МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий
проектирования

67 - 2022

ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
для студентов направления подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
очной и заочной форм обучения

Воронеж 2022

УДК 519.854(07)
ББК 22.176я7

Составители: *О. В. Собенина, А. А. Пак*

Дискретная математика: методические указания к выполнению лабораторных работ для студентов направления подготовки 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника» очной и заочной форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: О.В. Собенина, А.А. Пак. Воронеж: Изд-во ВГТУ 2022. 28с.

Методические указания содержат теоретические сведения и практические задания и варианты заданий для проведения лабораторных работ.

Предназначены для студентов 2 курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержится в файле МУ ЛР_ДМ(очное, заочное).pdf.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 519.854(07)
ББК 22.176я7

Рецензент - В. В. Горбунов канд. физ-мат. наук, доц. кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университет

ВВЕДЕНИЕ

Дискретная математика – область математики, занимающаяся изучением свойств дискретных структур, которые возникают как внутри математики, так и в ее приложениях. Дискретность (от лат discretus – разделенный, прерывистый) – прерывность; противопоставляется непрерывности. Например, система целых чисел (в противоположность системе действительных чисел) является дискретной; дискретное изучение какой-либо величины во времени – это изменение, происходящее через определенные промежутки времени (скачками).

Дискретная математика представляет собой важное направление в математике, в котором можно выделить характерные для дискретной математики предметы исследования, методы и задачи, специфика которых обусловлена в первую очередь необходимостью отказа в дискретной математике от основополагающих понятий классической математики – предела и непрерывности. В связи с этим для многих задач дискретной математики сильные средства классической математики оказываются, как правило, малоприемлемыми.

Дискретная математика включает в себя такие математические разделы, как теория множеств и отношений, теория графов, теория алгоритмов, комбинаторный анализ, математическую логику и другие, которые наиболее интенсивно стали развиваться в связи с внедрением вычислительной техники. Теория графов является эффективным аппаратом формализации современных инженерных задач, связанных с дискретными объектами.

Методические указания содержат задания по основным разделам дисциплины «Дискретная математика»: решение теории множеств, решение задач теории множеств, решение задач теорий отношений, достижимость и связность в графе, деревья, остовы, кратчайшие остовы. По каждой теме даны теоретические сведения, необходимые для выполнения заданий, а также представлены примеры решения задач.

Представленный материал призван помочь студенту овладеть необходимыми знаниями по изучаемой дисциплине, а также научить использовать символику дискретной математики для формализации и решения дискретных задач.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Цель работы: изучение основных понятий и определений теории множеств, свойств множеств и операций над ними. Получение практических навыков упрощения выражений и доказательства тождеств, содержащих множества.

Примеры решения задач

Задача 1.

Пусть на универсуме $E=\{a, b, c, d, e, f, g\}$ определены множества $X=\{a, c, d, f\}$, $Y=\{b, d, e, f\}$. Найти $X\cup Y$, $X\cap Y$, $\overline{X}$, $X\setminus Y$, $Y\setminus X$, $X\oplus Y$.

Решение. $X\cup Y=\{a, b, c, d, e, f\}$, $X\cap Y=\{d, f\}$, $\overline{X}=\{b, e, g\}$,

$X\setminus Y=\{a, c\}$, $Y\setminus X=\{b, e\}$, $X\oplus Y=\{a, b, c, e\}$.

Задача 2.

Доказать $A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$.

