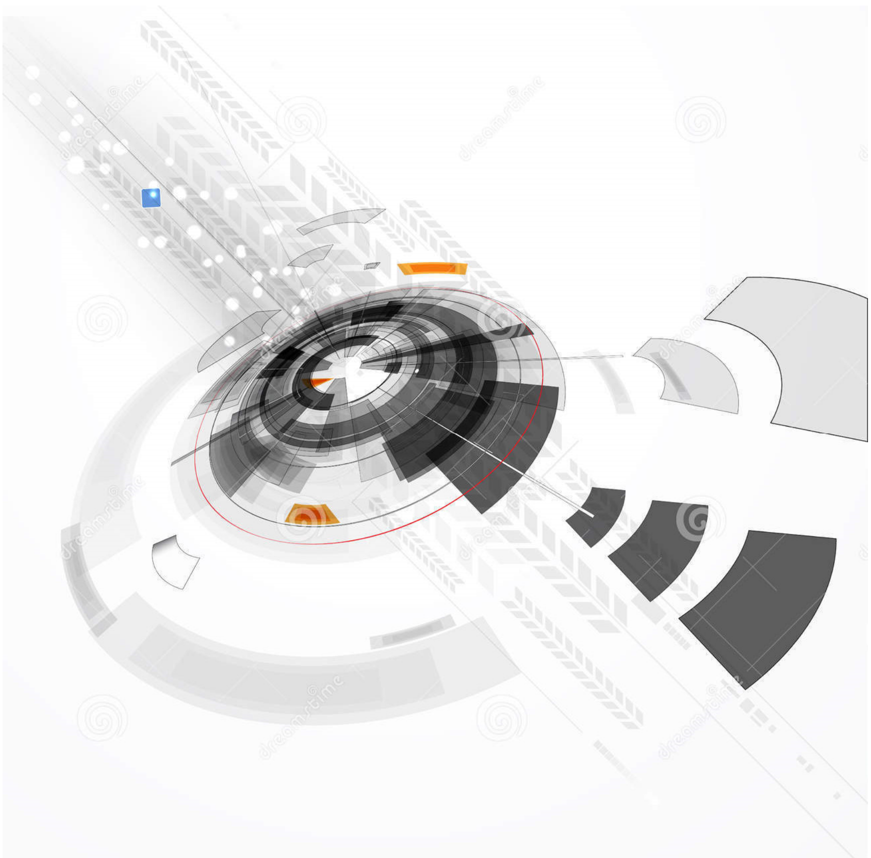
ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

575-2015

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
к выполнению лабораторных работ № 1-2 по дисциплине
«Компьютерные технологии в науке и образовании»
для студентов направления магистерской подготовки
11.04.03 «Конструирование и технология электронных средств»
очной формы обучения



Воронеж 2015

Составитель д-р техн. наук М.А. Ромащенко,

УДК 621

Методические указания к выполнению лабораторных работ № 1-2 по дисциплине «Компьютерные технологии в науке и образовании» для студентов направления магистерской подготовки 11.04.03 «Конструирование и технология электронных средств» очной формы обучения / ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. М.А. Ромащенко. Воронеж, 2015. 22 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ № 1-2 по дисциплине «Компьютерные технологии в науке и образовании» магистрами направления 11.04.03 «Конструирование и технология электронных средств» очной формы обучения. Содержат основные требования к содержанию и оформлению отчета, а также варианты заданий.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе MS Word 2007 и содержатся в файле КТвНиО_ЛР1-2.pdf

Табл. 2. Ил. 11.

Рецензент д-р техн. наук, проф. О.Ю. Макаров

Ответственный за выпуск зав. кафедрой
д-р техн. наук, проф. А.В. Муратов

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

ЗНАКОМСТВО С СИСТЕМОЙ MATHCAD. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Цель работы: получить представление о системе Mathcad. Закрепить знания о вычислениях и выполнении операций в системе Mathcad. Приобрести навыки решения уравнений с одной переменной в системе Mathcad.

Время работы: 4 часа.

1.1. Задания для самостоятельного изучения и методические указания по их выполнению

Задание 1 – получить представление о системе Mathcad.

Mathcad - система компьютерной алгебры из класса систем автоматизированного проектирования, ориентированная на подготовку интерактивных документов с вычислениями и визуальным сопровождением, отличается легкостью использования и применения для коллективной работы.

Mathcad был задуман и первоначально написан Алленом Раздовом из Массачусетского технологического института (MIT), соучредителем компании Mathsoft, которая с 2006 года является частью корпорации PTC (Parametric Technology Corporation).

Mathcad имеет интуитивный и простой для использования интерфейс пользователя. Для ввода формул и данных можно использовать как клавиатуру, так и специальные панели инструментов.

Некоторые из математических возможностей Mathcad (версии до 13.1 включительно) основаны на подмножестве системы компьютерной алгебры Maple (MKM, Maple Kernel Mathsoft). Начиная с 14 версии - использует символьное ядро MuPAD.

Работа осуществляется в пределах рабочего листа (рис. 1), на котором уравнения и выражения отображаются графически, в противовес текстовой записи в языках программирования. При создании документов-приложений используется принцип WYSIWYG (What You See Is What You Get — «что видишь, то и получаешь»).

Несмотря на то, что эта программа, в основном, ориентирована на пользователей-непрограммистов, Mathcad также используется в сложных проектах, чтобы визуализировать результаты математического моделирования путем использования распределённых вычислений и традиционных языков программирования. Также Mathcad часто используется в крупных инженерных проектах, где большое значение имеет трассируемость и соответствие стандартам.

Mathcad достаточно удобно использовать для обучения, вычислений и инженерных расчетов. Открытая архитектура приложения в сочетании с поддержкой технологий .NET и XML позволяют легко интегрировать Mathcad практически в любые ИТ-структуры и инженерные приложения. Есть возможность создания электронных книг (e-Book).

