

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования

«Воронежский государственный технический университет»

**Д. М. Шапиро, М. С. Ким, В. Х. Ким, А. В. Агарков**

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ  
АНАЛИТИЧЕСКИМИ И ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ**

Учебное пособие

Воронеж 2019

УДК 624.131:004:519.6(07)

ББК 38.58я73

P47

**Рецензенты:**

*кафедра автомобильных дорог, аэродромов, оснований и фундаментов  
Российского университета транспорта (МИИТ)  
(зав. кафедрой канд. техн. наук, доцент Н. А. Лушников);  
В. Г. Оффрихтер, д-р техн. наук, доцент, профессор кафедры  
«Строительное производство и геотехника» Пермского национального  
исследовательского политехнического университета*

**Решение задач механики грунтов аналитическими и численными методами:** учебное пособие / Д. М. Шапиро, М. С. Ким, В. Х. Ким, А. В. Агарков; ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет». – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2019. – 85 с.

ISBN 978-5-7731-0755-2

Рассматриваются классические задачи механики грунтов и способы их решения аналитическими и численными методами. Учебное пособие содержит теоретическое обоснование аналитических решений и примеры расчётов методом конечных элементов с помощью геотехнического программного комплекса Midas GTS NX.

Издание соответствует требованиям федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 08.05.01 «Строительство уникальных зданий и сооружений» (специализации «Строительство высотных и большепролетных зданий и сооружений» и «Строительство подземных сооружений») и направлению 08.04.01 «Строительство» (программа магистерской подготовки «Проектирование и возведение конструкций в грунтовых средах»). Предназначено для студентов всех форм обучения.

Ил. 54. Табл. 28. Библиогр.: 14 назв.

УДК 624.131:004:519.6(07)

ББК 38.58я73

*Печатается по решению учебно-методического совета  
Воронежского государственного технического университета*

ISBN 978-5-7731-0755-2

© Шапиро Д. М., Ким М. С., Ким В. Х.,  
Агарков А. В., 2019

© ФГБОУ ВО «Воронежский государственный  
технический университет», 2019

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ И ИХ РЕШЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ.....	4
1.1. Определение напряжений от действия вертикальной сосредото- ченной силы, приложенной к поверхности линейно деформируе- мого полупространства. Задача Буссинеска (J. Boussinesq).....	4
1.2. Определение напряжений от действия местной равномерно рас- пределенной нагрузки. Метод угловых точек.....	13
1.3. Определение напряжений от действия равномерно распределенной полосовой нагрузки. Задачи Фламана (A. Flamant), Митчелла (J. N. Michell).....	22
1.4. Расчет осадок фундаментов методом послойного суммирования....	29
1.5. Расчет развития осадок основания во времени.....	36
1.5.1. Общие положения.....	36
1.5.2. Метод эквивалентного слоя.....	36
1.5.3. Расчет степени консолидации, нестабилизированных осадок и времени консолидации.....	38
1.6. Расчет устойчивости откосов методом круглоцилиндрических по- верхностей скольжения.....	43
1.7. Расчет активного давления грунта на подпорную стенку.....	49
2. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ.....	55
2.1. Модель грунта.....	55
2.2. Программное обеспечение.....	59
2.3. Общие указания для выполнения самостоятельной работы.....	60
2.4. Описание решаемых задач.....	61
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	81
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	82
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	83

## ВВЕДЕНИЕ

Механика грунтов служит теоретической основой проектирования оснований и фундаментов, является одной из главных инженерных дисциплин для студентов строительных специальностей. Применение её достижений в проектной и производственной практике позволяет технически правильно и научно обоснованно использовать несущую способность грунтовых оснований, с разумным сочетанием надёжности и экономичности назначать конструкции и способы возведения фундаментов и геотехнических объектов с учетом инженерно-геологических условий.

Настоящее учебное пособие предназначено для самостоятельной (внеаудиторной) работы студентов с целью закрепления и дополнения теоретических знаний механики грунтов путём практического применения на примерах решения прикладных задач. В процессе самостоятельной работы студенты учатся использовать справочные материалы, нормативные документы, литературные источники, компьютерные программы.

Решение задач настоящего издания способствует формированию и развитию у обучающихся знаний и компетенций, необходимых для инженерной деятельности в области строительства и геотехники.

Учебное пособие подготовлено при поддержке Благотворительного фонда Владимира Потанина.

## 1. ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ И ИХ РЕШЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

### 1.1. Определение напряжений от действия вертикальной сосредоточенной силы, приложенной к поверхности линейно деформируемого полупространства. Задача Буссинеска (J. Boussinesq)

В точке  $O$  на горизонтальной поверхности линейно деформируемого полупространства приложена вертикальная сосредоточенная сила  $P$ . Требуется определить напряжения от действия этой силы в некоторой точке  $M$  с координатами  $R$  и  $\beta$  в полярной системе координат и координатами  $x, y, z$  в прямоугольной системе с началом в точке  $O$  (рис. 1.1,  $a$ ).

В решении задачи принято, что в точке  $M$  будет действовать напряжение  $\sigma_R$ , направленное к точке  $O$  по радиусу. Напряжение  $\sigma_R$  обратно пропорционально квадрату радиуса  $R$  и прямо пропорционально косинусу угла  $\beta$ :

$$\sigma_R = \frac{B}{R^2} \cos \beta, \quad (1.1)$$

где  $B$  – коэффициент, определяемый по условию равновесия.

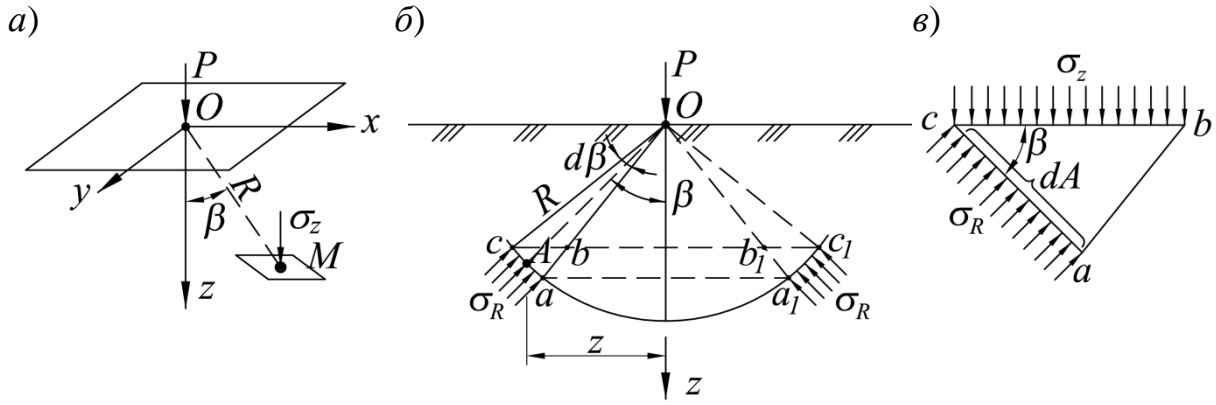


Рис. 1.1. Схема действия сосредоточенной силы на поверхности линейно деформируемого полупространства:

$a$  – положение точки  $M$ ;  $b$  – к определению напряжения  $\sigma_R$ ;  $в$  – к уравнению (1.6). Касательные напряжения на площадке  $cb$  условно не показаны

Неизвестный коэффициент  $B$  найдем, составив сумму проекций на ось  $z$  всех сил, действующих на полусферическую поверхность радиусом  $R$ , приравняв её нулю:

$$P - \int_0^{\pi/2} \sigma_R \cdot \cos \beta \cdot dA = 0, \quad (1.2)$$

где  $dA$  – площадь поверхности элементарного шарового пояса, полученного при изменении угла  $\beta$  на малую величину  $d\beta$  (рис. 1.1, б):

$$dA = 2\pi(R \cdot \sin \beta) \cdot (R \cdot d\beta). \quad (1.3)$$

Проинтегрировав выражение (1.2) после подстановки в него (1.3), получим значение коэффициента

$$B = \frac{3P}{2\pi} \quad (1.4)$$

и найдем выражение для напряжения

$$\sigma_R = \frac{3P}{2\pi R^2} \cos \beta. \quad (1.5)$$

Рассмотрим более подробно напряжённое состояние кольца сечением  $abc$  (рис. 1.1, б, в). На сферической поверхности  $ac$  касательные напряжения отсутствуют. Поэтому нормальные напряжения  $\sigma_R$  являются главными, площадки  $ac$  и  $ab$  являются главными. На лучах  $Oa$ ,  $Oc$  касательные и нормальные напряжения равны нулю. Напряжения  $\sigma_R$  уравниваются напряжениями, действующими на площадке  $bc$ : нормальными  $\sigma_z$  и касательными (которые здесь не рассматриваются).

Чтобы найти нормальные напряжения  $\sigma_z$ , действующие на горизонтальной площадке  $bc$ , параллельной ограничивающей плоскости, составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось (рис. 1.1, в), условившись, что площадь грани  $ac$  равна  $dA$ :

$$\sigma_R \cdot \cos \beta \cdot dA - \sigma_z \cdot \frac{dA}{\cos \beta} = 0. \quad (1.6)$$

Получим  $\sigma_z = \sigma_R \cdot \cos^2 \beta$ . Теперь подставим для  $\sigma_R$  выражение (1.5) и получим

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi R^2} \cos^3 \beta. \quad (1.7)$$

Так как  $\cos \beta = \frac{z}{R}$ , можно записать

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{z^3}{R^5}. \quad (1.8)$$

Можно также выразить  $R = \sqrt{z^2 + r^2}$ , где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  (рис. 1.1, б), и вынести  $z$  из-под корня. Тогда получим  $\sigma_z$  в следующем виде:

$$\sigma_z = \frac{3P}{2\pi} \cdot \frac{1}{z^2 \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}}. \quad (1.9)$$

Представив члены формулы (1.9), содержащие постоянные числа и относительные величины, в виде единого коэффициента

$$K = \frac{3}{2\pi \left[ 1 + \left( \frac{r}{z} \right)^2 \right]^{\frac{5}{2}}},$$

получим более простое выражение для  $\sigma_z$ :

$$\sigma_z = K \frac{P}{z^2}. \quad (1.10)$$

Для облегчения расчётов по формуле (1.10) составлена таблица коэффициентов  $K(z, r)$  [1, 2, 3, 7], приведенная в Приложении (табл. П1).

В случае действия на поверхности полупространства нескольких сосредоточенных сил (рис. 1.2) напряжения в любой его точке можно определить по принципу суперпозиции как сумму напряжений от отдельных сил:

$$\sigma_z = \sigma_{zp1} + \sigma_{zp2} + \sigma_{zp3} + \dots = \sum_{i=1}^n \sigma_{zpi}, \quad (1.11)$$

где  $\sigma_{zp1}$ ,  $\sigma_{zp2}$ ,  $\sigma_{zp3}$ ,  $\sigma_{zpi}$  — напряжения от каждой действующей силы, вычисленные по формуле (1.8).

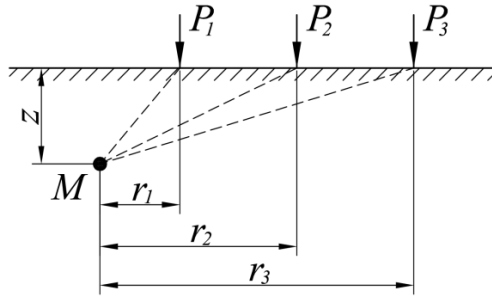


Рис. 1.2. Схема действия нескольких сосредоточенных сил

С использованием коэффициентов  $K(z, r)$  также можно определить напряжения в любой точке по формуле

$$\sigma_z = K_1 \frac{P_1}{z^2} + K_2 \frac{P_2}{z^2} + K_3 \frac{P_3}{z^2} \dots = \frac{1}{z^2} \sum_{i=1}^n K_i P_i. \quad (1.12)$$

Коэффициенты  $K_i$  определяются по табл. П1 в зависимости от соотношений  $r_i/z$  для каждой силы.

**Задача № 1.** Имеется линейно деформируемое полупространство с горизонтальной поверхностью. В трех точках, находящихся на поверхности полупространства на одной прямой, действуют вертикальные сосредоточенные силы  $P_1, P_2, P_3$ . Оси действия сил расположены на расстоянии  $r_1$  и  $r_2$ .

Требуется определить вертикальные напряжения  $\sigma_z$  от совместного действия сил  $P_1, P_2, P_3$  в девяти точках массива грунта. Точки 1–5 находятся на вертикали I-I, проходящей через точку приложения силы  $P_2$ , точки 6–9 – на горизонтали II-II, проходящей на расстоянии  $z$  от поверхности полупространства. Расчетные точки расположены в плоскости действия вертикальных сил.

По вычисленным напряжениям в заданных точках построить эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$ . Схема к расчету представлена на рис. 1.3.

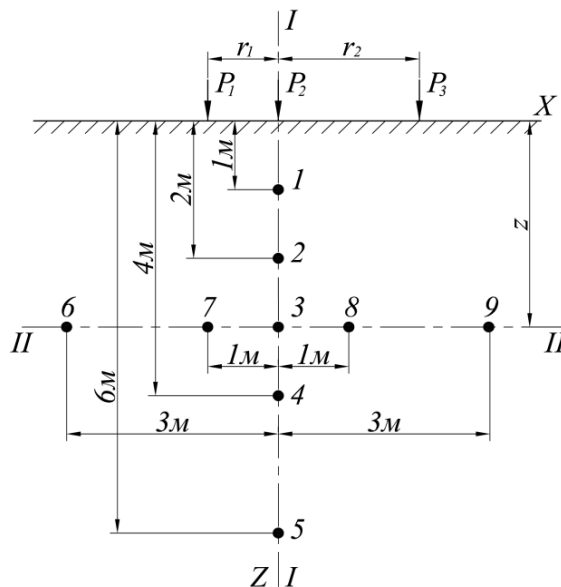


Рис. 1.3. Расчетная схема к задаче № 1

Для расчета принять  $P_1 = 110$  кН;  $P_2 = 60$  кН;  $P_3 = 170$  кН;  $r_1 = 1$  м;  $r_2 = 2$  м;  $z = 3$  м.

При построении расчетной схемы и эпюр напряжений следует использовать масштаб расстояний 1:50, масштаб напряжений – 5 кПа в 1 см.

### Решение

Определяем напряжения в точках, расположенных по вертикали I-I.

**Точка 1**  $z = 1$  м,  $x = 0$

От силы  $P_1$ :  $r_1 = 1$ ;  $\frac{r_1}{z} = \frac{1}{1} = 1$ ;  $k_1 = 0,0844$ ;

От силы  $P_2$ :  $r_2 = 0$ ;  $\frac{r_2}{z} = \frac{0}{1} = 0$ ;  $k_2 = 0,4775$ ;

От силы  $P_3$ :  $r_3 = 2$ ;  $\frac{r_3}{z} = \frac{2}{1} = 2$ ;  $k_3 = 0,0085$ .

$$\sigma_{zi} = k_1 \frac{P_1}{z^2} + k_2 \frac{P_2}{z^2} + k_3 \frac{P_3}{z^2} = 0,0844 \cdot \frac{110}{1^2} + 0,4775 \cdot \frac{60}{1^2} + 0,0085 \cdot \frac{170}{1^2} = 9,28 + 28,69 + 1,45 = 39,42 \text{ кПа.}$$

Остальные расчеты представим в табличной форме (табл. 1.1).

Таблица 1.1

Результаты расчетов напряжений в точках к задаче № 1

Номер точки	Координаты точки, м		Коэффициенты			Напряжение $\sigma_z$ , кПа
	$z$	$x$	$k_1$	$k_2$	$k_3$	
1	1	0	0,0844	0,4775	0,0085	39,42
2	2	0	0,2733	0,4775	0,0844	18,27
3	3	0	0,3687	0,4775	0,1889	11,26
4	4	0	0,4103	0,4775	0,2733	7,52
5	6	0	0,4482	0,4775	0,3687	3,91
6	3	-3	0,1889	0,0844	0,0175	3,20
7	3	-1	0,4755	0,3687	0,0844	9,89
8	3	1	0,1889	0,3687	0,3687	11,73
9	3	3	0,0374	0,0844	0,3687	7,98

Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  по осям  $Z$  и  $X$  показаны на рис. 1.4.

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.2. Задание выбирается по следующему правилу: задачи выполняются студентом по варианту, соответствующему последней цифре учебного шифра (номера зачетной книжки).



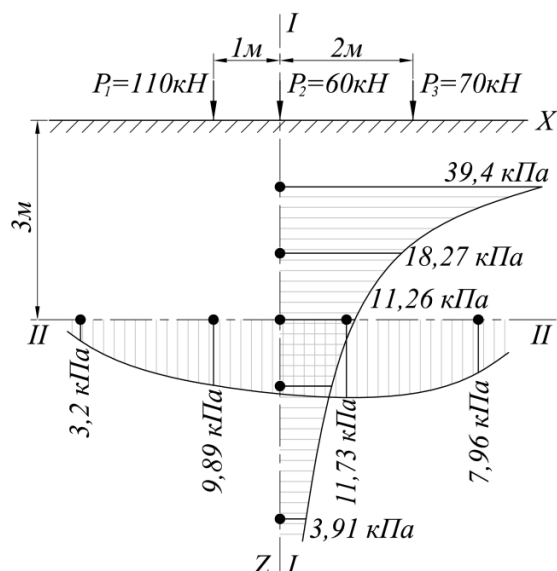


Рис. 1.4. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  к задаче № 1

Таблица 1.2

Исходные данные к задаче № 1

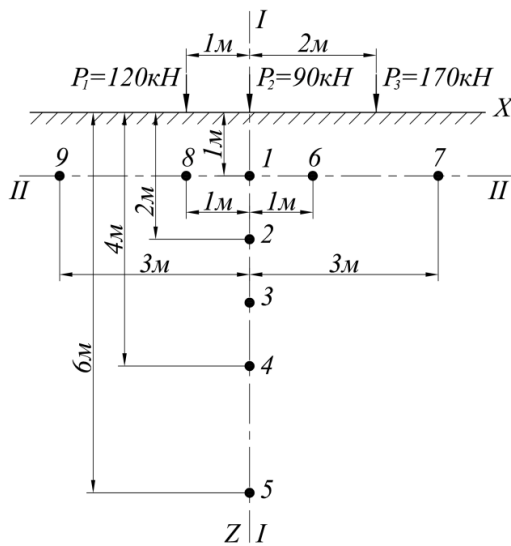
Номер варианта	$P_1$ , кН	$P_2$ , кН	$P_3$ , кН	$r_1$ , м	$r_2$ , м	$z$ , м
1	120	80	140	1,5	2	3
2	120	80	120	2	2	2,5
3	190	60	130	3	1	2
4	130	50	150	3	2	3
5	110	70	180	2	3	2
6	180	80	160	3	2	1,5
7	100	60	110	1	1	2
8	180	80	140	3	1	3
9	150	70	190	2	3	2,5
10	130	60	130	2	2	2

**Задача № 2.** Имеется линейно деформируемое полупространство с горизонтальной поверхностью. В трех точках, находящихся на поверхности полупространства, приложены три вертикальные сосредоточенные силы  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  с координатами:  $P_1 (x_1, y_1)$ ,  $P_2 (x_2, y_2)$ ,  $P_3 (x_3, y_3)$ . Начало координат в точке приложения силы  $P_2$ .

Требуется определить вертикальные напряжения  $\sigma_z$  от совместного действия сил  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  в девяти точках массива грунта. Точки 1–5 находятся на вертикали I-I, проходящей через начало координат ( $x = 0$ ,  $y = 0$ ), точки 6–9 – на горизонтали II-II, проходящей на расстоянии  $z$  от поверхности полупространства при  $y = 0$ .

По вычисленным напряжениям и заданным осям построить эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$ . Схема к расчету представлена на рис. 1.5.

a)



б)

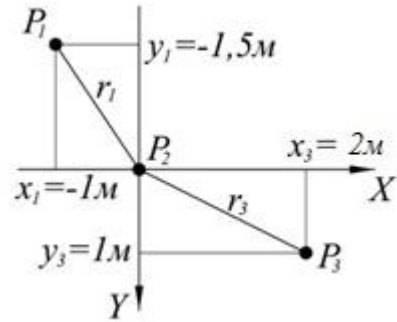


Рис. 1.5. Расчётная схема к задаче № 2

Для расчёта принять  $P_1 = 120$  кН;  $P_2 = 90$  кН;  $P_3 = 170$  кН;  $z = 1$  м;  $x_1 = -1$  м,  $y_1 = -1,5$  м;  $x_2 = 0$ ;  $y_2 = 0$ ;  $x_3 = 2$  м;  $y_3 = 1$  м.

### Решение

Так как расчётная вертикаль I-I совпадает с осью Z и проходит через точку приложения силы  $P_2$ , определим расстояния от этой точки до точек приложения сил:

$$\text{для силы } P_1 - r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{1^2 + 1,5^2} = 1,80 \text{ м;}$$

$$\text{для силы } P_3 - r_3 = \sqrt{x_3^2 + y_3^2} = \sqrt{2^2 + 1^2} = 2,24 \text{ м.}$$

Определяем напряжения в точках, расположенных на вертикали I-I.

**Точка 1**  $z = 1$  м,  $x = 0$

От силы  $P_1$ :

$$R_{1p1} = \sqrt{r_1^2 + z_1^2} = \sqrt{1,803^2 + 1^2} = 2,06 \text{ м;}$$

$$\sigma_{z1p1} = \frac{3P_1 \cdot z_1^3}{2\pi R_{p11}^5} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 1^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 2,062^5} = 1,54 \text{ кПа.}$$

От силы  $P_2$ :

$$R_{1p2} = z_1 = 1 \text{ м;}$$

$$\sigma_{z1p2} = \frac{3P_2 \cdot z_1^3}{2\pi R_{p21}^5} = \frac{3 \cdot 90 \cdot 1^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 1^5} = 43 \text{ кПа.}$$

От силы  $P_3$ :

$$R_{1p3} = \sqrt{r_3^2 + z_1^2} = \sqrt{2,24^2 + 1^2} = 2,449 \text{ м;}$$

$$\sigma_{z1p3} = \frac{3P_3 \cdot z_1^3}{2\pi R_{p31}^5} = \frac{1 \cdot 170 \cdot 1^2}{2 \cdot 3,14 \cdot 2,45^5} = 0,92 \text{ кПа.}$$

Суммарное напряжение в точке 1 от действия сил  $P_1$ ,  $P_2$  и  $P_3$

$$\sigma_{z1} = \sigma_{z1p1} + \sigma_{z1p2} + \sigma_{z1p3} = 1,54 + 43 + 0,92 = 45,46 \text{ кПа.}$$

Определяем напряжения в точках, расположенных по горизонтали II-II.

**Точка 6**  $z = 1 \text{ м}$ ,  $x = 1 \text{ м}$

От силы  $P_1$ :

$$r_{6p1} = \sqrt{(|x_{p1}| + x_6)^2 + |y_{p1}^2|} = \sqrt{(|-1| + 1)^2 + (|-1,5|)^2} = 2,5 \text{ м};$$

$$R_{6p1} = \sqrt{r_6^2 + z^2} = \sqrt{2,5^2 + 1^2} = 2,69 \text{ м};$$

$$\sigma_{z6p1} = \frac{3P_1 \cdot z^3}{2\pi R_{p16}^5} = \frac{3 \cdot 120 \cdot 1^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 2,69^5} = 0,407 \text{ кПа.}$$

От силы  $P_2$ :

$$R_{p26} = \sqrt{z^2 + x^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = 1,41 \text{ м};$$

$$\sigma_{z6p2} = \frac{3P_2 \cdot z^3}{2\pi R_{p26}^5} = \frac{3 \cdot 90 \cdot 1^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,41^5} = 7,62 \text{ кПа.}$$

От силы  $P_3$ :

$$r_{6p3} = \sqrt{(x_{p3} - x_6)^2 + y_{p3}^2} = \sqrt{(2 - 1)^2 + 1^2} = 1,41 \text{ м};$$

$$R_{6p3} = \sqrt{r_{6p3}^2 + z^2} = \sqrt{1,41^2 + 1^2} = 1,732 \text{ м};$$

$$\sigma_{z6p3} = \frac{3P_3 \cdot z^3}{2\pi R_{p36}^5} = \frac{3 \cdot 170 \cdot 1^3}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,73^5} = 5,22 \text{ кПа.}$$

$$\sigma_{z6} = \sigma_{z6p1} + \sigma_{z6p2} + \sigma_{z6p3} = 0,407 + 7,62 + 5,22 = 13,24 \text{ кПа.}$$

Остальные расчеты представим в табличной форме (табл. 1.3).

Таблица 1.3

Результаты расчетов напряжений в точках к задаче № 2

Номер точки	Координаты точки, м		Напряжения $\sigma_{zpi}$ [кПа] от сил						Суммарные напряжения $\sigma_z$ , кПа
	z	x	P1		P2		P3		
			R	$\sigma_z$	R	$\sigma_z$	R	$\sigma_z$	
1	1	0	2,062	1,54	1,0	43	2,45	0,92	45,46
2	2	0	2,693	3,24	2,0	10,74	3,0	2,67	16,65
3	3	0	3,498	2,95	3,0	4,78	3,74	2,0	9,73
4	4	0	4,387	2,26	4,0	2,68	4,58	2,57	7,51
5	6	0	6,256	1,28	6,0	1,194	6,40	1,63	4,10
6	1	1	2,69	0,40	1,41	7,72	1,73	5,21	13,33
7	1	3	4,387	0,035	3,16	0,13	1,73	5,21	5,37
8	1	-1	1,8	3,02	1,41	7,72	3,32	0,20	10,94
9	1	-3	2,692	0,405	3,16	0,13	5,20	0,02	0,56

Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  по осям  $Z$  и  $X$  показаны на рис. 1.6.

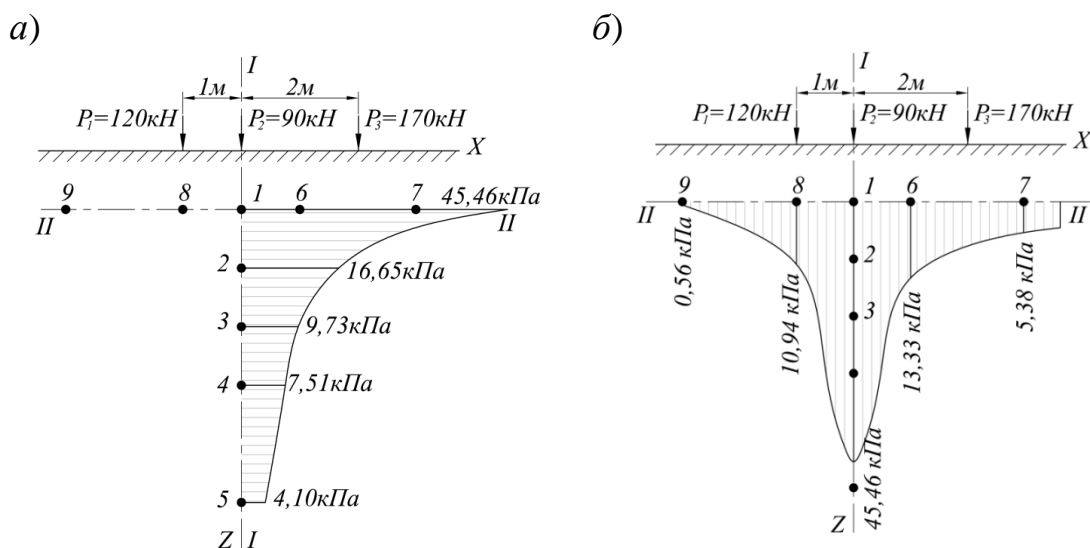


Рис. 1.6. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  к задаче № 2

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.4. Задание выбирается по следующему правилу: задачи выполняются студентом по варианту, соответствующему последней цифре учебного шифра (номера зачетной книжки).

Таблица 1.4

Исходные данные к задаче № 2

Номер варианта	Сила $P_1$		Сила $P_2$			Сила $P_3$		$z$ , м		
	величина, кН	координата точки приложения, м		величина, кН	координата точки приложения, м		величина, кН		координата точки приложения, м	
		$x$	$y$		$x$	$y$			$x$	$y$
1	120	0	2	80	0	0	140	2	1	1
2	120	-1	2	80	0	0	120	2	-1	2
3	190	0	0	60	-2	0	130	2	1	3
4	130	0	0	50	-1	2	150	3	0	1
5	110	1	1,5	70	0	0	180	3	-1,5	2
6	180	-1,5	2	80	0	0	160	2	1,5	3
7	100	-2	-2	60	2	2	110	0	0	1
8	180	-1	-2	80	3	2	140	0	0	2
9	150	0	3	70	0	0	190	-2	-1,5	3
0	130	-3	1	60	0	0	130	3	-1	1

## 1.2. Определение напряжений от действия местной равномерно распределенной нагрузки. Метод угловых точек

Рассмотрим действие равномерной нагрузки интенсивностью  $p$ , распределенной по прямоугольной площадке на поверхности линейно деформируемого полупространства (задача А. Лява). Расчетная схема к задаче представлена на рис. 1.7.

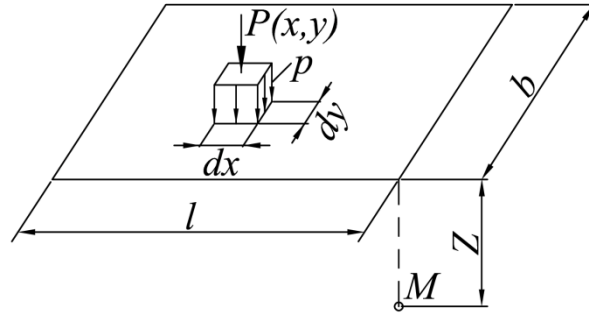


Рис. 1.7. Схема к решению задачи о действии равномерной нагрузки на поверхности основания

На загруженной части поверхности выделяется элементарная площадка  $dx dy$ , на которой нагрузка с интенсивностью  $p$  заменяется сосредоточенной силой  $P(x,y) = p dx dy$ . Используя решение Буссинеска (1.8) и проинтегрировав его по прямоугольной площади загрузки, можно получить выражение для вертикального напряжения в любой точке с координатами  $(x, y, z)$ . Нормальное вертикальное напряжение от полной нагрузки в точке  $M$  на глубине  $z$  под центром тяжести загруженной прямоугольной площадки с размерами  $l$  и  $b$  определяется по формуле

$$\sigma_z = \frac{2p}{\pi} \left[ \frac{l_1 b_1 z}{D} \cdot \frac{l_1^2 + b_1^2 + 2z^2}{D^2 z^2 + l_1^2 b_1^2} + \arcsin \left( \frac{l_1 b_1}{\sqrt{l_1^2 + z^2} \sqrt{b_1^2 + z^2}} \right) \right], \quad (1.13)$$

где  $p$  – равномерно распределенная нагрузка;

$$l_1 = l/2; \quad b_1 = b/2; \quad D^2 = l_1^2 + b_1^2 + z^2.$$

Формула (1.13) может быть представлена в виде

$$\sigma_z = p K_0, \quad (1.14)$$

где  $K_0$  – табличный коэффициент.

