

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра конструирования и производства радиоаппаратуры

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ №5 И №6

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Электромагнитные процессы в электронных средствах»
для студентов направления

11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств»
(профиль «Проектирование и технология радиоэлектронных средств»)
всех форм обучения



Воронеж 2021

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

Составитель:

д-р техн. наук М.А. Ромащенко

Лабораторные работы №5 и №6: методические указания к выполнению лабораторных работ по дисциплине «Электромагнитные процессы в электронных средствах» для студентов направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» (профиль «Проектирование и технология радиоэлектронных средств») всех форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: М.А. Ромащенко. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2021. 12 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторных работ №5 и №6 по дисциплине «Электромагнитные процессы в электронных средствах» студентами направления 11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств» всех форм обучения. Содержат основные требования к содержанию и оформлению отчета, а также варианты заданий.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле ЭМП_в_ЭС ЛР5-6.pdf

Ил. 2. Табл. 1. Библиогр.: 2 назв.

УДК 621.3.049.7.002 (075)
ББК 38.54

Рецензент О. Ю. Макаров, д-р техн. наук, проф.
кафедры конструирования и производства
радиоаппаратуры ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Цель работы: получить представление о численном решении дифференциальных уравнений в системе Mathcad с помощью различных способов.

Время работы: 4 часа.

1.1. Задания для самостоятельного изучения и методические указания по их выполнению

Задание 1 – вспомнить основные способы численного решения дифференциальных уравнений.

Пусть дано дифференциальное уравнение первого порядка

$$y' = f(x, y) \quad (1.1)$$

Требуется найти на отрезке $[a, b]$ решение $y(x)$, удовлетворяющее начальному условию

$$y(a) = y_0 \quad (1.2)$$

Будем предполагать, что условия теоремы существования и единственности выполнены. Для решения используем метод Эйлера (метод первого порядка точности (1.3)) и метод Рунге-Кутты (метод четвертого порядка точности (1.4)) с шагом h и $2h$. Отметим, что результаты могут сильно отличаться, ввиду того, что метод Эйлера, имея только первый порядок точности, используется, как правило, для оценочных расчетов. Ориентировочную оценку погрешности метода Рунге-Кутты ε вычислить по формуле (1.5).

$$y_{i+1} = y_i + hf(x_i, y_i) \quad (1.3)$$

где h – шаг разбиения.

$$y_{i+1} = y_i + \frac{k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4}{6} \quad (1.4)$$

где

$$k_1 = hf(x_i, y_i), \quad k_2 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right), \quad k_3 = hf\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right), \quad k_4 = hf(x_i + h, y_i + k_3)$$

$$\varepsilon = \frac{|y_{2h} - y_h|}{15} \quad (2.5)$$

Задание 2 – ознакомиться с примерной последовательностью действий в системе Mathcad для выполнения лабораторных заданий.

Решить дифференциальное уравнение $y' = f(x, y)$ методом Эйлера на отрезке $[a, b]$ с шагом h с начальным условием $y(a) = y_0$, $f(x, y) = \frac{3x - y}{x^2 + y}$, $a=2$, $b=3$, $h=0,1$, $y_0=1$.

$$\begin{aligned}
 a &:= 2 & b &:= 3 & x_0 &:= a \\
 i &:= 0..10 & h &:= 0.1 & x_{i+1} &:= x_0 + i \cdot h & y_0 &:= 1 \\
 y_{i+1} &:= y_i + h \cdot \frac{3 \cdot x_i - y_i}{(x_i)^2 + y_i}
 \end{aligned}$$

 $x =$

	0
0	2
1	2
2	2.1
3	2.2
4	2.3
5	2.4
6	2.5
7	2.6
8	2.7
9	2.8
10	2.9
11	3

 $y =$

	0
0	1
1	1.1
2	1.196
3	1.287
4	1.374
5	1.457
6	1.536
7	1.613
8	1.687
9	1.758
10	1.827
11	1.895

Решить дифференциальное уравнение $y' = f(x, y)$ методом Рунге-Кутта на отрезке $[a, b]$ с шагом h с начальным условием $y(a) = y_0$, $f(x, y) = \frac{3x - y}{x^2 + y}$, $a=2$, $b=3$, $h=0,1$, $y_0=1$.

$$a := 2 \quad b := 3 \quad x_0 := a$$

$$i := 0..10 \quad h := 0.1 \quad x_{i+1} := x_0 + i \cdot h \quad y_0 := 1$$

$$f(x, y) := \frac{3 \cdot x - y}{x^2 + y} \quad y_{i+1} := y_i + h \cdot f(x_i, y_i)$$

$$k_1 := h \cdot f(x_i, y_i) \quad k_2 := h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 := h \cdot f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{k_2}{2}\right) \quad k_4 := h \cdot f(x_i + h, y_i + k_3)$$

$$y_{i+1} := y_i + \frac{k_1 + 2 \cdot k_2 + 2 \cdot k_3 + k_4}{6}$$

 $x =$

	0
0	2
1	2
2	2.1
3	2.2
4	2.3
5	2.4
6	2.5
7	2.6
8	2.7
9	2.8
10	2.9
11	3

 $y =$

	0
0	1
1	1.066
2	1.132
3	1.199
4	1.265
5	1.331
6	1.397
7	1.463
8	1.529
9	1.596
10	1.662
11	1.728

