

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
Высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
декан факультета \_\_\_\_\_ С.А.Баркалов  
«31» августа 2021 года



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
дисциплины**

**«Методы оптимизации»**

**Направление подготовки** 38.03.05 БИЗНЕС-ИНФОРМАТИКА

**Профиль** Информационные системы в бизнесе

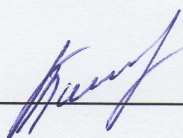
**Квалификация выпускника** бакалавр

**Нормативный период обучения** 4 года/4 года 11 м

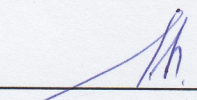
**Форма обучения** очная/заочная

**Год начала подготовки** 2019

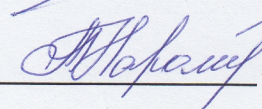
**Автор программы**

 /Белецкая С.Ю./

**Заведующий кафедрой  
систем  
автоматизированного  
проектирования и  
информационных систем**

 /Львович Я.Е./

**Руководитель ОПОП**

 /Наролина Т.С./

Воронеж 2021

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

### 1.1. Цель дисциплины

изучение основных классов задач оптимизации и методов их решения, овладение типовыми приемами построения математических моделей прикладных задач оптимизации в экономических системах, получение практических навыков разработки и использования программного обеспечения для поиска оптимальных решений.

### 1.2. Задачи освоения дисциплины

- изучение основных классов задач оптимизации;
- освоение основных приемов построения и типизации математических оптимизационных моделей в экономических системах;
- изучение методов поиска оптимальных решений, использующихся при оптимизации экономических систем;
- приобретение навыков рационального выбора оптимизационных процедур в соответствии с особенностями решаемых задач;
- овладение методикой организации оптимизационного процесса и оценки качества полученных решений;
- приобретение навыков программной реализации алгоритмов оптимизации и использования стандартного программного обеспечения для решения практических задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к дисциплинам вариативной части (дисциплина по выбору) блока Б1.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Методы оптимизации» направлен на формирование следующих компетенций:

ДПК-1 - Способность создавать модели объектов и процессов экономических систем

ПК-7 - использование современных стандартов и методик, разработка регламентов для организации управления процессами жизненного цикла ИТ-инфраструктуры предприятий

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ДПК-1	<b>Знать</b> методы поиска оптимальных решений в экономических системах
	<b>Уметь</b> разрабатывать математические модели и алгоритмы для решения задач оптимизации в экономических системах
	<b>Владеть</b> приёмами разработки математического и программного обеспечения для решения прикладных

	задач оптимизации в различных предметных областях
ПК-7	<b>Знать</b> основные приёмы построения экономико-математических оптимизационных моделей на различных этапах управления процессами жизненного цикла ИТ-инфраструктуры предприятий
	<b>Уметь</b> решать прикладные задачи оптимизации в автоматизированном режиме с использованием современных программных систем, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных решений
	<b>Владеть</b> навыками применения математических моделей и методов оптимизации при проектировании и эксплуатации экономических информационных систем

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Методы оптимизации» составляет 3 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		5
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	54	54
В том числе:		
Лекции	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	36	36
<b>Самостоятельная работа</b>	54	54
Виды промежуточной аттестации - зачет	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	108	108
зач.ед.	3	3

**заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		7
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	12	12
В том числе:		
Лекции	6	6
Лабораторные работы (ЛР)	6	6
<b>Самостоятельная работа</b>	92	92
<b>Контрольная работа</b>		
Часы на контроль	4	4
Виды промежуточной аттестации - зачет	+	+

Общая трудоемкость: академические часы зач.ед.	108 3	108 3
--	----------	----------