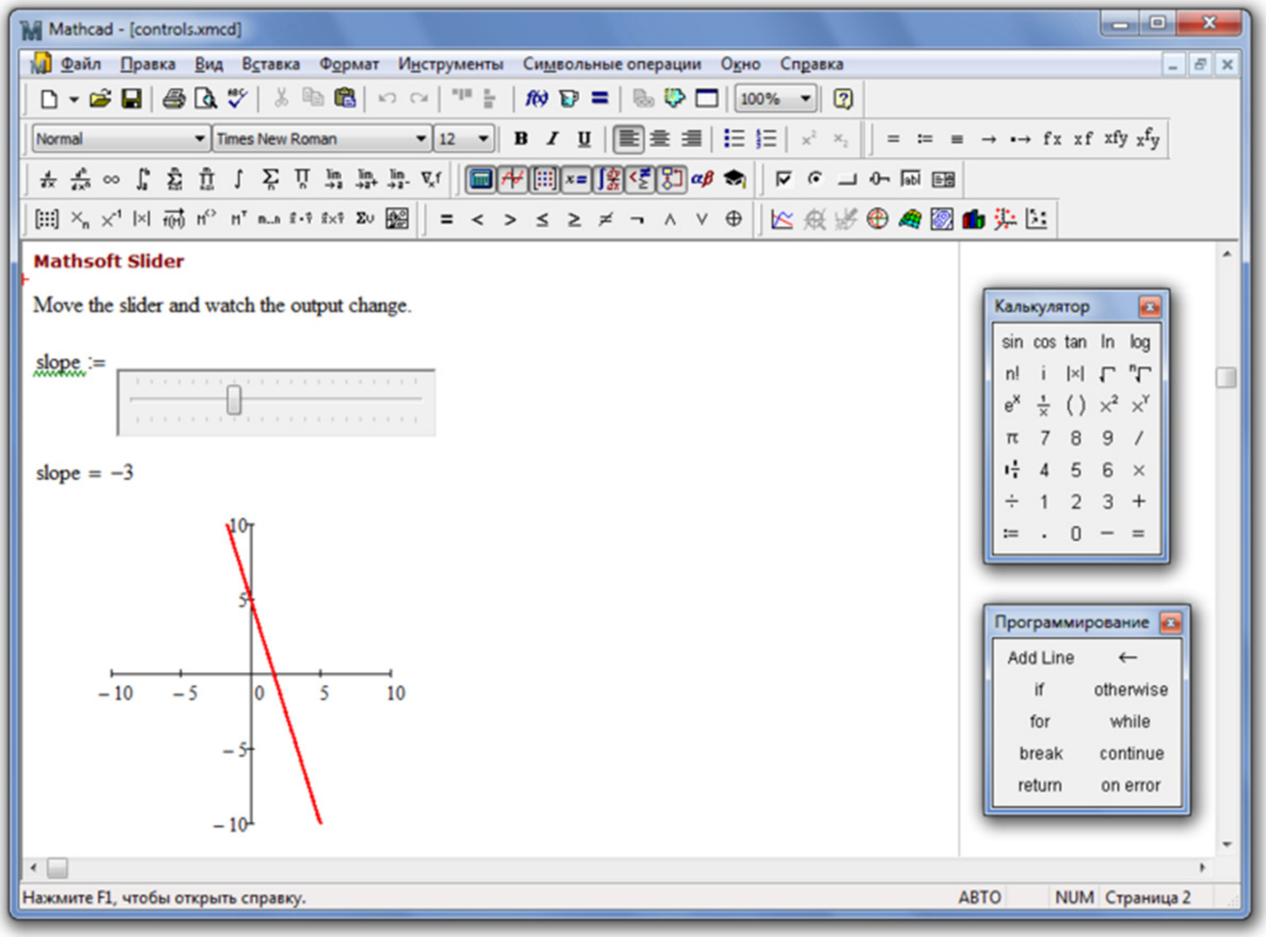


Рис. 1 – Рабочее окно программы Mathcad 15

Задание 2 – получить представление об основных возможностях системы Mathcad.

Mathcad содержит сотни операторов и встроенных функций для решения различных технических задач. Программа позволяет выполнять численные и символьные вычисления, производить операции со скалярными величинами, векторами и матрицами, автоматически переводить одни единицы измерения в другие.

Среди возможностей Mathcad можно выделить:

- решение дифференциальных уравнений, в том числе и численными методами;
- построение двумерных и трёхмерных графиков функций (в разных системах

координат, контурные, векторные и т. д.);
- использование греческого алфавита как в уравнениях, так и в тексте;
- выполнение вычислений в символьном режиме;
- выполнение операций с векторами и матрицами;
- символьное решение систем уравнений;
- аппроксимация кривых;
- выполнение подпрограмм;
- поиск корней многочленов и функций;
- проведение статистических расчётов и работа с распределением вероятностей;
- поиск собственных чисел и векторов;
- вычисления с единицами измерения;
- интеграция с САПР-системами, использование результатов вычислений в качестве управляющих параметров;
- с помощью Mathcad инженеры могут документировать все вычисления в процессе их проведения.

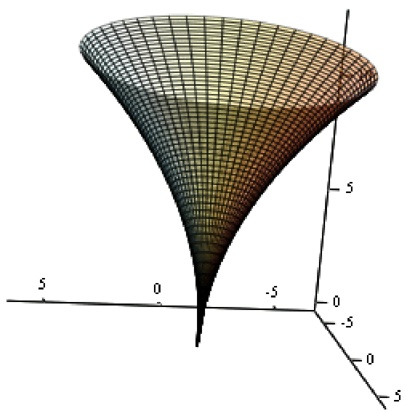


Рис. 2 – Поверхность, построенная в Mathcad

Задание 3 – ознакомиться с пользовательским интерфейсом системы Mathcad.

Пользовательский интерфейс системы создан так, что пользователь, имеющий элементарные навыки работы с Windows-приложениями, может сразу начать работать с Mathcad. Под интерфейсом понимается не только легкое управление системой, как с клавиатуры или с помощью мыши, но и просто набор необходимых символов, формул, текстовых комментариев с последующим запуском документов (Worksheets) в реальном времени. Запустив систему Mathcad из Windows, вы увидите на экране первоначально пустое диалоговое окно (рис. 3).