1.2. Лабораторные задания

Задание 1 – Написать программу решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ методом Эйлера на отрезке $[a, b]$ с шагом h и $2h$ и начальным условием $y(a) = y_0$. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Варианты индивидуальных заданий

Вариант	Функция	a	b	y_0	h
1	$\frac{3x - y}{x^2 + y}$	2	3	1	0,1
2	$\frac{2x + y + 4}{2y + x}$	3	4	1	0,1
3	$\frac{x^2 - y}{2x + y + 1}$	0	1	2	0,1
4	$\frac{x^2 - y + 2}{xy + 3x}$	2	3	1	0,1
5	$\frac{3 - x - y^2}{2 - xy^2}$	1	2	1	0,1
6	$\frac{2 - x - y^2x}{3x + y}$	0	1	1	0,1
7	$\frac{1 + 3xy}{5 - x + y^2}$	0	1	2	0,1
8	$\frac{x^2y + 2}{2x - y}$	0	1	1	0,1
9	$\frac{x^2 + y + 2}{2x - y}$	2	3	2	0,1
10	$\frac{xy + 4}{2y - xy + 1}$	0	1	3	0,1

Задание 2 – Написать программу решения дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ методом Рунге-Кутты на отрезке $[a, b]$ с шагом h и $2h$ и начальным условием $y(a) = y_0$. Оценить погрешность по формуле (1.5). Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 1.

1.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. Проверить для дифференциального уравнения условия теоремы существования и единственности.
2. На какие основные группы подразделяются приближенные методы решения дифференциальных уравнений?
3. В какой форме можно получить решение дифференциального

уравнения по методу Эйлера?

4. Каков геометрический смысл решения дифференциального уравнения методом Эйлера?

5. В какой форме можно получить решение дифференциального уравнения по методу Рунге-Кутты?

6. Какой способ оценки точности используется при приближенном интегрировании дифференциальных уравнений методами Эйлера и Рунге-Кутты?

7. Как вычислить погрешность по заданной формуле, используя метод двойного пересчета?

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ОПЫТНЫХ ДАННЫХ В СИСТЕМЕ MATHCAD

Цель работы: получить представление о статистической обработке опытных данных в системе Mathcad с помощью различных способов.

Время работы: 4 часов.

2.1. Домашние задания и методические указания по их выполнению

Задание 1 – вспомнить основные способы статистической обработки опытных данных.

Пусть зависимость между переменными x и y задана таблично (заданы опытные данные). Требуется найти функцию в некотором смысле наилучшим образом описывающую данные. Одним из способов подбора такой (приближающей) функции является метод наименьших квадратов. Метод состоит в том, чтобы сумма квадратов отклонений значений искомой функции $\bar{y}_i = \bar{y}(x_i)$ и заданной таблично y_i была наименьшей

$$S(c) = (y_1 - \bar{y}_1)^2 + (y_2 - \bar{y}_2)^2 + \dots + (y_n - \bar{y}_n)^2 \rightarrow \min \quad (2.1)$$

где c – вектор параметров искомой функции.

Задание 2 – ознакомиться с примерной последовательностью действий в системе Mathcad для выполнения лабораторных заданий.

$i := 1..10$	$y_1 := 1.8$
$x_1 := 0.5$	$y_2 := 1.1$
$x_2 := 0.1$	$y_3 := 1.8$
$x_3 := 0.4$	$y_4 := 1.4$
$x_4 := 0.2$	

$$\begin{array}{ll}
 x_5 := 0.6 & y_5 := 2.1 \\
 x_6 := 0.3 & y_6 := 1.8 \\
 x_7 := 0.4 & y_7 := 1.6 \\
 x_8 := 0.7 & y_8 := 2.2 \\
 x_9 := 0.3 & y_9 := 1.5 \\
 & y_{10} := 2.3
 \end{array}$$

$$\begin{array}{llll}
 x_{10} := 0.8 & \left[\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i)^2}{10} \right] & mx := 1 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} \right) & mxy := 1 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i \cdot y_i}{10} \right) & my := 1 \cdot \left(\frac{\sum_{i=1}^{10} y_i}{10} \right) \\
 mx2 := 1 & & & & \\
 mx2 = 0.229 & & mx = 0.43 & mxy = 0.828 & my = 1.76
 \end{array}$$

given

$$mx2a + mx \cdot b = mxy$$

$$mx \cdot a + b = my$$

$$find(a, b) \rightarrow \begin{bmatrix} 1.6145124716553287982 \\ 1.0657596371882086168 \end{bmatrix}$$

2.2. Лабораторные задания

Задание 1 – Построить методом наименьших квадратов две эмпирические формулы: линейную и квадратичную. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 2. Выбрать из двух функций наиболее подходящую. Для этого составить таблицу для подсчета суммы квадратов отклонений по формуле (2.1).

