Министерство образования и науки РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Воронежский государственный архитектурно-строительный университет»

МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
с контрольными заданиями
для студентов дневной формы обучения

Составители:
В.А. Козлов, М.Г. Ордян

Воронеж 2016

УДК 531
ББК 22.2
М55

Составители В.А. Козлов, М.Г. Ордян

М55 **Механика:** учеб.-метод. пособие с контрольными заданиями для студ.в дневной формы обучения / сост.: В.А. Козлов, М.Г. Ордян; Воронежский ГАСУ. – Воронеж, 2016. – 52 с.

В учебно-методическом пособии излагается краткая теория с примерами решения некоторых практических задач по темам: «Статический расчет плоских ферм», «Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента», «Кинематический анализ многозвенного механизма». Приводится описание индивидуальных заданий, а также рекомендации по выполнению расчетно-графических работ по данным темам.

Предназначено для студентов дневной формы обучения.

Ил. 63. Библиогр.: 8 назв.

УДК 531
ББК 22.2

Печатается по решению учебно-методического совета Воронежского ГАСУ

Рецензенты:
кафедра механики и компьютерного моделирования, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет»;
В.Г. Егоров, д.т.н., профессор кафедры технической механики, ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет инженерных технологий»

ISBN 978-5-89040-591-3

© Козлов В.А.,
Ордян М.Г., составление, 2016
© Воронежский ГАСУ, 2016

Введение

По учебнику изучать курс рекомендуется в соответствии с контрольными вопросами, приводимыми в конце данного пособия. При чтении особое внимание следует обратить на формулировки определений, теорем и т.п. (они обычно бывают набраны курсивом). В точных формулировках, как правило, бывает существенно каждое слово и необходимо понять, почему данное положение сформулировано именно так. Однако не следует стараться заучивать формулировки; важно понять их смысл и уметь изложить результат своими словами. То же самое относится и к доказательствам.

При изучении курса особое внимание следует уделить приобретению навыков решения задач. Для этого, изучив материал данной темы, надо сначала обязательно разобраться в решениях соответствующих задач, которые приводятся в учебнике, обратив особое внимание на методические указания по их решению.

Указания к выполнению контрольных заданий и примеры решения приводятся по темам: «Статический расчет плоских ферм», «Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента», «Кинематический анализ многозвенного механизма». Цель каждого примера – разъяснить ход решения, но не воспроизвести его полностью, поэтому в ряде случаев промежуточные расчёты опускаются. Но при выполнении задания все преобразования и числовые расчёты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.п.); в конце должны быть даны ответы.

По каждой теме к заданию даётся 10 рисунков и таблица, содержащая дополнительные к тексту задачи условия. Студент во всех задачах выбирает **номер рисунка по последней цифре** номера своей зачётной книжки, а **номер условия в таблице – по предпоследней**. Например, если номер зачётной книжки оканчивается числом 57, то берутся рис. 7 и условие № 5 из таблицы для задачи по соответствующей теме.

Задание выполняется на листах формата А4. Вначале выполняется чертёж (можно карандашом) и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (текст задачи не переписывается). Чертёж выполняется с учётом условий решаемого варианта задачи и должен быть аккуратным и наглядным.

1. Расчетно-графическое задание по теме «СТАТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ»

Плоская ферма, расположенная в вертикальной плоскости, закреплена в точках A и B, причём в одной из них шарнирно-неподвижно, а в другой опирается на подвижный шарнир (рис. 0 – 9). На фермы действуют две силы, величины, направления и точки приложения которых указаны в таблице 1 (например, в условии № 2 на ферму действует сила под углом 75^0 к горизонтальной оси, приложенная в точке K, и сила под углом 30^0 к горизонтальной оси, приложенная в точке E).

Определить опорные реакции в точках A и B, усилия в стержнях 1, 2, 3, 4 методом вырезания узлов, а в стержнях 5, 6, 7 – методом сквозных сечений (Риттера).

Краткие теоретические сведения

Расчёт плоской фермы сводится к определению опорных реакций и усилий в её стержнях. Опорные реакции можно найти обычными методами статики из 3-х уравнений равновесия, рассматривая ферму в целом как твёрдое тело.

При определении усилий в стержнях методом вырезания узлов мысленно вырезают узлы фермы, прикладывают к ним соответствующие внешние силы, реакции самих стержней и составляют уравнения равновесия сил, приложенных к каждому узлу: $\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$. Условно предполагают, что все стержни растянуты, т.е. реакции стержней направлены от узлов. Если в результате вычислений получен ответ со знаком минус, то это значит, что соответствующий стержень сжат. Последовательность рассмотрения узлов обычно определяется условием: число неизвестных сил, приложенных к узлу, не должно превышать числа уравнений равновесия, т.е. двух.

Методом Риттера удобно пользоваться для определения усилий в отдельных стержнях фермы, в частности, для проверочных расчётов. Для определения усилия в каком-нибудь стержне ферму рассекают на две части сечением, проходящем через три стержня, в том числе и через тот, в котором определяется усилие. Одну из частей вместе с приложенными к ней силами мысленно отбрасывают, а её действие заменяют соответствующими силами, направляя их вдоль разрезанных стержней в сторону отброшенной части. Затем составляют уравнения моментов сил, действующих на рассматриваемую часть фермы, относительно точки пересечения двух рассечённых стержней, усилия в которых на данном этапе не определяются. Эта точка пересечения называется точкой Риттера. Если точка Риттера находится в бесконечности, т.е. стержни параллельны, то составляют уравнение суммы проекций сил, приложенных к рассматриваемой части фермы, на ось, перпендикулярную этим параллельным стержням.

Рисунки

(*последняя цифра в номере зачетной книжки*)

Рис. 0

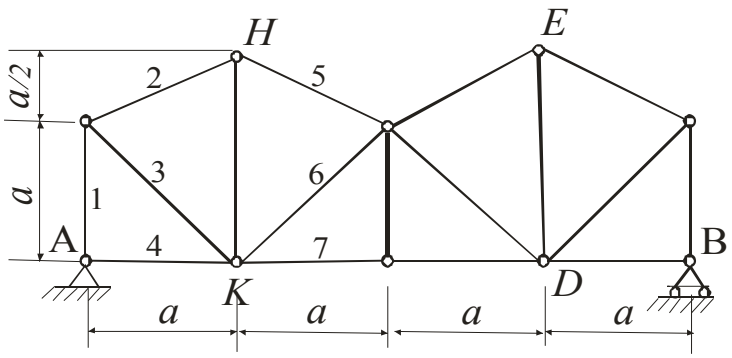


Рис. 1

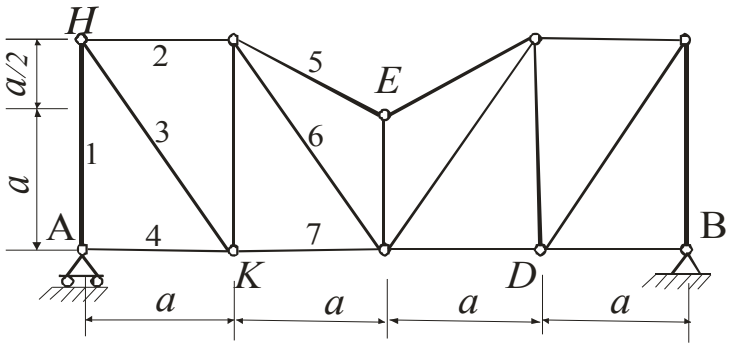


Рис. 2

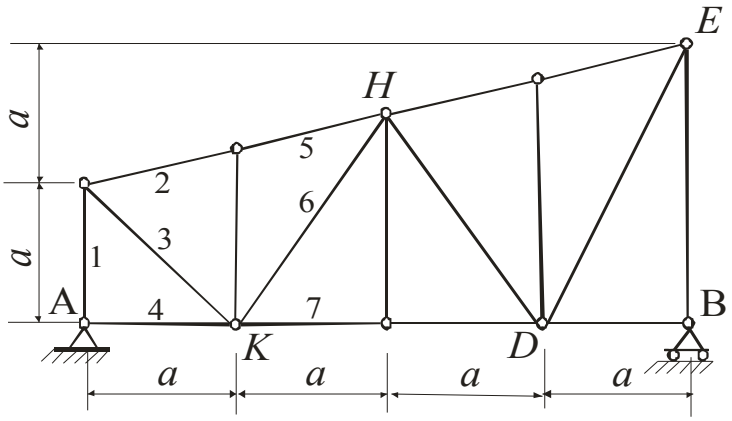


Рис. 3

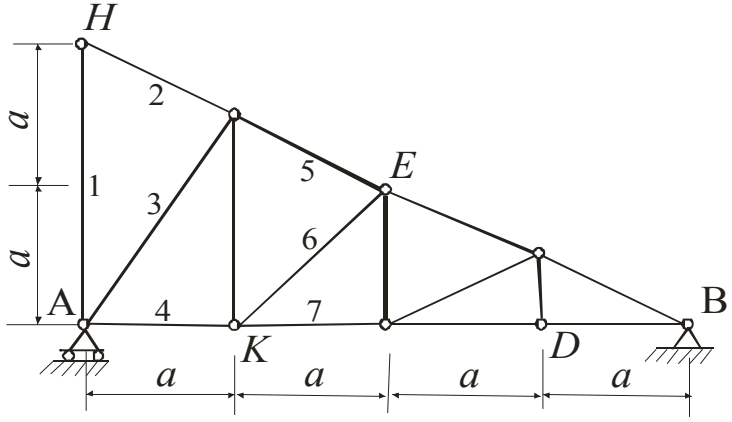


Рис. 4

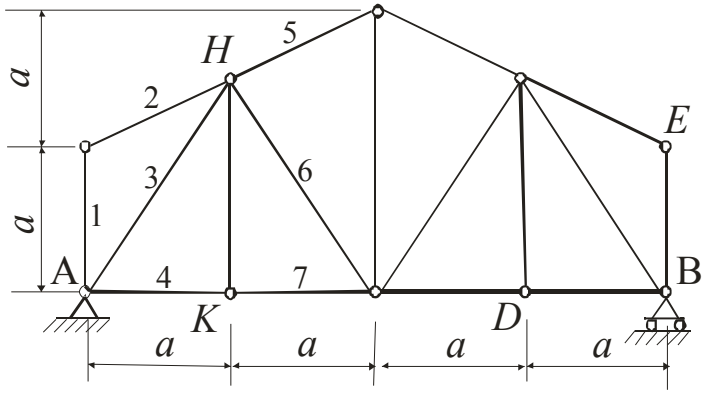


Рис. 5

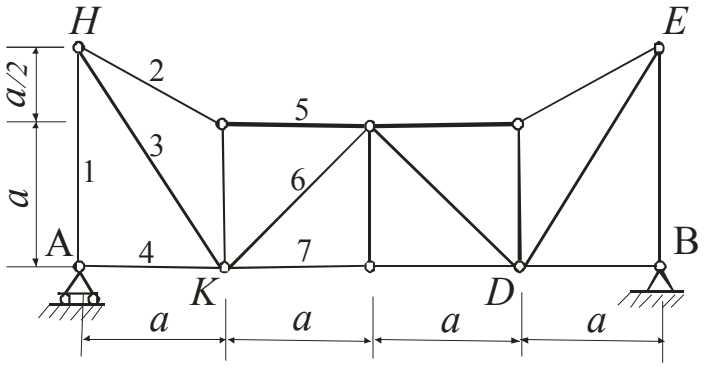


Рис. 6

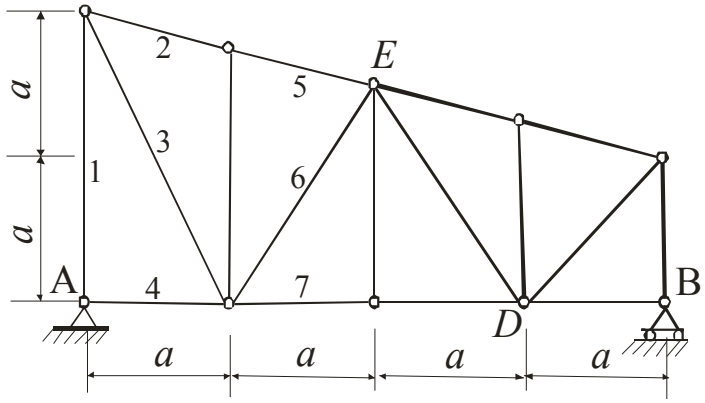


Рис. 7

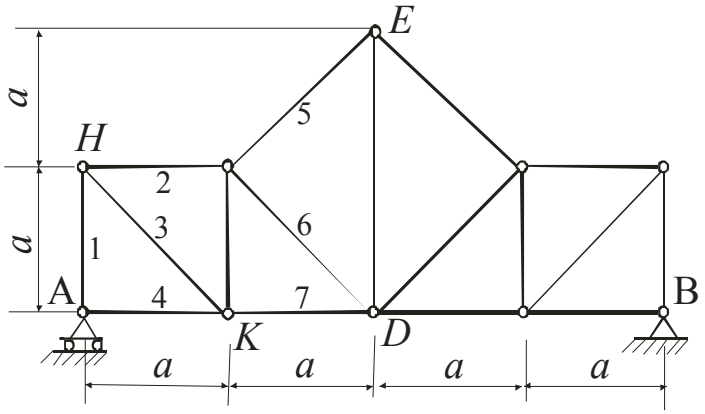


Рис. 8

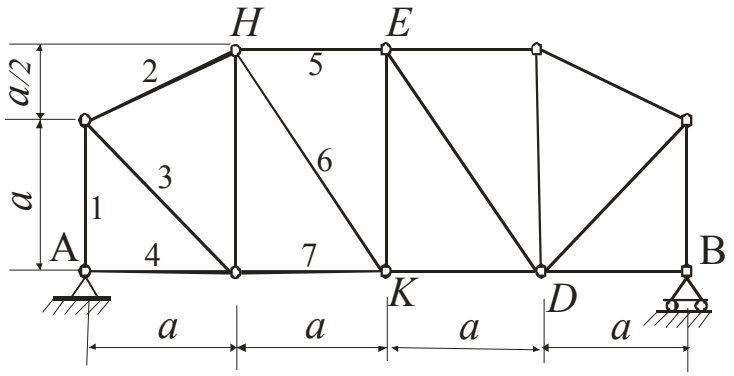


Рис. 9

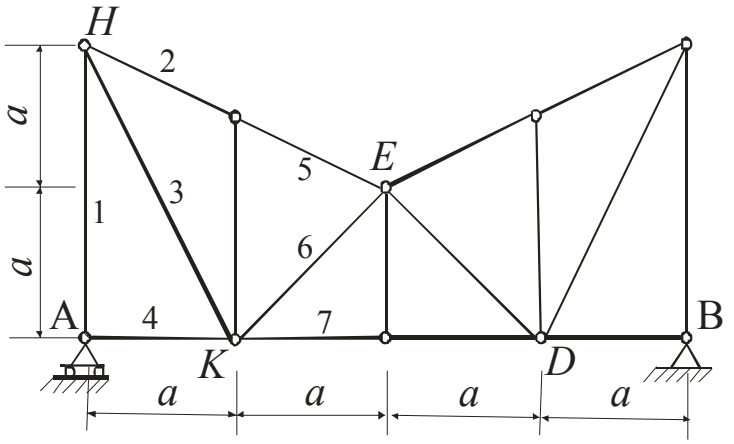


Таблица 1

(*предпоследняя цифра в номере зачетной книжки*)

Силы	$\overline{F}_1$, α_1		$\overline{F}_2$, α_2		α_3, $\overline{F}_3$		α_4, $\overline{F}_4$	
	$F_1 = 10\ кН$		$F_2 = 10\ кН$		$F_3 = 10\ кН$		$F_4 = 10\ кН$	
№ условия	Точка приложения	α_1	Точка приложения	α_2	Точка приложения	α_3	Точка приложения	α_4
0	*H*	30	-	-	-	-	*K*	60
1	-	-	*D*	15	*E*	60	-	-
2	*K*	75	-	-	-	-	*E*	30
3	-	-	*K*	60	*H*	30	-	-
4	*D*	30	-	-	-	-	*E*	60
5	-	-	*H*	30	-	-	*D*	75
6	*E*	60	-	-	*K*	15	-	-
7	-	-	*D*	60	-	-	*H*	15
8	*H*	60	-	-	*D*	30	-	-
9	-	-	*E*	75	*K*	30	-	-

Пример 1. Схема фермы, все действующие нагрузки и размеры показаны на рис. 1.1

Дано: P=10 кН, F=30 кН.

Определить опорные реакции и усилия в стержнях 1 – 4 методом вырезания узлов, 5 – 7 – методом сквозных сечений.

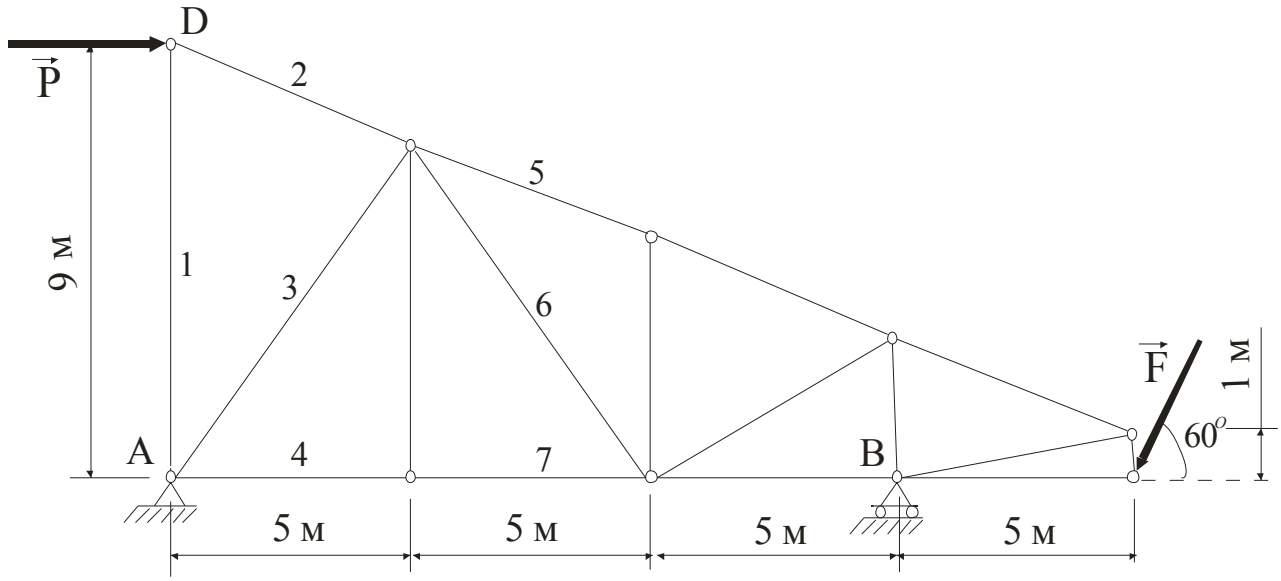


Рис. 1.1

Решение. При определении опорных реакций ферма рассматривается как твёрдое тело. Опоры в узлах A и B мысленно отбрасываются и заменяются соответствующими реакциями: составляющие $\vec{X}_A, \vec{Y}_A$ в узле A, $\vec{R}_B$ в узле B (рис. 1.2).

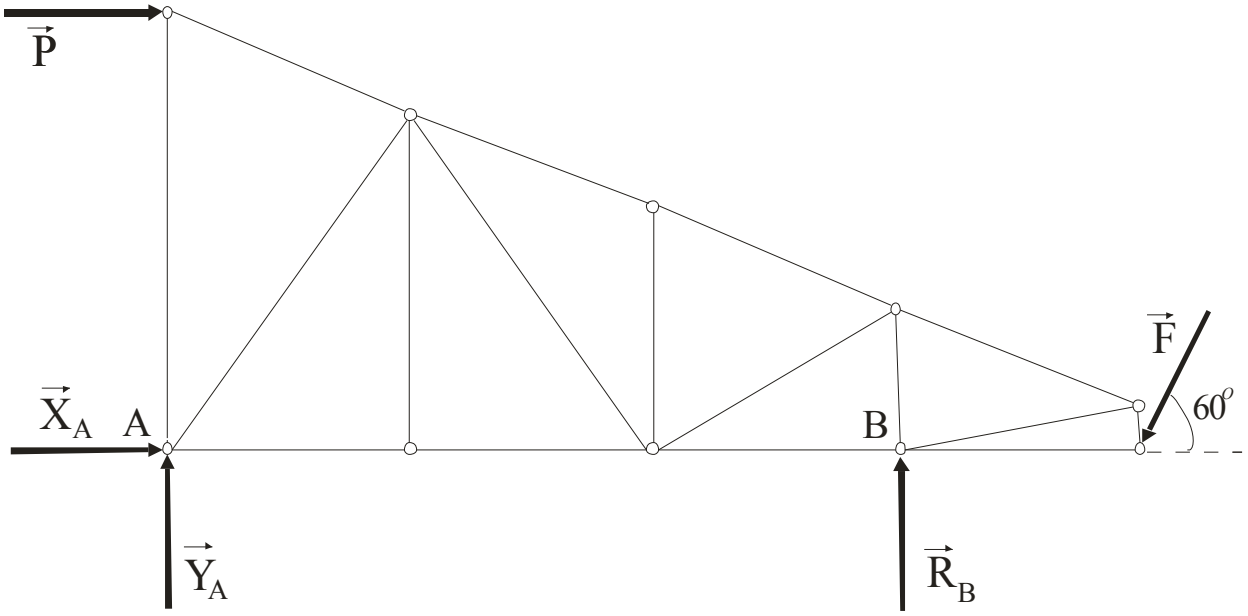


Рис. 1.2

Составляются три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0: \quad X_A + P - F\cos 60^0 = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_A + R_B - F\sin 60^0 = 0;$$

$$\sum m_{kA} = 0: \quad -P\cdot 9 + R_B \cdot 15 - F\sin 60^0 \cdot 20 = 0.$$

Из первого уравнения X_A= 5 кН, из третьего $R_B = 6 + 20\sqrt{3} \approx 40{,}64$ кН, из второго $Y_A = -(6 + 5\sqrt{3}) \approx -14{,}66$ кН; знак «–» показывает, что истинное направление $\vec{Y}_A$ противоположно изображённому на рис. 1.2.