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

#### очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Формализация задач поиска оптимальных решений	Постановка задач оптимального выбора. Понятие сходимости алгоритмов и эффективности решения. Обобщенная схема процесса оптимального выбора. Классификация задач оптимизации и методов их решения. Основные факторы, влияющие на эффективность оптимизационного процесса.	2	6	8	18
2	Методы одномерной оптимизации	Постановка задачи одномерной оптимизации. Условия оптимальности для задач одномерной оптимизации. Методы дихотомии, Ньютона, Фибоначчи, золотого сечения и их сравнительный анализ.	2	6	8	18
3	Решение задач линейной оптимизации	<p>Постановка задачи линейной оптимизации. Прикладные задачи линейной оптимизации в информационных системах. Симплекс-метод решения задач линейной оптимизации. Метод искусственного базиса.</p> <p>Задачи линейного программирования транспортного типа и их прикладные аспекты. Решение транспортных задач методом потенциалов.</p> <p>Двойственность в линейной оптимизации. Теоремы двойственности. Интерпретация двойственных задач. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Двойственный симплекс-метод. Использование двойственного симплекс-метода для решения задач с возрастающим числом ограничений.</p>	4	6	8	18
4	Нелинейная оптимизация	Постановка и особенности задач нелинейной оптимизации. Основные подходы к решению	4	6	10	18

		<p>задач нелинейной оптимизации с ограничениями. Сведение задач с ограничениями к задачам безусловной оптимизации. Метод штрафных функций.</p> <p>Принципы построения и классификация методов безусловной нелинейной оптимизации. Поиск методы оптимального выбора. Методы покоординатной оптимизации. Метод переменного многогранника Нелдера-Мида и его модификации. Методы случайного поиска.</p> <p>Градиентные методы оптимизации и их интерпретация. Градиентный метод с переменным шагом. Метод наискорейшего спуска. Метод сопряженных градиентов.</p> <p>Методы оптимизации второго порядка. Метод Ньютона и его модификации.</p>				
5	Методы решения задач дискретной оптимизации	<p>Постановка задач дискретной оптимизации, основные приемы преобразования моделей. Понятие о комбинаторных задачах. NP-полные задачи.</p> <p>Классификация основных методов решения задач дискретной оптимизации. Метод Гомори для решения полностью целочисленных и частично целочисленных задач. Метод ветвей и границ.</p>	2	6	10	18
6	Основные подходы к решению задач многокритериальной оптимизации	<p>Формализация и особенности задач многокритериальной оптимизации. Классификация задач многокритериальной оптимизации. Условия эффективности для задач многокритериальной оптимизации. Множество Парето. Решения, оптимальные по Парето. Подходы к определению оптимально-компромиссного решения в задачах многокритериальной оптимизации. Свертка частных критериев в обобщенный показатель. Аддитивный, мультипликативный, среднестепенной критерии оптимальности. Способы определения весовых коэффициентов критериев при формировании обобщенного критерия опти-</p>	4	6	10	18

		мальности. Определение оптимально-компромиссного решения на основе специальным образом сформулированных задач скалярной оптимизации. Метод главного критерия. Лексикографические методы. Метод последовательных уступок. Метод гарантированного результата. Человеко-машинные процедуры принятия решений				
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>36</b>	<b>54</b>	<b>108</b>

### заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
1	Формализация задач поиска оптимальных решений	Постановка задач оптимального выбора. Характеристики экстремальных задач в проектировании. Понятие сходимости алгоритмов и эффективности решения. Обобщенная схема процесса оптимального выбора. Процедуры анализа, синтеза, принятия решений, их взаимосвязь. Основные факторы, влияющие на эффективность оптимизационного процесса.	-	-	14	18
2	Методы одномерной оптимизации	Постановка задачи одномерной оптимизации. Условия оптимальности для задач одномерной оптимизации. Методы дихотомии, Ньютона, Фибоначчи, золотого сечения и их сравнительный анализ.	-	-	14	18
3	Решение задач линейной оптимизации	Постановка задачи линейной оптимизации. Прикладные задачи линейной оптимизации в информационных системах. Симплекс-метод решения задач линейной оптимизации. Метод искусственного базиса. Задачи линейного программирования транспортного типа и их прикладные аспекты. Решение транспортных задач методом потенциалов. Двойственность в линейной оптимизации. Теоремы двойственности. Интерпретация двойственных задач. Связь между решениями прямой и двойственной задач. Двойственный симплекс-метод. Использование	2	2	16	20