В случае линейной функции $y = ax + b$ задача сводится к нахождению параметров a и b из системы линейных уравнений

$$\begin{cases} M_{x^2}a + M_x b = M_{xy} \\ M_x a + b = M_y \end{cases}$$

где $M_{x^2} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$, $M_x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, $M_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i y_i$, $M_y = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$

а в случае квадратичной зависимости $y = ax^2 + bx + c$ к нахождению параметров a , b и c из системы уравнений

$$\begin{cases} M_{x^4}a + M_{x^3}b + M_{x^2}c = M_{x^2y} \\ M_{x^3}a + M_{x^2}b + M_x c = M_{xy} \\ M_{x^2}a + M_x b + c = M_y \end{cases}$$

где $M_{x^4} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^4$, $M_{x^3} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^3$, $M_{x^2y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 y_i$.

Таблица 2 - Варианты индивидуальных заданий

n \ i		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	x	0.5	0.1	0.4	0.2	0.6	0.3	0.4	0.7	0.3	0.8
	y	1.8	1.1	1.8	1.4	2.1	1.8	1.6	2.2	1.5	2.3
2	x	1.7	1.5	3.7	1.1	6.2	0.3	6.5	3.6	3.8	5.9
	y	1.5	1.4	1.6	1.3	2.1	1.1	2.2	1.8	1.7	2.3
3	x	1.7	1.1	1.6	1.2	1.9	1.5	1.8	1.4	1.3	1.0
	y	6.7	5.6	6.7	6.1	7.4	6.9	7.9	5.9	5.6	5.3
4	x	1.3	1.2	1.5	1.4	1.9	1.1	2.0	1.6	1.7	1.8
	y	5.5	5.9	6.3	5.8	7.4	5.4	7.6	6.9	6.6	7.5
5	x	2.3	1.4	1.0	1.9	1.5	1.8	2.1	1.6	1.7	1.3
	y	5.3	3.9	2.9	5.0	4.0	4.9	5.1	4.5	4.1	3.7
6	x	1.8	2.6	2.3	1.3	2.0	2.1	1.1	1.9	1.6	1.5
	y	4.4	6.4	5.3	3.7	4.9	5.6	3.0	5.0	4.3	3.7
7	x	1.9	2.1	2.0	2.9	3.0	2.6	2.5	2.7	2.2	2.8
	y	6.6	7.6	6.7	9.2	9.4	7.8	8.4	8.0	7.9	8.7
8	x	2.0	1.4	1.0	1.7	1.3	1.6	1.9	1.5	1.2	2.1
	y	7.5	6.1	4.8	7.4	5.7	7.0	7.1	6.8	6.0	8.9
9	x	2.0	1.2	1.8	1.9	1.1	1.7	1.6	1.4	1.5	1.3
	y	7.5	5.9	7.0	8.0	5.0	7.4	6.4	6.6	6.3	5.7
10	x	1.9	1.1	1.4	2.3	1.7	2.1	1.6	1.5	1.0	1.2
	y	4.7	3.4	3.8	5.2	4.6	5.5	3.9	3.9	3.2	3.5

Задание 2 – Составить программу для нахождения приближающих функций заданного типа с выводом значений их параметров и соответствующих им сумм квадратов уклонений. Выбрать в качестве

приближающих функций следующие $y = ax + b$, $y = ax^m$, $y = ae^{mx}$. Провести линейризацию. Определить для какого вида функции сумма квадратов уклонений является наименьшей. Варианты индивидуальных заданий приведены в таблице 2.

2.3. Контрольные вопросы для отчета работы

1. В чем суть приближения таблично заданной функции по методу наименьших квадратов?
2. Чем отличается этот метод от метода интерполяции?
3. Каким образом сводится задача построения приближающих функций в виде различных элементарных функций к случаю линейной функции?
4. Может ли сумма квадратов уклонений для каких-либо приближающих функций быть равной нулю?
5. Какие элементарные функции используются в качестве приближающих функций?
6. Как найти параметры для линейной и квадратичной зависимости, используя метод наименьших квадратов?

СОДЕРЖАНИЕ

1. Лабораторная работа № 5	1
2. Лабораторная работа № 6	6

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ №5 И №6

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ по дисциплине
«Электромагнитные процессы в электронных средствах»
для студентов направления
11.03.03 «Конструирование и технология электронных средств»
(профиль «Проектирование и технология радиоэлектронных средств»)
всех форм обучения

Составитель:
Ромащенко Михаил Александрович

Компьютерный набор М.А. Ромащенко

Подписано к изданию _____.
Уч.-изд. л. _____.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»

394026 Воронеж, Московский просп., 14