

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования**

**«Воронежский государственный технический
университет»**

Кафедра радиотехники

**АНАЛИЗ
АНАЛОГОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ
В СИСТЕМЕ MATLAB**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

**к лабораторным работам № 1-2
для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»**

Воронеж 2025

УДК 621.39(075.8)
ББК 32.811я7

Составитель
д-р техн. наук А. Б. Токарев

Анализ аналоговых линейных цепей в системе MATLAB: методические указания к лабораторным работам №1-2 для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи» / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост. А. Б. Токарев. Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2025. 32 с.

Содержат краткие сведения и рекомендации по подготовке к лабораторным занятиям, индивидуальные варианты заданий и указания по проведению лабораторного практикума по первым двум лабораторным работам дисциплины «Цифровые алгоритмы обработки и демодуляции сигналов».

Предназначены для магистрантов направления 11.04.01 «Радиотехника», магистерская программа «Радиотехнические средства обработки и защиты информации в каналах связи».

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле «мРТ_ЛР_1_2_Аналоговые фильтры.pdf»

Ил. 9. Табл. 2 Библиогр.: 5 назв.

УДК 621.39(075.8)
ББК 32.811я7

Рецензент – А. В. Башкиров, д-р техн. наук, зав. кафедрой конструирования и производства радиоаппаратуры ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ВВЕДЕНИЕ

Освоение дисциплины «Цифровые алгоритмы обработки и демодуляции сигналов» предполагает изучение студентами теоретических основ ЦОС, особенностей процессов дискретизации и квадратурной обработки сигналов, вопросов изменения частоты дискретизации, способов частотно-избирательной и адаптивной фильтрации сигналов. В соответствии с этим, методические указания содержат краткое теоретическое введение, определяющее круг вопросов, подлежащих изучению, домашнее задание к лабораторным исследованиям и методические рекомендации по проведению экспериментов. Работы выполняются побригадно (в малых исследовательских группах), что позволяет не только освоить навыки командной работы, но и способствует более глубокой проработке материалов за счет обсуждения получаемых результатов в малых исследовательских группах. Состав малых исследовательских групп (бригад) студенты согласуют с преподавателем на начальном этапе освоения учебного курса. При этом каждой бригаде присваивается номер **НБ**. Выполнение работ завершается защитой полученных результатов перед преподавателем.

Следует иметь в виду, что предусматриваемый данным пособием объем теории и лабораторных исследований является лишь необходимым минимумом. Студентам, заинтересованным в получении высококачественной подготовки необходимо расширять этот минимум чтением рекомендованной учебной литературы и проработкой дополнительных вопросов по индивидуальному согласованию с преподавателем.


1. Краткое знакомство с системой компьютерной математики MATLAB

1.1. Теоретические основы

Система компьютерной математики MATLAB в настоящее время является не только одной из наиболее мощных универсальных систем компьютерной математики, но также средой для выполнения разноплановых, в том числе узкоспециализированных инженерных расчетов и для работы с многими внешними устройствами, включая программируемые логические интегральные схемы (ПЛИС). Как следствие, это весьма ценный рабочий инструмент для разработчиков радиоаппаратуры и систем связи (впрочем, как и для многих технических систем в иных инженерных областях).

Программы, написанные на MATLAB, бывают двух типов – функции и скрипты. Функции имеют входные и выходные аргументы, а также собственное рабочее пространство для хранения промежуточных результатов вычислений и переменных. Скрипты же используют общее рабочее пространство. Как скрипты, так и функции сохраняются в виде текстовых файлов (так называемых М-кодов) и компилируются в машинный код динамически. Подробную информацию об особенностях написания программ для системы MATLAB можно найти, например, в учебной литературе [1-2]. Целью же настоящей лабораторной работы является освоение некоторых простейших приёмов разработки М-кодов.

Для создания как скриптов, так и MATLAB-функций удобно использовать имеющийся в среде MATLAB редактор М-кодов, который обеспечивает цветное выделение элементов структуры М-кодов, динамически отмечает появляющиеся ошибки, подсвечивает парные элементы программы, помогает выполнять форматирование текста М-кода, позволяет устанавливать в программе точки останова и многое другое (рис. 1.1). Отметим, однако, что если MATLAB-скрипт легко может быть

вызван на выполнение нажатием кнопки «Run» , то активировать таким же образом функцию невозможно, т.к. вызов MATLAB-функций предполагает передачу им каких-то аргументов, которые при простом нажатии «Run» взять неоткуда. Поэтому выполнение М-кода начинается с какого-либо скрипта, в теле которого может быть произвольное количество вызовов других скриптов и/или функций.

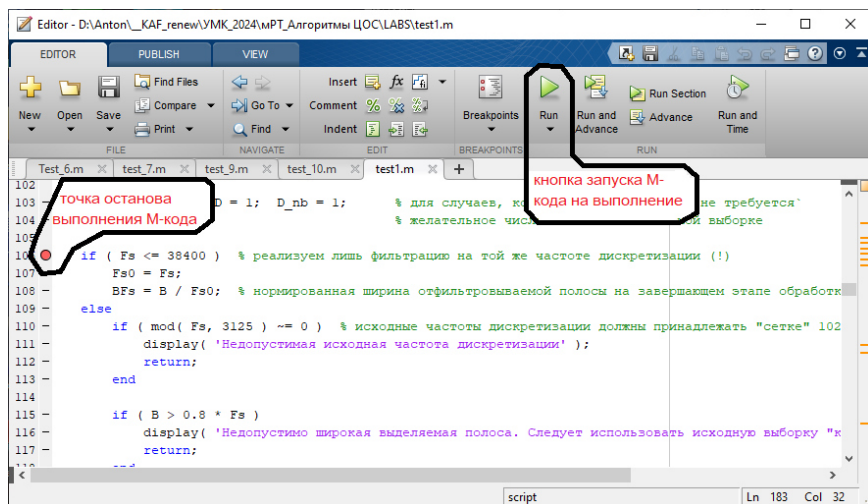


Рис. 1.1. Типовой вид окна редактора среды MATLAB

В следующем подразделе приведены краткие рекомендации по формированию М-кодов, который однако предполагают хотя бы краткое знакомство читателя с основами MATLAB, поэтому для успешного освоения последующих подразделов рекомендуется ознакомиться с учебной литературой хотя бы в объеме [1, с. 34-41, 60-88] или [2, с. 11-44, 75-90].

1.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям

Стартовый скрипт рекомендуется начинать со строки

```
close all; clear variables; clc;
```

Первая команда этой строки закрывает все графические окна MATLAB, которые (возможно) ещё отображаются на экране после предшествующего вызова скрипта(ов). Вторая команда освобождает от набора накопленных переменных рабочее пространство (Workspace), позволяя создавать в памяти MATLAB переменные в строгом соответствии с М-кодом; при этом прочие компоненты MATLAB, такие как точки останова, остаются в сохранности (не уничтожаются). Наконец, последняя команда «clc» очищает окно команд MATLAB от устаревших сведений.

