

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»



УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

Ряжских В.И.

«29» августа 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

дисциплины

«Спецглавы математики»

Направление подготовки 22.03.02 МЕТАЛЛУРГИЯ

Профиль Технология литейных процессов

Квалификация выпускника бакалавр

Нормативный период обучения 4 года

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2018

Автор программы

/ Шунин Г.Е./

Заведующий кафедрой  
Высшей математики и  
физико-математического  
моделирования

/Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП

/Печенкина Л.С./

Воронеж 2018

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета \_\_\_\_\_ Рязских В.И.  
«29» августа 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины  
«Спецглавы математики»

**Направление подготовки 22.03.02 МЕТАЛЛУРГИЯ**

**Профиль Технология литейных процессов**

**Квалификация выпускника бакалавр**

**Нормативный период обучения 4 года**

**Форма обучения очная**

**Год начала подготовки 2018**

Автор программы \_\_\_\_\_ / Шунин Г.Е./

Заведующий кафедрой  
Высшей математики и  
физико-математического  
моделирования \_\_\_\_\_ /Батаронов И.Л./

Руководитель ОПОП \_\_\_\_\_ /Печенкина Л.С./

Воронеж 2018

# 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1. Цели дисциплины

Формирование у обучающихся знаний о фундаментальных математических законах и методах, используемых для анализа, моделирования и решения прикладных инженерных задач. Развитие практических навыков решения вычислительных задач с использованием систем компьютерной математики.

## 1.2. Задачи освоения дисциплины

1.2.1 получить представление о математическом моделировании как особом способе исследования и описания физических явлений и процессов, общности ее понятий и представлений; об основных математических моделях и математических методах, используемых при их исследовании.

1.2.2 научиться использовать основные понятия и методы векторного анализа и теории поля, дифференциальных уравнений в частных производных, теории рядов и гармонического анализа для исследования основных физико-математических моделей.

1.2.3 научиться применять системы компьютерной математики при решении вычислительных физико-технических задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Спецглавы математики» относится к дисциплинам вариативной части блока Б1.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Спецглавы математики» направлен на формирование следующих компетенций:

ПК-1 - способностью к анализу и синтезу

ПК-3 - готовностью использовать физико-математический аппарат для решения задач, возникающих в ходе профессиональной деятельности

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ПК-1	<b>владеть</b> методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.
ПК-3	<b>знать</b> понятия и методы векторного анализа и теории поля, основные уравнения математической физики и постановку краевых задач, элементы теории рядов и гармонического анализа, основные аналитические и численные методы решения краевых задач. <b>уметь</b> находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных

	полей, определять виды векторных полей; исследовать сходимость рядов, разлагать функции в ряд Тейлора и Фурье, выполнять интегральные преобразования Фурье; решать простейшие дифференциальные уравнения в частных производных и краевые задачи для основных уравнений математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики.
--	--

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Спецглавы математики» составляет 8 з.е.

Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры	
		3	4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	90	54	36
В том числе:			
Лекции	36	18	18
Практические занятия (ПЗ)	36	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	18	18	-
<b>Самостоятельная работа</b>	162	54	108
<b>Курсовая работа</b>	+	+	
Часы на контроль	36	-	36
Виды промежуточной аттестации - зачет, экзамен	+	+	+
Общая трудоемкость: академические часы	288	144	144
зач.ед.	8	4	4

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий**

**очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. зан.	СРС	Всего, час
<b>3 семестр</b>							
1	Векторный анализ и основы теории поля	Скалярное поле. Поверхности и линии уровня скалярного поля. Производная по направлению и градиент. Векторное поле. Векторные линии. Поверхностные интегралы первого и второго	10	10	6	30	56

