические предпосылки и представленные практические результаты указывают на неоспоримое преимущество водяного пара как теплоносителя в технологии ускоренного твердения бетона. Но это не должно полностью отвергать возможность использования различного рода парогазовых смесей, которые по ряду соображений могут ока-

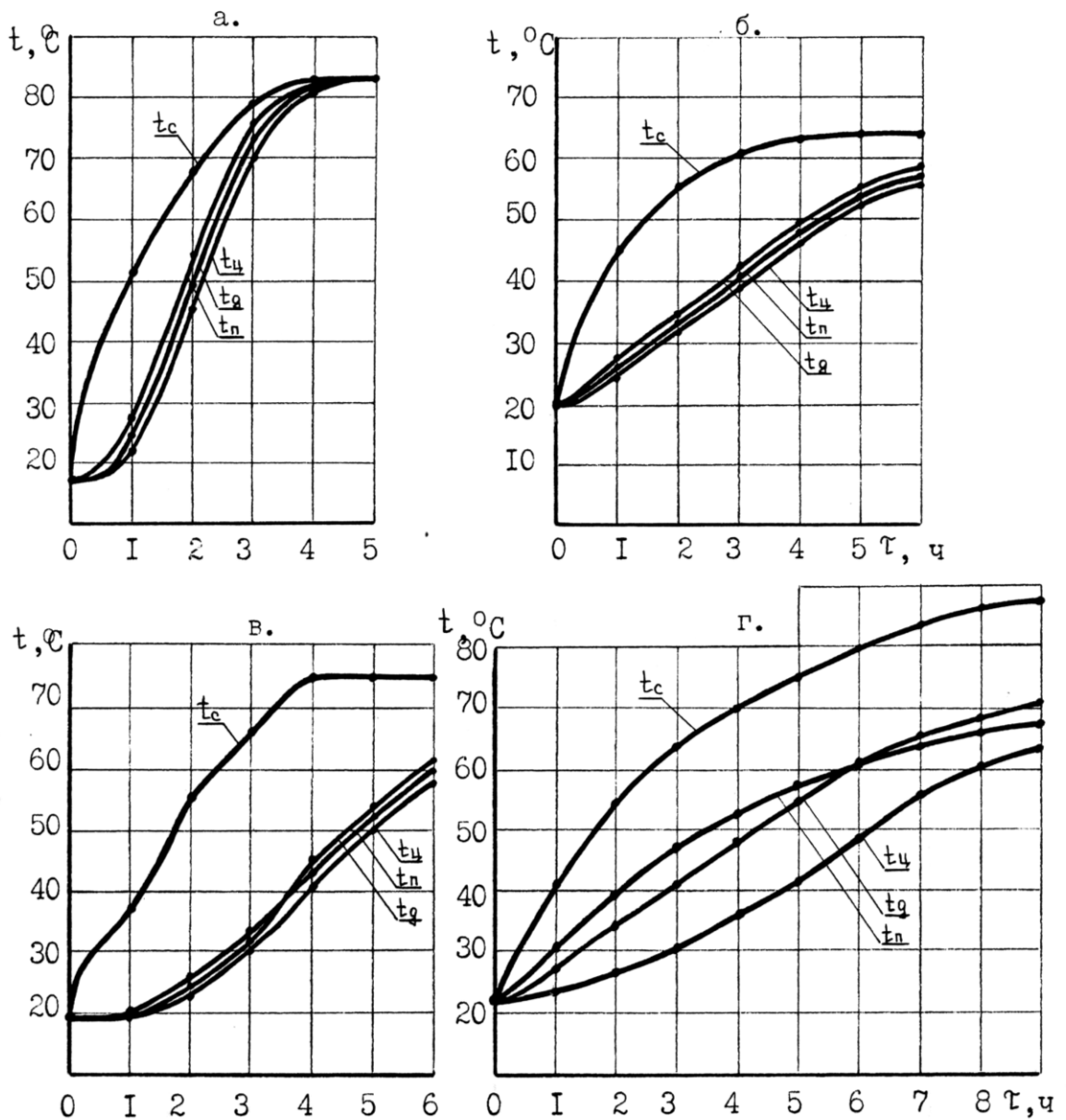


Рис.9.15. Соотношения между температурами среды ( $t_c$ ) и бетона на открытой поверхности плиты ( $t_n$ ), в центре ( $t_{\text{ц}}$ ) и у дна формы ( $t_d$ ) при различных влажностях теплоносителя:

*a, б, в* – для тяжелого бетона в дорожной плите толщиной 0,1 м при обработке:  
*a* – водяным паром с  $\phi = 100\%$ ; *б* – нагретым воздухом с  $\phi = 65\%$ ; *в* – нагретым воздухом с  $\phi = 50\%$ ; *г* – для керамзитобетона в стеновой панели толщиной 0,38 м при обработке продуктами сгорания природного газа с  $\phi = (20 \dots 30)\%$

заться экономически более выгодными. Вопрос этот требует в каждом случае своего тщательного изучения, но это уже вопрос технологических дисциплин.