Решение. Чтобы доказать равенство двух множеств $X = Y$ нужно доказать, что $X\subseteq Y$ и $X\subseteq Y$. Докажем, что $A\cap(B\cup C) \subseteq (A\cap B)\cup(A\cap C)$. Для доказательства этого включения выберем произвольный элемент из множества $A\cap(B\cup C)$ и покажем, что он принадлежит множеству $(A\cap B)\cup(A\cap C)$. Итак, пусть $x\in A\cap(B\cup C)$. Тогда $x\in A$ и $x\in B\cup C$. Если $x\in B$, то $x\in A\cap B$, а значит, $x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$. Если $x\in C$, то $x\in A\cap C$, а значит, $x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$. Таким образом, $A\cap(B\cup C)\subseteq (A\cap B)\cup(A\cap C)$. Теперь докажем, что $(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C)$. Пусть $x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$. Если $x\in A\cap B$, то $x\in A$ и $x\in B$, отсюда следует, что $x\in A$ и $x\in B\cup C$, т.е. $x\in A\cap(B\cup C)$. Если $x\in A\cap C$, то $x\in A$ и $x\in C$. Отсюда следует, что $x\in A$ и $x\in B\cup C$, т.е. $x\in A\cap(B\cup C)$. Итак, $(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C)$. Таким образом, получили, что $A\cap(B\cup C)\subseteq(A\cap B)\cup(A\cap C)$ и $(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C)$, а это значит, что эти два множества равны.

Решение подобных задач можно оформить в более формализованном виде, используя "{" для системы высказываний, объединенных союзом "и", "["- для системы высказываний, объединенных союзом «или».

Задача 3.

Доказать тождество $(A\setminus B)\setminus C=(A\setminus C)\setminus(B\setminus C)$.

Решение. Используя свойства операций над множествами, покажем, что правую часть выражения с помощью равносильных преобразований можно привести к левой.

$$(A\setminus C)\setminus(B\setminus C)=(A\cap\overline{C})\cap\overline{(B\cap\overline{C})}=(A\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup\overline{\overline{C}})=$$

$$=(A\cap\overline{C})\cap(\overline{B}\cup C)=(A\cap\overline{C}\cap\overline{B})\cup(A\cap\overline{C}\cap C)=$$

$$=(A\cap\overline{C}\cap\overline{B})\cup(A\cap\varnothing)=(A\cap\overline{C}\cap\overline{B})\cup\varnothing=A\cap\overline{C}\cap\overline{B}=A\setminus B\setminus C$$

Практическая часть

Задания

1. Докажите тождество $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$.

2. Докажите, что $B \cap (A \setminus C) = (B \cap A) \setminus (B \cap C)$.

3. Упростите $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) \cap (\overline{A} \cup B)$.

4. Докажите тождество

$\overline{[(A \cap \overline{X}) \cup (B \cap \overline{X})]} = (\overline{A} \cap X) \cup (\overline{B} \cap X)$.

5. Упростите $A \setminus ((A \cup B) \setminus B)$.

6. Докажите закон поглощения $X \cup (X \cap Y) = X$.

7. Докажите, что $X \cap (Y \setminus X) = \varnothing$.

8. Решить систему соотношений относительно множества X и указать условия совместности системы

$$\begin{cases} B \setminus X = A \\ B \cup X = C \\ A \subseteq B \subseteq C \end{cases}$$

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Условия задач приводятся полностью.
4. Решения излагаются подробно, объясняются все действия по ходу решения.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

Цель работы: изучение основных понятий и определений теории множеств, свойств множеств и операций над ними. Получение практических навыков программной реализации алгоритмических процедур теории множеств.

Программное средство: среда разработки приложений MS Visual Studio, языки программирования C#, C++.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задания

Написать программу, реализующую следующую процедуру:

1. Даны два множества, заданные перечислением своих элементов. Получить симметрическую разность этих элементов.

2. Даны два множества, заданные перечислением своих элементов. Определить декартовое произведение этих множеств.
3. Получить семейство множества, заданного, перечислением своих элементов.
4. Выяснить является ли данное множество подмножеством множества.
5. Выяснить является ли множество собственным подмножеством.
6. Для произвольных множеств А, В и С определить $(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$, $(A\cap\overline{B})\cup C$.
7. Для произвольных множеств А, В и С определить $A\cup B\cup C$, $C\cap A\cup\overline{B}$.
8. Для произвольных множеств А, В и С определить $\overline{A\cup B\cup\overline{C}}$, $(A\cup B)\setminus C$.
9. Вычисление пересечения множеств слиянием.
10. Вычисление объединения множеств слиянием.
11. Проверка включения слиянием.
12. Генерация всех подмножеств универсума.