		<p>родов. Поток векторного поля через поверхность. Дивергенция и ротор векторного поля. Их физический смысл. Циркуляция векторного поля. Формулы Остроградского-Гаусса и Стокса. Формулы Грина. Дифференциальные операции второго порядка. Специальные виды скалярных и векторных полей. Основная теорема векторного анализа. Криволинейные координаты в векторном анализе. Дифференциальные операции в цилиндрических и сферических координатах.</p>					
2	Уравнения математической физики	<p>Пространственно-временной континуум. Основные динамические уравнения. Законы сохранения. Задача Коши. Уравнения непрерывности и теплопроводности. Вывод уравнения упругих колебаний струны. Уравнения электромагнитного поля Максвелла. Граничные условия. Электростатические и магнитостатические поля. Скалярные и векторные уравнения Лапласа и Пуассона. Электромагнитные волны. Векторные и скалярные уравнения Даламбера и Гельмгольца. Квазистационарные электромагнитные поля. Векторные и скалярные уравнения диффузии. Понятие о дифференциальных уравнениях в частных производных. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка. Основные типы краевых задач. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов.</p>	8	8	12	24	52

		Краевая задача для эллиптических уравнений. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.					
		<b>4 семестр</b>					
3	Элементы теории рядов и гармонического анализа	Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Абсолютная и условная сходимость. Признаки абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость. Дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Ряд Тейлора. Вычисление определённых интегралов и решение дифференциальных уравнений с помощью рядов. Тригонометрические ряды Фурье. Комплексная форма ряда Фурье. Спектральные характеристики. Интеграл Фурье. Преобразование Фурье и его свойства. Действительная форма преобразования Фурье.	12	12	-	60	84
4	Аналитические и численные методы решения краевых задач	Линейные уравнения. Принцип суперпозиции. Уравнения с разделяющимися переменными. Метод разделения переменных Фурье. Понятие о функциональных пространствах. Обобщённые ряды Фурье. Собственные функции и собственные значения линейных операторов. Постановка задач на собственные значения дифференциальных операторов. Задача Штурма-Лиувилля. Понятие о специальных функциях. Функции Бесселя, полиномы Лежандра и сферические гармоники.	6	6	-	30	42

		Общая схема метода разложения по собственным функциям. Сущность метода функций Грина. Понятие о функционале и его вариации. Экстремум функционала. Методы Рунге, Галёркина и конечных элементов					
<b>Итого</b>			<b>36</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>162</b>	<b>288</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

1. Аппроксимация функций.
2. Численное решение задачи Коши для основного динамического уравнения.
3. Решение одномерных краевых задач методом конечных разностей.
4. Решение одномерных краевых задач методом Рунге.
5. Решение одномерных краевых задач методом Галёркина.
6. Решение одномерных краевых задач методом конечных элементов.

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины предусматривает выполнение курсовой работы в 4 семестре для очной формы обучения.

Примерная тематика курсовой работы: «Решение краевых задач математической физики с помощью систем компьютерной математики»

Курсовая работа включает в себя теоретическую и расчётную части. В теоретической части рассматриваются сущность метода конечных элементов и возможности конечно-элементных комплексов программ. В расчётной части рассматривается физико-математическая модель (определяется индивидуальным заданием), формулируется соответствующая краевая задача и находится её решение в заданной области с помощью выбранного подходящего конечно-элементного комплекса программ.

Примерные варианты индивидуальных заданий:

1. Двухмерные краевые задачи электростатики.
2. Трёхмерные краевые задачи электростатики.
3. Двухмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.
4. Двухмерные краевые задачи нестационарной теплопередачи.
5. Трёхмерные краевые задачи стационарной теплопередачи.

Задачи, решаемые при выполнении курсовой работы:

- а) Осуществить поиск необходимой информации по теме работы;
- б) Систематизировать найденную информацию;
- в) Осуществить обзор литературных источников по заданной теме;
- г) Выработать умения решать прикладные задачи

Предусматривается также в 3 семестре коллоквиум по разделу «Векторный анализ и основы теории поля» и контрольная работа по разделу «Уравнения математической физики», а в 4 семестре коллоквиум по разделу

«Элементы теории рядов и гармонического анализа» и контрольная работа по разделу «Аналитические и численные методы решения краевых задач».

На коллоквиумах осуществляется рубежное тестирование знаний студентов, а на контрольных работах проверяется умение решать стандартные и прикладные задачи.

