

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»**

Кафедра радиоэлектронных устройств и систем

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к выполнению лабораторных работ №5-10
для студентов специальности 11.05.01
«Радиоэлектронные системы и комплексы»
очной формы обучения**

Воронеж 2023

УДК 621.391.26(07)
ББК 32.811.3.я73

Составители: А. Н. Голубинский, Д. В. Журавлёв,
Д. К. Проскурин, Р. В. Кузьменко

Цифровая обработка сигналов: методические указания к выполнению лабораторных работ № 5-10 для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: А. Н. Голубинский, Д. В. Журавлёв, Д. К. Проскурин, Р. В. Кузьменко. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2023. – 39 с.

В соответствии с рабочими учебными программами дисциплин приведены описания методов измерений и методик выполнения лабораторных работ, изложены теоретические сведения, лежащие в основе цифровой обработки сигналов. По каждой лабораторной работе в описание включены: цель, используемое оборудование и приборы, схема лабораторной установки, порядок подготовки и проведения работы, таблицы для экспериментальных данных, перечень положений, которые необходимо отразить в выводах, и контрольные вопросы.

Предназначены для студентов специальности 11.05.01 «Радиоэлектронные системы и комплексы» очной формы обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_ЦОС_LP5-10_pdf.

Ил. 8. Табл. 7. Библиогр.: 6 назв.

УДК 621.391.26(07)
ББК 32.811.3.я73

Рецензент – А. В. Останков, д-р техн. наук, профессор
кафедры радиотехники ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Выполнение каждой лабораторной работы предусматривает несколько этапов:

1. Изучение теоретического материала по соответствующей теме.
2. Изучение описания работы.
3. Изучение описаний измерительных приборов.
4. Подготовка ответов на контрольные вопросы.

Предварительное оформление рабочего отчета; запись в тетрадь названия и цели работы, расчетных формул, изображение схемы измерений, таблиц для измеренных и вычисленных величин, координатных осей графиков и т.д.

Уточнение задания и порядка выполнения работы, выяснение у преподавателя непонятных положений теории и эксперимента.

1. Проведение эксперимента.
2. Обработка полученных экспериментальных результатов.
3. Оформление отчета о проделанной работе.
4. Защита результатов лабораторной работы.
5. Отчет о проделанной работе должен содержать:
6. Название работы.
7. Цель работы.
8. Схемы измерений.
9. Расчетные формулы.
10. Таблицы измеренных и вычисленных величин.
11. Графики экспериментальных зависимостей и осциллограммы.
12. Оценки погрешностей измерений.
13. Выводы.

Изучение теоретического материала по соответствующей теме, изучение описания работы, предварительное оформление рабочего отчета выполняются до начала лабораторного занятия на подготовительном этапе, Проведение эксперимента, обработка полученных экспериментальных результатов выполняются в учебной лаборатории. Проведение измерений осуществляется под контролем преподавателя в точном соответствии с приведенной в описании каждой работы последовательностью действий. Любые отклонения от предлагаемого порядка выполнения работы или дополнительные измерения должны быть предварительно обсуждены с преподавателем во избежание порчи приборов и поражения электрическим током. Отчеты о лабораторных работах записываются в отдельной тетради. Порядок следования отчетов в тетради должен строго соответствовать очередности выполнения работ. В

приложении приведены справочные сведения, которые могут понадобиться при выполнении лабораторных работ.

РЕЖИМ ТЕХНИКИ БЕЗОПАСНОСТИ В ЛАБОРАТОРИИ

Режим безопасности на лабораторных занятиях по дисциплине “Цифровая обработка сигналов” включает:

1. Изучение правил техники безопасности при обслуживании электроустановок напряжением до 1000 В и дополнительный инструктаж по электробезопасности в конкретных условиях учебной лаборатории.
2. Документальную регистрацию знаний правил техники безопасности и дополнительного инструктажа в специальном журнале.
3. Контроль со стороны преподавателя за соблюдением правил электробезопасности в процессе выполнения лабораторных работ.

1. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5 ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСВЕРСАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 1)

Цель работы: исследование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик трансверсальных цифровых фильтров, приобретение практических навыков в построении АЧХ и ФЧХ ЦФ по заданным алгоритмам цифровой фильтрации программными средствами.

Используемые приборы и оборудование:

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, основные теоретические положения и формулы, координатные оси графиков. Составить примерные алгоритмы рабочих программ для выполнения практического задания и выписать используемые операторы.

1.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1.1.1. ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ

Наиболее распространенными линейными элементами систем цифровой обработки сигналов являются *цифровые фильтры* (ЦФ). Большой интерес к *цифровым фильтрам* объясняется рядом преимуществ этих фильтров по сравнению с *аналоговыми*. Остановимся на наиболее важных из них:

- ЦФ не имеют реактивных элементов и поэтому при их разработке исключаются все проблемы, связанные с точностью изготовления и стабильностью этих элементов;
- ЦФ можно выполнять на интегральных схемах или в виде небольшого числа (или даже одной) интегральных субсистем. Следовательно, такие фильтры могут быть экономичными и иметь малые размеры;
- в тех случаях, когда для обработки сигналов применяется компьютер, работающий в реальном масштабе времени, ЦФ могут быть запрограммированы на нем. Такая реализация ЦФ особенно удобна, когда компьютер используется для моделирования динамической системы;
- характеристики ЦФ прогнозируются и выполняются с высокой точностью;
- характеристические частоты ЦФ зависят от внешней тактовой частоты. Изменяя эту частоту, можно легко перестраивать фильтр. Можно также легко изменять и другие параметры фильтра (например, ширину полосы пропускания), что дает возможность использовать их в адаптивных и следящих системах;
- ЦФ имеют высокую стабильность, определяемую стабильностью генератора тактовой частоты. Это позволяет реализовать фильтры с очень высокой добротностью или чрезвычайно большими постоянными времени;
- ЦФ можно выполнять с линейными фазовыми характеристиками, что важно в тех случаях, когда надо иметь постоянную задержку на всех частотах или хорошую импульсную характеристику;
- преимущества ЦФ особенно видны на сверхнизких частотах, где габариты аналоговых фильтров недопустимо велики;

- в случае реализации фильтровых гребенок одно управляющее устройство и один арифметический блок могут обслуживать много ЦФ, что дает существенную экономию оборудования.

Однако отличие от аналоговых фильтров, работа ЦФ сопровождается образованием специфического шума за счет недостаточно четкого ограничения полосы частот входного аналогового сигнала, неточного определения частоты дискретизации и применения квантования, а также за счет неизбежного округления чисел при проведении вычислений. Области применения ЦФ в значительной степени определяются возможным быстродействием используемых вычислительных средств.

Схемы цифровой фильтрации описываются с помощью разностных уравнений подобно тому, как схемы аналоговой фильтрации описываются с помощью дифференциальных уравнений. Для решения разностных уравнений и синтеза ЦФ удобно использовать математический аппарат z -преобразований.

Математическая теория ЦФ переносит на случай дискретных сигналов все основные положения теории линейных систем, преобразующих непрерывные сигналы.

Как известно, линейная стационарная система преобразует непрерывный входной сигнал $x(t)$ таким образом, что на ее выходе возникает колебание $y(t)$, равное свертке функции $x(t)$ и импульсной характеристики $h(t)$ (интеграл Дюамеля):

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau. \quad (1.1)$$

Линейный ЦФ, по определению, есть дискретная система (физическое устройство или программа для компьютера), которая преобразует последовательность $\{x_k\}$ числовых отсчетов входного сигнала в последовательность $\{y_k\}$ отсчетов выходного сигнала:

$$(x_0, x_1, x_2, \dots) \Rightarrow (y_0, y_1, y_2, \dots), \quad (1.2)$$

или сокращенно

$$\{x_k\} \Rightarrow \{y_k\}. \quad (1.3)$$

Линейный ЦФ обладает тем свойством, что сумма любого числа входных сигналов, умноженных на произвольные коэффициенты, преобразуется в сумму его откликов на отдельные слагаемые, т. е. из соответствий

$$\{x_k^1\} \Rightarrow \{y_k^1\}, \dots, \{x_k^N\} \Rightarrow \{y_k^N\} \quad (1.4)$$

следует, что

$$\alpha_1 \{x_k^1\} + \dots + \alpha_N \{x_k^N\} \Rightarrow \{\alpha_1 y_k^1 + \dots + \alpha_N y_k^N\} \quad (1.5)$$

при любых коэффициентах $\alpha_1, \dots, \alpha_N$.

Для того чтобы обобщить интеграл Дюамеля на случай дискретных сигналов, вводят понятие *импульсной характеристики ЦФ*. По определению, она представляет собой дискретный сигнал $\{h_k\}$, который является реакцией ЦФ на «единичный импульс» $(1, 0, 0, 0, \dots)$:

$$(1, 0, 0, 0, \dots) \Rightarrow (h_0, h_1, h_2, h_3, \dots). \quad (1.6)$$

Линейный ЦФ стационарен, если при смещении входного единичного импульса на любое число интервалов дискретизации импульсная характеристика смещается таким же образом, не изменяясь по форме. Например:

$$(0, 1, 0, 0, \dots) \Rightarrow (0, h_0, h_1, h_2, \dots), (0, 0, 1, 0, \dots) \Rightarrow (0, 0, h_0, h_1, \dots), \text{ и т.д.} \quad (1.7)$$

Рассмотрим, каким образом из свойств линейности и стационарности вытекает наиболее общий алгоритм линейной цифровой фильтрации. Пусть $\{x_k\} = (x_0, x_1, x_2, \dots)$ – некоторый сигнал на входе ЦФ с известной импульсной характеристикой. Используя *свойства линейности и стационарности*, можно записать m -й отсчет *выходного сигнала* $\{y_k\}$:

$$y_m = x_0 h_m + x_1 h_{m-1} + \dots + x_m h_0 = \sum_{k=0}^m x_k h_{m-k}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.8)$$

Эта формула, играющая ведущую роль в теории линейной цифровой фильтрации, показывает, что *выходная последовательность есть дискретная свертка входного сигнала и импульсной характеристики фильтра*. Смысл этой формулы прост и нагляден: в момент каждого отсчета ЦФ проводит операцию взвешенного суммирования всех предыдущих значений входного сигнала, причем роль последовательности весовых коэффициентов играют отсчеты импульсной характеристики. Иными словами, ЦФ обладает некоторой «памятью» по отношению к прошлым входным воздействиям.