Проверка:

$$\sum m_{kB} = -Y_A \cdot 15 - P \cdot 9 - F \cdot \sin 60^0 \cdot 5 = (6 + 5\sqrt{3}) \cdot 15 - 90 - 75\sqrt{3} = 0.$$

При определении усилий в стержнях 1 – 4 методом вырезания узлов сначала мысленно вырезается узел *D* (в нём сходятся два стержня, усилия в которых неизвестны), и изображаются все приложенные к нему силы и реакции (рис. 1.3).

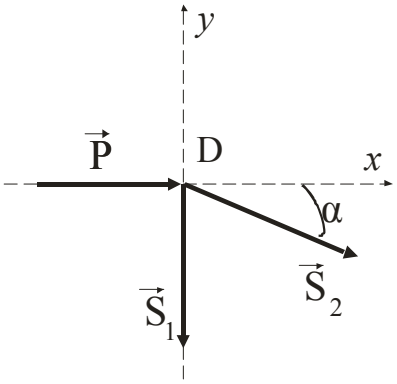


Рис. 1.3

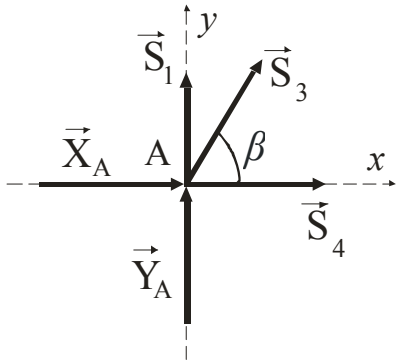


Рис. 1.4

По геометрическим размерам фермы (рис. 1.5) $tg\alpha = 9/22{,}5 = 0{,}4$, следовательно, $\sin\alpha = 0{,}3714$, $\cos\alpha = 0{,}9285$. Уравнения равновесия имеют вид

$$\sum F_{kx} = 0: \quad P + S_2\cos\alpha = 0; \quad S_2 = -10{,}77 \text{ кН}.$$

$$\sum F_{ky} = 0: \quad -S_2\sin\alpha - S_1 = 0; \quad S_1 = 4 \text{ кН}.$$

Затем вырезается узел *A* (рис. 1.4), здесь неизвестны усилия $\vec{S}_3, \vec{S}_4$; $tg\beta = 7/5 = 1{,}4$; $\sin\beta = 0{,}8137$; $\cos\beta = 0{,}5812$.

$$\sum F_{ky} = 0: \quad Y_A + S_1 + S_3\sin\beta = 0; \quad S_3 = 13{,}1 \text{ кН}.$$

$$\sum F_{kx} = 0: \quad X_A + S_3\cos\beta + S_4 = 0; \quad S_4 = -12{,}61 \text{ кН}.$$

При определении усилий в стержнях 5 – 7 методом Риттера ферма рассекается по этим трём стержням на две части. Одна из частей вместе с приложенными к ней нагрузками мысленно отбрасывается, а её действие на оставшуюся часть заменяется усилиями $\vec{S}_5, \vec{S}_6, \vec{S}_7$, которые направлены вдоль соответствующих стержней в сторону отброшенной части (рис. 1.5).

Для определения $\vec{S}_5$ составляется уравнение моментов от сил, приложенных к оставшейся части фермы, относительно точки пересечения двух остальных разрезанных стержней (точка *L*).

$$\sum m_{kL} = 0: \quad -Y_A \cdot 10 - P \cdot 9 - S_5 \cos\alpha \cdot 7 + S_5 \sin\alpha \cdot 5 = 0; \quad S_5 = 12{,}19 \text{ кН}.$$

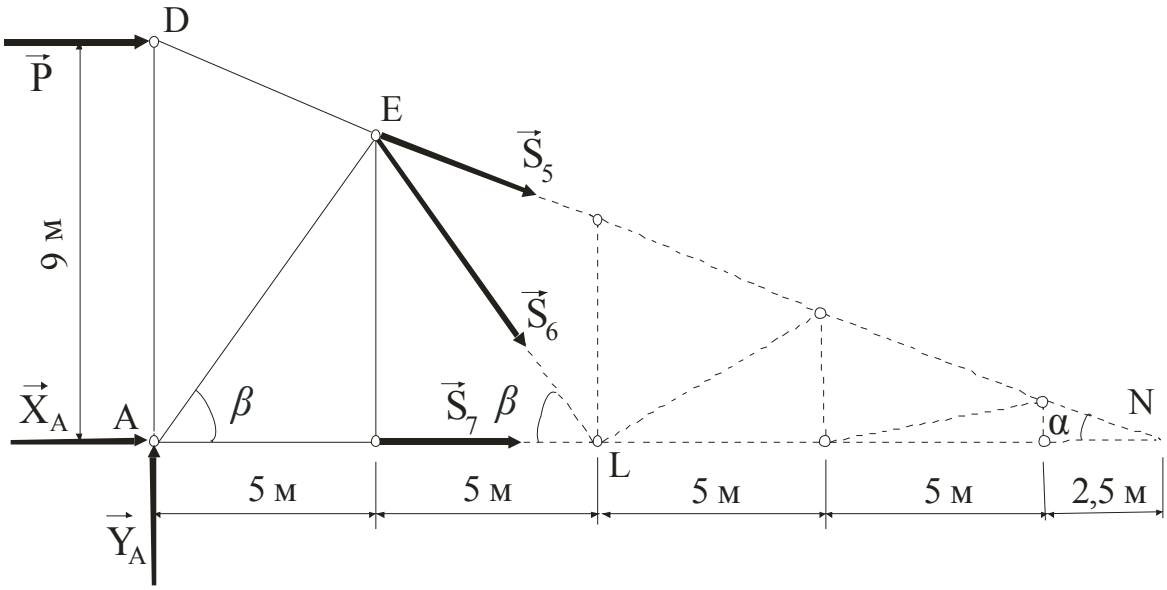


Рис. 1.5

Для определения $\vec{S}_6$ составляется уравнение моментов относительно точки N.

$$\sum m_{kN} = 0: \quad -Y_A \cdot 22{,}5 - P \cdot 9 - S_6 \cos\beta \cdot 7 + S_6 \sin\beta \cdot 17{,}5 = 0; \qquad S_6 = -23{,}58$$ кН.

При определении $\vec{S}_7$ составляется уравнение моментов относительно точки E.

$$\sum m_{kE} = 0: \quad -Y_A \cdot 5 + X_A \cdot 7 - P \cdot 2 + S_7 \cdot 7 = 0; \quad S_7 = -12{,}61 \text{ кН}.$$

Результат $S_4 = S_7$ согласуется с леммой 2 о нулевых стержнях [1, §12], что является дополнительной проверкой результатов счёта.

Ответ: $X_A = 5$ кН; $Y_A = -14{,}66$ кН; $R_B = 40{,}64$ кН; $S_1 = 4$ кН; $S_2 = -10{,}77$ кН; $S_3 = 13{,}1$ кН; $S_4 = -12{,}61$ кН; $S_5 = 12{,}19$ кН; $S_6 = -23{,}58$ кН; $S_7 = -12{,}61$ кН. Знаки указывают, что сила $\vec{Y}_A$ направлена противоположно показанному на рис. 1.2, стержни 2,4,6,7 – сжаты, 1,3,5 – растянуты.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение № 1
Инструкция к пользованию программой для расчета фермы на ПЭВМ

Программу для проверки полученных результатов можно скачать на сайте http://vuz.exponenta.ru/ **(Download ⟶ Образование ⟶ Расчет плоской статически определимой балочной фермы),** нажав на «exe, Delphi».

1. В скачанной папке «Ферма 6» выбрать «ferm6» и нажать «Enter».

2. Ввести данные по своему варианту:

число панелей (N) – для данных ферм равно 4;

длина панелей (a) – задаётся одинаковая длина для каждой из панелей фермы;

ввод высот узлов нижнего пояса ($h1$) – все значения «0»;

ввод высот стоек ($h2$) – задать пять значений высот вертикальных стержней слева направо;

раскосы – задать направления наклона раскосов, нажимая на них на рисунке;

опоры – задать номер узла, закреплённого шарнирно-неподвижно (A) и шарнирно-подвижно (B) (нумерация узлов фермы по нижнему поясу слева направо от 1 до 5, по верхнему поясу слева направо от 6 до 10);

число нагрузок (N_p) – 2;

нагрузки – указать величину силы, номер узла, к которому она приложена и угол с положительным направлением оси x (откладывать против часовой стрелки).

3. Получить ответ, нажимая на «**Solve**».

Результат проверки решения примера 1 на ПЭВМ

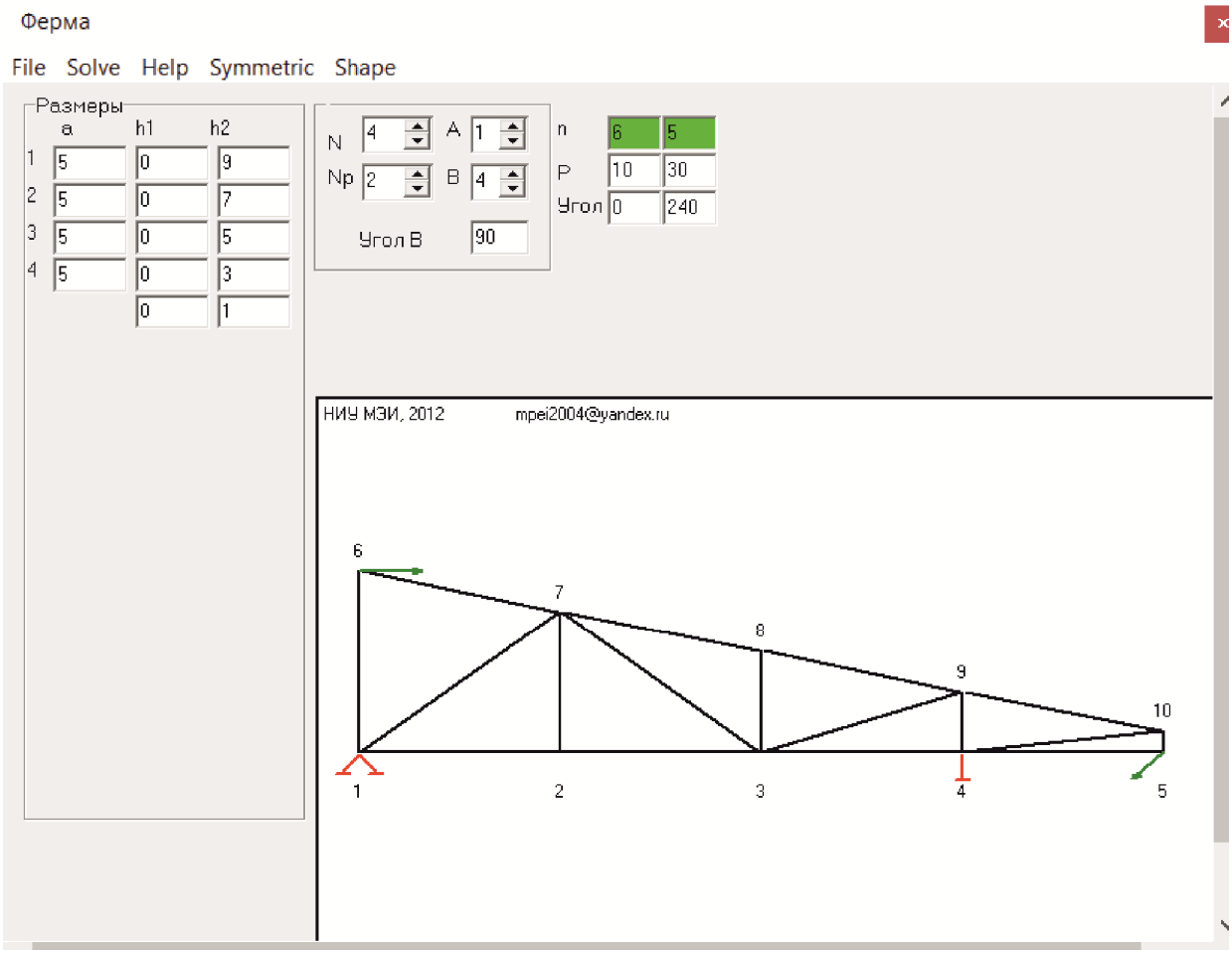


Рис. 1.6. *Данные задачи, введенные в программу.*

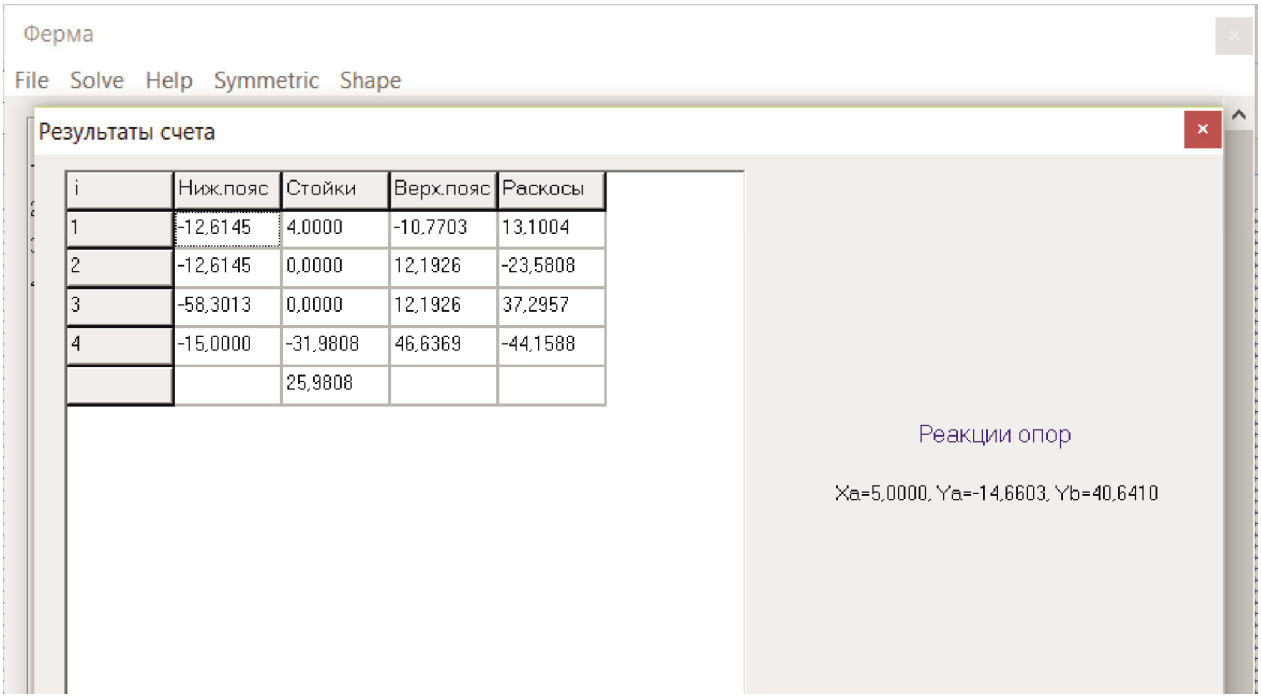


Рис. 1.7. *Результаты решения задачи.*

Результаты расчетов примера 1 совпадает с представленными на рис. 1.7 данными. Реакции опор: $X_A = 5\ кН$; $Y_A = -14{,}66\ кН$; $R_B = Y_B = 40{,}64\ кН$. Усилия в первом и втором стержнях нижнего пояса: $S_4 = -12{,}61\ кН$; $S_7 = -12{,}61\ кН$. Усилие в первой стойке: $S_1 = 4\ кН$. Усилия в первом и втором стержнях верхнего пояса: $S_2 = -10{,}77\ кН$; $S_5 = 12{,}19\ кН$. Усилия в первом и втором раскосах $S_3 = 13{,}1\ кН$; $S_6 = -23{,}58\ кН$.