## **7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

#### **7.1.1 Этап текущего контроля**

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

<b>Компетенция</b>	<b>Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции</b>	<b>Критерии оценивания</b>	<b>Аттестован</b>	<b>Не аттестован</b>
ПК-3	<b>знать</b> понятия и методы векторного анализа и теории поля, основные уравнения математической физики и постановку краевых задач, элементы теории рядов и гармонического анализа, основные аналитические и численные методы решения краевых задач.	Тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>уметь</b> находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей, определять виды векторных полей; исследовать сходимость рядов, разлагать функции в ряд Тейлора и Фурье, выполнять интегральные преобразования Фурье; решать простейшие дифференциальные уравнения в частных производных и краевые задачи для основных уравнений математической физики аналитическими и численными методами с использованием систем компьютерной математики.	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ПК-1	<b>владеть</b> методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

#### **7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний**

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 3, 4 семестре для очной формы обучения по двух/четырёхбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ПК-3	знать понятия и методы векторного анализа и теории поля, основные уравнения математической физики и постановку краевых задач, элементы теории рядов и гармонического анализа, основные аналитические и численные методы решения краевых задач.	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	уметь находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей, определять виды векторных полей; исследовать сходимость рядов, разлагать функции в ряд Тейлора и Фурье, выполнять интегральные преобразования Фурье; решать простейшие дифференциальные уравнения в частных производных и	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ПК-1	владеть методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

ИЛИ

«отлично»;

«хорошо»;

«удовлетворительно»;

«неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
-------------	---	---------------------	---------	--------	--------	----------

ПК-3	<p><b>знать</b> понятия и методы векторного анализа и теории поля, основные уравнения математической физики и постановку краевых задач, элементы теории рядов и гармонического анализа, основные аналитические и численные методы решения краевых задач.</p>	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	<p><b>уметь</b> находить геометрические, дифференциальные и интегральные характеристики скалярных и векторных полей, определять виды векторных полей; исследовать сходимость рядов, разлагать функции в ряд Тейлора и Фурье, выполнять интегральные преобразования Фурье; решать простейшие дифференциальные уравнения в частных производных и</p>	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	<p><b>владеть</b> методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности.</p>	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ПК-1	<p><b>владеть</b> методологией математического моделирования позволяющей выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной</p>	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответ	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

деятельности.					
---------------	--	--	--	--	--

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Какое из уравнений Максвелла является дифференциальной формой закона электромагнитной индукции Фарадея?

а)  $\operatorname{div} \mathbf{E} = \rho$ , б)  $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$ , в)  $\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ , г)  $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$ .

2. При выводе уравнения колебаний струны используется:

а) закон сохранения энергии, б) закон сохранения заряда, в) второй закон Ньютона, г) закон сохранения массы.

3. Стационарная теплопередача при наличии внутренних источников тепла описывается уравнением

а)  $\frac{\partial T}{\partial t} = a^2 \Delta T$ , б)  $\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = a^2 \Delta T$ , в)  $\Delta T = -f$ , г)  $\Delta T = 0$ .

4. Дифференциальное уравнение  $a(x, y) \frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y) \frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y, u)u = f(x, y)$  является:

- а) линейным обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка,  
 б) линейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,  
 в) квазилинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка,  
 г) нелинейным дифференциальным уравнением в частных производных первого порядка.

5. Определите тип уравнения  $a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2b \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + c \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x, y, u)$ , если  $b^2 - ac > 0$ .

а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

6. Определить тип линейного дифференциального уравнения в частных производных

$$x \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - 2\sqrt{xy} \frac{\partial^2 U}{\partial x \partial y} + y \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{1}{2} \frac{\partial U}{\partial y} = 0.$$

а) смешанный, б) эллиптический, в) параболический, г) гиперболический.

7. Определить тип уравнения и тип краевой задачи

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 u_{xx}, \\ u(0, t) = \mu(t), u_t(0, t) = v(t), \\ u_x(l, t) = u_x(l, t) = 0 \end{cases}$$

а) эллиптический, краевая задача второго рода, б) параболический, смешанная краевая задача, в) гиперболический, задача Коши, г) гиперболический, смешанная краевая задача.