#### 9.4.5. Основополагающие принципы управления режимами тепловой обработки изделий. Влияние процессов тепло-и влагопереноса на напряженное состояние бетона

Управление процессами ускоренного твердения бетонов осуществляется через *режим тепловой обработки* (ТО) изделий. Под режимом тепловой обработки следует понимать совокупность температурных и влажностных показателей теплоносителя или непосредственно бетона обрабатываемых изделий или конструкций в определенных временных интервалах. Приведенное определение можно отнести как на заводскую технологию, когда тепловая обработка изделий производится в специальных тепловых агрегатах (камерах и т.п.), так и на построечные условия, когда тепловой обработке подвергаются на месте так называемые монолитные конструкции из бетона и железобетона. В нашей дисциплине достаточным будет рассмотреть вопрос только применительно к заводской технологии.

Для случая обработки изделий в камерах *водяным паром* режим представляют в виде суммы нескольких цифр (например,  $3 + 6 + 2$ ,  $t = 85$  °С), первая из которых означает продолжительность стадии подъема температуры греющей среды (в камере тепловой обработки), вторая – стадии изотермической выдержки, третья – стадии охлаждения. Дополнительно указывается температура изотермической выдержки. Установленный для производства режим часто представляют в графическом виде (рис.9.16).

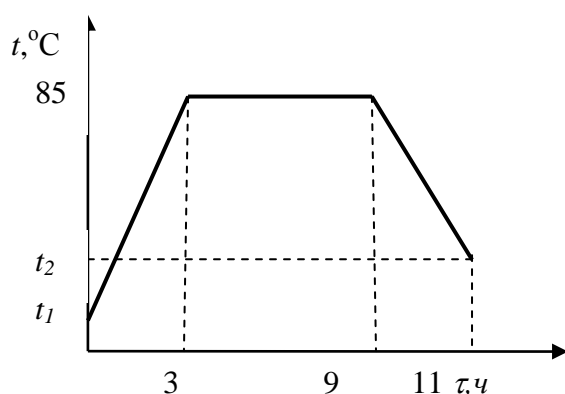


Рис.9.16. Пример представления режима тепловой обработки бетонных изделий:  $t_1$  и  $t_2$  – температура в камере в начале и в конце тепловой обработки

Так как при использовании *водяного пара* относительная влажность среды в камере на первых двух стадиях остается предельно высокой, близкой к 100 %, то при назначении режима тепловой обработки дополнительные условия по влажности не оговариваются.

Если же используются *влажносодержащие* теплоносители, то такие указания должны быть в обязательном порядке.

Но тепловая обработка бетонных и железобетонных изделий наряду с ее положительным эффектом в части ускорения процессов твердения в то же время сопряжена с определенной вероятностью появления в структуре бетона дефектов того или иного вида, поэтому не учитывать этого при назначении режимов ТО нельзя.

Причиной дефектов являются вынужденные деформации бетона, связанные с температурной и влажностной неравновесностью в объеме изделия. Рассмотрим наиболее характерные виды напряженных состояний.

## *Напряжения, связанные с внутренним избыточным давлением газовой фазы*

Внутренние напряжения отмеченного вида имеют место при обработке изделий водяным паром на первой стадии (стадии нагрева) тепловой обработки.

Механизм формирования внутренних напряжений можно представить следующим образом. Водяной пар, конденсируясь на поверхности относительно холодного изделия, превращается в воду и увлажняет поверхностный слой изделия. В ходе дальнейшего нагрева *фронт влаги* стремится переместиться вглубь изделия под действием трех движущих сил: 1 – капиллярное насыщение глубинных менее влажных слоев изделия; 2 – термоградиентный (под действием температурной неравновесности) влагоперенос; 3 – пьезоградиентный (под действием разности давлений) влагоперенос. Эти три составляющие создают своеобразный поршневой эффект, способный развить определенное давление.

Продвижению фронта влаги вглубь изделия *препятствует воздух* (или другой газ, например, водород в газобетоне), занимающий свободные от воды и сообщающиеся между собой поры и капилляры. Если воздух не способен выйти на поверхность изделия в силу недостаточной газопроницаемости бетона, то он вынужден отступать перед надвигающимся фронтом влаги, сжиматься, повышать собственное давление. Потере бетоном газопроницаемости как раз способствует его увлажнение.