Практический интерес представляют лишь физически реализуемые ЦФ, импульсная характеристика которых не может стать отличной от нуля в отсчетных точках, предшествующих моменту подачи входного импульса.

Поэтому для физически реализуемых фильтров коэффициенты $h_{-1}, h_{-2}, \dots$ обращаются в нуль и суммирование в (3.8) можно распространить на все положительные значения индекса k :

$$y_m = \sum_{k=0}^m x_k h_{m-k}, \quad m = 0, 1, 2, \dots \quad (1.9)$$

Предположим теперь, что на вход линейного стационарного ЦФ подана гармоническая последовательность

$$\{x_k\} = \left\{ A \exp \left[j(\omega k \Delta + \phi) \right] \right\},$$

такая, что

$$\operatorname{Re}\{x_k\} = \left\{ A \cos(\omega k \Delta + \phi) \right\}$$

и неограниченно протяженная во времени, т. е. с индексом k , принимающим значения $0, \pm 1, \pm 2, \dots$.

Для того чтобы вычислить выходной сигнал фильтра $\{y_k\}$, воспользуемся формулой свертки (1.8) и найдем m -й отсчет на выходе:

$$y_m = \sum_{k=-\infty}^m x_k h_{m-k} = A e^{j\phi} \sum_{k=-\infty}^m e^{j\omega k \Delta} h_{m-k}. \quad (1.10)$$

Выполнив тождественные преобразования, получим

$$y_m = A e^{j(\omega m \Delta + \phi)} \sum_{k=-\infty}^m e^{j\omega(k-m)\Delta} h_{m-k}. \quad (1.11)$$

Введем новый индекс суммирования $n = m - k$. Тогда

$$y_m = A e^{j(\omega m \Delta + \phi)} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\omega n \Delta} h_n. \quad (1.12)$$

В соответствии с этой формулой выходной сигнал имеет структуру дискретной гармонической последовательности с той же частотой, что и входной сигнал. Выходные отсчеты получаются из входных умножением на комплексную величину

$$K(j\omega) = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-j\omega n \Delta} h_n, \quad (1.13)$$

называемую *частотным коэффициентом передачи (ЧКП) ЦФ*, зависящую от частоты ω , а также от шага дискретизации Δ и от совокупности коэффициентов $\{h_k\}$ импульсной характеристики ЦФ. Формула (3.13) позволяет сделать выводы:

1. Частотный коэффициент передачи ЦФ является периодической функцией частоты с периодом, равным частоте дискретизации $\omega_d = 2\pi / \Delta$.
2. Функция $K(j\omega)$ есть преобразование Фурье импульсной характеристики ЦФ, представленной в форме последовательности дельта-импульсов:

$$h_d(t) = h_0\delta(t) + h_1\delta(t - \Delta) + \dots \quad (1.14)$$

Расчет важнейшей характеристики ЦФ – частотного коэффициента передачи – удобно проводить, используя методы z -преобразований. Сопоставим дискретным сигналам $\{x_k\}$, $\{y_k\}$, $\{h_k\}$ их z -преобразования $X(z)$, $Y(z)$, $H(z)$ соответственно. Выходной сигнал фильтра $\{y_k\}$ есть свертка входного сигнала и импульсной характеристики, поэтому выходному сигналу отвечает функция

$$Y(z) = H(z)X(z). \quad (1.15)$$

Системной функцией стационарного линейного ЦФ называют отношение z -преобразования выходного сигнала к z -преобразованию сигнала на входе. Таким образом, системная функция фильтра

$$H(z) = Y(z)/X(z) = \sum_{k=0}^{\infty} h_k z^{-k} \quad (1.16)$$

есть z -преобразование импульсной характеристики. Сравнивая выражения (1.13) и (1.16), приходим к следующему выводу: чтобы получить *частотный коэффициент передачи ЦФ* из его *системной функции*, в последней нужно сделать подстановку $z = \exp(j\omega \Delta)$.

1.1.2. ТРАНСВЕРСАЛЬНЫЕ ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ

ЦФ принято делить на два класса: *трансверсальные (нерекурсивные)* и *рекурсивные*.

Трансверсальными (нерекурсивными) принято называть фильтры, которые работают в соответствии с алгоритмом

$$y_k = a_0 x_k + a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + \dots + a_{m-1} x_{k-m+1} = \sum_{n=0}^{m-1} a_n x_{k-n}, \quad (1.17)$$

где $a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1}$ – последовательность коэффициентов.

Число $(m-1)$ является порядком трансверсального ЦФ. Как видно из формулы (3.17), трансверсальный фильтр проводит взвешенное суммирование предшествующих отсчетов входного сигнала и не использует прошлые отсчеты выходного сигнала. Применив z -преобразование к обеим частям выражения (3.17), убеждаемся, что

$$Y(z) = (a_0 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_{m-1} z^{-(m-1)}) X(z). \quad (1.18)$$

Отсюда следует, что системная функция нерекурсивного ЦФ

$$H(z) = \sum_{k=0}^{m-1} a_k z^{-k} \quad (1.19)$$

является дробно-рациональной функцией z , имеющей $(m-1)$ -кратный полюс при $z = 0$ и $(m-1)$ нулей, координаты которых определяются коэффициентами фильтра.

Вычислим импульсную характеристику трансверсального ЦФ, осуществив обратное z -преобразование от $H(z)$. Легко видеть, что каждое слагаемое функции $H(z)$ дает вклад, равный соответствующему коэффициенту a_n , смещенному на n позиций в сторону запаздывания. Таким образом

$$\{h_k\} = (a_0, a_1, a_2, \dots, a_{m-1}). \quad (1.20)$$

Важно отметить, что импульсная характеристика трансверсального фильтра содержит конечное число членов. Поэтому нерекурсивные фильтры еще называют КИХ-фильтрами (фильтры с конечной импульсной характеристикой).

Если в формуле для $H(z)$ провести замену переменной $z = \exp(j\omega \Delta)$, то получим частотный коэффициент передачи нерекурсивного ЦФ

$$K(j\omega) = a_0 + a_1 e^{-j\omega \Delta} + a_2 e^{-j2\omega \Delta} + \dots + a_{m-1} e^{-j(m-1)\omega \Delta} = \sum_{k=0}^{m-1} a_k e^{-j\omega k \Delta}. \quad (1.21)$$

Модуль комплексной частотной характеристики $A(\omega) = |K(j\omega)|$, называемый амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ) ЦФ,

определяет амплитуду выходного сигнала устойчивого фильтра в установившемся режиме при входном сигнале $x_k = \exp(j\omega k \Delta)$. Аргумент комплексной частотной характеристики $\Phi(\omega) = \arg[K(j\omega)]$, называемый *фазо-частотной характеристикой (ФЧХ) ЦФ*, определяет фазу выходного сигнала устойчивого фильтра в установившемся режиме при входном сигнале $x_k = \exp(j\omega k \Delta)$. Для нерекурсивных фильтров с вещественными коэффициентами имеем для АЧХ и ФЧХ следующие выражения

$$A(\omega) = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{m-1} a_k \cos(\omega k \Delta)\right)^2 + \left(\sum_{k=0}^{m-1} a_k \sin(\omega k \Delta)\right)^2}, \quad (1.22)$$

$$\Phi(\omega) = -\arctg \left(\frac{\sum_{k=0}^{m-1} a_k \sin(\omega k \Delta)}{\sum_{k=0}^{m-1} a_k \cos(\omega k \Delta)} \right). \quad (1.23)$$

Групповое время замедления (ГВЗ) или групповое время запаздывания (групповая задержка системы) ЦФ:

$$\tau(\omega) = -\frac{d}{d\omega}[\Phi(\omega)] \quad (1.24)$$

равно времени задержки в установившемся режиме выходного сигнала фильтра относительно входного сигнала $x_k = \exp(j\omega k \Delta)$.

При заданном шаге дискретизации Δ можно реализовать самые разнообразные формы АЧХ, подбирая должным образом весовые коэффициенты фильтра.