Приложение № 2

Текст программы для расчета фермы на ПЭВМ

```
      PROGRAM FRAM
C     РАСЧЕТ УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ФЕРМЫ
      REAL LX, LY, L
      DIMENSION G(36,36), P(36), NI(36,2), RL(36,2), MI(36), PXY(18,2)
     :  -H(9), D(8), NUL(15)
605   TYPE *, ПРОГРАММА РАСЧЕТА УСИЛИЙ В СТЕРЖНЯХ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ
      IPV=0
      IOUT=7
220   FORMAT(' ЕСТЬ ЛИ ОШИБКИ? ОТВЕТЬТЕ: ДА(Y) ИЛИ НЕТ(N)')
225   FORMAT (1A1)
292   FORMAT(' ЕСТЬ ЛИ ЕЩЕ ОШИБКИ? ОТВЕТЬТЕ: ДА(Y) ИЛИ НЕТ(N)')
**********************В В О Д   Д А Н Н Ы Х*****************************
      TYPE*, ' ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ПАНЕЛЕЙ (N НЕ БОЛЕЕ 8)'
      ACCEPT*,NP
      TYPE*,'ВВЕДИТЕ ДЛИНУ ПАНЕЛИ'
      ACCEPT*,AA
      N=4*(NP+1)
      WRITE(7,101)(I,I=1,NP+1)
101   FORMAT(' ВВЕДИТЕ ВЫСОТЫ СТОЕК'/9(6X,I1))
      ACCEPT*,(H(J),J=1, NP+1)
102   TYPE*, ВВЕДИТЕ ТИП РАСКОСОВ (L,R)'
      ACCERT 225, (D(J), J=1, NP)
      DO 103 J=1,NP
      IE(D(J). NE.'L'.AND.D(J).NE.'R') GOTO 102
103   CONTINUE
      TYPE*, ' УКАЖИТЕ ПОЛОЖЕНИЕ НЕПОДВИЖНОЙ ОПОРЫ (НОМЕР УЗЛА)'
      FCCEPT*.NA
      TYPE*, 'УКАЖИТЕ ПОЛОЖЕНИЕ НЕПОДВИЖНОЙ ОПОРЫ (НОМЕР УЗЛА)'
      ACCEPT*, NB
      TYPE*,' ВВЕДИТЕ ЧИСЛО ЗАГРУЖЕННЫХ УЗЛОВ'
      ACCEPT*,M
      TYPE*,' ВВЕДИТЕ НАГРУЗКИ (ПО СТРОКАМ):  УЗЕЛ, FX, FY'
      DO 104 J=1,M
104   ACCEPT *, MI(J),PXY(J,1),PXY(J,2)
319   WRITE (IOUT,323)
323   FORMAT('ДАННЫЕ О НАГРУЗКАХ НА ВЕРМУ')
      IF(IPV.EQ.1)TYPE*, 'ИСПРАВЛЕННАЯ ТАБЛИЦА'
      IPV=0
      WRITE(IOUT,320)
320   FORMAT('    ',29('-'))
      WRITE(IOUT,325)
325   FORMAT(' !  I  !   PX   !   PY   !')
      WRITE(IOUT, 320)
      DO 335  I=1,M
      WRITE ( IOUT, 330)MI(I),PXY(I,1),PXY(I,2)
330   FORMAT('  !  ',I2,'  ! ',2(F10.3,'  ! '))
      WRITE (IOUT,320)
335   CONTINUE
      IF (IOUT.EQ.6)GOTO 401

390   TYPE 220
391   ACCEPT 225.OTV
      IF((OTV.NE.'Y') . AND. (OTV.NE.'D').AND.(OTV.NE.'N'))GOTO 390
      IF((OTV.EQ.'N') . AND. (IPV.EQ.0))GOTO 400
      IF((OTV.EQ.'N') . AND. (IPV.EQ.1))GOTO 319
      TYPE*,' ИСПРАВЬТЕ ОШИБОЧНУЮ СТРОКУ'
      TYPE 392
392   FORMAT(' ВВЕДИТЕ ЧЕРЕЗ ЗАПЯТУЮ ВЕРНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ:'.
     *        ' НОМЕР СТРОКИ, I, PX, PY')
      ACCEPT*,I,MI(I), PXY(I,1), PXY(I,2)
      IPV=1
      TYPE 292
      GOTO 391
400   CONTINUE
```

```
400       CONTINUE
C****************************** О П О Р Ы ******************************
          DO 105 J=1,3
105       NI(N-3+J,1)=-N/2.-J
          DO 106 J=1,2
          NI (N-3+J.2)=NA
          RL (N-2.1)=-1
106       RL (N-2+J.1)=0
          NI (N.2)=NB
          RL (N.2)=-1
          RL (N-2.1)=-1
C*********************** Н И Ж Н И Й   П О Я С ************************
          DO 501 J=1, NP
          NI(J,1)=J
          NI(J,2)=J+1
          RL(J,1)=AA
501       RL(J,2)=0
C****************************** С Т О Й К И ******************************
          DO 502 J=NP+1, NP*2+1
          NI (J,1)=J-NP
          NI(J,2)=J+1
          RL(J,1)=0
502       RL(J,2)=H(J-NP)
C************************** В Е Р Х Н И Й   П О Я С************************
          DO 503 J=2*NP+2,3*NP+1
          JJ=J-2*NP-1
          NI(J,1)=J-NP
          NI(J,2)=J-NP+1
          RL(J,1)=AA
503       RL(J,2)= H(JJ+1)-H(JJ)
C****************************** Р А С К О С Ы ******************************
          DO 504  J=3*NP+2,4*NP+1
          JJ=J-3*NP-1
          IF (D(JJ).EQ.'L') GO TO 505
          NI(J,1)=NP+2+JJ\
          NI(J,2)=JJ
          RL(J,1)=AA
          RL(J,2)=-H(JJ+1)
          GOTO 504
505       NI(J,1)=NP+JJ+1
          NI(J,2)=JJ+1
          RL(J,1)=AA
          RL(J,2_)=-H(JJ)
504       CONTINUE
          DO  4  I=1,N
          P(I)=0.
          DO  4  J=1,N
          G(I,J)=0.
          DO  1  I=1,N
          NA=NI(I,1)
          NE=NI(I,2)
          LX=RL(I,1)
          LY=RL(I,2)
          L=SQRT(LX*2+LY**2)
          IF(NA.LT.0) GO  TO  50
          G(2*NA-1,I)=-LX/L
          G(2*NA,I)=-LY/L
50        IF(NE.LT.0)  GO  TO  1
          G(2*NE-1,I)=LX/L
          G(2*NE,1)=LY/L
1         CONTINNUE
          DO  2  J=1,M
          KKN=MI(J)
          PX=PXY(J,1)
          PY=PXY(J,2)
          P(2*KN-1)=PX
          P(2*KN)=PY
2         CONTINUE
```

```
          CALL GAUSS(36,N,G,P)
401       WRITE(IOUT,404)
404       FORMAT(/T15, 'ДАННЫЕ О РАСЧЕТНОЙ СХЕМЕ ФЕРМЫ')
          WRITE(IOUT,402)
402       FORMAT('    ',61('-'))
          WRITE(IOUT,403)
403       FORMAT(' !    !   НОМЕРА УЗЛОВ     !Б
     *          ПРОЕКЦИЯ СТЕРЖНЯ     !          !)
          WRITE(IOUT,405)

405       FORMAT(' !    !',43('-'),'!          !')
          WRITE(IOUT,406)
406       FORMAT(' ! N/N  !  НАЧАЛО  !  КОНЕЦ   !  НА ОСЬ  !',
     *    НА ОСЬ  !  УСИЛИЯ В  ! '/'  !    !',
     *    СТЕРЖНЯ ! СТЕРЖНЯ !'   X   !   Y   ! СТЕРЖНЯ  !')
          WRITE(IOUT,405)
          WRITE(IOUT,407)
407       FORMAT(' !   !   NA   !   NE   !   LX   ! ,
     *          LY    !        !')
          WRITE(IOUT,409)
409       FORMAT(' ! ',61('-'),'!')
          WRITE(IOUT,411)
          NZ=0
          DO  420  I=1, N=3
          IF(ABS(P(I)).GT.1.0E-5)GO  TO  10
          NZ=NZ+1
          NOL(NZ)=1
          DO TO 11
10        WRITE (IOUT,410)I,NI(I,2),RL(I,1),RL(I,2),P(I)
410       FORMAT(' !  ',I2,'  !  ',2('    ',I3, '  ! '),
     *    2(F10.3, '  ! '), 1PE10.3 '  ! ')
          IF (I.NE.N-3) WRITE (IOUT,409)
11        IF(I.EQ.NP)WRITE(IOUT,412)
          IF(I.EQ.NP*2+1)WRITE(IOUT,413)
          IF(I.EQ.NP*3+1)WRITE(IOUT,414)
411       FORMAT('  ! НИЖНИЙ ПОЯС',T64,'!')
412       FORMAT('  ! СТОЙКИ',T64,'!')
413       FORMAT('  ! ВЕРХНИЙ ПОЯС',T64,'!')
414       FORMAT('  !  РАСКОСЫ',T64,'!')
          IF(I.EQ.N-3) WRITE (IOUT,402)
          IF(IOUT.NE.7) GOTO 420
          IF(MOD(I,6).NE.0)GOTO 420\
          PAUSE ' НАЖМИТЕ КЛАВИШУ <CR>'
          TYPE 402
420       CONTINUE
          WRITE(IOUT,416)(NUL(I),I=1,NZ)
416       FORMAT('  «НУЛЕВЫЕ» СТЕРЖНИ:', 16(I2,','))
          WRITE(IOUT,415)P(N-2),P(N-1),P(N)
415       FORMAT(' РЕАККЦИИ ОПОР:'/' XA=',,G12.5/' YA=',G12.5/' YB=',G12.5)
          IF(IOUT.EQ.6) CLOSE(UNIT=6)
          IF(IOUT.EQ.6) GOTO 205
425       TYPE  *,' БУДЕТЕ ЛИ ПЕЧАТАТЬ РЕЗУЬТАТЫ?'
          TYPE  *,' ОТВЕТЬТЕ: ДА(Y) ИЛИ НЕТ (N)'
          ACCEPT 225, OTV
          IF ((OTV.NE.'Y').AND.(OTV.NE.'D').AND.(OTV.NE.'N')) GOTO 425
          IF(OTV.EQ.'N') GOTO 205
          IOUT=6
          GOTO 319
205       TYPE*,' РЕШИТЬ ЕЩЕ ОДНУ ЗАДАЧУ?'
          ACCEPT  225, OTV
          IF(OTV.EQ.'Y') GOTO 605
          IF(OTV.NE.'N') GOTO 205
          STOP
          END
```

2. Расчетно-графическое задание по теме «ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ПОПЕРЕЧНОЙ СИЛЫ И ИЗГИБАЮЩЕГО МОМЕНТА»

Краткие сведения из теории

Изгиб – это такое состояние элемента, при котором под действием нагрузки прямолинейная ось бруса искривляется.

Если поперечное сечение балки симметрично относительно вертикальной оси и действующие нагрузки расположены вертикально в плоскости симметрии, то такой изгиб называется *плоским поперечным*.

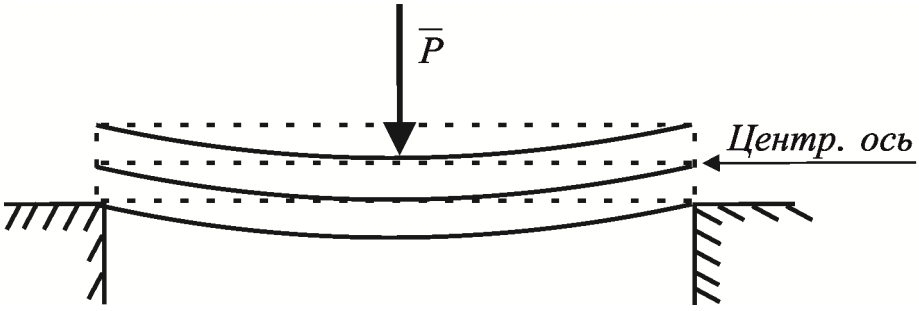


Рис. 2.1

При изгибе волокна выше центральной оси укорачиваются, а ниже – удлиняются. При этом наиболее напряжены крайние по высоте волокна. Поэтому для определения напряжений в сечениях необходимо учитывать распределение материала по высоте сечения.

Изгибающий момент и поперечная сила, их эпюры

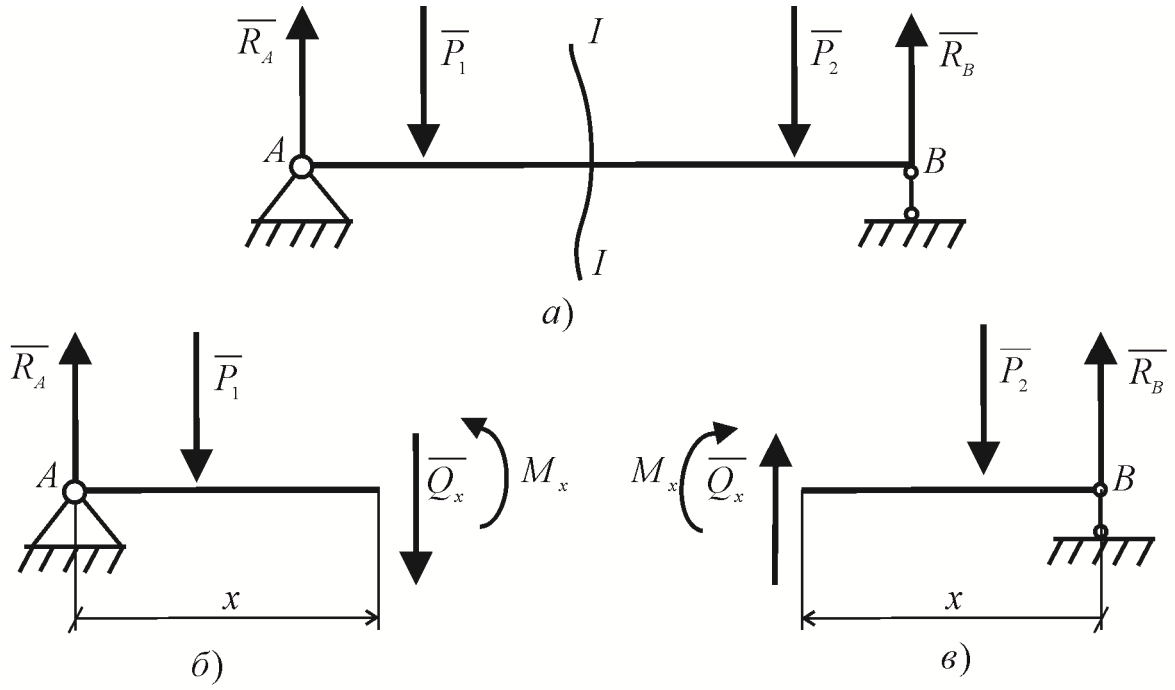


Рис. 2.2

Силы, действующие в поперечном сечении балки, эквивалентны одной паре с моментом M_x, который называется изгибающим, и одной силе Q_x, которая называется поперечной (перерезывающей).

Графики изменения M_x и Q_x по длине балки называются эпюрами изгибающих моментов и поперечных сил.

Порядок построения эпюр:

1) определить опорные реакции балки;

2) разбить балку на участки с границами: точки приложения сосредоточенных нагрузок, реакций опор и моментов, а также начала и конца участков, загруженных распределенной нагрузкой;

3) провести сечения на каждом из участков и составить для каждого участка формулу изгибающего момента и поперечной силы;

4) подсчитать величины изгибающих моментов и поперечных сил на границах всех участков;

5) в масштабе построить эпюры.

Правила построения эпюр:

1) При построении эпюры Q составляют уравнения суммы и реакций всех сил, действующих в рассматриваемой части балки на ось, перпендикулярную к оси балки. Плюсы откладывают вверх, минусы – вниз.

2) При построении эпюры M составляют уравнения суммы моментов всех сил, действующих в рассматриваемой части балки относительно центра тяжести сечения этой балки. Плюсы откладывают вниз, минусы – вверх.

3) На участках, где действует сосредоточенная сила или реакция, на эпюре $Q = const$, а на эпюре M - прямая линия.

4) В точках, где приложена сосредоточенная сила или реакция, на эпюре Q будут скачки, по величине равные этим силам. В этих же точках на эпюре M будет перелом.

5) На участках, где действуют равномерно распределенная нагрузка, на эпюре Q будет прямая линия, а на эпюре M - парабола.

6) В точках, где приложена моментная нагрузка, на эпюре M будут скачки, по величине равные этим нагрузкам. На эпюре Q эти нагрузки не отражаются.

7) на участках, где поперечная сила равна нулю, на эпюре $M = const$.

Рисунки

(*последняя цифра в номере зачетной книжки*)