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Схема алгоритма.
4. Исходные данные и результаты вычислений.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Цель работы: изучение основных понятий и определений теории отношений, свойств отношений, операций над ними и специальных типов бинарных отношений. Получение практических навыков определения свойств бинарных отношений, проверка отношения на эквивалентность.

Примеры решения задач

1. **Задача 1.** Определить свойства отношения R=$\{(x,y)|\ x,y\in\mathbf{R}$ и $x+2=y+1\}$. Отношение задано на множестве действительных чисел **R**.

Решение.

1. Проверим отношение на рефлексивность.

Условие $(x,x)\in$R для данного отношения принимает вид $x+2=x+1$. Полученное соотношение не выполняется ни для одного значения $x\in\mathbf{R}$. Поэтому данное отношение является антирефлексивным.

2. Проверим отношение на симметричность. Условие $(x,y)\in$R для данного отношения принимает вид $x+2=y+1$. Условие $(y,x)\in$R для данного отношения принимает вид $y+2=x+1$.

Получаем систему уравнений и исследуем ее на совместность.

$$\begin{cases} x+2=y+1 \\ y+2=x+1 \end{cases}$$

Из первого уравнения $x+2=y+1$ получим $x+2+1=y+1+1$, $x+3=y+2$. Из второго уравнения системы $y+2=x+1$, т. е. получаем $x+3=x+1$, что не является верным ни для одного значения $x \in \mathbf{R}$. Таким образом, отношение является антирефлексивным.

Опровергнуть свойство можно используя прием контрпримера. Для этого возьмем, например, пару (3,4). Она принадлежит рассматриваемому отношению, так как выполняется условие 3+2=4+1. Проверим принадлежит ли отношению пара (4,3). Так как $4+2 \neq 3+1$, то отношение не является симметричным.

3. Проверим отношение на транзитивность. Составим систему уравнений, соответствующую определению транзитивности:

$$\begin{cases} x+2=y+1, \\ y+2=z+1, \\ x+2=z+1. \end{cases}$$

Из первого и второго уравнений системы исключим y:

$y+2=z+1$, $y=z-1$, $x+2=z-1+1$, $x+2=z$.

Полученное соотношение не совпадает с третьим уравнением системы. Следовательно, отношение не является транзитивным.

Задача 2.

Отношение R задано матрицей, которая имеет вид.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	0
b	0	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	1	1
d	1	0	0	1	0	0
e	0	0	1	0	1	1
f	0	0	1	0	1	1

Является ли данное отношение эквивалентностью. Для отношения эквивалентности определить классы эквивалентности.

Решение. Так как все элементы главной диагонали матрицы равны единице, то отношение заданное данное матрицей является рефлексивным. Симметричность матрицы относительно главной диагонали свидетельствует о симметричности бинарного отношения.

Переставляя строки и столбцы, попробуем привести матрицу отношения R к блочно-диагональному виду. Поменяем местами столбцы b, d и строки b, d, получим

R	a	d	c	b	e	f
a	1	1	0	0	0	0
b	0	0	0	1	0	0
c	0	0	1	0	1	1
d	1	1	0	0	0	0
e	0	0	1	0	1	1
f	0	0	1	0	1	1

R	a	d	c	b	e	f
a	1	1	0	0	0	0
d	1	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	1	1
b	0	0	0	1	0	0
e	0	0	1	0	1	1
f	0	0	1	0	1	1

Поменяем местами столбцы c, b и строки c, b, получим

R	a	d	b	c	e	f
a	1	1	0	0	0	0
d	1	1	0	0	0	0
c	0	0	0	1	1	1
b	0	0	1	0	0	0
e	0	0	0	1	1	1
f	0	0	0	1	1	1

R	a	d	b	c	e	f
a	1	1	0	0	0	0
d	1	1	0	0	0	0
b	0	0	1	0	0	0
c	0	0	0	1	1	1
e	0	0	0	1	1	1
f	0	0	0	1	1	1

Матрицу отношения привели к блочно-диагональному виду, значит, R является эквивалентностью, и по полученной матрице можно определить классы эквивалентности $К_1, К_2, К_3$.