		двойственного симплекс-метода для решения задач с возрастающим числом ограничений.				
4	Нелинейная оптимизация	<p>Постановка и особенности задач нелинейной оптимизации. Основные подходы к решению задач нелинейной оптимизации с ограничениями. Сведение задач с ограничениями к задачам безусловной оптимизации. Метод штрафных функций.</p> <p>Принципы построения и классификация методов безусловной нелинейной оптимизации. Поиск оптимального выбора. Методы покоординатной оптимизации. Метод переменного многогранника Нелдера-Мида и его модификации. Методы случайного поиска.</p> <p>Градиентные методы оптимизации и их интерпретация. Градиентный метод с переменным шагом. Метод наискорейшего спуска. Метод сопряженных градиентов.</p> <p>Методы оптимизации второго порядка. Метод Ньютона и его модификации. Квазиньютоновские методы оптимизации. Прикладные задачи нелинейной оптимизации в ИС. Задачи параметрического синтеза.</p>	2	2	16	16
5	Методы решения задач дискретной оптимизации	<p>Постановка задач дискретной оптимизации, основные приемы преобразования моделей. Понятие о комбинаторных задачах. NP-полные задачи.</p> <p>Примеры прикладных задач дискретной оптимизации. Задача коммивояжера, задачи о ранце, о покрытии, о назначениях, их прикладные аспекты. Дискретные задачи теории расписаний. Использование дискретных моделей для решения задач структурного синтеза.</p> <p>Классификация основных методов решения задач дискретной оптимизации. Метод Гомори для решения полностью целочисленных и частично целочисленных задач. Метод ветвей и границ.</p>	-	-	16	16

6	Основные подходы к решению задач многокритериальной оптимизации	<p>Формализация и особенности задач многокритериальной оптимизации. Классификация задач многокритериальной оптимизации. Условия эффективности для задач многокритериальной оптимизации. Множество Парето. Решения, оптимальные по Парето. Подходы к определению оптимально-компромиссного решения в задачах многокритериальной оптимизации. Свертка частных критериев в обобщенный показатель. Аддитивный, мультипликативный, среднестепенной критерии оптимальности. Способы определения весовых коэффициентов критериев при формировании обобщенного критерия оптимальности.</p> <p>Определение оптимально-компромиссного решения на основе специальным образом сформулированных задач скалярной оптимизации. Метод главного критерия. Лексикографические методы. Метод последовательных уступок. Метод гарантированного результата. Человеко-машинные процедуры принятия решений</p>	2	2	16	16
<b>Итого</b>			<b>6</b>	<b>6</b>	<b>92</b>	<b>104</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

1. Технологии решения задач оптимизации с использованием средств EXCEL
2. Решение задач линейной оптимизации средствами MATLAB
3. Решение задач нелинейной оптимизации средствами MATLAB
5. Решение прикладных задач дискретной оптимизации в системе MATLAB
6. Применение системы MATLAB для решения задач многокритериальной оптимизации

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.



## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

#### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ДПК-1	Знать методы поиска оптимальных решений в экономических системах	Знание методов линейной, линейной, дискретной, многокритериальной оптимизации. Активная работа в ходе лабораторного практикума. Ответы на теоретические вопросы при защите лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Уметь разрабатывать математические модели и алгоритмы для решения задач оптимизации в экономических системах	Умение строить математические модели и разрабатывать алгоритмы для решения задач линейной, линейной, дискретной, многокритериальной оптимизации. Решение стандартных практических задач. Выполнение лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	Владеть приёмами разработки математического и программного обеспечения для решения прикладных задач оптимизации в различных предметных областях	Решение прикладных задач оптимизации в конкретной предметной области, выполнение лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ПК-7	Знать основные приёмы	Знание техноло-	Выполнение ра-	Невыполнение

