

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический
университет»**

Кафедра технологии машиностроения

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
В МАШИНОСТРОЕНИИ**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению практических работ для студентов
направления 15.03.05 «Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств»
(профили «Конструкторско-технологическое
обеспечение кузнечно-штамповочного производства»,
«Металлообрабатывающие станки и комплексы»,
«Технология машиностроения»)
всех форм обучения**

Воронеж 2019

УДК 51:621(075.8)
ББК 22.1:34.я7

Составитель канд. техн. наук А. В. Перова

Математическое моделирование в машиностроении: методические указания к выполнению практических работ для студентов направления 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств» (профили «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», «Металлообрабатывающие станки и комплексы», «Технология машиностроения») всех форм обучения / ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический университет"; сост. А. В. Перова. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2019. 34 с.

Методические указания включают краткие теоретические сведения по математическому моделированию в машиностроении, методику и порядок выполнения практических работ, снабжены перечнем рекомендуемой литературы и конкретными примерами моделирования с использованием численных методов.

Табл. 11. Библиогр.: 5 назв.

УДК 51:621(075.8)
ББК 22.1:34.я7

Рецензент - д-р техн. наук, проф. Е.В. Смоленцев

*Печатается по решению учебно-методического совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Решение оптимизационных задач выбора материалов и технологий термической обработки основывается на сочетании традиционных для материаловедения (металловедения) методов качественного анализа с методами математической статистики, математического моделирования, теорий надежности и принятия оптимальных решений. В связи с этим внимание студентов сосредотачивается на методологии использования основных положений этих смежных наук, имея в виду привитие навыков статистической обработки результатов наблюдений на этапах разработки и производства изделий машиностроения.

Большинство задач запрограммировано для решения на ЭВМ; при их решении рекомендуется пользоваться электронными таблицами Excel.

Все задачи составлены в десяти вариантах. Студенты выбирают варианты для решения по последней цифре для таблиц 1,2 и по предпоследней цифре для таблиц 3,4 своего учебного шифра.

1. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

При проведении исследований (испытаний) и производственном контроле определяются не истинные, а приближенные значения свойств материалов. Получаемый при этом разброс связан с колебанием технологических параметров в пределах допусков, погрешностями измерений и некоторыми другими причинами.

Таким образом, определяемые в процессе производства или при испытаниях показатели свойств материалов являются случайными величинами, которые характеризуются областью возможных значений и вероятностью получения этих значений. Получаемые значения (x_1) предварительно формируются: либо в вариационный ряд

$$x_1, x_2 \dots x_i \dots x_n,$$

где n — число наблюдений; $x_1 \dots x_i$ — наблюдаемые значения ($x_1 < x_2 \dots$), либо в статистический ряд (обычно при $n > 100$):

$$x_1 - x_2, x_2 - x_3 \dots x_i - x_{i+1} \dots x_{k-1} - x_k,$$

$$m_1^*, m_2^* \dots m_i^* \dots m_k^*,$$

$$p_1, p_2 \dots p_i \dots p_k,$$

где n — общее число наблюдений; k — число интервалов (разрядов), обычно 8—12; m — число наблюдений в интервале (разряде);

$$p_i^* = \frac{m_i}{n}$$

С использованием подготовленной информации определяются различные статистические оценки, характеризующие полученное (экспериментальное) распределение.

1.1. Определение основных числовых характеристик

Основными числовыми характеристикам распределения являются среднее (арифметическое) значение и дисперсия или связанное с ним среднее квадратическое отклонение; к ним же относят коэффициент вариации — отношение среднего квадратического отклонения к среднему значению.

1.1.1. Результаты наблюдений в виде вариационного ряда

Расчетные зависимости:

- среднее значение:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

- дисперсия:

$$D^* = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

- среднее квадратическое отклонение:

$$S_x = \sqrt{D^*};$$

- коэффициент вариации:

$$V_x = \frac{S_x}{\bar{x}}.$$

Расчетные варианты по свойствам сталей и сплавов представлены в табл. 1.

1.1.2. Результаты наблюдений в виде статистического ряда

Статистические ряды получают из вариационных с большим числом наблюдаемых данных. При этом сначала определяется размах

$R = x_n - x_1$, который разбивается на интервалы:

$$h = \frac{R}{k}.$$

С учетом размаха определяется середина, и в обе стороны от нее формируется ряд в окончательном виде:

$$j \quad x_1 - x_2 \quad x_2 - x_3 \dots$$

$$m_i \quad m_1 \quad m_2$$

Для построения статистического ряда можно воспользоваться электронными таблицами Excel (гистограмма).

Расчетные зависимости:

$$\bar{x} = \sum_i^k x_i p_i^* ;$$

• среднее значение

$$D = \sum_i^k (x_i - \bar{x})^2 p_i^* .$$

• дисперсия

Таблица 1

Варианты наблюдаемых данных в виде вариационных рядов

№ наблюдения	Варианты по шифру студентов									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	950	2,18	0,70	434	1040	160	10,6	328	4,152	5,867
2	1000	2,29	0,74	436	1047	161	10,8	331	4,273	6,043
3	1060	2,58	0,89	443	1049	161	10,9	333	4,560	6,106
4	1065	2,80	0,91	445	1052	162	11,0	334	4,565	6,161
5	1070	2,81	1,03	445	1053	163	11,0	335	4,606	6,195
6	1073	2,91	1,09	446	1055	164	11,1	335	4,625	6,312
7	1080	2,97	1,17	447	1056	165	11,1	336	4,667	6,383
8	1086	3,05	1,18	447	1056	166	11,2	336	4,758	6,409
9	1090	3,05	1,35	448	1058	167	11,2	337	4,800	6,462
10	1101	3,27	1,42	451	1060	168	11,3	337	4,820	6,484
11	1125	3,39	1,43	452	1061	169	11,3	340	4,879	6,521
12	1140	3,48	1,54	453	1063	170	11,3	341	5,000	6,560
13	1142	3,63	1,54	456	1064	171	11,4	344	5,050	6,582
14	1145	3,82	1,57	458	1067	171	11,4	345	5,121	6,647
15	1148	3,84	1,58	458	1072	172	11,4	345	5,364	6,692
16	1150	4,10	1,80	462	1073	174	4,5	346	5,485	6,720
17	1160	4,12	2,02	462	1075	174	11,5	347	5,788	6,754
18	1180	4,39	2,15	468	1076	175	11,6	347	5,801	6,804
19	1200	5,21	2,22	472	1077	176	11,6	348	5,805	6,919
20	1225	5,72	2,35	477	1077	177	11,8	349	5,900	7,459

Примечание. Приведенные данные соответственно характеризуют: 0 — предел прочности стали, МПа; 1, 2, 5 — логарифмы числа циклов до разрушения алюминиевого сплава при напряжении 330, 285 и 254 МПа соответственно; 3 — предел прочности алюминиевого сплава, МПа; 4 — предел текучести стали, МПа; 6 — относительное удлинение при разрыве образцов стали, %; 7 — предел усталости стали (на базе 5—10⁷ циклов), МПа; 8, 9 — логарифмы числа циклов до разрушения стали (на базе 10⁷ циклов).