Таким образом $К_1 = \{a, d\}$, $К_2 = \{b\}$, $К_3 = \{c, e, f\}$.

Практическая часть

Задание 1

Определите свойства отношения. Отношение задано на множестве действительных чисел **R**.

Варианты

1. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $x - y<0\}$.
2. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $x+y\le 0\}$.
3. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $x = y\}$.
4. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $x = y^2\}$.
5. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $x^2 =y\}$.
6. $R=\{(x,y)|\ x,y\in \mathbf{R}$ и $|x -y| \le 3\}$.

7. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x^3 = y$}.
8. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x = y^3$}.
9. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x +5>3 - y$}.
10. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $|x| \geq |y|$}.
11. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x^2 = y^2$}.
12. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x > y^2$}.
13. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x^3 = y^3$}.
14. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x\leq y+1$}.
15. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x^2 + y^2=1$}.
16. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x\leq y$ }.
17. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x\leq 2y$ }.
18. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x+2\leq y+1$}.
19. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $x-5\leq y+3$}.
20. R={(x,y)| $x,y\in\mathbf{R}$ и $2x \geq 3y$}.

Задание 2

Для отношения, заданного матрицей, определить является ли оно отношением эквивалентности. Если является, то определить классы эквивалентности.

Варианты

1.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	0
b	0	1	0	0	1	1
c	0	0	1	0	0	0
d	1	0	0	1	0	0
e	0	1	0	0	1	1
f	0	1	0	0	1	1

2.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	1
b	0	1	1	0	0	0
c	0	1	1	0	0	0
d	1	0	0	1	0	1
e	0	0	0	0	1	0
f	1	0	0	1	0	1

3.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	1	0	0
c	0	0	1	0	0	1
d	0	1	0	1	0	0
e	0	0	0	0	1	0
f	0	0	1	0	0	1

4.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	1
b	0	1	0	0	0	0
c	0	0	1	1	1	0
d	0	0	1	1	1	0
e	0	0	1	1	1	0
f	1	0	0	0	0	1

5.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	1	1
b	0	1	1	0	0	0
c	0	1	1	0	0	0
d	0	0	0	1	0	0
e	1	0	0	0	1	1
f	1	0	0	0	1	1

6.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	1	0	0	0	0
b	1	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	1	0
d	0	0	0	1	0	0
e	0	0	1	0	1	0
f	0	0	0	0	0	1

7.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	1	0	1
c	0	0	1	0	0	0
d	0	1	0	1	0	1
e	0	0	0	0	1	0
f	0	1	0	1	0	1

8.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	1	0
b	0	1	0	1	0	0
c	0	0	1	0	0	1
d	0	1	0	1	0	0
e	1	0	0	0	1	0
f	0	0	1	0	0	1

9.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	0
b	0	1	0	0	0	1
c	0	0	1	1	1	0
d	0	0	1	1	1	0
e	0	0	1	1	1	0
f	0	1	0	0	0	1

10.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	1	0	1	1
b	0	1	0	1	0	0
c	1	0	1	0	1	1
d	0	1	0	1	0	0
e	1	0	1	0	1	1
f	1	0	1	0	1	1

11.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	1	0	0	0
b	0	1	0	1	0	1
c	1	0	1	0	0	0
d	0	1	0	1	0	1
e	0	0	0	0	1	0
f	0	1	0	1	0	1

12.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	0
b	0	1	1	0	0	1
c	0	1	1	0	0	1
d	1	0	0	1	0	0
e	0	0	0	0	1	0
f	0	1	1	0	0	1