	построения экономико-математических оптимизационных моделей на различных этапах управления процессами жизненного цикла ИТ-инфраструктуры предприятий	гии использования современных методов оптимизации на различных этапах управления процессами жизненного цикла ИТ-инфраструктуры предприятий. Ответы на теоретические вопросы при защите лабораторных работ	бот в срок, предусмотренный в рабочих программах	работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Уметь</b> решать прикладные задачи оптимизации в автоматизированном режиме с использованием современных программных систем, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных решений	Умение использовать современные программные системы для решения прикладных задач оптимизации в различных предметных областях. Выполнение лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Владеть</b> Навыками применения математических моделей и методов оптимизации при проектировании и эксплуатации экономических информационных систем	Решение прикладных задач оптимизации в конкретной предметной области с использованием разработанного программного обеспечения, выполнение лабораторных работ	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 5 семестре для очной формы обучения, 7 семестре для заочной формы обучения по двухбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ДПК-1	<b>Знать</b> методы поиска оптимальных решений в экономических системах	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	<b>Уметь</b> разрабатывать математические модели и алгоритмы для реше-	Решение стандартных практических	Продемонстрирова н верный ход решения в	Задачи не решены

	ния задач оптимизации в экономических системах	задач	большинстве задач	
	<b>Владеть</b> приёмами разработки математического и программного обеспечения для решения прикладных задач оптимизации в различных предметных областях	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрировать и верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ПК-7	<b>Знать</b> основные приёмы построения экономико-математических оптимизационных моделей на различных этапах управления процессами жизненного цикла ИТ-инфраструктуры предприятий	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	<b>Уметь</b> решать прикладные задачи оптимизации в автоматизированном режиме с использованием современных программных систем, интерпретировать результаты вычислений и оценивать качество полученных решений	Решение стандартных практических задач	Продемонстрировать и верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	<b>Владеть</b> Навыками применения математических моделей и методов оптимизации при проектировании и эксплуатации экономических информационных систем	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрировать и верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств ( типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Выполнение заданий предполагает выбор правильного ответа из пяти возможных. Правильный ответ выделен.

1

Какая задача называется задачей одномерной оптимизации?

**Задача с одним варьируемым параметром**

Задача с одним критерием оптимальности

Задача с одним прямым ограничением
Задача с одним функциональным ограничением
Задача с одной целевой функцией и без ограничений

2

Какая задача называется задачей векторной оптимизации?
<b>Задача с несколькими целевыми функциями</b>
Задача с несколькими прямыми ограничениями
Задача с несколькими функциональными ограничениями
Задача с вектором варьируемых параметров
Задача с несколькими параметрами и без ограничений

3

Какая задача называется задачей линейной оптимизации?
<b>Задача, в которой целевая функция и все ограничения линейны</b>
Задача, в которой хотя бы одна из функций (целевая функция или ограничения) линейна
Задача, в которой целевая функция линейна
Задача, в которой хотя бы одно из ограничений линейно
Задача, в которой все ограничения линейны

4

Какая задача называется задачей безусловной оптимизации?
<b>Задача без ограничений</b>
Задача, в которой целевая функция и все ограничения линейны
Задача, в которой присутствуют только функциональные ограничения
Задача с одним варьируемым параметром
Задача, в которой присутствуют только прямые ограничения

5

Какой из методов одномерной оптимизации использует вторые производные целевой функции?
<b>Метод Ньютона</b>
Метод дихотомии
Метод Фибоначчи
Метод золотого сечения
Метод секущих

6

Для решения каких задач может быть применен метод внутренних штрафных функций?
<b>Для решения задач с ограничениями-неравенствами</b>
Для решения задач с ограничениями-равенствами
Для решения задач с ограничениями-неравенствами и ограничениями-равенствами
Для учета прямых ограничений
Для решения задач безусловной оптимизации

7

Какой из методов одномерной оптимизации не использует производные целевой функции?
<b>Метод золотого сечения</b>
Метод секущих
Метод Ньютона
Метод квадратичной интерполяции
Метод кубической интерполяции

8

Какой из рассмотренных методов относится к методам безусловной оптимизации первого порядка?
<b>Градиентный метод с переменным шагом</b>
Метод Хука-Дживса
Метод Нелдера-Мида
Метод Розенброка
Метод Гаусса-Зейделя