8. Решением задачи Коши для волнового уравнения  $u_{tt} = 4u_{xx}$  с начальными условиями

$$u(x, 0) = 2 \sin(x), u_t(x, 0) = 0 \text{ будет}$$

а)  $u(x, t) = (\sin(x - 2t) + \sin(x + 2t))$ , б)  $u(x, t) = (\sin(x - 2t) - \sin(x + 2t))$ ,

в)  $u(x, t) = (\cos(x - 2t) + \cos(x + 2t))$ , г)  $u(x, t) = (\cos(x - 2t) - \sin(x + 2t))$ ,

9. Решение краевой задачи для уравнения  $y'' + y = 0$  с граничными условиями  $y(0) = y(\pi) = 0$  будет

а)  $\sin(3x)$ , б)  $\cos(3x)$ , в)  $\sin(x)$ , г)  $\cos(x)$ .

10. Собственными значениями и собственными функциями задачи

### Штурма-Лиувилля

$y'' + \lambda y = 0$ ,  $y(0) = y(\pi) = 0$  являются

а)  $\lambda_n = n$ ,  $y_n = \cos(nx)$ , б)  $\lambda_n = n^2$ ,  $y_n = \cos(nx)$ , в)  $\lambda_n = n$ ,  $y_n = \sin(nx)$ , г)  $\lambda_n = n^2$ ,  $y_n = \sin(nx)$ .

11. Решение смешанной краевой задачи для волнового уравнения  $u_{tt} = u_{xx}$  с граничными условиями  $u(0,t) = u(1,t) = 0$  и начальными условиями  $u(x,0) = x(1-x)$ ,  $u_t(x,0) = 0$  имеет вид

а)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \cos(\pi n t)$ , б)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin(\pi n x) \sin(\pi n t)$ ,

в)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \cos(\pi n t)$ , г)  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\pi n x) \sin(\pi n t)$ .

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Найти эквипотенциальные поверхности и семейство линий наискорейшего возрастания скалярного поля

$$u = x^2 + y^2 - z^2.$$

2. Найти производную скалярного поля  $u(x,y,z) = x^2 - \arctg(y+z)$  в точке  $M(2,1,1)$  по направлению вектора  $l = 3j - 4k$ .

3. Найти поток векторного поля  $a = (2y - 5x)i + (x - 1)j + (2xy + 2z)k$  через замкнутую поверхность  $S$ :  $2x + 2y - z = 4$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  (нормаль внешняя), используя формулу Остроградского-Гаусса.

4. Найти потенциал векторного поля  $a = 2xyi + (x^2 - 2yz)j - y^2k$ .

5. Определить вид векторного поля  $a = (yz - xy)i + (xz - x^2/2 + yz^2)j + (xy + yz)^2k$ .

6. Найти общее решение дифференциального уравнения в частных производных:

$$3 \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0.$$

7. Найти фундаментальное решение уравнения Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

8. Найти общее решение уравнения Пуассона:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 + y^2.$$

9. Решить методом Даламбера задачу Коши для волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0, \quad -\infty < x < \infty, \quad t > 0,$$

с начальными условиями

$$u(0) = \sin(x), \quad u_t(0) = 0.$$

10. Определить тип и привести к каноническому виду дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка

$$\frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial x^2} + 4 \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y \partial x} + \frac{\partial^2 u(x,y)}{\partial y^2} = 0$$

11. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи с периодическими граничными условиями

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y(0) = y(1), \quad y'(0) = y'(1), \quad x \in [0,1].$$

12. Решить краевую задачу методом конечных разностей. Сравнить с точным решением. Провести анализ сходимости аппроксимации

$$e^x \frac{d^2 \varphi}{dx^2} + e^x \frac{d\varphi}{dx} = -2x; \quad \frac{d\varphi}{dx}(0) = 0, \quad \varphi(1) = 4.$$

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Магнитное поле, создаваемое электрическим током силы  $I$ , текущим по бесконечному

проводу, определяется формулой  $\mathbf{H}(P) = 2I \frac{-y\mathbf{i} + x\mathbf{j}}{x^2 + y^2}$ . Вычислить  $\operatorname{div} \mathbf{H}(P)$  и  $\operatorname{rot} \mathbf{H}(P)$ .