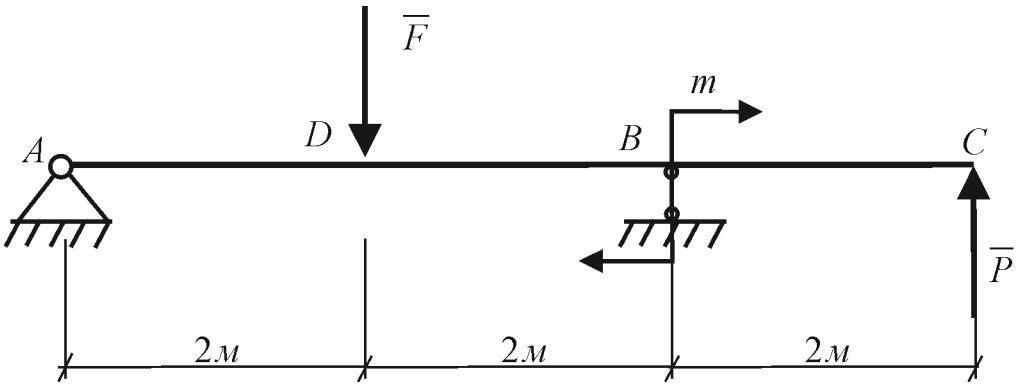


Рис. 0

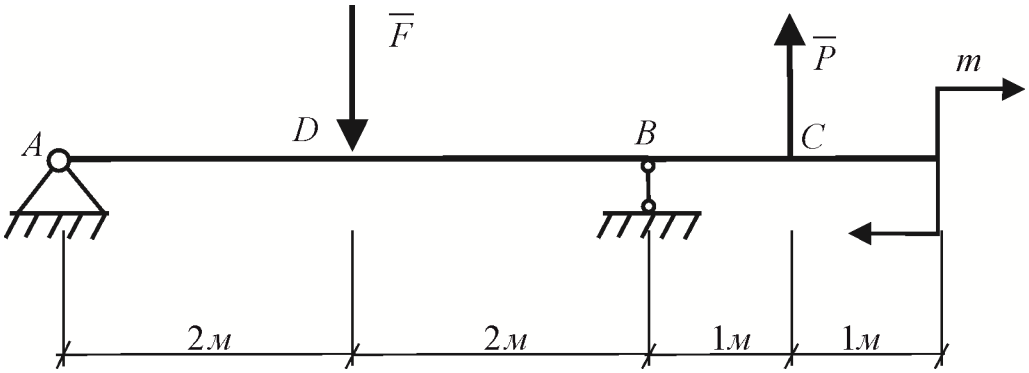


Рис. 1

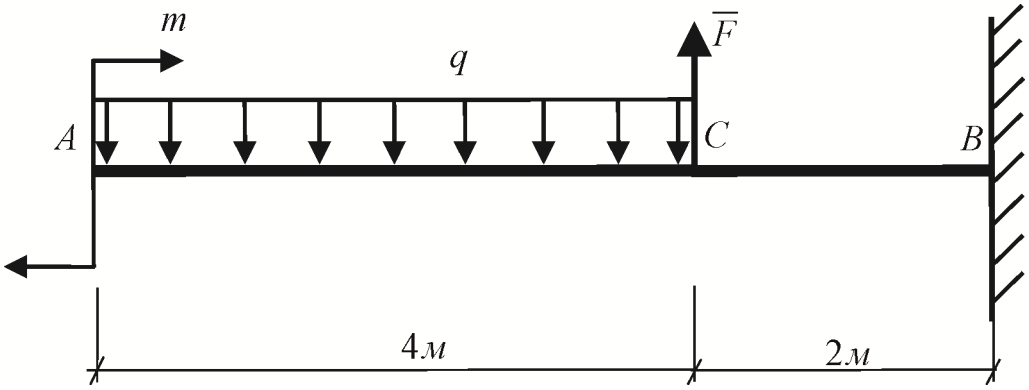


Рис. 2

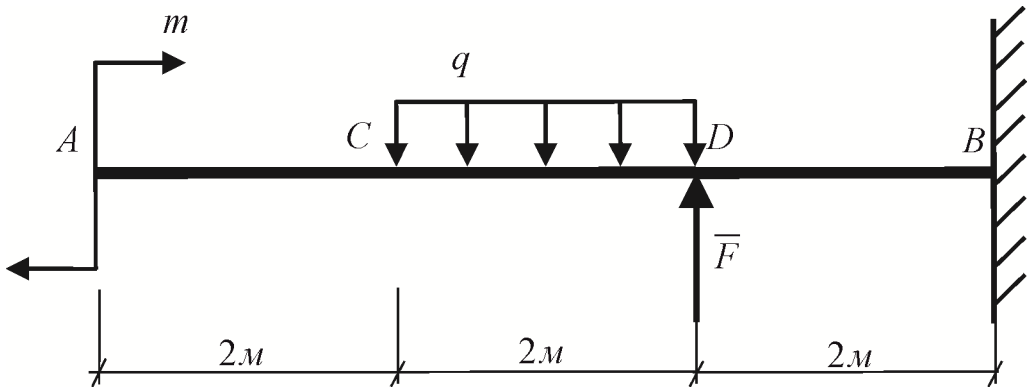


Рис. 3

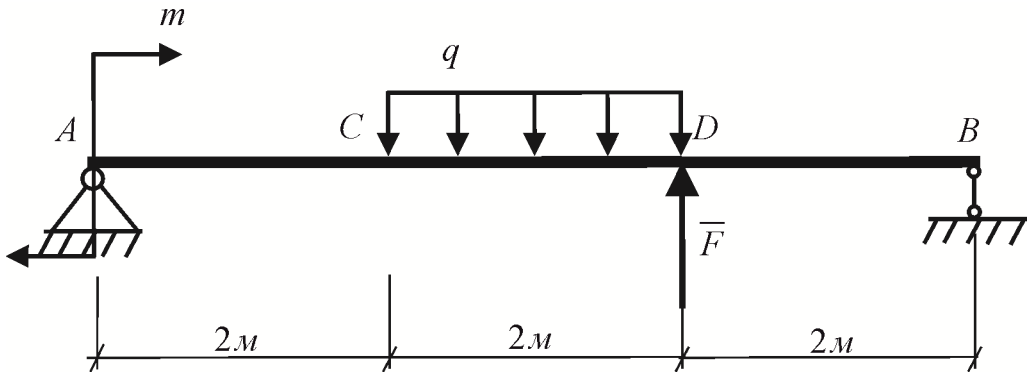


Рис. 4

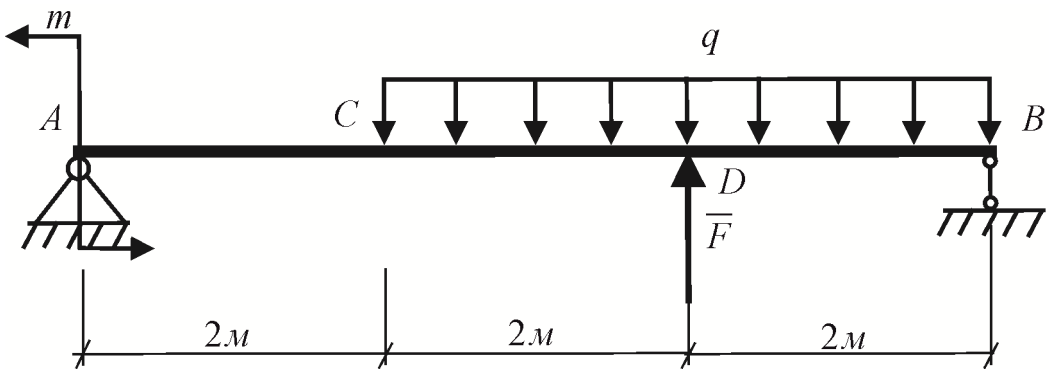


Рис. 5

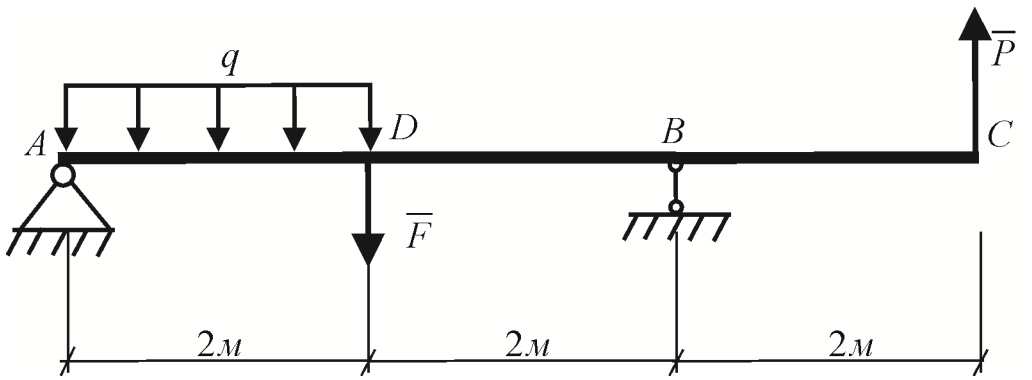


Рис. 6

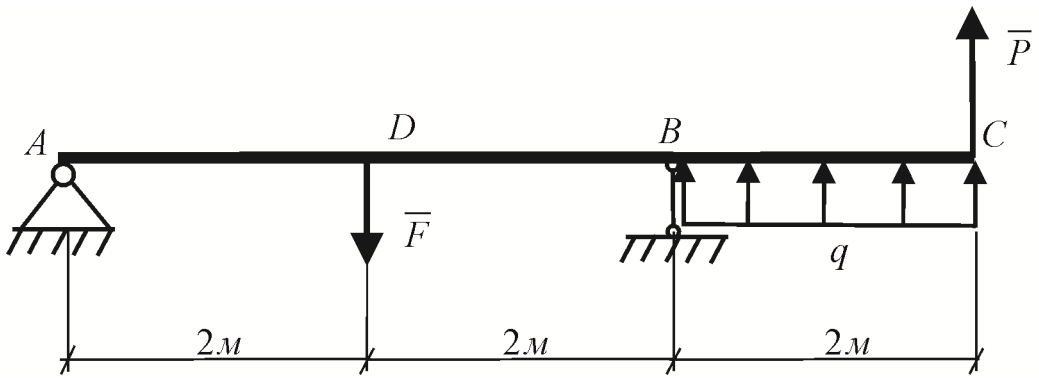


Рис. 7

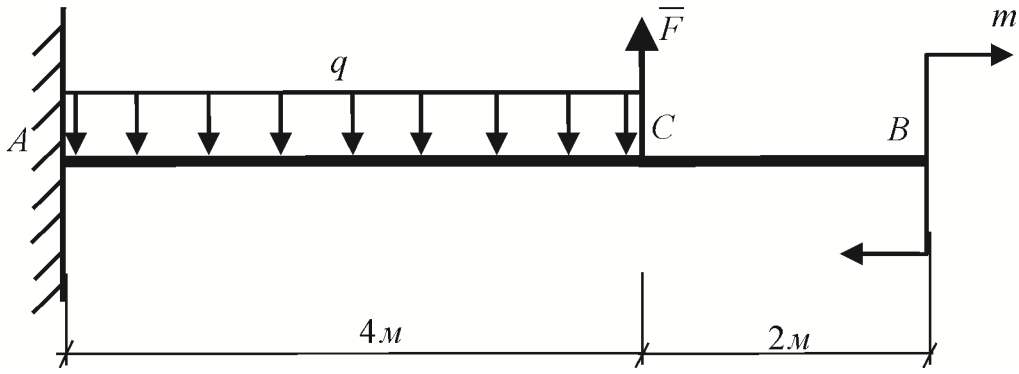


Рис. 8

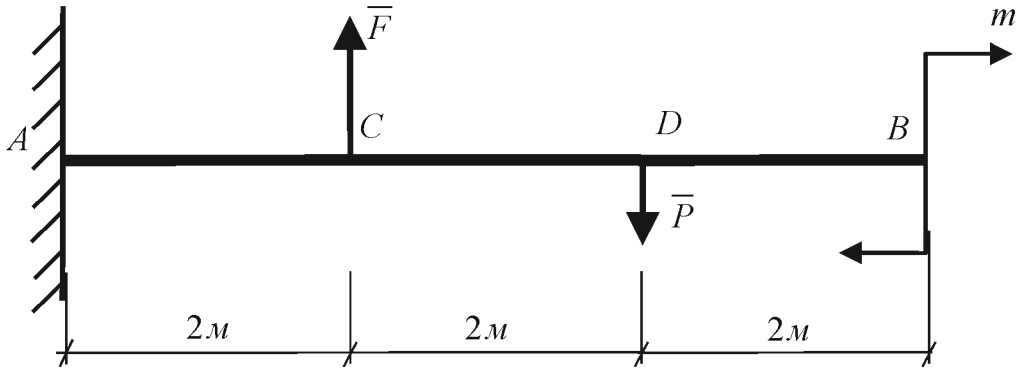


Рис. 9

Таблица 2

(*предпоследняя цифра в номере зачетной книжки*)

№ условия	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
F, *кН*	6	8	10	4	6	8	12	6	2	4
P, *кН*	5	7	3	1	4	3	6	7	1	9
q, *кН/м*	1	2	4	2	1	4	6	2	1	4
m, *кНм*	5	8	10	12	14	16	14	12	10	8

Пример 2. Для заданной нагруженной балки (рис. 2.3 *а*) построить эпюры внутренних усилий.

Решение. Сначала определяем опорные реакции (рис. 2.3 *а*).

$\sum F_{kx} = 0:\ X_A = 0.$

$\sum F_{ky} = 0:\ Y_A - F + R_B + P = 0,\ Y_A - 10 + R_B + 8 = 0,\ Y_A = 10 + 6 - 8 = 8\ кН.$

$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0:\ -2 \cdot F - m + 4 \cdot R_B + 6 \cdot P = 0,\ -2 \cdot 10 - 4 + 4 \cdot R_B + 6 \cdot 8 = 0,$

$R_B = -6\ кН.$

Теперь проверим правильность определения реакций опор. Для этого составляем еще одно уравнение суммы моментов всех сил относительно точки C:

$\sum m_C(\overline{F}_k) = 0:\ -6 \cdot Y_A + F \cdot 4 - m - 2 \cdot R_B = 0,\ -6 \cdot 8 + 10 \cdot 4 - 4 + 2 \cdot 6 = 0.$

Следовательно, реакции в опорах определены правильно.

При построениях эпюр, если какая-нибудь реакция получилась отрицательной (например $R_B = -6\ кН$), то нужно изменить ее направление на противоположное (рис. 2.3 *б*).

I участок: $0 \le x \le 2$. Будем вычислять Q и M от усилий слева от сечения (согласно рис. 2.2 *б*).

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_x + 8 = 0,\ Q_x = 8\ кН.$

$\sum m_x = 0:\ M_x - 8x = 0,\ M_x = 8x.$ При $x = 0:\ M_x = 0;\ x = 2:\ M_x = 16\ кНм.$

II участок: $2 \le x \le 4$. Здесь также вычисляем Q и M от усилий слева от сечения.

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_x + 8 - 10 = 0,\ Q_x = -2\ кН.$

$\sum m_x = 0:\ M_x - 8x + 10(x-2) = 0,\ M_x = 20 - 2x.$ При $x = 2:\ M_x = 16\ кНм;$ $x = 4:\ M_x = 12\ кНм.$

III участок $4 \le x \le 6$. Вычислим Q и M от усилий слева от сечения (согласно рис. 2.2 *б*).

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_x + 8 - 10 - 6 = 0,\ Q_x = -8\ кН.$

$\sum m_x = 0:\ M_x - 8x + 10(x-2) + 6(x-4) - 4 = 0,\ M_x = 48 - 8x.$ При $x = 4:$ $M_x = 16\ кНм;\ x = 6:\ M_x = 0\ кНм.$

С целью сокращения объема вычислений на участке ***III*** можно вычислить вычислять Q и M от усилий справа от сечения. Здесь в соответствии с рис. 2.2 *в* отсчет по оси x - влево, сила Q_x направлена в положительную сторону оси y, момент M_x - по часовой стрелке (отрицательный).

$\sum F_{ky} = 0:\ Q_x + 8 = 0,\ Q_x = -8\ кН.$

$\sum m_x = 0:\ \ -M_x + 8x = 0,\ \ M_x = 8x.$ При $x = 0:\ M_x = 0\ кНм;\ \ x = 2:$ $M_x = 16\ кНм.$

Данные значения совпадают с полученными выше для Q и M от усилии слева от сечения, что может служить проверкой выполненных расчетов.

По вычисленным значениям строим эпюры “Q” и “M” (рис. 2.3 *в, г*). На эпюре “Q” (рис. 2.3 *в*) в точках приложения сосредоточенных сил величины скачков совпадают с соответствующими нагрузками. Убедимся, что величины скачков совпадает с соответствующими нагрузками. На эпюре “M” (рис. 2.3 *г*) в точках приложения сосредоточенных сил имеют место переломы, а в точке приложения моментной нагрузки (точка B) – скачок, равной по величине данному моменту.

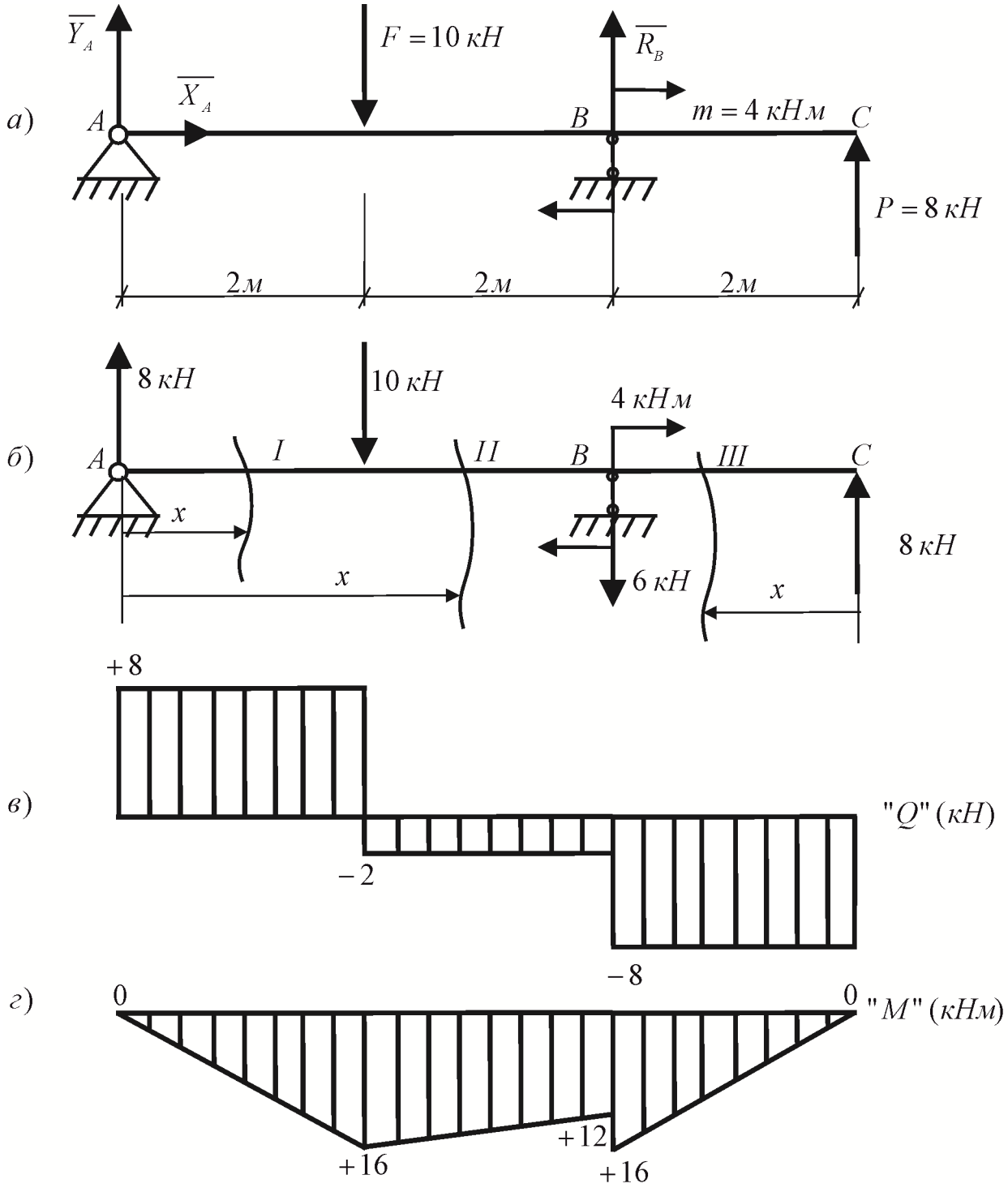


Рис. 2.3

Пример 3. Для заданной нагруженной балки (рис. 2.4 *а*) построить эпюры внутренних усилий.

Решение. Сначала определяем опорные реакции (рис. 2.4 *а*).

$\sum F_{kx} = 0:\ X_A = 0$.

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_1 + F + Y_B = 0$ (где $Q_1 = 2q = 4\ кН$ - равнодействующая распределенной нагрузки), $Y_B = 4 - 5 = -1\ кН$.

$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0:\ -m - 1 \cdot Q_1 + 2 \cdot F + 3 \cdot Y_B + M_B = 0;$

$-2 - 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 3 \cdot 1 + M_B = 0;\ M_B = -1\ кНм$.

Теперь проверим правильность определения реакций опор. Для этого составляем еще одно уравнение суммы моментов всех сил относительно точки C:

$\sum m_C(\overline{F}_k) = 0: -m + 1 \cdot Q_1 + M_B + 1 \cdot Y_B = 0;\ -2 + 1 \cdot 4 - 1 - 1 = 0$.

Следовательно, реакции в опорах определены правильно.

При построениях эпюр, если какая-нибудь реакция получилась отрицательной (в данной задаче $Y_B = -1\ кН$ и $M_B = -1\ кНм$), то нужно изменить ее направление на противоположное (рис. 2.4 *б*).

I участок: $0 \le x \le 2$. Будем вычислять Q и M от усилий слева от сечения (согласно рис. 2.2 *б*).

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_x - qx = 0,\ Q_x = -2x$. При $x = 0:\ Q_x = 0;\ x = 2:\ Q_x = -4\ кН$.

$\sum m_x = 0:\ M_x - m + qx \cdot \dfrac{x}{2} = 0,\ M_x = 2 - x^2$. При $x = 0:\ M_x = 2\ кНм;\ x = 2:$ $M_x = -2\ кНм.$

II участок: $2 < x \le 3$. Здесь также вычисляем Q и M от усилий слева от сечения.

$\sum F_{ky} = 0:\ -Q_x - Q_1 + F = 0,\ -Q_x - 4 + 5 = 0,\ Q_x = 1\ кН$.

$\sum m_x = 0,\quad M_x - m + 2q(x-1) - F(x-2) = 0,\quad M_x - 2 + 4(x-1) - 5(x-2) = 0,$

$M_x = -4 + x$. При $x = 2:\ M_x = -2\ кНм;\ x = 3:\ M_x = -1\ кНм.$

Когда $x = 3$ и при соответствующих направлениях, $M_x = M_B = -1\ кНм$, $Q_x = Y_B = 1\ кН$. Это означает, что вычисления выполнены правило.

На участке ***II*** вычислим Q и M от усилий справа от сечения.

$\sum F_{ky} = 0:\ Q_x - 1 = 0,\ Q_x = 1\ кН$.

$\sum m_x = 0,\ -M_x - Y_B \cdot x - M_B = 0,\ -M_x - 1 \cdot x - 1 = 0,$

$M_x = -1 - x$. При $x = 0:\ M_x = -1\ кНм;\ x = 1:\ M_x = -2\ кНм.$

По полученным значениям строим эпюры и анализируем их с учетом дифференциальных зависимостей:

$$q = dQ / dx,\ Q = dM / dx.$$

На первом участке равномерная распределенная нагрузка, значит, здесь на эпюре Q будет прямая линия, а на эпюре M - парабола. Для ее изображения

применяем «правило паруса», т.е. воображаемый парус, натянутый на концевые ординаты участка эпюры M, как бы наполняется ветром – интенсивностью q.

Если $Q = 0$ т.е. $dM / dx = 0$, то значение M на данном участке будет экстремальным.

По вычисленным значениям строим эпюры (рис. 2.4 *в, г*). Убедимся, что величины скачков совпадает с соответствующими нагрузками.

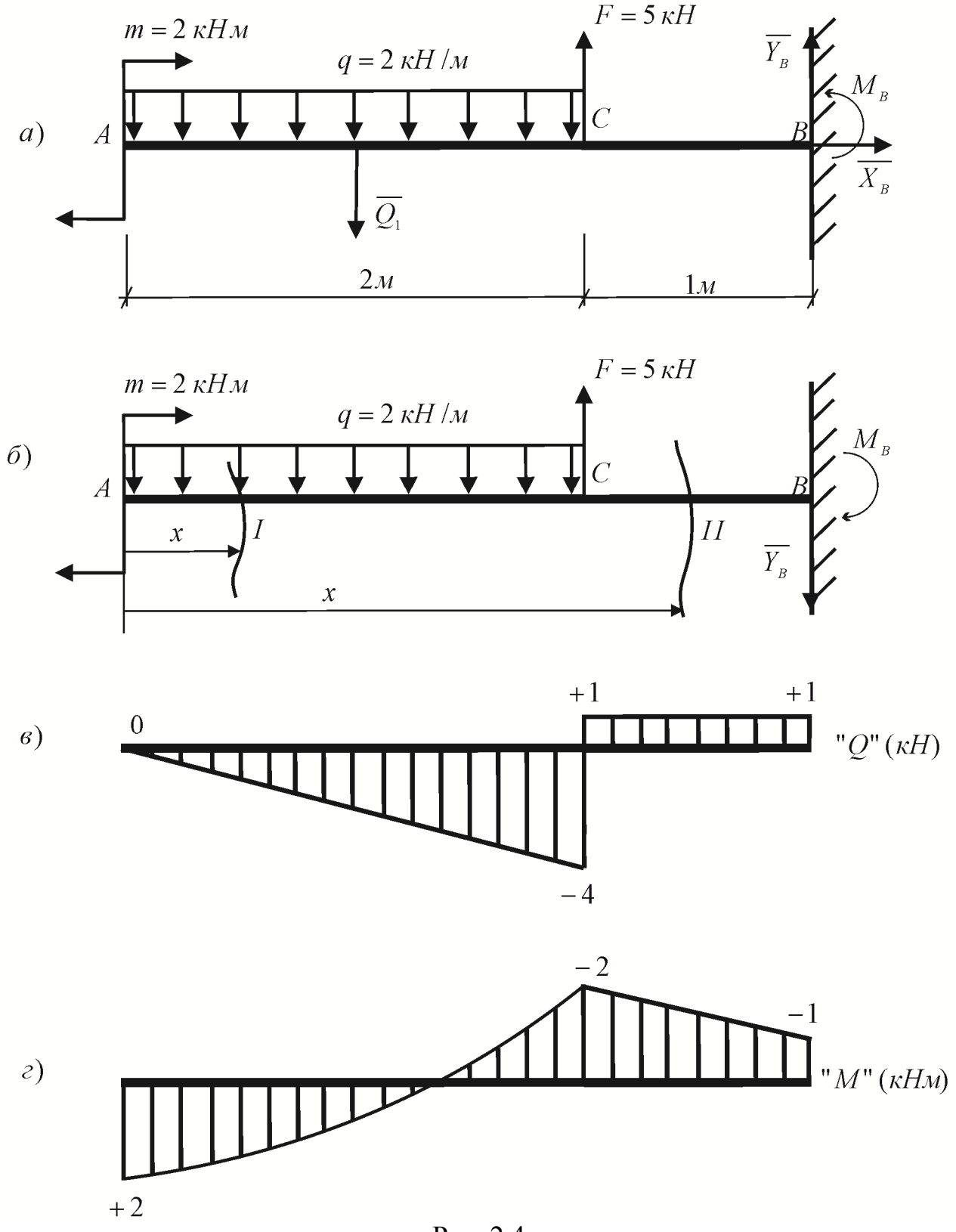


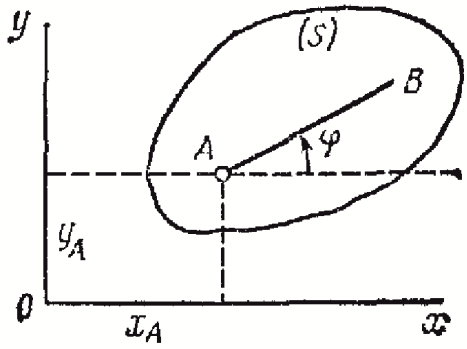
Рис. 2.4

ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ИЛИ ПЛОСКОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Плоскопараллельным (или плоским) называется такое движение твердого тела, при котором все его точки перемещаются параллельно некоторой неподвижной плоскости П.

Из определения следует, что для изучения движения всего тела достаточно изучить, как движется в плоскости *Oxy* сечение *S* этого тела или некоторая плоская фигура *S*.

Положение фигуры *S* в плоскости *Oxy* определяется положением какого-нибудь проведенного на этой фигуре отрезка *AB*. В свою очередь положение отрезка *AB* можно определить, зная координаты x_A, y_A точки *A* и угол φ, который отрезок *AB* образует с осью *x*.