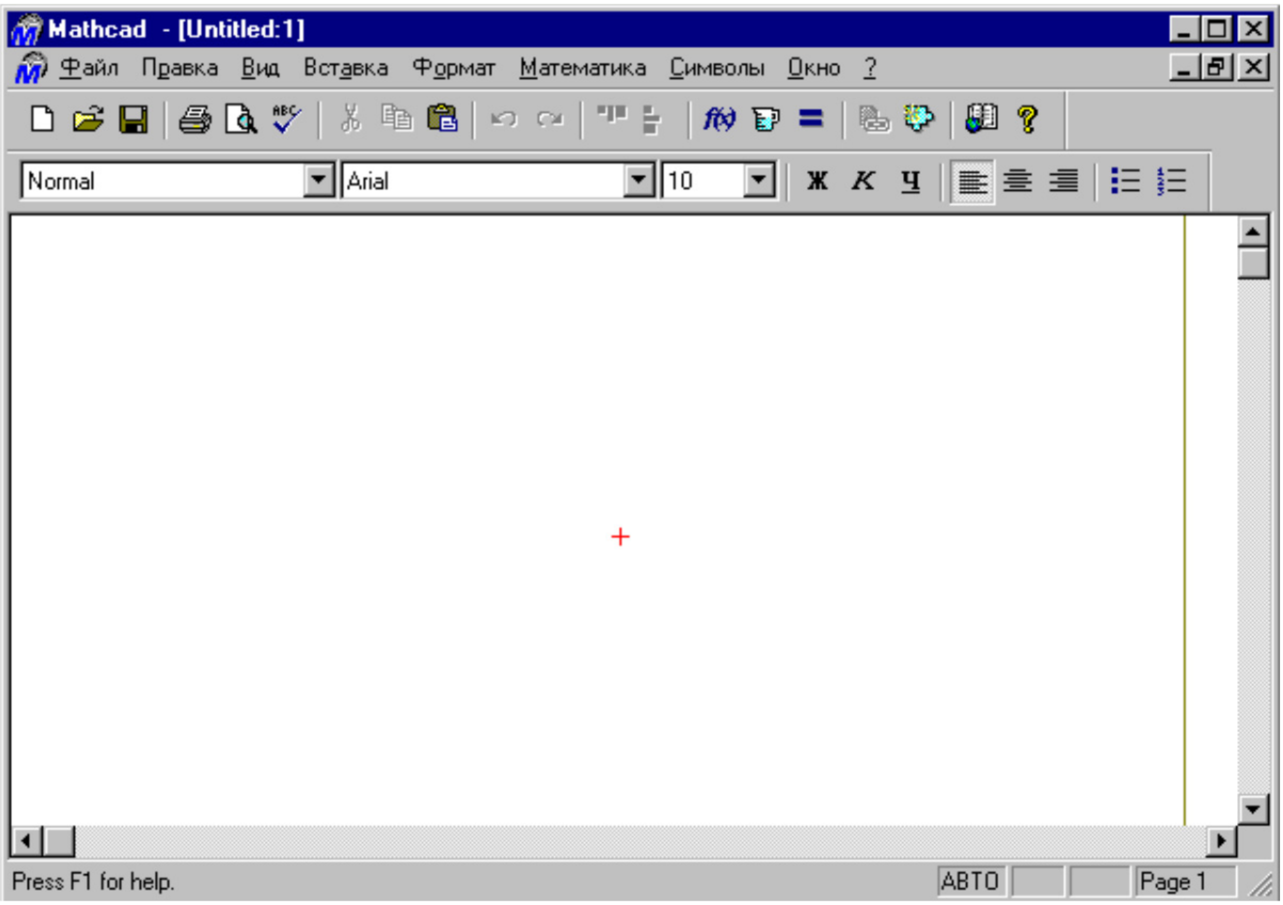


Рис. 3 – Начальное диалоговое окно Mathcad

Над ним видна строка с основными элементами интерфейса. Опции главного меню, содержащиеся в этой строке, легко изучить самостоятельно; некоторые из них очень похожи на стандартные опции, принятые в текстовых редакторах Windows. Работа с документами MathCAD не требуют обязательного использования возможностей главного меню, так как основные из них дублируются кнопками быстрого управления, которые расположены в удобных перемещаемых с помощью мыши наборных панелях – палитрах.

Наборные панели появляются в окне редактирования документов при активизации кнопок – пиктограмм. Они служат для вывода заготовок – шаблонов математических знаков (цифр, знаков арифметических операций, матриц, знаков интеграла, производных, приделов и др.).

Указатель мыши подводим к “Вид” в главном меню, щелкаем левой кнопкой мыши; указатель подводим к “Панели инструментов” и щелкаем левой кнопкой мыши; Выпадает следующее меню. Указатель мыши подводим к “Математика” и щелкаем левой кнопкой мыши. Выпадают наборные панели. (рис. 4).