1.2.1. При появлении определенного опыта в создании М-кода специалистам становятся доступны интересные и изящные способы компактной записи операций над данными, но на стадии освоения MATLAB целесообразно уделять внимание простоте и структурированности кода. Использование функций является одним из инструментов подобного структурирования, позволяя оформить в виде функции какой-то фрагмент кода, пригодный для многократного использования с разными аргументами. Такой М-код может храниться на диске ПЭВМ в виде текстового файла с расширением «.m» и с именем файла, совпадающим с именем созданной функции.

К примеру, для расчета функции, показанной на рис. 1.2, текст подготовленного файла с названием «g.m» может иметь вид

```
function res = g( x, A )
% Функция, определяющая форму сигнала с амплитудой A
% применительно к единичному по протяженности периоду
N = length( x );      % кол-во элементов в векторе x
res = zeros( 1, N );  % выделяем память для вектора g
for i = 1 : N         % определяем цикл по элементам
    if abs( x(i) ) >= 0.5
        res(i) = 0;
    elseif x(i) <= -1/6
        res(i) = -A;
    else
        res(i) = A * ( 4.5 * (x(i)+1/6).^2 - 1);
```

```
end      % конец ветвления if
end      % конец цикла for
```

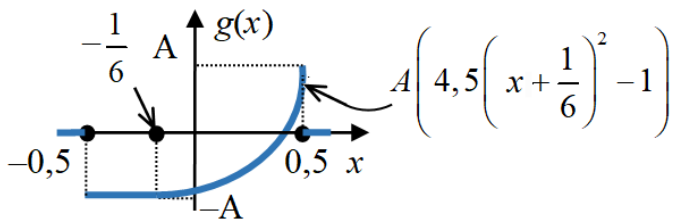


Рис. 1.2. Пример возможного вида тестового сигнала

Однако, если необходимая функция может быть записана кратко (в идеале единственной строкой), то определить подобную компактную функцию можно прямо в теле скрипта механизмом «анонимных функций». Анонимная функция состоит из одного выражения MATLAB и любого количества входных и выходных аргументов. Синтаксис для создания анонимной функции имеет вид:

```
f = @(arglist)expression
```

Например, если требуется из вещественного числа «x» выделять его дробную часть «{ x }», то математически это можно выразить как

$$\{ x \} = x - \text{floor}(x), \tag{1.1}$$

а на языке MATLAB оформить функцию dPart(x), к примеру, так

```
dPart = @(x) x - floor(x);
```

Подобная функция может оказаться полезной, например, для формирования периодических сигналов. Представим, что начало периода приходится на момент времени $\alpha \cdot T_n$ (где $-1 \leq \alpha \leq 0$). Для обеспечения подобной «временной привязки» зададимся функцией *pop(x)* («part of period») вида

$$\text{pop}(x) = \{x - \alpha\} + \alpha, \tag{1.2}$$

график которой для разных α показан на рис. 1.3.

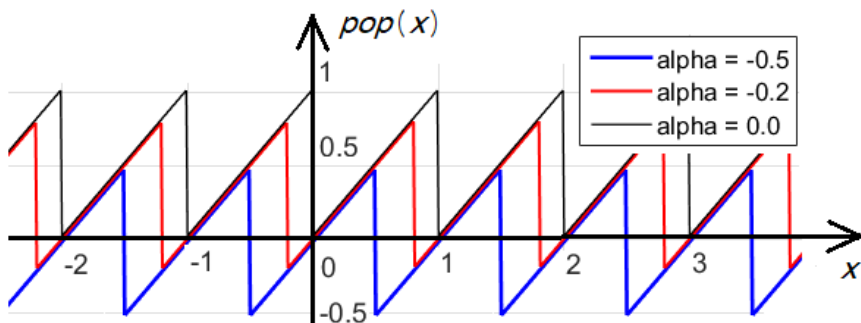


Рис. 1.3. График функции выделения периодических интервалов: 1 – классическая дробная часть ($\alpha = 0$); 2 – небольшое смещение начала ($\alpha = -0,2$); 3 – центр периода совпадает с нулём ($\alpha = -0,5$)

Пример использования функции $pop(x)$ для получения из описания поведения функции на одном периоде $g(x)$ (см. выше) периодического сигнала можно представить М-кодом:

```
close all; clear variables; clc;
A = 4; % амплитуда периодического сигнала
Tp = 0.1; % его период
t = -0.3: 0.0001: 0.4; % произвольно выбранный интервал
% моделирования
dPart = @(x) x - floor(x);
pop = @(x, alpha) dPart(x - alpha) + alpha;
s = g( pop( t/Tp, -0.5 ), A );
% ^^^ обеспечивает преобразование текущего времени t
% в долю периода, для случая, когда alpha = -0,5
hF0 = figure( 'color', 'white', 'OuterPosition', ...
[ 400, 200, 690, 450 ], 'Name', 'Periodical signal' );
hold on, grid on;
plot( t, s, 'r', 'lineWidth', 1.5 );
% последние 4 строки настраивают оформление графика
```

Результат выполнения этого скрипта представлен на рис. 1.4.

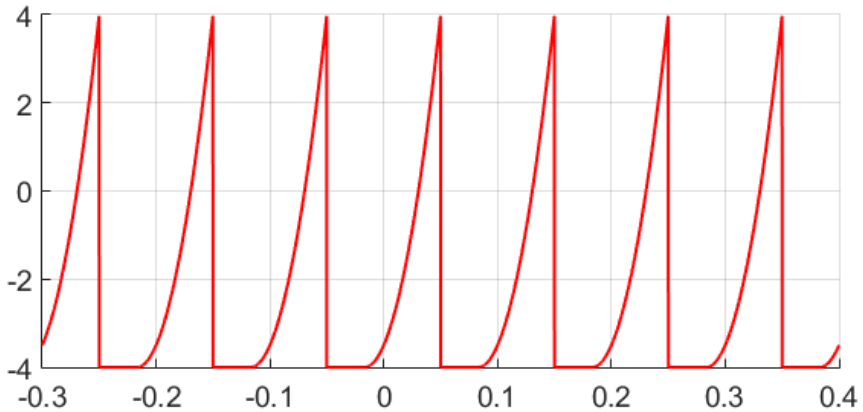


Рис. 1.4. График сформированного М-кодом периодического сигнала, форма импульса которого была задана на рис. 1.2

1.2.2. Рассмотрим применение вложенных анонимных функций для приближенного расчета спектральных характеристик сигналов. Преобразование Фурье имеет вид

$$\dot{G}_s(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (1.3)$$

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{G}_s(\omega) \cdot e^{+j\omega t} d\omega, \quad (1.4)$$