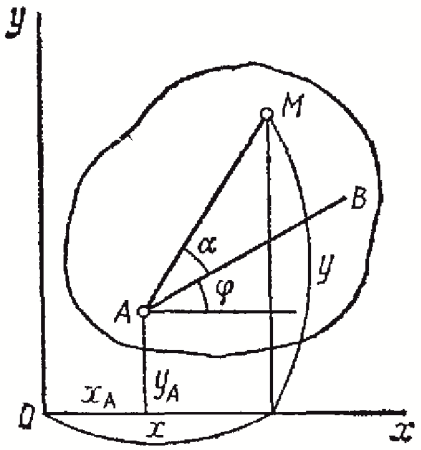
Точку *A*, выбранную для определения положения фигуры будем в дальнейшем называть полюсом.

При движении фигуры величины x_A, y_A и φ меняются по законам

$$x_A = f_1(t),\ y_A = f_2(t),\ \varphi = f_3(t)$$

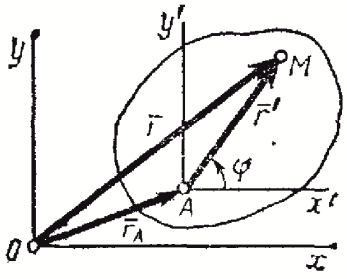
Эти уравнения называются уравнениями движения плоской фигуры в ее плоскости. Они же являются *уравнениями плоскопараллельного движения твердого тела.*

В общем случае *движение плоской фигуры в ее плоскости может рассматриваться как слагающееся из поступательного движения, при котором все точки фигуры движутся так же, как полюс A, и из вращательного движения вокруг этого полюса*.



Основными кинематическими характеристиками рассматриваемого движения являются скорость и ускорение поступательного движения, равные скорости и ускорению полюса ($\bar{v}_{пост} = \bar{v}_A, \bar{a}_{пост} = \bar{a}_A$), а также угловая скорость ω и угловое ускорение ε вращательного движения вокруг полюса. *Вращательная часть движения от выбора полюса не зависит.*

Определение скоростей точек плоской фигуры

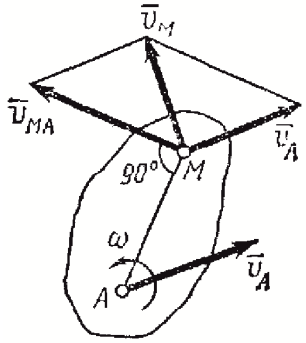


Положение любой точки M фигуры определяется по отношению к осям Oxy радиусом-вектором $\bar{r} = \bar{r}_A + \bar{r}'$, где $\bar{r}_A$ - радиус-вектор полюса А, $\bar{r}' = \overline{AM}$ - вектор, определяющий положение точки M относительно осей $Ax'y'$, перемещающихся вместе с полюсом A поступательно (движение фигуры по отношению к этим осям представляет собой вращение вокруг полюса A).

$$\bar{v}_M = \frac{d\bar{r}}{dt} = \frac{d\bar{r}_A}{dt} + \frac{d\bar{r}'}{dt}$$

В полученном равенстве величина $d\bar{r}_A / dt$ есть скорость полюса A; величина же $d\bar{r}' / dt$ равна скорости $\overline{v_{MA}}$, которую точка М получает при $\bar{r}_A = const$, т. е. относительно осей $Ax'y'$, или, иначе говоря, при вращении фигуры вокруг полюса A. Таким образом, из предыдущего равенства действительно следует, что

$$\overline{v_M} = \overline{v_A} + \overline{v_{MA}}$$



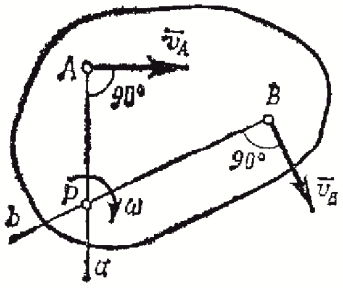
При этом скорость $\overline{v_{MA}}$, которую точка M получает при вращении фигуры вокруг полюса A, будет: $v_{MA} = \omega \cdot MA$ ($\overline{v_{MA}} \perp \overline{MA}$), где ω - угловая скорость фигуры.

Таким образом, скорость любой точки М плоской фигуры геометрически складывается из скорости какой-нибудь другой точки А, принятой за полюс, и скорости, которую точка М получает при вращении фигуры вокруг этого полюса. Модуль и направление скорости $\overline{v_M}$ находятся построением, соответствующего параллелограмма.

Теорема о проекциях скоростей двух точек тела

Проекции скоростей двух точек твердого тела на ось, проходящую через эти точки, равны друг другу.

Мгновенный центр скоростей



Мгновенным центром скоростей называется точка плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю.

Легко убедиться, что если фигура движется непоступательно, то такая точка в каждый момент времени t существует и притом единственная. Пусть в момент времени t точки A и B плоской фигуры имеют

скорости $\overline{v_A}$ и $\overline{v_B}$, не параллельные друг другу.

Тогда точка *P*, лежащая на пересечении перпендикуляров *Aa* к вектору $\overline{v_A}$ и *Bb* к вектору $\overline{v_B}$, и будет мгновенным центром скоростей, так как $\overline{v_P} = 0$. В самом деле, если допустить, что $\overline{v_P} \neq 0$, то по теореме о проекциях скоростей вектор $\overline{v_P}$ должен быть одновременно перпендикулярен и *AP*, (так как $\overline{v_A} \perp AP$) и *BP* (так как $\overline{v_B} \perp BP$), что невозможно. Из той же теоремы видно, что никакая другая точка фигуры в этот момент времени не может иметь скорость, равную нулю.

Если теперь в момент времени *t* взять точку *P* за полюс, то скорость точки *A* будет

$$\overline{v_A} = \overline{v_P} + \overline{v_{PA}} = \overline{v_{PA}}$$

так как $v_P = 0$. Аналогичный результат получается для любой другой точки фигуры. Следовательно, *скорости точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра скоростей.* При этом

$$v_A = \omega \cdot PA \ (\overline{v_A} \perp PA),\ v_B = \omega \cdot PB \ (\overline{v_B} \perp PB) \text{ и т.д.}$$

Отсюда следует, что

$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}.$$

т.е. *скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра скоростей.*

Полученные результаты приводят к следующим выводам.

а) Для определения мгновенного центра скоростей надо знать только направления скоростей $\overline{v_A}$ и $\overline{v_B}$ каких-нибудь двух точек A и B плоской фигуры (или траектории этих точек); мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения перпендикуляров, восставленных из точек *A* и *B* к скоростям этих точек (или к касательным к траекториям).

б) Для определения скорости любой точки плоской фигуры надо знать модуль и направление скорости какой-нибудь одной точки A фигуры и направление скорости другой ее точки B. Определив мгновенный центр скоростей скорость точки *M* найдем из соотношения

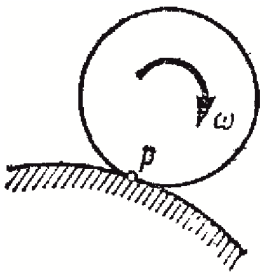
$$\frac{v_A}{PA} = \frac{v_M}{PM}$$

в) Угловая скорость ω плоской фигуры, равна в каждый данный момент времени отношению скорости какой-нибудь точки фигуры к ее расстоянию от мгновенного центра скоростей P:

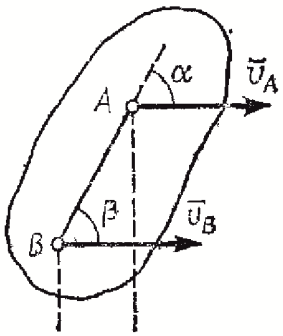
$$\omega = \frac{v_B}{PB}.$$

В механизме, состоящем из нескольких тел, каждое непоступательно движущееся тело имеет в данный момент вращения свой мгновенный центр скоростей и свою угловую скорость.

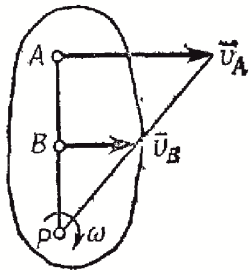
Частные случаи определения мгновенного центра скоростей



1) Если плоскопараллельное движение осуществляется путем качения без скольжения одного цилиндрического тела по поверхности другого неподвижного, то точка *P* катящегося тела, касающаяся неподвижной поверхности, имеет в данный момент времени вследствие отсутствия скольжения скорость, равную нулю ($v_P = 0$), и, следовательно, является мгновенным центром скоростей.

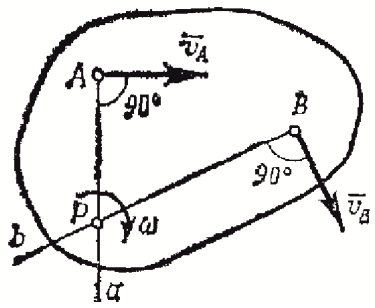


2) Если скорости точек *A* и *B* плоской фигуры параллельны друг другу, причем линия *AB* не перпендикулярна $\overline{v_A}$, то мгновенный центр скоростей лежит в бесконечности и скорости всех точек параллельны $\overline{v_A}$. При этом из теоремы о проекциях скоростей следует, что $v_A \cos\alpha = v_B \cos\beta$, т. е, $v_A = v_B$; аналогичный результат получается для всех других точек. Следовательно, в рассматриваемом случае скорости всех точек фигуры в данный момент времени равны друг другу и по модулю, и по направлению, т. е. фигура имеет мгновенное поступательное распределение скоростей (такое состояние движения тела называют еще мгновенно поступательным). Угловая скорость ω тела в этот момент времени равна нулю.



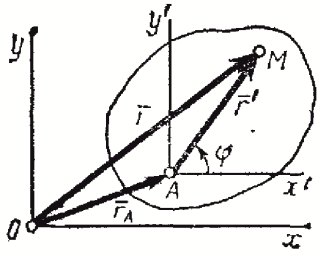
3) Если скорости точек *A* и *B* плоской фигуры параллельны друг другу и при этом линия *AB* перпендикулярна $\overline{v_A}$, то мгновенный центр скоростей *P* определяется построением, показанным на рисунке. Справедливость построений следует из пропорции $\frac{v_A}{PA} = \frac{v_B}{PB}$.

В этом случае, в отличие от предыдущих, для нахождения центра *P* надо кроме направлений знать еще и модули скоростей $\overline{v_A}$ *и* $\overline{v_B}$.



4) Если известны вектор скорости $\overline{v_B}$ какой-нибудь точки В фигуры и ее угловая скорость ω, то положение мгновенного центра скоростей *P*, лежащего на перпендикуляре к $\overline{v_B}$, можно найти из равенства $\omega = \frac{v_B}{PB}$.

Ускорение точек плоской фигуры

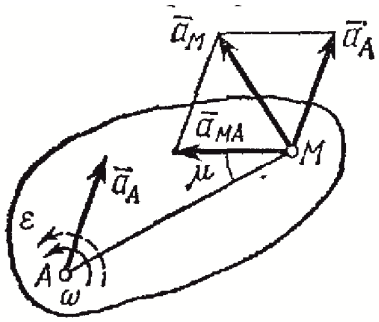


Положение точки M по отношению к осям Oxy определяется радиусом-вектором $\overline{r} = \overline{r_A} + \overline{r'}$, где $\overline{r'} = \overline{AM}$. Тогда

$$\overline{a_M} = \frac{d^2\overline{r}}{dt^2} = \frac{d^2\overline{r_A}}{dt^2} + \frac{d^2\overline{r'}}{dt^2}$$

В правой части этого равенства первое слагаемое есть ускорение $\overline{a_A}$ полюса A, а второе слагаемое определяет ускорение $\overline{a_{MA}}$, которое точка M получает при вращении фигуры вокруг полюса A. Следовательно, $\overline{a_M} = \overline{a_A} + \overline{a_{MA}}$.

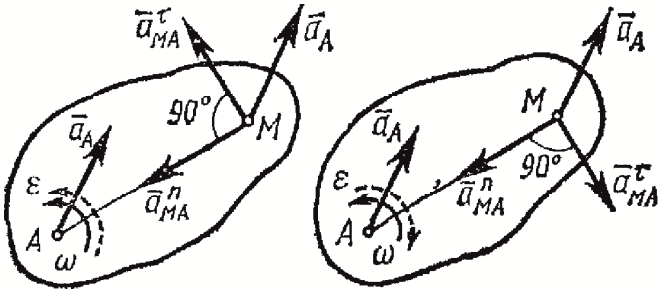
Итак, *ускорение любой точки M плоской фигуры геометрически складывается из ускорения какой-нибудь другой точки A, принятой за полюс, и ускорения, которое точка M получает при вращении фигуры вокруг этого полюса.*



Значение $\overline{a_{MA}}$, как ускорения точки вращающегося твердого тела, определяется по формулам $a_{MA} = MA\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$, $tg\mu = \varepsilon / \omega^2$, где ω и ε — угловая скорость и угловое ускорение фигуры, а μ — угол между вектором $\overline{a_{MA}}$ и отрезком MA.

При решении задач, чтобы не определять угол μ, удобнее вектор $\overline{a_{MA}}$ заменять его касательной $\overline{a^{\tau}_{MA}}$ и нормальной $\overline{a^{n}_{MA}}$ составляющими, т.е. $\overline{a_M} = \overline{a_A} + \overline{a^{\tau}_{MA}} + \overline{a^{n}_{MA}}$

При этом вектор $\overline{a^{\tau}_{MA}}$ направлен перпендикулярно AM в сторону вращения, если оно ускоренное, и против вращения, если оно замедленное; вектор $\overline{a^{n}_{MA}}$ всегда направлен от точки M к полюсу A.

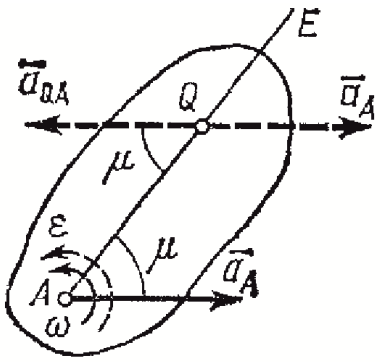


Численно $a^{\tau}_{MA} = AM\varepsilon$, $a^{n}_{MA} = AM\omega^2$.

Если полюс A движется не прямолинейно, то его ускорение можно тоже представить как сумму касательной $\overline{a^{\tau}_{A}}$ и нормальной $\overline{a^{n}_{A}}$ составляющих, тогда $\overline{a_M} = \overline{a^{\tau}_{A}} + \overline{a^{n}_{A}} + \overline{a^{\tau}_{MA}} + \overline{a^{n}_{MA}}$.

Мгновенный центр ускорений, частные случаи его определения

При непоступательном движении плоской фигуры у нее в каждый момент времени имеется точка Q, ускорение которой равно нулю. Эта точка называется *мгновенным центром ускорений*. Определяется положение центра Q, если известны ускорение $\overline{a_A}$ какой-нибудь точки A фигуры и величины ω и ε, следующим путем:



1) находим значение угла μ, из формулы $tg\mu = \varepsilon / \omega^2$;

2) от точки A под углом μ к вектору $\overline{a_A}$ проводим прямую AE;

при этом прямая AE должна быть отклонена от $\overline{a_A}$ *в сторону вращения фигуры, если вращение является ускоренным, и против вращения, если оно является замедленным, т. е. в сторону направления углового ускорения* ε*;*

3) откладываем вдоль линии AE отрезок AQ, равный

$$AQ = a_A / \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} .$$

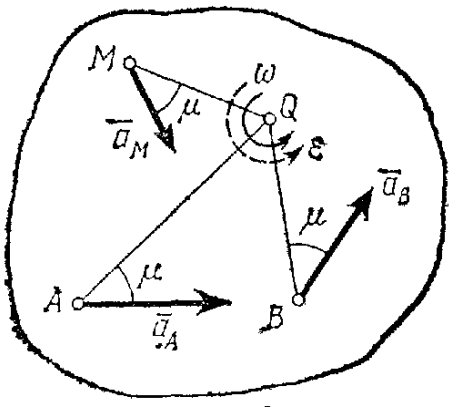
Построенная таким путем точка Q и будет мгновенным центром ускорений.

Если точку Q выбрать за полюс, то так как $\overline{a_Q} = 0$, ускорение любой точки M тела, согласно формуле будет $\overline{a_M} = \overline{a_Q} + \overline{a_{MQ}} = \overline{a_{MQ}}$, при этом численно $a_M = MQ\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$.

Следовательно, *ускорения точек плоской фигуры определяются в данный момент времени так, как если бы движение фигуры было вращением вокруг мгновенного центра ускорений Q.* При этом

$$a_M / MQ = a_A / AQ = ... = \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} ,$$

т. е. *ускорения точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям от мгновенного центра ускорений*.



Картина распределения ускорений (т. е. поле ускорений точек плоской фигуры в данный момент времени) показана на рисунке.

Следует иметь в виду, что положения мгновенного центра скоростей P и мгновенного центра ускорений Q в данный момент времени не совпадают.

3. Расчетно-графическое задание по теме «КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МНОГОЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА»

Плоский механизм состоит из двух стержней, ползуна *B* (вертикальная или горизонтальная направляющая) и цилиндра *C*, катящегося по неподвижной поверхности без проскальзывания. Механизм приводится в движение кривошипом *OA=15* см, равномерно вращающимся против хода вращения часовой стрелки с угловой скоростью ω. Радиус цилиндра равен 10 см. Точка *G* находится посередине звена *AB*. Горизонтальные и вертикальные размеры указаны на рисунках 0-9 и относятся к неподвижным объектам: шарнирам, опорным плоскостям и линиям движения ползунов. Необходимые для расчета данные приведены в таблице 3.

Для заданного положения механизма определить:

1. Скорости точек *A*, *B*, *C*, *G*, *F* и *N* с помощью мгновенных центров скоростей;
2. Ускорения точек *A* и *B* и угловое ускорение звена *AB*.

Рисунки

(*последняя цифра в номере зачетной книжки*)

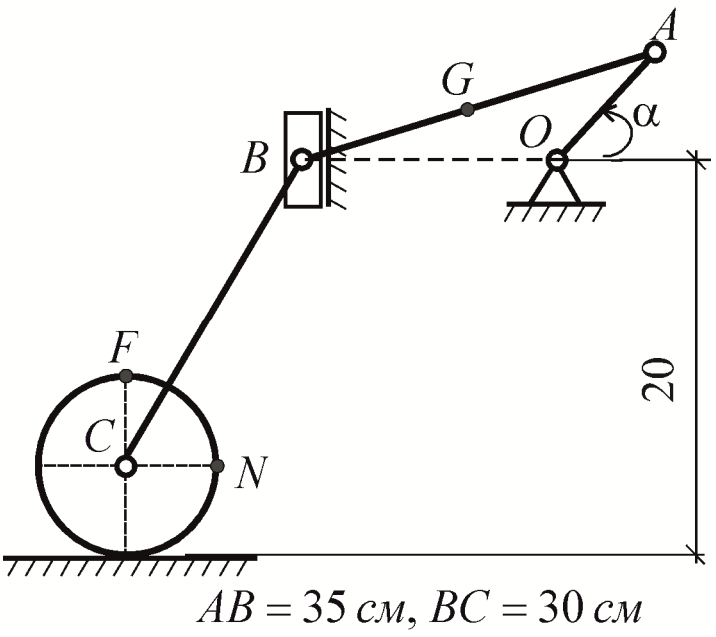
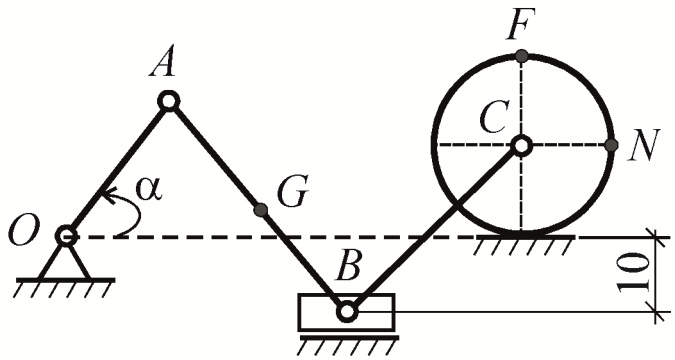
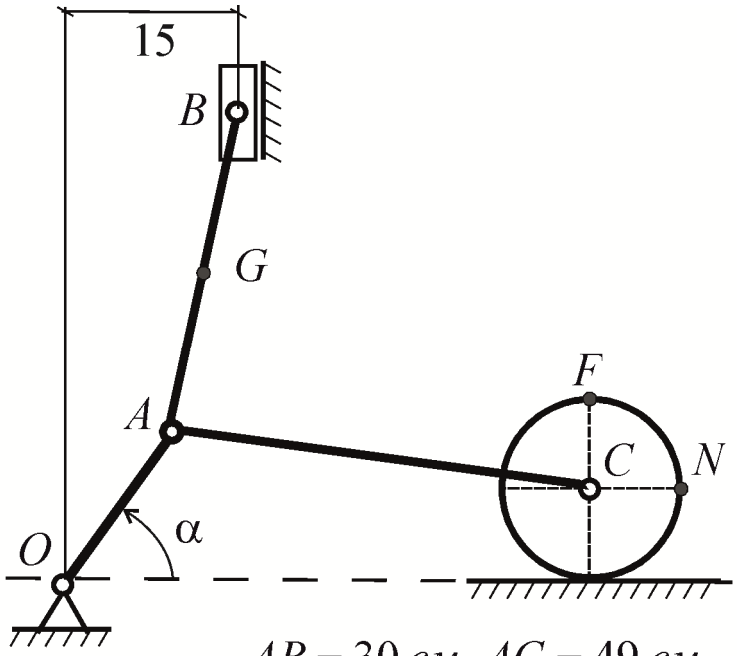