Для проведения расчетов предлагаются статистические ряды, приведенные в табл. 2.

Задача 1.1. Определить основные числовые характеристики распределения опытных данных, приведенных в табл. 1 и 2.

Оформление отчета

Результаты работы (разд. 1.1) оформляются в виде краткого отчета, в котором указывается цель работы и приводятся:

- исходные данные;
- использованные зависимости и программы;
- полученные числовые характеристики.

1.2. Оценка соответствия наблюдаемых данных нормальному закону распределения (проверка гипотез)

Приближенная оценка соответствия опытного распределения нормальному закону может проводиться по асимметрии и эксцессу. Более объективно оценить соответствие нормальному закону можно по критериям согласия; наиболее простыми и доступными из них являются критерии Смирнова (омега-квадрат) и Пирсона (хи-квадрат).

1.2.1 .Оценка соответствия по асимметрии и эксцессу

Оценка соответствия опытных распределений нормальному закону проводится путем сопоставления значений асимметрии и эксцесса с их средними квадратическими отклонениями.

Необходимые величины определяются по зависимостям:

- асимметрии

$$A_x = \frac{1}{(n-1)s_x^3} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3 ;$$

Таблица 2

Варианты наблюдаемых данных в виде статистических рядов

Варианты по шифру студента								
	0		1		2		3	
№ п/п	Интервалы по пределу прочности, МПа	Число наблюдений m _i	Интервалы логарифмов числа циклов	Число наблюдений m _i	Интервалы ударной вяз- кости, Дж/см ²	Число наблюдений m _i	Интервалы логарифмов числа циклов	Число наблюдений m _i
1	900-950	6	5,825-5,975	2	40-60	15	6,67-6,69	2
2	950-1000	28	5,975-6,125	12	60-80	26	6,69-6,71	15
3	1000-1050	74	6,125-6,275	10	80-100	25	6,71-6,73	17
4	1050-1100	132	6,275-6,425	13	100-120	30	6,73-6,75	44
5	1100-1150	134	6,425-6,575	21	120-140	26	6,75-6,77	52
6	1150-1200	86	6,575-6,725	17	140-160	21	6,77-6,79	44
7	1200-1250	30	6,725-6,875	14	160-180	24	6,79-6,81	14
8	1250-1300	10	6,875-7,025	6	180-200	20	6,81-6,83	11
9			7,025-7,175	2	200-220	13	6,83-6,85	1
10			7,175-7,325	2				
11			7,325-7,475	1				
	n = 500		n = 100		n = 200		n = 200	

Продолжение табл. 2

Варианты по шифру студента												
	4		5		6		7		8		9	
№ п/п	Интервалы по пределу прочности, МПа	Число наблюдений m _i	Интервалы по удлинению, %	Число наблюдений m _i	Интервалы по пределу прочности, МПа	Число наблюдений m _i	Интервалы ударной вязкости, Дж/см ²	Число наблюдений m _i	Интервалы по удлинению, %	Число наблюдений m _i	Интервалы по пределу прочности, МПа	Число наблюдений m _i
1	340-350	3	14-15	3	530-540	10	81-83	6	10,1-10,3	2	450-470	2
2	350-360	17	15-16	10	540-550	30	83-85	7	10,3-10,5	3	470-490	3
3	360-370	40	16-17	15	550-560	65	85-87	12	10,5-10,7	8	490-510	15
4	370-380	110	17-18	20	560-570	65	87-89	15	10,7-10,9	13	510-530	20
5	380-390	140	18-19	30	570-580	70	89-91	30	10,9-11,1	25	530-550	30
6	390-400	145	19-20	45	580-590	65	91-93	10	11,1-11,3	20	550-570	35
7	400-410	90	20-21	40	590-600	55	93-95	8	11,3-11,5	12	570-590	30
8	410-420	40	21-22	15	600-610	60	95-97	6	11,5-11,7	10	590-610	10
9	420-430	10	22-23	15	610-620	30	97-99	4	11,7-11,9	6	610-630	3
10	430-440	5	23-24	5	620-630	25	99-101	2	11,9-12,1	1	630-650	2
11			24-25	2	630-640	15						
12	n = 600		n = 200		n = 490		n 100		n = 100		n = 150	

- эксцессу

$$E_x = \frac{1}{(n-1)S_x^4} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4 - 3;$$

- среднему квадратическому отклонению асимметрии

$$\sigma_{A_x} = \sqrt{\frac{6(n-1)}{(n+1)(n+3)}};$$

- среднему квадратическому отклонению эксцесса

$$\sigma_{\varepsilon_x} = \sqrt{\frac{24(n-1)(n-3)n}{(n-1)^2(n+3)(n+5)}}$$

Заключение о соответствии делается сравнением абсолютных значений асимметрии и эксцесса с величинами их средних квадратических отклонений. Если выполняются условия

$$|A_x| \leq \sigma_{A_x},$$

$$|E_x| \leq \sigma_{E_x},$$

то распределение опытных данных не противоречит нормальному закону.

1.2.2. Оценка соответствия по критерию Смирнова

По этому критерию оцениваются опытные данные при сравнительно малом объеме наблюдений (до 100); предварительно они представляются в виде вариационного ряда.

$$n\omega^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n (p_i - p_i^*)^2,$$

где n — число наблюдений; p_i — теоретическая вероятность p_i^* — накопленная частота.

$$p_i^* = (i-0.5)/n$$

Полученное значение сопоставляется с критическим (предельным) $Z\alpha$ соответственно выбранной значимости α (обычно 0,05). Если выполняется условие

$$n\omega^2 \leq Z\alpha,$$

то распределение опытных данных не противоречит нормальному.