где ω – это круговая частота спектральной составляющей сигнала, измеряемая в радианах в секунду. Частота ω удобна, когда предполагается решать задачу о прохождении сигналов через линейные цепи. Если же интерес представляет лишь спектр самого сигнала, то вместо круговой частоты может оказаться выгодно использовать циклическую частоту f , измеряемую в герцах. Связь между этими частотами выражается формулой

$$\omega = 2\pi \cdot f, \quad f = \omega / 2\pi. \quad (1.5)$$

С учетом этой взаимосвязи расчет спектральных характеристик сигналов может быть реализован следующим образом:

```

clear variables; close all; clc;
A = 4; Ts = 0.1e-3;      % амплитуда и длительн. сигнала
inFunc = @(t,f,A) g(t./Ts,A).*exp(-1i.*2.*pi.*f.*t);      %1
fPoints = 100;      % количество контр. точек по оси f
fStep = 0.1/Ts; f = -fStep * fPoints : fStep : fStep * fPoints;
G = zeros( 1, length( f ) );

for i = 1:length(G);
    G(i) = integral( @(t)inFunc(t,f(i),A), -Ts/2, Ts/2, ...
                    'RelTol',1.e-3);      %2
end

figure('color','white','OuterPosition',[ 600, 350, 900, 700 ] );
hold on, grid on;
set(gca,'FontSize', 14);

plot( f, abs(G), 'b', 'linewidth', 2 ); hold on; grid on;

```

Проанализируем подробнее строки М-сценария, отмеченные символами комментариев:

а) строка с пометкой «%1» определяет подынтегральное выражение « $s(t) \cdot e^{-j\omega t}$ » из (1.3), с заменой $\omega \rightarrow f$ в соответствии с (1.5).

б) строка с пометкой «%2» осуществляет численное интегрирование по параметру «t» функции «inFunc» с возможностью указать ей конкретные значения параметров. Формально синтаксис вызова функции интегрирования имеет вид:

$$q = \text{integral}(\text{fun}, x_{\min}, x_{\max}, \text{Name}, \text{Value});$$

Последняя пара параметров располагается в представленном выше листинге на продолжении строки (т.е. после «...») и позволяет установить требования к относительной погрешности осуществления интегрирования.

Получаемая в результате выполнения предложенного М-скрипта спектральная плотность амплитуд, определяемая в последней строке кода как «abs(G)», показана на рис. 1.5.

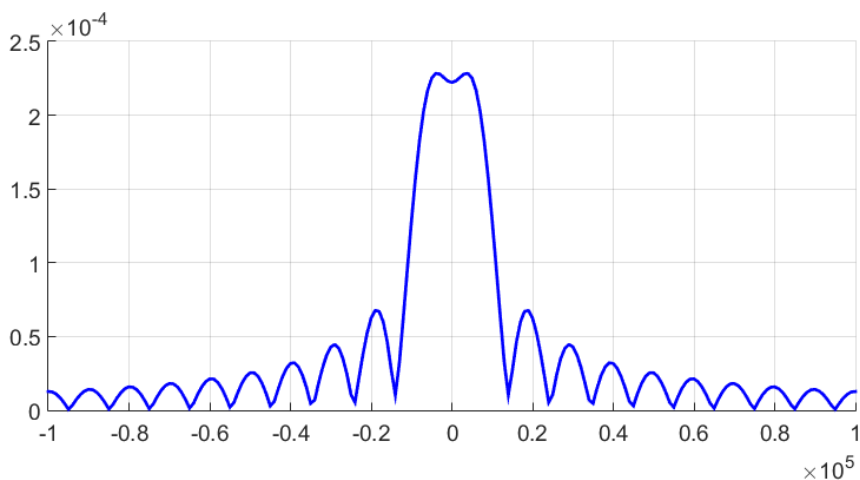


Рис. 1.5. Спектральная плотность амплитуд для функции $g(t, A)$ (см. рис. 1.2), полученная с помощью кода из п. 1.1.2

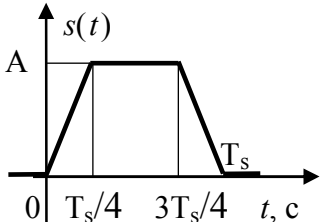
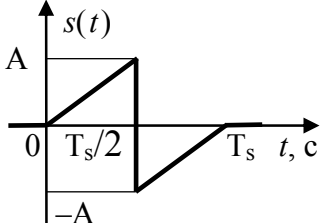
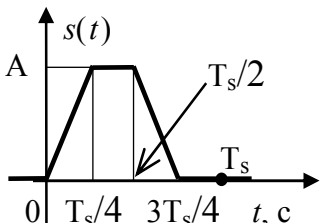
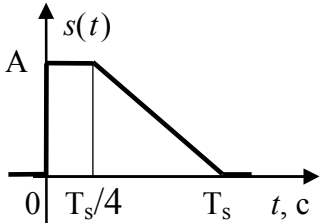
1.3. Выполнение лабораторных исследований

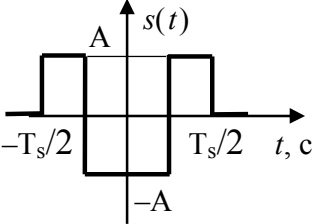
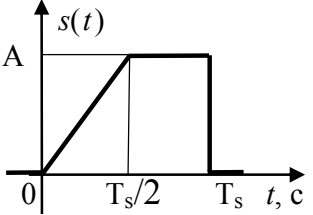
1.3.1. Ознакомьтесь с основами программирования в MATLAB по какому-либо из источников, например [1-2].

1.3.2. Согласуйте с преподавателем номер бригады **НБ**, определяющий индивидуальный вариант лабораторных исследований.

1.3.3. Для своего индивидуального варианта рассчитайте аналитически спектральную плотность амплитуд и спектр фаз сигнала, параметры которого заданы в табл. 1.1. Рассчитайте с помощью MATLAB и отобразите с соблюдением масштаба эти зависимости в виде графиков.

Таблица 1.1

№Б	Аналитическое выражение или график, определяющие сигнал	Параметры сигнала
1, 11		$A = 8 \text{ В},$ $T_s = 2 \text{ мс}$
2, 12		$A = 5 \text{ В},$ $T_s = 4 \text{ мс}$
3, 13	$s(t) = A \cdot (t/T_s)^2, \quad 0 \leq t \leq T_s$	$A = 12 \text{ В}, T_s = 1 \text{ мс}$
4, 14	$s(t) = A \cdot (1 - t/T_s), \quad 0 \leq t \leq T_s$	$A = 8 \text{ В}, T_s = 4 \text{ мс}$
5, 15		$A = 10 \text{ В},$ $T_s = 4 \text{ мс}$
6, 16		$A = 10 \text{ В},$ $T_s = 1 \text{ мс}$
7, 17	$s(t) = A \cdot e^{-4t/T_s}, \quad 0 \leq t \leq T_s$	$A = 12 \text{ В}, T_s = 1 \text{ мс}$
8, 18	$s(t) = A \cdot (1 - t/T_s)^2, \quad 0 \leq t \leq T_s$	$A = 5 \text{ В}, T_s = 4 \text{ мс}$

№	Аналитическое выражение или график, определяющие сигнал	Параметры сигнала
9, 19		$A = 8 \text{ В},$ $T_s = 2 \text{ мс}$
10, 20		$A = 7 \text{ В},$ $T_s = 1 \text{ мс}$

1.3.4. По аналогии с примером на с. 10 сформируйте М-код, позволяющий рассчитать спектральную плотность амплитуд и спектр фаз анализируемого сигнала на основе численного интегрирования. Отобразите получаемые графики и сопоставьте их с теми, которые были получены аналитически в домашнем задании.