Нерекурсивные фильтры могут быть реализованы в различных формах. Прямая форма соответствует непосредственной реализации фильтра согласно формуле (1.17), что в свою очередь соответствует $H(z)$ (1.19), и имеет вид (рис. 1.1)

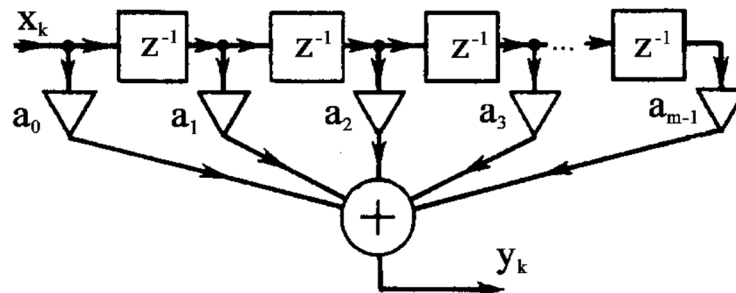


Рис. 1.1. Структурная схема нерекурсивного (трансверсального) цифрового фильтра

Основными элементами фильтра служат блоки задержки отсчетных значений на один интервал дискретизации (прямоугольники с символами z^{-1}), а также масштабные блоки, выполняющие в цифровой форме операции умножения на соответствующие коэффициенты. С выходов масштабных блоков сигналы поступают в сумматор, где, складываясь, образуют отсчет выходного сигнала.

Каскадная форма соответствует реализации фильтра в виде каскадного соединения однотипных звеньев, соответствующее представлению $H(z)$ в виде

$$H(z) = \prod_{k=1}^{m/2} (\alpha_{0k} + \alpha_{1k}z^{-1} + \alpha_{2k}z^{-2}). \quad (1.25)$$

Здесь коэффициенты $\alpha_{0k}, \alpha_{1k}, \alpha_{2k}$ некоторым образом связаны с коэффициентами α_k , при этом, если m -четное, то один из коэффициентов α_{2k} будет равен нулю, т.к. для нечетных m системная функция имеет нечетное число действительных корней.

1.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Исследование частотных характеристик трансверсального ЦФ.

1.1. Для заданного варианта алгоритма трансверсального ЦФ 2-го порядка по таблице 1.1 определите:

- а) импульсную характеристику, используя формулу (1.20);
- б) системную функцию, используя формулу (1.19);
- в) частотный коэффициент передачи, используя формулу (1.21);
- г) АЧХ, используя формулу (1.22);
- д) ФЧХ, используя формулу (1.23).

Таблица 1.1

Вариант №	Алгоритм работы фильтра	Δ , с
1	$y_i = -x_i + \frac{1}{4}x_{i-1} + \frac{1}{3}x_{i-2}$	0,0002
2	$y_i = \frac{1}{2}x_i + \frac{1}{4}x_{i-1} + x_{i-2}$	0,0001
3	$y_i = 0,3x_i - \frac{1}{3}x_{i-1} + 0,2x_{i-2}$	0,0003
4	$y_i = 0,7x_i - 0,3x_{i-1} + 0,5x_{i-2}$	0,00015
5	$y_i = 0,1x_i - 0,3x_{i-1} + 0,5x_{i-2}$	0,0009
6	$y_i = -0,2x_i + 0,6x_{i-1} + x_{i-2}$	0,00095

1.2. Используя пакет для математических вычислений MathCad рассчитайте АЧХ $|K(j2\pi f)|$ и ФЧХ $\Phi(2\pi f)$ фильтра, как функции частоты $f \in [0; 1000]$ Гц.

1.3. На основании результатов п. 1.2 постройте графики ФЧХ и нормированной на максимум АЧХ в зависимости от частоты.

2. Анализ результатов измерений.

2.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

а) определение типа фильтра по его АЧХ;

б) характеристику зависимости АЧХ и ФЧХ от частоты.

Контрольные вопросы:

1. Связь импульсной характеристики ЦФ с системной функцией и частотным коэффициентом передачи.
2. В чем отличие импульсных характеристик аналогового и цифрового фильтров?
3. Структурная схема трансверсального фильтра.
4. Почему АЧХ фильтров оказываются периодическими функциями?
5. Что называется шумом квантования, и как он влияет на работу ЦФ?
6. Как зависят характеристики ЦФ от интервала дискретизации?
7. Алгоритм фильтрации для трансверсального фильтра.
8. Какую последовательность действий необходимо выполнить, чтобы построить график функции в среде MathCad?
9. Как определить координату точки на графике?

2. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСВЕРСАЛЬНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 2)

Цель работы: исследование прохождения дискретного сигнала через трансверсальный цифровой фильтр, приобретение практических навыков в реализации прохождения дискретного сигнала по заданным алгоритмам цифровой фильтрации программными средствами.

Используемые приборы и оборудование:

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.

2. Изучить теоретический и ранее полученный практический материал по теме лабораторной работы №5.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, координатные оси графиков.

2.1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Прохождение дискретного сигнала через трансверсальный ЦФ.

1.1. По заданному варианту аналогового сигнала $x(t)$ из таблицы 2.1 и интервалу дискретизации Δ определите последовательность входного сигнала $\{x_k\}$. Значения отсчетов $\{x_k\}$ запишите в таблицу 2.2.

Таблица 2.1

Вариант №	Входной сигнал	f_0 , Гц
1	$x(t) = \frac{1}{2} \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \cos(\omega_0 t)$	500
2	$x(t) = \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t)$	200
3	$x(t) = \sin(\omega_0 t)$	700
4	$x(t) = \cos(\omega_0 t)$	250
5	$x(t) = \sin^2(\omega_0 t)$	400
6	$x(t) = \cos^2(\omega_0 t)$	300

Таблица 2.2

k	$\{x_k\}$	$\{y_k\}$
0		
1		
...		
19		

1.2. Изобразите входной сигнал $x(t)$ и его дискретное представление $\{x_k\}$ в зависимости от номера отсчета.

1.3. Составьте программу в пакете для математических вычислений MathCad, реализующую заданный в лабораторной работе №5 алгоритм фильтрации.

1.4. Рассчитайте последовательность отсчетов сигнала на выходе ЦФ $\{y_k\}$, учитывая частоту сигнала f_0 (таблица 2.1.). Результаты запишите в таблицу 2.3.

1.5. Изобразите дискретное представление выходного сигнала в зависимости от номера отсчета $\{y_k\}$ и по значениям восстановите его форму $y(t)$.

2. Анализ результатов измерений.

а) анализ изменения формы (амплитуды и фазы) сигнала при его прохождении через ЦФ.

Дополнительное задание:

3. Расчет цифрового фильтра низких частот (ФНЧ) усредняющего типа с частотой среза $F_c=100$ Гц. Подобрать порядок фильтра N для обеспечения требуемой частоты среза.

3.1. Ввести в программу исходные, необходимые для синтеза цифрового ФНЧ: частота среза $F_c – 100$ Гц или 200 Гц; частота дискретизации $F_d=8$ кГц, $N – 20$.

3.2. Запишите значения коэффициентов фильтра в виде алгоритма фильтрации. Зарисуйте АЧХ фильтра.

3.3. Подберите порядок фильтра N для обеспечения требуемой частоты среза по уровню $0,707$.

3.4. Сделайте выводы. Оценить отклонение частоты среза фильтра от заданной. Как влияет количество коэффициентов фильтра на число лепестков в АЧХ.

Контрольные вопросы:

1. Что такое дискретная свертка сигналов?
2. Что такое z -преобразование?
3. Связь z -преобразования с преобразованием Фурье.
4. Свойства z -преобразования.
5. Принцип цифровой обработки сигналов.
6. В чем заключаются преимущества ЦФ над аналоговыми фильтрами и в чем заключаются их недостатки?
7. Свойства линейности и стационарности для ЦФ.
8. Определение импульсной характеристики ЦФ.
9. Методы расчета КИХ-фильтров.
10. Какая системная переменная в Mathcad отвечает за точность вычислений?
11. Как вставить встроенную функцию в документ Mathcad?

3. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 1)

Цель работы: исследование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик рекурсивных цифровых фильтров, приобретение практических

навыков в построении АЧХ и ФЧХ ЦФ по заданным алгоритмам цифровой фильтрации программными средствами.

Используемые приборы и оборудование:

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, основные теоретические положения и формулы, координатные оси графиков. Составить примерные алгоритмы рабочих программ для выполнения практического задания и выписать используемые операторы.

3.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

3.1.1. РЕКУРСИВНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ

Рекурсивные цифровые фильтры характерны тем, что для формирования i -го *выходного отсчета* используются предыдущие значения не только входного, но и выходного сигнала:

$$y_k = a_0 x_k + a_1 x_{k-1} + a_2 x_{k-2} + \dots + a_{m-1} x_{k-m+1} + b_1 y_{k-1} + b_2 y_{k-2} + \dots + b_{n-1} y_{k-n+1} = \sum_{i=0}^{m-1} a_i x_{k-i} + \sum_{l=1}^{n-1} b_l y_{k-l}, \quad (3.1)$$

причем коэффициенты $(b_1, b_2, \dots, b_{n-1})$, определяющие рекурсивную часть алгоритма фильтрации, не равны нулю одновременно.

Запишем *системную функцию рекурсивного ЦФ*. Выполнив z -преобразование обеих частей рекуррентного соотношения (3.1), находим, что системная функция, описывающая частотные свойства рекурсивного ЦФ, имеет вид:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_{m-1} z^{-(m-1)}}{1 - b_1 z^{-1} - \dots - b_{n-1} z^{-(n-1)}} = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} a_i z^{-i}}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} b_k z^{-k}}. \quad (3.2)$$

Из этого выражения следует, что системная функция рекурсивного ЦФ имеет на z -плоскости $(m-1)$ нулей и $(n-1)$ полюсов. Если коэффициенты рекурсивной части алгоритма вещественны, то полюсы либо лежат на вещественной оси, либо образуют комплексно-сопряженные пары.