Рис. 0



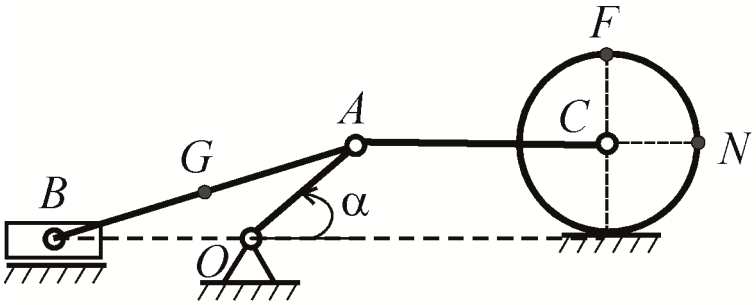
$AB = 30\ см,\ BC = 21\ см$

Рис. 1



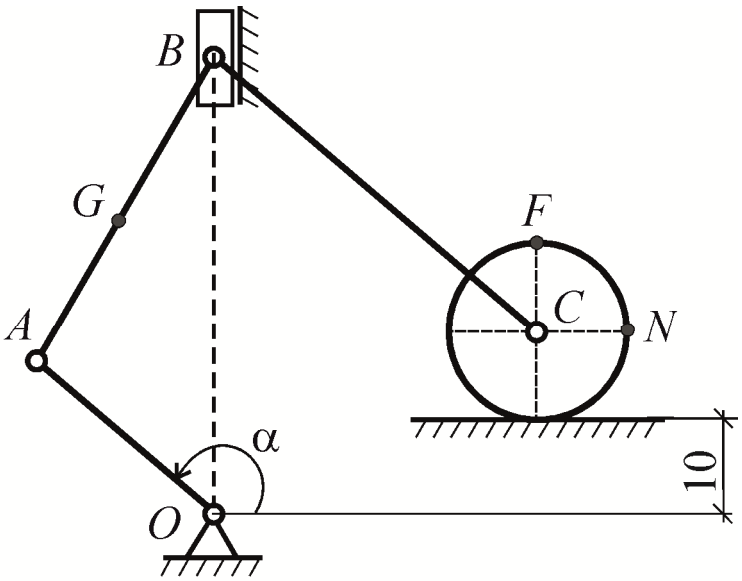
$AB = 30\ см,\ AC = 49\ см$

Рис. 2



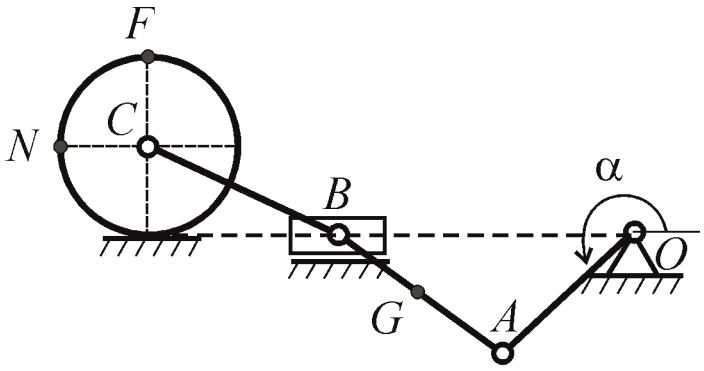
$AB = 30\ см,\ AC = 33\ см$

Рис. 3



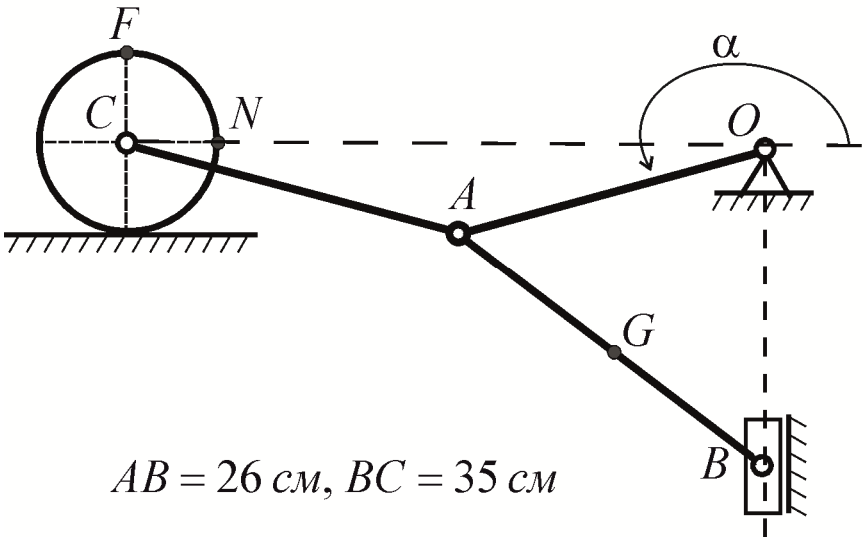
$AB = 40\ см,\ BC = 50\ см$

Рис. 4



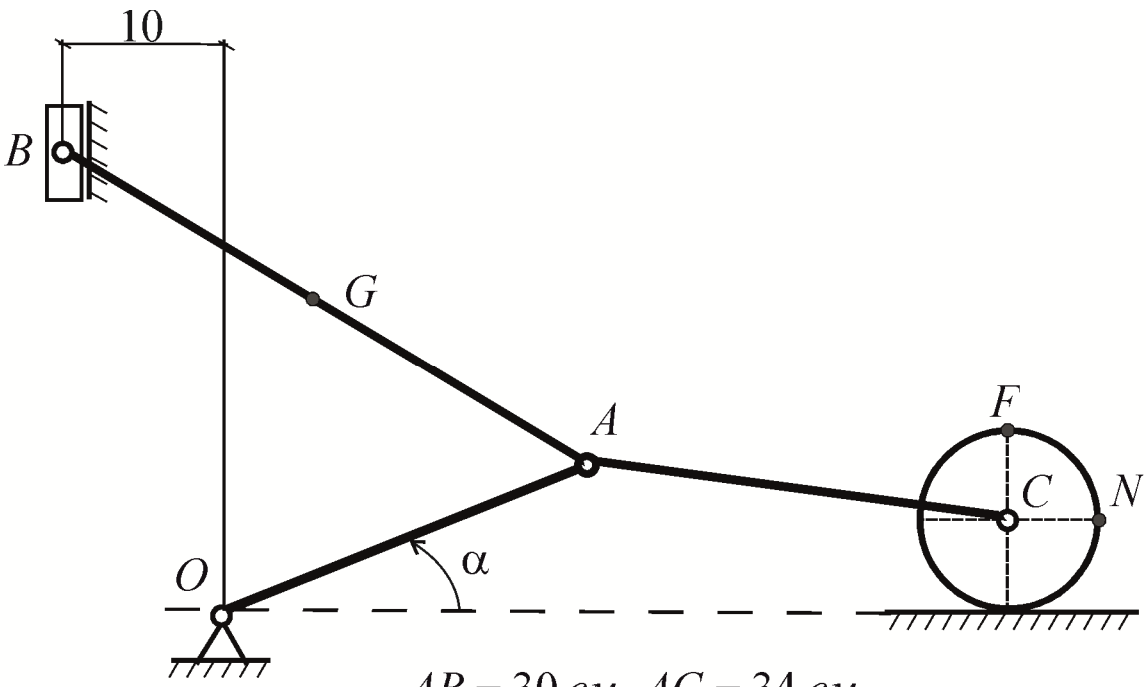
$AB = 20\ см,\ BC = 21\ см$

Рис. 5



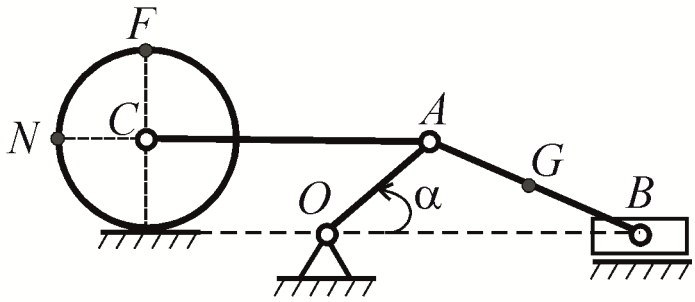
$AB = 26\ см,\ BC = 35\ см$

Рис. 6



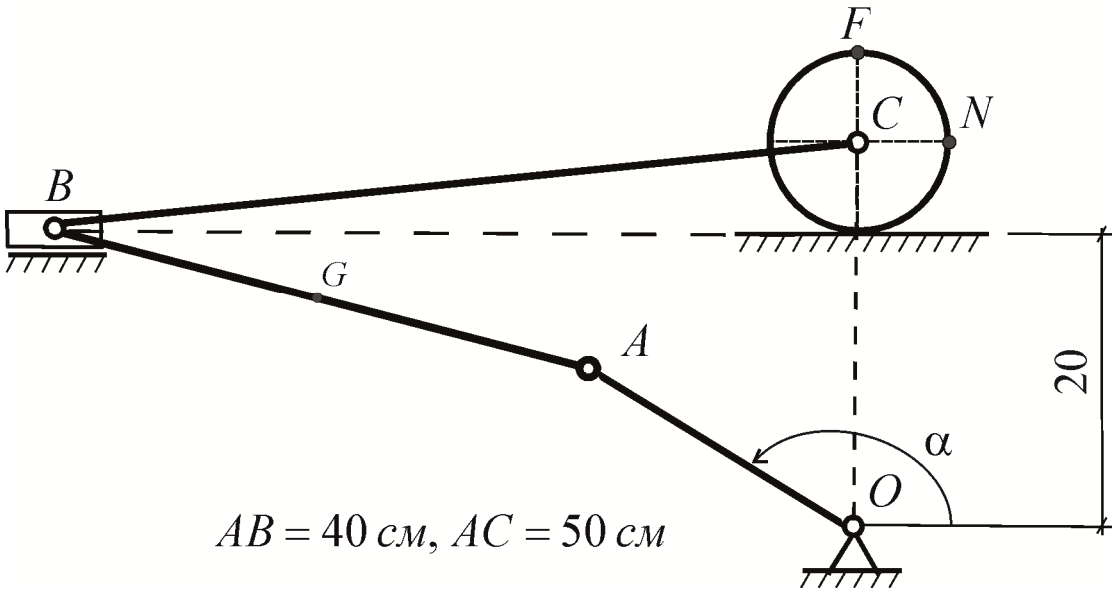
$AB = 30\ см,\ AC = 34\ см$

Рис. 7



$AB = 22\ см,\ AC = 50\ см$

Рис. 8



$AB = 40\ см,\ AC = 50\ см$

Рис. 9

Таблица 3

(*предпоследняя цифра в номере зачетной книжки*)

№ условия	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
α	30^0	45^0	60^0	120^0	135^0	150^0	210^0	225^0	240^0	300^0
ω, 1/с	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

Пример 4.

Дано: $R = 10\,см$, $OA = 15\,см$, $AB = 36\,см$, $BC = 45\,см$, $AG = GB = 15\,см$, $\alpha = 150^0$ $\omega = 2$ (1/с)..

Найти:

1) $v_A, v_B, v_G, v_C, v_F, v_N$;

2) $a_A, a_B, \varepsilon_{AB}$.

3) положение мгновенного центра ускорений звена AB и $\bar{a}_G$.

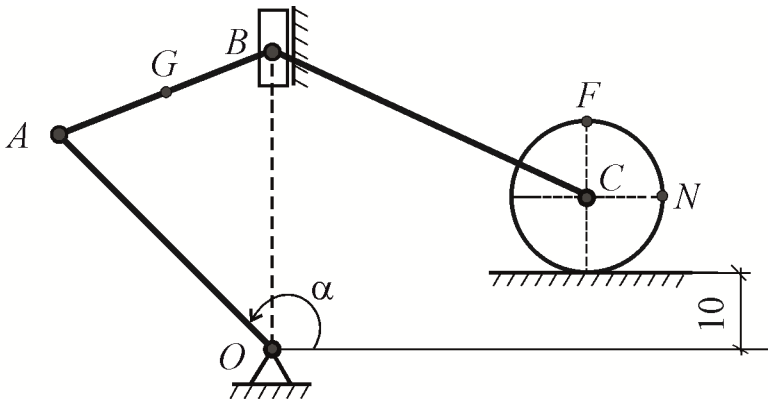


Рис. 3.1. Схема механизма

Решение.

1. *Определение скоростей точек и угловой скорости звена AB.*

Изобразим механизм по заданным размерам звеньев (в масштабе) и углу α (рис. 3.2). Нахождение скоростей точек необходимо начинать с определения скорости точки A ведущего звена OA механизма, движение которого задано.

Вычисляем модуль скорости точки A кривошипа OA при заданном положении механизма:

$$v_A = OA \cdot \omega_{OA} = 15 \cdot 2 = 30 \text{ (см/с)}.$$

Вектор скорости точки A перпендикулярен OA и направлен в сторону вращения кривошипа. Скорость ползуна B направлена вдоль прямой, по которой может перемещаться ползун B, то есть вертикально. Мгновенный центр скоростей P_{AB} звена AB находится в точке пересечения перпендикуляров, проведенных из точек A и B к направлениям векторов их скоростей. Так как скорости точек A и B звена AB пропорциональны расстояниям от этих точек до МЦС, то для определения скорости точки B записываем соотношения

$$\frac{v_A}{AP_{AB}} = \frac{v_B}{BP_{AB}}.$$

Расстояния от точек A и B до мгновенного центра скоростей P_{AB} определяем измерением на чертеже с учетом масштаба: $AP_{AB} = 66{,}8$ см и $BP_{AB} = 70{,}9$ см. В соответствии с этим

$$v_B = \frac{v_A}{AP_{AB}} \cdot BP_{AB} = \frac{30}{66{,}8} \cdot 70{,}9 = 31{,}84 \quad \text{(см/с)}.$$

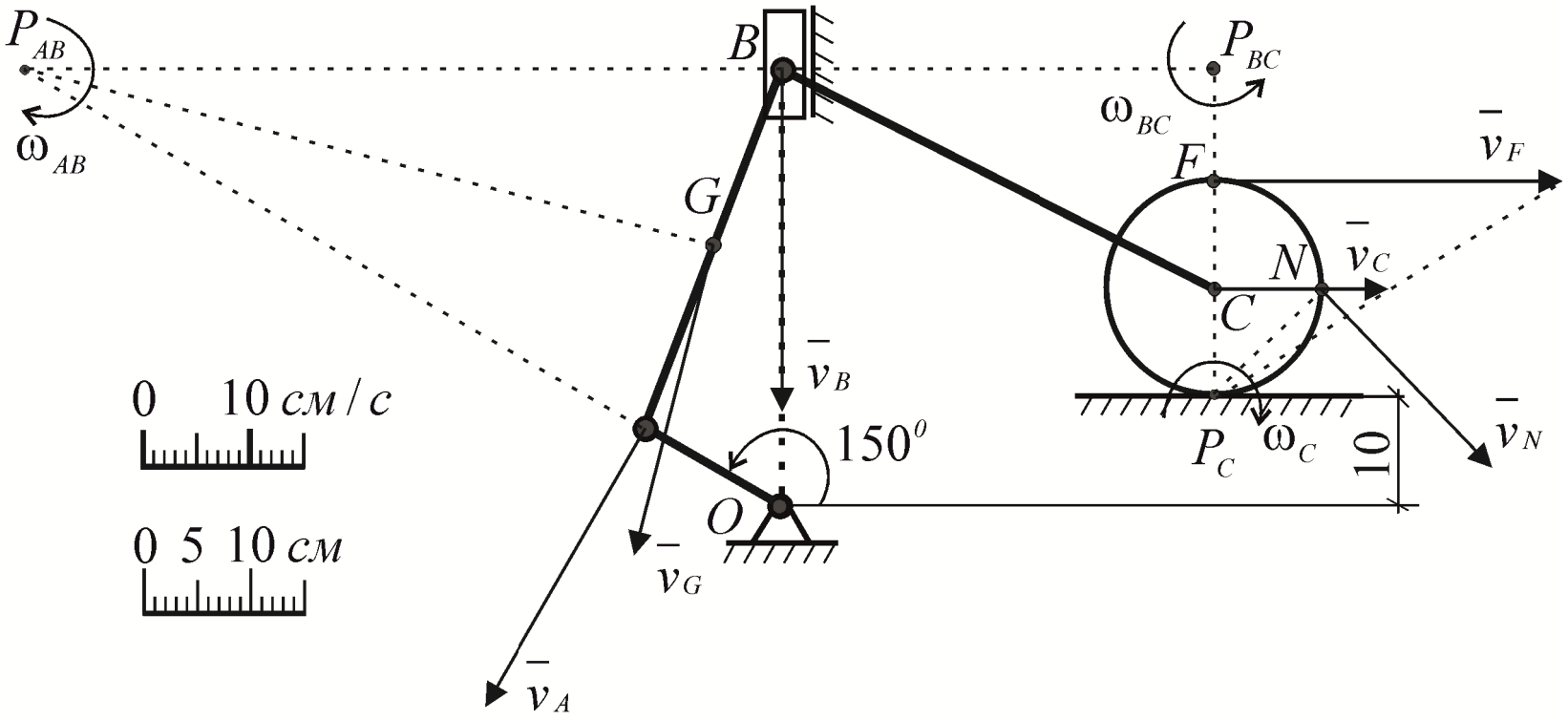


Рис.3.2. Определение скоростей точек механизма с помощью МЦС

Определив модуль скорости точки B, находим направление вектора $\bar{v}_B$. По направлению скорости точки *A* и положению мгновенного центра скоростей P_{AB} устанавливаем, что вращение звена *AB* происходит по часовой стрелке. Поэтому вектор скорости точки *B* при заданном положении механизма направлен вниз.

Аналогично определяем модуль скорости точки *G* (GP_{AB} = 66,57 см из чертежа):

$$\frac{v_A}{AP_{AB}} = \frac{v_G}{GP_{AB}} \;\rightarrow\; v_G = \frac{v_A}{AP_{AB}} \cdot GP_{AB} = \frac{30}{66{,}8} \cdot 66{,}57 = 29{,}9 \text{ (см/с)}.$$

Вектор $\bar{v}_G$ направлен перпендикулярно отрезку GP_{AB} в сторону, соответствующую направлению вращения звена *AB* вокруг МЦС.

Аналогично находим скорость центра цилиндра *C*. Мгновенный центр скоростей P_{BC} звена *BC* лежит на пересечении перпендикуляров к векторам скоростей точек *B* и *C*. Для определения скорости точки *C* записываем соотношение

$$\frac{v_B}{BP_{BC}} = \frac{v_C}{CP_{BC}}.$$

Расстояния от точек *B* и *C* до мгновенного центра скоростей P_{BC} определяются измерениями на чертеже с учетом масштаба: $BP_{BC} = 40{,}28$ см и $CP_{BC} = 20{,}54$ см. В соответствии с этим

$$v_C = \frac{v_B}{BP_{BC}} \cdot CP_{BC} = \frac{31{,}84}{40{,}28} \cdot 20{,}54 = 16{,}24 \text{ (см/с)}.$$

Так как цилиндр катится без проскальзывания, то его мгновенный центр скоростей P_C лежит в точке касания цилиндра с неподвижной плоскостью. Учитывая, что скорости точек пропорциональны их расстояниям до МЦС, получаем

$$v_F = \frac{v_C}{CP_C} \cdot FP_C = \frac{v_C}{R} \cdot 2R = 2 \cdot v_C = 32{,}48 \text{ (см/с)};$$

$$v_N = \frac{v_C}{CP_C} \cdot NP_C = \frac{v_C}{R} \cdot \sqrt{2}R = \sqrt{2} \cdot v_C = 22{,}96 \text{ (см/с)}.$$

Определим угловую скорость звена *AB*:

$$\omega_{AB} = \frac{v_A}{AP_{AB}} = \frac{30}{66{,}8} = 0{,}45 \text{ (1/с)}.$$

2. *Определение ускорения точек A и B и углового ускорения звена AB.*

Приняв точку *A* за полюс, с помощью теоремы об ускорениях точек плоской фигуры найдем ускорение точки *B*:

$$\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}^n_{BA} + \bar{a}^\tau_{BA}.$$

Ускорение точки *A* складывается из касательного и нормального ускорений:

$\bar{a}_A = \bar{a}^\tau_A + \bar{a}^n_A$, где по модулю $a^\tau_A = OA \cdot \varepsilon_{OA}$, $a^n_A = OA \cdot \omega^2_{OA}$.