13.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	0	1
b	0	1	0	0	0	0
c	0	0	1	1	1	0
d	0	0	1	1	1	0
e	0	0	1	1	1	0
f	1	0	0	0	0	1

14.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	1	0	0	1
b	0	1	0	0	0	0
c	1	0	1	0	0	1
d	0	0	0	1	1	0
e	0	0	0	1	1	0
f	1	0	1	0	0	1

15.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	1	0	0	0
b	0	1	0	0	1	1
c	1	0	1	0	0	0
d	0	0	0	1	0	0
e	0	1	0	0	1	1
f	0	1	0	0	1	1

16.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	1	0	0
b	0	1	0	0	1	1
c	0	0	1	0	0	0
d	1	0	0	1	0	0
e	0	1	0	0	1	1
f	0	1	0	0	1	1

17.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	1	0
b	0	1	1	0	0	0
c	0	1	1	0	0	0
d	0	0	0	1	0	1
e	1	0	0	0	1	0
f	0	0	0	1	0	1

18.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	0	0	1	0
b	0	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	0	1
d	0	0	0	1	0	0
e	1	0	0	0	1	0
f	0	0	1	0	0	1

19.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	0	1	1	0	0
b	0	1	0	0	0	0
c	1	0	1	1	0	0
d	1	0	1	1	0	0
e	0	0	0	0	1	1
f	0	0	0	0	1	1

20.

R	a	b	c	d	e	f
a	1	1	0	0	0	0
b	1	1	0	0	0	0
c	0	0	1	0	0	1
d	0	0	0	1	1	0
e	0	0	0	1	1	0
f	0	0	1	0	0	1

Задание 3

Докажите утверждение

Варианты

№ варианта	Задание
1	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 рефлексивны, то рефлексивно отношение $R_1 \cup R_2$.
2	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 симметричны, то симметрично отношение $R_1 \cup R_2$.
3	Докажите, что если R эквивалентность, то R^{-1} есть также эквивалентность.
4	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 рефлексивны, то рефлексивно отношение $R_1 \cap R_2$.
5	Докажите, что $R_1 \cup R_2$ – эквивалентность тогда и только тогда, когда $R_1 \cup R_2 = R_1 \circ R_2$.
6	Докажите, что $(R_1 \circ R_2)^{-1} = R_2^{-1} \circ R_1^{-1}$.
7	Докажите, что $(R_1 \cap R_2) \circ R_3 \subseteq (R_1 \circ R_3) \cap (R_2 \circ R_3)$.
8	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 рефлексивны, то рефлексивно отношение $R_1 \circ R_2$.
9	Докажите, что $(R_1 \cup R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$.
10	Докажите, что если R эквивалентность, то R^{-1} есть также эквивалентность.
11	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 симметричны, то симметрично отношение, $R_1 \cap R_2$.
12	Докажите, что $(R_1 \cup R_2) \circ R_3 = (R_1 \circ R_3) \cup (R_2 \circ R_3)$.
13	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 рефлексивны, то рефлексивно отношение R_1^{-1}.
14	Докажите, что $(R_1 \cap R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cap R_2^{-1}$
15	Докажите, что $(R_1 \cap R_2) \circ R_3 \subseteq (R_1 \circ R_3) \cap (R_2 \circ R_3)$.
16	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 симметричны, то симметрично отношение $R_1 \circ R_1^{-1}$.
17	Докажите, что $(R_1 \cup R_2)^{-1} = R_1^{-1} \cup R_2^{-1}$.
18	Докажите, что если R эквивалентность, то R^{-1} есть также эквивалентность.
19	Докажите, что если отношения R_1 и R_2 симметричны, то симметрично отношение R_1^{-1}.
20	Докажите, что $R_1 \cup R_2$ – эквивалентность тогда и только тогда, когда $R_1 \cup R_2 = R_1 \circ R_2$.

Задание 4.