Рекурсивные фильтры называют БИХ-фильтрами (фильтры с бесконечной импульсной характеристикой), из-за наличия обратной связи, т.е. импульсная характеристика рекурсивного ЦФ имеет вид неограниченно-протяженной последовательности. Покажем это на примере простейшего фильтра 1-го порядка, описываемого системной функцией

$$H(z) = \frac{a}{1 - bz^{-1}} = \frac{az}{z - b}. \quad (3.3)$$

Как известно, импульсную характеристику можно найти с помощью обратного z -преобразования системной функции. Используя формулу

$$h_m = \frac{1}{2\pi j} \oint z^{m-1} H(z) dz$$

обратного z -преобразования, находим m -й член в последовательности $\{h_k\}$:

$$h_m = \frac{1}{2\pi j} \oint \frac{az^m}{z - b} dz. \quad (3.4)$$

Интегрирование осуществляется по единичной окружности, внутри которой располагается точка полюса $z = b$. Поскольку вычет подынтегральной функции в точке полюса равен ab^m , то искомая импульсная характеристика фильтра представляет собой геометрическую прогрессию

$$\{h_k\} = (a, ab, ab^2, \dots), \quad (3.5)$$

которая является убывающей при $|b| < 1$.

Если в формуле для $H(z)$ провести замену переменной $z = \exp(j\omega \Delta)$, то получим частотный коэффициент передачи рекурсивного ЦФ:

$$K(j\omega) = \frac{\sum_{i=0}^{m-1} a_i e^{-j\omega i \Delta}}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} b_k e^{-j\omega k \Delta}}. \quad (3.6)$$

Для *рекурсивных фильтров* с вещественными коэффициентами имеем из выражения (3.6) получаем следующие выражения для АЧХ и ФЧХ:

$$A(\omega) = \sqrt{\frac{\left(\sum_{i=0}^{m-1} a_i \cos(\omega i \Delta)\right)^2 + \left(\sum_{i=0}^{m-1} a_i \sin(\omega i \Delta)\right)^2}{\left(1 - \sum_{k=1}^{n-1} b_k \cos(\omega k \Delta)\right)^2 + \left(\sum_{k=1}^{n-1} b_k \sin(\omega k \Delta)\right)^2}}, \quad (3.7)$$

$$\Phi(\omega) = -\operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{i=0}^{m-1} a_i \sin(\omega i \Delta)}{\sum_{i=0}^{m-1} a_i \cos(\omega i \Delta)} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{\sum_{k=1}^{n-1} b_k \sin(\omega k \Delta)}{1 - \sum_{k=1}^{n-1} b_k \cos(\omega k \Delta)} \right). \quad (3.8)$$

Существует значительное число различных форм реализации рекурсивных фильтров. Рассмотрим четыре основные формы: прямую, каноническую, каскадную (последовательную) и параллельную.

Прямая форма соответствует непосредственной реализации фильтра согласно (3.1) или (3.2) и имеет вид (рис. 3.1).

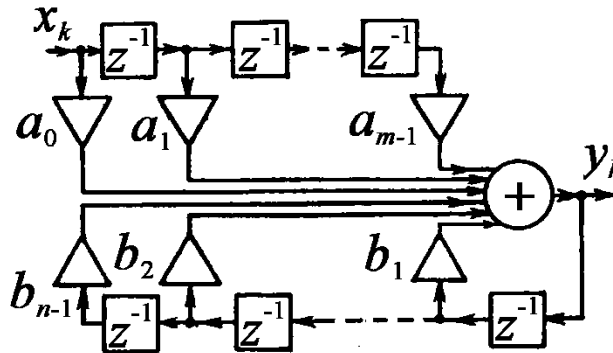


Рис. 3.1. Структурная схема рекурсивного ЦФ при прямой форме реализации

Рекурсивной части алгоритма соответствует нижняя часть структурной схемы. Недостатком данного принципа реализации является потребность в большом числе ячеек памяти, отдельно для рекурсивной и нерекурсивной частей.

Более совершенны канонические схемы рекурсивных ЦФ, в которых используется минимально возможное количество ячеек памяти, равное наибольшему из чисел \$(m-1)\$ и \$(n-1)\$.

Для случая \$m = n - 1\$ структурная каноническая схема рекурсивного ЦФ имеет вид (рис. 3.2). Как видно из этого рисунка число задержек минимально и равно \$L_O = \max(m - 1, n - 1)\$.

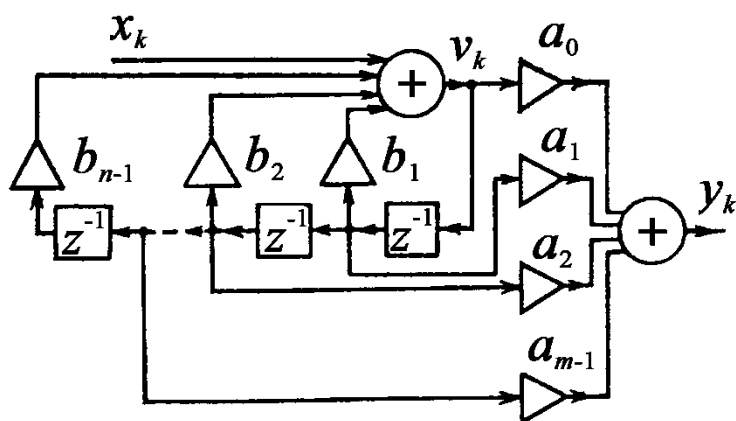


Рис. 3.2. Структурная каноническая схема рекурсивного ЦФ

Каскадная (последовательная) форма реализации представляет собой каскадное соединение однотипных звеньев, имеющее вид (рис. 3.3):

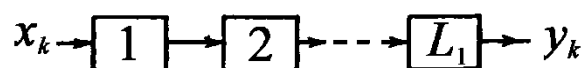


Рис. 3.3. Структурная схема при каскадной (последовательной) форме реализации рекурсивного ЦФ

Отдельные звенья, каждое из которых имеет свою системную функцию называются биквадратными блоками. Биквадратный блок является универсальным звеном, пригодным для построения любых фильтров.

Параллельная форма реализации фильтра представляет собой параллельное соединение однотипных звеньев, имеющее вид (рис. 3.4). Следует отметить, что каждое звено параллельной формы может быть реализовано в виде биквадратного блока, если в этом блоке коэффициент $\alpha_{2k} = 0$.

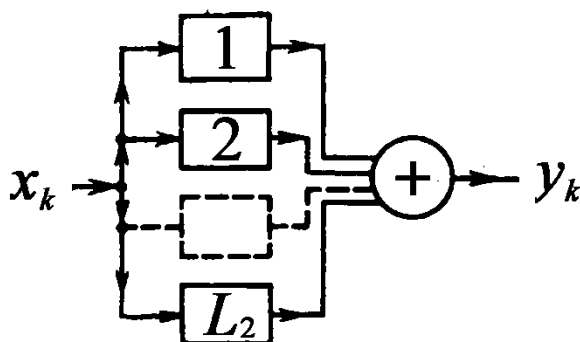


Рис. 3.4. Структурная схема при параллельной форме реализации рекурсивного ЦФ

Как правило, каскадная форма реализации рекурсивных фильтров обеспечивает наименьший уровень собственных шумов фильтра. Сложность аппаратной реализации рекурсивных ЦФ определяется теми же реализационными характеристиками, что и нерекурсивных ЦФ.

3.1.2. УСТОЙЧИВОСТЬ РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Рекурсивный ЦФ является дискретным аналогом динамической системы с обратной связью, поскольку в ячейках памяти хранятся значения его предшествующих состояний. Если заданы некоторые начальные условия, т. е. совокупность значений $y_{i-1}, y_{i-2}, \dots, y_{i-n+1}$, то в отсутствие входного сигнала фильтр будет образовывать элементы бесконечной последовательности $y_i, y_{i+1}, y_{i+2}, \dots$, играющей роль свободных колебаний.

Цифровой фильтр называется *устойчивым*, если возникающий в нем свободный процесс есть невозрастающая последовательность, т. е. значения $|y_n|$ при $n \rightarrow \infty$ не превышают некоторого положительного числа M независимо от выбора начальных условий.

Свободные колебания в рекурсивном ЦФ на основании алгоритма (3.1) являются решением линейного разностного уравнения

$$y_i = b_1 y_{i-1} + b_2 y_{i-2} + \dots + b_{n-1} y_{i-n+1}. \quad (3.9)$$

По аналогии с принципом решения линейных дифференциальных уравнений будем искать решение этого уравнения в виде показательной функции

$$y_i = \gamma^i \quad (3.10)$$

с неизвестным пока значением γ . Подставив это выражение в уравнение и сократив на общий множитель, убеждаемся, что γ является корнем характеристического уравнения

$$\gamma^{n-1} - b_1 \gamma^{n-2} - b_2 \gamma^{n-3} - \dots - b_{n-1} = 0. \quad (3.11)$$

На основании выражения для системной функции рекурсивного фильтра это уравнение в точности совпадает с уравнением, которому удовлетворяют полюсы системной функции.

Пусть система корней $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_{n-1}$ уравнения найдена. Тогда общее решение разностного уравнения (3.10) будет иметь вид

$$y_i = A_1 \gamma_1^i + A_2 \gamma_2^i + \dots + A_{n-1} \gamma_{n-1}^i. \quad (3.12)$$

Коэффициенты $A_1, A_2, \dots, A_{n-1}$ должны быть подобраны так, чтобы удовлетворялись начальные условия.