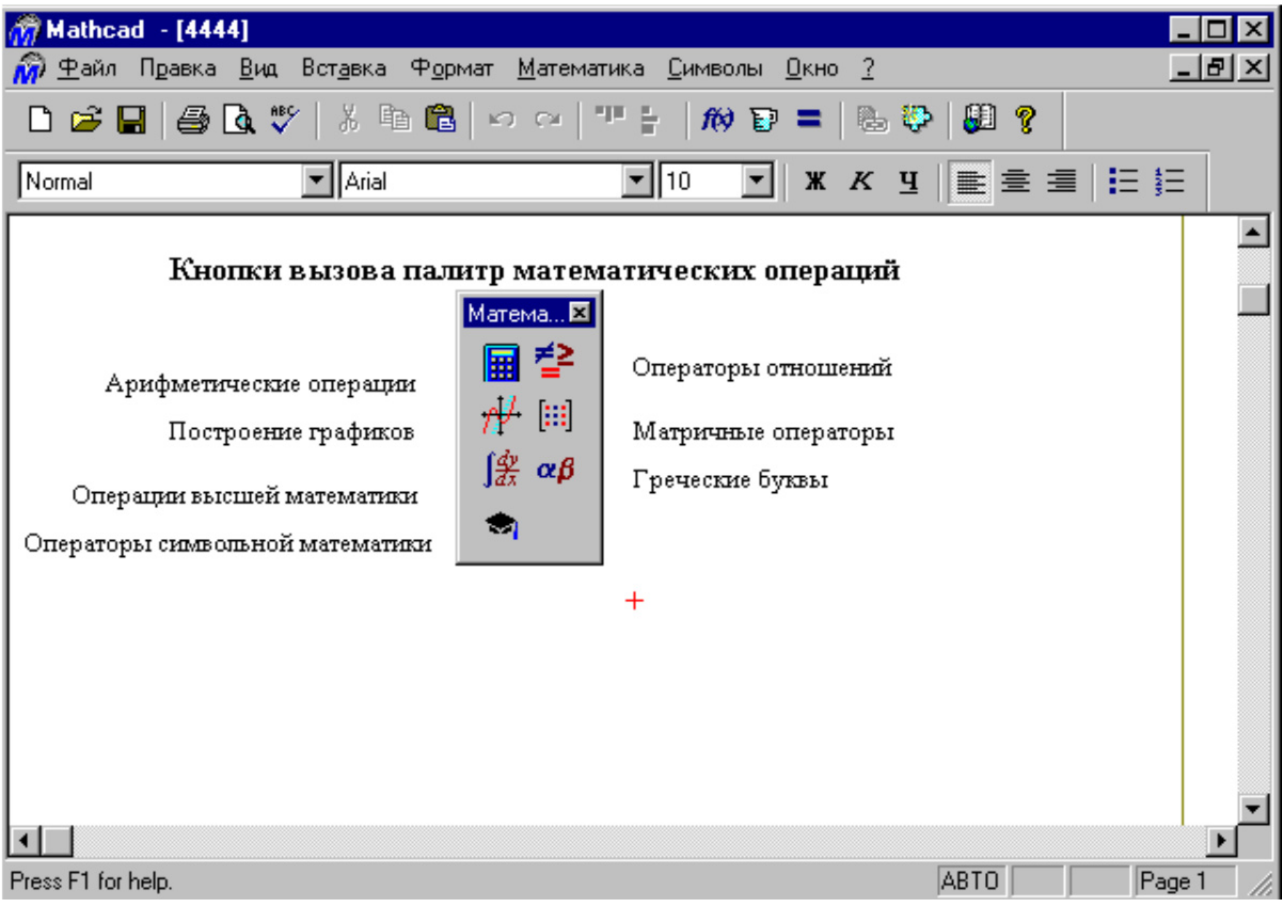


Рис. 4 – Кнопки вызова палитр математических операций

Задание 4 – закрепить знания о вычислениях и выполнении операций в системе Mathcad.

Рассмотрим примеры решения некоторых типовых математических задач. Обратите внимание, что решение завершается щелчком левой кнопки мыши, предварительно уводя указатель мыши за пределы выделенной области набора примера.

упростить выражение $\dfrac{a^2-b^2}{2a+2b}$

Решение - в окне редактирования (далее на экране) набираем исходное выражение. Указатель мыши подводим к опции “Символы” в главном меню и щелкаем левой кнопкой мыши один раз (далее входим в “Символы”). В выпавшем меню указатель мыши подводим к опции “Упростить” и активизируем (щелчком левой кнопкой мыши) указанную опцию. На экране отображается наше выражение, но уже в выделенном виде. Повторяем наши действия: входим в “Символы” (подводим указатель мыши и щелкаем левой кнопкой мыши) и активизируем “Упростить”. На экране появляется ответ $\frac{1}{2}a-\frac{1}{2}b$.

вычислить $10x^2-5y^2$*, при x=1,5 и y=-1,6.*

Решение - на экране набираем исходное выражение; с клавиатуры набираем знак =, компьютер сам поставит знак :=.

x: =1.5 y: =-1.6

$10x^2-5y^2=$

рядом со знаком равенства читаем ответ: 9.7.

преобразуйте в многочлен $(a+2b)\cdot(a-2b)\cdot(a^2+4b^2)$

Решение - на экране набираем исходное выражение. Входим в меню “Символы”, активизируем “Расширить”. На экране читаем ответ a^4-16b^4

разложите на множители $4z^4-25k^2$

Решение - на экране набираем исходное выражение. Входим в меню “Символы”, активизируем “Фактор”. На экране читаем ответ $-(5k-2z^2)(5k^2+2z^2)$

разложите на множители $12x^3-3x^2y-18xy^2$

Решение - на экране набираем исходное выражение. Входим в меню “Символы”, активизируем “Фактор”. На экране читаем ответ $3(4x^2-xy-6y^2)$

сократите дробь $\dfrac{x^2-2mx+3x-6m}{x^2+2mx+3x+6m}$

Решение - на экране набираем исходное выражение. Входим в меню “Символы”, активизируем “Упростить”. На экране читаем ответ $\dfrac{(x-2m)}{x+2m}$

вычислите $\dfrac{36^{-1/2}}{27^{1/3}-81^{1/4}\cdot 5}$

Решение - на экране набираем исходное выражение. Ставим знак равенства и читаем ответ -0,014

решите уравнение $2(5x-1)^2+35x-11=0$

Аналитическое решение. Набираем ключевое слово given (дано). Вводим исходное уравнение. Здесь при вводе знака =, необходимо ввести знак «логическое равно» из палитры, а не с клавиатуры. Набираем find(x)->, рядом читаем решение $-\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{10}$

решите уравнение $y^3 + 6y^2 - 16y = 0$

Численный поиск корней уравнения. Для поиска корней искомой переменной, надо присвоить начальное значение, а затем при помощи вызова функции root(f(x),x) находим корень. Набираем на экране

$y := 1$

$root\left(y^3 + 6y^2 - 16y, y\right) =$

читаем ответ -8. Если в качестве начального значения возьмем y:=-2, то получим ответ 0

решите систему уравнений $\begin{matrix} x^2 + y + 8 = xy \\ y - 2x = 0 \end{matrix}$

Решение. Набираем ключевое слово given и систему уравнений. Между левыми и правыми частями уравнений ставим знак «логическое равно». Набираем вызов функции find(x,y)->, читаем на экране ответ

$$\begin{matrix} -2 & 4 \\ -4 & 8 \end{matrix}$$

решите неравенство $5x - 3 =< 4$

Решение. На экране набираем неравенство и входим в палитру “Символические операторы”, активизируем “solve”, набираем x, на экране читаем ответ: x=< 7/5

решите неравенство $2a^2 - 5 < 15$

Решение. На экране набираем неравенство и входим в палитру “Символические операторы”, активизируем “solve”, набираем a, на экране читаем ответ $\left(-\sqrt{10} < a\right)\ \left(a < \sqrt{10}\right)$.

вычислите $\cos 34^\circ \cos 56^\circ - \sin 34^\circ \sin 124^\circ$

Решение. На экране набираем

$\cos(34\deg)\cos(56\deg) - \sin(34\deg)\sin(124\deg) =$

и читаем ответ 0. Deg набирается если угол задан в градусах; rad – в радианах.