Заметим, что при определении теоретического значения вероятности надо пользоваться табличной функцией нормального распределения, приведенной в приложении П 3.1 [1], ориентируясь на расчетные значения средней величины и среднего квадратического отклонения.

1.2.3. Оценка соответствия по критерию Пирсона

По этому критерию оцениваются распределения при большом объеме наблюдений (более 100) с расположением их в статистический ряд. Необходимое для оценки значение критерия хи-квадрат определяется по зависимости

$$\chi^2 = \sum_i^k \frac{(m_i - np_i)^2}{np_i},$$

где k — число интервалов в статистическом ряду; m — число наблюдаемых данных в i -ом интервале.

Необходимые значения теоретической вероятности применительно к каждому разряду надо определять с помощью табличной функции нормального распределения, ориентируясь на расчетные значения средней величины и среднего квадратического отклонения. Соответствие оценивается сравнением расчетного значения критерия с предельным (табличным) значением критерия (приложение П 3.4 [1]) с учетом выбранного уровня значимости и числа степеней свобо-

ды $r=k-3$.

Если выполняется условие:

$$\chi^2 < \chi^2_{табл}$$

то опытное распределение не противоречит нормальному закону.

Задача 1.2. Оценить соответствие нормальному закону данных, приведенных в табл. 1 и 2 по всем критериям (подразд. 1.2.1; 1.2.2 и 1.2.3).

Оформление отчета

По результатам оценки соответствия наблюдаемых данных нормальному распределению (разд. 1.2) составляют краткий отчет, в котором указываются название и цель задания, а также приводятся:

- исходные данные;
- использованные таблицы и программы;
- полученные числовые характеристики и критерии.

Отчет заканчивается сопоставлением критериев и выводом о соответствии оцениваемых данных нормальному распределению.

2. ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ОЦЕНКИ ПОКАЗАТЕЛЕЙ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ

Основные числовые характеристики свойств в случае определения их по наблюдаемым данным являются статистическими оценками рассматриваемого показателя. С их помощью можно получить и другие важные для практики статистические оценки.

2.1. Отбрасывание резко выделяющихся наблюдений

Рассеяние свойств материалов определяется в основном их неоднородностью. Однако оно может в некоторых случаях резко возрастать за счет грубых ошибок, например, вследствие погрешности при замерах. Это можно сделать, ориентируясь на значения специальных критериев.

Так, с помощью критерия Ирвина можно определить, принадлежит ли минимальное и максимальное значения (первое и последнее в вариационном ряду) к одной генеральной совокупности.

С этой целью вычисляют нижнее и верхнее значения критериев:

$$\lambda_n = \frac{x_2 - x_1}{s_x}, \quad \lambda_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{s_x}$$

и сопоставляют их с критическим значением, принятым для определенной доверительной вероятности ($p=1-\alpha$). Критические значения надо взять по приложению П 3.7 [1]; уровень значимости α обычно берется 0,05 или 0,01.

Если расчетные значения меньше критического, то отклонение минимального и максимального значений считается случайным и они не отбрасываются; в противном случае соответствующие значения исключаются из дальнейшего рассмотрения и проверка делается вновь.

Задача 2.1. Определить принадлежность наименьшего и наибольшего значений вариационного ряда в распределении наблюдаемых данных, представленных в табл. 1.

Напомним, что необходимое для расчета значение среднего квадратичного отклонения было получено ранее (см. разд. 1.1).

Заключение, сделанное по критерию Ирвина, надо сопоставить с решением этой же задачи по правилу двух и трех сигм.

2.2. Определение доверительного интервала для среднего значения

Рассчитанное по наблюдаемым данным среднее значение является приближенной оценкой истинного значения (математического ожидания). Поэтому важно определить точность и достоверность полученной оценки, т. е. указать интервалы, соответствующие определенной (доверительной) вероятности.

В часто встречающихся на практике случаях, когда дисперсия генеральной совокупности неизвестна и ее оценка определяется по выборке, доверительный интервал определяется по формуле

$$\langle x \rangle = \bar{x} \pm t_\beta \frac{s_x}{\sqrt{n}},$$

где n — объем выборки; t_β — коэффициент Стьюдента с вероятностью β при степенях свободы $r=n-1$.

Значения коэффициентов табулированы, их следует взять по табл. П 3.3 [1].

Задача 2.2. Определить доверительный интервал для среднего значения наблюдаемых данных, приведенных в виде вариационных рядов в табл. 1 при доверительной вероятности 0,90.

Задача решается с использованием ранее полученного среднего квадратического отклонения (см. п. 1.1). Оценку по результатам расчета надо сравнивать с оценкой в предложении, что полученное среднее квадратичное отклонение соответствует генеральной совокупности. При этом надо воспользоваться зависимостью

$$\langle x \rangle = \bar{x} \pm u \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}.$$

2.3. Оценка гарантируемого уровня

Гарантируемым считается уровень, отвечающий требуемой (установленной) вероятности; на практике это сдаточный уровень. Иногда, наоборот, оценивается вероятность обеспечения (достижения) требуемого уровня свойств.

Предположим, установлен сдаточный уровень не ниже x_1 .

В таком случае вероятность выполнения требования будет

$$P = 1 - F(x_1),$$

а при переходе к нормированному распределению —

$$P = 1 - F_0\left(U = \frac{x_1 - \bar{x}}{S_x}\right).$$

Напомним, что

$$F_0(-U) = 1 - F_0(U).$$

Задача 2.3. Определить вероятность выполнения сдаточного уровня, соответствующего третьему члену вариационного ряда, приведенного в табл. 1; определить также значение сдаточного уровня, отвечающего вероятности 0,9.

Необходимые при решении задачи основные числовые характеристики распределения получены ранее (см. разд. 1.1). Значения нормированной функции, как уже указывалось, нужно брать по приложению П 3.1 [1].

2.4. Оценка вероятности попадания в установленные пределы

Вероятность попадания в интервал между x_1 и x_2 будет определяться:

$$P(x_1 < x \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1).$$

Или с помощью нормированной функции:

$$P(x_1 < x \leq x_2) = F_0(U_2) - F_0(U_1) \text{ при } U_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{S_x}; U_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{S_x}.$$

Задача 2.4. Применительно к распределению, приведенному в табл. 1., определить вероятность попадания в интервал между вторым и предпоследним членами вариационного ряда; определить также значения верхнего предела интервала для вероятности 0,7 при неизменном нижнем значении ряда.