Если все полюсы системной функции $H(z)$, т. е. числа

$$z_1 = \gamma_1, \quad z_2 = \gamma_2, \quad \dots, \quad z_{n-1} = \gamma_{n-1} \quad (3.13)$$

по модулю не превосходят единицы, располагаясь внутри единичного круга с центром в точке $z = 0$, то на основании (3.12) любой свободный процесс в ЦФ будет описываться членами убывающих геометрических прогрессий и фильтр будет устойчив.

Первый критерий устойчивости рекурсивного ЦФ. Задачу об устойчивости рекурсивного ЦФ произвольного порядка можно решить, связав данную проблему с расположением корней многочленов. Для этого заметим, что преобразование вида

$$z = \frac{w+1}{w-1} \quad (3.14)$$

взаимно-однозначно отображает левую полуплоскость комплексной переменной w на единичный круг в комплексной плоскости z с центром в точке $z = 0$.

Возьмем характеристическое уравнение ЦФ

$$z^{n-1} - b_1 z^{n-2} - b_2 z^{n-3} - \dots - b_{n-1} = 0 \quad (3.15)$$

и подставим в него переменную z , выраженную через переменную w . В результате получаем выражение:

$$\left(\frac{w+1}{w-1}\right)^{n-1} - b_1 \left(\frac{w+1}{w-1}\right)^{n-2} - b_2 \left(\frac{w+1}{w-1}\right)^{n-3} - \dots - b_{n-1} = 0. \quad (3.16)$$

Приведя это выражение к общему знаменателю $(w-1)^{n-1}$, получим характеристическое уравнение относительно переменной w

$$(w+1)^{n-1} - b_1 (w-1)(w+1)^{n-2} - b_2 (w-1)^2 (w+1) - b_{n-1} (w-1)^{n-1} = 0. \quad (3.17)$$

Если многочлен по степеням w , образующий левую часть последней формулы, имеет корни лишь в левой полуплоскости, то исходный характеристический многочлен вида (3.15) имеет корни, располагающиеся лишь в единичном круге на z -плоскости. Как следствие, анализируемый рекурсивный ЦФ будет устойчивым.

Заметим, что для уравнения (3.15) выше четвёртой степени решение в радикалах, в общем случае, получить нельзя, здесь приходится использовать численные методы. Применение данного критерия позволяет не решать непосредственно уравнение (3.11) с полиномом $(n-1)$ степени, а делает возможным использование алгебраических критериев, например Раусса–Гурвица, для анализа расположения корней уравнения (3.17).

Второй критерий устойчивости рекурсивного ЦФ. Он формулируется следующим образом: для того чтобы рекурсивный ЦФ был устойчив, необходимо и достаточно выполнение абсолютной сходимости ряда:

$$\sum_{k=0}^{\infty} |h_k| < \infty. \quad (3.18)$$

Второй критерий устойчивости позволяет сделать следующие выводы:

- нерекурсивные ЦФ – КИХ-фильтры – устойчивы по определению;
- рекурсивные ЦФ – БИХ-фильтры – требуют проверки на устойчивость.

Неустойчивый фильтр, безусловно, неработоспособен в том случае, когда входной сигнал действует неограниченно долго, так как с какого-то момента времени выходной сигнал перестает зависеть от входного. Однако фильтр работоспособен и практически используется в тех случаях, когда входной сигнал действует в течение ограниченного интервала времени.

3.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Исследование частотных характеристик рекурсивного ЦФ.

1.1. Для заданного варианта алгоритма рекурсивного цифрового фильтра по таблице 3.1 определите:

- а) системную функцию, используя формулу (3.2);
- б) частотный коэффициент передачи, используя формулу (3.6);
- в) АЧХ, используя формулу (3.7);
- г) ФЧХ, используя формулу (3.8).

Таблица 3.1

Вариант №	Алгоритм работы фильтра	Δ , с
1	$y_i = 0,5y_{i-1} - x_i + 0,25x_{i-1} + 1/3x_{i-2}$	0,0002
2	$y_i = 1/3y_{i-2} - 0,5x_i + 0,25x_{i-1} + x_{i-2}$	0,0001
3	$y_i = 0,5y_{i-1} - 1/3y_{i-2} + 0,3x_i - 1/3x_{i-1} + 0,2x_{i-2}$	0,0003
4	$y_i = 0,4y_{i-1} + 0,3y_{i-2} + 0,7x_i - 0,3x_{i-1} + 0,5x_{i-2}$	0,00015
5	$y_i = 0,3y_{i-1} - 0,2y_{i-2} + 0,1x_i - 0,3x_{i-1} + 0,5x_{i-2}$	0,0009
6	$y_i = -0,2y_{i-1} + 0,4y_{i-2} - 0,2x_i + 0,6x_{i-1} + x_{i-2}$	0,00095

1.2. Используя пакет для математических вычислений MathCad рассчитайте АЧХ $|K(j2\pi f)|$ и ФЧХ $\Phi(2\pi f)$ рекурсивного фильтра, как функции частоты $f \in [0; 1000]$ Гц.

1.3. На основании результатов п. 1.2 постройте графики ФЧХ и нормированной на максимум АЧХ рекурсивного цифрового фильтра в зависимости от частоты.

2. Анализ результатов измерений.

2.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

- а) определение типа фильтра по его АЧХ;
- б) характеристику зависимости АЧХ и ФЧХ БИХ-фильтра от частоты.

Контрольные вопросы:

- 1. В чем состоит отличие трансверсального и рекурсивного фильтров?
- 2. Алгоритм фильтрации рекурсивного фильтра.
- 3. АЧХ и ФЧХ рекурсивных фильтров.
- 4. Системная функция и импульсная характеристика рекурсивного фильтра.
- 5. Формы реализации рекурсивных фильтров.
- 6. Что такое порядок ЦФ и как сказывается его значение при реализации фильтра?
- 7. Как определить дискретные переменные в Mathcad с произвольным шагом?
- 8. Как определить индексированную переменную?
- 9. Какие виды массивов в Mathcad Вам известны?

4. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК РЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 2)

Цель работы: исследование прохождения дискретного сигнала через рекурсивный цифровой фильтр, приобретение практических навыков в реализации прохождения дискретного сигнала по заданным алгоритмам цифровой фильтрации программными средствами.

Используемые приборы и оборудование:

- 1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
- 2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

- 1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.

2. Изучить теоретический и ранее полученный практический материал по теме лабораторной работы №7.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, координатные оси графиков.

4.1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Прохождение дискретного сигнала через рекурсивный цифровой фильтр.

1.1. По заданному варианту аналогового сигнала $x(t)$ из таблицы 4.1 и интервалу дискретизации Δ определите последовательность входного сигнала $\{x_k\}$. Значения отсчетов $\{x_k\}$ запишите в таблицу 4.2.

Таблица 4.1

Вариант №	Входной сигнал	f_0 , Гц
1	$x(t) = \frac{1}{2} \sin(\omega_0 t) + \frac{1}{3} \cos(\omega_0 t)$	500
2	$x(t) = \sin(\omega_0 t) \cos(\omega_0 t)$	200
3	$x(t) = \sin(\omega_0 t)$	700
4	$x(t) = \cos(\omega_0 t)$	250
5	$x(t) = \sin^2(\omega_0 t)$	400
6	$x(t) = \cos^2(\omega_0 t)$	300

Таблица 4.2

k	$\{x_k\}$	$\{y_k\}$
0		
...		
19		

1.2. Изобразите входной сигнал $x(t)$ и его дискретное представление $\{x_k\}$ в зависимости от номера отсчета.

1.3. Составьте программу в пакете для математических вычислений MathCad, реализующую заданный в лабораторной работе №7 алгоритм фильтрации.

1.4. Рассчитайте последовательность отсчетов сигнала на выходе рекурсивного ЦФ $\{y_k\}$, учитывая частоту сигнала f_0 (таблица 4.2.). Результаты запишите в таблицу 4.3.

1.5. Изобразите дискретное представление выходного сигнала в зависимости от номера отсчета $\{y_k\}$ и по значениям восстановите его форму $y(t)$.

2. Исследуйте на устойчивость рекурсивный цифровой фильтр для заданного варианта алгоритма фильтрации.

3. Анализ результатов измерений.

3.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

а) анализ изменения формы (амплитуды и фазы) сигнала при его прохождении через рекурсивный ЦФ.

б) анализ устойчивости фильтра.

Дополнительное задание:

4. Получите у преподавателя вариант алгоритм рекурсивного цифрового фильтра четвертого порядка. Исследуйте фильтр на устойчивость.

Контрольные вопросы:

1. Почему возникает проблема устойчивости рекурсивного ЦФ?
2. Критерии устойчивости рекурсивных ЦФ.
3. Какие отличительные особенности характеристик рекурсивных цифровых фильтров, в отличие от характеристик трансверсальных фильтров?
4. В чем заключаются преимущества ЦФ над аналоговыми фильтрами и в чем заключаются их недостатки?
5. Что такое порядок ЦФ и как сказывается его значение при реализации фильтра?
6. Что такое нули и полюса передаточной функции ЦФ?
7. Как определить устойчивость ЦФ по значениям его нулей и полюсов?
8. Как построить несколько графиков в одной системе координат?

5. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 9 ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СИНТЕЗИРОВАННЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 1)

Цель работы: исследование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик цифровых фильтров (ЦФ) с бесконечной импульсной характеристикой, синтезированных методом билинейного преобразования.