построить график функции $y = 2\sin(2x)$

Решение. Набираем на экране указанную функцию. Отводим указатель мыши от выделенной части и щелкаем левой кнопкой мышки. Указатель мыши подводим к “Построение графиков” и входим, активизируем “Декартов график”. Появляется шаблон для построения графика. На нем выделены метки. Указатель мыши подводим к нижней метке, активизируем. Набираем x. По горизонтали появляются еще две метки, где мы должны указать интервалы построения графика. Указатель мыши подводим к левой метке, щелкая левой кнопкой мыши активизируем и вводим левую границу 0. Указатель мыши подводим к правой границе, активизируем и вводим 5. Уводим указатель мыши к метке оси Y, активизируем его и вводим y(x). Появляются метки нижней и верней границ оси Y. В нижней набираем –2, в верхней 2. Отводим указатель мыши от шаблона для графиков, щелкаем левой кнопкой мыши. Появляется искомый график (рис. 5). Для форматирования графика нужно дважды щелкнуть в области графика. В выпавшем меню можно управлять отображением линий, масштабом и др.

$$y(x) := 2\cdot\sin(2\cdot x)$$

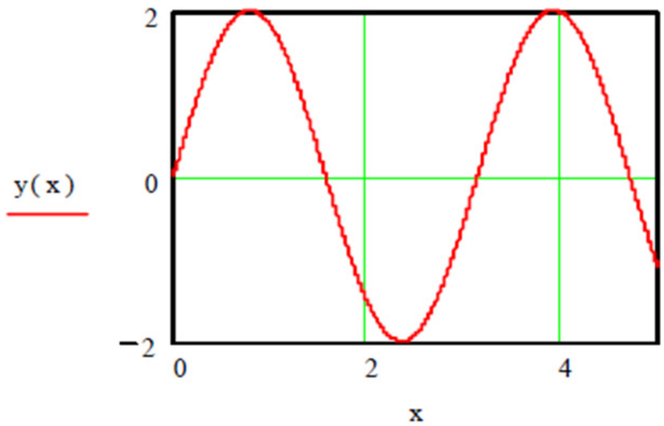


Рис. 5 – Пример построения графика функции

построить графики функций $y(x) = 4\sin(2x+3)$ *и* $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Решение аналогично предыдущему примеру. В шаблоне для построения графиков имена функций набираем через запятую. Ограничений для значений аргументов и функций не ставим. Далее щелкаем мышью вне поля графиков (рис. 6).

$$y(x) := 4 \cdot \sin(2 \cdot x + 3)$$

$$f(x) := x^2 - 4 \cdot x + 3$$

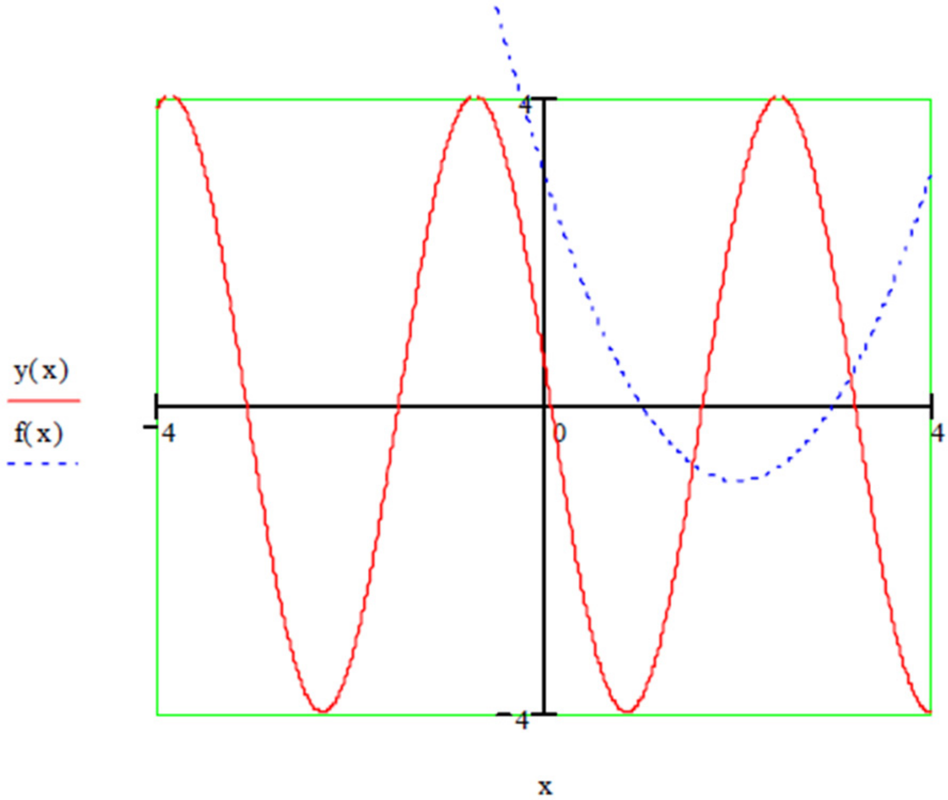


Рис. 6 – Пример построения графика функции

вычислите предел многочлена $2x^3 - 3x^2 + 3$

Решение. Из палитры “Высшей математики”, активизируем lim, заполняем выведенный шаблон. Завершаем набор знаком -> палитры “Операторы отношений”. На экране читаем ответ 7.

вычислите производную $\cos x + x \sin x$

Решение. Из палитры “Высшей математики”, активизируем $\frac{d}{dx}$, заполняем выведенный шаблон. Завершаем набор знаком -> палитры “Операторы отношений”. На экране читаем ответ $x \cos x$.

вычислите неопределенный интеграл $\int \left(x^2 + \cos x\right) dx$

Решение. Из палитры “Высшей математики”, активизируем $\int$ заполняем выведенный шаблон. Завершаем набор знаком -> палитры “Операторы отношений”. На экране читаем ответ $\frac{1}{3}x^3 + \sin x$

вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \sqrt{\left(x^2+1\right)}dx$

Решение. Из палитры “Высшей математики”, активизируем $\int_a^b$, заполняем выведенный шаблон. Завершаем набор знаком -> палитры “Операторы отношений”. На экране читаем ответ $\frac{1}{2}\sqrt{2}-\frac{1}{2}\ln\left(\sqrt{2}-1\right)$.

1.2. Лабораторные задания

Рассмотрим уравнение $f\left(x\right)=0$ (1), где f (x) определена и непрерывна на некотором конечном или бесконечном интервале a<x<b. Всякое значение x*, обращающее функцию f(x) в нуль, f(x*)≡0, называется корнем уравнения (1), а способ нахождения этого значения x* и есть решение уравнения (1).

Найти корни уравнения вида (1) точно удается лишь в редких случаях. Кроме того, часто уравнение содержит коэффициенты, известные лишь приблизительно и следовательно, сама задача о точном определении корней уравнения теряет смысл. Разработаны методы численного решения уравнений вида (1), позволяющие отыскать приближенные значения корней этого уравнения.

При этом приходится решать две задачи:

1) отделение корней, т.е. отыскание достаточно малых областей, в каждой из которых заключен только один корень уравнения;

2) вычисление корней с заданной точностью.

Воспользуемся известным результатом математического анализа: если непрерывная функция принимает на концах некоторого интервала значения разных знаков, то интервал содержит по крайней мере один корень уравнения.