Таким образом, по мере формирования фронта влаги *возникает противодействие давлений двух фаз*: с одной стороны жидкой, с другой – газовой. Причем давление газовой фазы по мере прогрева изделия закономерно возрастает независимо от противодействующей стороны. Соответственно в бетоне по нормали к фронту влаги возникают растягивающие напряжения локального характера. Если прочность бетона на растяжение к каждому моменту времени не достигает значений, превышающих возникшие напряжения, то в нем происходят определенного вида структурные нарушения. На практике это могут быть (по ходу продвижения фронта влаги) отслоение верхней корки бетона, вспучивание и разрыхление поверхностного слоя бетона, внутренние разрывы в теле изделия, повторяющие влажностные изоповерхности, внутренние трещины значительного раскрытия (неоднократно обнаруживались в газобетонных стеновых панелях после автоклавной обработки). Разрушения в структуре бетона способствуют временной или полной релаксации внутренних напряжений в зависимости от их масштаба, но в любом случае с наступлением стадии изотермического прогрева напряжения указанного вида постепенно релаксируют благодаря повысившейся газопроницаемости бетона (вследствие образовавшейся дефектности структуры), выравнивающегося по объему изделия влагосодержания, наступившей температурной равновесности.



Предотвратить в структуре бетона образование дефектов отмеченных видов удастся за счет следующих мероприятий:

- обеспечение предварительной (перед тепловой обработкой) выдержки изделий с тем, чтобы прочность бетона достигла определенных значений, достаточных для восприятия возникающих внутренних напряжений; для бетонов различных видов критическая прочность составляет от 0,2 до 0,5 МПа;

- загрузка в камеру ТО изделий, отформованных из подогретых до 40...55 °С бетонных смесей;

- регулирование интенсивности напуска пара в тепловой агрегат; при этом для бетонов плотной структуры щадящими оказываются режимы с удлиненной, иногда до 6 ч, первой стадией; для бетонов с высокой пористостью, например, ячеистых с плотностью 400...600 кг/м<sup>3</sup>, благоприятными являются режимы автоклавной обработки с короткой (1,0...1,5 ч) первой стадией, так как интенсивный подъем давления в автоклаве способствует фильтрации пара вглубь изделия, относительно равномерному по его объему увлажнению и разогреву, что не приводит к значительным напряжениям рассматриваемого вида;

- регулирование влажностного состояния бетона за счет применения в самом начале тепловой обработки вместо насыщенного пара влагоненасыщенного теплоносителя или перегретого пара; и в том, и в другом случае поверхность изделия остается влагоненасыщенной со всеми положительными последствиями.

### *Температурные напряжения в бетоне*

В соответствии с законами физики любые тела при нагревании расширяются, при охлаждении сжимаются. Поскольку и нагрев, и охлаждение бетонных изделий в процессе тепловой обработки происходит неравномерно по их объему, то в результате возникают нескомпенсированные деформации и соответствующие им напряжения.

*На первой стадии* тепловой обработки поверхностные слои бетона разогреваются быстрее, а центральные – медленнее. В результате в поверхностных слоях изделия возникают относительно центрального ядра сдвиговые деформации, стремящиеся отделить поверхность от ядра вплоть до выпучивания поверхности. Но этого не происходит по нескольким причинам. Во-первых, при любом темпе внешнего нагрева изделия распределение температуры в его сечении носит довольно плавный характер. Во-вторых, если изделия обрабатываются в формах, то последние оказывают сдерживающее влияние на деформации бетона, так как тепловое расширение стали всегда меньше суммарного расширения составляющих бетона. Но самым главным является то, что на первой стадии твердеющий бетон еще не перешел в разряд хрупких материалов и в силу достаточной пластичности легко релаксирует напряжения, связанные с возникающими деформациями.

В связи с изложенным температурные напряжения на первой стадии тепловой обработки считаются не опасными для изделий.

Совершенно иной должна быть оценка температурных напряжений для последней стадии – *стадии охлаждения изделий*. Теперь температура в поверхностных слоях понижается быстрее, чем в ядре изделия. Деформации сжатия этих слоев относительно ядра оказывают на него сжимающее воздействие, в то же время в самих верхних слоях создаются противоположно направленные, действующие по касательной к ядру, растягивающие напряжения. Эти напряжения могут быть достаточно большими в силу высоких значений модуля упругости бетона и, соответственно, высокой его хрупкости, достигшей к третьей стадии тепловой обработки. Если эти напряжения превышают прочность бетона на растяжение, то в поверхностных слоях, а чаще – на углах изделия, возникают трещины, переводящие изделия в разряд бракованных. Поэтому рекомендациями по тепловой обработке ограничиваются темп охлаждения изделий в камере, максимальная температура выгрузки изделий из камеры, максимальный перепад между температурой бетона в изделии и температурой наружного воздуха при выгрузке изделий на склад готовой продукции в зимнее время.