Нормальное вертикальное напряжение от полной нагрузки в точке  $M$  на глубине  $z$  под угловой точкой загруженной прямоугольной площадки с размерами  $l$  и  $b$  определяется по формуле (1.15), также полученной интегрированием выражения (1.8):

$$\sigma_{zc} = \frac{p}{2\pi} \left[ \frac{lbz}{D} \cdot \frac{l^2 + b^2 + 2z^2}{D^2 z^2 + l^2 b^2} + \arcsin \left( \frac{lb}{\sqrt{l^2 + z^2} \sqrt{b^2 + z^2}} \right) \right], \quad (1.15)$$

где  $D^2 = l^2 + b^2 + z^2$ .

Формула (1.15) может быть представлена в виде

$$\sigma_{zc} = pK_c, \quad (1.16)$$

где  $K_c$  – табличный коэффициент.

Сравнив выражения (1.13) и (1.15), можно заметить, что сжимающее напряжение в полупространстве для точек, лежащих на глубине  $z$  под углом загруженного прямоугольника, равно четверти напряжения в точках под центром прямоугольника, находящихся на половинной глубине  $z/2$ .

В современные нормативные документы (СП 22.13330.2016) выражение (1.14) для вертикальных напряжений от внешней нагрузки на глубине  $z$  по вертикали, проходящей через центр загруженной площадки, вошло в виде

$$\sigma_z = \alpha \cdot p, \quad (1.17)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, обозначающий то же, что  $K_0$  в формуле (1.14);

$p$  – равномерно распределенная нагрузка.

Коэффициент  $\alpha$  зависит от величин  $\eta = l/b$  и  $\xi = 2z/b$  (где  $l, b$  – длинная и короткая стороны загруженной прямоугольной площадки).

Значения коэффициента  $\alpha$  приведены в СП 22.13330.2011, а также в табл. П.2.

Вертикальные напряжения от внешней нагрузки на глубине  $z$  по вертикали, проходящей через угловую точку прямоугольной загруженной площадки, определяют по формуле

$$\sigma_{zc} = \frac{1}{4} \alpha p, \quad (1.18)$$

где  $\alpha$  – коэффициент, принимаемый по той же таблице, что и коэффициент в формуле (1.17), в зависимости от значения  $\xi = z/b$ . Значение  $\frac{1}{4} \alpha$ , входящее в формулу (1.18), обозначает то же, что  $K_c$  в формуле (1.16).

При помощи формулы (1.18) могут быть определены вертикальные напряжения в любой точке полупространства. Загруженная площадь  $ABCD$  описывается прямоугольниками (рис. 1.8), углы которых сходятся в точке  $M'$  над площадкой  $M$ . Напряжения в точке  $M$  определяются по формуле

$$\sigma_z = \frac{1}{4} p \sum_1^4 \alpha_i. \quad (1.19)$$

Возможны три варианта алгебраического суммирования (см. рис. 1.8):

– вариант 1 – проекция  $M'$  точки  $M$  на поверхности основания расположена внутри загруженной площадки  $ABCD$ ; все четыре коэффициента  $\alpha$  принимаются со знаком «плюс»:  $\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$ ;

– вариант 2 – проекция  $M'$  расположена за пределами загруженной площадки  $ABCD$ , но между продолжениями граничных линий  $AB$  и  $CD$ ; алгебраическая сумма коэффициентов  $\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4$ ;

– вариант 3 – проекция  $M'$  расположена за пределами загруженной площадки  $ABCD$  и продолжений её границ; алгебраическая сумма коэффициентов  $\alpha_1 - \alpha_2 - \alpha_3 + \alpha_4$ .

По этим данным определяются осадки и крены оснований под зданиями различной конфигурации, а также влияние воздействия соседних зданий на осадки друг друга с учётом последовательности постройки.

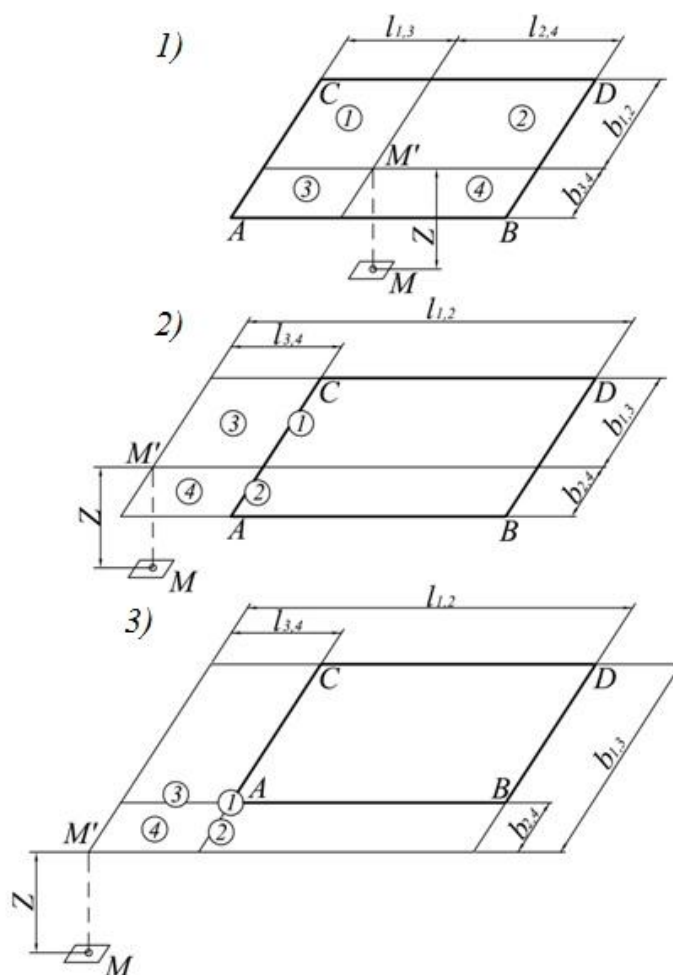


Рис. 1.8. Схемы к определению напряжений в произвольных точках по методу угловых точек

**Задача № 3.** Горизонтальная поверхность линейно деформируемого полупространства нагружена равномерными вертикальными нагрузками интенсивностью  $p_1$  и  $p_2$ , распределенными по прямоугольным площадкам с размерами в плане  $a_1 \times b_1$  и  $a_2 \times b_2$ . Определить величины вертикальных составляющих напряжений  $\sigma_z$  от совместного действия внешних нагрузок в точках полупространства для заданных вертикалей, проходящих через точки  $M_1$ ,  $M_2$  или  $M_3$  на площадке № 1 (в соответствии с заданием). Расстояние между осями площадок нагружения равно  $L$ . Точки по вертикали расположить от поверхности на расстояниях 1, 2, 4 и 6 м. По вычисленным напряжениям построить эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$ .

Схема к расчету представлена на рис. 1.9. Для расчета принять  $p_1 = 200$  кПа;  $p_2 = 300$  кПа;  $a_1 = 2,8$  м;  $b_1 = 1,8$  м;  $a_2 = 4,5$  м;  $b_2 = 2,8$  м;  $L = 3$  м.

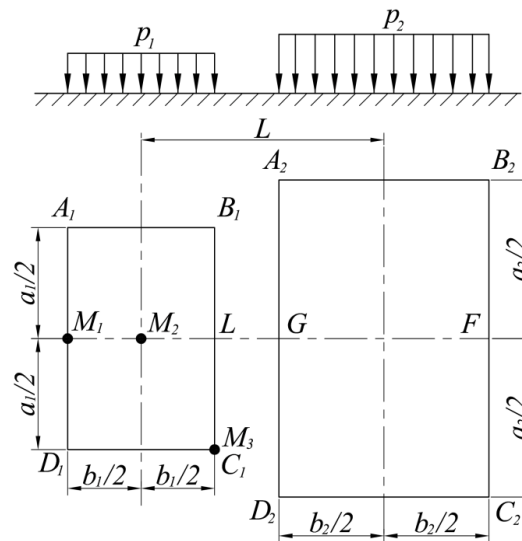


Рис. 1.9. Расчетная схема к задаче № 3

## Решение

**Вариант 1.** Определяем напряжения в точке  $M_1$ .

Рассмотрим *площадку № 1*. Точка  $M_1$  лежит в середине одной из сторон нагруженного прямоугольника  $A_1B_1C_1D_1$ .

Для определения вертикального напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_1$  от нагрузки  $p_1$  разделим площадку нагружения на два прямоугольника таким образом, чтобы точка  $M_1$  являлась углом их длинной стороны. Получатся два зеркально отраженных прямоугольника  $A_1B_1LM_1$  и  $M_1LC_1D_1$  со сторонами:  $l' = b_1 = 1,8$  м,  $b' = a_1/2 = 2,8/2 = 1,4$  м. Напряжения в точке  $M_1$  от нагрузки  $p_1$  равны

$$\sigma'_{zM_1} = \frac{2\alpha \cdot p_1}{4} = \frac{\alpha \cdot p_1}{2}, \quad (1.20)$$

а коэффициент  $\alpha$  определяется по таблицам в зависимости от  $\eta = \frac{l'}{b'}$  и  $\xi = \frac{z_i}{b'}$ ,

где  $z_i$  – глубина, на которой рассчитываем напряжения.



Найдем значения коэффициента  $\eta = l'/b' = 1,8/1,4 = 1,286$ . При данном значении  $\eta$  определим значения коэффициента  $\alpha$  для заданных значений глубины  $z$ . Так как прямоугольники  $A_1B_1LM_1$  и  $M_1LC_1D_1$  симметричны, коэффициенты  $\alpha$  для них будут одинаковыми. Коэффициенты  $\alpha$  могут быть найдены по табл. П.2 путем интерполяции или непосредственно рассчитаны по формуле (1.15) с учетом того, что  $\alpha/4 = K_c$  или  $\alpha = 4K_c$ . Результаты расчетов приведены в табл. 1.5.

Далее рассмотрим *площадку № 2*.

Поскольку точка  $M_1$  находится вне нагруженного прямоугольника  $A_2B_2C_2D_2$  и ее положение соответствует схеме 2 на рис. 1.8, величина  $\sigma_z$  складывается из суммы напряжений от действия нагрузки на фиктивных прямоугольниках, для которых эта точка является угловой.

Для определения вертикального напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_1$  от нагрузки  $p_2$  продлим прямоугольник  $A_2B_2C_2D_2$  до точки  $M_1$  и разделим получившийся прямоугольник прямой  $M_1F$  (рис. 1.10). Получим два зеркально отраженных прямоугольника  $B_2EM_1F$  и  $FM_1KC_2$  со сторонами:  $l_1'' = 0,5b_1 + L + 0,5b_2 = 5,3$  м,  $b_1'' = 0,5a_2 = 2,25$  м и два прямоугольника  $A_2EM_1G$  и  $GM_1KD_2$  со сторонами  $l_2'' = 0,5b_1 + L - 0,5b_2 = 2,5$  м,  $b_2'' = 0,5a_2 = 2,25$  м, на которых в действительности нет нагрузки.

Напряжения в точке  $M_1$  от нагрузки  $p_2$  равны

$$\sigma_{z_{M_1}}'' = \frac{p_2}{4} (\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4). \quad (1.21)$$

Так как прямоугольники  $B_2EM_1F$  и  $FM_1KC_2$ , а также  $A_2EM_1G$  и  $GM_1KD_2$  зеркальны и их размеры одинаковы, коэффициенты  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  равны и зависят от  $\eta_1 = \frac{l_1''}{b_1''} = \frac{5,3}{2,25} = 2,36$  и  $\xi_1 = \frac{z_i}{b_1''} = \frac{z_i}{2,25}$ , а коэффициенты  $\alpha_3 = \alpha_4$  — от  $\eta_2 = \frac{l_2''}{b_2''} = \frac{2,5}{2,25} = 1,11$  и  $\xi_2 = \frac{z_i}{b_2''} = \frac{z_i}{2,25}$ . Коэффициенты  $\alpha_1 = \alpha_2$  и  $\alpha_3 = \alpha_4$  так же, как и для площадки 1, найдем по табл. П.2 путем интерполяции или непосредственно рассчитаем по формуле (1.15) с учетом того, что  $\alpha/4 = K_c$  или  $\alpha = 4K_c$ .

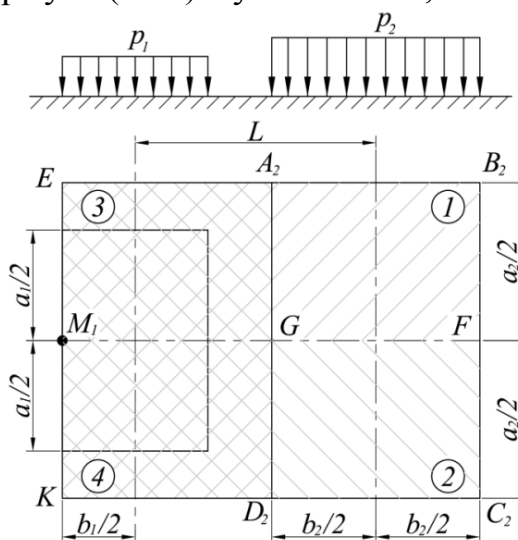


Рис. 1.10. Схема разбивки на прямоугольники при определении напряжений в точке  $M_1$  методом угловых точек

Формулу (1.21) можно переписать в виде

$$\sigma''_{ZM_1} = \frac{p_2}{4} (2\alpha_1 - 2\alpha_3) = \frac{p_2}{2} (\alpha_1 - \alpha_3). \quad (1.22)$$

Напряжения в точке  $M_1$  находим, пользуясь принципом независимости действия сил, алгебраическим суммированием напряжений от действия нагрузок  $p_1$  и  $p_2$  по формуле

$$\sigma_{ZM_1} = \sigma'_{ZM_1} + \sigma''_{ZM_1} = \alpha \cdot p_1/2 + (\alpha_1 - \alpha_3)p_2/2. \quad (1.23)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Результаты расчета напряжений в точке  $M_1$

Z, м	От нагрузки $p_1$		От нагрузки $p_2$				$\sigma_{ZM_1}$ , кПа
	$\eta = 1,286$		$\eta_1 = 2,36$		$\eta_2 = 1,11$		
	$\xi = \frac{z_i}{b'}$	$\alpha$	$\xi_1 = \frac{z_i}{b_1''}$	$\alpha_1 = \alpha_2$	$\xi_2 = \frac{z_i}{b_2''}$	$\alpha_3 = \alpha_4$	
0	0	1	0	1	0	1	87
1	0,714	0,87	0,444	0,976	0,444	0,959	89,55
2	1,428	0,587	0,889	0,841	0,889	0,751	72,2
4	2,857	0,243	1,778	0,558	1,778	0,392	49,35
6	4,286	0,12	2,667	0,401	2,667	0,215	39,85

Эпюра распределения напряжений  $\sigma_z$  по вертикали в точке  $M_1$  представлена на рис. 1.13, а.

**Вариант 2.** Определяем напряжения в точке  $M_2$ .

Рассмотрим *площадку № 1*. Точка  $M_2$  является осевой для нагруженного прямоугольника  $A_1B_1C_1D_1$ .

Для определения вертикального напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_2$ , находящейся под центром прямоугольника, применяем формулу (1.17) для осевых точек

$$\sigma'_{ZM_2} = \alpha \cdot p_1,$$

где коэффициент  $\alpha$  найдем в зависимости от  $\eta = \frac{a_1}{b_1}$  и  $\xi = \frac{2z_i}{b_1}$ .

Рассчитаем значения коэффициента  $\eta = l_1'/b_1' = a_1/b_1 = 2,8/1,8 = 1,555$ . При полученном коэффициенте  $\eta$  для заданных глубин  $z$  определим  $\alpha$  по табл. П2 путем интерполяции или непосредственно рассчитаем по формуле (1.14) с учетом того, что  $\alpha = K_0$ . Результаты расчетов приведены в табл. 1.6.

Далее рассмотрим *площадку № 2*.

Для определения вертикального напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_2$  от нагрузки  $p_2$  продлим прямоугольник  $A_2B_2C_2D_2$  до точки  $M_2$  и разделим получившийся прямоугольник на два таким образом, чтобы точка  $M_2$  являлась для них угловой (рис. 1.11). Получатся два зеркально отраженных прямоугольника  $B_2EM_2F$  и  $FM_2K_2C_2$  со сторонами:  $l_1'' = L + 0,5b_2 = 4,4$  м,  $b_1'' = 0,5a_2 = 2,25$  м. За предела-

ми нагруженного прямоугольника  $A_2B_2C_2D_2$  образуются еще два зеркально отраженных прямоугольника  $A_2EM_2G$  и  $GM_2KD_2$  со сторонами  $b_2'' = L - 0,5b_2 = = 1,6$  м и  $l_2'' = 0,5a_2 = 2,25$  м, на которых в действительности нет нагрузки.

Напряжения в точке  $M_2$  от нагрузки  $p_2$  определяются аналогично варианту 1 с точкой  $M_1$ .

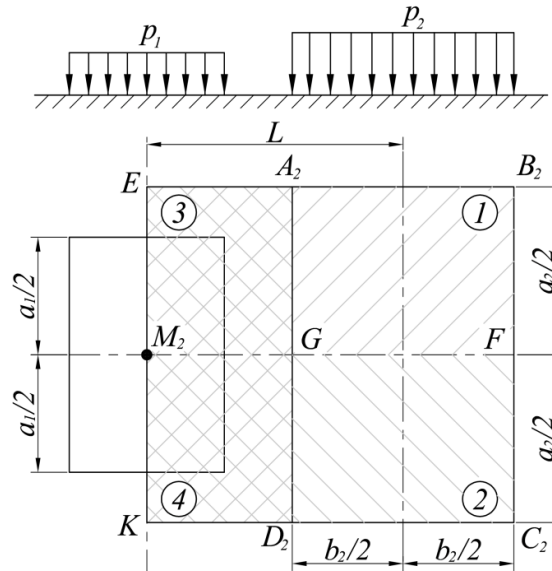


Рис. 1.11. Схема разбивки на прямоугольники при определении напряжений в точке  $M_2$  методом угловых точек

Определим значения  $\alpha_1 = \alpha_2$  для прямоугольников  $B_2EM_2F$  и  $FM_2KC_2$  при коэффициентах  $\eta_1 = \frac{l_1''}{b_1''} = \frac{4,4}{2,25} = 1,95$  и  $\zeta_{i1} = \frac{z_i}{b_1''} = \frac{z_i}{2,25}$  и  $\alpha_3 = \alpha_4$  для прямоугольников  $A_2EM_2G$  и  $GM_2KD_2$  при коэффициентах  $\eta_2 = \frac{l_2''}{b_2''} = \frac{2,25}{1,6} = 1,4$  и  $\zeta_{i2} = \frac{z_i}{b_2''} = \frac{z_i}{1,6}$ .

Напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_2$  от действия нагрузки  $p_2$  найдем по формуле (1.22).

Напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_2$  от совместного действия нагрузок  $p_1$  и  $p_2$  определим по формуле (1.23)

$$\sigma_{ZM1} = \sigma'_{ZM1} + \sigma''_{ZM1} = \alpha \cdot p_1 + (\alpha_1 - \alpha_3)p_2/2.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 1.6.

Эпюра распределения напряжений  $\sigma_z$  по вертикали в точке  $M_2$  представлена на рис. 1.13, б.

Результаты расчета напряжений в точке  $M_2$ 

Z, м	От нагрузки $p_1$		От нагрузки $p_2$				$\sigma_{ZM_2}$ , кПа
	$\eta = 1,555$		$\eta_1 = 3,14$		$\eta_2 = 1,14$		
	$\zeta = \frac{2z_i}{b_1}$	$\alpha$	$\zeta_{i1} = \frac{z_i}{b_1''}$	$\alpha_1 = \alpha_2$	$\zeta_{i2} = \frac{z_i}{b_2''}$	$\alpha_3 = \alpha_4$	
0	0	1	0	1	0	1	200
1	1,111	0,731	0,444	0,972	0,625	0,902	156,7
2	2,222	0,385	0,889	0,835	1,25	0,663	102,8
4	2,444	0,132	1,778	0,529	2,5	0,309	59,4
6	3,3333	0,063	2,667	0,333	3,75	0,162	38,25

**Вариант 3.** Определяем напряжения в точке  $M_3$ .

Рассмотрим *площадку № 1*. Точка  $M_3$  является угловой для нагруженного прямоугольника  $A_1B_1C_1D_1$ .

Вертикальные напряжения  $\sigma_z$  в точке  $M_3$  определяются по формуле (1.18):

$$\sigma'_{ZM_3} = \frac{\alpha \cdot P_1}{4},$$

где коэффициент  $\alpha$  найдем в зависимости от  $\eta = \frac{a_1}{b_1} = \frac{2,8}{1,8} = 1,555$  и  $\xi = \frac{z_i}{b_1} = \frac{z_i}{1,8}$ .

Для определения вертикальных напряжений  $\sigma_z$  в точке  $M_3$  от нагрузки  $p_2$  также продлим прямоугольник  $A_2B_2C_2D_2$  до точки  $M_3$  и разделим получившийся прямоугольник на два таким образом, чтобы точка  $M_3$  являлась для них угловой (рис. 1.12). Получатся четыре прямоугольника: верхний (1)  $B_2EM_3F$  со сторонами  $b_1'' = L + 0,5b_2 - 0,5b_1 = 3,5$  м,  $l_1'' = 0,5a_2 + 0,5a_1 = 3,65$  м, нижний (2)  $FM_3KC_2 - l_2'' = L + 0,5b_2 - 0,5b_1 = 3,5$  м,  $b_2'' = 0,5a_2 - 0,5a_1 = 0,85$  м, а также фиктивные (ненагруженные): верхний (3)  $A_2EM_3G$  со сторонами  $b_3'' = L - 0,5b_2 - 0,5b_1 = 0,7$  м и  $l_3'' = 0,5a_2 + 0,5a_1 = 3,65$  м и нижний (4)  $GM_3KD_2 - b_3'' = L - 0,5b_2 - 0,5b_1 = 0,7$  м и  $l_4'' = 0,5a_2 - 0,5a_1 = 0,85$  м.

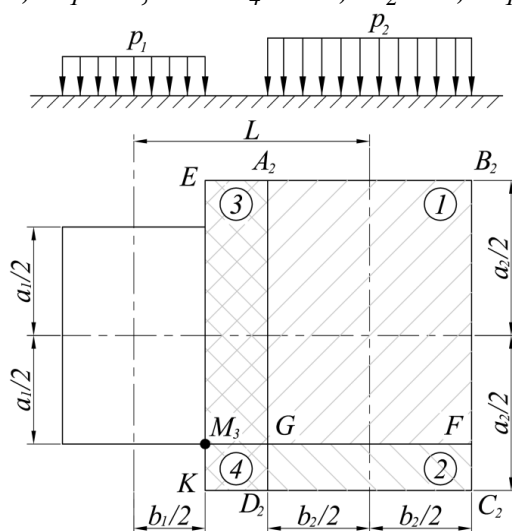


Рис. 1.12. Схема разбивки на прямоугольники при определении напряжений в точке  $M_3$  методом угловых точек

Положение точки  $M_3$  соответствует схеме 2 на рис. 1.8, и напряжения в ней от нагрузки  $p_2$  определяются по формуле (1.21):

$$\sigma''_{z_{M3}} = \frac{1}{4}(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4) \cdot P_2,$$

где коэффициенты  $\alpha_1 \dots \alpha_4$  зависят от соотношения сторон получившихся прямоугольников и относительных глубин. Коэффициент  $\alpha_1$  определим при коэффициентах  $\eta_1 = \frac{l''_1}{b_1''} = \frac{3,65}{3,5} = 1,04$  и  $\xi_{i1} = \frac{z_i}{b_1''} = \frac{z_i}{3,5}$ , коэффициент  $\alpha_2$  – при  $\eta_2 = \frac{l''_2}{b_2''} = \frac{3,5}{0,85} = 4,12$  и  $\xi_{i2} = \frac{z_i}{b_1''} = \frac{z_i}{3,5}$ , коэффициент  $\alpha_3$  – при  $\eta_3 = \frac{l''_3}{b_3''} = \frac{3,65}{0,7} = 5,2$  и  $\xi_{i3} = \frac{z_i}{b_1''} = \frac{z_i}{0,7}$ , коэффициент  $\alpha_4$  – при  $\eta_4 = \frac{l''_4}{b_4''} = \frac{0,85}{0,7} = 1,21$  и  $\xi_{i4} = \frac{z_i}{b_4''} = \frac{z_i}{0,7}$ .

Напряжения в точке  $M_3$  от действия нагрузки  $p_2$  найдем по формуле

$$\sigma''_{z_{M3}} = \frac{\alpha p_1}{4} + \frac{1}{4}(\alpha_1 + \alpha_2 - \alpha_3 - \alpha_4) \cdot P_2.$$

Результаты расчетов приведены в табл. 1.7.

Таблица 1.7

Результаты расчета напряжений в точке  $M_3$

Z, м	От нагрузки $p_1$		От нагрузки $p_2$				$\sigma_{z_{M3}}$ , кПа
	$\eta = 1,555$		$\eta_1 = 4,12$	$\eta_2 = 1,14$	$\eta_3 = 5,2$	$\eta_4 = 1,21$	
	$\xi = \frac{z_i}{b_1}$	$\alpha$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	
0	0	1	1	1	1	1	50,0
1	0,555	0,938	0,985	0,76	0,686	0,561	84,25
2	1,111	0,734	0,908	0,472	0,403	0,227	92,95
4	2,222	0,383	0,643	0,187	0,187	0,067	64,90
6	3,333	0,213	0,424	0,104	0,104	0,031	41,55

Эпюра распределения напряжений  $\sigma_z$  по вертикали в точке  $M_3$  представлена на рис. 1.13, в.

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.8. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

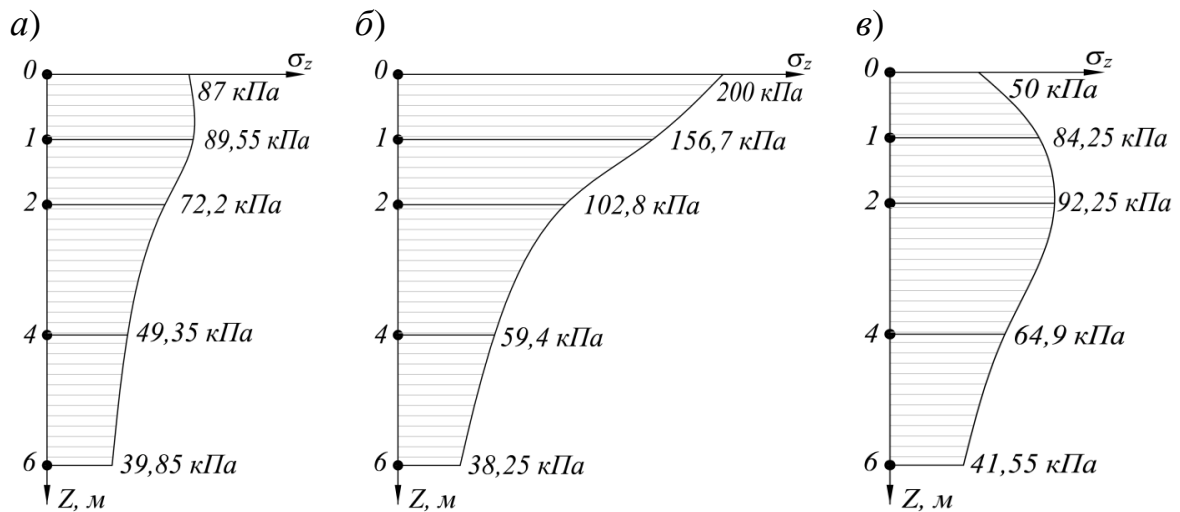


Рис. 1.13. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  по вертикали в точках  $M_1$  (а),  $M_2$  (б) и  $M_3$  (в)

Таблица 1.8

Исходные данные к задаче № 3

Номер варианта	$a_1, \text{ м}$	$b_1, \text{ м}$	$a_2, \text{ м}$	$b_2, \text{ м}$	$P_1, \text{ кПа}$	$P_2, \text{ кПа}$	$L, \text{ м}$	Расчетная вертикаль
0	2,5	1,9	3,3	2,3	210	310	2,8	$M_1$
1	3,3	2,3	4,0	2,4	240	350	3,3	$M_2$
2	2,9	2,6	3,5	2,5	320	290	3,5	$M_3$
3	2,6	2,1	5,0	2,4	340	380	3,0	$M_2$
4	2,5	1,9	6,0	2,8	290	330	2,8	$M_3$
5	2,2	2,2	3,0	2,4	260	360	3,0	$M_2$
6	1,9	1,9	2,9	2,6	280	320	3,2	$M_1$
7	2,5	2,1	4,0	2,4	310	410	3,4	$M_2$
8	2,7	1,9	3,5	2,5	320	340	3,2	$M_3$
9	5,0	2,4	6,0	2,4	380	320	4,0	$M_1$

### 1.3. Определение напряжений от действия равномерно распределенной полосовой нагрузки.

#### Задачи Фламана (A. Flamant), Митчелла (J. N. Mitchell)

Рассматриваемые ниже задачи относятся к условиям плоской деформации. Расчётная схема описывает напряжённое состояние сооружений ленточных фундаментов, сохраняющих на некотором протяжении свои поперечные размеры и систему действующих сил. Для расчёта выделяется отрезок единичного размера (1 м) в направлении, перпендикулярном плоскости чертежа. Расчётная область помещается на плоскости.

**Задача Фламана** является вспомогательной, требуемой для последующего решения задачи о полосовой нагрузке на полупространстве.

На оси  $O$ , лежащей на горизонтальной поверхности линейно деформируемого полупространства, приложена линейная нагрузка  $P$  с размерностью Н/м. Определим напряжения от действия этой нагрузки в произвольной точке  $M$ , положение которой определяется координатами  $R$  и  $\beta$  в полярной системе координат и координатами  $x$  и  $z$  – в прямоугольной системе с центром в точке  $O$  (рис. 1.14, а). Будем считать, что в точке  $M$  действует напряжение  $\sigma_R$ , направленное по радиусу к точке  $O$ .

Принято, что напряжение  $\sigma_R$  прямо пропорционально косинусу угла  $\beta$  и обратно пропорционально радиусу:

$$\sigma_R = \frac{B}{R} \cos \beta, \quad (1.24)$$

где  $B$  – коэффициент, определяемый из условия равновесия.