1.3.5. На основе одиночных импульсов персонального задания на лабораторную работу сформируйте и отобразите в виде графика периодические последовательности импульсов с периодом $T_p = T_s$.

1.4. Контрольные вопросы для защиты работы

1. Поясните разницу между функциями и скриптами в MATLAB

2. Расскажите о типовых способах формирования двумерных графиков в MATLAB.

3. Разъясните, как осуществлять численное интегрирование в MATLAB.

4. Поясните особенности работы с комплексными числами в MATLAB.

5. Поясните смысл операций «.*», «./», а также констант «NaN» и «Inf».

2. Основные характеристики аналоговых линейных систем и их анализ в MATLAB

При подготовке к работе следует изучить основные характеристики аналоговых систем, например по учебному пособию [3, с. 87-91].

2.1. Теоретические основы

В основе анализа линейных систем с постоянными параметрами лежит принцип суперпозиции, состоящий в том, что если реакции $y_i(t)$ такой системы на частные воздействия $x_i(t)$ известны, то ее реакция на воздействие, являющееся линейной комбинацией сигналов $x_i(t)$, возможно задержанных по времени на интервалы t_{3i}

$$s_1(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_i \cdot x_i(t - t_{3i}), \quad (2.1)$$

будет представлять собой линейную комбинацию реакций $y_i(t)$ с теми же масштабирующими коэффициентами и задержками

$$s_2(t) = \sum_{n=1}^N \alpha_i \cdot y_i(t - t_{3i}). \quad (2.2)$$

Данный факт позволяет для анализа процессов в линейных системах использовать временной и спектральный методы.

2.1.1. Временные характеристики аналоговых систем

Обозначим через $h(t)$ отклик линейной системы на входное воздействие определяемое дельта-функцией Дирака $\delta(t)$ (см. прил. 1). Функцию $h(t)$ называют **импульсной характеристикой** линейной системы.

Полагая, что любой сигнал $s_1(t)$ можно представить в виде интегральной суммы дельта-функций

$$s_1(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t-x) \cdot s_1(x) dx \quad (2.3)$$

в которой в качестве масштабирующих коэффициентов при воздействиях $\delta(t-x)$ выступают текущие значения самого сигнала

реакцию системы $s_2(t)$ на подобный «составной» сигнал можно записать в виде

$$s_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-x) \cdot s_1(x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \cdot s_1(t-x) dx. \quad (2.4)$$

Примечание: последнее интегральное соотношение может быть получено из предыдущего просто заменой переменных.

Соотношение (2.4), представляющее собой классическую интегральную свертку воздействующего сигнала $s_1(t)$ с импульсной характеристикой системы $h(t)$ является формальным и, одновременно, более универсальным аналогом приводимого в литературе **интеграла Дюамеля**, пригодным для анализа в том числе и идеальных линейных систем.

2.1.2. Частотные характеристики аналоговых систем

Известно, что при воздействии на вход линейной системы гармонического колебания на выходе системы будет наблюдаться гармонический сигнал той же частоты, однако амплитуда и фаза колебания может измениться.

Функция $K(\omega)$, определяющая во сколько раз увеличивается амплитуда колебания с частотой ω при прохождении сигнала через линейную цепь, называется **амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ)** цепи.

Функция $\varphi_k(\omega)$, определяющая на какой угол увеличится начальная фаза колебания с частотой ω при его прохождении через линейную цепь, называется **фазо-частотной характеристикой (ФЧХ)** цепи.

Комплексным коэффициентом передачи цепи называют обобщенную характеристику линейной цепи равную

$$\dot{K}(\omega) = K(\omega) \cdot e^{j\varphi_k(\omega)}. \quad (2.5)$$

АЧХ цепи определяется модулем, а ФЧХ – аргументом (2.5). Можно доказать, что комплексный коэффициент передачи и импульсная характеристика цепи связаны между собой взаимно однозначными соотношениями – преобразованиями Фурье

$$\dot{K}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (2.6)$$

$$h(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{K}(\omega) \cdot e^{+j\omega t} d\omega. \quad (2.7)$$

т.е. каждая из этих характеристик обеспечивают полное и однозначное описание свойств линейной цепи.

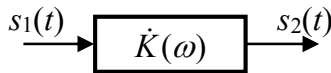


Рис. 2.1. Комплексный коэффициент передачи как основная характеристика линейной системы

При известном комплексном коэффициенте передачи цепи спектральные характеристики сигналов $s_1(t)$ и $s_2(t)$, действующих на входе и выходе цепи будут связаны соотношением

$$\dot{G}_2(\omega) = \dot{G}_1(\omega) \cdot \dot{K}(\omega), \quad (2.8)$$

которое является ключевым для спектрального метода анализа процессов в линейных цепях. В соответствии с этим методом для нахождения отклика цепи $s_2(t)$ на воздействие $s_1(t)$ следует преобразовать описание воздействия в спектральную область, по рассчитанной функции $\dot{G}_1(\omega)$ в соответствии с (2.8) определить спектральные характеристики отклика, а затем преобразовать комплексную спектральную плотность отклика $\dot{G}_2(\omega)$ обратно во временную область.

2.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям

2.2.1. Синтез частотно-избирательных аналоговых фильтров Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра может быть выполнен в MATLAB с помощью функций:

```
[bs,as]=butter(Ra,Wn,ftype,'s')
```

```
[bs,as]=chebyl(Ra,rp,Wn,ftype,'s')
[bs,as]=cheby2(Ra,rs,Wn,ftype,'s')
[bs,as]=ellip(Ra,rp,rs,Wn,ftype,'s')
```

где R_a – порядок аналогового фильтра;

W_n – вектор частот среза в шкале $\omega = 2\pi f$ (рад/с), содержащий один элемент – для ФНЧ и ФВЧ и два – для полосовых (ПФ) и режекторных (РФ) фильтров; частотами среза называют частоты, на которых нормированная АЧХ равна $1/\sqrt{2} \approx 0,707$ (что соответствует затуханию $20 \cdot \lg(1/\sqrt{2}) \approx -3$ дБ);

r_p , r_s – максимально и минимально допустимые затухания в полосе пропускания (ПП) и полосе задержания (ПЗ). Для аналогового ПФ, синтезируемого с помощью данных функций, минимально допустимые отклонения в ПЗ1 и ПЗ2 (для полосового фильтра) и в ПП1 и ПП2 (для режекторного фильтра) задаются одинаковыми.

f_{type} – параметр, указывающий тип избирательности и принимающий значения:

- 'high' – для ФВЧ;
- 'stop' – для РФ;

(Если параметр отсутствует, то предполагается ФНЧ или ПФ).