По условию $\omega_{OA} = const$ и поэтому $\varepsilon_{OA} = \dfrac{d\omega_{OA}}{dt} = 0$. Следовательно, ускорение точки A равно нормальному и направлено от точки A к O.

$$\bar{a}_A = \bar{a}_A^n;\ a_A = a_A^n = OA \cdot \omega_{OA}^2 = 15 \cdot 2^2 = 60 \ \text{(см/с}^2\text{)}.$$

Центростремительное ускорение точки B во вращательном движении звена AB вокруг полюса A направлено от точки B к точке A и по модулю равно:

$$a_{BA}^n = AB \cdot \omega_{AB}^2 = 36 \cdot 0{,}45^2 = 7{,}29 \ \text{(см/с}^2\text{)}.$$

Вектор ускорения точки B направлен по прямой, вдоль которой движется ползун B. Отложим от точки B в масштабе ускорение полюса $\bar{a}_A$. Через конец этого вектора параллельно BA проводим вектор $\bar{a}_{BA}^n$. Через конец вектора $\bar{a}_{BA}^n$ проводим прямую перпендикулярно к BA, т.е. прямую, параллельную вращательному ускорению $\bar{a}_{BA}^\tau$. Точка пересечения этой прямой с OB, по которой направлен вектор ускорения ползуна B, определяет конец искомого вектора $\bar{a}_B$.

Измерением на чертеже получаем $a_B = 18$ см/с^2; $a_{BA}^\tau = 52{,}86$ см/с^2.

Так как $a_{BA}^\tau = AB \cdot \varepsilon_{AB}$, то угловое ускорение звена AB

$$\varepsilon_{AB} = \frac{a_{BA}^\tau}{AB} = \frac{52{,}86}{36} = 1{,}47 \ \text{(1/с}^2\text{)}.$$

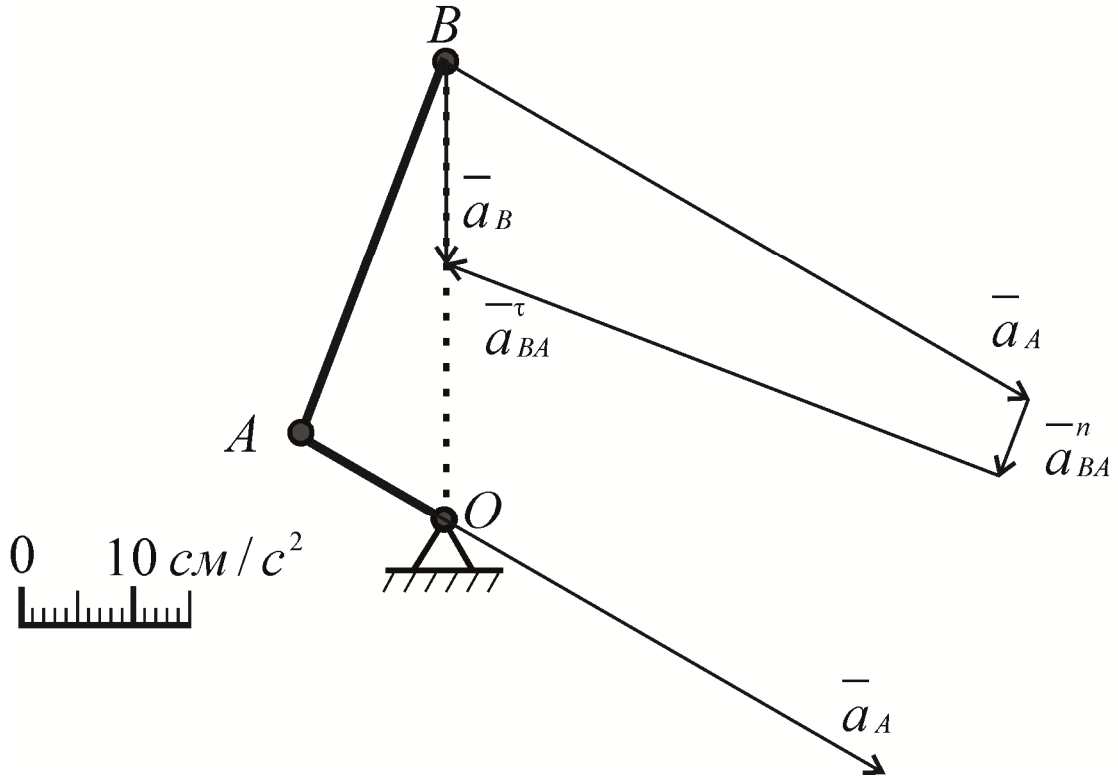


Рис. 3.3. Определение ускорения точки B.

3. *Определение положение мгновенного центра ускорений звена AB и* $\bar{a}_G$.

Примем точку *A* за полюс. Тогда ускорение точки *B* $\bar{a}_B = \bar{a}_A + \bar{a}_{BA}$. Строим параллелограмм ускорений при точки *B* по диагонали $\bar{a}_B$ и стороне $\bar{a}_A$. Сторона параллелограмма $\bar{a}_{BA}$ выражает ускорение точки *B* во вращении *AB* вокруг полюса *A*. Ускорение $\bar{a}_{BA}$ составляет с отрезком *AB* угол $\mu = 82^0$, который измерили на чертеже. Направление вектора $\bar{a}_{BA}$ относительно полюса позволяет определить направление ε_{AB}, в данном случае направленное против хода вращения часовой стрелки.

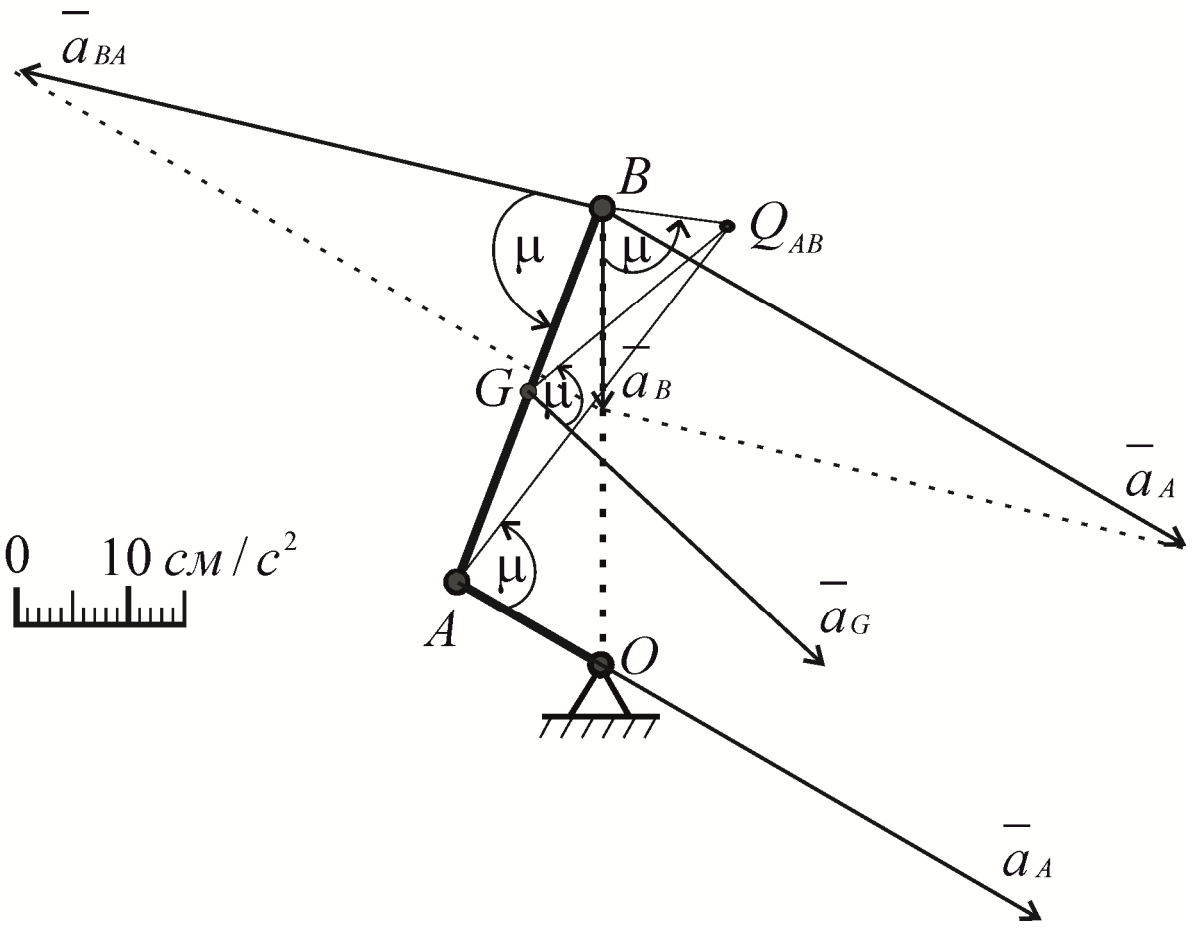


Рис. 3.4. Определение положение мгновенного центра ускорений звена AB.

Отложив угол μ от векторов $\bar{a}_A$ и $\bar{a}_B$ в этом направлении и проводя две полупрямые, найдем точку их пересечения Q_{AB} - мгновенный центр ускорений звена *AB*. Ускорение точки *G* найдем с помощью мгновенного центра ускорений. Ускорения точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям до мгновенного центра ускорений:

$$\frac{a_G}{GQ_{AB}} = \frac{a_A}{AQ_{AB}}.$$

Расстояния от точек G и A от мгновенного центра ускорений Q_{AB} определяются измерением на чертеже: $GQ_{AB} = 23{,}6\ см$, $AQ_{AB} = 40{,}29\ см$

$$a_G = \frac{GQ_{AB}}{AQ_{AB}} \cdot a_A = \frac{23{,}6}{40{,}29} \cdot 60 = 35{,}15 \text{ см/с}^2$$

Ответ: $v_A = 30$ см/с; $v_B = 31{,}84$ см/с; $v_G = 29{,}9$ см/с; $v_C = 16{,}24$ см/с; $v_F = 32{,}48$ см/с; $v_N = 22{,}96$ см/с.

$a_A = 60$ см/с^2; $a_B = 18$ см/с^2; $\varepsilon_{AB} = 1{,}47$ 1/с^2; $a_G = 35{,}15$ см/с^2.

4. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ ТЕОРИИ МЕХАНИЗМОВ И МАШИН

Звенья и кинематические пары механизмов

Для облегчения труда человека, повышения производительности используют ***машины*** – устройства для обработки, преобразования материалов, энергии и информации с помощью определенных целесообразных механических движений. В технологических машинах изменяются размеры, форма и состояние (твердое, жидкое и др.) обрабатываемых объектов. В транспортных машинах происходит перемещение различных объектов с требуемой скоростью, в энергетических и информационных машинах - преобразование соответственно энергии или вводимой информации для контроля, регулирования и управления движением.

Машина выполняет свои функции с помощью определенных механических движений, носителем которых является механизм. ***Механизмом*** называют искусственно созданную систему подвижно соединенных тел (звеньев), предназначенную для преобразования заданного движения одного или нескольких из них сил, действующих на них, в требуемые движения или силы других тел. Машина состоит из сочетания механизмов.

Твердые тела, участвующие в заданном преобразовании движения, называют ***звеньями***. Звеном может быть одна или несколько неподвижно соединенных между собой деталей.

В состав любого механизма входят как неподвижное звено (***стойка***), так и подвижные звенья. К стойке относят элементы неподвижной системы механизма, например корпус и детали, жестко связанные с ним. Подвижное звено независимо от количества входящих в него деталей образует жесткую систему, для которой характерен одинаковый вид движения.

В механизме различают ***входные (ведущие) звенья***, которые получают движение от внешних источников энергии, и ведомые – все остальные подвижные звенья, получающие определенное движение от ведущих звеньев. Закон движения ведущих звеньев обычно задан.

Движение ведомых звеньев исследуется по отношению к неподвижной системе жестко связанных тел - к стойке. В принтере, например, к стойке следует отнести корпус печатающего устройства, все детали и платы, жестко

связанные с ним. Ведомое звено, совершающее требуемое движение, которое получают с помощью механизма, называют ***выходным (рабочим).***

Звенья механизмов могут обладать различными физическими свойствами. Наряду с абсолютно твердыми звеньями в механизмах используются упругие и гибкие звенья, характеризующиеся возможностью изменения своей формы, размеров. В качестве упругих звеньев применяют различного вида пружины, мембраны, металлорезиновые соединения. К гибким звеньям относятся ремни, ленты, пассики, нерастяжимые нити и т.д.

При изучении движения механизма звенья изображают упрощенно, без учета многих особенностей конструкции (ГОСТ 2.770). Так, на рис. 4.1, *а* изображены звенья типа вала, стержня, ползуна. Для указания неподвижности любого звена часть его контура покрывают штриховкой (рис. 4.1, *б*). Неподвижное соединение частей звена и неподвижное соединение детали с валом показаны на рис. 4.1, *в* и *г* соответственно.

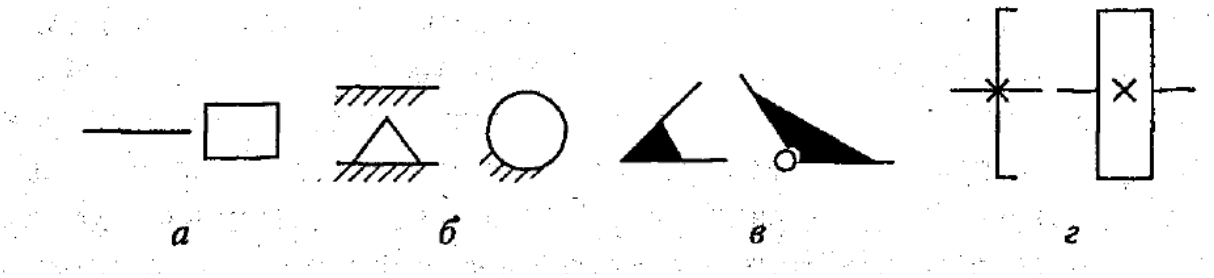


Рис. 4.1

Основными признаками механизма являются подвижность звеньев и определенность в преобразовании их движений.

Подвижные звенья входят в соединение друг с другом или с неподвижным звеном так, что имеется возможность движения одного звена относительно другого. Соединение двух звеньев (твердых тел), допускающее их заданное относительное движение, называется ***кинематической парой.***

Звенья в паре могут непосредственно соприкасаться между собой (сопряжение) или образовывать подвижное соединение с помощью тел, не участвующих в заданном преобразовании движения, например, с помощью подшипника качения (кинематическое соединение).

Кинематические пары налагают на относительные движения звеньев ограничения, зависящие от способа соединения звеньев пары. Известно, что всякое свободное твердое тело имеет шесть степеней свободы, которые можно представить в виде простейших движений: три вращения вокруг координатных осей и три поступательных перемещения вдоль этих осей (рис. 4.2, *а*). Присоединением звеньев механизма друг к другу ограничиваются некоторые из указанных движений. Ограничения, налагаемые на относительные движения звеньев 1 и 2, входящих в кинематическую пару (рис. 4.2, *б, г* - *е*), называются условиями связи. Очевидно, что число ограничений может быть только целым и должно быть меньше шести, так как в противном случае звенья теряют относительную подвижность и кинематическая пара переходит в неподвижное

соединение звеньев. Число условий связи не может быть меньше единицы, иначе звенья не соприкасаются и кинематическая пара перестает существовать.

Для удобства анализа структуры механизмов кинематические пары классифицируют по различным признакам.

В зависимости от числа отнятых кинематической парой независимых возможных перемещений звеньев, т.е. от числа отнятых степеней свободы, пары делятся на пять классов; порядок класса соответствует числу ограничений движения. На рис. 4.2*, б, в* показаны пары соответственно 3-го и 4-го классов, на рис. 4.2*, г - е* – пары 5-го класса (поступательная, вращательная, винтовая). Кинематические пары 5-го (одноподвижные) класса имеют наибольшее распространение, поскольку являются основой направляющих поступательного и вращательного движений.

По характеру относительного движения звеньев кинематические пары делят на ***плоские и пространственные***. Точки звеньев, входящих в плоские пары, могут двигаться в одной или параллельных плоскостях. К плоским кинематическим парам относятся пары только 5-го и 4-го классов, так как свободное тело, совершающее плоское движение, имеет только три степени свободы, три возможных простейших движения: два поступательных вдоль координатных осей плоскости и вращательное в плоскости движения. Точки звеньев пространственных пар при движении описывают пространственные кривые.

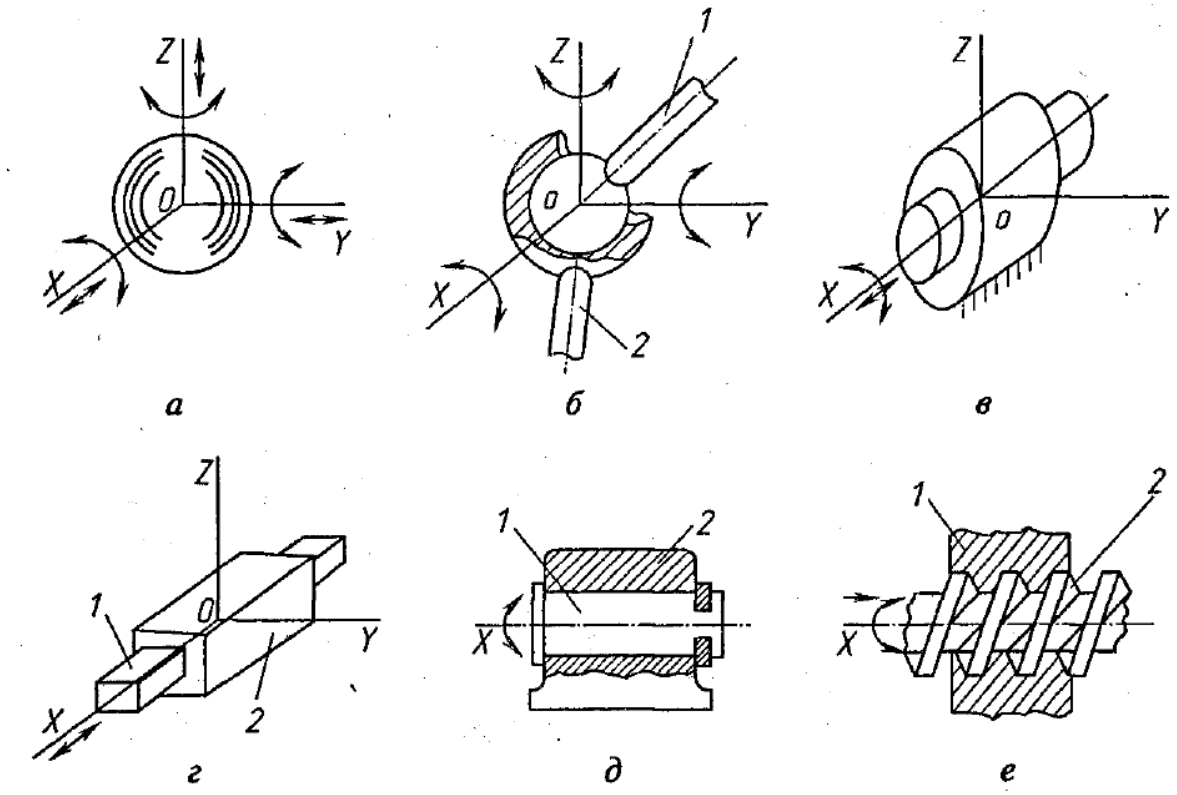


Рис.4.2

По характеру соприкосновения звеньев в кинематической паре (сопряжении) последние делят на низшие и высшие. ***Низшими*** называют такие пары (сопряжения), в которых соприкосновение звеньев происходит по поверхности (рис.4.3). В ***высших кинематических парах*** (сопряжениях) соприкосновение звеньев происходит по линии или в точке. Преимущество высших пар – возможность воспроизводить достаточно сложные относительные движения, меньшие потери на трение. Достоинством низших пар является способность их элементов воспринимать и передавать значительные нагрузки при меньшем износе. Высшие пары образуются боковыми поверхностями зубьев колес, находящихся в зацеплении, роликами фрикционных передач, кулачком и толкателем. В плоских механизмах высшая пара относится к 4-му классу, ее называют ***парой качения со скольжением*** (двухподвижной).