A={a,b,c}, B={1,2,3,4}, $R_1 \subseteq A \times B$, $R_2 \subseteq B \times B$. Изобразите R_1, R_2 графически. Найдите $(R \circ R)^{-1}$. Проверьте с помощью матрицы, является ли отношение R_2 рефлексивным, симметричным, антисимметричным, транзитивным?

Варианты

№ варианта	Задание
1	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$.
2	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,2)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,4),(2,2),(2,3),(3,3),(3,2),(4,1),(4,4)\}$.
3	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(a,4),(c,3),(c,2),(c,4)\}$, $R_2 = \{(3,1),(2,1),(3,2),(4,1),(4,3)\}$.
4	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(b,2),(b,4),(c,3),(c,2)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,2),(2,2),(3,3),(4,3),(4,4)\}$.
5	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(a,4),(b,1),(b,4),(c,3)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,4),(2,1),(3,3),(4,2),(4,1)\}$.
6	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$.
7	$R_1 = \{(a,1),(b,1),(b,3),(b,4),(c,3),(c,2)\}$, $R_2 = \{(1,3),(1,4),(2,2),(3,3),(4,3),(4,4)\}$.
8	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,3),(1,2),(2,3),(3,2),(3,4),(4,1)\}$.
9	$R_1 = \{(a,3),(a,2),(b,2),(b,3),(c,1),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,2),(2,2),(3,3),(4,1),(4,4)\}$.
10	$R_1 = \{(a,2),(a,4),(b,3),(c,1),(c,2)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,3),(2,4),(3,1),(3,4),(4,3),(4,2)\}$.
11	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(a,4),(b,2),(b,4),(c,3)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(4,2)\}$.
12	$R_1 = \{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,3),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,4),(2,3),(2,1),(3,4),(4,2)\}$.
13	$R_1 = \{(a,1),(a,2),(b,3),(b,4),(c,3),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,4),(2,1),(2,2),(2,4),(3,3)\}$.

14	$R_1 = \{(a,3),(b,4),(b,3),(b,1),(b,2),(c,2)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,3),(2,4),(3,1),(3,3),(4,2)\}$.
15	$R_1 = \{(a,3),(b,4),(b,3),(c,1),(c,2),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(4,3),(4,2)\}$.
16	$R_1 = \{(a,2),(a,3),(a,4),(c,1),(c,2),(c,3)\}$, $R_2 = \{(1,1),(1,4),(2,3),(3,3),(4,1),(4,3),(4,4)\}$.
17	$R_1 = \{(a,2),(a,4),(b,1),(b,2),(b,4),(c,2),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,2),(2,4),(3,3),(4,4),(3,2),(1,3),(4,1)\}$.
18	$R_1 = \{(b,1),(a,3),(a,4),(c,2),(c,4),(b,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,3),(2,2),(2,4),(3,3),(3,4),(4,2),(4,4)\}$.
19	$R_1 = \{(a,1),(b,2),(b,3),(c,2),(c,3),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,3),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(3,3),(4,4)\}$.
20	$R_1 = \{(a,2),(a,3),(a,4),(b,3),(c,1),(c,4)\}$, $R_2 = \{(1,1),(2,3),(2,2),(3,4),(1,4),(2,4),(4,2)\}$.

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Условия задач приводятся полностью.
4. Решения излагаются подробно, объясняются все действия по ходу решения.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4
ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ АЛГОРИТМИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР ТЕОРИИ ОТНОШЕНИЙ

Цель работы: изучение основных понятий и определений теории отношений, свойств отношений, операций над ними и специальных типов бинарных отношений. Получение практических навыков программной реализации алгоритмических процедур теории отношений.

Программное средство: среда разработки приложений MS Visual Studio, языки программирования C#, C++.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Задания

Написать программу, реализующую следующую процедуру:

1. Получить инверсию отношения в виде перечисления упорядоченных пар и матрицы отношения.