's' – признак синтеза аналогового фильтра; при его отсутствии синтезируется цифровой фильтр.

Результаты bs , as – это векторы коэффициентов числителя и знаменателя коэффициента передачи аналогового фильтра в порядке возрастания степеней.

Отметим, что если указать при вызове функции иное количество выходных параметров, то вместо векторов bs , as коэффициентов полиномов числителя и знаменателя передаточной функции можно получить вектора нулей и полюсов (три выходных параметра), либо параметров пространства состояний (четыре выходных параметра):

```
[b, a] = ...
[z, p, k] = ...
[A, B, C, D] = ...
```

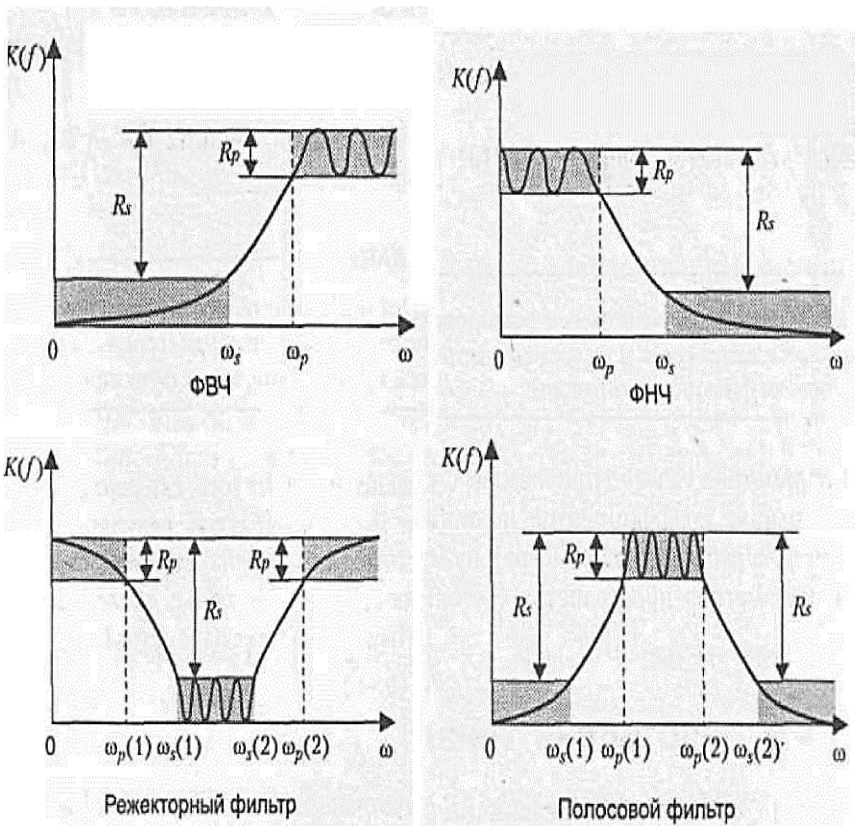


Рис. 2.2. Вид амплитудно-частотных характеристик различных фильтров (серые области на рисунке демонстрируют допуски, в которые должна укладываться АЧХ фильтра в полосах пропускания и задерживания)

Порядок аналогового фильтра (R_a) и частоты среза (W_n) могут быть определены по требованиям к АЧХ (дБ) с помощью следующих функций, соответственно для АФП Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева–Кауэра:

```
[Ra, Wn] = buttord(Wp, Ws, rp, rs, 's')
[Ra, Wn] = cheblord(Wp, Ws, rp, rs, 's')
[Ra, Wn] = cheb2ord(Wp, Ws, rp, rs, 's')
[Ra, Wn] = ellipord(Wp, Ws, rp, rs, 's')
```

Здесь W_p , W_s – векторы граничных частот ПП и ПЗ в порядке следования слева направо в шкале частот $\omega = 2\pi f$ (рад/с). Для полосового фильтра: W_p и W_s – двухэлементные векторы, для которых выполняются неравенства $W_s(1) < W_p(1) < W_p(2) < W_s(2)$; аналогично для режекторного фильтра должны выполняться неравенства $W_p(1) < W_s(1) < W_s(2) < W_p(2)$.

Поскольку порядок фильтра – величина целочисленная, то обычно оказывается, что фильтр минимально необходимого порядка обеспечивает некоторый запас по исходным параметрам, на основе которого можно, сохранив пульсации в полосе пропускания, увеличить затухание в полосе задерживания, либо точно выдержать заданное затухание в полосе задерживания, уменьшив при этом пульсации в полосе пропускания, а для эллиптических фильтров возможно сужение переходной зоны за счет расширения полосы задерживания.

2.2.2. В качестве примера расчета полосового фильтра рассмотрим вариант аналогового фильтра Чебышева второго рода с характеристиками:

Полоса пропускания фильтра: 500-1000 рад/с;

Частоты задержания: 250 и 1500 рад/с;

Уровень пульсаций в полосе пропускания: 2 дБ;

Уровень ослабления сигнала на частотах задержания: 45 дБ.

Программа расчета может иметь вид:

```
Rp=2; Rs=45;
```

```
Ws=[250 1500]; Wp=[500 1000];
```

```
% Получим требуемый порядок фильтра, а также – частоты
```

```
% среза фильтра (Wn получит два значения)
```

```
[n,Wn]=cheb2ord(Wp, Ws, Rp, Rs, 's');
```

```
% ...и рассчитаем коэффициенты передаточной функции
```

```
w0=Wn;
```

```
[b,a]=cheby2(n, Rs, w0, 's');
```

```
freqs(b,a); % построение графиков (см. рис.2.3)
```