#### *Влажностные напряжения в бетоне*

При увлажнении бетон испытывает влажностное набухание, при высушивании – влажностную усадку. Механизмы этих явлений были рассмотрены в п.п.6.2.3.4 и 6.2.3.5; их связь с напряжениями аналогична рассмотренной выше.

Наибольшую опасность вызывают деформации влажностной усадки и связанные с ними трещины, особенно если они проявляются на ранних стадиях тепловой обработки, когда бетон еще не набрал необходимую прочность. А связаны они бывают с использованием теплоносителя с низкой относительной влажностью. Допустимая влажность теплоносителя устанавливается в каждом случае сообразно виду бетона, габаритам изделий, имеющимся техническим средствам для создания теплоносителя.

Таким образом, мы убедились в том, что целенаправленное и умелое управление тепло- и влагопереносными процессами в строительных технологиях является непременным условием получения высококачественной продукции.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Темой, посвященной процессам совмещенного тепло- и массопереноса применительно к сушке строительных изделий и тепловой обработке бетонов, заканчивается это учебное пособие. В связи с этим может возникнуть вопрос: «А как же с другими материалами, технологиями? Ведь строительная отрасль располагает сегодня широчайшим набором технологий, материалов и изделий, насчитывающих несколько тысяч наименований». Ответ на этот вопрос кроется, прежде всего, в концепции типовых процессов, из которых может быть «сконструирован» любой технологический процесс, любой сложности. Такая концепция получила должное представление во всех разделах учебного пособия.

Следующий общеметодологический подход касается системности при исследовании и проектировании технологических процессов, применяемых приемов декомпозиции и синтеза. Эти подходы также получили достаточное освещение.

Одно из ключевых направлений, достаточно подробно представленное в 3-й и 4-й главах этого издания, посвящено вопросам моделирования и оптимизации технологических процессов. Причем, глубина и широта представления некоторых из этих вопросов выходят за рамки учебной программы подготовки инженеров и бакалавров с расчетом на то, что эти материалы будут весьма полезны также при подготовке магистров и аспирантов. В целом же автор стремился к тому, чтобы идеи моделирования, изложенные в 3-й главе, нашли свое применение и развитие в последующих главах издания, применительно к конкретным технологиям. Насколько это удалось – судить читателям этой книги.

И, наконец, главный «стержень», которым пронизывается все содержание учебной дисциплины – это идея управляемого технологического процесса. Именно в этом ракурсе следует оценивать кажущуюся перегруженность учебного издания формулами, уравнениями. Но и этот момент представляется вполне оправданным. Во-первых, большинство из формул и уравнений для студента не являются новыми: они заимствованы из уже освоенных студентом общеобразовательных и общеспециальных дисциплин и получили лишь свое конкретное приложение. Во-вторых, и это самое главное, математическая составляющая курса в совокупности с технологией, с основами моделирования дают надежную базу для создания управляемого технологического процесса. Современный инженер-технолог, безусловно, должен владеть этими вопросами.

Нельзя не признать, что еще не на все практические вопросы удалось найти ответы. Но имеется цельная идеология, которая дает основу для развития, совершенствования.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Касаткин, А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. [Текст]: учебник для вузов. 9-е изд., перераб. и доп. / А.Г. Касаткин. - М.: Химия, 1973. - 752 с.
2. Плановский, А.Н. Процессы и аппараты химической и нефтехимической технологии. [Текст]: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. / А.Н. Плановский, П.И. Николаев. - М.: Химия, 1987. - 496 с.
3. Романков, П.Г. Гидромеханические процессы химической технологии. [Текст]: 3-е изд., перераб. / П.Г. Романков, М.И. Курочкина. - Л.: Химия, 1982. - 288 с.
4. Коган, В.Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии. [Текст]: монография / В.Б. Коган. - Л.: Химия, 1978. - 592 с.
5. Гальперин, Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии. [Текст]: монография / Н.И. Гальперин. - М.: Химия, 1981. - Кн.1. - 384 с.
6. Фролов, Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы. [Текст]: учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. / Ю.Г. Фролов. - М.: Химия, 1988. - 464 с.
7. Ахвердов, А.И. Основы физики бетона [Текст]: монография / А.И. Ахвердов. - М.: СИ, 1981. - 464 с.
8. Советов, Б.Я. Моделирование систем. [Текст]: учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. - М.: Высшая школа, 2001. - 341 с.
9. Веников, В.А. Теория подобия и моделирования [Текст]: учебник для вузов / В.А. Веников, Г.В. Веников. - М.: Высшая школа, 1984. - 439 с.
10. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем. [Текст]: монография. 2-е изд., перераб. / Н.П. Бусленко. - М.: Наука, 1978. - 400 с.
11. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Статистические методы идентификации процессов химической технологии. [Текст]: монография / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов. - М.: Наука, 1982. - 344 с.
12. Макаров, И.М. Основы автоматизации и управления производством. [Текст]: учеб. пос. для вузов / И.М. Макаров, Н.Н. Евтихцев, Н.Д. Дмитриева. - М.: Высшая школа, 1983. - 504 с.
13. Рейклетис, Г. Оптимизация в технике. [Текст]: монография. - Пер. с англ. / Г. Рейклетис, А. Рейвиндран, К. Рэксдел. - М.: Мир, 1986. - Кн.1. - 349 с.
14. Флеминг, У. Оптимальное управление детерминированными и стохастическими системами. [Текст]: монография. - Пер. с англ. / У. Флеминг, Р. Ришел // Под ред. А.Н. Ширяева. - М.: Мир, 1978. - 316 с.

15. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии. [Текст]: учеб. пос. для химико-технол. вузов / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. - М.: Высшая школа, 1978. - 319 с.
16. Вознесенский, В.А. Численные методы решения строительнотехнологических задач на ЭВМ. [Текст]: учебник для вузов / В.А. Вознесенский, Т.В. Ляшенко, Б.И. Огарков // Под ред. В.А. Вознесенского. - Киев: Вища школа, 1989. - 324 с.
17. Волокитин, Г.Г. Физико-химические основы строительного материаловедения. [Текст]: учеб. пос. для вузов / Г.Г. Волокитин, А.А. Клопотов, Н.П. Горенко // Под общ. ред. Г.Г. Волокитина и ЭВ. Козлова. - М.: Изд-во АСВ, 2004. - 192 с.
18. Ван Флек Л. Теоретическое и прикладное материаловедение [Текст]: монография/Л. Ван Флек//Пер с англ. - М.: Атомиздат, 1975.- 472 с.
19. Ходаков, Г.С. Тонкое измельчение строительных материалов. [Текст]: монография / Г.С. Ходаков. - Л.: СИ, 1972. - 239 с.
20. Фридрихсберг, Д.А. Курс коллоидной химии. [Текст]: учебник для вузов. 3-е изд., испр. / Д.А. Фридрихсберг. - СПб.: Химия, 1995. - 400 с.
21. Абрамзон, А.А. Поверхностные явления и поверхностно-активные вещества. [Текст]: справочник / А.А. Абрамзон, Л.Е. Боброва, Л.Т. Зайченко // Под ред. А.А. Абрамзона и Е.Д. Щукина. - Л.: Химия, 1984. - 392 с.
22. Борщ, И.Я. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов. [Текст]: учебник для вузов / И.Я. Борщ, В.А. Вознесенский, В.С. Мухин. - Киев: Вища школа, 1981. - 296 с.
23. Еремин, Н.Ф. Процессы и аппараты в технологии строительных материалов [Текст]: учебник для вузов / Н.Ф. Еремин.- М.: Высшая школа, 1986. - 280 с.
24. Шмитько, Е.И. Управление процессами твердения и структурообразования бетонов [Текст]: дисс....докт. техн. наук. - Воронеж, 1994. - 525 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

	ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1	ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ В ПЛАНЕ ПОДГОТОВКИ СОВРЕМЕННОГО ИНЖЕНЕРА	7
2.	ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ПРОЦЕСС КАК ОБЪЕКТ ИССЛЕ- ДОВАНИЯ И ПРОЕКТИРОВАНИЯ	11
2.1.	Технология, технологический процесс: определения, терми- ны, составляющие признаки	11
2.2.	Классификация технологических процессов в зависимости от определяющих законов протекания	12
2.3.	Классификация технологических процессов относительно категорий времени и пространства	16
2.4.	Классификация технологических процессов относительно категорий причинности и случайности	19
2.5.	Структура технологического процесса как объекта исследо- вания и управления. Внешние и внутренние связи	20
2.6.	Общие задачи и принципы анализа и проектирования техно- логических процессов	22
3.	МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	28
3.1.	Моделирование и научно-технический прогресс	28
3.2.	Основные определения, возможные виды моделей	29
3.3.	Основные определения, возможные виды моделей	31
3.4.	Правила или теоремы подобия	36
3.5.	Формирование критериев подобия методом подобного пре- образования дифференциальных уравнений	37
3.6.	Свойства и значения критериев подобия	41
3.7.	Критериальные уравнения, их значение	43
3.8.	Основные этапы физического моделирования, результат мо- делирования	45
3.9.	Сущность определения математического моделирования	47
3.10.	Виды математических моделей, источники их создания	49
3.11.	Этапы построения математической модели технологическо- го процесса	50
3.12.	Анализ технологического процесса как составная часть ма- тематического моделирования	51
3.12.1	Понятие «система», ее характеристики	52
3.12.2.	Сущность, задачи системного анализа	53
3.12.3.	Пример общей постановки системного анализа	53
3.13.	Методы и средства реализации математических моделей при решении практических задач	56
3.13.1.	Аналитическое моделирование	57
3.13.2.	Моделирование численными методами	57
3.13.3.	Имитационное моделирование	58