9

Какой из рассмотренных методов относится к методам безусловной оптимизации нулевого порядка?
<b>Метод Гаусса-Зейделя</b>
Метод Ньютона
Метод наискорейшего спуска
Метод Флетчера-Ривса
Градиентный метод с переменным шагом

10

Какая задача называется задачей условной оптимизации?
<b>Задача с ограничениями</b>
Задача с несколькими целевыми функциями
Задача, в которой присутствуют только функциональные ограничения

Задача без ограничений
Задача, в которой присутствуют только прямые ограничения

11

Укажите неверное утверждение
<b>Введение дополнительных переменных в систему ограничений задачи линейной оптимизации меняет множество ее решений</b>
Введение дополнительных переменных в систему ограничений задачи линейной оптимизации не меняет множество ее решений
Введение искусственных переменных в систему ограничений задачи линейной оптимизации меняет множество ее решений
Базисные переменные – переменные, входящие только в одно ограничение задачи линейной оптимизации с коэффициентом 1
Опорный план задач линейной оптимизации можно получить, приравняв базисные переменные правым частям ограничений, а свободные переменные нулю

12

Какое из перечисленных условий является условием оптимальности решения в задаче линейной оптимизации?
<b>Оценки по всем переменным должны быть <math>\leq 0</math></b>
Оценки по всем переменным должны быть отрицательны
Оценки по всем переменным должны быть неотрицательны
Оценки по всем переменным должны быть положительны
Оценки по всем переменным должны быть равны нулю

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

Решение задач предполагает ввод правильного ответа.

1. Решить задачу линейной оптимизации симплекс-методом.

$$2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 5x_2 \leq 5 \\ -x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_2 \leq 8 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 2$      $x_2 = 6$

2. Решить задачу линейной оптимизации симплекс-методом.

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 4 \\ -2x_1 + x_2 \leq 3 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 1$     $x_2 = 5$

3. Решить задачу методом искусственного базиса

$$F = 7x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 40 \\ 2x_1 + x_2 \geq 16 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 8$     $x_2 = 0$

4. Решить задачу методом искусственного базиса

$$F = 4x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 20 \\ 2x_1 - x_2 \geq 8 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 4$     $x_2 = 0$

5. Решить задачу целочисленной линейной оптимизации методом Гомори.

$$x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 20 \\ x_1, x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 - \text{целые} \end{cases}$$

Ответ:  $x_1 = 1$     $x_2 = 6$

6. Решить задачу целочисленной линейной оптимизации методом Гомори.

$$\begin{aligned} 2x_1 + 5x_2 &\rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_1 + 3x_2 \leq 22 \end{cases} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\text{ — целые} \end{aligned}$$

Ответ:  $x_1 = 10$   $x_2 = 4$

7. Решить задачу условной оптимизации методом множителей Лагранжа

$$\begin{aligned} x_1x_2 + x_2x_3 + 2x_1^2 + 4x_2^2 + 2x_3^2 &\rightarrow \text{extr} \\ x_1 + x_2 + x_3 &= 8 \end{aligned}$$

Ответ:  $x_1 = 3,5$   $x_2 = 1$   $x_3 = 3,5$  - точка минимума

8. Решить задачу условной оптимизации методом множителей Лагранжа

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 2x_2 + x_3^2 &\rightarrow \text{extr} \\ x_1 - x_3 &= 2 \end{aligned}$$

Ответ:  $x_1 = 1$   $x_2 = -1$   $x_3 = -1$  - точка минимума

9. Решить задачу дискретной оптимизации

$$\begin{aligned} 4x_1 + 3x_2 &\rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 \leq 10 \end{cases} \\ x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1, x_2 &\text{ — целые} \end{aligned}$$

Ответ:  $x_1 = 2$   $x_2 = 3$

10. Решить задачу дискретной оптимизации



$$x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 7 \\ x_1 + 3x_2 \leq 14 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$x_1, x_2$  – целые

Ответ:  $x_1 = 2$   $x_2 = 4$

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1

Укажите математическую модель задачи: «При производстве двух видов продукции используются два вида сырья. Исходные данные таковы:

Расход сырья на единицу продукции		Запасы сырья
A	B	
2	1	20
3	1	12
40	50	прибыль

Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли».

$$40x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 20 \\ 3x_1 + x_2 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$20x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 40 \\ 3x_1 + x_2 \leq 50 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$40x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 20 \\ 3x_1 + x_2 \geq 12 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

$$40x_1 + 50x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 20 \\ 3x_1 + x_2 = 12 \end{cases}$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

Правильный ответ 1.