Напомним, что основные числовые характеристики распределения были получены при решении предыдущих задач, а значения нормированной функции надо взять по приложению П 3.1 [1].

2.5. Определение объема испытаний (наблюдений)

Объем испытаний (наблюдений) определяется исходя из необходимости получения оценки требуемого параметра с определенной (заданной) точностью и достоверностью. С учетом сказанного требуется число образцов в предложении нормального распределения с известным рассеянием данного показателя свойств рассчитывается по зависимости

$$N_x = \frac{V_x^2}{\Delta x_{от}^2} U_{1-\frac{\alpha}{2}}^2$$

где V_x — коэффициент вариации; $\Delta x_{от}$ — допустимая (относительная) ошибка при оценке среднего значения в долях среднеквадратического отклонения;

$U_{1-\frac{\alpha}{2}}$ — параметр надежности - вероятность непревышения фактической ошибкой допустимой ошибки.

Прежде всего, надо определиться с допустимой ошибкой. Обычно при низкой точности ее принимают равной коэффициенту вариации, при средней точности — 0,4—0,5 и при высокой — 0,2—0,3 от коэффициента вариации. Значение последнего надо принять с учетом каких-либо имеющихся данных (позже оно может быть уточнено).

Далее надо задаться уровнем значимости (обычно $\alpha = 0,1—0,05$); по нему определяют вероятность и по ее значению устанавливают параметр U с помощью приложения П 3.1 [1].

Рассчитанное по указанной схеме количество образцов при необходимости может быть уточнено с использованием нового значения коэффициента вариации, уточненного по результатам испытаний.

Задача 2.5. Определить минимально необходимый объем испытаний, обеспечивающий относительную ошибку среднего значения, не превышающую 0,03 при уровне значимости $\alpha = 0,1$; определить также получаемую ошибку, если испытания проводить на пяти образцах.

Необходимое для расчета значение коэффициента вариации принимается на основании решения предыдущих задач применительно к распределению, приведенному в табл. 1.

Рассчитанный объем испытаний надо уточнить в предложении, что коэффициент вариации в ходе опытной отработки был скорректирован и превысил принятое ранее значение на 0,02.

Оформление отчета

По задачам 2.1—2.5 составляется краткий отчет, в котором каждая из задач формулируется в конкретной постановке, приводится решение и дается заключение с ответами на поставленные вопросы.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИЙ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ СВОЙСТВ МАТЕРИАЛОВ ПО НАБЛЮДАЕМЫМ ДАННЫМ

Свойства материалов в условиях эксплуатации изделий могут изменяться, сохраняя, однако, статистический характер. В связи с этим возникает необходимость при решении задач по выбору материалов пользоваться функциями случайных величин. В общем виде такую функцию можно записать:

$$Y = \varphi(X),$$

где X — случайная величина.

На практике такие функции часто получаются аппроксимацией соответствующих опытных данных (результатов, испытаний).

3.1. Сглаживание опытных данных методом наименьших квадратов

При нормальном распределении исходных данных и заданном типе функций в виде $Y=\varphi(X)$ метод наименьших квадратов позволяет так выбирать ее числовые параметры, что сумма квадратов отклонений опытных точек от принятой зависимости будет минимальной.

В случае линейной зависимости $y=ax+b$ коэффициенты уравнения будут:

$$a = \frac{K_{xy}}{D_x}, b = \bar{y} - a \bar{x},$$

где $\bar{x}, \bar{y}$ — средние значения; D_x — дисперсия; K_{xy} — корреляционный момент.

$$K_{xy} = \frac{1}{(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}),$$

где n — число пар наблюдений.

Рассеяние вокруг линии регрессии (дисперсия воспроизводимости) определяется зависимостью:

$$S_{y/x}^2 = S_y^2 (1 - r_{xy}^2) \frac{n-1}{n-2},$$

где S_y^2 — дисперсия величины, принимаемой за функцию; r_{xy} — коэффициент корреляции. Последний вычисляется через корреляционный момент по зависимости:

$$r_{xy} = \frac{K_{xy}}{S_x S_y},$$

где S_x — среднее квадратическое отклонение аргумента.

Проведению расчетов должна предшествовать проверка соответствия опытных данных нормальному распределению. В случае же несоответствия надо путем преобразования исходных величин привести их к нормальному распределению. С этой целью чаще всего используются обратные величины, логарифмические и степенные функции.

Применительно к преобразованным величинам расчеты проводятся так же, как и для непреобразованных величин. Вместе с тем надо иметь в виду, что полученная при этом дисперсия будет характеризовать рассеяние вокруг линии регрессии применительно к варианту с преобразованием. Для непреобразованных исходных величин дисперсию следует определять сопоставлением значений, получен-

ных при решении уравнения, и соответствующих опытных данных с использованием зависимости (остаточная дисперсия)

$$S_{y/q_{ост}}^2 = \frac{1}{n-2} \sum (y_i - \hat{y})^2,$$

где $\hat{y}$ — опытные значения.

При выборе вида зависимости (линейная, нелинейная) прежде всего надо исходить из физической сущности описываемых явлений. Если она неизвестна, то надо выбрать какую-либо из известных математических зависимостей, ориентируясь на расположение опытных данных в координатных осях (на графике).

В случае нелинейной зависимости, опять-таки путем подстановки (подбора) новых величин, надо попытаться преобразовать ее к линейной. Чаще всего с этой целью одна или обе из исходных величин представляется в виде логарифмов; иногда используется степенная зависимость. Такое преобразование позволяет сохранить схему расчетов в прежнем виде.

В целях облегчения таких расчетов по аппроксимации и проведения их с помощью ЭВМ рекомендуются для использования электронные таблицы Excel (регрессия, динамика процесса).

3.2. Аппроксимация опытных данных

3.2.1. Линейная зависимость

В этом случае наблюдаемые данные аппроксимируются уравнением вида: $y=ax+b$.

Сначала должно быть проверено соответствие их нормальному распределению, как это указано в разд. 2.

Задача 3.1. Определить линейную функцию эксплуатационных свойств по опытным данным, приведенным в табл. 3.

3.2.2. Полулогарифмическая зависимость

При нелинейном характере зависимости целесообразно сначала опробовать полулогарифмическую аппроксимацию в виде: $y=a \lg x + b$.