3.13.4.	Методы аналогового моделирования	59
4.	ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	64
4.1.	Сущность оптимизации	64
4.2.	Методы оптимизации	65
4.2.1.	Оптимизация экспериментально-графическим методом при одном факторе. Метод Кифера-Джонсона	65
4.2.2.	Дисперсионный анализ результатов однофакторного эксперимента	68
4.2.3.	Оптимизация экспериментально-графическим методом при 2-х, 3-х, 4-х факторах	70
4.2.4.	Оптимизация математическими методами	74
4.2.5.	Оптимизация экспериментально-математическими методами или методами экстремального планирования многофакторных экспериментов	80
4.2.5.1.	Возможности оптимизации при экспериментальных исследованиях	80
4.2.5.2.	Общая идеология математических методов планирования экспериментов	81
4.2.5.3.	Планирование типа $2^k$ с целью получения линейной математической модели	85
4.3.5.4.	Планирование экстремальных экспериментов и их описание нелинейными математическими моделями на примере метода Бокса-Уилсона	92
5.	МЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ	100
5.1.	Механические процессы в строительном материаловедении, в строительной механике, в строительных технологиях	100
5.2.	Структура и механические свойства материалов (основные положения современного материаловедения)	101
5.2.1.	<i>Проявление свойств материалов на атомно-молекулярном уровне (субмикроуровне)</i>	101
5.2.2.	<i>Проявление свойств материалов на надмолекулярном уровне (микроуровне)</i>	103
5.2.3.	<i>Проявление свойств природных материалов на уровне их макроструктуры</i>	106
5.3.	Современные представления о механизмах разрушения горных пород	108
5.4.	Управление процессами грубого измельчения материалов	111
5.4.1.	Общие задачи управления	111
5.4.2.	Измельчители (дробилки) раскалывающего действия	114
5.4.3.	Измельчители (дробилки) раздавливающего действия	115
5.4.4.	Измельчители (дробилки) ударного действия	116
5.5.	Управление процессами тонкого измельчения материалов	119

5.5.1.	Общие задачи управления	119
5.5.2.	Технологические возможности современного помольного оборудования	121
5.5.2.1.	Мельницы раздавливающего действия	121
5.5.2.2.	<i>Мельницы истирающе-раздавливающего действия</i>	123
5.5.2.3.	<i>Мельницы ударного действия</i>	125
5.6.	Современные тенденции в управлении процессами тонкого измельчения материалов	129
6.	ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ	131
6.1.	Сущность гидромеханических процессов, их место в технологии	131
6.2.	Виды технологических жидкостей и жидкообразных масс, их реологические свойства	132
6.2.1.	Общие понятия	132
6.2.2.	Дисперсные системы и неньютоновские жидкости	133
6.2.3.	Реологические свойства истинных молекулярных жидкостей	135
6.2.3.1.	Сущность поверхностного натяжения	135
6.2.3.2.	Общая оценка влияния поверхностного натяжения на ход технологических процессов	137
6.2.3.3.	Явление смачиваемости	137
6.2.3.4.	Явление образования пленок воды на зернах дисперсной твердой фазы	139
6.2.3.5.	Капиллярный стягивающий эффект	141
6.2.3.6.	Влияние поверхностного натяжения на устойчивость пен	142
6.2.3.7.	Вязкость ньютоновских жидкостей	143
6.2.4.	Реологические особенности неньютоновских жидкостей. Реологические модели	145
6.2.5.	Основные виды и свойства неньютоновских жидкостей	148
6.3.	Основные уравнения гидростатики	152
6.3.1.	Общие положения	152
6.3.2.	Дифференциальные уравнения равновесия Эйлера для покоящейся жидкости	153
6.3.3.	Основное уравнение гидростатики в интегральной форме	155
6.4.	Инженерные задачи гидростатики	157
6.4.1.	Расчеты давления и силы давления жидкости на стенки и дно резервуаров	157
6.4.2.	Расчеты сообщающихся сосудов	158
6.4.3.	Расчеты гидравлических машин	161
6.5.	Гидродинамика. Основные характеристики движения жидкостей	163
6.5.1.	Основные термины, понятия, характеристики	163
6.5.2.	Распределение скоростей и расход жидкости при установившемся ламинарном потоке	166