Какие действия необходимо произвести для приведения к закрытой модели следующей транспортной задачи:			
Пункты	В <sub>1</sub>	В <sub>2</sub>	Запасы
А <sub>1</sub>	1	2	25
А <sub>2</sub>	3	4	15
Потребности	10	20	
<b>Ввести фиктивный пункт назначения с потребностью 10 и положить стоимости перевозок единицы груза в этот пункт равными нулю.</b>			
Ввести фиктивный пункт отправления с потребностью 10 и положить стоимости перевозок единицы груза из этого пункта равными нулю.			
Ввести фиктивный пункт назначения с потребностью 10 и фиктивный пункт отправления с потребностью 10.			
Уменьшить запас груза в каком-либо из двух пунктов отправления на 10 единиц			
Увеличить потребность в грузе в каком-либо из двух пунктов назначения на 10 единиц			

3

К какому типу прикладных задач можно отнести следующую задачу дискретной оптимизации:
$2x_1 + x_2 + 5x_3 \rightarrow \max$ $4x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 12$ $6x_1 + 3x_2 + 4x_3 \leq 58$ $3x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 16$ $x_1, x_2, x_3 \geq 0$ $x_1, x_2, x_3 - \text{целые}$
<b>Многомерная задача о ранце</b>
Задача о назначениях
Одномерная задача о ранце
Задача о покрытии
Задача о разбиении

#### 4. Составить математическую модель задачи и решить ее симплекс-методом (10 вариантов)

Для производства двух видов изделий А и В используются три типа технологического оборудования. Для производства единицы изделия А оборудование первого типа используется в течении  $a_{11}$  ч., оборудование второго типа -  $a_{21}$  ч., оборудование третьего типа -  $a_{31}$  ч. Для производства единицы изделия В оборудование первого типа используется в течении  $a_{12}$  ч., оборудование второго типа -  $a_{22}$  ч., оборудование третьего типа -  $a_{32}$  ч. На изготовление всех изделий предприятие может использовать оборудование первого типа не более  $b_1$  ч., оборудование второго типа не более  $b_2$  ч., оборудование третьего типа не более  $b_3$  ч. Прибыль от реализации единицы готового изделия А составляет  $c_1$  денежных единиц, а изделия В -  $c_2$  денежных единиц. Составить план производства изделий А и В, обеспечивающий максимальную прибыль от их реализации.

#### Варианты

Вар-т	$a_{11}$	$a_{21}$	$a_{31}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$a_{32}$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$c_1$	$c_2$
1	1	2	2	2	1	1	20	32	30	5	2

2	2	1	3	2	2	1	20	18	23	1	2
3	3	1	3	3	2	1	30	16	25	2	5
4	1	1	4	1	2	1	12	20	24	1	3
5	1	1	5	1	2	1	24	26	38	2	7
6	3	2	1	1	2	2	40	40	36	2	1
7	3	1	1	1	2	1	46	34	20	5	2
8	1	3	3	2	3	1	32	60	50	4	2
9	1	3	2	2	1	1	16	40	8	6	2
10	1	1	2	2	1	1	28	34	52	7	3

Ответы

Вариант	Количество продукции А (x <sub>1</sub> )	Количество продукции В (x <sub>2</sub> )
1	15	0
2	0	9
3	0	8
4	0	10
5	0	13
6	10	10
7	13	7
8	15	5
9	4	0
10	26	0

5. Решить транспортную задачу:

На 3-х складах сосредоточен однородный груз в количествах 110, 190, и 90 единиц. Данный груз необходимо доставить 4-м потребителям, потребности которых равны соответственно 80, 60, 170, 80 единиц. Матрица тарифов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 8 & 1 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 12 \\ 3 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}.$$

Необходимо определить оптимальный план и стоимость перевозок.