В ходе расчетов опытные данные в виде пары y_i и x_i преобразуются к новой паре y_i , $z_i=\lg x_i$ и далее задача решается аналогично

предыдущей, поскольку искомая зависимость имеет вид: $y = a'z + b'$.

Если же исходные данные преобразуются в пару $z_i = \lg y_i \ x_i$, то зависимость будет $z = a'x + b'$.

Заметим, что в качестве исходных данных при этом используются данные без преобразований.

Задача 3.2. Определить полулогарифмическую функцию эксплуатационных свойств по опытным данным, приведены в табл. 4; оценить рассеяние вокруг линии регрессии (дисперсию) непреобразованной величины, сравнив полученные по ходу расчета данные с соответствующими опытными данными.

Таблица 3

Исходные данные для аппроксимации линейной

Вариант по шифру студента										
№ набл.	0		1		2		3		4	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	505	245	329	135	293	130	2,602	5,976	0,01	127,6
2	655	294	333	130	311	136	2,623	5,732	0,48	124,0
3	819	422	342	135	329	135	2,653	5,981	0,71	110,8
4	792	428	352	142	333	130	2,672	5,654	0,95	103,9
5	994	554	367	150	342	135	2,699	5,117	1,19	101,5
8	1073	569	393	150	352	142	2,716	4,857	1,01	100,1
7	699	422	456	165	367	150	2,740	5,176	0,98	102,0
8	953	458	490	192	393	150	2,756	4,806	1,44	92,3
9	1069	608	529	171	450	165	2,778	4,431	1,71	93,1
10	890	441	566	206	490	192	2,792	4,724	1,96	83,7
11	1010	539	581	170	529	171	2,813	4,114	1,91	88,0
12	873	413	599	182	556	209	2,845	4,398	1,94	81,4
13			623	190	581	170	2,875	4,146	1,96	80,2
14			628	213	599	182	2,903	3,845		
15					623	190	2,929	3,875		

№ набл.	Вариант по шифру студента									
	5		6		7		8		9	
	х	у	х	у	х	у	х	у	х	у
1	40	5,974	207	1,000	5,976	400	1,301	3,303	2,857	0,178
2	42	5,732	191,2	1,477	5,732	420	1,699	3,318	2,914	0,182
3	45	5,981	159,5	2,000	5,681	450	2,000	3,312	2,924	0,186
4	47	5,654	150,7	2,477	5,684	470	2,176	3,301	2,935	0,191
5	50	5,117	125,2	3,000	5,117	500	2,243	3,279	2,946	0,196
6	52	4,846	106,5	3,477	4,875	520	2,301	3,267	2,954	0,202
7	55	5,176	87,7	4,000	5,176	550	2,398	3,255	2,964	0,207
8	57	4,781	73,5	4,477	4,806	570	2,477	3,243	2,973	0,231
9	60	4,431	69,1	5,000	4,831	600	2,514	3,230	2,982	0,220
10	62	4,702	62,2	5,301	4,724	620	2,602	3,204	2,991	0,228
11	65	4,112	50,1	6,000	4,214	650	2,653	3,176	3,000	0,236
12	70	4,098	43,3	6,500	4,198	700	2,699	3,146	3,009	0,246
13	75	4,046	37,6	7,000	4,166	750			3,017	0,258
14	80	3,845			3,845	800				
15	85	3,848			3,815	850				

Примечание. Приведенные данные соответственно характеризуют: 0, 2 — предел усталости в зависимости от предела прочности (МПа) стали и алюминиевого сплава, соответственно; 1 — предел усталости в зависимости от предела прочности (МПа) 14 марок стали; 3 — логарифм от числа циклов нагружения в зависимости от логарифмов разрушающих напряжений в стали (МПа); 4 — коррозионные потери хромоникелевого сплава (мг/дм², день) в морской воде в зависимости от процентного содержания железа; 5 — логарифм от числа циклов до разрушения сплава в зависимости от нагрузки (МПа); 6 — логарифмы долговечности нержавеющей стали в зависимости от нагрузки (МПа); 7 — разрушающее напряжение стали (МПа) в зависимости от логарифмов числа циклов нагружения; 8 — логарифмы кратковременной прочности мартенситно стареющей стали (МПа) в зависимости от логарифмов температуры нагрева (°C); 9 — степень диссоциации специального карбида в стали в зависимости от логарифмов температуры нагрева (°C).

3.2.3. Логарифмическая зависимость

Эта часть работы выполняется аналогично предыдущей, но с одновременным преобразованием исходной пары величин и получением уравнения вида: $\lg y = a \lg x + b$.

В качестве исходных берутся те же данные, которые использовались при полулогарифмической аппроксимации.

Задача 3.3. Определить логарифмическую функцию эксплуатационных свойств по опытным данным, приведенным в табл. 4; оценить рассеяние вокруг линии регрессии опытных данных сравнением их с расчетными, подобно тому, как это делалось в предыдущей задаче; полученные результаты по рассеянию вокруг линии регрессии сравнить с соответствующими результатами полулогарифмической аппроксимации.

Таблица 4

Исходные данные для аппроксимации нелинейной зависимости

№ набл	0		1		2		3		4	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	800	0,178	10	207	400	946	10	2100	400	950
2	820	0,182	30	191,2	420	540	50	2080	420	600
3	840	0,186	100	169,5	450	957	100	2050	450	550
4	860	0,191	300	150,7	470	451	150	2000	470	450
5	880	0,196	1000	125,7	500	131	175	1900	500	130
6	900	0,202	3000	106,5	520	72	200	1850	520	78
7	920	0,207	10000	67,7	550	68	250	1800	550	95
8	940	0,213	30000	73,5	570	64	300	1750	570	64
9	960	0,228	100 000	69,7	600	27	400	1600	600	27
10	980	0,228	200 000	62,2	620	23	450	1500	620	33
11	1000	0,236			650	13	500	1400	650	13
12					700	25			700	15
13					750	14			750	14
14					800	7			800	7