6.5.3.	Распределение скоростей в турбулентном потоке	168
6.6.	Основные уравнения гидродинамики	171
6.6.1.	Уравнение неразрывности (сплошности) потока в дифференциальной и интегральной форме	171
6.6.2.	Дифференциальные уравнения движения идеальной жидкости – уравнение Эйлера	174
6.6.3.	Дифференциальные уравнения движения реальной (вязкой) жидкости – уравнения Навье-Стокса	175
6.6.4.	Уравнение Бернулли для идеальной жидкости	178
6.6.5.	Уравнение Бернулли для реальной жидкости	180
6.7.	Общеинженерные задачи гидродинамики	181
6.7.1.	Принципы изменения скоростей и расходов жидкостей на основе уравнения Бернулли	181
6.7.1.1.	Измерение скорости течения жидкости в трубопроводе с помощью пневмометрических трубок и дифференциального манометра	182
6.7.1.2.	Измерение скоростей и расходов жидкостей с помощью дроссельных приборов	183
6.7.1.3.	Расчет скорости истечения жидкости из резервуара через донное отверстие	184
6.7.2.	Расчет гидравлических сопротивлений в трубопроводе и каналах	187
6.8.	Технологические задачи гидродинамики	191
6.8.1.	Осаждение твердых частиц в жидкой или газовой среде	191
6.8.1.1.	Общие закономерности процессов движения тел в жидкостях	192
6.8.1.2.	Расчетные формулы для скорости осаждения твердых частиц под действием силы тяжести	193
6.8.1.3.	Расчет скорости осаждения твердых частиц в реальных системах	196
6.8.2.	Образование и движение газовых пузырьков	197
6.8.3.	Смешанные задачи гидродинамики	201
6.8.3.1.	Основные три типа смешанных задач	201
6.8.3.2.	Движение жидкостей и газов через неподвижные зернистые слои	202
6.8.3.3.	Гидродинамика кипящего (псевдооживленного) зернистого слоя	206
6.8.3.4.	Пневмотранспорт порошковых и зернистых материалов	209
6.8.3.5.	Гидротранспорт зернистых материалов	214
6.8.4.	Разделение двухфазных систем	215
6.8.4.1.	Разделение двухфазных систем под действием гравитационных сил	216
6.8.4.2.	Разделение двухфазных систем под действием центробежных сил	218

6.8.5.	Аппараты для перемещения жидкостей - насосы	219
6.8.5.1.	Общие сведения о насосах	219
6.8.5.2.	Основные расчетные параметры насосов	221
6.8.5.4.	Общие сведения о компрессорных машинах	223
6.8.6.	Течение в трубах и каналах высококонцентрированных паст типа глиняного теста, строительных растворов и бетонов	226
6.8.6.1	Реологические особенности высококонцентрированных паст	227
6.8.6.2.	Распределение скоростей по сечению трубопровода при течении высококонцентрированных паст	228
6.8.6.3.	Насосы для транспортирования по трубам бетонных и растворных смесей	232
6.8.7.	Перемешивание жидких и жидкообразных масс	235
6.8.7.1.	Сущность процесса, значение для технологии	235
6.8.7.2.	Характеристики процесса механического (гидромеханического) перемешивания	236
6.8.7.3.	Моделирование процесса гидромеханического перемешивания	240
6.8.7.4.	Приближенное моделирование процесса перемешивания бетонной смеси	243
6.9.	Процессы вибрационного формования бетонных и железобетонных изделий	246
6.9.1.	Сущность и значение процессов формования	246
6.9.2.	Сущность (механизм) процесса виброуплотнения	248
6.9.3.	Способы реализации вибраций в технологии бетона и железобетона	250
6.9.4.	Моделирование процессов виброуплотнения бетонных	251
6.9.4.1.	Методологические подходы к разработке математической модели процесса	251
6.9.4.2.	Параметры управления колебательным процессом	252
6.9.4.3.	Модель линейной упруго-вязкой системы как прототип основной модели	253
6.9.4.4.	Модель процесса виброуплотнения бетонной смеси	254
6.9.5.	Принципы контроля и управления процессом виброуплотнения бетонной смеси	256
7.	<b>ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ</b>	260
7.1.	Тепловые процессы в строительных технологиях	260
7.2.	Основное уравнение теплопередачи	261
7.3.	Температурное поле и температурный градиент	262
7.4.	Передача теплоты теплопроводностью	263
7.5.	Дифференциальное уравнение теплопроводности для неподвижной среды	264
7.6.	Передача тепловой энергии конвекцией	266
7.6.1.	Дифференциальное уравнение конвективного теплообмена	267