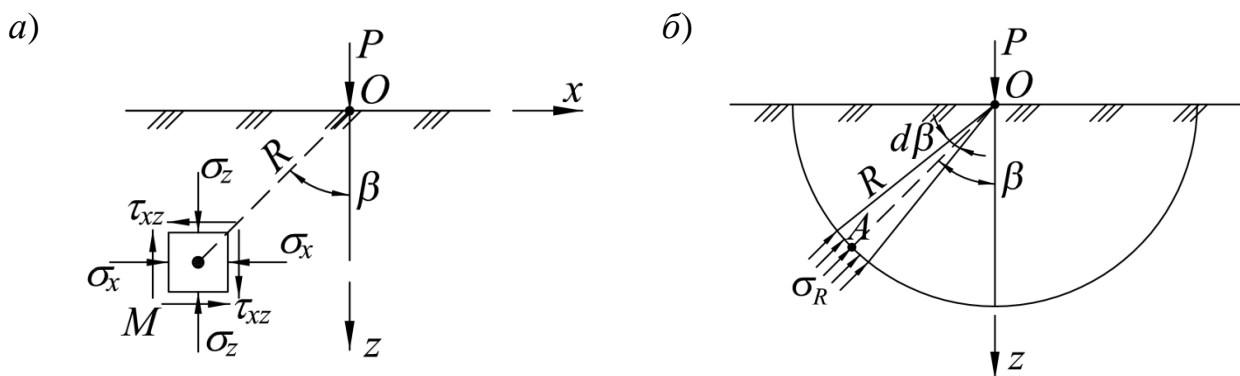


Рис. 1.14. Схема действия линейной нагрузки на поверхности линейно деформируемого полупространства:  
а – положение точки  $M$ ; б – к определению напряжения  $\sigma_R$

Для определения неизвестного коэффициента  $B$  составим сумму проекций на ось  $z$  всех сил, действующих на полуцилиндрическую поверхность радиусом  $R$ , и приравняем ее нулю:

$$P - 2 \int_0^{\pi/2} \sigma_R \cdot \cos \beta \cdot R \cdot d\beta = 0. \quad (1.25)$$

Проинтегрировав выражение (1.25), получим значение коэффициента

$$B = 2P/\pi \quad (1.26)$$

и найдем выражение для напряжения

$$\sigma_R = \frac{2P}{\pi R} \cos \beta. \quad (1.27)$$

На полуцилиндрической поверхности с осью  $O$  касательные напряжения отсутствуют. Поэтому нормальные напряжения  $\sigma_R$  являются главными. На лучах  $OA$  касательные и нормальные напряжения равны нулю.

По условиям равновесия на основании уравнения (1.27) получены выражения для компонентов напряжений в точке  $M(x,z)$  в условиях плоской задачи (рис. 1.14):

$$\sigma_z = \frac{2P}{\pi R} \cos^3 \beta; \quad \sigma_x = \frac{2P}{\pi R} \sin^2 \beta \cos \beta; \quad \tau_{xz} = \frac{2P}{\pi R} \sin \beta \cos^2 \beta, \quad (1.28)$$

где  $R = \sqrt{x^2 + z^2}$ ; сила  $P$  с размерностью Н/м представляет собой долю линейной нагрузки, действующую на участке единичной длины.

**Задача Митчелла** о распределении напряжений в полупространстве при действии полосовой нагрузки  $p$ , заменяющей ленточный фундамент (рис. 1.15, а), решена путём интегрирования выражений (1.28) с подстановкой  $P = p dx$ .

Из схемы на рис. 1.15, б выводится соотношение

$$dx = \frac{rd\beta}{\cos \beta}; \quad P = p dx = \frac{pr d\beta}{\cos \beta}. \quad (1.29)$$

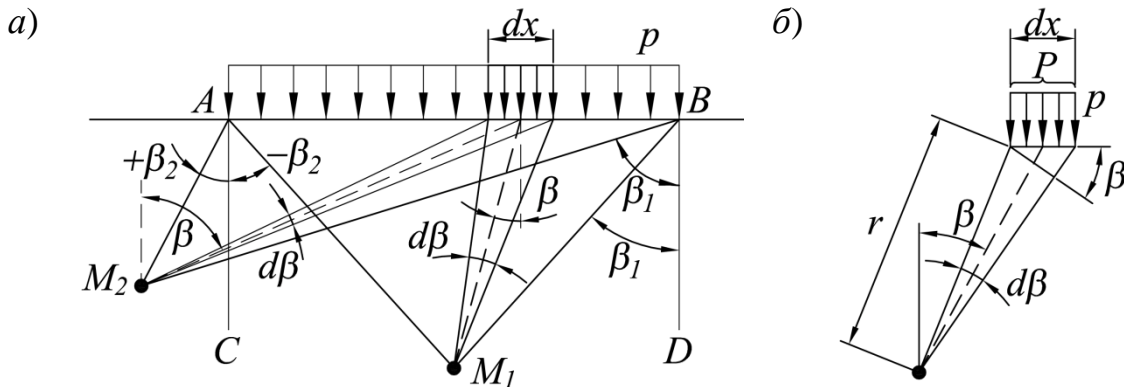


Рис. 1.15. Схемы: а – к решению задачи о полосовой нагрузке на основание, ограниченное плоскостью; б – к соотношениям (1.29)

После этого подынтегральные выражения принимают следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{2p}{\pi r} \cdot \frac{\cos^3 \beta \cdot r \cdot d\beta}{\cos \beta} = \frac{2p}{\pi} \cos^2 \beta \cdot d\beta; \\ \sigma_x &= \frac{2p}{\pi r} \cdot \frac{\sin^2 \beta \cdot \cos \beta \cdot r \cdot d\beta}{\cos \beta} = \frac{2p}{\pi} \sin^2 \beta \cdot d\beta; \\ \tau_{xz} &= \frac{2p}{\pi r} \cdot \frac{\sin \beta \cdot \cos^2 \beta \cdot r \cdot d\beta}{\cos \beta} = \frac{2p}{\pi} \sin \beta \cos \beta \cdot d\beta. \end{aligned} \right\} (1.30)$$



В результате интегрирования выражений (1.30) по  $\beta$  в пределах от  $\beta = \beta_2$  до  $\beta = \beta_1$  получаем выражения для компонентов напряжений в точке  $M$  полупространства при действии полосовой нагрузки:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= \frac{p}{\pi} \left[ \beta_1 + \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) - \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_2) \right]; \\ \sigma_x &= \frac{p}{\pi} \left[ \beta_1 - \frac{1}{2} \sin 2\beta_1 - (\pm \beta_2) + \frac{1}{2} \sin(\pm 2\beta_2) \right]; \\ \tau_{xz} &= \frac{p}{2\pi} [\cos 2\beta_2 - \cos 2\beta_1]. \end{aligned} \right\} \quad (1.31)$$

Величина углов  $\beta_2$  (см. 1.13, а) со знаком «плюс» («минус») принимается для точек  $M$ , лежащих вне (внутри) области  $ABCD$ .

Так как напряжения не зависят от деформационных характеристик среды, составлена таблица коэффициентов влияния для представления компонентов напряжений в более простом виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= K_z \cdot p; \\ \sigma_x &= K_x \cdot p; \\ \tau_{xz} &= K_{xz} \cdot p. \end{aligned} \right\} \quad (1.32)$$

Значения коэффициентов  $K_z$ ,  $K_x$  и  $K_{xz}$ , в зависимости от относительных координат  $z/b$  и  $x/b$ , где  $b$  – ширина полосы загрузки, приведены в табл. ПЗ.

Определив напряжения в различных точках, можно построить эпюры напряжений по вертикальным и горизонтальным сечениям при разных значениях  $z$  и  $x$  (рис. 1.16).

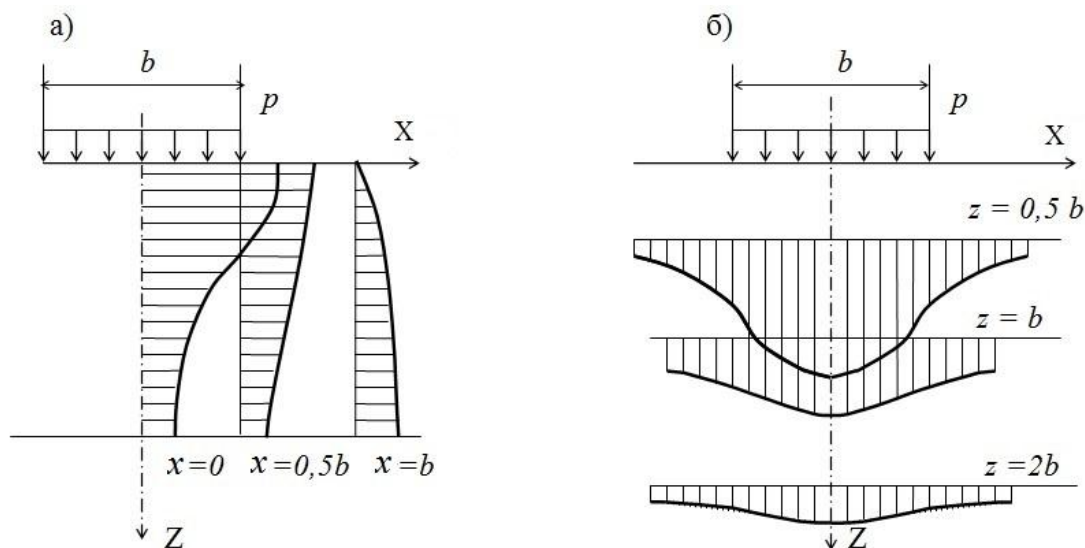


Рис. 1.16. Эпюры распределения напряжений  $\sigma_z$  по вертикальным (а) и горизонтальным (б) сечениям

Пользуясь полученными эпюрами напряжений, можно построить линии равных напряжений – изолинии. Линии одинаковых вертикальных напряжений

$\sigma_z$  называются *изобарами*. Они образуют так называемую луковницу напряжений (рис. 1.17, а). Линии одинаковых горизонтальных напряжений  $\sigma_x$  называются *распорами* и имеют вид, показанный на рис. 1.17, б. Линии одинаковых касательных напряжений  $\tau_{xz}$  называются *сдвигами* и представлены на рис. 1.17, в.

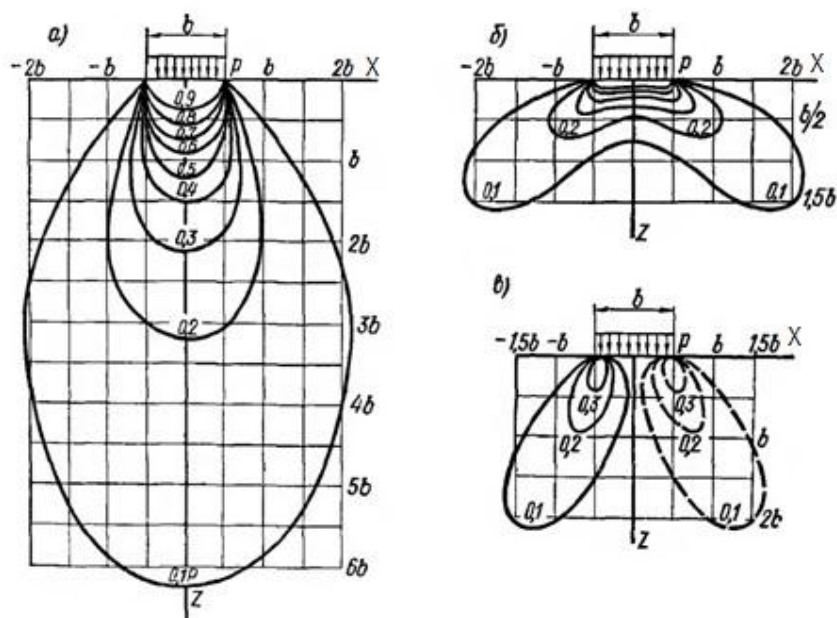


Рис. 1.17. Линии равных напряжений в линейно деформируемом массиве в случае плоской задачи: а – изобары  $\sigma_z$ ; б – распоры  $\sigma_x$ ; в – сдвиги  $\tau_{xz}$

**Задача № 4.** Имеется равномерная нагрузка интенсивностью  $p$ , распределенная по полосе шириной  $b$ . Определить напряжения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\tau_{xz}$  и построить эпюры этих напряжений при  $x = 0$ ,  $x = 0,5b$ ,  $x = b$ ,  $x = 1,5b$  для точек, лежащих на глубине  $z = 0$ ,  $z = 1$  м,  $z = 2$  м,  $z = 3$  м,  $z = 4$  м. Схема к расчету представлена на рис. 1.18. Для расчета принять  $p = 300$  кПа,  $b = 2$  м.

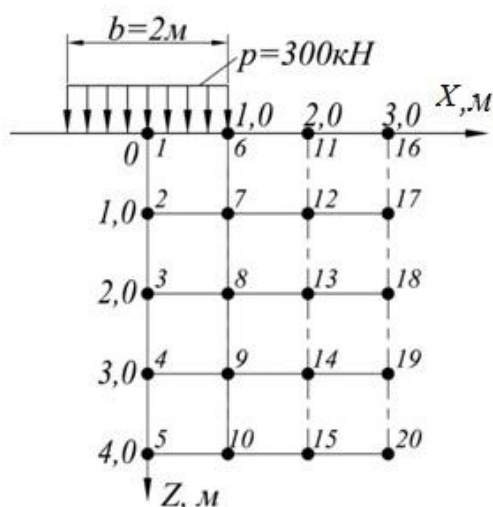


Рис. 1.18. Расчетная схема к задаче № 4

## Решение

Используем решение (1.32). Таблицы коэффициентов приведены в табл. ПЗ. Для построения эпюр определим напряжения  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\tau_{xz}$  при  $y = 0$ ,  $x = 0,5b = 1$  м,  $x = b = 2$  м и  $x = 1,5b = 3$  м для точек, лежащих на глубине  $z = 0$ ,  $z = 1$  м,  $z = 2$  м,  $z = 3$  м и  $z = 4$  м.

### Напряжения $\sigma_z$ :

1)  $x = 0$ ,  $x/b = 0$ ;

$$z = 0, z/b = 0; K_z = 1, \sigma_z = K_z \cdot p = 1 \cdot 300 = 300 \text{ кПа};$$

$$z = 1\text{м}, z/b = 1/2 = 0,5; K_z = 0,82, \sigma_z = 0,82 \cdot 300 = 248 \text{ кПа};$$

$$z = 2\text{м}, z/b = 2/2 = 1; K_z = 0,55, \sigma_z = 0,55 \cdot 300 = 165 \text{ кПа};$$

$$z = 3\text{м}, z/b = 3/2 = 1,5; K_z = 0,4, \sigma_z = 0,4 \cdot 300 = 120 \text{ кПа};$$

$$z = 4\text{м}, z/b = 4/2 = 2; K_z = 0,31, \sigma_z = 0,31 \cdot 300 = 93 \text{ кПа}.$$

### Напряжения $\sigma_x$ :

1)  $x = 0$ ,  $x/b = 0$ ;

$$z = 0, z/b = 0; K_x = 1, \sigma_x = K_x \cdot p = 1 \cdot 300 = 300 \text{ кПа};$$

$$z = 1\text{м}, z/b = 1/2 = 0,5; K_x = 0,18, \sigma_x = 0,18 \cdot 300 = 54 \text{ кПа};$$

$$z = 2\text{м}, z/b = 2/2 = 1; K_x = 0,04, \sigma_x = 0,04 \cdot 300 = 12 \text{ кПа};$$

$$z = 3\text{м}, z/b = 3/2 = 1,5; K_x = 0,01, \sigma_x = 0,01 \cdot 300 = 3 \text{ кПа};$$

$$z = 4\text{м}, z/b = 4/2 = 2; K_x = 0, \sigma_x = 0.$$

### Напряжения $\tau_{xz}$ :

1)  $x = 0$ ,  $x/b = 0$ ;

$$z = 0, z/b = 0; K_{xz} = 0, \tau_{xz} = K_{xz} \cdot p = 0 \cdot 300 = 0;$$

$$z = 1\text{м}, z/b = 1/2 = 0,5; K_{xz} = 0, \tau_{xz} = 0;$$

$$z = 2\text{м}, z/b = 2/2 = 1; K_{xz} = 0, \tau_{xz} = 0;$$

$$z = 3\text{м}, z/b = 3/2 = 1,5; K_{xz} = 0, \tau_{xz} = 0;$$

$$z = 4\text{м}, z/b = 4/2 = 2; K_{xz} = 0, \tau_{xz} = 0.$$

Остальные расчеты представим в табличной форме (табл. 1.9).

Таблица 1.9

Результаты расчета напряжений в точках 1–20

Номер точки	Координаты точек, м		Коэффициенты			Напряжения, кПа		
	$x$	$z$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$\sigma_z$	$\sigma_x$	$\tau_{xz}$
1	0	0	1	1	0	300	300	0
2	0	1	0,82	0,18	0	248	54	0
3	0	2	0,55	0,04	0	165	27	0
4	0	3	0,4	0,01	0	120	3	0
5	0	4	0,31	0	0	93	0	0
6	1	0	0,5	0,5	0,32	150	150	96
7	1	1	0,48	0,23	0,26	144	69	78
8	1	2	0,41	0,09	0,16	123	27	48
9	1	3	0,33	0,04	0,10	99	12	30
10	1	4	0,28	0,02	0,06	84	6	18

Номер точки	Координаты точек, м		Коэффициенты			Напряжения, кПа		
	$x$	$z$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$\sigma_z$	$\sigma_x$	$\tau_{xz}$
11	2	0	0	0	0	0	0	0
12	2	1	0,08	0,21	0,13	24	63	39
13	2	2	0,19	0,15	0,16	57	45	48
14	2	3	0,21	0,06	0,11	63	18	33
15	2	4	0,17	0,02	0,06	51	6	18
16	3	0	0	0	0	0	0	0
17	3	1	0,02	0,12	0,04	6	36	12
18	3	2	0,07	0,14	0,10	21	42	30
19	3	3	0,13	0,09	0,10	39	27	30
20	3	4	0,13	0,03	0,07	39	9	21

Эпюры напряжений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  и  $\tau_{xz}$  представлены на рис. 1.19.

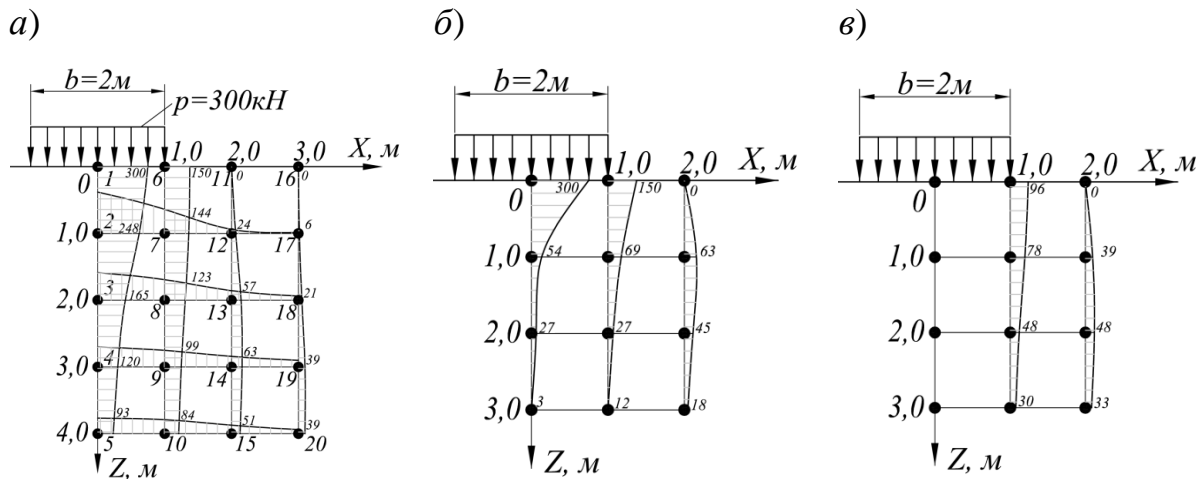


Рис. 1.19. Эпюры напряжений  $\sigma_z$  (а),  $\sigma_x$  (б) и  $\tau_{xz}$  (в)

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.10. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

Таблица 1.10

Исходные данные к задаче № 4

Номер варианта	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Распределенная нагрузка $P$ , кПа	200	150	300	180	260	350	220	240	320	280
Ширина нагрузки $b$ , м	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,4	2,8	3,2	0,8

#### 1.4. Расчет осадок фундаментов методом послойного суммирования

Метод послойного суммирования деформаций, сущность которого заключается в том, что осадка основания под действием нагрузки от сооружения определяется как сумма осадок отдельных элементарных слоев грунта, рекомендован нормативными документами [10] для расчета осадок фундаментов мелкого заложения. Теоретической основой метода является решение задачи о сжатии бесконечного слоя конечной толщины, лежащего на несжимаемом основании (одномерная задача уплотнения). Массив грунта основания при расчете методом послойного суммирования рассматривается как совокупность отдельных элементарных слоев, и считается, что осадка основания фундамента будет равна сумме осадок поверхностей каждого из них. Толщина элементарного слоя принимается не более  $0,4 b$ , где  $b$  – ширина фундамента. При такой толщине слой находится в условиях одномерной задачи уплотнения без возможности бокового расширения, и для него можно без большой погрешности принимать в расчетах средние значения действующих напряжений и средние значения коэффициентов. Деформации основания учитываются только в пределах сжимаемой толщи, глубина которой определяется по рекомендациям нормативных документов [10].

Расчетная схема метода послойного суммирования представлена на рис. 1.20.

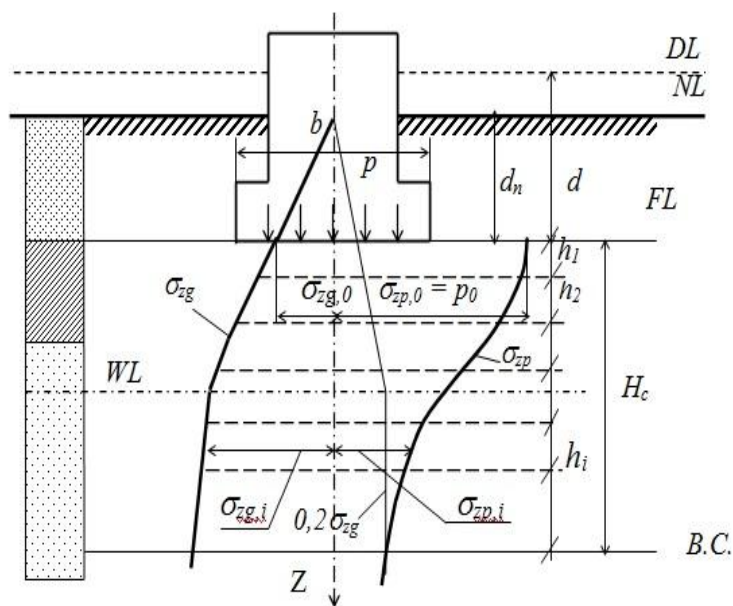


Рис. 1.20. Расчетная схема к определению осадки методом послойного суммирования:

$DL$  – уровень планировки;  $NL$  – уровень природного рельефа;  
 $FL$  – уровень подошвы фундамента;  $WL$  – уровень подземных вод;  
 $H_c$  – глубина сжимаемой толщи

Расчет осадок методом послойного суммирования производится в предположении, что осадки основания от действия собственного веса грунта

(природного давления) уже произошли и осадка определяется только от внешнего давления, превышающего напряжения от собственного веса. Это давление называют дополнительным давлением  $p_0$  и определяют по формуле

$$p_0 = p - \sigma_{zg,0}, \quad (1.33)$$

где  $p$  – среднее давление под подошвой фундамента от нагрузки сооружения, включая вес фундамента и грунта на его уступах;

$\sigma_{zg,0}$  – природное давление на уровне подошвы фундамента.

Давление  $\sigma_{zg,0}$  определяется по формуле

$$\sigma_{zg,0} = \gamma' \cdot d_n, \quad (1.34)$$

где  $\gamma'$  – удельный вес грунта выше подошвы фундамента;

$d_n$  – глубина заложения подошвы фундамента от уровня природного рельефа.

Толща грунта разбивается на элементарные слои толщиной  $0,4b$  ( $b$  – ширина фундамента), определяются напряжения  $\sigma_{zp}$  от внешней нагрузки на разных глубинах под центром подошвы фундамента, и строится эпюра  $\sigma_{zp}$ .

Напряжения  $\sigma_{zp}$  на подошве каждого слоя рассчитываются по формуле

$$\sigma_{zp} = \alpha \cdot p_0. \quad (1.35)$$

Коэффициент  $\alpha$  определяется по табл. П2 или таблицам СНиП [9] и СП [10] в зависимости от величин  $\eta = \frac{l}{b}$  и  $\xi = \frac{2z}{b}$  (где  $l$  – длинная сторона подошвы фундамента;  $b$  – короткая ее сторона;  $z$  – глубина расположения подошвы элементарного слоя).

Для построения эпюры  $\sigma_{zp}$  ось  $Z$  проводится по оси фундамента и направляется вертикально вниз. Начало координат располагается на уровне подошвы фундамента. Значения напряжения  $\sigma_{zp}$  откладываются на эпюре справа от оси  $Z$ .

Затем определяются напряжения  $\sigma_{zg}$  от собственного веса грунта, и строится эпюра природного давления на разных глубинах.

Напряжение от собственного веса грунта определяется суммированием веса каждого слоя грунта:

$$\sigma_{zg} = \sigma_{zg,0} + \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i, \quad (1.36)$$

где  $\gamma_i$  – удельный вес грунта  $i$ -го слоя;

$h_i$  – толщина  $i$ -го слоя;

$n$  – количество слоев.

Если грунт залегает ниже уровня подземных вод, он зачастую испытывает взвешивающее действие воды. В таком случае удельный вес его принимается с учетом взвешивающего действия воды и определяется по формуле

$$\gamma_{sb} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e}, \quad (1.37)$$

где  $\gamma_s$  – удельный вес твердых частиц грунта;

$\gamma_w$  – удельный вес воды;

$e$  – коэффициент пористости грунта.

Глинистые грунты с коэффициентом фильтрации менее  $1 \times 10^{-5}$  м/сут и  $I_L < 0,25$  считаются водоупором, и их удельный вес принимается без учета взвешивающего действия воды. Для определения  $\sigma_{zg}$  в этом слое и ниже его необходимо учитывать давление столба воды, расположенного выше этого слоя.

Эпюра напряжений  $\sigma_{zg}$  строится в том же масштабе, что и эпюра  $\sigma_{zp}$ , и ее значения откладываются слева от оси  $Z$ .

Величина напряжений  $\sigma_{zp}$  с глубиной убывает, и в расчете ограничиваются толщью, ниже которой эти напряжения становятся пренебрежимо малы по сравнению с природным давлением. В соответствии с действующими нормативными документами [10] нижнюю границу сжимаемой толщи основания принимают на глубине  $z = H_c$ , где выполняется условие  $\sigma_{zp} = 0,5\sigma_{zg}$ .

Если в пределах найденной глубины  $H_c$  залегает слой грунта с модулем деформации  $E > 100$  МПа, сжимаемую толщю принимают до кровли этого грунта.

Если нижняя граница сжимаемой толщи находится в слое грунта с модулем деформации  $E \leq 7$  МПа, который считается слабым, или такой слой залегает непосредственно ниже глубины  $z = H_c$ , то этот слой включают в сжимаемую толщю, а за  $H_c$  принимают минимальное из значений, соответствующих подошве слоя слабого грунта или глубине, где выполняется условие  $\sigma_{zp} = 0,2 \sigma_{zg}$ .

Для определения  $H_c$  графическим способом со стороны эпюры  $\sigma_{zp}$  строится вспомогательная эпюра  $0,5\sigma_{zg}$ , и точка пересечения этих эпюр показывает положение границы сжимаемой толщи.

Осадка основания фундамента определяется как сумма осадок поверхностей отдельных элементарных слоев в пределах глубины сжимаемой толщи  $H_c$  по формуле

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{h_i \sigma_{zp,i}}{E_i}, \quad (1.38)$$

где  $n$  – число слоев грунта в пределах сжимаемой толщи;

$h_i$  – толщина  $i$ -го слоя грунта;

$E_i$  – модуль деформации  $i$ -го слоя;

$\sigma_{zp,i}$  – напряжение в середине  $i$ -го слоя;

$\beta$  – коэффициент, принимаемый равным 0,8, независимо от вида грунта.

Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83\* [10] рекомендует определять осадку оснований с использованием расчетной схемы в виде линейно деформируемого полупространства методом послойного суммирования с учетом веса грунта, вынутаго из котлована. При расчете осадки фундаментов, возводимых в котлованах глубиной менее 5 м, как в случае рассматриваемой задачи, допускается использовать формулу (1.38).

Расчет осадки методом послойного суммирования обычно производится в табличной форме.

**Задача № 5.** Ленточный фундамент шириной  $b$  имеет глубину заложения от поверхности природного рельефа  $d$  и среднее давление под подошвой  $p$ .

С поверхности залегает слой песчаного грунта толщиной  $h_1$ , подстилаемый водонепроницаемой глиной толщиной слоя  $h_2$ . Уровень грунтовых вод расположен в слое песчаного грунта на расстоянии  $h_w$  от уровня подстилающего слоя.

Схема к расчету представлена на рис. 1.21. Для расчета принять  $b = 2$  м;  $d = 1,5$  м;  $h_w = 1,6$  м;  $p = 350$  кПа.

Характеристики грунтов: песчаный грунт – удельный вес грунта  $\gamma_1 = 19,6$  кН/м<sup>3</sup>, удельный вес частиц грунта  $\gamma_{s1} = 26,5$  кН/м<sup>3</sup>, природная влажность  $W_1 = 14$  %, модуль общей деформации  $E_1 = 20$  МПа; глина – удельный вес грунта  $\gamma_2 = 20,3$  кН/м<sup>3</sup>, модуль общей деформации  $E_2 = 30$  МПа.

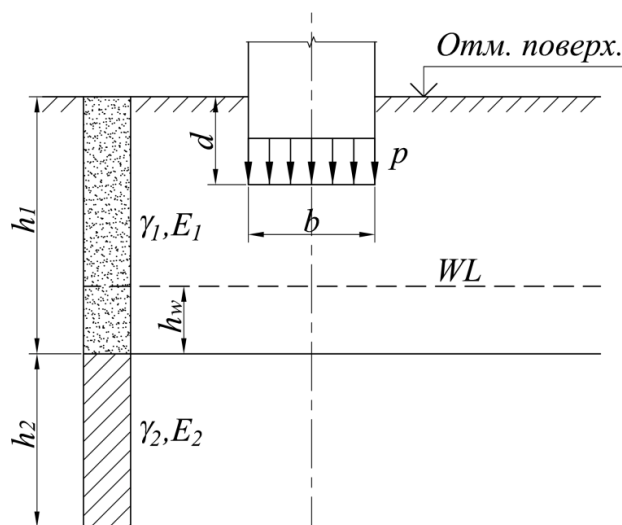


Рис. 1.21. Расчётная схема к задаче № 5

### Решение

1. Разбиваем толщу грунта под подошвой фундамента на элементарные слои толщиной  $h_i = 0,4 \cdot b$ , где  $b = 2$  м – ширина подошвы фундамента.

$$h_i = 0,4 \cdot 2 = 0,8 \text{ м.}$$

2. Определяем природное давление на уровне подошвы фундамента  $\sigma_{zg,0}$ :

$$\sigma_{zg,0} = \gamma' \cdot d_n = 19,6 \cdot 1,5 = 29,4 \text{ кПа,}$$



где  $\gamma' = 19,6 \text{ кН/м}^3$  – удельный вес грунта выше подошвы фундамента;  
 $d_n = 1,5 \text{ м}$  – глубина заложения подошвы фундамента от уровня природного рельефа.

3. Определяем дополнительное вертикальное давление  $p_0$ , действующее на основание:

$$p_0 = p - \sigma_{zg,0} = 350 - 29,4 = 320,6 \text{ кПа},$$

где  $p = 350 \text{ кПа}$  – давление под подошвой фундамента;

$\sigma_{zg,0} = 29,4 \text{ кПа}$  – природное давление на уровне подошвы фундамента.

4. Напряжение от собственного веса грунта (природное давление) определяется суммированием давления от каждого слоя грунта:

$$\sigma_{zg} = \sigma_{zg,0} + \sum \gamma_i \cdot h_i,$$

где  $\gamma_i$  – удельный вес грунта  $i$ -го слоя;

$h_i$  – толщина  $i$ -го слоя.