Продолжение табл. 4

№ набл	5		6		7		8		9	
	x	y	x	y	x	y	x	y	x	y
1	40	545	20	2100	93	880	100	81	100	11,6
2	42	490	50	2080	148	840	150	80	200	11,4
3	45	450	100	2050	204	780	200	78	300	10,7
4	47	350	150	2000	260	720	250	76	400	10
5	50	140	175	1900	316	660	300	75	430	9,4
6	52	140	200	1850	343	630	350	72	490	8,8
7	55	120	250	1800	371	580	400	69	580	7,0
8	57	65	300	1750	399	560	450	64	600	7,6
9	60	25	350	1700	427	510	500	57	650	5,7
10	62	30	400	1600	454	460	550	54	700	4,3
11	65	15	450	1500	482	420	600	45	800	3,1
12	70	15	500	1400	510	360	650	39	870	2,0
13	75	15			538	280	700	28		
14							800	12		
15							900	6		

Примечание. Приведенные данные соответственно вариантам характеризуют: 0 — степень диссоциации специального карбида в стали в зависимости от температуры ($^{\circ}\text{C}$); 1 — длительную прочность стали (МПа) в зависимости от времени нагружения (час); 2, 4, 5 — долговечность (число циклов уменьшено в 1000 раз) в зависимости от напряжения (МПа) для сталей (2 и 4) и алюминиевого сплава (5) соответственно; 3, 6 — кратковременная прочность мартенситно-стареющих сталей (МПа) в зависимости от температуры ($^{\circ}\text{C}$); 7 — кратковременная прочность титанового сплава (МПа) в зависимости от температуры ($^{\circ}\text{C}$); 8 — отношение предела текучести к стоимости нержавеющей стали (условные величины); 9 — удельная прочность нержавеющей стали (кМ) в зависимости от температуры ($^{\circ}\text{C}$).

Задача 3.4. Определить степенную функцию эксплуатационных свойств по опытным данным, приведенным в табл. 4. Полученные результаты по рассеянию вокруг линии регрессии сравнить с результатами предыдущих задач применительно к вариантам подразд. 3.2.2 и 3.2.3.

3.2.4. Степенная зависимость

Задача аппроксимации по степенной зависимости вида $Y=aX^b$ путем логарифмирования сводится к предыдущей задаче логарифмической аппроксимации. При ее решении надо использовать те же исходные данные.

Оформление отчета

Результаты работы по всем задачам аппроксимации (разд. 3.1—3.4) оформляются в виде краткого отчета с указанием названия и цели работы; в нем должны быть также приведены:

- исходные данные;
- полученные числовые характеристики;
- полученные зависимости в аналитическом и графическом виде;
- результаты сопоставлений полученных зависимостей по рассеянию вокруг линии регрессии расчетных и опытных данных.

Отчет должен заканчиваться сравнением полученных зависимостей, аргументированным выводом по оптимальному варианту применительно к задачам нелинейной аппроксимации.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЗНАЧИМОСТИ И ВЛИЯНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

На свойства материалов могут оказывать воздействие различные технологические факторы; в некоторых случаях воздействие приобретает статистически закономерный характер. В практическом плане важно как установление самого факта влияния, так и количественная характеристика такого влияния. Например, надо оценить идентичность (равнозначность) по качеству разных партий продукции или же количественно идентифицировать зависимость факторов друг от друга.

Такие задачи решаются методами дисперсионного, корреляционного и регрессного анализа. Поскольку рассмотренные ранее способы получения функций эксплуатационных свойств основаны на регрессионном анализе и иллюстрируют применение его методов в материаловедении, ниже имеется в виду остановиться лишь на методах дисперсионного и корреляционного анализа.

4.1. Оценка принадлежности результатов различных испытаний (партий) к одной генеральной совокупности

Необходимость определения принадлежности наблюдаемых результатов к одной генеральной совокупности возникает при оценке идентичности разных партий продукции, производимой, например, в разное время или в разных местах, при сравнительной оценке точности измерений, правильности работы приборов, инструментов и пр.

Объективная оценка при этом производится по статистическим критериям. Так, для оценки равнозначности двух нормально распределенных совокупностей по извлеченным из них независимым выборкам надо сравнить их дисперсии при выбранном уровне значимости; другими словами, надо определить, значимо они различаются или незначимо.

Расчетные зависимости

Для проверки принадлежности дисперсий к одной генеральной совокупности используется отношение большей выборочной дисперсии к меньшей (критерий Фишера):

$$F_{\text{расч}} = \frac{S_b^2}{S_m^2}.$$

Эта случайная величина имеет распределение Фишера со степенями свободы:

$$k_1 = n_1 - 1, k_2 = n_2 - 1,$$

где n_1 ; n_2 — объемы выборок.

С помощью вспомогательного приложения П 3.5 [1] определяется критическое значение $F_{\text{кр}(\alpha/2, k_1 k_2)}$, уровень значимости обычно берется 0,1 или 0,05.

Если соблюдается неравенство

$$F_{\text{расч}} < F_{\text{кр}(\alpha/2, k_1 k_2)},$$

то предположение о принадлежности обеих дисперсий к одной генеральной совокупности не противоречит опытным данным.

В случае подтверждения можно рассчитать обобщенную дисперсию

$$S^2 = \frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Пример 4.1. Определить равнозначность продукции двух партий при уровне значимости $\alpha = 0,1$ по результатам испытаний 30 и 20

образцов с оценкой качества по пределу прочности.

В результате первичной статистической обработки получены оценки средних значений и дисперсий:

$$\bar{x}_1 = 401 \text{ Мпа } (n_1 = 30); \quad \bar{x}_2 = 490 \text{ Мпа } (n_2 = 30);$$

$$s_1^2 = 82; \quad s_2^2 = 71.$$

Сначала оцениваем однородность дисперсий по критерию Фишера:

$$F_{расч} = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{82}{71} = 1,15$$

С помощью приложения П 3.5 [1] для $\alpha = 0,05$, $k_1 = 30-1 = 29$ и $k_2 = 20-1 = 19$ определяем критическое значение $F_{кр(0,05,29/19)} = 2,08$.

Поскольку $F_{расч} = 1,15 < F_{кр} = 2,08$, заключаем, что по пределу прочности продукцию обеих партий можно считать равнозначной (с 95%-ной достоверностью).