Используемые приборы и оборудование:

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.
2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический материал по теме лабораторной работы.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, основные теоретические положения и формулы, координатные оси графиков. Составить примерные алгоритмы рабочих программ для выполнения практического задания и выписать используемые операторы.

5.1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

5.1.1. ЗАДАЧА СИНТЕЗА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С ЗАДААННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Проектирование цифрового фильтра включает три основных этапа:

1. Определение требуемых свойств системы;
2. Аппроксимацию этих требований на основе физически реализуемых дискретных систем;
3. Реализацию системы при использовании арифметики с ограниченной точностью.

Первый этап зависит от конкретного применения данного фильтра. На втором этапе требования, как для аналоговых, так и для цифровых фильтров, как правило, задаются в частотной области и при фиксированной частоте дискретизации структура ЦФ может быть получена путем преобразования частотных требований для аналогового фильтра в частотные требования для ЦФ. Отдельной проблемой является определение соответствующего набора требований для конкретного типа ЦФ. Например, в случае ФНЧ требования часто принимают вид допусков на ошибки аппроксимации, как показано на рис. 5.1.

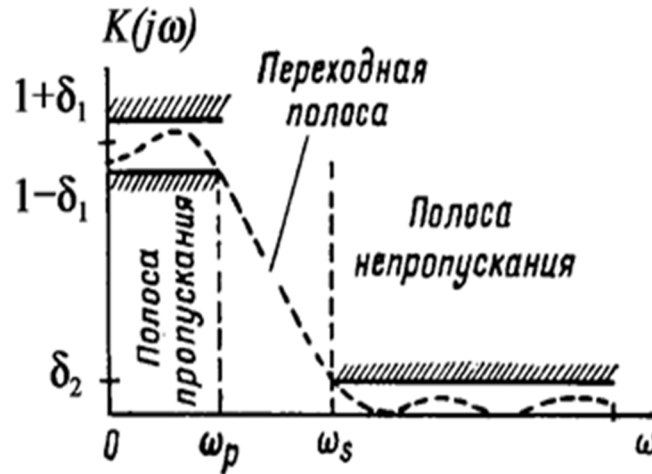


Рис. 5.1. График частотной характеристики системы с указанием характерных полос частот

На основе теоремы Котельникова: $\frac{\pi}{\Delta} = \frac{\omega_{\text{д}}}{2} = \omega_{\text{в}}$.

Пунктирная кривая представляет частотную характеристику системы, удовлетворяющую заданным требованиям. Имеется полоса пропускания, в пределах которой характеристика должна аппроксимироваться величиной, равной 1 с ошибкой $\pm \delta_1$, т.е. $1 - \delta_1 \leq |K(j\omega)| \leq 1 + \delta_1$, $|\omega| \leq \omega_p$. Имеется полоса непропускания, в которой характеристика должна аппроксимироваться нулевым значением с ошибкой, меньшей, чем δ_2 , т.е. $|K(j\omega)| < \delta_2$, $\omega_s \leq |\omega| \leq \pi / \Delta$. Чтобы сделать возможной аппроксимацию идеального фильтра нижних частот таким способом, мы должны также представить переходную полосу ненулевой ширины $(\omega_s - \omega_p)$, в которой характеристика плавно спадает от значения в полосе пропускания до значения в полосе непропускания.

Для расчета цифровых БИХ-фильтров по данным аналоговых фильтров необходимо:

При преобразовании аналоговой системы в цифровую получить либо $H(z)$, либо $\{h_k\}$ из расчета аналогового фильтра. При таких преобразованиях, как правило, требуется, чтобы существенные свойства аналоговой частотной характеристики сохранялись в частотной характеристике получающегося в результате преобразования ЦФ.

Устойчивый аналоговый фильтр должен быть преобразован в устойчивый ЦФ. Это означает, что если аналоговая система имеет полюсы только в левой половине p -плоскости, то ЦФ должен иметь полюсы только внутри единичного круга на z -плоскости.

5.1.2 МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ С БЕСКОНЕЧНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

1. Метод инвариантной импульсной характеристики:

Одна из процедур преобразования данных расчета аналогового фильтра для расчета ЦФ соответствует выбору в качестве импульсной характеристики ЦФ равномерно распределенных отсчетов импульсной характеристики аналогового фильтра.

Импульсной характеристикой является:

$$h_k = h_a(k \Delta), \quad (5.1)$$

где Δ – период дискретизации.

Частотная характеристика ЦФ связана с частотной характеристикой аналогового фильтра соотношением:

$$K(j\omega) = \frac{1}{\Delta} \sum_{k=-\infty}^{\infty} K_a \left(j\omega + j \frac{2\pi}{\Delta} k \right). \quad (5.2)$$

$$K_a(p) = \frac{\sum_{k=0}^M d_k p^k}{\sum_{k=0}^N c_k p^k} = \frac{Y_a(p)}{X_a(p)} \quad (5.3)$$

– передаточная функция аналоговой системы, а $Y_a(p)$ и $X_a(p)$ – преобразования Лапласа соответственно выходного $y_a(t)$ и входного $x_a(t)$ сигналов.

В соответствии с теоремой Котельникова очевидно, что если $K_a(j\omega) = 0$, $|\omega| \geq \pi / \Delta$, то $K(j\omega) = \frac{1}{\Delta} K_a(j\omega)$, $|\omega| \leq \frac{\pi}{\Delta}$. Однако любой практический аналоговый фильтр не будет обладать резко ограниченной полосой, и, следовательно, имеет место явление наложения между последовательными членами в, как показано на рис. 5.2.

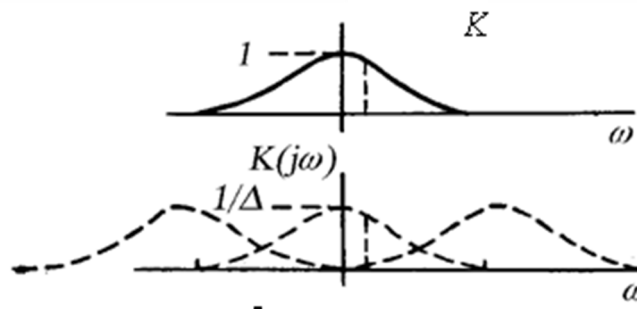


Рис. 5.2. Частотные характеристики $K_a(j\omega)$ аналогового и $K(j\omega)$ цифрового фильтров

Из-за явления наложения, которое возникает в процессе дискретизации, частотная характеристика результирующего ЦФ не будет идентична исходной аналоговой частотной характеристике.

Если аналоговый фильтр является устойчивым (т.е. действительная часть p_k меньше нуля), то величина $\exp(p_k \Delta)$ будет меньше единицы, так что соответствующий полюс в ЦФ находится внутри единичного круга и, следовательно, ЦФ является также устойчивым. Необходимо отметить, что когда аналоговый фильтр является «достаточно ограниченным по полосе», то инвариантность импульсной характеристики дает ЦФ, частотная характеристика которого имеет вид:

$$K(j\omega) \approx \frac{1}{\Delta} K_a(j\omega). \quad (5.4)$$

2. Метод расчета, основанный на численном решении дифференциального уравнения:

Аналоговая система, имеющая передаточную функцию $K_a(p)$ (5.3), может быть описана дифференциальным уравнением

$$\sum_{k=0}^N c_k \left(\frac{d^k y_a(t)}{dt^k} \right) = \sum_{k=0}^M d_k \left(\frac{d^k x_a(t)}{dt^k} \right). \quad (5.5)$$

Второй подход к получению ЦФ заключается в аппроксимации производных в этом выражении с помощью конечных разностей. Эта процедура объясняется тем, что производная аналоговой временной функции может аппроксимироваться с помощью разности между последовательными отсчетами функции, подлежащей дифференцированию. По мере того, как частота дискретизации увеличивается, т. е. отсчеты оказываются ближе друг к другу, точность аппроксимации производной будет возрастать.

Взяв z -преобразования от каждой части дифференциального уравнения, находим системную функцию ЦФ:

$$H(z) = \frac{\sum_{k=0}^M d_k \left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta} \right]^k}{\sum_{k=0}^N c_k \left[\frac{1-z^{-1}}{\Delta} \right]^k}. \quad (5.6)$$

Из сравнения этого выражения и $K_a(p)$ видно, что системная функция может быть получена непосредственно из аналоговой передаточной функции путем замены переменных

$$p = \frac{1 - z^{-1}}{\Delta}. \quad (5.7)$$

Замена производных конечными разностями обеспечивает точное отображение p -плоскости на z -плоскость.

Преимущество ЦФ, рассчитанных по методу численного решения дифференциального уравнения, состоит в том, что уменьшение периода дискретизации теоретически позволяет получить лучший фильтр по сравнению с фильтром, рассчитанным по методу инвариантности импульсной характеристики. В общем случае, использование метода прямых или обратных разностей в цифровой обработке сигналов дает плохие результаты для любых фильтров, кроме фильтров нижних частот.

3. Метод билинейного преобразования:

Данная процедура основана на интегрировании дифференциального уравнения и последующей численной аппроксимации интеграла.

$H(z)$ получается из $K_a(p)$ с помощью замены переменных:

$$p = \frac{2}{\Delta} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}. \quad (5.8)$$

Преобразование, использующее замену (5.8), носит название *билинейного преобразования*.

Особый класс фильтров, для которых это справедливо, представляют фильтры, для аппроксимации которых выбрана идеальная кусочно-постоянная характеристика. Например, если необходимо рассчитать фильтр нижних частот, то отыскивается аппроксимация для идеальной характеристики нижних частот, показанной на рис. 5.3.