Удельный вес грунта, испытывающего взвешивающее действие воды, равен

$$\gamma_{sb} = \frac{\gamma_s - \gamma_w}{1 + e} = \frac{26,5 - 10}{1 + 0,54} = 10,7 \text{ кН/м}^3,$$

где  $\gamma_s = 26,5 \text{ кН/м}^3$  – удельный вес твердых частиц грунта;

$\gamma_w = 10 \text{ кН/м}^3$  – удельный вес воды;

$e$  – коэффициент пористости грунта, равный

$$e = \frac{\gamma_s - \gamma_d}{\gamma_d} = \frac{26,5 - 17,2}{17,2} = 0,54,$$

где  $\gamma_d = \frac{\gamma}{1 + w} = \frac{19,6}{1 + 0,14} = 17,2 \text{ кН/м}^3$  – удельный вес скелета грунта.

Определим значения  $\sigma_{zg}$  на разных глубинах для построения эпюры:

– на поверхности природного рельефа  $NL$ :  $\sigma_{zg} = 0$ ;

– на уровне подошвы фундамента  $FL$ :  $\sigma_{zg,0} = 29,40 \text{ кПа}$ ;

– на отметке уровня расположения подземных вод  $WL$ :

$$\sigma_{zg1} = \sigma_{zg,0} + (h_1 - d - h_w) \cdot \gamma_1 = 29,40 + (4,2 - 1,5 - 1,6) \cdot 19,6 = 50,96 \text{ кПа};$$

– на контакте первого и второго слоев грунта:

$$\sigma_{zg2}^w = \sigma_{zg1} + h_w \cdot \gamma_{sb} = 50,96 + 1,6 \cdot 10,7 = 68,08 \text{ кПа}.$$

Ниже слоя 1, представленного песком, залегает глина, являющаяся водонепроницаемым слоем, поэтому к вертикальному напряжению на кровле глины добавляется гидростатическое давление столба воды высотой  $h_w = 1,6 \text{ м}$ , находящегося над глиной,  $\sigma_w$ :

$$\sigma_w = \gamma_w \cdot h_w = 10,0 \cdot 1,6 = 16,0 \text{ кПа.}$$

Природное давление на кровле глины равно

$$\sigma_{zg3} = \sigma_{zg2}^w + \sigma_w = 68,08 + 16,0 = 84,08 \text{ кПа,}$$

на подошве слоя 2:

$$\sigma_{zg4} = \sigma_{zg3} + \gamma_2 \cdot h_2 = 84,08 + 20,3 \cdot 7,6 = 238,36 \text{ кПа.}$$

По полученным значениям ординат  $\sigma_{zg,i}$  слева от оси  $Z$  строим эпюру природного давления  $\sigma_{zg}$  (рис. 1.22). Справа от оси  $Z$  строим вспомогательную эпюру  $0,5\sigma_{zg}$ .

5. Дополнительные вертикальные напряжения  $\sigma_{zp}$  определяем по формуле

$$\sigma_{zp} = \alpha \cdot p_0,$$

где  $\alpha$  – коэффициент, принимаемый в зависимости от относительной глубины, равной  $\xi = 2z/b$  и соотношения сторон прямоугольной площади нагружения  $\eta$ . Так как мы рассчитываем осадку ленточного фундамента, то коэффициенты  $\alpha$  для разных глубин определяем при  $\eta > 10$ . Расчет ведем в табличной форме. Данные заносим в табл. 1.11.

По полученным данным справа от оси  $Z$  строим эпюру дополнительных вертикальных напряжений  $\sigma_{zp}$  (см. рис. 1.22).

6. Суммирование осадок отдельных слоев производится в пределах сжимаемой толщи, нижняя граница которой расположена на глубине  $z = H_c$ , где выполняется условие  $\sigma_{zp} = 0,5\sigma_{zg}$ . Эту глубину можно определить по чертежу (см. рис. 1.22) в месте пересечения графиков  $\sigma_{zp}$  и  $0,5\sigma_{zg}$  или по табл. 1.11, сравнивая значения столбцов  $\sigma_{zp}$  и  $0,5\sigma_{zg}$ . В нашем случае  $H_c \approx 5,8$  м.

7. Величину осадки фундамента  $S$  методом послойного суммирования определяем как сумму осадок элементарных слоев грунта по формуле (1.38):

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{h_i \sigma_{zp,i}}{E_i}.$$

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.12. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

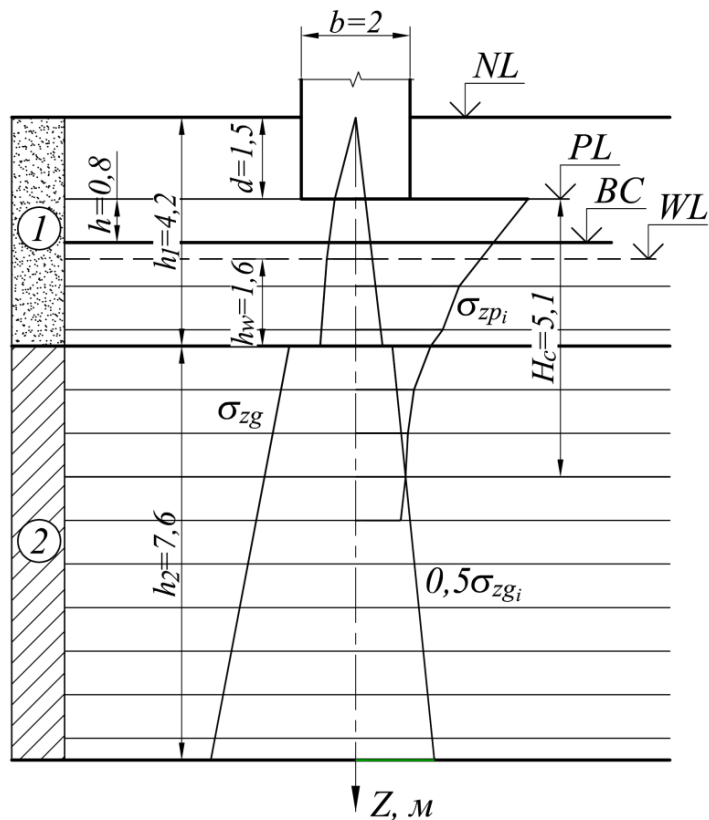


Рис. 1.22. Эпюры вертикальных напряжений от собственного веса грунта и нагрузки от фундамента: 1 – песчаный грунт; 2 – глина

Таблица 1.11

Результаты расчета осадки фундамента

$z$	$\xi = \frac{z}{b}$	$\alpha$	$\sigma_{zp}$ , кПа	$\sigma_{zg}$ , кПа	$0,5\sigma_{zg}$ , кПа	$\sigma_{zp,i}$ , кПа	$h_i$ , м	$E_i$ , кПа	$S_i$ , мм
0,00	0,00	1,000	320,60	29,40	14,70				
0,80	0,80	0,881	282,45	50,60	25,30	301,52	0,80	20000	9,65
1,60	1,60	0,642	205,83	56,31	28,15	244,14	0,80	20000	7,81
2,40	2,40	0,477	152,93	64,87	32,43	179,38	0,80	20000	5,74
2,70	2,70	0,434	139,14	68,08	34,04	146,03	0,30	20000	1,75
3,50	3,50	0,346	110,93	100,32	50,16	125,03	0,80	30000	2,66
4,30	4,30	0,287	92,01	116,56	58,28	101,47	0,80	30000	2,16
5,10	5,10	0,244	78,23	122,8	61,4	85,12	0,80	30000	1,81
5,90	5,90	0,212	<b>67,97</b>	139,04	<b>69,52</b>	73,10	0,80	30000	1,55
Нижняя граница сжимаемой толщи									
6,70	6,70	0,188	60,27	155,28	77,64	64,12	0,80	30000	
								$\Sigma = 33,13$ мм	

Осадка фундамента составляет:  $S = 3,31$  см.

## Исходные данные к задаче № 5

Но- мер вари- анта	$b$ , м	$d$ , м	$P$ , кПа	$h_1$ , м	$\gamma_1$ , кН/м <sup>3</sup>	$\gamma_{s1}$ , кН/м <sup>3</sup>	$W_1$ , %	$E_1$ , МПа	$h_2$ , м	$\gamma_2$ , кН/м <sup>3</sup>	$E_2$ , МПа	$h_w$ , м
1	2,4	1,3	380	3,2	16,8	26,5	6	24	7,6	20,1	28	1,6
2	1,2	1,5	180	2,8	18,9	26,6	10	27	3,6	19,5	18	1,2
3	2,8	1,4	360	3,6	17,5	26,5	8	25	7,5	19,2	38	1,1
4	1,6	1,6	280	3,5	17,9	26,6	7	23	3,7	20,2	31	2,2
5	1,4	1,2	260	3,1	18,5	26,7	9	26	4,2	19,9	32	1,5
6	2,0	1,6	320	4,6	19,2	26,6	6	23	4,4	19,7	23	2,9
7	3,2	1,2	410	5,2	17,9	26,7	5	28	8,2	20,6	42	2,3
8	2,4	1,5	310	3,9	18,1	26,5	8	21	6,9	19,1	29	1,7
9	1,6	1,3	220	4,3	19,4	26,5	10	29	3,9	20,8	20	2,4
0	2,0	1,7	270	4,1	18,6	26,6	5	23	4,8	19,9	24	1,8

**1.5. Расчет развития осадок оснований во времени****1.5.1. Общие положения**

Осадки оснований могут развиваться в течение продолжительного времени. Скорость и длительность их протекания зависят от многих факторов, главными из которых являются водопроницаемость, деформативность и ползучесть скелета грунта, интенсивность действующей нагрузки, размеры и форма нагруженных площадок.

Осадка оснований из водонасыщенных грунтов складывается из первичной фильтрационной консолидации (уплотнения, связанного с выдавливанием воды из пор грунта) и вторичной консолидации (ползучести скелета глинистых грунтов). Для прогноза развития осадок глинистых грунтов во времени используются понятия о стабилизированной конечной осадке  $S$ , нестабилизированной (произошедшей за период времени  $t$ ) осадке  $S_t$  и степени консолидации (уплотнения) грунта  $U$ :

$$U = \frac{S_t}{S}. \quad (1.39)$$

Ниже излагается способ расчётного описания развития осадок оснований во времени при помощи метода эквивалентного слоя грунта (Н. А. Цытович [11]), который позволяет свести вычисления к решению одномерной задачи.

**1.5.2. Метод эквивалентного слоя**

Сущность метода эквивалентного слоя состоит в уравнивании осадок  $S$  фундамента прямоугольной формы заданных размеров на сжимаемом грунте и эквивалентного однородного слоя грунта под нагрузкой, распределённой по

поверхности линейно деформируемого полупространства (рис. 1.23). Интенсивность нагрузок на обеих схемах одна и та же:  $p_0 = p$ . По этим условиям (равенства осадок и интенсивности нагрузок) определяется толщина эквивалентного слоя  $h_e$  в одномерной задаче уплотнения.

Последующие рассуждения и математические преобразования основаны на предположениях о том, что грунт на обеих схемах однороден и описывается соотношениями теории линейно деформируемой среды с константами закона Гука:  $E_0$  – модулем деформации,  $\nu$  – коэффициентом Пуассона (поперечного расширения). При определении  $h_e$  используются деформационные характеристики грунта, определяемые при компрессионном или стабилметрическом испытании грунтов:

– коэффициент, учитывающий отсутствие бокового расширения:

$$\beta = 1 - \frac{2\nu^2}{1-\nu} ; \quad (1.40)$$

– коэффициент относительной сжимаемости грунта в условиях одноосного сжатия, связанный с модулем деформации  $E_0$  соотношением

$$m_v = \frac{\beta}{E_0} . \quad (1.41)$$

Примем, что осадка фундамента шириной  $b$  на линейно деформируемом полупространстве (рис. 1.23, а) определяется по формуле Шлейхера

$$S = \frac{\omega b(1-\nu^2) p_0}{E_0} , \quad (1.42)$$

где  $\omega$  – коэффициент осадки, зависящий от соотношения размеров сторон ( $l/b$ ) прямоугольного фундамента и коэффициента  $\nu$ .

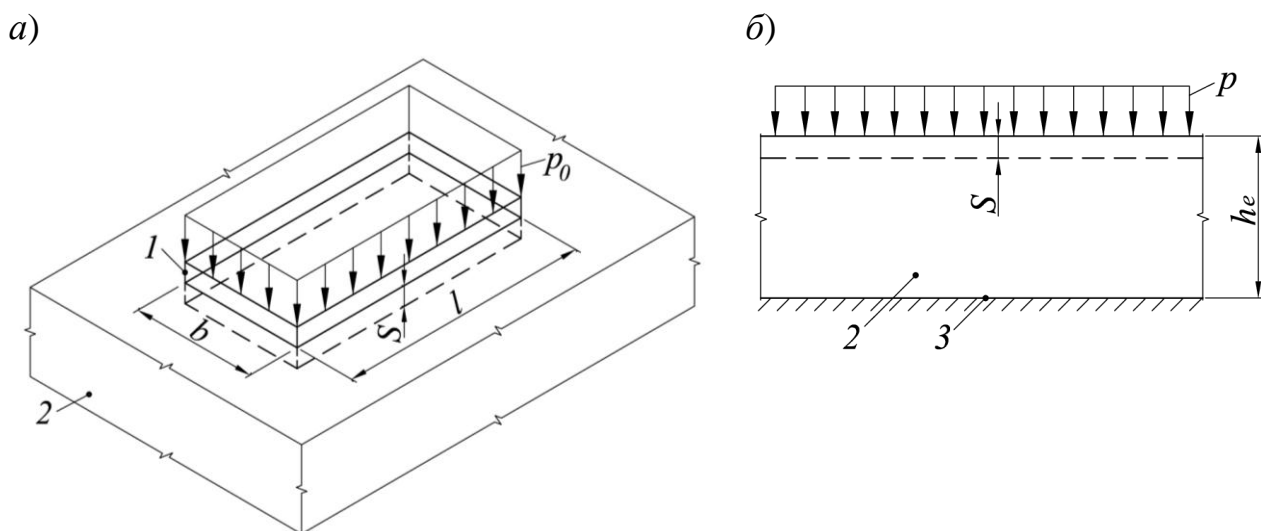


Рис. 1.23. Схемы к определению толщины эквивалентного слоя:  
 а – жёсткий фундамент 1 на линейно деформируемом основании 2;  
 б – сплошная нагрузка  $p$  на поверхности эквивалентного слоя грунта;  
 3 – несжимаемое основание

Объединяя уравнения (1.40), (1.41) и (1.42), находим

$$S = \frac{1 - v^2}{1 - 2v} \omega b m_v p_0, \quad (1.43)$$

или по-другому

$$S = A_v \omega b m_v p_0, \quad (1.44)$$

где

$$A_v = \frac{1 - v^2}{1 - 2v}. \quad (1.45)$$

Произведение  $A_v \omega$ , называемое коэффициентом эквивалентного слоя для абсолютно жёстких фундаментов, найдём из таблицы, составленной Н. А. Цытовичем [11] и приведенной в Приложении к данному пособию (табл. П4). Остальные обозначения в выражении (1.44) известны.

Конечная осадка поверхности слоя грунта при сплошной нагрузке  $p$  (рис. 1.23, б) в одномерной задаче уплотнения определяется по формуле

$$S = p h_e m_v. \quad (1.46)$$

В выражениях (1.44) и (1.46)  $S$  и  $p = p_0$  имеют одни и те же значения, из чего следует

$$h_e = A_v \omega b; \quad (1.47)$$

$$S = p_0 h_e m_v. \quad (1.48)$$

### 1.5.3. Расчет степени консолидации, нестабилизированных осадок и времени консолидации

Степень консолидации (уплотнения) грунта  $U$  выражает долю достигнутой осадки  $S_t$  на момент времени  $t$  от полной величины стабилизированной осадки  $S$ . Задача о расчётном описании развития осадки во времени в условиях одномерного уплотнения слоя грунта с фильтрацией отжимаемой воды вверх решена при помощи соотношений фильтрационной теории консолидации. Степень консолидации определена в виде решения дифференциального уравнения, составленного на основании указанных допущений:

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} (e^{-N} + \frac{1}{9} e^{-9N} + \frac{1}{25} e^{-25N} + \dots), \quad (1.49)$$

где  $e = (1 + 1/x)^x$  при  $x \rightarrow \infty$  – иррациональное число  $e = 2,71828\dots$ , константа, известная в высшей математике как «основание натуральных логарифмов»;

$N$  – показатель степени при основании натуральных логарифмов, называемый фактором времени.

Для указанных выше условий

$$N = \frac{\pi^2 c_v t}{4h^2}, \quad (1.50)$$

где  $h = h_e$  – толщина уплотняемого слоя;  
 $t$  – время;  
 $c_v$  – коэффициент консолидации грунта

$$c_v = \frac{k_f}{m_v \gamma_w}, \quad (1.51)$$

где  $k_f$  – коэффициент фильтрации грунта;  
 $\gamma_w$  – удельный вес воды.

С учетом степени консолидации  $U$  осадка слоя грунта в момент времени  $t$

$$S_t = S \cdot U = h_e p m_y \left[ 1 - \frac{8}{\pi^2} (e^{-N} + \frac{1}{9} e^{-9N} + \frac{1}{25} e^{-25N} + \dots) \right]. \quad (1.52)$$

Величины  $U$  и  $N$  связаны соотношением уравнения (1.49). Известна таблица (табл. 1.13), связывающая указанные параметры для трёх случаев распределения напряжений при одноосном сжатии в пределах слоя  $h$  с фильтрацией воды вверх (рис. 1.24): равномерное распределение – случай «0», распределение по треугольнику с основанием внизу – случай «1», распределение по треугольнику с основанием сверху – случай «2».

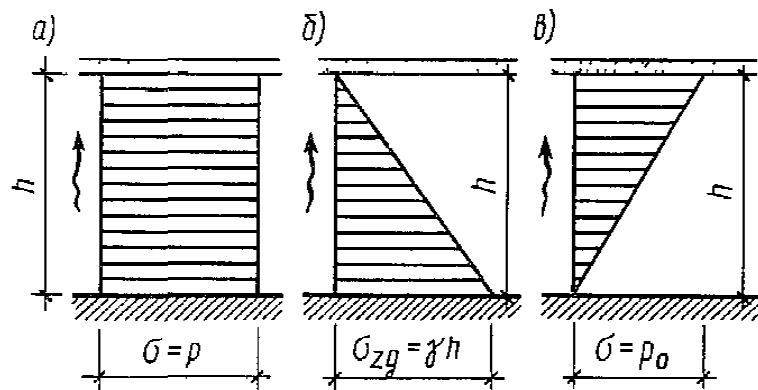


Рис. 1.24. Эпюры распределения уплотняющих напряжений по высоте  $h$ :  
 $a$  – случай «0»;  $b$  – случай «1»;  $c$  – случай «2»

Таблица 1.13

Значения  $N$  в зависимости от  $U$

$U$	$N$ для случая			$U$	$N$ для случая		
	0	1	2		0	1	2
0,1	0,02	0,12	0,005	0,6	0,71	0,95	0,42
0,2	0,08	0,25	0,02	0,7	1,00	1,24	0,69
0,3	0,17	0,39	0,06	0,8	1,40	1,64	1,08
0,4	0,31	0,55	0,13	0,9	2,09	2,35	1,77
0,5	0,49	0,73	0,24	0,95	2,80	3,17	2,54

Из формулы (1.50) можно найти выражение для времени  $t$  в зависимости от степени консолидации

$$t = \frac{4h^2}{\pi^2 c_v} N. \quad (1.53)$$

Задаваясь последовательно значениями степени консолидации  $U$  (с шагом  $0,1U$ ), из табл. 1.13 выбирают значения  $N$ , для которых определяют время  $t$  из формулы (1.53), и рассчитывают величину осадки  $S_t$ , соответствующую этому времени, из выражения

$$S_t = S \cdot U. \quad (1.54)$$

График развития осадки фундамента во времени имеет вид, представленный на рис. 1.25.

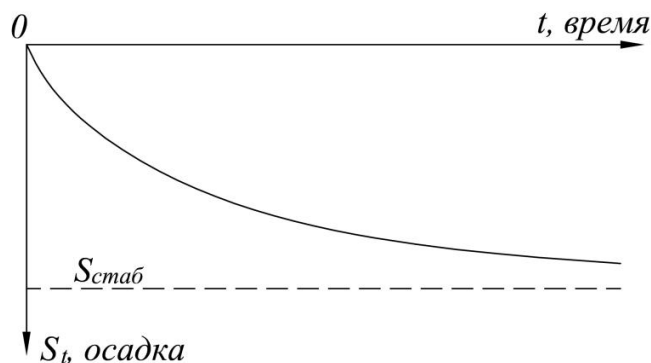


Рис. 1.25. График изменения осадки фундамента во времени

**Задача № 6.** Требуется определить развитие осадки во времени для отдельно стоящего жесткого фундамента размером в плане  $b \times l$ , глубиной заложения фундамента  $d$  и средним давлением под подошвой  $p$  и построить график стабилизации осадки вида  $S = f(t)$ .

Схема к расчету представлена на рис. 1.26. Для расчета принять  $b \times l = 1,4 \times 1,8$  м,  $d = 1,4$  м,  $p = 250$  кПа. Грунты основания представлены однородным водонасыщенным слоем суглинка со следующими характеристиками: удельный вес грунта ниже подошвы  $\gamma_{II} = 16,5$  кН/м<sup>3</sup>; удельный вес грунта выше подошвы  $\gamma'_{II} = 16$  кН/м<sup>3</sup>; коэффициент относительной сжимаемости грунта  $m_v = 0,00025$  кПа<sup>-1</sup>; коэффициент фильтрации грунта  $k_f = 1,2 \cdot 10^{-8}$  см/с; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ .

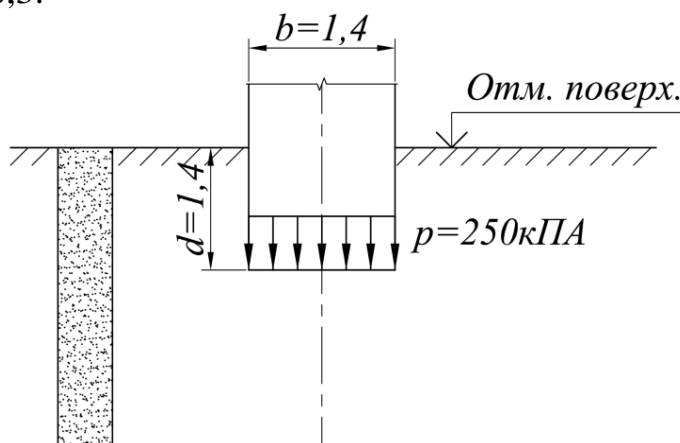


Рис. 1.26. Расчетная схема к задаче № 6



## Решение

1. Определим конечную стабилизированную осадку фундамента методом эквивалентного слоя грунта по формуле (1.46):

$$S = h_e \cdot m_v \cdot p_o.$$

Для этого найдем толщину эквивалентного слоя  $h_e$  по формуле (1.47) (рис. 1.27):

$$h_e = A_v \omega b.$$

Здесь  $A_v \omega = 1,22$  – коэффициент эквивалентного слоя, определенный по табл. П4 при  $\eta = 1,8/1,4 = 1,3$  и  $\nu = 0,3$ ;  $b = 1,4$  м – ширина подошвы фундамента.

$$h_e = 1,22 \cdot 1,4 = 1,71 \text{ м.}$$

Давление на уровне подошвы фундамента  $p = 250 \text{ кН/м}^2$ .

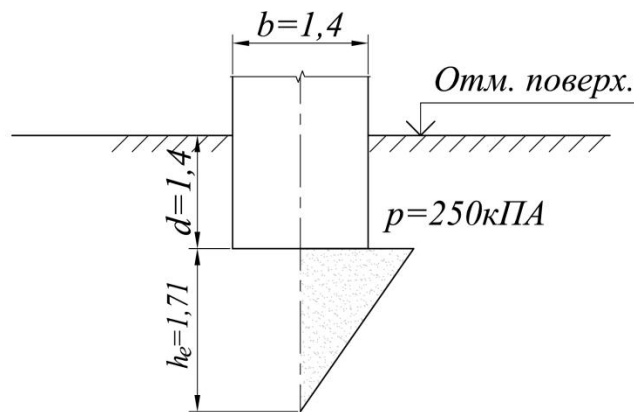


Рис. 1.27. Расчет конечной стабилизированной осадки фундамента методом эквивалентного слоя

Конечная стабилизированная осадка фундамента по расчету методом эквивалентного слоя грунта равна

$$s = 1,71 \cdot 0,00025 \cdot 250 = 0,1 \text{ м.}$$

2. Вычислим величину коэффициента консолидации грунтов основания  $c_v$  по формуле (1.51):

$$c_v = \frac{k_f}{m_v \gamma_w} = \frac{3,6 \cdot 10^{-3}}{0,00025 \cdot 9,81} = 1,47 \text{ м}^2/\text{год.}$$

Для расчета мы изменили размерность коэффициента фильтрации

$$k_f = 1,2 \cdot 10^{-8} \text{ см/с} \cdot 3 \cdot 10^7 = 3,6 \cdot 10^{-1} \text{ см/год} \cdot 10^{-2} = 3,6 \cdot 10^{-3} \text{ м/год.}$$

3. Так как напряжения от фундамента уменьшаются с глубиной, примем распределение уплотняющих напряжений по высоте как для случая «2» (рис. 1.24).

Воспользовавшись табл. 1.13, рассчитаем время  $t$ , соответствующее каждому значению степени консолидации, используя зависимость между  $t$  и  $N$  (1.53). Осадку за каждый полученный отрезок времени определим по формуле (1.54):

$$s_t = s \cdot U,$$

где  $s_t$  – осадка за данное время;

$s = 0,1$  м – конечная (полная) стабилизированная осадка, определенная по методу эквивалентного слоя грунта;

$U$  – степень консолидации (уплотнения) грунта.

Результаты расчета представлены в табл. 1.14.

Таблица 1.14

Результаты расчета осадки во времени

Степень консолидации $U$	Фактор времени $N$	Время $t$ , год	Осадка $S_t$ за время $t$ , м
0,1	0,005	0,016	0,01
0,2	0,02	0,065	0,02
0,3	0,06	0,194	0,03
0,4	0,13	0,42	0,04
0,5	0,24	0,78	0,05
0,6	0,42	1,36	0,06
0,7	0,69	2,23	0,07
0,8	1,08	3,49	0,08
0,9	1,77	5,72	0,09
0,95	2,54	8,2	0,095

Таким образом, осадка фундамента  $S_t = 0,095$  м, соответствующая 95 % конечной стабилизированной осадки, произойдет через 8,2 года.

График развития осадки фундамента во времени приведен на рис. 1.28.

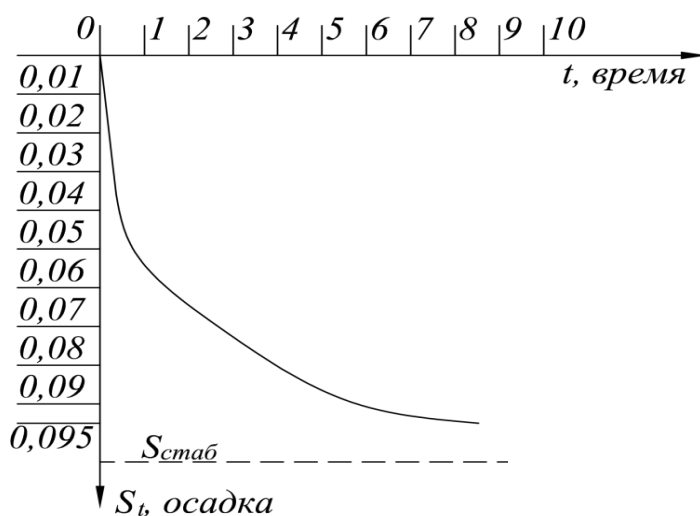


Рис. 1.28. График изменения осадки фундамента во времени к задаче № 6

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.15. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

При решении задачи необходимо следить за размерностями величин, участвующих в формулах. Значение коэффициента фильтрации задано в см/с и может быть представлено в других единицах следующим образом:

$$k_f = 1 \text{ см/с} = 1 \cdot 3 \cdot 10^7 \text{ см/год} = 1 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ м/год.}$$

При построении графика следует принимать масштаб времени 1 год в 1-2 см, масштаб осадок 1:1.

Таблица 1.15

Исходные данные к задаче № 6

Номер варианта	Размеры фундамента $b \times l$ , м	Глубина заложения $d$ , м	Среднее давление $p$ , кПа	Характеристики грунтов			
				$\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	$\gamma'_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	$m_v$ , кПа <sup>-1</sup>	$k_f$ , см/с
0	1,2×1,8	1,0	200	16	16	0,00025	$1,2 \cdot 10^{-8}$
1	1,4×2,0	1,2	210	18,5	18	0,00011	$1,5 \cdot 10^{-8}$
2	1,6×2,2	1,4	220	18,6	18,2	0,00012	$1,7 \cdot 10^{-8}$
3	1,8×2,4	1,6	230	18,5	18,6	0,00013	$2,4 \cdot 10^{-8}$
4	2,0×2,6	1,8	240	19,0	18,2	0,00014	$1,8 \cdot 10^{-8}$
5	2,2×2,8	2,0	250	19,5	18,5	0,00015	$2,5 \cdot 10^{-8}$
6	2,4×3,0	2,2	260	20,0	19,2	0,00016	$1,9 \cdot 10^{-8}$
7	2,2×2,8	2,4	270	19,8	19,0	0,00017	$2,6 \cdot 10^{-8}$
8	2,0×2,4	2,6	280	19,5	18,0	0,00018	$2,0 \cdot 10^{-8}$
9	1,8×2,2	2,8	300	20,5	19,8	0,00020	$2,1 \cdot 10^{-8}$

Для всех вариантов заданий можно принять  $\nu = 0,3$ .

### 1.6. Расчет устойчивости откосов методом круглоцилиндрических поверхностей скольжения

Метод круглоцилиндрических поверхностей скольжения является инженерным графоаналитическим приёмом расчета устойчивости откосов. Считается, что потеря устойчивости откоса может произойти в результате смещения части грунтового массива по криволинейной поверхности со следом на плоскости чертежа в виде дуги окружности радиусом  $R$  с центром в точке  $O$  (рис. 1.29). В расчёте определяется минимальный коэффициент устойчивости  $\gamma_{st}$ , отвечающий форме и заданным размерам откоса, который должен быть не ниже требуемого (предусмотренного нормами) значения  $\gamma_{st.n} = 1,2 - 1,4$ , принимаемого в зависимости от уровня ответственности сооружения.

Особенностью графоаналитического метода является деление тела обрушения вертикальными плоскостями на короткие отсеки в соответствии со схемой на рис. 1.29, а. Вес  $i$ -го отсека  $P_i$  вместе с нагрузками (силами), действующими

щими в его пределах, раскладывается на касательную  $T_i = P_i \sin \alpha_i$  и нормальную составляющие  $N_i = P_i \cos \alpha_i$ , где  $\alpha_i$  – средний угол наклона к горизонтали участка дуги скольжения. Силы взаимодействия на границах отсеков не учитываются.