В ответе вывести оптимальную стоимость перевозки грузов

Ответ: 1280

6. Решить транспортную задачу:

На 3-х складах сосредоточен однородный груз в количествах 90, 170, и 70 единиц. Данный груз необходимо доставить 4-м потребителям, потребности которых равны соответственно 60, 40, 150, 80 единиц. Матрица тарифов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 7 & 1 & 8 & 6 \\ 3 & 5 & 1 & 11 \\ 2 & 4 & 7 & 8 \end{pmatrix}.$$

Необходимо определить оптимальный план и стоимость перевозок.  
Ответ: 870

7. Решить транспортную задачу:

На 3-х складах сосредоточен однородный груз в количествах 70, 150, и 50 единиц. Данный груз необходимо доставить 4-м потребителям, потребности которых равны соответственно 60, 20, 130, 60 единиц. Матрица тарифов имеет вид:

$$\begin{pmatrix} 9 & 3 & 10 & 8 \\ 5 & 7 & 3 & 13 \\ 4 & 6 & 9 & 10 \end{pmatrix}.$$

Необходимо определить оптимальный план и стоимость перевозок.  
Ответ: 1210

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Постановка задач оптимального выбора. Виды критериев оптимальности. Классификация задач оптимизации и методов их решения. Структурная и параметрическая оптимизация.

2. Обобщенная схема процесса оптимального выбора. Процедуры анализа, синтеза, принятия решений, их взаимосвязь. Основные факторы, влияющие на эффективность оптимизационного процесса.

3. Постановка задачи линейного программирования. Формы записи задач линейного программирования и их эквивалентность. Приведение задачи линейного программирования к канонической форме.

4. Прикладные задачи линейного программирования. Построение моделей прикладных задач.

5. Решение задач линейного программирования графическим методом.

6. Симплексный метод решения задач линейного программирования.

7. Метод искусственного базиса.

8. Двойственность в линейном программировании. Основные приемы построения двойственных задач. Основные теоремы двойственности.

9. Двойственный симплекс-метод. Использование двойственного симплекс-метода для решения задач с возрастающим числом ограничений.

10. Задачи линейного программирования транспортного типа. Открытые и закрытые модели транспортных задач. Особенности транспортных задач линейного программирования.

11. Решение транспортных задач линейного программирования методом потенциалов.

12. Прикладные задачи дискретной оптимизации. Задача коммивояжера, задачи о ранце, о покрытии, о назначениях, их прикладные аспекты.

13. Классификация основных методов решения задач дискретной оп-

тимизации. Метод Гомори для решения полностью целочисленных и частично целочисленных задач.

14. Метод ветвей и границ.

15. Постановка задачи безусловной нелинейной оптимизации. Классификация задач безусловной оптимизации и методов их решения. Методы нулевого, первого и второго порядков.

16. Поискные методы оптимального выбора: Нелдера-Мида, Хука-Дживса, Розенброка.

17. Градиентные методы оптимизации: метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов.

18. Методы безусловной оптимизации ньютоновского типа.

19. Сведение задач с ограничениями к задачам безусловной оптимизации. Метод штрафных функций. Внутренние и внешние штрафные функции.

20. Классификация задач многокритериальной оптимизации. Условия эффективности для задач многокритериальной оптимизации. Множество Парето. Решения, оптимальные по Парето.

21. Основные подходы к решению задач многокритериальной оптимизации.