Для выделения областей, содержащих один корень, можно использовать, например, графический способом, либо двигаясь вдоль области определения с некоторым шагом, проверять на концах интервалов условие смены знака функции.

Для решения второй задачи существует многочисленные методы, из которых рассмотрим четыре: метод итераций, метод половинного деления, метод хорд, метод касательных.

Задание 1 – Произвести отделение корней графически и программным способом (точность $\varepsilon = 10^{-1}$). Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	Метод	Уравнение
1	касательных	$x + x\ln\left(x+0,5\right) - 0,5 = 0$
2	касательных	$x2^x - 1 = 0$
3	хорд	$x^3 - 2x^2 + x - 3 = 0$
4	касательных	$x^3 + 12x - 2 = 0$
5	хорд	$5x - 8\ln(x) - 8 = 0$
6	касательных	$x^4 + 0,5x^3 - 4x^2 - 3x - 0,5 = 0$
7	хорд	$x - \sin(x) - 0,25 = 0$
8	касательных	$x^3 - 6x^2 + 20 = 0$
9	хорд	$5x^3 + 10x^2 + 5x - 1 = 0$
10	касательных	$0,1x^2 - x\ln(x) = 0$

Для графического отделения корней необходимо построить график функции y(x), в результате чего можно увидеть приблизительное расположение корней исходного уравнения, например как на рис. 7.

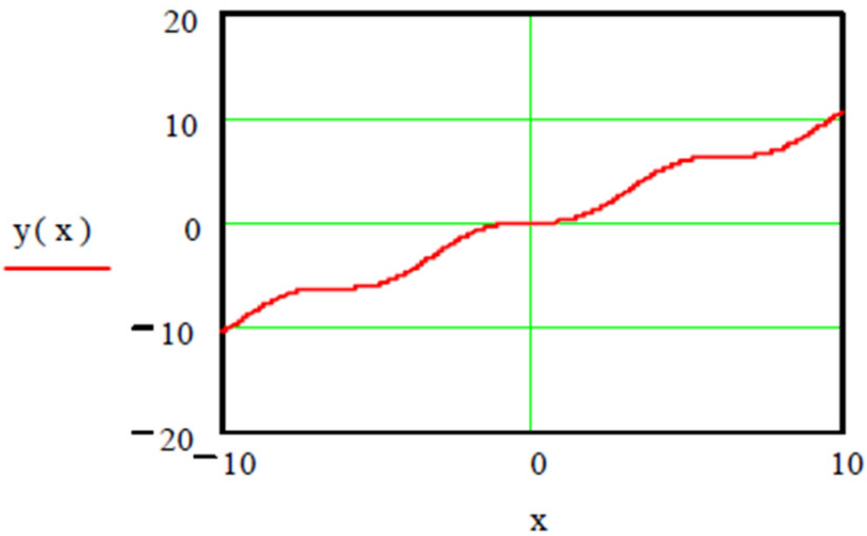


Рис. 7 – График функции $y = x - \sin x - 0,25$

Далее вычисляем значения аргумента и функции в районе пересечения графиком нулевых значений. Для чего набираем i, x_i F_i. Ниже, x= и рядом щелкаем мышью, набираем F= ,также рядом щелкаем мышью (рис. 8).

$i := 0..10 \qquad x_i := -5 + i \qquad F_i := y(x_i)$

x =

	0
0	-5
1	-4
2	-3
3	-2
4	-1
5	0
6	1
7	2
8	3
9	4
10	5

F =

	0
0	-6.209
1	-5.007
2	-3.109
3	-1.341
4	-0.409
5	-0.25
6	-0.091
7	0.841
8	2.609
9	4.507
10	5.709

Рис. 8 – Вычисление значения аргумента и функции

Задание 2 – Найти корни уравнения с использованием операторов given и find.

Пример выполнения данного задания представлен на рис. 9.

Given

$$x - \sin(x) - 0.25 = 0$$

$$\text{Find}(x) \rightarrow 1.17122965250166599$$

Рис. 9 – Нахождение корней уравнения с использованием операторов given и find

Задание 3 – Найти корни уравнения с использованием символьных вычислений.

Пример выполнения данного задания представлен на рис. 10.

$$x - \sin(x) - 0.25 \;\text{solve}, x \rightarrow 1.17122965250166599$$

Рис. 10 – Нахождение корней уравнения с использованием символьного решения

Задание 4 – Сделать уточнение корней методом касательных или хорд с заданной точностью $\varepsilon = 10^{-4}$

Расчетная формула для метода касательных $x_{n+1} = x_n - \dfrac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, а для метода хорд $x_{n+1} = \dfrac{x_0 f(x_n) - x_n f(x_0)}{f(x_n) - f(x_0)}$. Значение x_0 для метода хорд и начальная точка для метода касательных выбирается из условия выполнения неравенства $f(x_0) f''(x_0) > 0$. В результате вычислений по этим формулам может быть получена последовательность приближенных значений корня $x_1, x_2, ..., x_{n-1}, x_n$. Процесс вычислений заканчивается при выполнении условия $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$. В каждом случае вывести на печать количество итераций, необходимых для достижения заданной точности (рис. 11).

$i := 0..10$

$x_0 := 1$

$$x_{i+1} := x_i - \frac{\left[x_i - \left(\sin(x_i) + 0.25\right)\right]}{1 + \cos(x_i)}$$

x =

	0
0	1
1	1.059385
2	1.101462
3	1.129285
4	1.146676
5	1.157108
6	1.163197
7	1.16669
8	1.168674
9	1.169794
10	1.170424
11	1.170778

$i := 0..10$

$x_0 := 1$

$$x_{i+1} := \frac{\left[x_0 \cdot \left(x_i - \sin(x_i) - 0.25\right) - x_i \cdot \left(x_0 - \sin(x_0) - 0.25\right)\right]}{\left(x_i - \sin(x_i) - 0.25\right) - \left(x_0 - \sin(x_0) - 0.25\right)}$$

x =

	0
0	1
1	0
2	1.576998
3	1.126117
4	1.177917
5	1.170273
6	1.171367
7	1.17121
8	1.171232
9	1.171229
10	1.17123
11	1.17123

Рис. 11 – Нахождение корней уравнения с использованием метода касательных (слева) и хорд (справа)

1.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. Перечислите этапы решения уравнения с одной неизвестной.
2. Назовите способы отделения корней.
3. Каким образом графическое отделение корней уточняется с помощью вычислений?
4. Дать словесное описание алгоритма метода половинного деления.
5. Назовите необходимые условия сходимости метода половинного деления.
6. Назовите условие окончания счета метода простой итерации. Как определяется погрешность метода?
7. Приведите словесное описание алгоритма метода хорд. Дайте графическое представление метода. Как определяется погрешность метода?
8. Приведите словесное описание алгоритма метода касательных (Ньютона). Дайте графическое представление метода. Назовите условие выбора начальной точки.