Если можно рассчитать идеальный фильтр нижних частот в p -плоскости с частотой среза,

$$\omega_{a\text{cp}} = \frac{2}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_{н\text{cp}} \Delta}{2} \right), \quad (5.9)$$

$$\omega_{н\text{cp}} = \frac{2}{\Delta} \operatorname{tg} \left(\frac{\omega_{с\text{a cp}} \Delta}{2} \right), \quad (5.10)$$

то в результате отображения такого фильтра на z -плоскость с помощью билинейного преобразования получится идеальная характеристика, показанная на рис. 5.3. Однако точно реализовать идеальный фильтр этого типа ни в аналоговом, ни в цифровом случае невозможно.

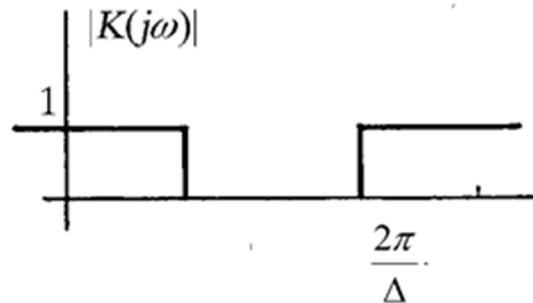


Рис. 5.3. График АЧХ идеального фильтра нижних частот

Типичными примерами частотно-избирательных аналоговых фильтров являются фильтры Баттерворта, Чебышева и эллиптические. Аналоговый фильтр Баттерворта обладает монотонной характеристикой в полосах пропускания и непропускания. Чебышевский фильтр имеет характеристику с равновеликими пульсациями в полосе пропускания и монотонную в полосе непропускания. Эллиптический фильтр имеет равновеликие пульсации, как в полосе пропускания, так и в полосе непропускания. Эти свойства будут сохраняться, когда аналоговый фильтр отображается в ЦФ с помощью билинейного преобразования.

Хотя билинейное преобразование может быть эффективно использовано для отображения кусочно-постоянной амплитудной характеристики из p -плоскости на z -плоскость, деформация шкалы частот будет проявляться в искажениях фазовой характеристики фильтра.

5.2. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Расчет цифрового фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка.

1.1. Получите у преподавателя вариант задания из табл. 5.1.

Таблица 5.1

Вар. №	Входной сигнал	Частоты колебания F_c , Гц.	F_{cp} , Гц	Δ , с
1	$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)$	$f_1=400, f_2=2000$	$f_{cp}=1000$	0,0002
2	$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)$	$f_1=300, f_2=1800$	$f_{cp}=800$	0,0004
3	$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)$	$f_1=700, f_2=2500$	$f_{cp}=800$	0,0001
4	$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)$	$f_1=500, f_2=2500$	$f_{cp}=1000$	0,0001
5	$x(t)=\sin(\omega_1 t)+\cos(\omega_2 t)$	$f_1=200, f_2=3000$	$f_{cp}=800$	0,0001

1.2. Для заданных параметров варианта методом билинейного преобразования рассчитайте и определите:

- а) системную функцию, используя формулу (5.12);
- б) коэффициенты фильтра, используя формулу (5.13);
- б) частотный коэффициент передачи, используя формулу (5.16);
- в) АЧХ, используя формулу (5.17);
- г) ФЧХ, используя формулу (5.21);
- д) Групповое время запаздывания (ГВЗ), используя формулу (5.23).

Передаточная функция аналогового фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка, рассматриваемая относительно истинной комплексной частоты p :

$$K_a(p) = \frac{1}{\frac{p}{\omega_{ca}} + 1}, \quad (5.11)$$

где ω_{ca} – круговая частота среза аналогового фильтра нижних частот.

Получим z -преобразование импульсной характеристики цифрового фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка. Для этого выполним билинейное преобразование выражения (5.11), то есть осуществим замену переменных по формуле (5.8). В результате получаем:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1}{\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} \frac{z-1}{z+1} + 1} = \frac{z+1}{\left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)z - \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} - 1\right)} = \\ &= \frac{\left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)^{-1} z + \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)^{-1}}{z - \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} - 1\right) / \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)} = \frac{a_0 z + a_1}{z - b_1} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 - b_1 z^{-1}}. \end{aligned} \quad (5.12)$$

Здесь коэффициенты фильтра определяются следующим образом:

$$a_0 = \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)^{-1}, a_1 = \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right)^{-1}, b_1 = \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} - 1\right) / \left(\frac{2}{\omega_{ca}\Delta} + 1\right). \quad (5.13)$$

Выходной сигнал w_i рекурсивного цифрового фильтра определяется через входной сигнал x_i определяемым следующим выражением

$$w_i = \sum_{l=0}^m a_l x_{i-l} + \sum_{k=1}^n b_k w_{i-k}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (5.14)$$

где m – количество нулей системной функции $H(z)$ рекурсивного цифрового фильтра, n – количество полюсов системной функции $H(z)$ рекурсивного цифрового фильтра.

Итак, в общем случае z -преобразование импульсной характеристики цифрового фильтра выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{W(z)}{Y(z)} = \frac{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_m z^{-m}}{1 - b_1 z^{-1} - \dots - b_n z^{-n}} = \frac{\sum_{l=0}^m a_l z^{-l}}{1 - \sum_{k=1}^n b_k z^{-k}} = \\ &= \frac{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_m z^{n-m}}{z^n - b_1 z^{n-1} - \dots - b_n} = \frac{\sum_{l=0}^m a_l z^{n-l}}{z^n - \sum_{k=1}^n b_k z^{n-k}}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

Частотный коэффициент передачи $K(j\omega)$ фильтра получается путем замены в $H(z)$ переменной z на $\exp(j\omega\Delta)$, и принимает следующий вид:

$$K(j\omega) = \frac{\sum_{l=0}^m a_l \exp[-jl\omega\Delta]}{1 - \sum_{k=1}^n b_k \exp[-jk\omega\Delta]} = \frac{\sum_{l=0}^m a_l \cos[l\omega\Delta] - j \sum_{l=0}^m a_l \sin[l\omega\Delta]}{(1 - \sum_{k=1}^n b_k \cos[k\omega\Delta]) + j(\sum_{k=1}^n b_k \sin[k\omega\Delta])}. \quad (5.16)$$

Амплитудно-частотная характеристика (АЧХ) фильтра определяется выражением:

$$|K(j\omega)| = \sqrt{K(j\omega)K(-j\omega)}, \quad (5.17)$$

после упрощения:

$$|K(j\omega)| = \left(\frac{\left(\sum_{l=0}^m a_l \cos[l\omega\Delta] \right)^2 + \left(\sum_{l=0}^m a_l \sin[l\omega\Delta] \right)^2}{\left(1 - \sum_{k=1}^n b_k \cos[k\omega\Delta] \right)^2 + \left(\sum_{k=1}^n b_k \sin[k\omega\Delta] \right)^2} \right)^{1/2}. \quad (5.18)$$

Фазочастотная характеристика (ФЧХ) фильтра находится из выражения:

$$\phi(\omega) = \arg(K(j\omega)) = \arctg\left(\frac{\operatorname{Im}(K(j\omega))}{\operatorname{Re}(K(j\omega))}\right), \quad (5.19)$$

где $\operatorname{Re}(K(j\omega))$ и $\operatorname{Im}(K(j\omega))$ - действительная и мнимая части передаточной функции $K(j\omega)$ соответственно. Воспользуемся правилом:

$$\phi\left(\frac{A(j\omega)}{B(j\omega)}\right) = \phi(A(j\omega)) - \phi(B(j\omega)) \quad (5.20)$$

и произведем подстановку для $\phi(\omega)$, в результате получим:

$$\phi(\omega) = \arctg\left(-\frac{\sum_{l=0}^m a_l \sin[l\omega\Delta]}{\sum_{l=0}^m a_l \cos[l\omega\Delta]}\right) - \arctg\left(\frac{\sum_{k=1}^n b_k \sin[k\omega\Delta]}{\sum_{k=1}^n b_k \cos[k\omega\Delta]}\right). \quad (5.21)$$

При необходимости можно воспользоваться правилом: $\arctg(-x) \cdot n - \arctg(x)$, где $n = 0, 1, 2, 3, \dots$.

Еще одной характеристикой фильтра является групповое время запаздывания (ГВЗ) (групповое время задержки) фильтра, рассчитываемое с помощью соотношения:

$$\tau_z = -\frac{d\phi(\omega)}{d\omega}, \quad (5.22)$$

после вычисления производной ФЧХ по круговой частоте, выражение (5.22) принимает следующий вид:

$$\begin{aligned} \tau_z = \Delta & \left(\frac{\left(\sum_{l=0}^m l a_l \cos[l\omega\Delta] \right) \left(\sum_{l=0}^m a_l \cos[l\omega\Delta] \right) + \left(\sum_{l=0}^m l a_l \sin[l\omega\Delta] \right) \left(\sum_{l=0}^m a_l \sin[l\omega\Delta] \right)}{\left(\sum_{l=0}^m a_l \sin[l\omega\Delta] \right)^2 + \left(\sum_{l=0}^m a_l \cos[l\omega\Delta] \right)^2} \right) + \\ & + \frac{\left(\sum_{k=1}^n k b_k \cos[k\omega\Delta] \right) \left(1 - \sum_{k=1}^n b_k \cos[k\omega\Delta] \right) - \left(\sum_{k=1}^n k b_k \sin[k\omega\Delta] \right) \left(\sum_{k=1}^n b_k \sin[k\omega\Delta] \right)}{\left(\sum_{k=1}^n b_k \sin[k\omega\Delta] \right)^2 + \left(1 - \sum_{k=1}^n b_k \cos[k\omega\Delta] \right)^2}. \quad (5.23) \end{aligned}$$

1.3. Изобразите входной сигнал $x(t)$ и его амплитудный спектр.