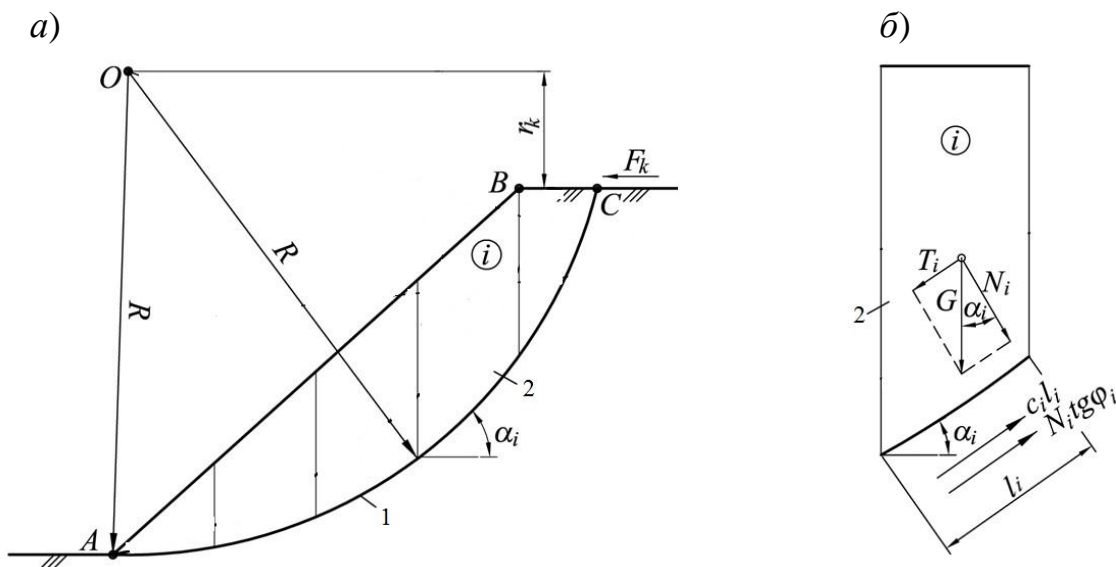


Рис. 1.29. Расчётная схема к методу круглоцилиндрических поверхностей скольжения:

*a* – деление тела обрушения на отсеки, положение кривой скольжения (1) с выходом через подошву откоса; *б* – равновесие *i*-го отсека (2)

Коэффициент  $\gamma_{st}$  определяется как отношение суммы моментов удерживающих  $M_{y\delta}$  и сдвигающих  $M_{c\delta}$  сил при сдвиге по дуге скольжения  $AC$  с радиусом  $R$  относительно центра в точке  $O$ :

$$\gamma_{st} = \frac{M_{y\delta}}{M_{c\delta}} = \frac{R \cdot \sum_{i=1}^n (N_i \operatorname{tg} \varphi_i + c_i l_i)}{\sum_{i=1}^n T_i R + F_k r_k}, \quad (1.55)$$

где  $\varphi_i$ ,  $c_i$  – угол внутреннего трения и удельное сцепление грунта насыпи или основания, пересекаемого дугой скольжения;

$l_i$  – длина отрезка дуги скольжения в пределах *i*-го отсека;

$F_k$  – внешние горизонтальные силы, действующие на поверхности тела обрушения;

$r_k$  – радиус внешней горизонтальной силы относительно центра вращения в точке  $O$ ;

$n$  – общее число отсеков.

Расчет устойчивости откоса методом круглоцилиндрических поверхностей скольжения производится в такой последовательности (см. рис. 1.29):

1) назначение центра вращения откоса (точка  $O$ );

2) проведение через точку  $A$  следа круглоцилиндрической поверхности скольжения радиусом  $R$ ;

3) деление тела обрушения  $ABC$  вертикальными сечениями на  $n$  отсеков (чем больше число отсеков, тем точнее расчет), в пределах которых угол внутреннего трения и удельное сцепление на поверхности скольжения не меняют своих значений;

4) определение веса каждого ( $i$ -го) отсека  $P_i$  вместе с нагрузками (силами), действующими в его пределах, и приложение его в точке пересечения вертикали, проходящей через центр тяжести отсека, с поверхностью скольжения;

5) разложение силы  $P_i$  на нормальную  $N_i = P_i \cos \alpha_i$  и касательную  $T_i = P_i \sin \alpha_i$  составляющие, где  $\alpha_i$  – угол наклона поверхности скольжения к горизонтالي в точке приложения веса  $i$ -го отсека, принимаемый положительным (отрицательным) для нисходящей (восходящей) части кривой скольжения;

6) определение моментов удерживающих и сдвигающих сил относительно центра  $O$  и их отношения по формуле (1.51).

При  $\gamma_{st} \geq \gamma_{st.n}$  откос считается устойчивым.

Поиск наиболее опасной поверхности скольжения выполняется путём повторных расчётов по формуле (1.51) при нескольких положениях центра  $O$  и соответствующих размерах радиуса  $R$ .

Для откосов в однородной толще грунтов координаты центра  $O$  ( $X$ ,  $Y$ ) расчётной (наиболее опасной) круглоцилиндрической поверхности скольжения (рис. 1.30) могут быть определены по следующему способу, предложенному Н. Янбу [4, 6]:

$$X = x_0 H; \quad Y = y_0 H, \quad (1.56)$$

где  $H$  – высота откоса;

$x_0$ ,  $y_0$  – безразмерные величины, устанавливаемые по графику Н. Янбу в Приложении в зависимости от угла наклона, определяемого по заданному заложению откоса  $m$ , и параметра

$$\lambda_{cp} = \frac{\gamma \cdot H \cdot \operatorname{tg} \varphi}{c}, \quad (1.57)$$

где  $\gamma$  – удельный вес грунта,  $\varphi$  и  $c$  сохраняют свои прежние значения: угол внутреннего трения и удельное сцепление.

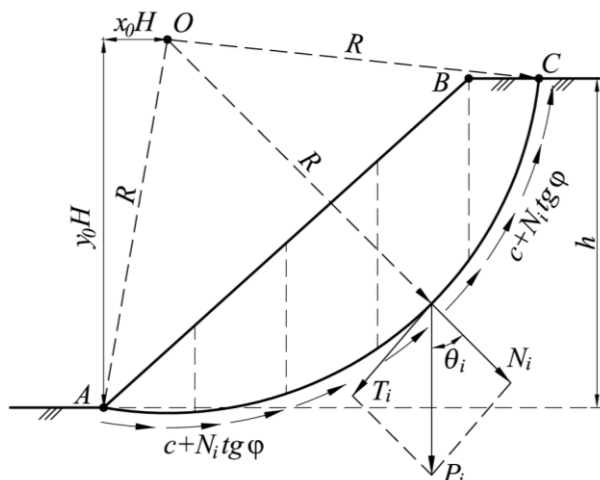


Рис. 1.30. Схема к определению положения наиболее опасной круглоцилиндрической поверхности скольжения

**Задача № 7.** Рассматривается откос котлована глубиной  $H$ . Заложение откоса  $m$ . Откос находится в однородном грунте. Определить методом круглоцилиндрических поверхностей скольжения величину коэффициента устойчивости откоса и оценить устойчивость откоса, приняв нормативное значение коэффициента устойчивости  $\gamma_{st.n} = 1,2$ .

Расчетная схема откоса представлена на рис. 1.31. Для расчета принять  $H = 4$  м,  $m = 1,5$ . Физико-механические характеристики грунта следующие: удельный вес  $\gamma = 19$  кН/м<sup>3</sup>, угол внутреннего трения  $\varphi = 17^\circ$ , удельное сцепление  $c = 16,3$  кПа.

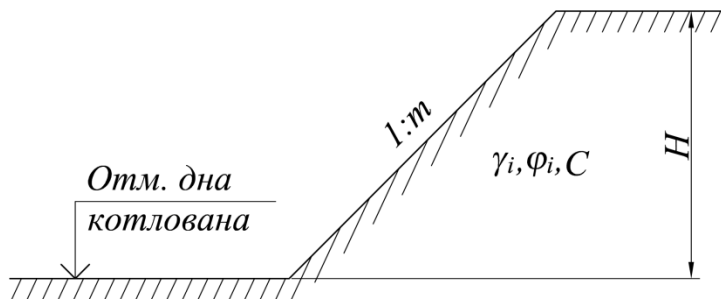


Рис. 1.31. Расчетная схема к задаче № 7

### Решение

Выполняем чертеж откоса в масштабе 1:100. Так как откос расположен в однородном грунте, по графику Н. Янбу находим положение центра наиболее опасной поверхности скольжения. Для этого сначала вычисляем значение параметра  $\lambda_{cp}$ :

$$\lambda_{cp} = \frac{\gamma \cdot H \cdot \operatorname{tg} \varphi}{c} = \frac{19 \cdot 4 \cdot \operatorname{tg} 17^\circ}{16,3} = 1,27.$$

По найденному значению  $\lambda_{cp} = 1,27$  и заложению откоса  $m = 1,5$  по графику Янбу определяем безразмерные величины  $x_0$  и  $y_0$ :

$$x_0 = 0,55; y_0 = 1,5.$$

Тогда координаты центра вращения  $O$  будут равны

$$x = x_0 H = 0,55 \cdot 4 = 2,2 \text{ м}; y = y_0 H = 1,5 \cdot 4 = 6 \text{ м}.$$

Откладываем от подошвы откоса вверх 6 м и вправо 2,2 м (рис. 1.32) и получаем положение точки  $O$  – центра вращения. Из найденного центра вращения через подошву откоса проводим дугу окружности кривой скольжения. Радиус кривой скольжения можно определить графически или рассчитать как

$$R = \sqrt{6^2 + 2,2^2} = 6,4 \text{ м}.$$

Разбиваем призму обрушения откоса на отсеки, как показано на рис. 1.32, графически определяем их ширину и высоту, а также рассчитываем угол  $\alpha$  – угол наклона касательной к поверхности скольжения к горизонтали. Этот угол

численно равен углу, образованному вертикалью с радиусом  $R$ , проведенным через точку приложения веса отсека. Угол  $\alpha$  принимаем положительным для нисходящей части кривой скольжения и отрицательным для ее восходящей части.

Рассматриваем участок откоса длиной 1 м.

Для отсека 1:

– размеры отсека  $2,3 \times 3,06$  м;

– площадь сечения  $2,3 \cdot 3,06 / 2 = 3,52$  м<sup>2</sup>;

– вес отсека  $3,52 \cdot 1 \cdot 19 = 66,88$  кН.

Угол наклона касательной

$$\sin \alpha_1 = 4,95 / 6,4 = 0,773; \quad \alpha_1 = 50,62^0; \quad \cos \alpha_1 = 0,634.$$

Рассчитываем составляющие усилий по формулам

$$N_i = P_i \cdot \cos \alpha_i; \quad T_i = P_i \cdot \sin \alpha_i.$$

Все значения заносим в табл. 1.16.

Таблица 1.16

Расчет устойчивости откоса

Но- мер эле- мен- та	Размеры сечения, м	Пло- щадь сече- ния, м <sup>2</sup>	Вес эле- мента, $P_i$ , кН	$\sin \alpha_i$	$\alpha_i$ , град	$\cos \alpha_i$	$N_i$ , кН	$T_i$ , кН	$\varphi_{li}$ , град	$N_i \cdot \operatorname{tg} \varphi_{li}$ , кН
1	2,3×3,06	3,52	66,88	0,773	50,62	0,634	41,84	51,7	17	15,82
2	1,9×2,93	5,57	105,83	0,445	26,4	0,896	94,8	47,09	17	29,0
3	1,9×2,3	4,4	83,6	0,148	8,5	0,989	82,68	12,37	17	25,3
4	2,2×1,83	2,0	38,0	-0,17 2	-11	0,985	37,43	-6,19	17	11,45
Σ								117,35		81,57

Так как откос сложен однородным грунтом, сцепление грунта во всех отсеках одинаково и отсутствуют горизонтальные внешние силы, формула для определения коэффициента устойчивости откоса может быть упрощена:

$$\gamma_{st} = \frac{M_{y\partial}}{M_{\cos}} = \frac{(\sum_1^{i=n} N_i \operatorname{tg} \varphi + cL)R}{\sum_1^{i=n} T_i R} = \frac{\sum_1^{i=n} N_i \operatorname{tg} \varphi + cL}{\sum_1^{i=n} T_i}. \quad (1.58)$$

Определим длину дуги поверхности скольжения  $L$ . Для этого найдем значения углов  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , используя тригонометрические функции (рис. 1.32):

$$\begin{aligned} \sin \beta_1 &= \frac{2,2}{6,4} = 0,343; \quad \beta_1 = 20^0; \\ \sin \beta_2 &= \frac{6,1}{6,4} = 0,953; \quad \beta_2 = 72,4^0; \\ n &= \beta_1 + \beta_2 = 20^0 + 72,4^0 = 92,4^0. \end{aligned}$$

Длина дуги может быть определена по формуле

$$L = \frac{\pi R}{180^\circ} n^\circ = \frac{3,14 \cdot 6,4}{180} \cdot 92,4 = 10,32 \text{ м.}$$

Рассчитаем коэффициент устойчивости откоса

$$\gamma_{st} = \frac{81,57 + 16,3 \cdot 10,32}{117,35} = \frac{268,45}{117,35} = 2,12 > \gamma_{st.n} = 1,2.$$

Так как коэффициент устойчивости  $\gamma_{st} = 2,12$  больше нормативного значения, можем утверждать, что откос устойчив.

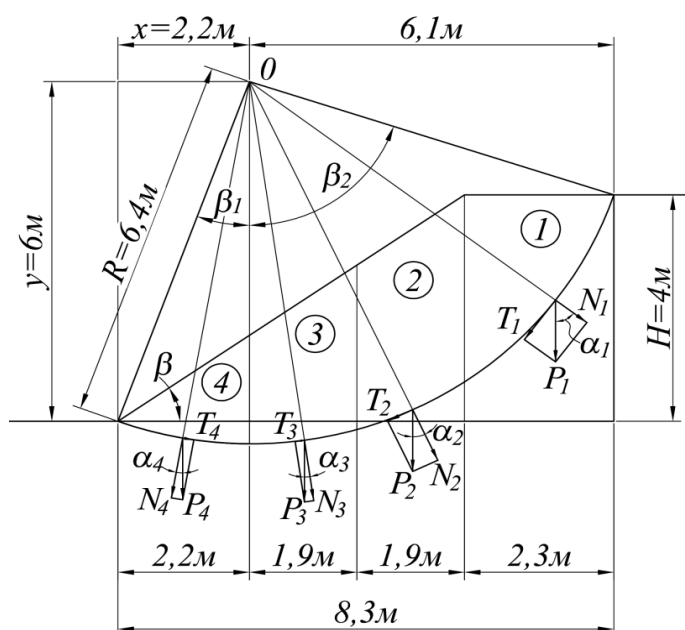


Рис. 1.32. Геометрические построения к задаче № 7

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.17. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

Таблица 1.17

Исходные данные к задаче № 7

Номер варианта	H, м	t	$\rho$ , г/см <sup>3</sup>	$\phi$ , град	c, кПа
1	3,5	1,5	1,94	19	18
2	4,2	1,0	2,05	18	21
3	2,6	1,5	1,96	16	16
4	2,8	1,2	2,08	19	25
5	2,5	1,0	1,97	17	21
6	3,0	1,5	2,01	18	17
7	3,2	1,2	2,03	16	21
8	3,5	1,5	1,98	20	19
9	3,8	2,0	1,97	21	23
0	4,0	1,5	1,91	17	15



## 1.7. Расчет активного давления грунта на подпорную стенку

Подпорная стенка – это инженерное сооружение, предназначенное для удержания вертикальной (или наклонной, близкой к вертикальной) грани находящегося за ней массива грунта (засыпки), обладающего внутренним трением и связностью или только внутренним трением. Задача решается как статически определяемая, жёсткость подпорной стенки не учитывается.

В решаемой задаче рассматривается способ определения активного давления грунта на подпорную стенку по схеме на рис. 1.33, а с вертикальной задней гранью при следующих условиях:

- верхняя грань засыпки горизонтальна и свободна от нагрузки или нагружена равномерно распределённой нагрузкой;
- трение на задней грани стенки не учитывается.

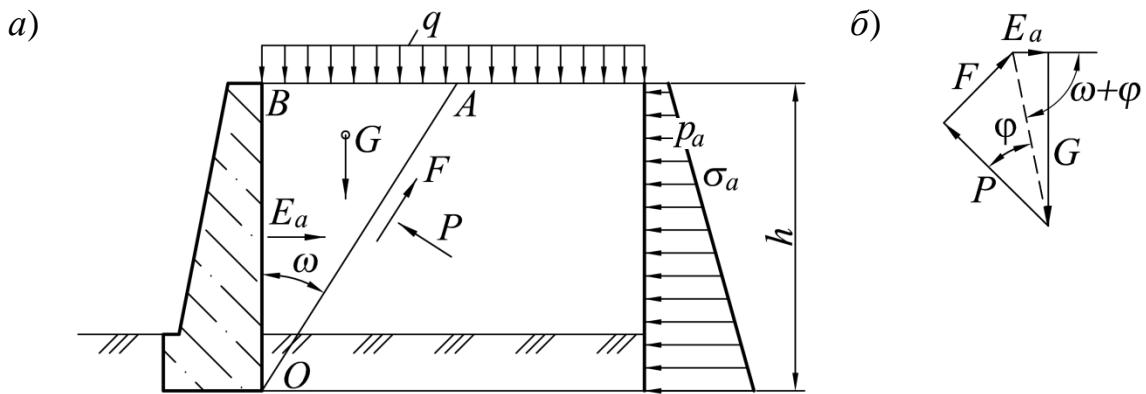


Рис. 1.33. Схема к определению равнодействующей  $E_a$ , распределения активного давления  $\sigma_a$  (а) и графическая форма равновесия сил  $G = \frac{1}{2}\gamma h^2 tg\omega$ ,  $P$ ,  $F = Ptg\phi$ ,  $E_a$  (б)

Расчёт активного давления основывается на следующих положениях:

1. Для расчёта выделяется один погонный метр ( $t = 1$  м) стенки и грунтовой засыпки за её задней гранью, что соответствует условиям плоской деформации.
2. Для реализации активного давления необходимо, чтобы подпорная стенка имела возможность небольшого смещения (горизонтального или поворота) в сторону передней грани.
3. Предполагается наличие плоской поверхности скольжения  $OA$ , отделяющей призму обрушения  $OAB$  от остальной неподвижной части грунтовой засыпки.
4. В качестве физического уравнения расчёта принята запись закона Кулона, выражающая предельное равновесие на поверхности скольжения в следующем виде:

$$T = Ptg\phi + clt, \quad (1.59)$$

где  $T = G \cos \omega$ ,  $P = G \sin \omega$  – касательная и нормальная составляющие сил, действующих на поверхности скольжения длиной  $l$  шириной  $t = 1$  м;

$G = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \omega$  – вес 1 пог. метра призмы обрушения  $OAB$ ;

$h$  – высота подпорной стенки;

$\gamma$  – удельный вес;

$\varphi$ ,  $c$  – прочностные характеристики грунта засыпки: угол внутреннего трения и удельное сцепление;

$\omega$  – угол наклона поверхности скольжения к вертикали, определяемый в соответствии с изложенным ниже.

5. Равнодействующая активного давления  $E_a$  с размерностью кН/м на 1 пог. м стенки получена при помощи следующих уравнений, выражающих условия равновесия призмы обрушения из несвязного грунта ( $c = 0$ ) с плоской поверхностью скольжения (рис. 1.33, а, б) при отсутствии трения грунта на задней грани подпорной стенки:

$$E_a = P(\cos \varphi - \operatorname{tg} \varphi \sin \omega); \quad G = P(\sin \omega + \operatorname{tg} \varphi \cos \omega)$$

$$\text{или } P = \frac{G}{\sin \omega + \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \omega}.$$

Объединяя эти уравнения, находим

$$E_a = \frac{G(\cos \varphi - \operatorname{tg} \varphi \cdot \sin \omega)}{\sin \omega + \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \omega} = G \operatorname{ctg}(\omega + \varphi),$$

или

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h^2 \operatorname{tg} \omega \operatorname{ctg}(\omega + \varphi). \quad (1.60)$$

6. Угол наклона  $\omega$  поверхности скольжения к вертикали определяется по условию максимального значения  $E_a$  в уравнении (1.60). В версии рассматриваемой задачи, когда засыпка ограничена горизонтальной гранью без нагрузки на поверхности, при помощи соотношения  $dE_a/d\omega = 0$  получено  $\omega = 45^\circ - \varphi/2$ .

На основании изложенного выше (после подстановки  $\omega = 45^\circ - \varphi/2$  и с учётом нагрузки  $q$  на верхней грани засыпки) получены следующие выражения:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h(h + 2h_{\text{экв}}) \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}); \quad (1.61)$$

$$\sigma_a = \gamma(z + h_{\text{экв}}) \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}), \quad (1.62)$$

где  $\sigma_a$  – активное давление на задней грани подпорной с размерностью кПа, распределённое по линейному закону в зависимости от координаты  $z$ ;

$h_{\text{экв}} = q/\gamma$  – условный слой грунта, заменяющий как эквивалентный по весу нагрузку  $q$ , равномерно распределённую на поверхности засыпки.

7. Для связных грунтов влияние удельного сцепления на активное давление грунта учтено путём условной замены всесторонним внешним давлением

(давлением связности)  $p_c = \frac{c}{\operatorname{tg}\varphi}$  в соответствии со схемой на рис. 1.34 [11; с. 402–403]. Давление  $p_c$  на верхней грани складывается с весом грунта засыпки, на задней грани алгебраически складывается с активным давлением  $\sigma_a$  по формуле (1.62):

$$\sigma_a = \left(\gamma z + \frac{c}{\operatorname{tg}\varphi}\right) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{c}{\operatorname{tg}\varphi} = \gamma z \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) - \frac{c}{\operatorname{tg}\varphi} \left[1 - \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)\right]. \quad (1.63)$$

Последнее выражение после тригонометрических преобразований приводится к канонической записи

$$\sigma_a = \gamma z \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) - 2c \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right). \quad (1.64)$$

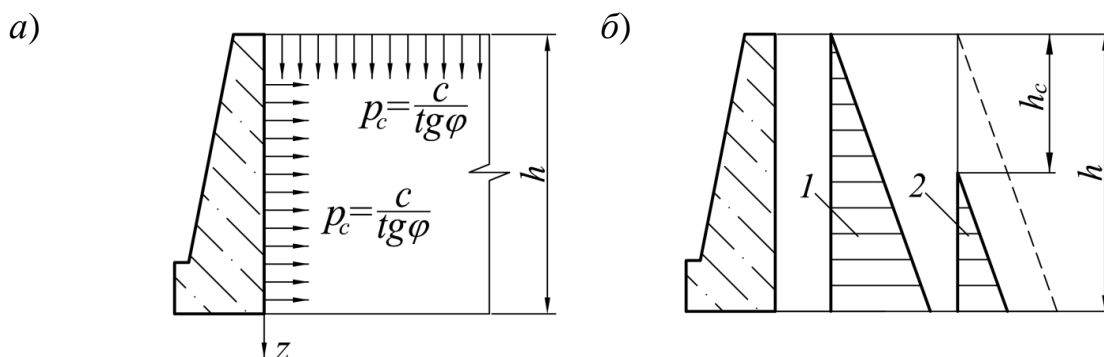


Рис. 1.34. Схемы к определению давления связных грунтов на подпорную стенку: *а* – расчётная схема с заменой удельного сцепления всесторонним «давлением связности»; *б* – распределение активного давления грунта на подпорные стенки (1 – при  $\varphi \neq 0, c = 0$ ; 2 – при  $\varphi \neq 0, c \neq 0$ )

Равнодействующая активного давления при  $c \neq 0, q = 0$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma (h - h_c)^2 \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right), \quad (1.65)$$

где  $h_c = \frac{2c}{\gamma \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right)}$  – часть высоты стенки, свободная от активного давления, удерживаемая за счёт сцепления.

В рассматриваемых ниже примерах активное давление на заднюю грань подпорной стенки распределено по линейному закону в соответствии со схемами на рис. 1.35 и следующим уравнением, объединяющим выражения (1.62) и (1.64):

$$\sigma_a = \gamma(z + h_{\text{экс}}) \cdot \operatorname{tg}^2\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) - 2c \cdot \operatorname{tg}\left(45^\circ - \frac{\varphi}{2}\right) \geq 0. \quad (1.66)$$

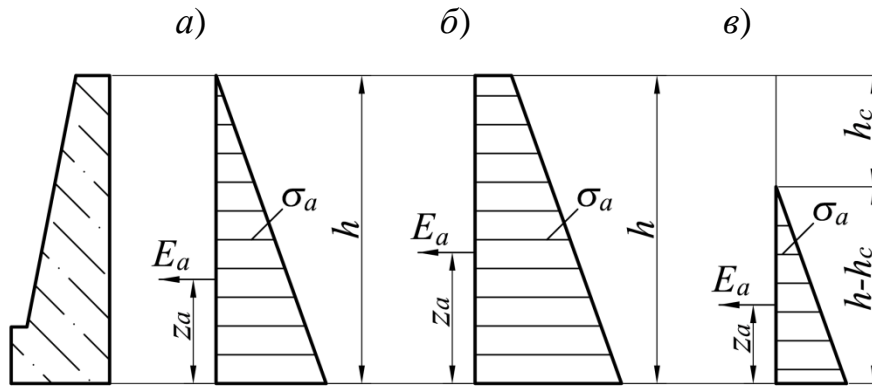


Рис. 1.35. Эпюры  $\sigma_a$  и схемы к обозначениям в формулах (1.67), (1.68), (1.69)

Обобщением изложенного выше является следующая сводка формул, описывающих активное давление  $\sigma_a$ , равнодействующие  $E_a$  и их расстояние  $Z_a$  до нижней грани подпорной стенки в зависимости от наличия нагрузки  $q$  и сцепления  $c$ .

При  $q = 0, c = 0$  (рис. 1.35, а)

$$\sigma_a = \gamma \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}); \quad E_a = \frac{\gamma \cdot h^2}{2} \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}); \quad Z_a = \frac{h}{3}. \quad (1.67)$$

При  $q \neq 0, c = 0$  (рис. 1.35, б)

$$\sigma_a = \gamma(z + h_{\text{экв}}) \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2});$$

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma h(h + 2h_{\text{экв}}) \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}); \quad Z_a = \frac{h}{3} \cdot \frac{3h + h_{\text{экв}}}{2h + h_{\text{экв}}}; \quad h_{\text{экв}} = \frac{q}{\gamma}. \quad (1.68)$$

При  $q = 0, c \neq 0$  (рис. 1.35, в)

$$\sigma_a = \gamma \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) - 2c \cdot \operatorname{tg}(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) = \gamma(z - h_c) \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}) \geq 0;$$

$$E_a = \frac{\gamma \cdot (h - h_c)^2}{2} \operatorname{tg}^2(45^\circ - \frac{\varphi}{2}); \quad Z_a = \frac{h - h_c}{3}; \quad h_c = \frac{2c}{\gamma \cdot \operatorname{tg}(45^\circ - \varphi/2)}. \quad (1.69)$$

При  $q \neq 0, c \neq 0$  следует использовать формулы (1.68) или (1.69) с подстановками: при  $h_{\text{экв}} > h_c$  в (1.68)  $(h_{\text{экв}} - h_c)$  вместо  $h_{\text{экв}}$ ; при  $h_{\text{экв}} < h_c$  в (1.69)  $(h_c - h_{\text{экв}})$  вместо  $h_c$ .

**Задача № 8.** Построить эпюру  $\sigma_a$  активного давления на заднюю грань подпорной стенки, определить равнодействующую  $E_a$ , плечо  $Z_a$ , моменты относительно нижней грани фундамента (точка  $O$ )  $M_a = E_a Z_a$  и в заделке надфундаментной части подпорной стенки.

Расчетная схема подпорной стенки представлена на рис. 1.36. Исходные данные следующие: общая высота подпорной стенки 8 м, в том числе высота фундамента 1,5 м, высота надфундаментной части 6,5 м. Расчётные характери-

стики грунта за подпорной стенкой: удельный вес  $\gamma = \gamma_I = 18,5 \text{ кН/м}^3$ , угол внутреннего трения  $\varphi = \varphi_I = 20^\circ$ , удельное сцепление  $c = c_I = 22 \text{ кПа}$ . Интенсивность нагрузки на верхней грани засыпки  $q = 10 \text{ кПа}$ .

### Решение

По условиям задачи  $q \neq 0, c \neq 0$ ; высоты

$$h_{\text{экр}} = q/\gamma = 10/18,5 = 0,54 \text{ м};$$

$$h_c = 2c/\gamma \text{tg}(45^\circ - \varphi/2) = (2 \cdot 22) / [(18,5 \cdot \text{tg}(45^\circ - 20^\circ/2))] = 3,40 \text{ м};$$

$$h_c - h_{\text{экр}} = 3,40 - 0,54 = 2,86 \text{ м}.$$

Активное давление на уровне заделки (нижней грани) надфундаментной части  $z = 6,5 \text{ м}$

$$\sigma_a = \gamma(z + h_{\text{экр}} - h_c) \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = 18,5 \cdot (6,5 + 0,54 - 3,40) \cdot \text{tg}^2(45^\circ - 20^\circ/2) = 33 \text{ кПа}.$$

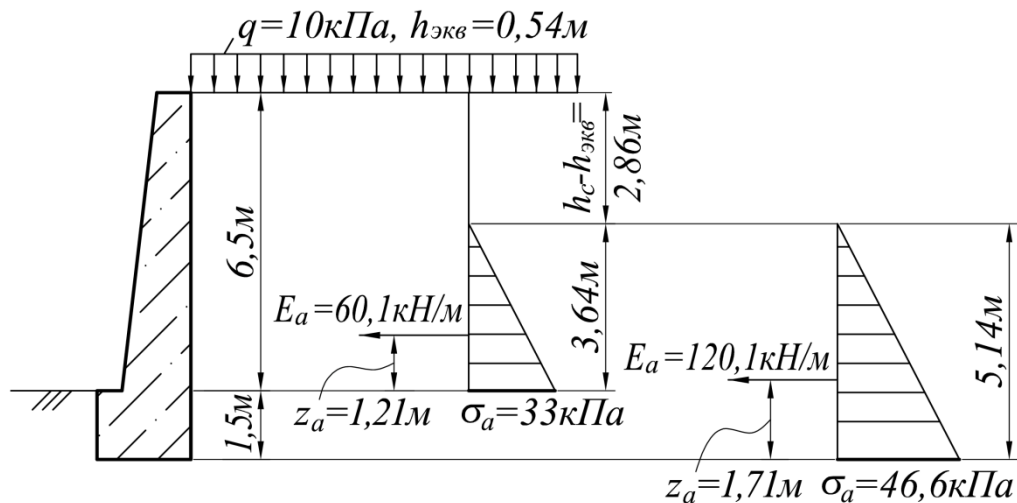


Рис. 1.36. Схема и результаты расчета к задаче № 8

Активное давление на уровне нижней грани фундамента

$$\sigma_a = \gamma(h + h_{\text{экр}} - h_c) \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = 18,5 \cdot (8,0 + 0,54 - 3,40) \cdot \text{tg}^2(45^\circ - 20^\circ/2) = 46,6 \text{ кПа}.$$

Равнодействующая  $E_a$ , плечо  $Z_a$ , момент  $M_a = E_a Z_a$  в заделке надфундаментной части подпорной стенки:

$$E_a = \frac{1}{2} \gamma (z + h_{\text{экр}} - h_c)^2 \text{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = \frac{1}{2} \cdot 18,5 \cdot (6,5 + 0,54 - 3,40)^2 \cdot \text{tg}^2(45^\circ - 20^\circ/2) = 60,1 \text{ кН/м};$$

$$Z_a = \frac{1}{3} (6,5 + 0,54 - 3,40) = 1,21 \text{ м};$$

$$M_a = E_a Z_a = 60,1 \cdot 1,21 = 72,7 \text{ кНм/м}.$$

Равнодействующая  $E_a$ , плечо  $Z_a$ , момент относительно нижней грани фундамента (точка  $O$ )  $M_a = EZ_a$ :

$$E_a = \frac{1}{2}\gamma(h + h_{\text{экс}} - h_c)^2 \operatorname{tg}^2(45^\circ - \varphi/2) = \frac{1}{2} \cdot 18,5 \cdot (8,0 + 0,54 - 3,40)^2 \cdot \operatorname{tg}^2(45^\circ - 20^\circ/2) = 120,1 \text{ кН/м};$$

$$Z_a = \frac{1}{3}(8,0 + 0,54 - 3,40) = 1,71 \text{ м};$$

$$M_a = E_a Z_a = 120,1 \cdot 1,71 = 205,4 \text{ кНм/м}.$$

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 1.18. Номер варианта соответствует последней цифре номера зачетной книжки.