Определить вид этого поля.

2. Определить суммарный электрический заряд, распределенный по поверхности пластины  $|x| \leq a, |y| \leq b, |z| \leq c$  если поверхностная плотность заряда в точке  $P(x, y, z)$  равна  $k \sqrt[3]{|xyz|}$ , где  $k > 0$  – коэффициент пропорциональности.

3. Бесконечная плоская пластина толщиной  $h$  равномерно заряжена по объёму с плотностью  $\rho$ . Пользуясь формулой Остроградского-Гаусса найти напряжённость  $\mathbf{E}$  электрического поля вне пластины.

4. Пользуясь формулой Стокса найти напряжённость  $\mathbf{H}$  магнитного поля создаваемого бесконечно длинным тонким проводником с током  $I$ .

5. Найти траекторию движения частицы с зарядом  $q$  и начальной скоростью  $\mathbf{v}_0$  в однородном постоянном электрическом поле с напряжённостью  $\mathbf{E}$ .

6. Вывести из уравнений Максвелла закон сохранения заряда.

7. Сформулировать краевую задачу о проникновении переменного магнитного поля в правое полупространство с проводимостью  $\sigma$ , если начиная с момента времени  $t=0$  на поверхности  $x=0$  поддерживается напряжённость  $\mathbf{H} = H_0 \sin(\omega t)$ ,  $\omega$ -частота поля.

8. Один конец стержня  $x=0$  теплоизолирован, а другой  $x=l$  поддерживается при температуре равной нулю. В начальный момент времени  $t=0$  температура во всех точках стержня равна  $T_0$ . Найти распределение температуры при  $t > 0$ .

9. Решите одномерную задачу стационарной теплопроводности в полой цилиндре с внутренним и внешним радиусами, равными соответственно 0.5 и 2. Температуру на внутренней и внешней поверхностях задайте равными 100 и 200 соответственно. Покажите, что полученное решение одномерно. Сравните численное решение с точным решением.

10. Найти стационарное распределение температуры  $u$  в прямоугольной пластине  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2$  которая нагревается от источников тепла с мощностью  $Q(x, y)$ , если

$$u(0, y) = u(1, y) = 0, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{y=0} = -1, \quad \left. \frac{\partial u}{\partial n} \right|_{y=2} = 1; \quad Q(x, y) = 3.$$

11. Рассчитайте распределение температуры в поперечном сечении длинного цилиндра. Теплопроводность равна 2.2. Граничные условия следующие: одна половина внешней поверхности цилиндра теплоизолирована, в то время как другая омывается жидкостью с температурой 500, коэффициент теплоотдачи равен 22. В половине сечения с теплоизолированной границей происходит выделение тепло с  $S=2000$ , в другой половине источниковый член  $S$  равен 0.

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

1. Скалярные, векторные и тензорные поля. Геометрические характеристики скалярных и векторных полей.
2. Основные дифференциальные операторы математической физики.
3. Виды векторных полей. Теорема Гельмгольца.
4. Криволинейные интегралы от скалярных и векторных полей..
5. Поверхностные интегралы от скалярных и векторных полей..
6. Объёмные интегралы от скалярных и векторных полей.
7. Основные динамические уравнения. Задача Коши. Законы сохранения.
8. Уравнения механики сплошной среды. Уравнения непрерывности и теплопроводности.
9. Дифференциальная форма уравнений Максвелла. Сила Лоренца. Закон сохранения заряда.
10. Стационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и

векторные уравнения Лапласа, Пуассона.

11. Электромагнитные волны. Скалярные и векторные волновые уравнения.
12. Гармонические электромагнитные поля. Скалярные и векторные уравнения Гельмгольца.
13. Квазистационарные уравнения Максвелла-Лоренца. Скалярные и векторные уравнения диффузии.
14. Основные уравнения математической физики: Лапласа, Пуассона, волновое и теплопроводности.
15. Классификация квазилинейных уравнений в частных производных второго порядка.
16. Задача Коши для уравнений гиперболического и параболического типов.
17. Краевая задача для эллиптических уравнений.
18. Смешанная краевая задача. Корректность постановки краевых задач.
19. Решение уравнения колебаний бесконечной струны методом Даламбера.