Рассчитываем оценку общей дисперсии:

$$S^2 = \frac{(30-1)82 + (20-1)71}{30 + 20 - 2} = 77,6; \quad S = 8,81$$

При оценке принадлежности к одной генеральной совокупности нескольких уровней факторов признака X (табл. 5) по критерию Фишера надо сравнивать факторную и остаточную дисперсии:

$$F = \frac{S_{фр}^2}{S_{ост}^2}.$$

Таблица 5

Результаты наблюдений значений признака x
различных уровней

Наблюдения N _i	Уровни факторов F _i			
	F ₁	F ₂	...	F _p
1	X ₁₁	X ₁₂		X _{1p}
2	X ₂₁	X ₂₂		X _{2p}
...	...			
q	X _{q1}	X _{q2}		X _{qp}
Групповая средняя	$\bar{x}_{cp1}$	$\bar{x}_{cp2}$		$\bar{x}_{cqp}$

Если обозначить суммы квадратов

$$SS_{обц} = \sum_{j=1}^p \sum_{i=1}^q (x_{ij} - \bar{x})^2;$$

$$SS_{фр} = q \sum_{j=1}^p (\bar{x}_{cpj} - \bar{x})^2;$$

$$SS_{ост} = SS_{обц} - SS_{фр},$$

дисперсии будут соответственно:

$$S_{обц}^2 = \frac{SS_{обц}}{pq-1};$$

$$S_{фр}^2 = \frac{SS_{фр}}{p-1};$$

$$S_{ост}^2 = \frac{SS_{ост}}{p(q-1)}.$$

Для нормальных совокупностей с одинаковыми (хотя и неизвестными) дисперсиями равенство факторной и остаточной дисперсии означает и равенство групповых средних значений.

Пример 4.2. Оценить, имеются ли отклонения в качестве продукции по результатам трех поквартальных испытаний ударной вязкости, представленным в табл. 6.

Таблица 6

Результаты контрольных испытаний (Дж/см²)

№ испытания	Обозначение партий (уровней факторов)		
	F ₁	F ₂	F ₃
1	51	52	42
2	52	54	44
3	56	56	50
4	57	58	52
$\bar{x}_{гр}$	54	55	47

Оценим гипотезу о равенстве групповых средних через гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсии. В результате расчетов получаем:

$$F_{кр(0,05,29/19)} = 2.08$$

$$S_{фр}^2 = 76; S_{ост}^2 = 12,67 \quad F_{расч} = \frac{S_{фр}^2}{S_{ост}^2} = 76/12,67 = 5,99;$$

Поскольку $F_{расч} > F_{кр(0,05;2;9)}$, предположение о равнозначности партий по качеству отвергается; групповые средние оценки качества в целом различаются значимо, что свидетельствует о каких-то изменениях в технологии. Если потребуется определить направленность изменений, надо сравнить средние значения попарно с использованием критерия Стьюдента.

Проведение расчетов

Для решения задачи оценки идентичности продукции различных партий в качестве исходных используются данные табл. 1. При этом

каждый из вариационных рядов делится на три равные части, которые отождествляются с партиями продукции.

Задача 4.1. Применительно к наблюдаемым данным, приведенным в табл. 1 с разделением их на три части, оценить равнозначность качества продукции при уровне значимости $\alpha = 0,10$.

Прежде всего, надо рассчитать основные числовые характеристики показателя качества партий; это можно сделать подобно тому, как это делалось при решении задачи в п. 1.1. Дальнейшие расчеты следует проводить по выше приведенным зависимостям электронных таблиц Excel.

Оформление отчета

Результаты (подразд. 4.1) оформляются в виде краткого отчета с формулировкой задачи и указанием основных этапов ее решения; приводятся также исходные данные и результаты промежуточных вычислений. Отчет заканчивается заключением о равнозначности партий по качеству. В случае неравнозначности производится оценка направленности изменения по критерию Стьюдента, а при равнозначности определяется общая оценка дисперсии.

4.2. Оценка связей между факторами

Для характеристики взаимного влияния технологических факторов результаты соответствующих наблюдений представляются в виде матрицы аналогично тому, как это делалось в п. 4.1. Применительно к составленной матрице рассчитываются корреляционные моменты и коэффициенты корреляции.

Расчетные зависимости

В ходе расчетов определяются:

- групповые средние значения:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^q x_{ji} ;$$

- дисперсии:

$$D_j = \frac{1}{n-1} \sum_i^n (x_{ji} - \bar{x}_j)^2 ;$$

- корреляционные моменты:

$$K_{j(j+1)} = \frac{1}{q-1} \sum_{i=1}^q (x_{ji} - \bar{x}_j)(x_{(j+1)i} - \bar{x}_{j+1});$$

- коэффициенты корреляции:

$$r_{j(j+1)} = \frac{K_{j(j+1)}}{S_j S_{j+1}}.$$

Набор числовых значений факторов производится применительно к наблюдаемым данным, начиная с первого. Результаты расчетов представляются в виде матриц корреляционных моментов и коэффициентов корреляции:

$$\begin{array}{ccccccc} k_{11} & k_{12} & k_{13} & \dots & r_{11} & r_{12} & r_{13} \dots \\ k_{21} & k_{22} & \dots & & r_{21} & r_{22} & \dots \end{array}$$

Примечание. значения $k_{11}, k_{22} \dots$ — численно равны дисперсиям $D_1, D_2 \dots$, а $r_{11}, r_{22} \dots$ — единице.

Проведение расчетов

В случае если неизвестно, соответствуют ли наблюдаемые данные нормальному распределению, то это должно быть предварительно проверено по ранее изложенной методике (см. п. 1.2). В случае же соответствия для решения данной задачи следует воспользоваться электронными таблицами Excel.

Задача 4.2. Исследовать силу связи с оценкой ее по коэффициентам корреляции между технологическими факторами, значения которых приведены в табл. 7.

- Оценить влияние содержания цинка (X_1), %, магния (X_2), %, и меди (X_3), %, на предел прочности (X_4), МПа, и предел усталости (X_5), МПа, алюминиевого сплава.

Таблица 7

Исходные данные для оценки силы связи между факторами
(варианты 0 и 5)

№ наблю- дения	Влияющие факторы			Отклик	
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	9,5	1,8	1,9	293	130
2	9,6	2,0	1,5	329	135
3	9,8	2,2	1,6	342	135
4	9,9	2,1	1,5	367	150
5	10	1,9	1,8	456	165
6	10,2	2,2	1,5	529	171
7	10,2	2,1	1,8	581	170
8	10,4	1,9	2,0	623	190

- Оценить влияние степени восстановления молибдена (X_1), %, содержания свободного углерода (X_2), %, и размера частиц (X_3), мкм, на частный (X_4) и обобщенный (X_5) критерии оптимизации.