Таблица 1.18

Исходные данные к задаче № 8

Номер варианта	Высота стенки, м	Высота фундамента, м	Высота надфундаментной части, м	Пригрузка $q$ , кПа	Удельный вес грунта $\gamma_b$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_b$ , град	Удельное сцепление $c_b$ , кПа
0	4,5	1,5	0,7	10	17,5	22	24
1	4,0	1,0	0,8	18	18,7	28	2
2	5,0	1,2	0,8	15	18,5	30	1
3	6,0	1,5	1,0	12	19,0	16	24
4	7,0	1,8	1,2	12	19,8	18	17
5	8,0	2,0	1,5	10	19,4	11	26
6	4,5	1,3	0,8	15	18,5	26	4
7	5,5	1,5	0,8	12	19,8	22	20
8	6,5	1,7	1,2	10	20,0	18	20
9	7,5	1,9	1,5	8	18,7	18	2

При построении расчетной схемы следует принимать масштаб расстояний 1:50, масштаб напряжений 50 кПа в 1 см.

## 2. РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ ЧИСЛЕННЫМ МЕТОДОМ

### 2.1. Модель грунта

Во второй части учебного пособия содержатся технические описания и примеры решения линейных и физически нелинейных (упругопластических) задач механики грунтов, предназначенные для самостоятельного выполнения студентами при помощи программы *Midas GTS NX*. Рассматриваемые ниже задачи являются плоскими, исследуемое в них напряжённо-деформированное состояние представляет собой плоскую деформацию.

Введём обозначения в прямоугольных координатах:  $U, W, V$  – составляющие перемещений в точке по направлениям осей  $X, Y, Z$ , принятым в программе *Midas GTS NX* (рис. 2.1);  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – нормальные и касательные напряжения;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения;  $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$  – относительные осевые и угловые деформации;  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  – главные относительные деформации. В последующем изложении и в рассматриваемых ниже примерах сжатие считается отрицательным направлением напряжений и деформаций; главные напряжения и деформации находятся в соотношениях:  $\sigma_3 \leq \sigma_2 \leq \sigma_1$ ;  $|\sigma_3| \geq |\sigma_2| \geq |\sigma_1|$ ;  $\varepsilon_3 \leq \varepsilon_2 \leq \varepsilon_1$ ;  $|\varepsilon_3| \geq |\varepsilon_2| \geq |\varepsilon_1|$ .

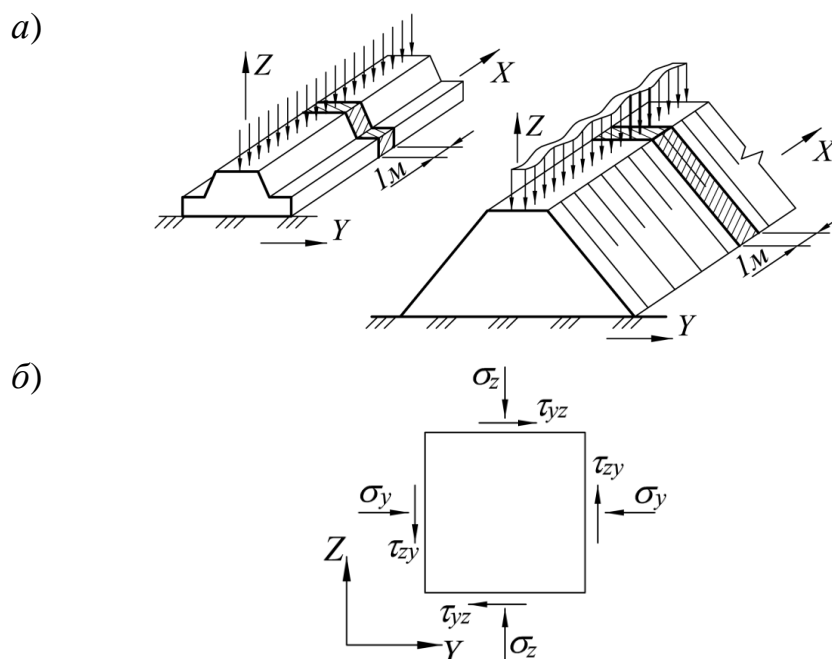


Рис. 2.1. Плоская деформация: *a* – примеры расчётных областей – ленточный фундамент, дорожная насыпь; *б* – положительные направления осей, отрицательные направления нормальных  $\sigma_y, \sigma_z$  и положительные направления касательных  $\tau_{yz}, \tau_{zy}$  напряжений

Расчётная схема в виде плоской деформации описывает напряжённое состояние сечений линейных сооружений типа ленточных фундаментов, земляного полотна (насыпей, выемок), откосов, подпорных стенок, тоннелей, сохраняющих свои поперечные размеры, а также систему действующих сил, на некотором протяжении (рис. 2.1, а). Для расчёта выделяются отрезки рассчитываемых объектов единичной длины (1 м) в направлении оси  $X$ . Расчётные области помещаются на плоскости  $YOZ$ . Боковые грани выделенного отрезка рассчитываемого сооружения в направлении оси  $X$  неподвижны, касательные напряжения на них ( $\tau_{xz}, \tau_{xy}$ ) отсутствуют, нормальное напряжение  $\sigma_x \neq 0$ , но в явном виде в расчёте не участвует.

Отрицательные направления нормальных  $\sigma_y, \sigma_z$  и положительные направления касательных  $\tau_{yz}, \tau_{zy}$  напряжений на расчётной плоскости показаны на рис. 2.1, б.

Упругопластический расчёт геотехнических объектов предполагает, что деформирование в каждой точке (элементарном объёме) грунтового массива происходит в две стадии, описываемые билинейной диаграммой Прандтля зависимости деформаций от напряжений  $\varepsilon = f(\sigma)$  (рис. 2.2).

Общими на обеих стадиях деформирования являются соотношения Коши, выражающие неразрывность и относительную малость перемещений (по сравнению с первоначальными размерами тела):

$$\varepsilon_y = \frac{\partial W}{\partial y}; \quad \varepsilon_z = \frac{\partial V}{\partial z}; \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y}. \quad (2.1)$$

Условия деформирования грунта на наклонном и горизонтальном участках билинейной диаграммы описываются разными группами физических уравнений.

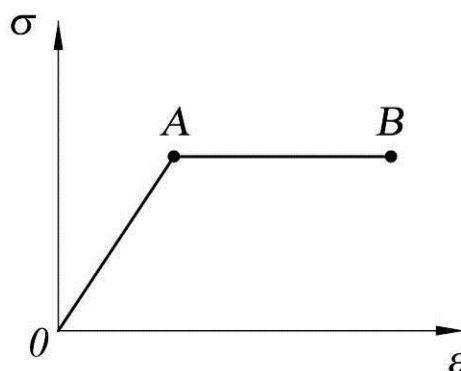


Рис. 2.2. Двухмерная аналогия зависимости  $\varepsilon = f(\sigma)$  к упругопластической модели грунта в соответствии с диаграммой Прандтля

Диаграмма на рис. 2.2 представляет собой не реальный график, а двухмерную аналогию зависимости  $\varepsilon = f(\sigma)$ . Общее число компонентов напряжений и деформаций в точке (элементарном объёме) грунтовой среды в условиях плоской деформации больше двух (четыре, шесть) и, следовательно, не может быть изображено в виде точки на плоскости.



Первая допредельная стадия деформирования описывается линейными соотношениями между напряжениями и деформациями в соответствии с законом Гука:

$$\begin{aligned}\varepsilon_y &= \frac{1+\nu}{E} [\sigma_y(1-\nu) - \nu\sigma_z]; \quad \varepsilon_z = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_z(1-\nu) - \nu\sigma_y]; \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2\tau_{yz}(1+\nu)}{E},\end{aligned}\quad (2.2)$$

где  $E$  и  $\nu$  – деформационные характеристики грунта: модуль деформации и коэффициент Пуассона (поперечной деформации).

Из соотношений закона Гука и положения о том, что главные напряжения и главные деформации отличаются наибольшими или наименьшими значениями, следует, что их направления на плоскости (векторы) совпадают.

Точка  $A$  на билинейной диаграмме изображает предел текучести грунта или достижение предельного напряжённого состояния в соответствии с уравнением Мора-Кулона

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin \varphi - c \cos \varphi = 0. \quad (2.3)$$

Предполагается, что при сложном напряжённом состоянии (сжатии со сдвигом/формоизменением) точек грунтовой среды общие деформации включают линейную (упругую) и пластическую части. Пластическая составляющая деформаций возникает после достижения предельного напряжённого состояния в соответствии с уравнением (2.3).

На горизонтальном участке диаграммы  $OAB$  деформации и их векторы описываются следующими положениями.

На стадии пластического течения векторы главных напряжений и деформаций так же, как и на упругой стадии, принимаются соосными. Рассматриваемое положение вводится не как следствие физических уравнений, а в качестве самостоятельного допущения, основанного на экспериментальных данных. Из этого следует условие, необходимое для решения упругопластических задач: соосность векторов главных напряжений, линейных и пластических составляющих главных деформаций на всех стадиях деформирования элементарного объёма (точки) грунтовой среды. Ещё одним положением теории деформирования на стадии пластического формоизменения является наличие дилатансии, т. е. изменения (как правило, увеличения, «разрыхления») объёма. Явление дилатансии при сдвиге грунтов зафиксировано во многих экспериментах и объясняется как следствие изменения взаимного положения («переупаковки») частиц грунта при формоизменении.

Пластическое деформирование элементарного объёма грунта в условиях плоской деформации происходит в соответствии со схемой на рис. 2.3 по уравнению

$$\varepsilon_{1,2}^p = \frac{\lambda}{2}(\Lambda_* \pm 1), \quad (2.4)$$

где  $\varepsilon_{1,2}^p$  – пластические составляющие главных деформаций;

$\lambda$  – малая скалярная величина, определяемая в процессе упругопластического расчёта;

$\Lambda_*$  – параметр дилатансии, константа, отражающая изменение объёма при формоизменении (сдвиге) грунта в условиях плоской деформации.

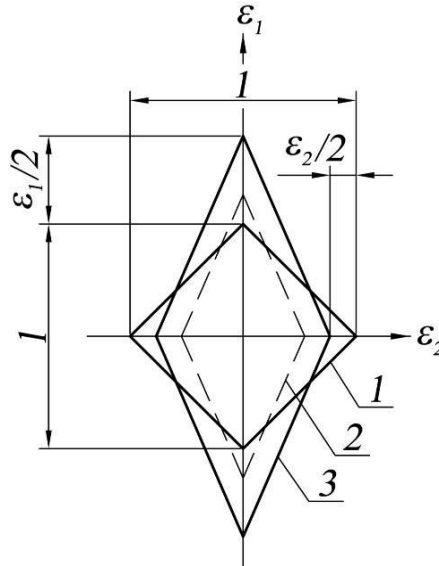


Рис. 2.3. Формоизменение и дилатансия элементарного объема грунта при пластическом деформировании:

- 1 – первоначальные размеры;
- 2 – сдвиг при постоянном объеме ( $\Lambda_* = 0$ );
- 3 – формоизменение с дилатансией ( $\Lambda_* > 0$ )

В табл. 2.1 сведены постулаты и описывающие их уравнения, формирующие принятую модель грунта для условий плоской деформации.

Таблица 2.1

Описание упругопластической модели грунта для условий плоской деформации

Учитываемые проявления нелинейности грунта	1. Пластическое формоизменение при сложном напряжённом состоянии. 2. Деформирование без сопротивления при растяжении. 3. Сдвиг по заданной контактной поверхности
Зависимости между перемещениями и деформациями	$\varepsilon_y = \frac{\partial W}{\partial y}$ ; $\varepsilon_z = \frac{\partial V}{\partial z}$ ; $\gamma_{yz} = \frac{\partial W}{\partial z} + \frac{\partial V}{\partial y}$
Зависимость между напряжениями и деформациями	Билинейная в соответствии с диаграммой на рис. 2.2

Уравнения закона Гука для линейной части деформаций	$\varepsilon_y = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_y(1-\nu) - \nu\sigma_z];$ $\varepsilon_z = \frac{1+\nu}{E} [\sigma_z(1-\nu) - \nu\sigma_y];$ $\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} = \frac{2\tau_{yz}(1+\nu)}{E}$
Уравнение предела текучести Мора-Кулона	$\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} + \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2} \sin \varphi - c \cos \varphi = 0$
Уравнение для пластических деформаций	$\varepsilon_{1,2}^n = \lambda \cdot (\Lambda_* \pm 1)$
Природное давление в основании, ограниченном горизонтальной плоскостью	$\sigma_{1,2} = p = -\gamma \cdot z_1,$ <p><math>z_1</math> – координата глубины основания, отсчитываемая от его поверхности</p>

Для подготовки исходных данных при решении упругопластических (смешанных задач теорий упругости и пластичности) требуется шесть параметров каждого слоя грунта: удельный вес  $\gamma$ , модуль деформации  $E$ , коэффициент поперечной деформации  $\nu$ , угол внутреннего трения  $\varphi$ , удельное сцепление  $c$ , параметр  $\Lambda_*$  (или угол  $\psi = \arctg \Lambda_*$ ) дилатансии.

## 2.2. Программное обеспечение

Программный комплекс *Midas GTS NX* создан компанией MIDAS IT (MIDAS Information Technology Co., Ltd., Республика Корея) для применения в области фундаментостроения и геотехники. В программе заложен математический аппарат решения задач методом конечных элементов (МКЭ)\* со следующими техническими возможностями:

- создание расчётных схем в режиме черчения с учётом неоднородности строения грунтовых оснований, геометрии сооружений, действующих нагрузок, граничных условий;
- автоматическая разбивка расчётных областей на конечные элементы с возможностью общего и локального измельчения сетки;
- моделирование строительных конструкций в виде стержневых и пластинчатых элементов (свайных рядов, стенок, геотекстиля, георешёток), взаимодействующих с основаниями и грунтовыми массивами;
- расчёт напряжений, деформаций, усилий, перемещений в элементах геотехнических систем;
- расчёты устойчивости и несущей способности грунтовых оснований и откосных сооружений;

\*Решение задач настоящего раздела предполагает знание МКЭ в объёме лекционного курса дисциплины «Нелинейная механика грунтов», изложенного в учебном пособии [14].

– оперативный анализ и представление результатов расчётов в виде таблиц, диаграмм (эпюр, графиков), изолиний, анимационных изображений.

В решаемых задачах представлены двухмерные плоскодеформируемые расчётные области, используется модель грунта в соответствии с изложенным выше описанием. Из конечных элементов (КЭ), содержащихся в программе, используются треугольные и четырёхугольные КЭ с двумя степенями свободы в узлах. В программе используется система единиц измерения СИ.

Нагрузки на рассчитываемые объекты представлены в виде сосредоточенных сил, распределенных полос, объёмных сил собственного веса грунта и конструкций, перемещений узлов и температурных деформаций.

Решатель, заложенный в программе, поддерживает графический процессор, который позволяет визуализировать результаты расчета, получать изополя напряжений и перемещений, строить эпюры любых расчетных величин, получать их значения в конкретных точках и т. п.

Решение задач в ПК *Midas GTS NX* состоит из следующих этапов:

- создание новой задачи,
- создание геометрической схемы,
- задание материалов и свойств,
- деление расчетной области на конечные элементы,
- задание граничных условий,
- задание нагрузок,
- создание расчетного случая,
- расчет,
- анализ результатов расчета.

### 2.3. Общие указания для выполнения самостоятельной работы

Для численного решения задачи МКЭ, который реализуется в ПК *Midas GTS NX*, необходимо предварительно создать расчетную область так, чтобы она была конечных размеров и в то же время её границы не искажали картину напряжений от действующих сил. Для построения геометрической схемы задачи средствами ПК следует назначить положение начала координат и вычислить координаты основных точек схемы. Геометрическая схема задачи может быть построена в графическом редакторе, например *AUTOCAD*, и затем импортирована в *Midas GTS NX*.

При численном решении задач МКЭ необходимо задавать значения указанных выше шести механических характеристик грунтов ( $\gamma$ ,  $E$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$ ,  $A^*$  или  $\psi = \arctg A^*$ ). Для железобетона следует принимать удельный вес  $\gamma = 24,5 \text{ кН/м}^3$ , модуль упругости  $E = 2,8 \cdot 10^7 \text{ кН/м}^2$ , коэффициент Пуассона  $\nu = 0,2$ .

Разбивка расчетной области на конечные элементы в программе производится автоматически. Задавая размеры конечных элементов (КЭ), необходимо иметь в виду, что чем они мельче, тем точнее решение задачи, но тем больше

затраты времени и ресурсов компьютера. В приводимых ниже примерах решения задач размеры КЭ приняты из условия, чтобы их число не превышало предельного для учебной версии *Midas GTS NX*. С целью повышения точности решения следует по возможности использовать сгущение сетки КЭ в областях приложения нагрузок.

Результаты численного расчета в ПК *Midas GTS NX* могут быть получены в графическом виде, в виде значений в определенных точках и в виде таблиц.

## 2.4. Описание решаемых задач

### Задача № 9. Моделирование испытания образца грунта на двухосное сжатие в условиях плоской деформации

#### Цели работы:

- тестирование программы;
- знакомство на практике с процедурой упругопластического расчёта грунтовых оснований и геотехнических объектов.

**Описание решаемой задачи.** Расчётная область шириной  $B$  от 0,05 до 0,075 м и высотой  $H$  от 0,10 до 0,15 м (рис. 2.4), состоящая из прямоугольных четырёхузловых конечных элементов, моделирует плоскую деформацию образца грунта со следующими механическими характеристиками: модулем деформации  $E$ , коэффициентом поперечной деформации (Пуассона)  $\nu$ , углом внутреннего трения  $\varphi$ , удельным сцеплением  $c$ , углом дилатансии  $\psi$ . Собственный вес образца грунта не учитывается,  $\gamma = 0$ . Граничные условия: закрепление нижней грани расчётной области в направлении  $Z$  и узла в центре нижней грани – в направлении  $Y$ .

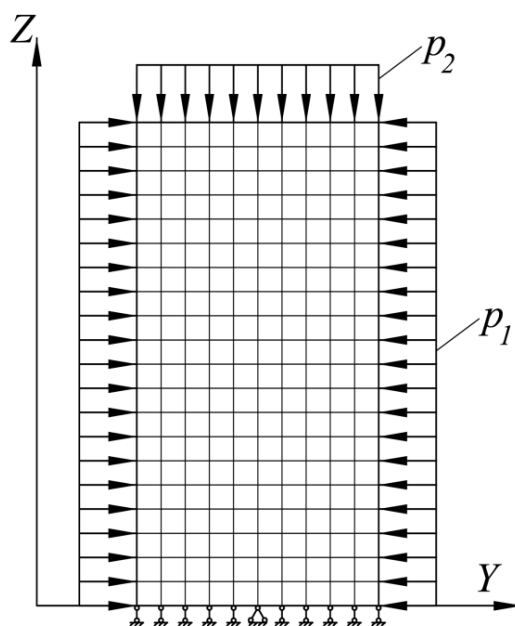


Рис. 2.4. Расчётная область с приложенными давлениями  $p_1$  и  $p_2$

К расчётной области на рис. 2.4 прикладываются давления  $p_1$  и  $p_2$ . Первоначально обоим давлениям придаются равные значения  $p_1 = p_2 = p$ . Затем давление  $p_2$  увеличивается ступенями  $\Delta p$  и доводится до размера  $p_2 = p_{2npед} - \delta p$ , где

$$p_{2npед} = [p_1(1 + \sin\varphi) - 2c \cdot \cos\varphi] / (1 - \sin\varphi) - \quad (2.5)$$

давление, соответствующее достижению предельного напряжённого состояния расчётной области (образца грунта) по условию (2.3);

$\delta p = -1$  кПа.

Размер ступеней нагрузки принимается равным

$$\Delta p = \Delta p_i = (p_{2npед} - p - \delta p) / n, \quad (2.6)$$

где  $n$  – число ступеней нагрузки, назначаемое в исходных данных расчёта;

$i$  – порядковый номер ступени нагрузки.

При выполнении расчётов следует помнить, что давления  $p_2$ ,  $p_{2npед}$ ,  $p$ ,  $\delta p$ ,  $\Delta p$  являются отрицательными и учитываются со знаком «минус».

На последнем этапе расчёта к давлению  $p_2 = p + n \cdot \Delta p$  добавляется  $\delta p = -1$  кПа, что соответствует достижению давления  $p_{2npед}$ . Расчётная область (образец грунта) переходит в предельное напряжённое состояние в соответствии с уравнением (2.3). Изополе, изображающее индикатор напряжённого состояния, принимает окраску, соответствующую условию текучести (предельное напряжённое состояние).

Расчёт повторяется три раза с разными значениями начального давления, например  $p = -100$  кПа,  $p = -200$  кПа,  $p = -300$  кПа.

Расчёт считается выполненным успешно при следующих условиях:

– на всех ступенях приложения нагрузки  $\Delta p_i$  (включая  $\Delta p_{i=n}$ ) должно сохраняться допредельное напряжённое состояние расчётной области;

– после приложения нагрузки  $\delta p = -1$  кПа вся расчётная область принимает окраску, соответствующую условию (2.3);

– при вертикальном давлении  $p_2 = p_{2npед}$  перемещение верхней грани расчётной области должно соответствовать значению, полученному по формуле

$$\Delta z = [H(1 + \nu)/E][(1 - \nu)p_{2npед} - \nu p], \quad (2.7)$$

где  $H$  – высота расчётной области (см. рис. 2.4).

**Исходные данные для расчёта:**

– размеры расчётной области  $B$ ,  $H$ ;

– механические (деформационные и прочностные) характеристики грунта

$E$ ,  $\nu$ ,  $\varphi$ ,  $c$ ,  $\psi$ ;

– три значения начального давления  $p$  и число ступеней нагрузки  $n$ .

**Результаты расчёта, выводимые на печать (для трёх значений  $p$ ):**

– индикаторы состояния расчётной области для значений  $p_2$  (в том числе  $p_2 = p + n \cdot \Delta p = p_{2npед} - \delta p$ ); должно быть зафиксировано допредельное напряжённое состояние;

– индикатор состояния расчётной области при  $p_{2пред}$ ; должно быть получено предельное (пластическое) напряжённое состояние в соответствии с уравнением (2.3);

– изополя значений  $\sigma_z$ ,  $\sigma_y$  в конце расчёта; должно быть получено  $\sigma_z = p_{2пред}$ ,  $\sigma_y = p$ .

### **Анализ результатов расчёта:**

1. Построение кругов Мора для вариантов напряжённого состояния с тремя значениями  $\sigma_1 = p$  и соответствующих  $\sigma_2 = p_{2пред}$ . Построение на той же диаграмме графического изображения закона Кулона по уравнению  $\tau = |\sigma|g\varphi + c$ , в котором  $\varphi$  и  $c$  – угол внутреннего трения и удельное сцепление из исходных данных расчёта. При правильном построении прямая линия, изображающая закон Кулона, является касательной ко всем трём кругам Мора.

2. Сравнение перемещений  $\Delta z$  по формуле (2.7) с вертикальными перемещениями верхней грани расчётной области. Для каждого варианта расчёта, соответствующего одному значению  $p$ , перемещения, полученные двумя способами, должны быть равны.

### **Пример расчёта**

#### **Исходные данные:**

– геометрические размеры модели  $B = 50$  мм,  $H = 100$  мм;

– механические характеристики грунта:  $E = 25000$  кПа,  $\nu = 0,3$ ,  $\varphi = 25^\circ$ ,  $c = 45$  кПа,  $\psi = 25^\circ$ ;

– давление  $p = -100$  кПа;  $-200$  кПа;  $-300$  кПа.

**Выполнение и результаты расчета** представлены в табл. 2.2 и на рис. 2.5–2.8. Давление  $\Delta p$  приложено одной ступенью ( $n = 1$ ):  $\Delta p = p_{2пред} - p - \delta p$ .

По результатам расчётов при всех трёх значениях  $p = -100$  кПа;  $-200$  кПа;  $-300$  кПа получено допредельное («упругое») состояние при  $p_2 = p + \Delta p = p_{2пред} - \delta p$  и предельное напряжённое состояние при  $p_{2пред}$ .

На рис. 2.5 изображены круги Мора, соответствующие трём сочетаниям главных напряжений  $\sigma_1 = p$ ,  $\sigma_2 = p_{2пред}$ :

$p = -100$  кПа,  $p_{2пред} = -388$  кПа;

$p = -200$  кПа,  $p_{2пред} = -635$  кПа;

$p = -300$  кПа,  $p_{2пред} = -881$  кПа.

Построена общая касательная к трём кругам Мора, изображающая графическую форму закона Кулона. На графике получены значения  $\varphi = 25^\circ$ ,  $c = 45$  кПа, равные заданным в исходных данных.

Вертикальные перемещения верхней грани расчётной области получены равными значениям  $\Delta z$  по формуле (2.7).

Таблица 2.2

## Результаты расчёта

Давление $p$ , кПа	Предельное вертикальное давление $p_{2пред}$ , кПа	Вертикальное давление $p_2 = p + \Delta p =$ $= p_{2пред} - \delta p$ , кПа	Перемещение верхней грани расчетной области по расчёту МКЭ/по формуле (2.7), мм
-100	-388	-387	-1,25/-1,25
-200	-635	-634	-2,00/-2,00
-300	-881	-880	-2,74/-2,74

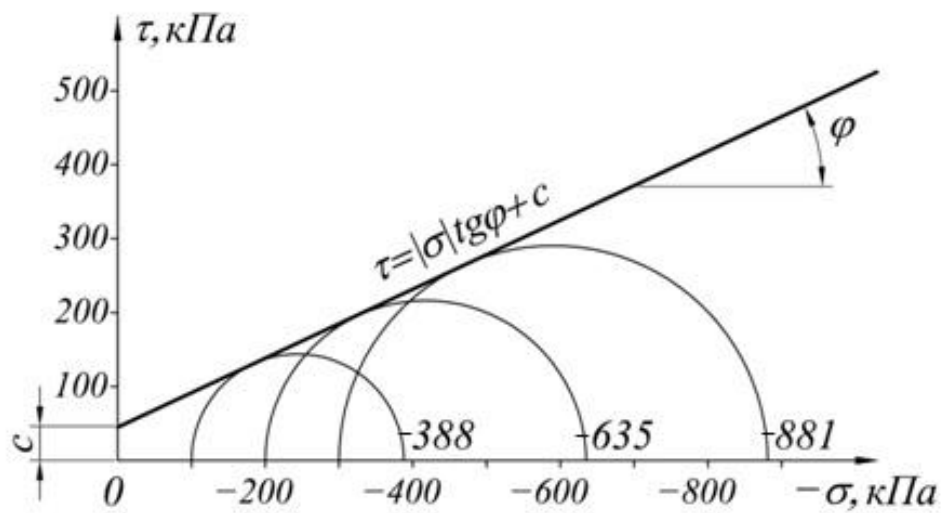


Рис. 2.5. Круги Мора и графическое изображение уравнения закона Кулона



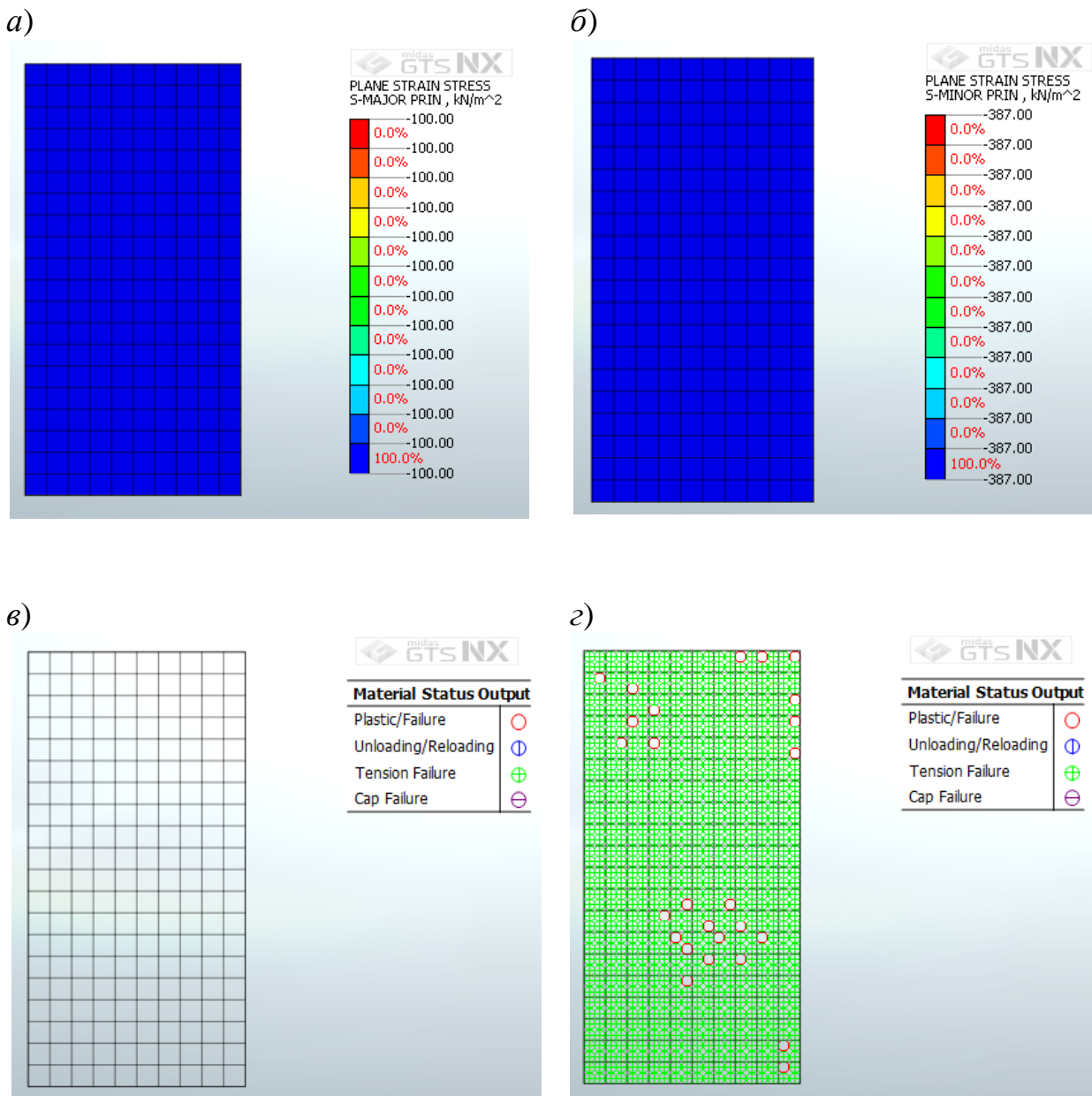


Рис. 2.6. Результаты расчёта при  $p = -100$  кПа:  
 а – изополе напряжений  $\sigma_1 = p = -100$  кПа;  
 б – изополе напряжений  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -387$  кПа;  
 в – индикатор состояния КЭ расчётной области при допредельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -100$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -387$  кПа);  
 г – индикатор состояния КЭ расчётной области при предельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -100$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} = -388$  кПа)