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Цель работы: получить представление о решении систем линейных уравнений в системе Mathcad с помощью различных способов.

Время работы: 8 часов.

2.1. Домашние задания и методические указания по их выполнению

Задание 1 – вспомнить основные способы решения систем линейных уравнений.

Для решения систем линейных уравнений вида

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n = b_2 \\ ... \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \tag{2.1}$$

или в векторном виде $Ax = b$ (2.2) используются две основные группы методов: прямые методы и итерационные. Прямые методы дают точное решение за конечное число операций; к ним относятся, например, методы Крамера и Гаусса. Итерационные методы дают решение системы уравнений как предел последовательных приближений. Для итерационных методов необходимо выполнение условий сходимости и дополнительных преобразований системы в эквивалентную ей.

Для дальнейших примеров будет использована следующая система уравнений

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 7$$
$$x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 5$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 3$$

Задание 2 – освоить символьное решение систем уравнений в системе Mathcad.

Ниже приведен фрагмент рабочего документа с соответствующими вычислениями. Здесь знак = эквивалентен логическому равенству.

Given

$$x1 + 2 \cdot x2 + 3 \cdot x3 = 7$$

$$x1 - 3 \cdot x2 + 2 \cdot x3 = 5$$

$$x1 + x2 + x3 = 3$$

$$\mathrm{Find}(x1, x2, x3) \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Задание 3 – освоить в системе Mathcad решение системы линейных алгебраических уравнений как матричное уравнение $Ax = B$.

Для выполнения решения необходимо выполнить следующую последовательность действий:

- установить режим автоматических вычислений;
- ввести матрицу системы и матрицу-столбец правых частей;
- найти решение системы по формуле $x = A^{-1}b$;
- проверить правильность решения умножением матрицы системы на вектор-столбец решения.

$$A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad b := \begin{bmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$x := A^{-1} \cdot b \qquad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} \qquad A \cdot x - b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

- найти решение системы с помощью функции lsolve и сравнить результаты.

$$x := \mathrm{lsolve}(A, b) \qquad x = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Задание 4 – освоить решение линейной системы методом Гаусса в системе Mathcad.

Функция augment(A,b) формирует расширенную матрицу системы добавлением к матрице системы справа столбца правых частей. Функция rref приводит расширенную матрицу системы к ступенчатому виду, выполняя прямой и обратный ходы гауссова исключения. Последний столбец содержит решение системы.

$$\mathrm{rref}(\mathrm{augment}(A, b)) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 108 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Задание 5 – освоить решение системы методом Крамера в системе Mathcad.

Для выполнения решения необходимо выполнить следующую последовательность действий:

- вычислить определитель D матрицы A;
- задать матрицу DX1, заменой первого столбца матрицы A, матрицей b. Вычислить определитель матрицы DX1;
- задать матрицу DX2, заменой второго столбца матрицы A, матрицей b. Вычислить определитель матрицы DX2;
- задать матрицу DX3, заменой третьего столбца матрицы A, матрицей b. Вычислить определитель матрицы DX3.
- определить решение системы линейных уравнений x_1, x_2, x_3.

$$D := |A| \qquad D = 9$$

$$DX1 := \begin{bmatrix} 7 & 2 & 3 \\ 5 & -3 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \qquad DX1 := |DX1|$$

$$DX1 = 9$$

$$DX2 := \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 1 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \qquad DX2 := |DX2| \qquad DX2 = 0$$

$$DX3 := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 1 & -3 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \qquad DX3 := |DX3| \qquad DX3 = 18$$

$$x1 := \frac{DX1}{D} \quad x1 = 1 \qquad x2 := \frac{DX2}{D} \quad x2 = 0 \qquad x3 := \frac{DX3}{D} \quad x3 = 2$$

Задание 6 – освоить в системе Mathcad решение системы линейных алгебраических уравнение методом простых итераций.

Для выполнения решения необходимо выполнить следующую последовательность действий:

- ввести матрицы C и d;
- преобразовать исходную систему $Cx = d$ к виду $x = b + Ax$;
- определить нулевое приближение решения;
- задать количество итераций;
- вычислить последовательные приближения.

$$ORIGIN := 1$$

$$C := \begin{bmatrix} 100 & 6 & -2 \\ 6 & 200 & -10 \\ 1 & 2 & 100 \end{bmatrix} \qquad d := \begin{bmatrix} 200 \\ 600 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$$i := 1..3 \qquad j := 1..3$$

$$b_i := \frac{d_i}{C_{i,i}} \qquad A_{i,j} := \frac{-C_{i,j}}{C_{i,i}} \qquad A_{i,i} := 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.06 & 0.02 \\ -0.03 & 0 & 0.05 \\ -0.01 & -0.02 & 0 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x^{\langle 1 \rangle} := b \qquad k := 2..10 \qquad x^{\langle k \rangle} := b + A \cdot x^{\langle k-1 \rangle}$$

x =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	1.92	1.907	1.907	1.907	1.907	1.907	1.907	1.907	1.907
2	3	3.19	3.188	3.189	3.189	3.189	3.189	3.189	3.189	3.189
3	5	4.92	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917

$$X := x^{\langle 10 \rangle} \qquad X = \begin{bmatrix} 1.907 \\ 3.189 \\ 4.917 \end{bmatrix}$$

Задание 7 – освоить в системе Mathcad решение системы линейных алгебраических уравнений методом Зейделя.