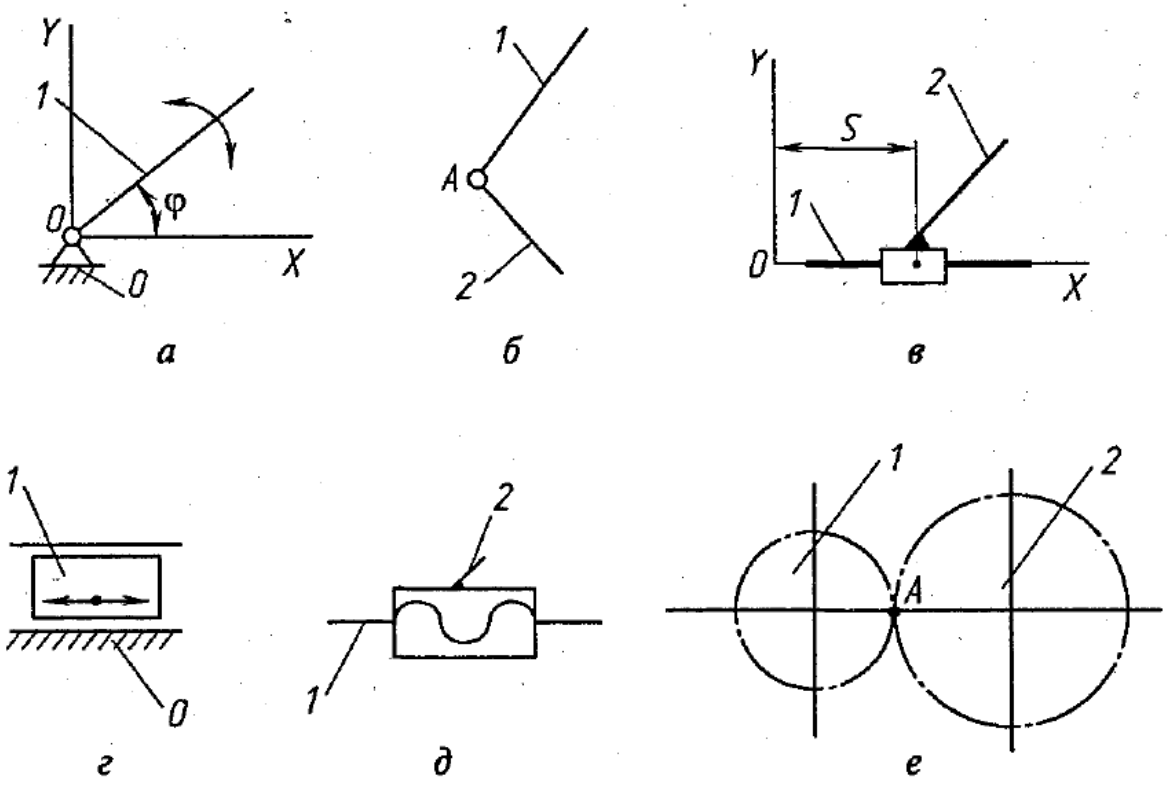


Рис.4.3

По способам замыкания, т.е. обеспечения постоянного соприкосновения элементов, кинематические пары классифицируют на ***геометрически незамкнутые (силовые) и замкнутые***. В первых пара существует за счет прижатия одного звена к другому силами тяжести, упругости пружин, электромагнитного притяжения, во вторых соприкосновение звеньев обеспечивается геометрическими формами элементов (см. рис. 4.2, *б* - *е*).

Кинематические цепи. Степень подвижности механизмов

Как уже отмечалось, при изучении движения механизма все звенья и кинематические пары изображают на схемах упрощенно. Условные изображения наиболее часто используемых кинематических пар 5-го и 4-го классов показаны на рис. 4.3:*а, б* – вращательные пары с подвижными *1, 2* и неподвижным *0* звеньями; *в, г* - поступательная; *д* - винтовая; *е* – пара 4 – го класса в месте зацепления *А* зубчатых колес *1* и *2*.

Звенья соединяются с помощью кинематических пар в кинематические цепи. В *зависимости от характера движения звеньев* различают плоские и пространственные кинематические цепи. ***Плоские цепи*** образуются звеньями, совершающими плоское движение; точки звеньев ***пространственных цепей*** описывают пространственные траектории.

Кинематические цепи делятся на простые и сложные. В простой цепи каждое звено входит не более чем в две кинематические пары (рис. 4.4, *а*). Различают незамкнутые (открытые) и замкнутые кинематические цепи. В ***незамкнутой кинематической цепи*** есть звенья, входящие только в одну кинематическую пару (рис. 4.4, *б*); в ***замкнутой цепи*** все звенья входят не менее чем в две кинематические пары.

Механизм можно представить в виде кинематической цепи, обязательно имеющей одно неподвижное звено - стойку. Но не любая кинематическая цепь может быть механизмом. Известно, что важнейшим свойством любого механизма является его подвижность, которая оценивается ***степенью подвижности (свободы) механизма***. Она равна числу независимых движений, которые нужно задать ведущему (ведущим) звену механизма, чтобы получить вполне определенное движение всех остальных подвижных звеньев. Степень подвижности механизма *W* должна быть не менее единицы и равна числу обобщенных координат механизма, т.е. числу независимых кинематических параметров (перемещений). В плоских механизмах ведущие звенья совершают обычно одно простое движение – вращательное или поступательное, поэтому для таких механизмов степень подвижности равна числу ведущих звеньев. Может быть одно или несколько ведущих звеньев. Если ведущее звено совершает вращение вокруг неподвижной оси, его положение определяется обобщенной координатой – углом поворота звена. Если же ведущее звено совершает поступательное движение, его положение определяется координатой линейного перемещения звена.

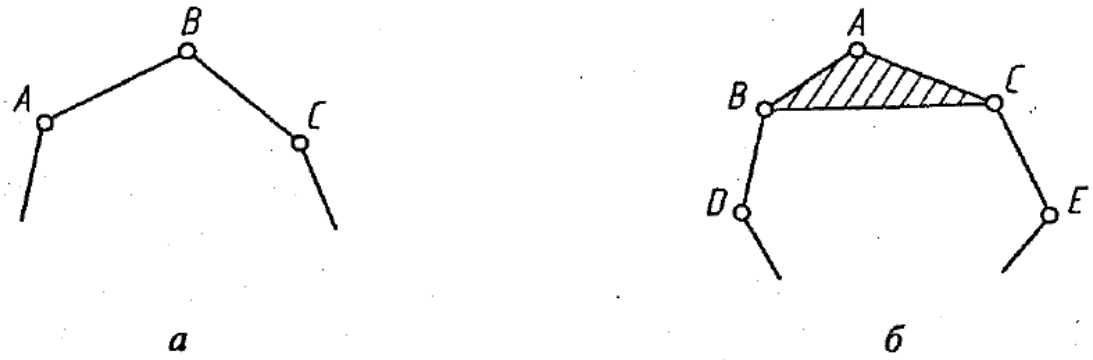


Рис. 4.4

Степень подвижности механизма можно определить из его структурной формулы, связывающей подвижность с числом звеньев, числом и классом кинематических пар. Пусть механизм состоит из k звеньев. Так как одно из звеньев (стойка) является неподвижным, количество подвижных звеньев механизма $n = k - 1$.

Рассмотрим пространственный механизм. Если бы звенья механизма не были связаны кинематическими парами, то общее количество простейших движений всех его подвижных звеньев равнялось бы $6n$. Пусть в механизм входит: p_1 пар 1 - го класса; p_2 пар 2 - го класса; p_3 пар 3-го класса; p_4 пар 4-го класса и p_5 пар 5 – го класса. Каждая кинематическая пара 1 -го класса ограничивает одно простейшее движение, а все пары 1 - го класса делают невозможными $1p_1$ движений. Каждая пара 2 - го класса ограничивает два простейших движения, а все пары 2 - го класса - $2p_2$ движений. Аналогично рассуждая, видим, что кинематические пары 3, 4 и 5 - го классов исключают соответственно $3p_3, 4p_4$ и $5p_5$ простейших движений подвижных звеньев механизма. Число независимых возможных движений пространственного механизма, состоящего из n подвижных звеньев,

$$W = 6n - 1p_1 - 2p_2 - 3p_3 - 4p_4 - 5p_5. \qquad (4.1)$$

Определим степень подвижности плоских механизмов (как наиболее распространенных). В плоском движении подвижные звенья, не связанные кинематическими парами, имели бы $3n$ степеней свободы (подвижности). Каждая кинематическая пара 5-го класса отнимает у звена два простейших движения, а каждая кинематическая пара 4-го класса - одно. Следовательно, кинематические пары 5-го класса отнимают у кинематической цепи $2p_5$, а 4 - го класса - $1p_4$ степеней свободы. Степень подвижности плоского механизма в этом случае определяется по формуле

$$W = 3n - 2p_5 - p_4. \qquad (4.2)$$

Зависимости (4.1) и (4.2) по имени их авторов называют ***формулами Малышева*** и ***Чебышева*** соответственно. Они помогают оценить, можно ли использовать ту или иную кинематическую цепь в качестве структурной схемы механизма, а также число ведущих звеньев механизма. Так, для схем, приведенных на рис. 4.5, *а* - *в*, степень подвижности равна соответственно 0, 1 и 2. Кинематическая цепь, представленная на рис. 4.5, *а*, не может использоваться для преобразования движения, а число ведущих звеньев механизмов, приведенных на рис. 4.5*, б, в*, должно быть равно соответственно 1 и 2.

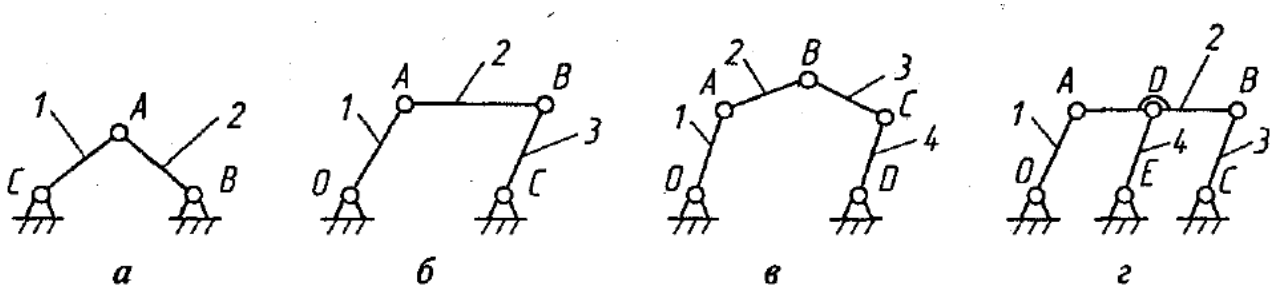


Рис. 4.5

Преимущественное распространение получили механизмы с одной или двумя степенями подвижности. Встречаются механизмы, число степеней подвижности которых не соответствует условию (4.2). В общее число наложенных ограничений может войти некоторое число повторных (лишних) связей, введенных в механизм по различным причинам. В механизме шарнирного параллелограмма (рис. 4.5*, б*), имеющего $W = 1$, для увеличения жесткости к звену 2 и стойке при соединили дополнительно звено *4* (рис. 4.5, *г*). Это звено и кинематические пары *D* и *E* в действительности не изменили кинематики механизма, но, согласно формуле (4.2), «уменьшили» степень подвижности до нуля. Связи, не влияющие на кинематику механизма, а формально уменьшающие степень его подвижности, называют ***пассивными***. В некоторых механизмах есть звенья, относительные движения которых не влияют на кинематику механизма. Такие механизмы имеют «лишние» степени свободы. Например, вращение круглого ролика на конце ведомого звена кулачкового механизма не влияет ни на движения кулачка, ни на движение этого звена, но формально создает лишнюю степень свободы.

Классификация механизмов

Механизмы, входящие в состав любой машины или прибора, весьма разнообразны. По функциональному назначению они делятся на следующие виды: механизмы двигателей и преобразователей; передаточные механизмы; исполнительные механизмы; механизмы настройки, подачи, транспортирования; механизмы управления, контроля и регулирования.

Механизмы решают задачи преобразования одних видов движений в другие, например вращательного в поступательное, и задачи изменения

скорости при сохранении вида движения, например уменьшение числа оборотов двигателя до числа оборотов основного ведомого (рабочего) звена. В последнем случае одним из основных параметров механизма является передаточное отношение i, которое определяется как отношение угловых скоростей входного и выходного k - го звеньев механизма, т.е. $i_{1,k} = n_1 / n_k$ или $i_{1,k} = \omega_1 / \omega_k$, где угловая скорость звеньев задается в оборотах в минуту (n) или в радианах в секунду ($\omega = 2\pi n / 60$). Если механизм служит для понижения угловой скорости, его называют ***редуктором***, если для повышения, - ***мультипликатором***. К параметрам механизма относят также ***КПД*** и ***коэффициент передачи сил,*** равные отношению соответственно мощностей и сил (моментов сил) на выходном и входном звеньях механизма. В механизмах с КПД, равным единице, передаточное отношение и коэффициент передачи сил равны, т.е. что теряется в скорости, выигрывается в силе. Целевое назначение механизмов может состоять только в преобразовании параметров движения (кинематические) или только в преобразовании сил (силовые, например механизм), или в том и другом одновременно.

Механизмы, служащие для передачи вращательного движения с преобразованием скорости (фрикционные, зубчатые), называют также передачами.

В *зависимости от конструктивных особенностей и способа передачи движения* между подвижными звеньями механизмы делят на шарнирно-рычажные, фрикционные, зубчатые, кулачковые, винтовые, с гибкими звеньями.

Задачи и методы кинематического анализа плоских механизмов

Основные задачи кинематического анализа механизмов – определение положений звеньев и построение необходимых траекторий их точек; определение линейных скоростей и ускорений этих точек, а также угловых скоростей и ускорений звеньев.

При кинематическом анализе механизмов движение звеньев изучают без учета сил, вызывающих это движение. Недостаточно знать структуру механизма: число звеньев, число и класс кинематических пар. Необходимо знать также размеры отдельных звеньев, их взаимное положение. Поэтому составляют так называемую кинематическую схему механизма, являющуюся «скелетом», строение которого определяет возможные перемещения звеньев механизма. Взаимное расположение звеньев меняется, но в фиксированный момент времени оно определенно. При кинематическом анализе кинематическая схема строится в выбранном масштабе μ_l (м / мм) с учетом размеров и некоторых форм звеньев. Вначале по заданным координатам изображают неподвижные элементы звеньев: неподвижные оси вращения, направляющие, затем – ведущее звено (звенья) в заданном положении, а положения ведомых звеньев находят методом геометрических мест (методом засечек). При составлении схем применяются условные изображения звеньев,

кинематических пар. Звенья обозначают цифрами, а кинематические пары - буквами.

Для большинства механизмов характерно периодическое движение. Под ***периодом*** подразумевается промежуток времени, по истечении которого механизм возвращается в исходное положение и его кинематические параметры (положения, скорости, ускорения) принимают первоначальные значения. Поэтому кинематическое исследование механизмов ограничим пределами только одного периода. Данное исследование можно проводить аналитическими, графоаналитическими или экспериментальными методами.

Аналитический метод кинематического анализа механизмов дает общее решение и точный результат, но приводит к сложным математическим преобразованиям. Роль аналитических методов особенно возросла в последние годы в связи с широким применением вычислительной техники, позволяющей получать необходимые результаты с любой степенью точности.

Графоаналитический метод применим к любому механизму, но при всей своей простоте и наглядности довольно трудоемок, а его результаты недостаточно точные.

Экспериментальные методы требуют уникального и специального оборудования и применяются в исключительных случаях.

Чтобы решить задачу кинематического исследования механизмов любым из указанных выше методов, должны быть заданы кинематическая схема механизма и размеры его звеньев, закон движения ведущего звена (звеньев).

Основным назначением механизма является выполнение требуемых движений. По результатам кинематического исследования, по кинематическим параметрам можно судить, насколько успешно решена одна из основных задач проектирования механизма – выбрана кинематическая схема и определены размеры звеньев. Поэтому для создания механизма, наилучшим образом отвечающего предъявляемым требованиям, необходимо знать методы определения его кинематических параметров. Знание этих параметров важно и для динамических расчетов.

Контрольные вопросы

1. Основные понятия статики.
2. Аксиомы статики.
3. Связи и их реакции. Принцип освобождаемости от связей.
4. Сложение сил.
5. Проекция силы на ось и плоскость.
6. Равновесие системы сходящихся сил.
7. Теорема о трёх силах.
8. Момент силы относительно центра (как вектор).
9. Пара сил. Момент пары.
10. Теорема об эквивалентности пар, вытекающие свойства пары.
11. Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.
12. Теорема о приведении системы сил к центру.
13. Условия равновесия системы сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей относительно центра (оси).
14. Плоская система сил. Алгебраические моменты силы и пары.
15. Уравнения равновесия плоской системы сил (3 формы).
16. Равновесие составных конструкций.
17. Плоские фермы. Леммы о нулевых стержнях.
18. Расчёт плоских ферм (метод вырезания узлов и метод сечений).
19. Трение скольжения.
20. Трение качения.
21. Момент силы относительно оси.
22. Вычисление главного вектора и главного момента пространственной системы сил.
23. Уравнения равновесия пространственной системы сил. Случай параллельных сил.
24. Центр тяжести твёрдого тела. Координаты центра тяжести для объёмных тел.
25. Координаты центра тяжести плоской фигуры. Центр тяжести треугольника, сектора круга.
26. Координаты центра тяжести линии. Центр тяжести дуги окружности.
27. Методы нахождения центра тяжести твёрдых тел. Статический момент площади плоской фигуры относительно оси.
28. Метод сечений.
29. Растяжение и сжатие.
30. Расчет по допускаемым напряжениям и предельным состояниям.
31. Сдвиг, срез, скалывание.
32. Изгиб.
33. Изгибающий момент и поперечная сила, их эпюры.
34. Напряжение при изгибе прямого бруса.
35. Расчет балки на прочность.
36. Задачи статики сооружений. Основные допущения.

37.Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки при векторном и координатном способах задания её движения.
38.Скорость и ускорение точки при естественном способе задания её движения.
39.Частные случаи движения точки.
40.Поступательное движение твёрдого тела, его свойства.
41.Вращательное движение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Частные случаи вращения твёрдого тела.
42.Скорости и ускорения точек вращающегося твёрдого тела. Передаточные механизмы.
43.Плоскопараллельное движение твёрдого тела.
44.Теорема о сложении скоростей при плоском движении твёрдого тела. Следствие (теорема о проекции скоростей двух точек твёрдого тела).
45.Мгновенный центр скоростей, его существование и единственность. Частные случаи определения мцс.
46.Теорема о сложении ускорений при плоском движении твёрдого тела.
47.Мгновенный центр ускорений, его определение по известным $\vec{a}_A, \omega, \varepsilon$.
48.Мгновенный центр ускорений, его определение по известным $\vec{a}_A, \vec{a}_B$.
49.Задачи и методы кинематического анализа плоских механизмов.

Заключение

Научно-технический процесс в современном производстве невозможен без качественной общетехнической подготовки специалистов в различных областях промышленности. В основе общетехнической подготовки будущих специалистов лежат знания, умения и навыки, полученные при изучении курса «Механика».

Для овладения практическими методами расчета элементов строительных конструкций и машин при изучении курса предложены алгоритмы выполнения студентами расчетно-графических заданий по темам: «Статический расчет плоских ферм», «Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента», «Кинематический анализ многозвенного механизма».

В учебно-методическом пособии приведены краткие сведения из теории по соответствующим темам с подробным изложением примеров решения. Представление материала в такой форме позволяет студентам самостоятельно изучать предлагаемые темы и выполнять по ним расчетно-графические задания.

Библиографический список

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб.: рек. МО РФ / С.М. Тарг. – 17-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2007. – 415 с.
2. Бать М.И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учеб. пособие. Том 1. Статика и кинематика, 11-е изд., стер. / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – СПб.: издательство «Лань», 2010. – 667 с.
3. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие. 50-е изд., стер. / И.В. Мещерский; под ред. В.В. Пальмова, Д.Д. Меркина. — СПб.: издательство «Лань», 2010. – 448 с.
4. Андреев В.И. Техническая механика [текст] учебник: рекомендован УМО / В.И. Андреев, А.Г. Паушкин, А.Н. Леонтьев. – Москва: АСВ, 2013. – 251 с.
5. Шеин А.И. Краткий курс строительной механики [текст]: учебник: рекомендован УМО / А.И. Шеин. – М.: БАСТЕТ, 2011. – 270 с.
6. Беляев Н. М. Сопротивление материалов / Н. М. Беляев – М.: Физматгиз, 1976. – 856 с.
7. Марченко С.И. Прикладная механика [текст]: учеб. пособие для вузов / С.И. Марченко, Н.В. Логинова. – Ростов н/Д: Феникс, 2006. - 542 с.
8. Едунов В.В. Механика [текст]: учеб. Пособие рек. УМО / В.В. Едунов, А.В. Едунов. – М.: Академия, 2010. – 346 с.

Оглавление

Введение …… 3
Статический расчет плоских ферм…… 4
Построение эпюр поперечной силы и изгибающего момента…… 16
Плоскопараллельное или плоское движение твердого тела…… 25
Кинематический анализ многозвенного механизма …… 31
Краткие теоретические сведения теории механизмов и машин…… 40
Контрольные вопросы ……..……..……... 49
Заключение ……..……..... 50
Библиографический список ……..... 51

Учебное издание

МЕХАНИКА

Учебно-методическое пособие
с контрольными заданиями
для студентов дневной формы обучения

Составители: Козлов Владимир Анатольевич
Ордян Микаел Гарегинович

Отпечатано в авторской редакции

Подписано в печать 06.05. 2016. Формат 60×84 1/16. Уч.-изд. л. 3,25.
Усл.-печ. л. 3,3. Бумага писчая. Тираж 320 экз. Заказ № _____.

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии
издательства учебной литературы и учебно-методических пособий
Воронежского ГАСУ
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84