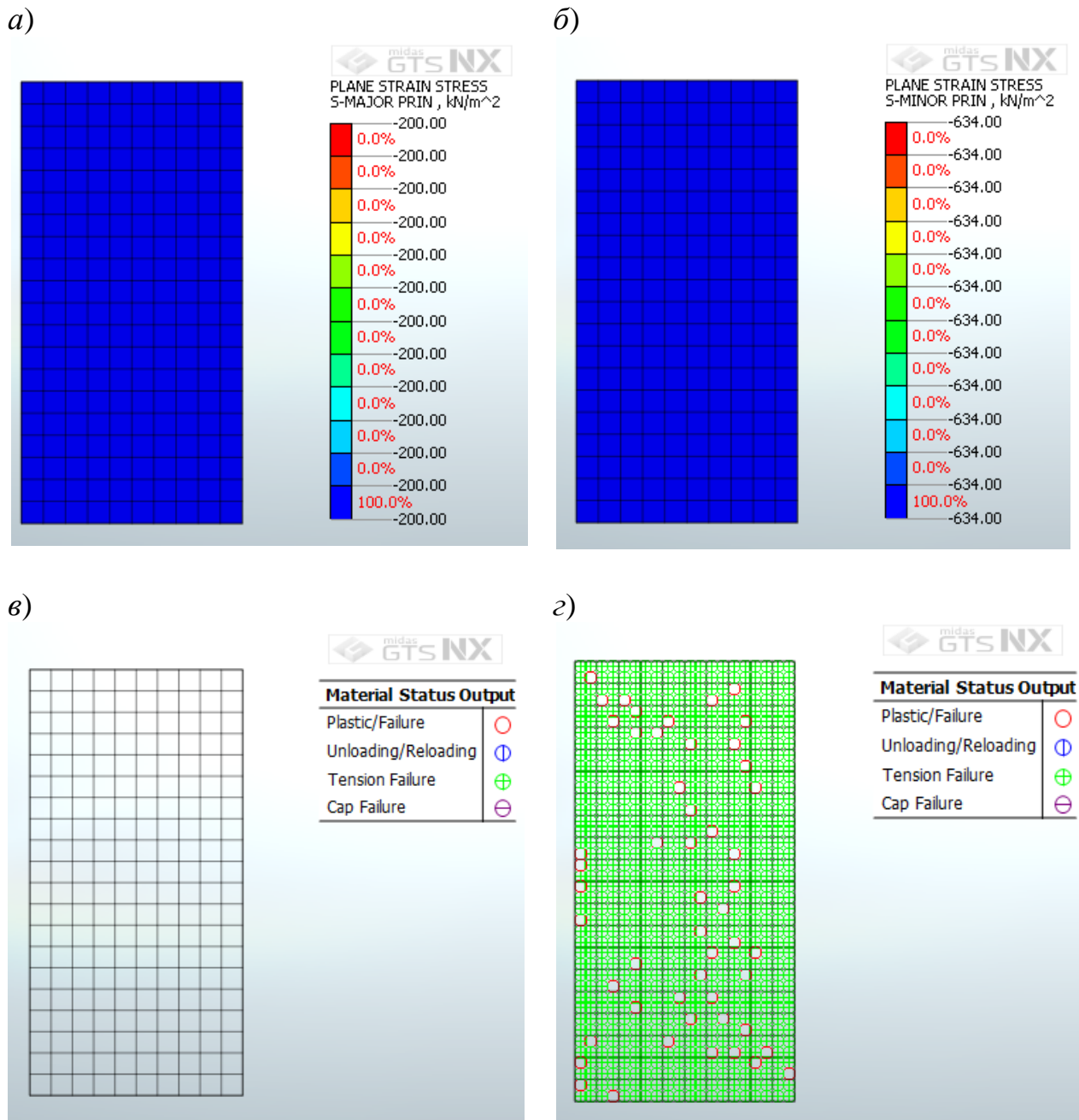


Рис. 2.7. Результаты расчёта при  $p = -200$  кПа:  
 а – изополе напряжений  $\sigma_1 = p = -200$  кПа;  
 б – изополе напряжений  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -634$  кПа;  
 в – индикатор состояния КЭ расчётной области при допредельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -200$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -634$  кПа);  
 г – индикатор состояния КЭ расчётной области при предельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -200$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} = -635$  кПа)

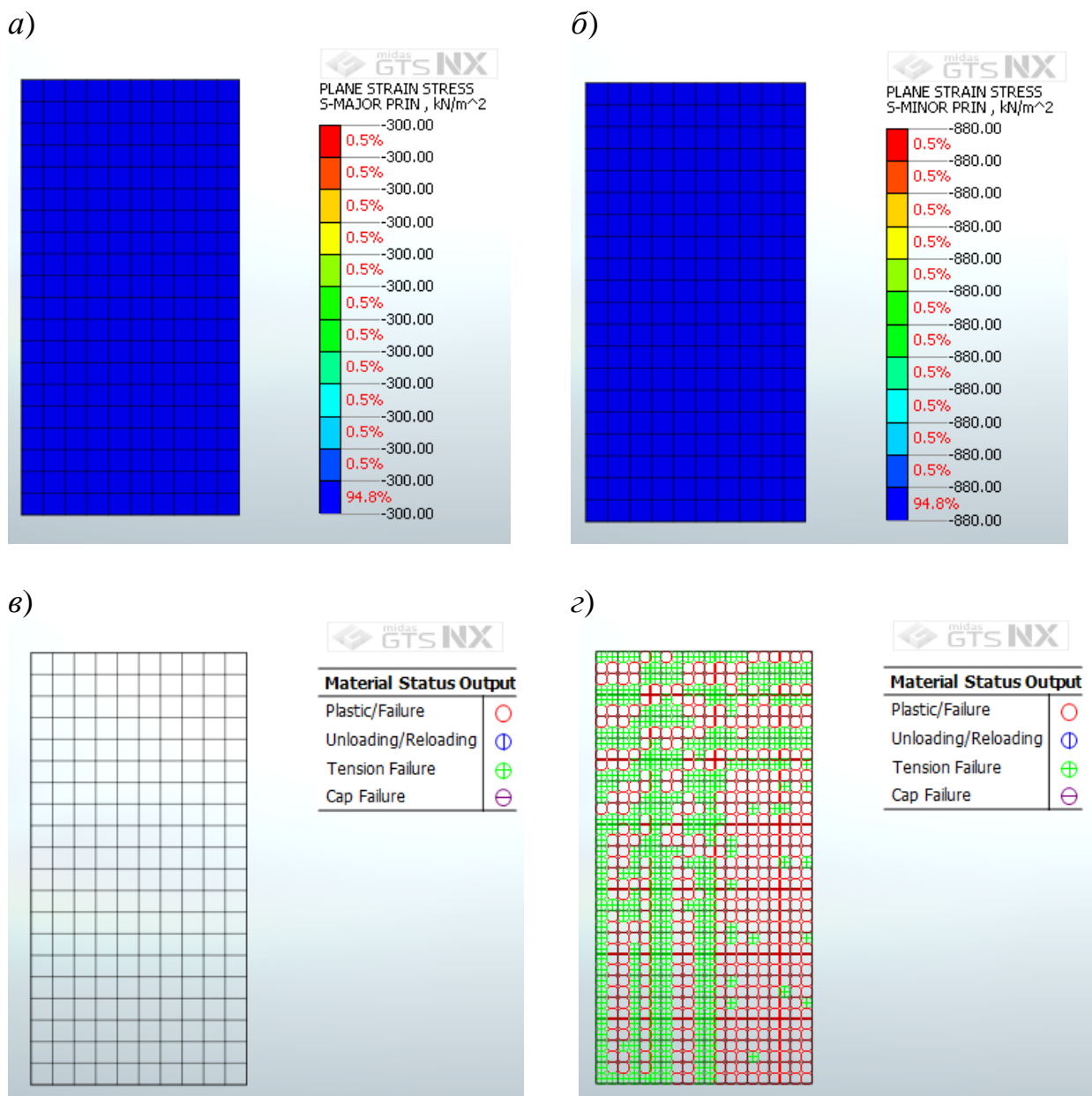


Рис. 2.8. Результаты расчёта при  $p = -300$  кПа:  
 а – изополе напряжений  $\sigma_1 = p = -300$  кПа;  
 б – изополе напряжений  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -387$  кПа;  
 в – индикатор состояния КЭ расчётной области при допредельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -300$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} - \delta p = -880$  кПа);  
 г – индикатор состояния КЭ расчётной области при предельном напряжённом состоянии ( $\sigma_1 = p = -300$  кПа,  $\sigma_2 = p_{2пред} = -881$  кПа)

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 2.3. Номер варианта принимается по заданию преподавателя.

## Исходные данные к задаче № 9

Номер варианта	$B$ , м	$H$ , м	$E$ , кПа	$\nu$	$\varphi$ , град	$c$ , кПа	$\psi$ , град	$p$ , кПа	$n$
1	0,05	0,10	20000	0,33	32	1,2	16	100; 200; 300	2–3
2	0,06	0,16	18000	0,35	25	12	12		
3	0,075	0,15	15000	0,37	23	27	10		
4	0,10	0,20	12000	0,40	16	40	8		

**Задача № 10. Определение осадки фундамента мелкого заложения****Цели работы:**

– определение осадки основания аналитическим способом по методу послойного суммирования и численным способом (в линейной постановке) при помощи программы *Midas GTS NX*;

– сравнение осадок основания, полученных двумя способами.

**Описание решаемой задачи.** Расчёт ленточного фундамента (рис. 2.9) шириной  $b$  с глубиной заложения  $d$  на слоистом основании выполняется двумя способами:

– по методу послойного суммирования в соответствии с СП 22.13330.2016 [10];

– по методу конечных элементов с использованием программы *Midas GTS NX*.

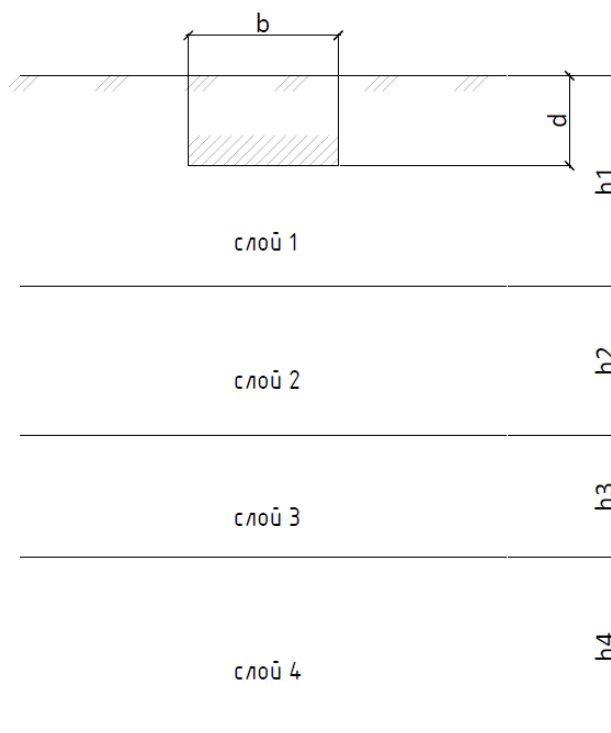


Рис. 2.9. Расчетная схема задачи № 10

В выполняемых расчётах ленточный фундамент заменяется полосовой нагрузкой с интенсивностью  $p$  в размере расчётного сопротивления  $R$  основания, определяемого по формуле (5.7) и данным табл. 5.5 [10] для бесподвальных сооружений:

$$p = R = (\gamma_{c1} \gamma_{c2} / k)(M_\gamma k_z b \gamma_{II} + M_q d_1 \gamma'_{II} + M_c c_{II}), \quad (2.8)$$

где  $\phi_{II}$ ,  $c_{II}$ ,  $\gamma_{II}$  – расчётные значения угла внутреннего трения, удельного сцепления, удельного веса слоя основания под полосовой нагрузкой для расчётов по предельным состояниям второй группы;

$M_\gamma$ ,  $M_q$ ,  $M_c$  – коэффициенты, определяемые в зависимости от  $\phi_{II}$ ;

$\gamma_{c1}$ ,  $\gamma_{c2}$  – коэффициенты условий работы, принимаемые для решаемой задачи равными 1;

$k$  – коэффициент, зависящий от способа определения прочностных характеристик грунтов основания, принимаемый равным 1;

$k_z$  – коэффициент, принимаемый в зависимости от ширины фундамента (при  $b \leq 10$  м  $k_z = 1,0$ ).

Расчёты по методу послойного суммирования выполняются в соответствии с положениями п. 1.4 настоящего учебного пособия.

В расчёте МКЭ размеры расчётной области, граничные условия, членение на конечные элементы принимаются по выбору автора расчёта или по аналогии с рассматриваемым ниже примером. Расчётная осадка основания определяется как разность вертикальных перемещений под подошвой фундамента и в центре конечного элемента на оси расчётной области на глубине, где вертикальное напряжение от нагрузки  $p$  снижается до величины, равной половине природного давления.

#### Исходные данные расчёта:

- геометрические размеры фундамента: ширина  $b$ , глубина заложения  $d$ ;
- расчётная схема решаемой задачи, на которой показаны нижняя грань фундамента с размерами  $b$  и  $d$ , геологический разрез основания с делением (горизонтальными линиями) на слои грунтов (инженерно-геологические элементы) с указанием толщины каждого слоя;
- таблица с описанием слоёв грунта по следующей форме.

Номер слоя	Наименование грунта	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\phi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффиц. поперечной деформации (Пуассона) $\nu$
1						
2						

### Результаты, выводимые на печать:

- определение интенсивности полосовой нагрузки  $p = R$ ;
- расчёт и результаты расчёта по методу послойного суммирования с построением эпюр напряжений в основании от внешней полосовой нагрузки и  $1/2$  природного давления;
- схема расчётной области МКЭ с разделением на слои основания и делением на конечные элементы;
- расчёт осадки основания МКЭ в соответствии с изложенными выше положениями.

**Анализ результатов расчётов:** сравнение осадки основания, полученной по двум способам расчёта.

### Пример расчёта

#### Исходные данные:

- ленточный фундамент шириной  $b = 3,3$  м, с глубиной заложения  $d = 2,5$  м;
- расчётная схема решаемой задачи на рис. 2.10;
- табл. 2.4 с описанием слоёв грунта.

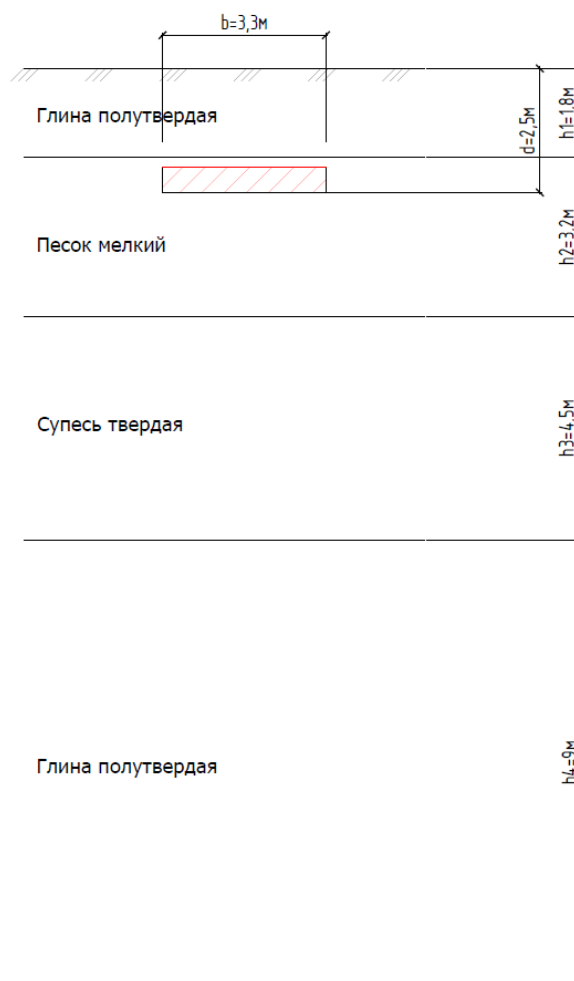


Рис. 2.10. Исходные данные к примеру определения осадки

Расчётные характеристики слоёв основания

Номер слоя	Наименование грунта	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффиц. поперечной деформации $\nu$
1	Глина полутвердая	18,5	20°	54	25	0,40
2	Песок мелкий	17,8	32°	0	34	0,29
3	Супесь твердая	17,0	24°	13	30	0,32
4	Глина полутвердая	18,5	19°	45	20	0,40

### Выполнение и результаты расчета

1. Определение интенсивности нагрузки  $p = R$  по формуле (2.8):

$$p = (\gamma_{c1} \gamma_{c2} / k)(M_{\gamma} k_z b \gamma_{II} + M_q d_1 \gamma'_{II} + M_c c_{II}),$$

где  $\gamma_{c1} = 1,0$ ,  $\gamma_{c2} = 1,0$ ,  $k = 1,0$ ,  $k_z = 1,0$ ;  $M_{\gamma} = 1,34$ ,  $M_q = 6,34$ ,  $M_c = 8,55$  – коэффициенты по табл. 5.7 [10] для слоя основания, залегающего под подошвой фундамента (песок мелкий с углом внутреннего трения  $\varphi = 32^{\circ}$ );  $\gamma_{II} = 18,0$  кН/м<sup>3</sup>,  $\gamma'_{II} = 18,3$  кН/м<sup>3</sup>;  $b = 3,5$  м,  $d_1 = 2,5$  м,  $c_{II} = 0$ ;

$$p = 1,34 \cdot 1,0 \cdot 3,5 \cdot 17,8 + 6,34 \cdot 2,5 \cdot 18,5 = 369,6 \text{ кПа.}$$

2. Определение осадки основания по методу послойного суммирования

Для расчёта осадки грунты основания ниже подошвы фундамента разделены на слои толщиной  $h_i = 0,2b = 0,66$  м и  $h_i = 0,4b = 1,32$  м.

Осадку фундамента определяется в соответствии с указаниями п. п. 5.6.31–5.6.34 [10] по формуле

$$s = \beta \sum_{i=1}^n \frac{(\sigma_{zp,i} - \sigma_{z\gamma,i}) h_i}{E_i}, \quad (2.9)$$

где  $\beta$  – коэффициент, принимаемый равным 0,8;

$\sigma_{zp,i}$ ,  $\sigma_{z\gamma,i}$  – вертикальные нормальные напряжения в основании от нагрузки  $p = R$  и от веса выбранного при отрывке котлована грунта (природного давления под нижней гранью фундамента) на вертикали, проходящей через центр фундамента, на глубине  $z_i$ , отсчитываемой от его нижней грани, определяемые по формулам

$$\sigma_{zp,i} = \alpha_i p; \quad \sigma_{z\gamma,i} = \alpha_i \sigma_{zg,0}, \quad (2.10)$$

$\alpha_i$  – коэффициенты, принимаемые по табл. 5.8 [10] или табл. П2 в зависимости от относительной глубины  $i$ -го слоя  $\xi_i = 2z_i/b$ ;  $\sigma_{zg,0} = 1,8 \cdot 18,5 + 0,7 \cdot 17,8 =$

= 45,8 кПа – природное давление в основании под нижней гранью фундамента до начала разработки котлована.

Результаты расчета осадки представлены в табл. 2.5 и на рис. 2.11.

Таблица 2.5

Расчёт осадки основания по методу послойного суммирования

$z_i$ , м	$\xi = 2z_i/b$	$\alpha$	$\sigma_{zg}$ , кПа	$0,5\sigma_{zg}$ , кПа	$\sigma_{zp}$ , кПа	$\sigma_{zy}$ , кПа	$\sigma_{zp} - \sigma_{zy}$ , кПа	$(\sigma_{zp} - \sigma_{zy})_i$ , кПа	$h_i$ , м	$E_i$ , МПа	$s_i$ , см
0	0	1	45,8	22,9	369,6	45,8	323,8				
0,66	0,4	0,977	57,5	28,8	361,1	44,7	313,4	318,6	0,66	34	0,49
1,32	0,8	0,881	69,3	34,7	325,6	40,3	285,3	299,4	0,66	34	0,46
1,98	1,2	0,755	81,0	40,5	279,0	34,6	244,4	264,9	0,66	34	0,41
2,64	1,6	0,642	92,7	46,3	237,3	29,4	207,9	246,6	0,66	31	0,42
3,98	2,4	0,477	115,1	57,6	176,3	21,8	154,5	181,2	1,32	30	0,60
5,3	3,2	0,374	137,4	68,7	138,2	17,1	121,1	137,8	1,32	30	0,46
6,62	4,0	0,306	159,5	79,8	113,1	14,0	99,1	110,1	1,32	30	0,37
7,94	4,8	0,258	183,4	91,7	95,35	11,8	83,55	91,3	1,32	28,9	0,32
8,8	5,2	0,239	195,8	97,9	88,3	10,9	77,4	80,5	1,32	20	0,4
Нижняя граница сжимаемой толщи											
$s = \sum s_i = 3,53$ см											

**Примечание:** в элементарных слоях, которые разделяются границами слоев грунта, используем средневзвешенный модуль деформации.

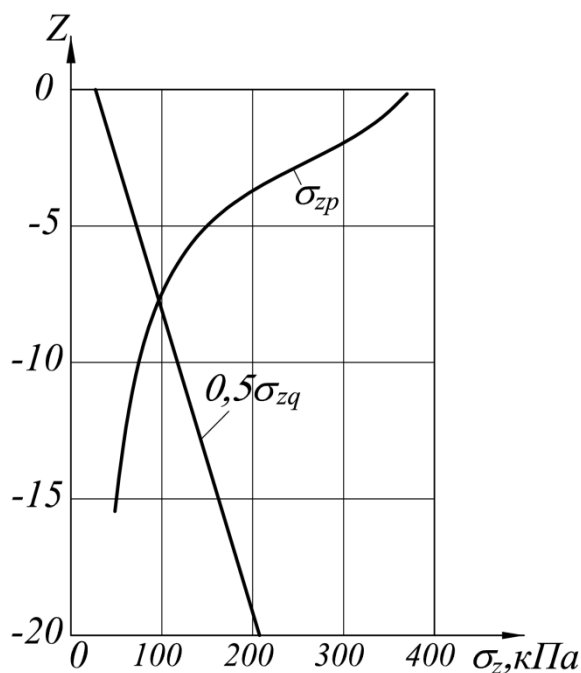


Рис. 2.11. Эпюры напряжений  $\sigma_{zp}$  в основании от нагрузки  $p = R = 369,6$  кПа и  $\sigma_{zg} = 0,5\gamma z$

По результатам расчета получена осадка 35,3 мм при глубине сжимаемой толщи 7,94 м.



### 3. Определение осадки методом конечных элементов

Размеры расчётной области для определения осадки приняты равными  $16 \times 16$  м, верхняя граница принята на уровне нижней грани фундамента. Левая граница расчетной области соответствует плоскости симметрии ленточного фундамента. Размеры конечных элементов (КЭ)  $0,5 \times 0,5$  м. Границы инженерно-геологических элементов проходят по узлам КЭ (рис. 2.12).

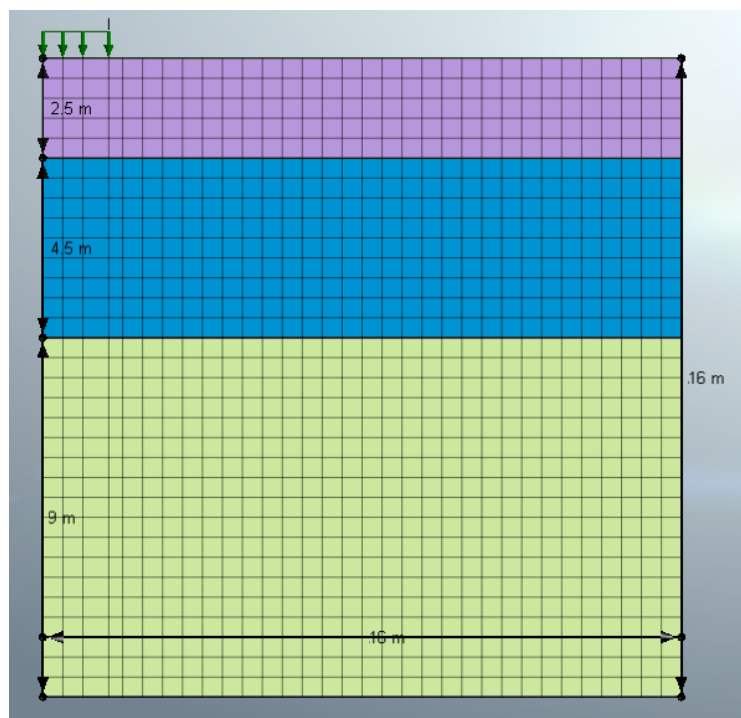


Рис. 2.12. Расчётная схема для определения осадки с приложенным давлением  $p$

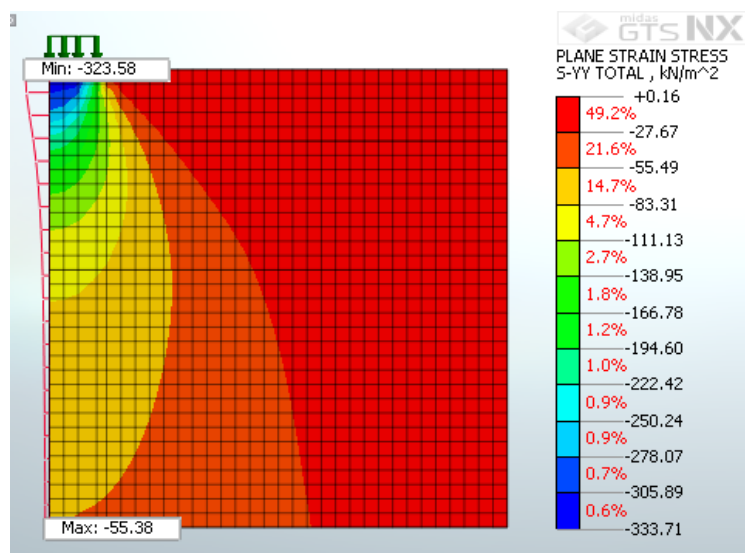
Граничные условия: закрепление нижней грани расчётной области от вертикальных и горизонтальных перемещений (в направлении осей  $Y$  и  $X$ ), закрепление вертикальных граней расчетной области от горизонтальных перемещений (в направлении оси  $X$ ).

Принимаем интенсивность полосовой нагрузки  $p_0 = p - \sigma_{zg.0} = 369,6 - 45,8 = 323,8$  кПа, ширину полосы  $b/2 = 1,65$  м.

Расчет выполнен в линейной постановке.

Результаты расчета показаны на рис. 2.13.

a)



б)

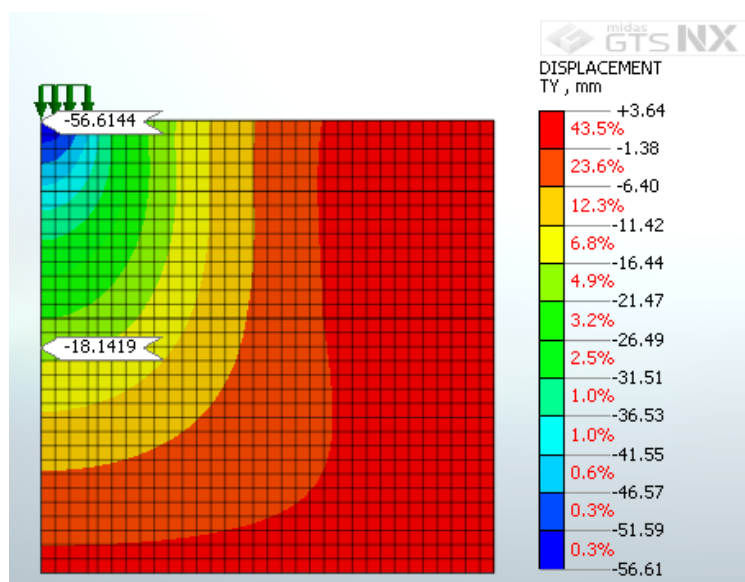


Рис. 2.13. Изополя и изолинии вертикальных напряжений (а) и вертикальных перемещений (б) от нагрузки  $p_0 = 323,8$  кПа

По результатам расчета при глубине сжимаемой толщи 8,0 м получена осадка  $56,61 - 18,14 = 38,47$  мм.

#### 4. Сравнение осадки, полученной аналитическим способом и МКЭ

По результатам расчётов осадки основания под центром полосовой нагрузки получены близкие результаты:

- 35,3 мм по методу послойного суммирования;
- 38,5 мм по методу конечных элементов.

Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 2.6–2.8. Номер варианта принимается по заданию преподавателя.

Таблица 2.6

## Геометрические размеры

Номер варианта	$b$ , м	$d$ , м	Толщина слоёв основания, м				
			$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$h_5$
1	2,5	1,8	2,5	2,5	4,2	1,5	3,5
2	2,8	2,0	3,5	3,5	4,5	2,5	3,5
3	3,0	2,2	2,0	2,0	3,8	2,0	4,0
4	3,2	2,4	3,5	3,5	1,5	1,8	5,5

Таблица 2.7

## Расчётные характеристики слоёв основания к вариантам 1, 2

Номер слоя	Наименование грунта	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффци. поперечной деформации $\nu$
1	Суглинок полутвердый	18,3	20°	35	20	0,37
2	Песок средней крупности	18,8	35°	0	34	0,30
3	Песок мелкий	17,8	32°	0	34	0,29
4	Супесь твердая	17,0	24°	13	30	0,32
5	Глина полутвердая	18,5	19°	45	20	0,40

Таблица 2.8

## Расчётные характеристики слоёв основания к вариантам 3, 4

Номер слоя	Наименование грунта	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффци. поперечной деформации $\nu$
1	Глина тугопластичная	18,5	16°	34	20	0,40
2	Песок мелкий	17,8	32°	0	34	0,29
3	Супесь твердая	17,0	24°	13	30	0,32
4	Глина полутвёрдая	18,5	19°	45	20	0,40
5	Песок крупный	19,0	38°	0	40	0,27

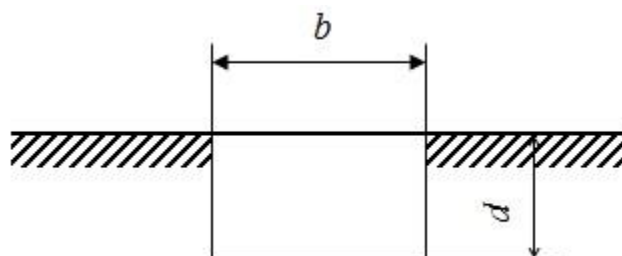
## Задача № 11. Физически нелинейный упругопластический расчёт основания фундамента мелкого заложения

### Цели работы:

- определение областей пластических деформаций в основании;
- линейный и упругопластический расчёт осадки основания.