2. Даны два отношения А и В, заданные перечислением пар. Получить $A \circ B$ и $B \circ A$.
3. Определить какими из свойств (рефлективность, симметричность, транзитивность) обладает отношение, а каким нет.
4. Даны два отношения А и В. Определить $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$.
5. Даны два отношения А и В. Определить $A \cap \overline{B}$, $(A \cup B) \cap \overline{A}$.
6. Даны два отношения А и В. Определить $\overline{(A \cup B)} \cap \overline{A}$, $A \cup \overline{(\overline{A} \cap B)}$.
7. Даны три отношения А, В и С. Определить $\overline{A \cup B \cup C}$, $\overline{A \cap B} \cup C$.
8. Даны три отношения А, В и С. Определить $(A \cup B) \setminus (\overline{A} \cap C)$, $(A \setminus C) \cup B$.
9. Определить, является ли данное отношение отношением эквивалентности.
10. Определить, является ли данное отношение отношением строго порядка.
11. Определить, является ли данное отношение отношением нестрого порядка.
12. Приведением к блочно-диагональному виду матрицу отношения, определить, является ли данное отношение эквивалентностью.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГРАФОВ В ЭВМ

Цель работы: изучение основных алгоритмов теории графов и получение практических навыков их программной реализации.

Программное средство: среда разработки приложений MS Visual Studio, языки программирования C#, C++.

Алгоритмы

1. Алгоритм построения простого графа, имеющего заданную последовательность степеней

Шаг 1. $\{d_1, \ldots, d_n\}$- последовательность степеней, упорядоченная по невозрастанию. Выберем произвольное $d_k \neq 0$ и "изымем" d_k из последовательности, соединяя вершину x_k с первыми d_k вершинами, не считая саму вершину x_k.

Шаг 2. Упорядочим остаточную последовательность в порядке невозрастания.

Шаг 3. Шаги 1-2 выполнять до тех пор, пока не возникнет одна из следующих ситуаций:

а) все остаточные степени равны 0. В этом случае по следовательность степеней является графической. Искомый граф получается в результате выполнения шагов, соответствующих порядку изъятия степеней;

б) одна из остаточных степеней отрицательна - это означает, что последовательность $\{d_1,\ldots ,d_n\}$ не является графической, т. е. не существует простого графа, который ее реализует.

2. Алгоритм проверки связности неорграфа

Шаг 1. G = (X, U) - данный неорграф. Для произвольной вершины $x_0 \in X$ найти множество R(xo). Перейти к шагу 2.

Шаг 2. Если $R(x_0) = X$, то граф является связным, иначе граф не является связным. Выдать соответствующее сообщение. Останов.

3. Алгоритм нахождения сильных компонент графа

Шаг 1. G = (X, U) - данный граф. Определение сильных компонент графа (СК) начать с произвольной вершины $x_i \in X$. Найти $R(x_i)$ и $Q(x_i)$. Положить $СК(x_i) = R(x_i) \cap Q(x_i)$.

Шаг 2. Рассмотреть множество $\overline{X} = X \setminus (R(x_i) \cap Q(x_i))$ и для произвольной вершины $x_k \in \overline{X}$ найти $СК(x_i)$ на $\overline{X}$. Перейти к шагу 3.

Шаг 3. Если $\overline{X} \neq 0$, то перейти к шагу 2, иначе останов, так как все сильные компоненты определены.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
Задания

1. Написать программу, позволяющую осуществлять переход от матрицы смежности к матрице инциденций для ориентированного графа.
2. Написать программу, позволяющую осуществлять переход от матрицы смежности к матрице инциденций для неориентированного графа.
3. Написать программу, позволяющую строить простой граф с заданной последовательностью степеней, если он существует.
4. Написать программу, позволяющую для произвольного графа определять количество путей заданной длины из каждой вершины в каждую.
5. Написать процедуру для определения, является ли данный граф связным.
6. Написать программу, позволяющую находить сильные компоненты связного графа.
7. Написать программу, позволяющую получать матрицы достижимости и контр достижимости для произвольного графа.