### **7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой**

1. Понятие числового ряда.  $N$ -частичная сумма. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости.
2. Ряд геометрической прогрессии. Его  $n$ -частичная сумма. Условие сходимости и сумма ряда.
3. Гармонический ряд и ряд Дирихле.
4. Достаточные признаки сходимости для знакоположительных рядов: признак сравнения, предельный признак сравнения, признак Даламбера, признак Коши, интегральный признак.
5. Знакопеременные и знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
6. Понятие функционального ряда. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Веерштрасса.
7. Дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
8. Степенные ряды. Радиус сходимости.
9. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение основных элементарных функций в ряд Маклорена.
10. Приложения степенных рядов: решение дифференциальных уравнений, интегрирование функций, вычисление сумм числовых рядов.
11. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье.
12. Комплексная форма ряда Фурье.
13. Интеграл Фурье в действительной форме.
14. Интеграл Фурье для чётных и нечётных функций. Косинус и синус преобразования Фурье.
15. Интеграл Фурье в комплексной форме. Прямое и обратное преобразование Фурье.
16. Общий вид линейного дифференциального оператора второго порядка. Линейные неоднородные и однородные уравнения. Принцип суперпозиции.
17. Метод разделения переменных Фурье.

18. Задача об охлаждении пластины.
19. Задача Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
20. Колебания закреплённой струны.
21. Собственные функции и собственные значения линейных операторов.
22. Уравнение и функции Бесселя.
23. Полиномы Лежандра.
24. Сферические гармоники.
25. Общая схема метода собственных функций.
25. Сущность метода функций Грина.
26. Понятие функционала и его вариации. Экстремум функционала.
27. Сущность метода Рунге.
28. Сущность метода Галёркина.
29. Сущность метода конечных элементов.
30. Сущность метода конечных разностей.

### 7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Зачёт с оценкой проводится по тест-билетам, каждый из которых содержит 10 вопросов и задачу. Каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1 баллом, задача оценивается в 10 баллов (5 баллов за верное решение и 5 баллов за верный ответ). Максимальное количество набранных баллов – 20.

1. Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал менее 6 баллов.

2. Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал от 6 до 10 баллов

3. Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 15 баллов.

4. Оценка «Отлично» ставится, если студент набрал от 16 до 20 баллов.

### 7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Векторный анализ и основы теории поля	ПК-3, ПК-1	Тест-билет, зачёт, коллоквиум, защита лабораторных работ, отчёт, опрос.
2	Уравнения математической физики	ПК-3, ПК-1	Тест-билет, зачёт, контрольная работа, защита лабораторных работ, отчёт, опрос.
3	Элементы теории рядов и гармонического анализа	ПК-3, ПК-1	Тест-билет, экзамен, коллоквиум, отчёт, опрос.
4	Аналитические и численные методы решения краевых задач.	ПК-3, ПК-1	Тест-билет, экзамен, контрольная работа,

			требования к курсовой работе, отчёт, опрос.
--	--	--	---

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Защита курсовой работы осуществляется согласно требованиям, предъявляемым к работе, описанным в методических материалах. Примерное время защиты на одного студента составляет 20 мин.

## **8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Пискунов Н.С. Ч. 2. Дифференциальное и интегральное исчисления. учебное пособие. Т. 2. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2001. - 544 с..
2. Сборник задач по математике для втузов : В 4 т.: Учеб. пособие. Т. 3 / Под ред А.В.Ефимова, А.С.Поспелова. - 4-е изд., перераб. и доп. - М. : Физматиздат, 2002. - 576 с.
3. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики : Типовые расчеты: Учеб. пособие. - 5-е изд., стереотип. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2010. - 192 с.
4. Шунин Г.Е., Кострюков С.А., Пешков В.В. Введение в конечно-элементный анализ: учебное пособие /ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т". -Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 204 с.
5. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е. Основы вариационного исчисления : Учеб. пособие. - Воронеж : ФГБОУ ВПО "Воронежский государственный технический университет", 2011. - 165 с.
6. Нечаев В.Н., Шуба А.В. Методы математической физики : Учеб. пособие. Ч.1. - Воронеж : ГОУВПО "Воронежский государственный технический университет", 2009. - 177 с.
7. Кострюков С.А., Пешков В.В., Шунин Г.Е., Шулгина В.А. Практикум по