### 7.2.5 Примерный перечень заданий для экзамена

Не предусмотрено учебным планом

### 7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

*Зачёт проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 10 вопросов и задачу. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1 баллом, задача оценивается в 10 баллов (5 баллов верное решение и 5 баллов за верный ответ). Максимальное количество набранных баллов – 20.*

*1. Зачёт ставится в случае, если студент набрал более 10 баллов.*

*2. Незачёт ставится в случае, если студент набрал менее 10 баллов.*

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Формализация задач поиска оптимальных решений	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ
2	Методы одномерной оптимизации	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ
3	Решение задач линейной оптимизации	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ
4	Нелинейная оптимизация	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ
5	Методы решения задач дискретной оптимизации	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ
6	Основные подходы к решению задач многокритериальной оп-	ДПК-1, ПК-7	Тест, защита лабораторных работ

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — Москва : Логос, 2011. — 424 с. — ISBN 978-5-98704-540-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/9093.html>). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

2. Ахмадиев, Ф. Г. Математическое моделирование и методы оптимизации : учебное пособие / Ф. Г. Ахмадиев, Р. М. Гильфанов. — Москва : Ай Пи Ар Медиа, 2022. — 178 с. — ISBN 978-5-4497-1383-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/116448.html> (дата обращения: 30.01.2022). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

3. Олейникова, С. А. Численные методы оптимизации : практикум / С. А. Олейникова, Т. И. Сергеева, М. Ю. Сергеев. — Воронеж : Воронежский государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2021. — 90 с. — ISBN 978-5-7731-0937-2. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/118625.html> (дата обращения: 30.01.2022). — Режим доступа: для авторизир. Пользователей

4. Батищев Д.И., Львович Я.Е., Фролов В.Н. Оптимизация в САПР: Учебное пособие. — Воронеж: ВГУ, 2015. — 416 с.

5. Белецкая С.Ю. Математические методы поиска оптимальных решений: Учеб. пособие. — Воронеж: ВГТУ, 2008. — 201 с.

6. Белецкая С.Ю. Технология автоматизированного решения задач оптимизации: Учеб. пособие. – Воронеж: ВГТУ, 2009. – 160 с.

7. Белецкая С.Ю. Математическая система Matlab: методич. указания к лабораторным работам, ВГТУ. -2015

8. Белецкая С.Ю. Основы программирования в Matlab методич. указания к лабораторным работам ВГТУ. -2015

9. Белецкая С.Ю. Разработка программных средств поиска оптимальных решений: методич. указания по выполнению курсовой работы ВГТУ. -2015

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

### **Лицензионное ПО**

LibreOffice

### **Ресурс информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

<http://www.edu.ru/>

Образовательный портал ВГТУ

### **Информационная справочная система**

<http://window.edu.ru>

<https://wiki.cchgeu.ru/>

### **Современные профессиональные базы данных**

<http://digital-mag.tti.sfedu.ru/>

[http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=ia&wshow=contents&option\\_lang=rus](http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?jrnid=ia&wshow=contents&option_lang=rus)

## **9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Лекционная аудитория и аудитории для практических занятий, оснащённые мультимедийным демонстрационным оборудованием (проектор, экран, звуковоспроизводящее оборудование), обеспечивающим демонстрацию мультимедиа материалов.

Аудитории для лабораторных занятий, оснащенные компьютерами с лицензионным программным обеспечением с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно образовательную среду университета.

Аудитории для самостоятельной работы, оборудованные техническими средствами обучения: персональными компьютерами с лицензионным программным обеспечением с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду университета

## 10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Методы оптимизации» читаются лекции, проводятся лабораторные работы.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.



Лабораторные работы выполняются на лабораторном оборудовании в соответствии с методиками, приведенными в указаниях к выполнению работ.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомиться с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"> <li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li> <li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li> <li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li> <li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li> <li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li> </ul>
Подготовка к	Готовиться к промежуточной аттестации следует системати-



промежуточной аттестации	чески, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начинаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.
--------------------------	--

**6 Лист регистрации изменений**

№ п/п	Перечень вносимых изменений	Дата внесения изменений	Подпись заведующего кафедрой, ответственной за реализацию ОПОП
1	Внесены изменения в рабочие программы дисциплин в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2020	
2	Внесены изменения в рабочие программы дисциплин в части состава используемого лицензионного программного обеспечения, современных профессиональных баз данных и справочных информационных систем	31.08.2021	
3	Актуализирован перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины	31.08.2021	