7.6.2.	Распределение температуры в среде теплоносителя при нагреве и охлаждении строительных изделий. Тепловой пограничный слой. Уравнение поверхностной теплоотдачи	269
7.7.	Тепловое подобие. Критерии теплового подобия. Критериальные уравнения	271
7.8.	Инженерные задачи теплопереноса	275
7.8.1.	Общая характеристика тепловых задач	275
7.8.2.	Задача о двустороннем нагреве строительного изделия	275
7.8.3.	Задача об одностороннем нагреве строительного изделия	277
7.8.4.	Теплопередача через ограждающие конструкции (на примере плоской стенки)	279
8.	<b>МАССОПЕРЕНОСНЫЕ ПРОЦЕССЫ</b>	281
8.1.	Виды массопереносных процессов в строительных технологиях	281
8.2.	Основные термины и понятия	282
8.3.	Массоперенос в неподвижной среде	286
8.3.1.	Закон переноса вещества молекулярной диффузией	286
8.3.2.	Дифференциальное уравнение массопереноса в неподвижной среде	288
8.4.	Массоперенос в подвижной среде	288
8.5.	Массоперенос на границе между неподвижной и подвижной средами	289
8.6.	Массообменное подобие. Критерии массообменного подобия. Критериальные уравнения	291
9.	<b>ПРОЦЕССЫ СОВМЕЩЕННОГО ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОСА. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИМЕРЫ</b>	293
9.1.	Общие представления о процессах совмещенного тепло - и массопереноса	293
9.2.	Уравнения совмещенного тепло-и массопереноса во влажных капиллярно-пористых телах	293
9.3.	Конвективная сушка строительных изделий	296
9.3.1.	Сущность, способы сушки	296
9.3.2.	Три влажностные состояния материала	297
9.3.3.	Структура строительного материала и его влажностное состояние	298
9.3.4.	Сушильные свойства газовой фазы. I-x-диаграмма влажного воздуха	299
9.3.5.	Общая кинетика процесса сушки капиллярно-пористых материалов	303
9.3.6.	Распределение влаги в высушиваемом материале. Режимы сушки	306
9.3.7.	Расчет и управление скоростью сушильного процесса	307
9.3.8.	Конструкции и принципы работы сушилок, реализующих конвективный способ сушки	311

9.2.8.1.	Сушилки для кусковых, зернистых и порошковых материалов	311
9.3.8.2.	Сушилки для штучных материалов	314
9.3.9.	Расчетные характеристики конвективных сушилок	315
9.3.9.1.	Материальный баланс процесса сушки	316
9.3.9.2.	Тепловой баланс процесса сушки. Расход топлива	317
9.3.9.3.	Графо-аналитический метод определения параметров сушильного агента	319
9.3.9.4.	Представление процесса сушки на I-x-диаграмме при использовании в качестве сушильного агента топочных газов	322
9.2.10.	Управление параметрами конвективной сушки	323
9.4.	Особенности протекания тепло- и массопереносных процессов при тепловой обработке бетонных и железобетонных изделий	326
9.4.1.	Назначение тепловой обработки. Роль температурного и влажностного факторов	326
9.4.2.	Характеристики теплоносителей. Эффективность их применения	327
9.4.2.1.	Водяной пар	327
9.4.2.2.	Горячий воздух, парогазовые смеси	328
9.4.3.	Особенности процессов влагопереноса при тепловой обработке бетонов	329
9.4.4.	Особенности процессов теплопереноса при использовании теплоносителей с различной влажностью	332
9.4.5.	Основополагающие принципы управления режимами тепловой обработки изделий. Влияние процессов тепло-и влагопереноса на напряженное состояние бетона	335
	<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>	339
	<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b>	340
	<b>ОГЛАВЛЕНИЕ</b>	342

## **ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ В ТЕХНОЛОГИИ СТРОИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ И ИЗДЕЛИЙ**

Учебное пособие

Том 1

(вопросы теории)

Составитель – д.т.н., проф. Евгений Иванович Шмитько

Редактор Аграновская Н.Н.

Подписано в печать                      Формат 60x84 1/16. Уч.-изд. л. 1,1.

Усл.-печ. л. 9,3. Бумага писчая. Тираж \_\_\_\_ экз. Заказ №                      .

---

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии Воронежского  
государственного архитектурно-строительного университета  
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84