численным методам [Электронный ресурс] : учебное пособие / ФГБОУ ВО "Воронеж. гос. техн. ун-т", каф. высш. математики и физ.-мат. моделирования. - Воронеж : Воронежский государственный технический университет, 2017. - 256 с.

8. Черненко В. Д. Высшая математика в примерах и задачах. Том 2: учебное пособие для вузов [Электронный ресурс]. СПб, Политехника, 2016. –572 с. – 978-5-7325-1105-5. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59560.html>
9. Киреев И. В., Кнауб Л. В., Левчук Д. В., Нужин Я. Н. Тензорный анализ и дифференциальная геометрия: учеб. пособие. Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2017. –102 с. – 978-5-7638-3622-6. – Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/84148.html>

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

1	Операционные системы, средства просмотра Web, поисковые системы, средства работы с текстовой, графической и видео информацией	<i>Лицензионные:</i> Windows XP и выше; <i>свободно распространяемые:</i> Internet Explorer 7 и выше, Chrome, Google, Yandex, Open Office, Acrobat Reader
2	Системы компьютерной математики	<i>Лицензионные:</i> Maple 14; <i>свободно распространяемые:</i> демонстрационная версия Maple 5.4, Maxima, Scilab, MathStudio
	Конечно-элементные комплексы программ	<i>Свободно распространяемые:</i> Femppdesolver, Femm, студенческие версии Flexpde, Elcut
3	Сайт библиотеки ВГТУ и ИОС ВГТУ	<a href="http://catalog.vorstu.ru">http://catalog.vorstu.ru</a> <a href="http://eios.vorstu.ru">http://eios.vorstu.ru</a>
4	Электронные библиотеки, профессиональные базы данных и информационные справочные системы	<a href="http://www.elabory.ru">http://www.elabory.ru</a> <a href="http://www.iprbookshop.ru">http://www.iprbookshop.ru</a> <a href="http://eqworld.ipmnet.ru">http://eqworld.ipmnet.ru</a> <a href="http://dic.academic.ru">http://dic.academic.ru</a> <a href="http://m.mathnet.ru">http://m.mathnet.ru</a>

**9 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

9.1	<i>Лекции:</i> специализированное помещение для проведения лекций, оборудованное компьютером с видеопроектором.
9.2	<i>Лабораторные занятия:</i> специализированная лаборатория, оборудованная персональными компьютерами с выходом в Интернет.
9.3	<i>Практические занятия:</i> специализированное помещение для проведения практических , оборудованное компьютерами с выходом в Интернет.

**10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО**

## ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Спецглавы математики» читаются лекции, проводятся практические занятия и лабораторные работы, выполняется курсовая работа.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков применения математического аппарата для решения стандартных и прикладных задач. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Лабораторные работы выполняются с помощью вычислительной техники в соответствии с методиками, приведенными в указаниях к выполнению работ.

Методика выполнения курсовой работы изложена в учебно-методическом пособии. Выполняться этапы курсовой работы должны своевременно и в установленные сроки.

Контроль усвоения материала дисциплины производится проверкой курсовой работы, защитой курсовой работы.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Лабораторная работа	Лабораторные работы позволяют научиться применять теоретические знания, полученные на лекции при решении конкретных задач. Чтобы наиболее рационально и полно использовать все возможности лабораторных работ для подготовки к ним необходимо: следует разобрать лекцию по соответствующей теме, ознакомиться с соответствующим разделом учебника, проработать дополнительную литературу и источники, решить задачи и выполнить другие письменные задания.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;

	<ul style="list-style-type: none"><li>- выполнение домашних заданий и расчетов, курсовой работы;</li><li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li><li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li><li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li></ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом, экзаменом два-три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.