Таблица 8

Исходные данные для оценки силы связи
между факторами (варианты 1 и 6)

№ наблю- дения	Влияющие факторы			Отклик	
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	89,5	0,11	33	0,87	0,68
2	89,6	0,10	41	0,74	0,79
3	89,6	0,11	58	0,92	0,71
4	99,2	0,30	21	0,42	0,64
5	99,2	0,29	32	0,12	0,25
6	99,2	0,28	64	0,82	0,83
7	98,1	0,17	12	0,89	0,92
8	98,1	0,18	24	0,67	0,68

- Оценить влияние содержания марганца (X_1), %, и фосфора (X_2), %, на относительное сужение (X_3), %, и ударную вязкость (X_4), Дж/см², стали.

Таблица 9

Исходные данные для оценки силы связи
между факторами (варианты 2 и 7)

№ наблю- дения	Влияющие факторы		Отклик	
	X_1	X_2	X_3	X_5
1	0,91	0,021	48	79,5
2	0,91	0,015	46,5	52,5
3	1,02	0,023	63,5	80,5
4	1,01	0,020	55,5	57
5	0,97	0,019	48	58
6	0,89	0,019	53	50
7	0,95	0,022	60,7	59
8	0,99	0,016	45,7	51,8

- Оценить влияние степени восстановления вольфрама (X_1), %, содержания свободного углерода (X_2), %, и размера частиц (X_3), мкм, на частный (X_4) и обобщенный (X_5) критерии оптимизации.

Таблица 10

Исходные данные для оценки связи между факторами
(варианты 3 и 8)

№ наблю- дения	Влияющие факторы			Отклик	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	99,3	0,87	32	0,885	0,673
2	98,8	0,11	40	0,740	0,785
3	99,6	0,16	57	0,913	0,713
4	99,1	0,51	21	0,825	0,834
5	98,1	0,50	33	0,423	0,639
6	97,5	0,80	65	0,120	0,251
7	93,1	0,3	11	0,866	0,913
8	98,6	0,7	25	0,666	0,670

Примечание. Параметры X₄ и X₅ — безразмерные величины.

Оценить влияние содержания цинка (X₁), %, магния (X₂), % и меди (X₃), % на предел прочности (X₄), МПа, и предел усталости (X₅), МПа, алюминиевого сплава.

Таблица 11

Исходные данные для оценки силы связи между
факторами (варианты 4 и 9)

№ наблю- дения	Влияющие факторы			Отклик	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅
1	10,5	2,0	1,7	628	213
2	10,3	1,8	1,9	599	182
3	10,3	2,1	1,4	566	209
4	10,1	2,0	1,6	490	192
5	9,8	1,8	1,7	393	150
6	9,8	2,2	1,8	352	142
7	9,7	2,1	1,8	333	130
8	9,7	1,9	1,7	311	136

Оформление отчета

Результаты оформляются в виде краткого отчета. В начале указываются название и цель; в отчете также должны быть приведены:

- исходные данные;

- используемая программа;
- расчетные значения числовых характеристик в виде матриц. На основании результатов исследования делается заключение о взаимном влиянии факторов с оценкой силы связи по величинам коэффициентов корреляции. При коэффициенте корреляции менее 0,2 считается, что связь практически отсутствует, при 0,2—0,5 она считается слабой, при 0,5—0,75 — средней и при 0,75—0,95 — сильной (практически функциональной).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зоткин В.Е. Методология выбора материалов и упрочняющих технологий в машиностроении / В.Е. Зоткин. – М.: ИНФРА-М, 2008.
2. Перова А.В. Математическое моделирование в машиностроении: курс лекций / А.В. Перова. ФГБОУ ВО ВГТУ.- Воронеж, 2015.
3. Венцель Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Венцель. - М.: Высш. шк., 2000.
4. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий / Ю.П. Адлер, Е.В. Маркова, Ю.В. Грановский. - М.: Наука, 1976.
5. Охорзин В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD / В.А. Охорзин. Учебное пособие. 3-е изд. СПб.: Лань, 2009.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	1
1. Статистическая оценка распределений показателей свойств материалов.....	1
1.1. Определение основных числовых характеристик.....	2
1.1.1. Результаты наблюдений в виде вариационного ряда.....	2
1.1.2. Результаты наблюдений в виде статистического ряда.....	3
1.2. Оценка соответствия наблюдаемых данных нормальному закону распределения (проверка гипотез).....	5
1.2.1 Оценка соответствия по асимметрии и эксцессу.....	5
1.2.2. Оценка соответствия по критерию Смирнова.....	8
1.2.3. Оценка соответствия по критерию Пирсона.....	9
2. Вероятные оценки показателей свойств материалов.....	10
2.1. Отбрасывание резко выделяющихся наблюдений.....	10
2.2. Определение доверительного интервала для среднего значения.....	11
2.3. Оценка гарантируемого уровня.....	12
2.4. Оценка вероятности попадания в установленные пределы.....	13
2.5. Определение объема испытаний (наблюдений).....	13
3. Определение функций эксплуатационных свойств материалов по наблюдаемым данным.....	15
3.1. Сглаживание опытных данных методом наименьших квадратов.....	15
3.2. Аппроксимация опытных данных.....	17
3.2.1. Линейная зависимость.....	17
3.2.2. Полулогарифмическая зависимость.....	17
3.2.3. Логарифмическая зависимость.....	20
3.2.4. Степенная зависимость.....	22

4. Определение значимости и влияния технологических факторов	22
4.1. Оценка принадлежности результатов различных испытаний (партий) к одной генеральной совокупности.....	23
4.2. Оценка связей между факторами.....	27
Библиографический список.....	29

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МАШИНОСТРОЕНИИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению практических работ
для студентов направления 15.03.05 «Конструкторско-
технологическое обеспечение
машиностроительных производств»
(профили «Конструкторско-технологическое
обеспечение кузнечно-штамповочного производства»,
«Металлообрабатывающие станки и комплексы»,
«Технология машиностроения»)
всех форм обучения

В авторской редакции

Компьютерный набор А.В. Перовой

Подписано в печать 14.10.2019.

Формат 60×84/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. 1,9. Тираж 62 экз.

Зак. №

ФГБОУ ВО "Воронежский государственный технический
университет"

394026 Воронеж, Московский просп., 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ

394026 Воронеж, Московский просп., 14