1.4. Используя пакет для математических вычислений MathCad рассчитайте АЧХ, ФЧХ и ГВЗ фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка.

1.5. На основании результатов п. 1.2 постройте графики ФЧХ, нормированной на максимум АЧХ и ГВЗ фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка в зависимости от частоты.

1.6. Составьте программу в MathCad, реализующую алгоритм фильтрации для рекурсивного фильтра. В качестве коэффициентов фильтра используйте значения коэффициентов фильтра нижних частот Баттерворта 1-го порядка.

1.7. Изобразите дискретное представление выходного сигнала в зависимости от номера отсчета и по значениям восстановите форму $y(t)$. Изобразите амплитудный спектр на выходе цифрового фильтра.

2 Анализ результатов измерений.

2.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

а) определение типа фильтра по его АЧХ;

б) анализ АЧХ фильтра Баттерворта.

в) анализ изменения формы сигнала при его прохождении через рекурсивный ЦФ 1-го.

Контрольные вопросы:

1. Этапы проектирования цифрового фильтра.
2. Условия для расчета цифровых БИХ-фильтров по данным аналоговых фильтров.
3. Метод инвариантной импульсной характеристики.
4. Метод расчета, основанный на численном решении дифференциального уравнения.
5. Метод билинейного преобразования.
6. В чем заключается преимущество метода билинейного преобразования относительно других методов?
7. В каких случаях MathCAD не может найти корень уравнения?
8. Какая системная переменная отвечает за точность вычислений?

6. ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СИНТЕЗИРОВАННЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ (ЧАСТЬ 2)

Цель работы: исследование амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик цифровых фильтров (ЦФ) с бесконечной импульсной характеристикой, синтезированных методом билинейного преобразования.

Используемые приборы и оборудование:

1. Измерительный комплекс на основе IBM PC.

2. Программа математических вычислений MathCad.

Подготовка к выполнению работы:

1. Ознакомиться с описанием лабораторной работы, используемых приборов и программ.
2. Изучить теоретический и ранее полученный практический материал по теме лабораторной работы № 9.
3. Подготовить рабочий отчет, который должен содержать: название и цель лабораторной работы, координатные оси графиков.

6.1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Расчет цифрового фильтра нижних частот Баттерворта 2-го порядка.

1.1. Используя пакет для математических вычислений MathCad рассчитайте АЧХ, ФЧХ и ГВЗ фильтра нижних частот Баттерворта 2-го порядка.

1.2. На основании результатов п. 1.2 лабораторной работы № 9 постройте графики ФЧХ, нормированной на максимум АЧХ и ГВЗ фильтра нижних частот Баттерворта 2-го порядка в зависимости от частоты.

1.3. Составьте программу в MathCad, реализующую алгоритм фильтрации для рекурсивного фильтра. В качестве коэффициентов фильтра используйте рассчитанные значения коэффициентов фильтра нижних частот Баттерворта 2-го порядка.

1.4. Изобразите дискретное представление выходного сигнала в зависимости от номера отсчета и по значениям восстановите формулу $y(t)$. Изобразите амплитудный спектр на выходе цифрового фильтра.

2. Анализ результатов измерений.

2.1. Запишите выводы по работе. Выводы должны содержать:

- а) сравнение АЧХ фильтров Баттерворта 1-го и 2-го порядков;
- б) анализ изменения формы сигнала при его прохождении через рекурсивный цифровой ФНЧ 1-го и 2-го порядка.

Дополнительное задание:

3.1. Используя пакет для математических вычислений MathCad рассчитайте АЧХ, ФЧХ и ГВЗ фильтра нижних частот Баттерворта 3-го порядка.

3.2. Повторите пункты 1.2-1.4 для фильтра Баттерворта 3-го порядка.

3.3. Проведите анализ изменения формы сигнала при его прохождении через рекурсивный цифровой ФНЧ 1-го и 3-го порядка.

Контрольные вопросы:

1. Этапы проектирования цифрового фильтра.
2. Условия для расчета цифровых БИХ-фильтров по данным аналоговых фильтров.

3. Метод инвариантной импульсной характеристики.
4. Метод расчета, основанный на численном решении дифференциального уравнения.
5. Метод билинейного преобразования.
6. В чем заключается преимущество метода билинейного преобразования относительно других методов?
7. Системная функция, частотный коэффициент передачи фильтра Баттерворта.
8. АЧХ и ФЧХ фильтра Баттерворта.
9. Особенности фильтра Баттерворта.
10. В чем заключаются преимущества ЦФ над аналоговыми фильтрами и в чем заключаются их недостатки?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солонина А.И. Основы цифровой обработки сигналов: Курс лекций / А.И. Солонина, Д.А. Улахович, С.М. Арбузов, Е.Б. Соловьева. – 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 768 с.
2. Голубинский А.Н. Теория цифровой обработки сигналов: учеб. пособие / А.Н. Голубинский, С.В. Ролдугин, И.В. Лазарев. – Воронеж: Воронежский институт МВД России, 2009. – 132 с.
3. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы: Учеб. для вузов / С.И. Баскаков. – 5-е изд. – М.: Высш. шк., 2006. – 462 с.
4. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учеб. для вузов / А.Б. Сергиенко. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2006. – 751 с.
5. Оппенгейм А. Цифровая обработка сигналов / А. Оппенгейм, Р. Шафер. – 2-е изд. – М.: Техносфера, 2007. – 856 с.
6. Дьяконов В. П. Mathcad 11/12/13 в математике. Справочник. М. Горячая линия. Телеком. – 2007. – 958 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

СПРАВОЧНЫЕ СВЕДЕНИЯ

Таблица П.1

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц, их наименования и обозначения

Множитель	Приставка	Обозначение приставки	
		русское	международное
10^{-18}	атто	а	a
10^{-15}	фемто	ф	f
10^{-12}	пико	п	p
10^{-9}	нано	н	n
10^{-6}	микро	мк	μ
10^{-3}	милли	м	m
10^{-2}	санти	с	c
10^{-1}	деци	д	d
10^1	дека	да	da
10^2	гекто	г	h
10^3	кило	к	k
10^6	мега	М	M
10^9	гига	Г	G
10^{12}	тера	Т	T
10^{15}	пета	П	P
10^{18}	экса	Э	E

Таблица П.2

Греческий алфавит

Прописные	Строчные	Название	Прописные	Строчные	Название
Α	α	альфа	Ν	ν	ни (ню)
Β	β	бета	Ξ	ξ	кси
Γ	γ	гамма	Ο	ο	омикрон
Δ	δ	дельта	Π	π	пи
Ε	ε	эпсилон	Ρ	ρ	ро
Ζ	ζ	дзета	Σ	σ	сигма
Η	η	эта	Τ	τ	тау
Θ	θ	тета (тэта)	Υ	υ	ипсилон
Ι	ι	иота (йота)	Φ	φ	фи
Κ	κ	каппа	Χ	χ	хи
Λ	λ	ламбда	Ψ	ψ	пси
Μ	μ	ми (мю)	Ω	ω	омега

ОГЛАВЛЕНИЕ

Порядок выполнения лабораторных работ.....	3
Режим техники безопасности в лаборатории	4
1. Лабораторная работа № 5. Исследование характеристик трансверсальных цифровых фильтров (часть 1).....	4
1.1. Теоретические сведения.....	5
1.1.1. Цифровая фильтрация сигналов	5
1.1.2. Трансверсальные цифровые фильтры	9
1.2. Порядок выполнения работы	12
2. Лабораторная работа № 6. Исследование характеристик трансверсальных цифровых фильтров (часть 2)	13
2.1. Порядок выполнения работы	14
3. Лабораторная работа № 7. Исследование характеристик рекурсивных цифровых фильтров (часть 1)	15
3.1. Теоретические сведения.....	16
3.1.1. Рекурсивная фильтрация сигналов	16
3.1.2. Устойчивость рекурсивных цифровых фильтров.....	20
3.2. Порядок выполнения работы	22
4. Лабораторная работа № 8. Исследование характеристик рекурсивных цифровых фильтров (часть 2)	23
4.1. Порядок выполнения работы.....	24
5. Лабораторная работа № 9. Исследование характеристик синтезированных цифровых фильтров (часть 1)	25
5.1. Теоретические сведения	26
5.1.1. Задача синтеза цифровых фильтров с заданными характеристиками.....	26
5.1.2. Методы расчета цифровых фильтров с бесконечной импульсной характеристикой.....	28
5.2. Порядок выполнения работы	31
6. Лабораторная работа № 10. Исследование характеристик синтезированных цифровых фильтров (часть 2)	35
6.1. Порядок выполнения работы	36
Библиографический список	37
Приложение. Справочные сведения	38

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ №5-10
для студентов специальности 11.05.01
«Радиоэлектронные системы и комплексы»
очной формы обучения

Составители:

Голубинский Андрей Николаевич,
Журавлёв Дмитрий Владимирович,
Проскурин Дмитрий Константинович,
Кузьменко Роман Валентинович

Издается в авторской редакции

Подписано к изданию 14.09.2023.
Уч.-изд. л. 2,1.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет» 394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84