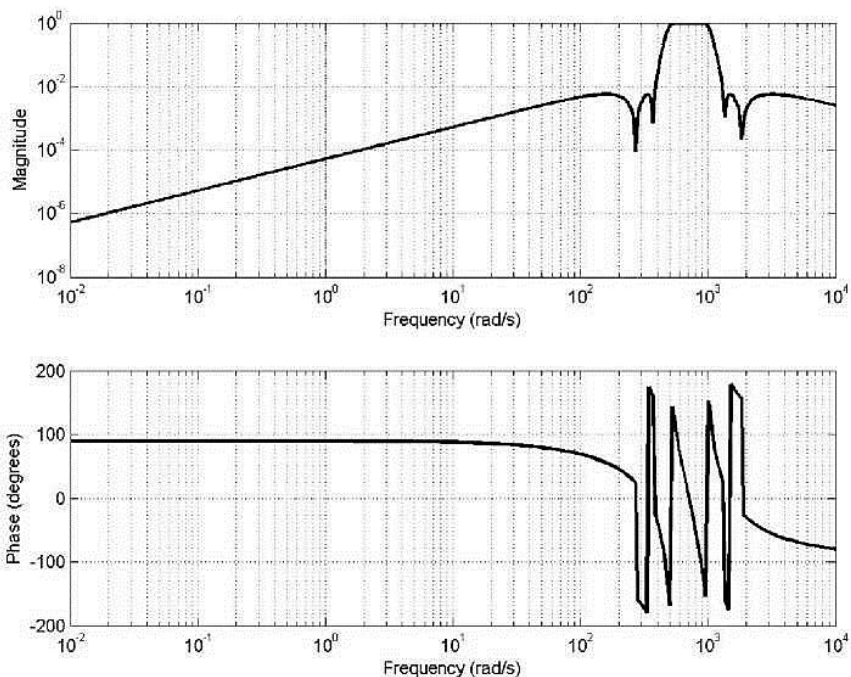


Рис. 2.3. Характеристики синтезированного фильтра Чебышева

Следует отметить, однако, что стандартный вариант отображения частотных характеристик фильтров с помощью функции «freqs» оказывается не слишком удачным. Вместо отражения степени подавления гармоник в децибелах вертикальная ось АЧХ на рис. 2.3 хоть и использует логарифмический масштаб отображения, но всё же выводит линейные степени передачи компонент сигналов. При этом часто наблюдаются графики, в которых отображаемые уровни передачи сигналов составляют менее 10^{-100} , что может быть и любопытно с сугубо научной позиции, но совершенно не соответствует потребностям практики. Представление горизонтальной оси графика в радианах в секунду также не является удачным решением, поэтому для отображения частотных свойств аналоговых фильтров можно рекомендовать отдельную процедуру. Возможный вариант такой процедуры приведен ниже:

```

function freqs_dB(b,a,f)
s = 1i*2*pi*f; % массив частот --> в рад/сек
hh = polyval(b,s) ./ polyval(a,s);
figure( 'color', 'white' ); set(gca,'FontSize', 14);
mag = 20 * log10( abs(hh) ); phase = angle(hh)*180/pi;
mag( mag < -80 ) = NaN; % запрет отображения низких А
subplot(211), semilogx(f,mag,'linewidth',2); grid on;
xlabel('Frequency (Hz)'); ylabel('Magnitude (dB)');
subplot(212), semilogx(f,phase,'linewidth',2); grid on;
xlabel('Frequency (Hz)'); ylabel('Phase (degrees)');
end

```

2.2.3. Рассмотрим также пример сопоставления характеристик фильтров различных типов. Для этого попробуем синтезировать ряд фильтров для одного и того же набора параметров:

Полоса пропускания: 1 кГц;

Частота задержания: 1,5 кГц;

Уровень пульсаций в полосе пропускания: 0,4455 дБ;

Уровень ослабления сигнала на частотах задержания: 40 дБ.

Для осуществления сравнения воспользуемся кодом:

```

ft=1000; fk=1500;
Wp=2.*pi.*ft; Ws=2.*pi.*fk;
rp=0.4455; rs=40;
[R1,Wn1]=buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
[R2,Wn2]=cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
[R3,Wn3]=cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
[R4,Wn4]=ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s');
[bs1,as1]=butter(R1,Wn1,'s');
[bs2,as2]=cheby1(R2,rp,Wn2,'s');
[bs3,as3]=cheby2(R3,rs,Wn3,'s');
[bs4,as4]=ellip(R4,rp,rs,Wn4,'s');

```

Сопоставим значения порядков R1, R2, R3, и R4 ФНЧ Баттерворта, Чебышева I и II рода и Золотарева-Кауэра:

```

>> R = [R1 R2 R3 R4]
R = 15 7 7 5

```

Расчеты показывают, что наименьший порядок имеет ФНЧ Золотарева-Кауэра. С помощью М-кода, приведенного ниже, отобразим АЧХ синтезированных фильтров:

```
Fs = 8000;
f = 0:(Fs/2)/1000:Fs/2;
W = 2.*pi.*f;
Ha1=freqs(bs1,as1,W); MAG1=abs(Ha1);
Ha2=freqs(bs2,as2,W); MAG2=abs(Ha2);
Ha3=freqs(bs3,as3,W); MAG3=abs(Ha3);
Ha4=freqs(bs4,as4,W); MAG4=abs(Ha4);
subplot(2,2,1), plot(f,MAG1)...
    xlabel('f(Hz)'), grid on, ylabel('Амплитуда')...
    title('Фильтр Баттерворта'), ylim([0 1]);
subplot(2,2,2), plot(f,MAG2)...
    xlabel('f(Hz)'), grid on, ylabel(' Амплитуда'), ...
    title('Фильтр Чебышева I'), ylim([0 1])
subplot(2,2,3), plot(f,MAG3)...
    xlabel('f(Hz)'), grid on, ylabel(' Амплитуда'), ...
    title('Фильтр Чебышева II'), ylim([0 1])
subplot(2,2,4), plot(f,MAG4)...
    xlabel('f(Hz)'), grid on, ylabel(' Амплитуда'), ...
    title('Эллиптический фильтр'), ylim([0 1])
% результаты отображены на рис. 2.4
```

2.2.4. Функция `tf(bs, as)` позволяет создать передаточную функцию линейной системы, с помощью которой можно проанализировать импульсную характеристику этой системы. Для этого можно использовать следующий программный код:

```
sys = tf( bs, as );
figure( 'color', 'white' );
impz(sys), ylabel(' Амплитуда'), ...
    title('Импульсная характеристика');
```

2.2.5. Представление линейной системы передаточной функцией `sys` может быть использовано и для моделирования отклика этой системы на разнообразные входные воздействия.

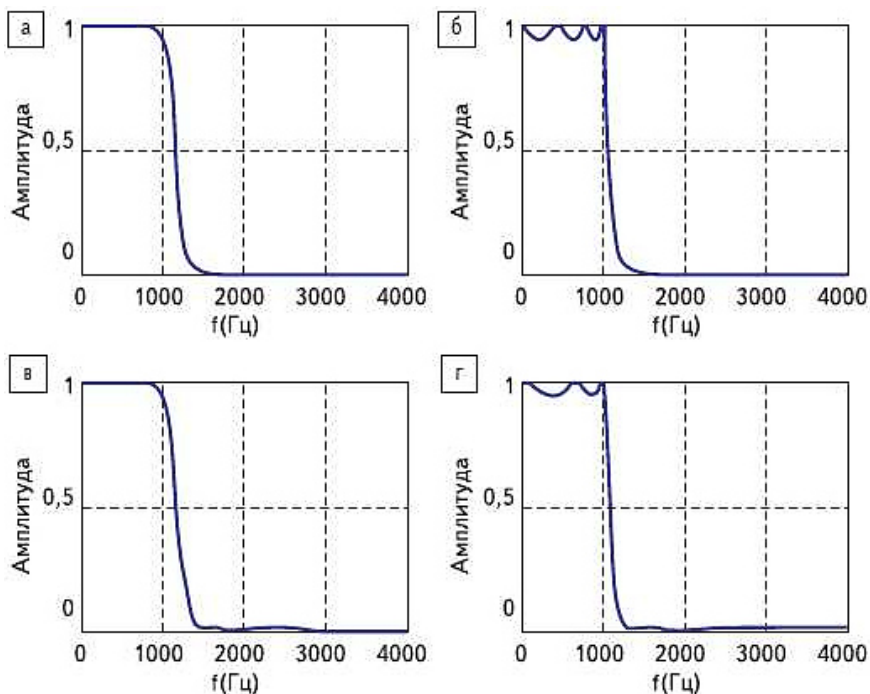


Рис. 2.4. АЧХ аналоговых ФНЧ: а) Баттерворта; б) Чебышева I рода; в) Чебышева II рода; г) Золотарева-Кауэра