Для выполнения решения необходимо выполнить следующую последовательность действий:

- ввести матрицы C и d;
- преобразовать систему $Cx = d$ к виду $x = b + A1x + A2x$;
- определить нулевое приближение решения;
- задать количество итераций;
- вычислить последовательные приближения.

$$\mathrm{ORIGIN} := 1$$

$$C := \begin{bmatrix} 100 & 6 & -2 \\ 6 & 200 & -10 \\ 1 & 2 & 100 \end{bmatrix} \qquad d := \begin{bmatrix} 200 \\ 600 \\ 500 \end{bmatrix}$$

$$i := 1..3 \qquad b_i := \frac{d_i}{C_{i,i}} \qquad i := 2..3 \qquad j := 1..2$$

$$A1_{i,j} := \frac{-C_{i,j}}{C_{i,i}} \qquad A2_{j,i} := \frac{-C_{j,i}}{C_{j,j}}$$

$$A1_{i,i} := 0 \quad A1_{j,i} := 0 \quad A2_{i,i} := 0 \quad A2_{i,j} := 0 \quad A := A1 + A2$$

$$A1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -0.03 & 0 & 0 \\ -0.01 & -0.02 & 0 \end{bmatrix} \quad A2 = \begin{bmatrix} 0 & -0.06 & 0.02 \\ 0 & 0 & 0.05 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -0.06 & 0.02 \\ -0.03 & 0 & 0.05 \\ -0.01 & -0.02 & 0 \end{bmatrix} \qquad b = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$x^{\langle 1 \rangle} := b \qquad y^{\langle 1 \rangle} := b \qquad k := 2..10$$

$$x^{\langle k \rangle} := b + A2 \cdot x^{\langle k-1 \rangle} \qquad x^{\langle k \rangle} := x^{\langle k \rangle} + A1 \cdot x^{\langle k-1 \rangle}$$

x =

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	1.92	1.905	1.905	1.905	1.905	1.905	1.905	1.905	1.905
2	3	3.19	3.192	3.193	3.193	3.193	3.193	3.193	3.193	3.193
3	5	4.92	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917	4.917

2.2. Лабораторные задания

Задание 1 – Решить систему линейных уравнений методом Гаусса. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 2.

Контроль выполняемых вычислений является важным элементом решения любой вычислительной задачи. Для контроля прямого хода пользуются контрольными суммами, которые представляют собой суммы коэффициентов при неизвестных и свободного члена для каждого уравнения заданной системы.

Для контроля вычислений в основной части схемы единственного деления (столбцы коэффициентов при неизвестных и свободных членов) над контрольными суммами выполняют те же действия, что и над остальными элементами той же строки. При отсутствии вычислительных ошибок контрольная сумма для каждой строки в пределах влияниях погрешностей округления и их накопления должна совпадать со строчной суммой – вторым столбцом контроля. Строчные суммы представляют собой суммы всех элементов из основной части этой строки.

Таблица 2 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	a_{1i}	a_{2i}	a_{3i}	b_{1i}
1	0,35 0,12 -0,13	0,12 0,71 0,15	-0,13 0,15 0,63	0,10 0,26 0,38
2	0,71 0,10 -0,10	0,10 0,34 0,64	0,12 -0,04 0,56	0,29 0,32 -0,1,
3	0,34 -0,04 0,06	-0,04 0,44 0,56	0,10 -0,12 0,39	0,33 -0,05 0,28
4	0,10 -0,04	-0,04 0,34	-0,63 0,05	-0,15 0,31

	-0,43	0,05	0,13	0,37
5	0,63 0,05 0,15	0,05 0,34 0,10	0,15 0,10 0,71	0,34 0,32 0,42
6	1,20 -0,50 -0,30	-0,20 1,70 0,10	0,30 -1,60 -1,50	-0,60 0,30 0,40
7	0,30 -0,10 -1,50	1,20 -0,20 -0,30	-0,20 1,60 0,10	-0,60 0,30 0,70
8	0,20 0,58 0,05	0,44 -0,29 0,34	0,91 0,05 0,10	0,74 0,02 0,32
9	6,36 7,42 1,77	1,75 19,03 0,42	1,00 1,75 6,36	41,70 49,49 27,67
10	3,11 -1,65 0,60	-1,66 3,15 0,78	-0,60 -0,78 -2,97	-0,92 2,57 1,65

Задание 2 – Решить систему (2.1) методом простой итерации. В дальнейшем предполагается, что матрица А квадратная и невырожденная.

Предварительно необходимо привести систему (2.2) к итерационному виду $x = Cx + f$ (2.3). Для произвольного начального вектора x_0 итерационный процесс $x^{n+1} = Cx^n + f$ сходится, если выполнено одно из условий

а) $\sum\limits_{j=1}^{n} \left| c_{i,j} \right| = \alpha < 1, \quad 1 \le i \le n$ (2.4)

б) $\sum\limits_{i=1}^{n} \left| c_{i,j} \right| = \alpha < 1, \quad 1 \le j \le n$ (2.5)

в) $\sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} \sum\limits_{j=1}^{n} c_{ij}^2} = \alpha < 1$ (2.6)

Процесс вычислений заканчивается при выполнении условия

$\rho_i \left(x^{k-1}, x^k \right) \le \varepsilon \left(1 - \alpha \right) / \alpha$ (2.7)

где $\rho_i \left(i = 1,2,3 \right)$

ρ (i=1,2,3) – одна из метрик, определяемая левой частью (2.4)-(2.6), по которой была установлена сходимость, ε − заданная точность ($\varepsilon = 10^{-4}$).

Задание 3 – Решить систему (2.1) методом Зейделя.

Метод Зейделя отличается от метода простой итерации тем, что найдя какое-то значение для компоненты, мы на следующем шаге используем его для отыскания следующей компоненты. Вычисления ведутся по формуле

$$x_i^{(k+1)} = -\sum_{j=1}^{i-1} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} \frac{a_{ij}}{a_{ii}} x_j^{(k)} + \frac{b_i}{a_{ii}} \qquad (2.8)$$

Каждое из условий (2.4)-(2.6) является достаточным для сходимости итерационного процесса по методу Зейделя. Практически же удобнее следующее преобразование системы (2.2). Домножая обе части (2.2) на A^T, получим эквивалентную ей систему $CX = d$, где $C = A^T A$ и $d = A^T b$. Далее, поделив каждое уравнение на c_{ii}, приведем систему к виду (2.8). Подобное преобразование также гарантирует сходимость итерационного процесса.

2.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. К какому типу - прямому или итерационному - относится метод Гаусса?
2. В чем заключается прямой и обратный ход в схеме единственного деления?
3. Как организуется, контроль над вычислениями в прямом и обратном ходе?
4. Как строится итерационная последовательность для нахождения решения системы линейных уравнений?
5. Как формулируется достаточные условия сходимости итерационного процесса?
6. Как эти условия связаны с выбором метрики пространства?
7. В чем отличие итерационного процесса метода Зейделя от аналогичного процесса метода простой итерации?

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ № 1-2 по дисциплине
"Компьютерные технологии в науке и образовании"
для студентов направления магистерской подготовки
11.04.03 «Конструирование и технология электронных средств»
очной формы обучения

Составитель
Ромащенко Михаил Александрович

В авторской редакции

Подписано к изданию 30.09.2015.
Уч.-изд. л. 2,9.

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14