**Описание решаемой задачи.** Задача решается методом конечных элементов (МКЭ) в линейной и нелинейной (упругопластической) постановках. Расчётная схема решаемой задачи показана на рис. 2.14, *a*: однородное основание (сложенное грунтом одного вида) нагружено фундаментом мелкого заложения шириной  $b$  с глубиной заложения  $d$ . Нагрузка, передаваемая фундаментом, заменяется полосой с интенсивностью давления  $p$ , равной расчётному сопротивлению  $R$  основания, определяемому в соответствии с изложенным в описании задачи № 10.

*a)*



*б)*

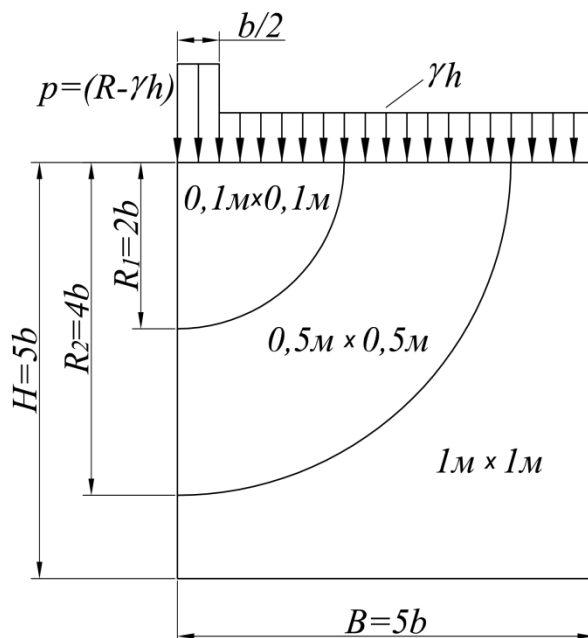


Рис. 2.14. К описанию решаемой задачи: *a* – исходная расчётная схема; *б* – расчётная область и схема приложения нагрузок  $p$  и  $\gamma d$

Для расчёта МКЭ выделяется половина расчётной схемы справа от плоскости симметрии (рис. 2.14, б). Размеры расчётной области принимаются равными  $5b \times 5b$ , верхняя граница располагается на уровне нижней грани (подшвы) фундамента. Граничные условия: закрепление нижней грани расчётной области от горизонтальных и вертикальных перемещений (в направлении осей  $X$  и  $Z$ ), закрепление вертикальных граней расчётной области от горизонтальных перемещений (в направлении оси  $X$ ).

Верхняя свободная граница расчётной области пригружается природным давлением  $\gamma d$ . Расчётная область делится на фрагменты с разной частотой членения на конечные элементы и сгущением сетки к площадке приложения полосовой нагрузки (см. рис. 2.14, б).

Расчёты выполняются в три этапа.

На первом этапе определяется природное (до приложения нагрузки  $p - \gamma d$ ) напряженно-деформированное состояние основания. Напряжения от собственного веса грунта основания (природного давления) и нагрузки  $\gamma d$ , приложенной к верхней грани расчётной области, принимаются распределёнными гидростатически:  $\sigma_z = \sigma_x = -\gamma z$ .

На втором этапе к расчётной области прикладывается нагрузка  $p - \gamma d$ . Задача решается в линейной постановке. Определяется осадка основания в соответствии с изложенным в описании задачи № 10. Напряжения, полученные на первом и втором этапах расчёта, складываются, и определяется «область разрушения», в которой не выполняется условие прочности Мора-Кулона: левая часть соотношения (2.3) больше нуля.

На третьем этапе решается упругопластическая задача. К расчётной области с гидростатическим распределением напряжений, полученным на первом этапе расчёта, прикладывается нагрузка  $p - \gamma d$ . Воздействие нагрузки  $p - \gamma d$  распределяется на 10 ступеней, прикладываемых последовательно. Определяются осадка основания и пластическая область, в которой (в отличие от «области разрушения») во всех точках выполняется условие Мора-Кулона (2.3).

#### **Исходные данные расчёта:**

– геометрические размеры фундамента: ширина  $b$ , глубина заложения  $d$ ; интенсивности нагрузок  $p$  и  $\gamma d$ ;

– расчётная схема решаемой задачи с указанием положения фундамента с размерами  $b$  и  $d$  и нагрузки  $p$  и  $\gamma d$ ;

– расчётная область, разделённая на фрагменты в соответствии со схемой на рис. 2.14, б, на которой показаны нижняя грань фундамента с размерами  $b/2$  и  $d$ , полосовая нагрузка с интенсивностью  $p - \gamma d$  и нагрузка  $\gamma d$ , распределённая по верхней грани;

– таблица с описанием слоёв грунта по следующей форме.

Номер слоя	Наименование грунта основания	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффиц. поперечной деформации (Пуассона) $\nu$
1						

### Результаты, выводимые на печать:

- схема расчётной области МКЭ с делением на конечные элементы;
- величины осадки основания по линейному и упругопластическому расчётам;
- «область разрушения» и пластические области в основании по результатам линейного и упругопластического расчётов.

**Анализ результатов расчётов:** сравнение результатов линейного и упругопластического расчётов:

- осадок основания;
- «области разрушения» и пластической области в основании.

### Пример расчёта

Для расчёта принят ленточный фундамент шириной  $b = 3,3$  м с глубиной заложения  $d = 2,5$  м на однородном основании с расчётными характеристиками в соответствии с табл. 2.9.

Таблица 2.9

Расчётные характеристики основания

Номер слоя	Наименование грунта	Удельный вес $\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	Угол внутреннего трения $\varphi_{II}$	Удельное сцепление $c_{II}$ , кПа	Модуль деформации $E$ , МПа	Коэффиц. поперечной деформации $\nu$
1	Песок мелкий	17,8	32°	0	34	0,29

Расчетная область с размерами 16×16 м принята по схеме на рис. 2.15.

Размеры конечных элементов:

- 0,1×0,1 м под площадкой приложения полосовой нагрузки  $p = R$ ;
- 1×1 м для удаленной от фундамента части основания.

Величина давления  $p - \gamma d = 369,6 - 45,8 = 323,8$  кПа.

Изополя вертикальных перемещений и результаты расчёта осадки показаны на рис. 2.16.

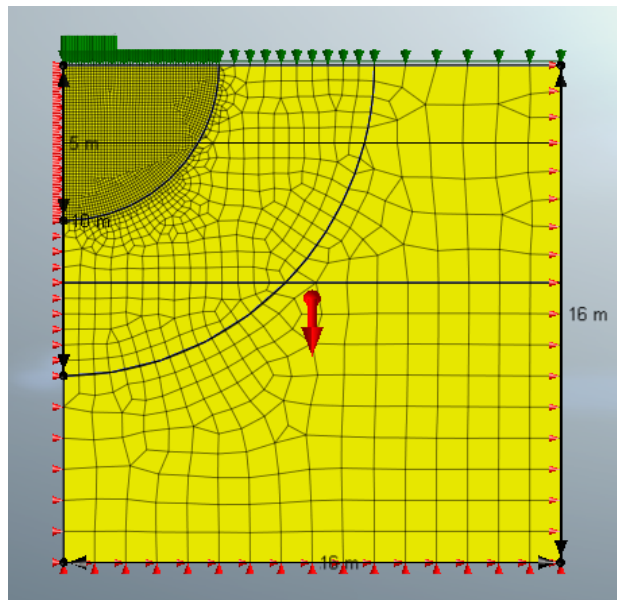


Рис. 2.15. Расчётная область к примеру расчёта

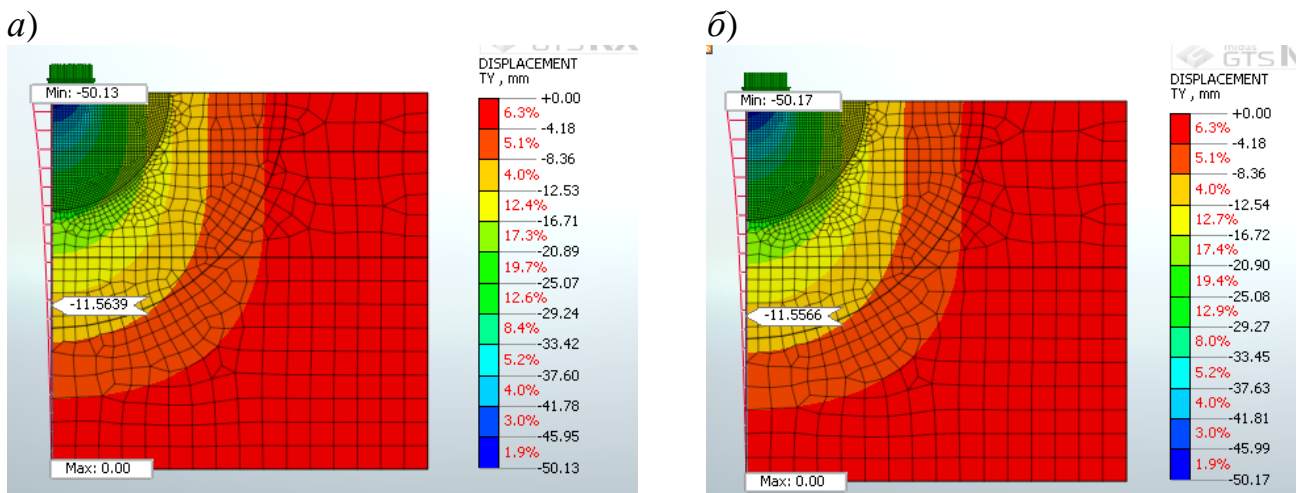


Рис. 2.16. Изополя вертикальных перемещений от нагрузки  $p = 323,8$  кПа по линейному (а) и упругопластическому (б) расчётам основания

Осадки на плоскости симметрии расчётной области и полосой нагрузки при глубине сжимаемой толщи основания:

- по линейному расчёту  $50,13 - 1,56 = 38,57$  мм;
- по упругопластическому расчёту  $50,17 - 11,56 = 38,61$  мм.

Результаты расчетов по определению «области разрушения» при полной нагрузке и пластических областей при уровнях давления от 0,7 до 1,0 ( $p - \gamma d$ ) показаны на рис. 2.17 и 2.18.

Пластическая область в основании первоначально возникла при значении внешней нагрузки  $0,7(p - \gamma d)$ . При добавлении нагрузки с шагом  $0,1(p - \gamma d)$  до полной величины глубина проникновения пластической области в основание становилась больше и достигла 2,1 м.

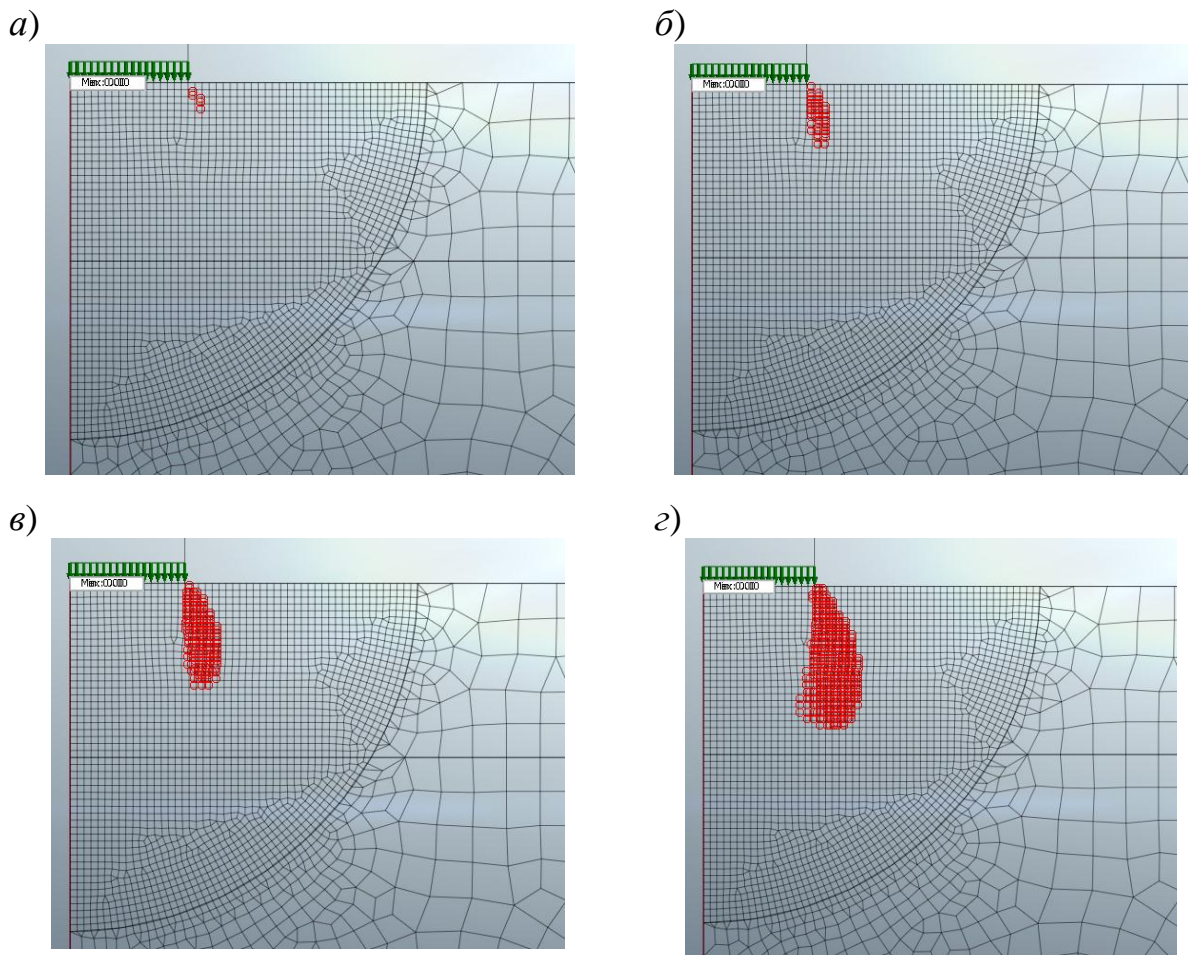


Рис. 2.17. Результаты расчета по определению пластических областей:  
*a* – возникновение пластической области при нагрузке  $0,7(p - \gamma d)$ ;  
*б, в, г* – пластические области при нагрузке  $0,8(p - \gamma d)$ ,  $0,9(p - \gamma d)$ ,  $1,0(p - \gamma d)$

Сравнение «области разрушения» и пластической области глубиной соответственно 1,95 и 2,10 м показано на рис. 2.18.

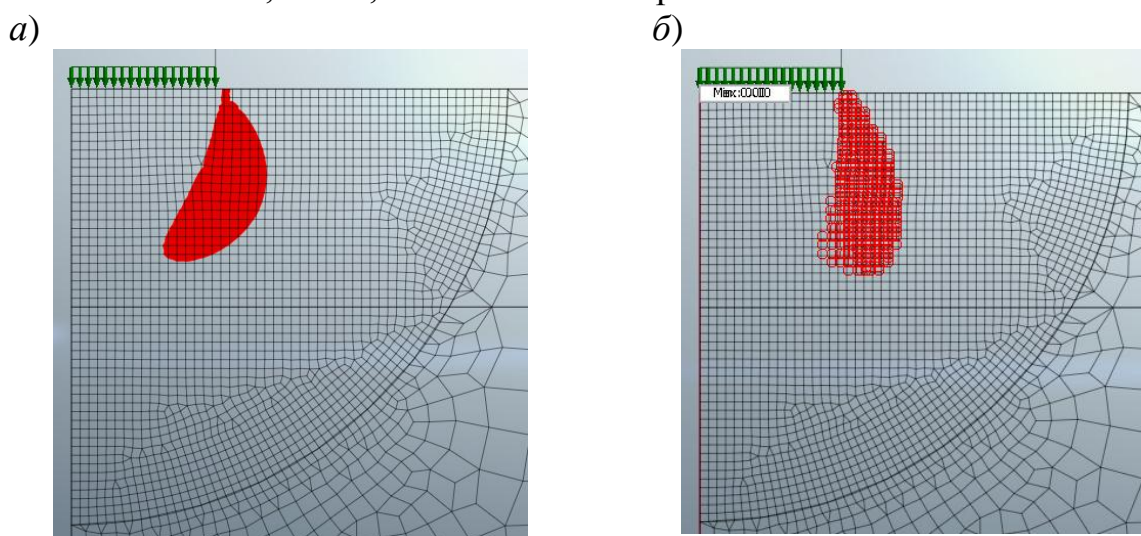


Рис. 2.18. Сравнение «области разрушения» (*a*) и пластической области (*б*) при полной нагрузке  $p - \gamma d$



Исходные данные для самостоятельной работы студентов приведены в табл. 2.10. Номер варианта принимается по заданию преподавателя.

Таблица 2.10

Исходные данные для самостоятельной работы

Номер варианта	Геометрические размеры		Расчётные характеристики грунта основания					
	$b$ , м	$d$ , м	Наименование грунтов	$\gamma_{II}$ , кН/м <sup>3</sup>	$\varphi_{II}$	$c_{II}$ , кПа	$E$ , МПа	$\nu$
1	2,5	1,8	Глина тугопластичная	18,5	16 <sup>0</sup>	34	20	0,40
2	2,8	2,0	Песок мелкий	17,8	32 <sup>0</sup>	0	34	0,29
3	3,0	2,2	Супесь твердая	17,0	24 <sup>0</sup>	13	30	0,32
4	3,2	2,4	Глина полутвёрдая	18,5	19 <sup>0</sup>	45	20	0,40

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящем учебном пособии рассмотрены аналитические и численный методы решения основных задач механики грунтов. Издание содержит теоретическое обоснование аналитических решений, а также практические рекомендации для решения геотехнических задач методом конечных элементов с помощью программного комплекса *Midas GTS NX*.

Пособие включает примеры расчета прикладных задач механики грунтов и исходные данные для самостоятельной работы студентов, а также необходимые таблицы и справочные материалы, соответствующие действующим нормативным документам.

Рекомендуется для самостоятельной (внеаудиторной) работы обучающихся с целью закрепления и дополнения теоретических знаний механики грунтов путём практического применения на примерах решения прикладных задач.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Далматов Б. И. Механика грунтов, основания и фундаменты / Б. И. Далматов. – Л.: Стройиздат, 1988. – 515 с.
2. Механика грунтов. Ч. 1: Основы геотехники : учебник для вузов / Б. И. Далматов, В. Н. Бронин, В. Д. Карлов и др. – М.: АСВ, 2002. – 201 с.
3. Ким М. С. Основы механики грунтов : учебное пособие / М. С. Ким, В. Х. Ким. – Воронеж: ВГТУ, 2017. – 142 с.
4. Котов М. Ф. Механика грунтов в примерах : учебное пособие для студентов строительных и автомобильно-дорожных вузов / под. ред. Н. Н. Маслова. – М.: Высшая школа, 1968. – 273 с.
5. Мангушев Р. А. Механика грунтов. Решение практических задач [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://www.iprbookshop.ru/19012>.
6. Маслов Н. Н. Механика грунтов в практике строительства / Н. Н. Маслов. – М.: Стройиздат, 1977. – 320 с.
7. Механика грунтов, основания и фундаменты : учебное пособие для строит. спец. вузов / С. Б. Ухов, В. В. Семенов, В. В. Знаменский и др.; под ред. С. Б. Ухова. – М.: Высшая школа, 2002. – 566 с.
8. Основания, фундаменты и подземные сооружения. Справочник проектировщика / под. ред. Е. А. Сорочана, Ю. Г. Трофименкова. – М.: Стройиздат, 1985. – 480 с.
9. СНиП 2.02.01 – 83\*. Основания зданий и сооружений. – М., 1995. – 50 с.
10. СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений. Актуализированная редакция СНиП 2.02.01-83\*. – М., 2018. – 220 с.
11. Цытович Н. А. Механика грунтов / Н. А. Цытович. – М.: ГСИ, 1963. – 635 с.
12. Шапиро Д. М. Метод конечных элементов в строительном проектировании / Д. М. Шапиро. – М.: АСВ, 2015. – 176 с.
13. Шапиро Д. М. Теория и расчетные модели оснований и объектов геотехники / Д. М. Шапиро. – 2-е изд. – М.: АСВ, 2016. – 180 с.
14. Шапиро Д. М. Нелинейная механика грунтов : учебное пособие / Д. М. Шапиро. – Воронеж: Воронежский ГАСУ, 2016. – 123 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ТАБЛИЦЫ ЗНАЧЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ВЕЛИЧИН  
К ВЫПОЛНЕНИЮ РАБОТЫ

Таблица П1

Значения коэффициента  $K$

$r/z$	$K$	$r/z$	$K$	$r/z$	$K$
0,00	0,4775	0,90	0,1083	2,30	0,0048
0,05	0,4746	1,00	0,0844	2,40	0,0040
0,10	0,4657	1,10	0,0658	2,50	0,0034
0,16	0,4482	1,20	0,0513	2,60	0,0029
0,20	0,4329	1,40	0,0317	2,80	0,0021
0,30	0,3849	1,50	0,0251	3,10	0,0013
0,40	0,3294	1,60	0,0200	3,30	0,0090
0,50	0,2733	1,70	0,0160	3,50	0,0007
0,60	0,2214	1,90	0,0105	4,00	0,0004
0,70	0,1762	2,00	0,0085	4,50	0,0002
0,80	0,1386	2,10	0,0070	5,00	0,0001

Таблица П2

Значения коэффициента  $\alpha$

$\xi = 2z/b$	Коэффициент $\alpha$ для фундаментов							
	круглых	прямоугольных с соотношением сторон $\eta = l/b$ , равным						ленточных ( $\eta \geq 10$ )
		1,0	1,4	1,8	2,4	3,2	5	
0	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
0,4	0,949	0,960	0,972	0,975	0,976	0,977	0,977	0,977
0,8	0,756	0,800	0,848	0,866	0,876	0,879	0,881	0,881
1,2	0,547	0,606	0,682	0,717	0,739	0,749	0,754	0,755
1,6	0,390	0,449	0,532	0,578	0,612	0,629	0,639	0,642
2,0	0,285	0,336	0,414	0,463	0,505	0,530	0,545	0,550
2,4	0,214	0,257	0,325	0,374	0,419	0,449	0,470	0,477
2,8	0,165	0,201	0,260	0,304	0,349	0,383	0,410	0,420
3,2	0,130	0,160	0,210	0,251	0,294	0,329	0,360	0,374
3,6	0,106	0,131	0,173	0,209	0,250	0,285	0,319	0,337
4,0	0,087	0,108	0,145	0,176	0,214	0,248	0,285	0,306
4,4	0,073	0,091	0,123	0,150	0,185	0,218	0,255	0,280
4,8	0,062	0,077	0,105	0,130	0,161	0,192	0,230	0,258
5,2	0,053	0,067	0,091	0,113	0,141	0,170	0,208	0,239
5,6	0,046	0,058	0,079	0,099	0,124	0,152	0,189	0,223
6,0	0,040	0,051	0,070	0,087	0,110	0,136	0,173	0,208
6,4	0,036	0,045	0,062	0,077	0,099	0,122	0,158	0,196
6,8	0,031	0,040	0,055	0,064	0,088	0,110	0,145	0,185
7,2	0,028	0,036	0,049	0,062	0,080	0,100	0,133	0,175
7,6	0,024	0,032	0,044	0,056	0,072	0,091	0,123	0,166
8,0	0,022	0,029	0,040	0,051	0,066	0,084	0,113	0,158

Окончание табл. П2

8,4	0,021	0,026	0,037	0,046	0,060	0,077	0,105	0,150
8,8	0,019	0,024	0,033	0,042	0,055	0,071	0,098	0,143
9,2	0,017	0,022	0,031	0,039	0,051	0,065	0,091	0,137
9,6	0,016	0,020	0,028	0,036	0,047	0,060	0,085	0,132
10,0	0,015	0,019	0,026	0,033	0,043	0,056	0,079	0,126
10,4	0,014	0,017	0,024	0,031	0,040	0,052	0,074	0,122
10,8	0,013	0,016	0,022	0,029	0,037	0,049	0,069	0,117
11,2	0,012	0,015	0,021	0,027	0,035	0,045	0,065	0,113
11,6	0,011	0,014	0,020	0,025	0,033	0,042	0,061	0,109
12,0	0,010	0,013	0,018	0,023	0,031	0,040	0,058	0,106

Таблица П3

*Значения коэффициентов влияния  $K_z$ ,  $K_x$  и  $K_{xz}$*

$z/b$	Значения $x/b$								
	0			0,25			0,50		
	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$
0,00	1,00	1,00	0	1,00	1,00	0	0,50	0,50	0,32
0,25	0,96	0,45	0	0,90	0,39	0,13	0,50	0,35	0,30
0,50	0,82	0,18	0	0,74	0,19	0,16	0,48	0,23	0,26
0,75	0,67	0,08	0	0,61	0,10	0,13	0,45	0,14	0,20
1,00	0,55	0,04	0	0,51	0,05	0,10	0,41	0,09	0,16
1,50	0,40	0,01	0	0,38	0,02	0,06	0,33	0,040	0,10
2,00	0,31	—	0	0,31	—	0,03	0,28	0,02	0,06
3,00	0,21	—	0	0,21	—	0,02	0,20	0,01	0,03
5,00	0,13	—	0	0,13	—	—	0,12	—	—

Продолжение табл. П3

$z/b$	Значения $x/b$								
	1,0			1,5			2,0		
	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$	$K_z$	$K_x$	$K_{xz}$
0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0,25	0,02	0,17	0,05	0	0,07	0,01	0	0,04	0
0,50	0,08	0,21	0,13	0,02	0,12	0,04	0	0,07	0,02
0,75	0,15	0,22	0,16	0,04	0,14	0,07	0,02	0,10	0,04
1,00	0,19	0,15	0,16	0,07	0,14	0,10	0,03	0,13	0,05
1,50	0,21	0,06	0,11	0,13	0,09	0,10	0,07	0,09	0,08
2,00	0,17	0,02	0,06	0,13	0,03	0,07	0,10	0,04	0,07
3,00	0,14	0,01	0,03	0,12	0,02	0,05	0,10	0,03	0,05
5,00	0,10	—	—	0,10	—	—	—	—	—

Значения коэффициентов эквивалентного слоя  $A, \omega$  для жёстких фундаментов (по Н. А. Цытовичу)

$\eta = l/b$	Гравий и галька	Пески		Суглинки пластичные		Глины сильно пластичные	
	Глины и суглинки твёрдые		Супеси		Глины пластичные		
	При значениях $\nu$						
	0,1	0,2	0,25	0,3	0,35		0,4
1	0,89	0,94	0,99	1,08	1,24	1,58	
1,5	1,09	1,15	1,21	1,32	1,52	1,94	
2	1,23	1,30	1,37	1,49	1,72	2,20	
3	1,46	1,54	1,62	1,76	2,01	2,59	
4	1,63	1,72	1,81	1,97	2,26	2,90	
5	1,74	1,84	1,94	2,11	2,42	3,10	
$\geq 10$	2,15	2,26	2,38	2,60	2,98	3,82	

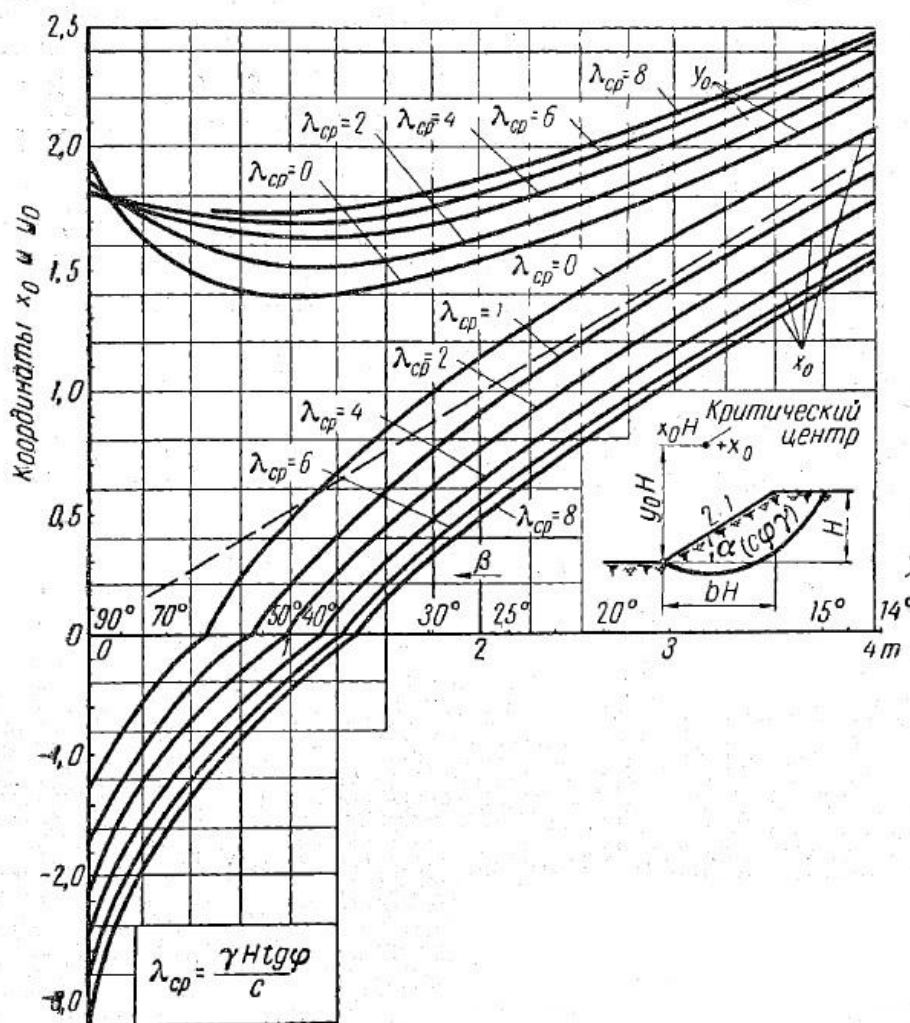


График Н. Ямбу для установления координат центра наиболее опасной круглоцилиндрической поверхности скольжения

**Учебное издание**

**Шапиро Давид Моисеевич**  
**Ким Марина Семеновна**  
**Ким Вячеслав Хакченович**  
**Агарков Александр Викторович**

**РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ГРУНТОВ  
АНАЛИТИЧЕСКИМИ И ЧИСЛЕННЫМИ МЕТОДАМИ**

Учебное пособие

Редактор Сахарова Д. О.

Подписано в печать 15.04.2019.  
Формат 60×84 1/16. Бумага для множительных аппаратов.  
Усл. печ. л. 5,4. Тираж 350 экз. Заказ № .

---

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»  
394026 Воронеж, Московский проспект, 14

Отдел оперативной полиграфии издательства ВГТУ  
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84