В частности, для проверки корректности частотных характеристик, отображаемых функцией `freqs()`, можно провести эксперимент, подавая на вход линейной системы гармонические воздействия разных частот и сопоставляя реакцию системы на эти воздействия после завершения переходных процессов в системе. Для этого можно воспользоваться М-кодом, подобным представленному ниже:

```
Ampl = 10; f0 = 900; % выбор ампл. и частоты воздействия
t = 0: 0.01/f0 : 40/f0; % выбор диапазона для моделирования
u = Ampl .* cos( 2 * pi * f0 .* t ); % формирование сигнала
y2 = lsim(sys,u,t); % расчет отклика линейной системы
len = length( y2 );
K = max( y2( ceil(len/2):len ) ) ./ Ampl; % расчет АЧХ для f0
```

```
figure( 'color', 'white' ); hold on, grid on;
set(gca,'FontSize', 14);
plot( t, y2, 'b', 'linewidth', 2 ); % отображение отклика и
legend( [ 'K = ' num2str( K ) ... % параметров системы
' A = ' num2str( 20 .* log10( K ) ) ' дБ ] );
```

Перебирая последовательно частоты воздействующих сигналов, можно убедиться в том, что синтезированная система действительно соответствует предъявляемым к ней требованиям.

2.3. Выполнение лабораторных исследований

2.3.1. С использованием возможности системы MATLAB сформировать полиномы bs и as , определяющие числитель и знаменатель коэффициента передачи фильтра, удовлетворяющего требованиям из табл. 2.1, где для краткости записи используются обозначения:

- f_{pass1} – нижняя частота среза;
- f_{strip1} – нижняя граничная частота;
- f_{strip2} – верхняя граничная частота;
- f_{pass2} – верхняя частота среза;
- a_1 – гарантированное затухание на f_{strip1} ;
- a_2 – гарантированное затухание на f_{strip2} .

В последнем столбце табл. 2.1 могут быть указаны следующие дополнительные требования к фильтру:

DT_{minRa} – обеспечение минимально возможного порядка фильтра;

DT_{rp01} – неравномерность АЧХ (пульсации) в полосе пропускания фильтра не более 0,1 дБ;

DT_{rp05} – неравномерность АЧХ (пульсации) в полосе пропускания фильтра не более 0,5 дБ;

DT_{flat} – плоская АЧХ в пределах полосы пропускания фильтра.

2.3.2. Для синтезированного фильтра построить АЧХ и ФЧХ использованием функции $freqs_dB()$ или иной аналогичной. Проверить по графикам соответствие полученной АЧХ спроектированного фильтра требованиям из табл. 2.1.

Таблица 2.1

Инд. вариант	Тип фильтра	Параметры фильтра						Дополн. требования
		f_{pass1} , кГц	f_{strip1} , кГц	a_1 , дБ	f_{pass2} , кГц	f_{strip2} , кГц	a_2 , дБ	
1	ФНЧ	25	50	45	-	-	-	DT_{minRa}
2	ФВЧ	-	-	-	1500	550	45	$DT_{\text{гр01}}$
3	ПФ	100	30	45	400	1000	55	DT_{flat}
4	РФ	200	300	25	5000	2500	25	DT_{minRa}
5	ФНЧ	500	1250	35	-	-	-	$DT_{\text{гр05}}$
6	ФВЧ	-	-	-	2800	700	35	DT_{minRa}
7	ПФ	200	60	42	500	1500	40	$DT_{\text{гр01}}$
8	РФ	650	700	25	1000	900	23	DT_{flat}
9	ФНЧ	100	250	27	-	-	-	$DT_{\text{гр01}}$
10	ФВЧ	-	-	-	300	120	25	$DT_{\text{гр05}}$
11	ПФ	800	250	25	3000	9000	25	DT_{minRa}
12	РФ	600	800	18	1200	1000	20	$DT_{\text{гр01}}$
13	ФНЧ	1200	1500	40	-	-	-	DT_{flat}
14	ФВЧ	-	-	-	5000	1500	30	$DT_{\text{гр01}}$
15	ПФ	900	500	30	1250	3000	32	$DT_{\text{гр05}}$
16	РФ	2800	2900	35	3000	2950	35	DT_{minRa}
17	ФНЧ	5000	9000	32	-	-	-	$DT_{\text{гр01}}$
18	ФВЧ	-	-	-	7500	2000	18	DT_{flat}
19	ПФ	2500	1000	50	6000	14000	45	DT_{minRa}
20	РФ	200	300	45	3000	2000	42	$DT_{\text{гр05}}$

2.3.3. Составьте таблицу из 6..10 характерных частот, приходящихся как на полосу пропускания, так и на полосу задержания сигналов. На основе подхода, изложенного в п. 2.2.5, определите значения коэффициентов передачи фильтра на выде-

ленных частотах и сопоставьте полученные значения с требованиями к фильтру и с результатами выполнения п. 2.3.2.

2.4. Контрольные вопросы для защиты работы

1. Перечислите основные формы АЧХ фильтров и дайте краткую характеристику каждому из этих фильтров.

2. Какие правила следует соблюдать при выборе порядка аппроксимирующих полиномов?

3. Каковы особенности (достоинства и недостатки) фильтров Баттерворта?

4. Каковы особенности (достоинства и недостатки) фильтров Чебышева?

5. Каковы особенности (достоинства и недостатки) эллиптических фильтров?

6. Какой из фильтров (Чебышева или Баттерворта) имеет меньший порядок полинома при одинаковых уровнях пульсаций в пределах полосы прозрачности?

7. Каковы особенности фазочастотных характеристик исследовавшихся в работе фильтров?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Солонина, А.И. Цифровая обработка сигналов и MATLAB: учеб. пособие / А.И. Солонина, Д.М. Клионский, Т.В. Меркучева, С.Н. Перов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 512 с.
2. Лазарев Ю.Ф. Начала программирования в среде MATLAB. – К.: НТУУ "КПИ", 2003. - 424 с.
3. Цифровая обработка сигналов / А.Б. Сергиенко – СПб.: Питер, 2003. – 604 с.
4. Матвеев Ю.Н. Цифровая обработка сигналов. Учебное пособие / Ю.Н. Матвеев, К.К. Симончик, А.Ю. Тропченко, М.В. Хитров – СПб: СПбНИУ ИТМО, 2013. – 166 с.
5. Побережский Е.С. Цифровые радиоприёмные устройства. – М.: Радио и связь, 1987. – 184 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

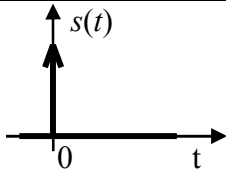
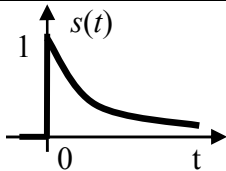
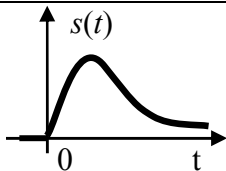
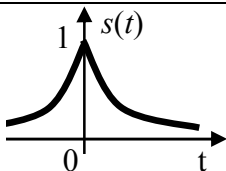
Спектры сигналов и основные спектральные теоремы

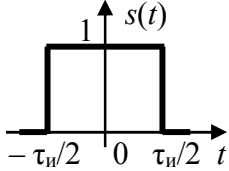
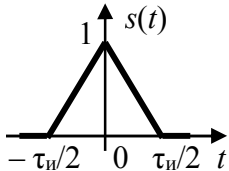
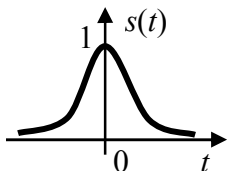
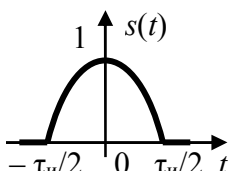
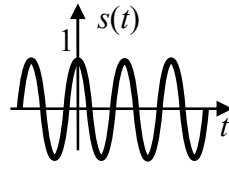
Комплексная спектральная плотность сигнала, характеризует спектральные свойства непериодических сигналов и может быть рассчитана с помощью прямого интегрального преобразования Фурье

$$G_s(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (\text{П.1.1})$$

Комплексные спектральные плотности для набора типовых сигналов приведены в представленной ниже таблице.

Таблица П.1.1

Сигнал $s(t)$	График сигнала	Комплексная спектр. плотность $\dot{G}_s(\omega)$
$\delta(t)$		1
$e^{-\alpha t} \cdot \mathbf{1}(t)$		$\frac{1}{\alpha + j\omega}$
$t \cdot e^{-\alpha t} \cdot \mathbf{1}(t)$		$\frac{1}{(\alpha + j\omega)^2}$
$e^{-\alpha t }$		$\frac{2\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}$

$\text{rect}(t/\tau_n) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \leq \tau_n/2 \\ 0 & \text{при } t > \tau_n/2 \end{cases}$		$\tau_n \cdot \text{sinc}\left(\frac{\omega\tau_n}{2}\right)$
$\begin{cases} 1 - \frac{2 t }{\tau_n}, & t \leq \frac{\tau_n}{2} \\ 0 & \text{при } t > \frac{\tau_n}{2} \end{cases}$		$\frac{\tau_n}{2} \cdot \text{sinc}^2\left(\frac{\omega\tau_n}{4}\right)$
$s(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$		$\frac{\sigma\sqrt{2\pi}}{\exp\left(\frac{\sigma^2\omega^2}{2}\right)}$
$\begin{cases} \cos\left(\frac{\pi t}{\tau_n}\right), & t \leq \frac{\tau_n}{2} \\ 0 & \text{при } t > \frac{\tau_n}{2} \end{cases}$		$\frac{2\pi}{\tau_n} \cdot \frac{\cos(\omega\tau_n/2)}{(\pi/\tau_n)^2 - \omega^2}$
$\cos(\omega_0 t)$		$\pi \cdot \delta(\omega + \omega_0) + \pi \cdot \delta(\omega - \omega_0)$

Для расчета спектральных характеристик сигналов, отсутствующих в представленной выше таблице, следует использовать свойства комплексной спектральной плотности, представленные в табл. П.1.2.

Таблица П.1.2

Характер, свойство преобразования	Колебание во временной области $s(t)$	Комплексная спектральная плотность колебания $\dot{G}(\omega)$
1. Свойство симметрии	$\dot{G}(t)$	$2\pi \cdot s(-\omega)$
2. Инверсия аргумента функции	$s(-t)$	$\dot{G}_s^*(\omega)$, где * - знак комплексного сопряжения
3. Изменение масштаба времени	$a \cdot s(at)$	$\dot{G}_s\left(\frac{\omega}{a}\right)$
4. Дифференцирование по времени	$s'(t)$	$j\omega \cdot \dot{G}_s(\omega)$
5. Теорема о запаздывании	$s(t-t_3)$	$\dot{G}_s(\omega) \cdot e^{-j\omega t_3}$
6. Свойство частотного сдвига	$s(t) \cdot \exp(j\Omega t)$	$\dot{G}_s(\omega - \Omega)$
7. Умножение на гармоническую функцию	$s(t) \cdot \cos(\Omega t + \psi)$	$0,5 \cdot \dot{G}_s(\omega + \Omega) \cdot e^{-j\psi} +$ $+0,5 \cdot \dot{G}_s(\omega - \Omega) \cdot e^{j\psi}$
8. Произведение двух функций	$s_1(t) \cdot s_2(t)$	$\dot{G}_1(\omega) \otimes \dot{G}_2(\omega)$
9. Теорема о свёртке	$s_1(t) \otimes s_2(t)$	$\dot{G}_1(\omega) \cdot \dot{G}_2(\omega)$

Здесь в пунктах 8 и 9 значком \otimes обозначена операция интегральной свертки, определяемая выражением

$$s_1(t) \otimes s_2(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s_1(x) \cdot s_2(t-x) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} s_2(y) \cdot s_1(t-y) dy \quad (\text{П.1.2})$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. КРАТКОЕ ЗНАКОМСТВО С СИСТЕМОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ MATLAB	4
1.1. Теоретические основы	4
1.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям	5
1.3. Выполнение лабораторных исследований	11
1.4. Контрольные вопросы для защиты работы	13
2. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНАЛОГОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ И ИХ АНАЛИЗ В MATLAB	14
2.1. Теоретические основы	14
2.2. Рекомендации по подготовке к лабораторным исследованиям	16
2.3. Выполнение лабораторных исследований	24
2.4. Контрольные вопросы для защиты работы	26
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	27
ПРИЛОЖЕНИЕ 1	28
СПЕКТРЫ СИГНАЛОВ И ОСНОВНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ..	

**АНАЛИЗ АНАЛОГОВЫХ ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЕЙ
В СИСТЕМЕ MATLAB**

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к лабораторным работам № 1-2
для студентов направления 11.04.01 «Радиотехника»,
магистерская программа «Радиотехнические средства
обработки и защиты информации в каналах связи»

Составитель

Токарев Антон Борисович

В авторской редакции

Компьютерный набор А. Б. Токарева

Подписано к изданию 27.01.2025.

Уч.-изд. л. 1,3.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический
университет»

394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84