8. Написать программу, реализующую алгоритм определения уровней графа без контуров.
9. Написать программу, которая для заданных графов $G_1 = (X_1, U_1)$ и $G_2 = (X_2, U_2)$ строит объединение этих графов.
10. Написать программу, которая для заданных графов $G_1 = (X_1, U_1)$ и $G_2 = (X_2, U_2)$ строит пересечение этих графов.
11. Написать программу, которая переводит матрицу смежности в список ребер и список инцидентности для ориентированного графа
12. Написать программу, которая переводит матрицу инцидентности в список ребер и список инцидентности для неориентированного графа.

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Схема алгоритма.
4. Исходные данные и результаты вычислений.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

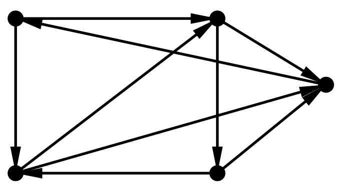
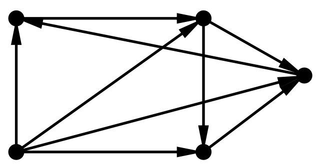
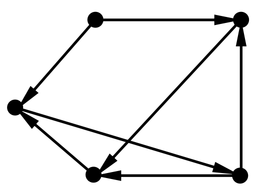
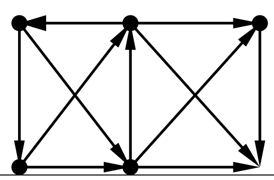
ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6
ДОСТИЖИМОСТЬ И СВЯЗНОСТЬ В ГРАФЕ

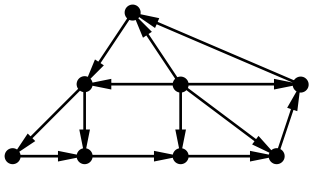
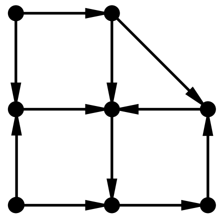
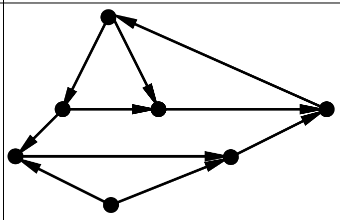
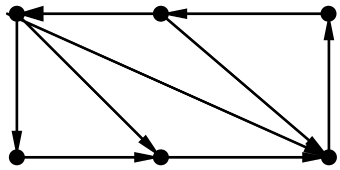
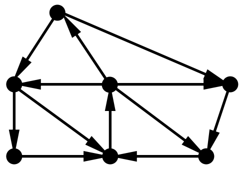
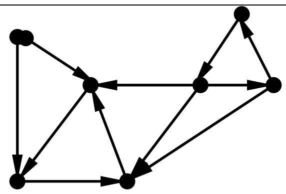
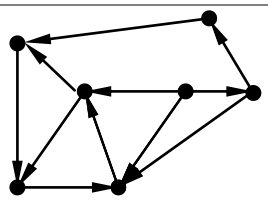
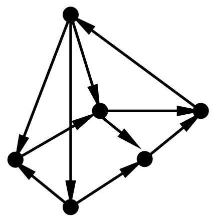
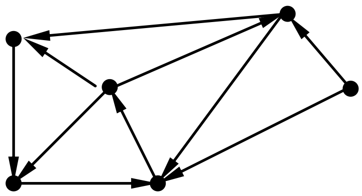
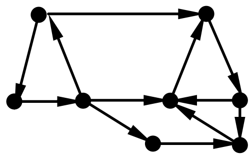
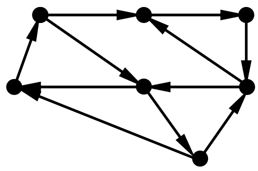
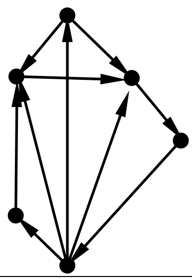
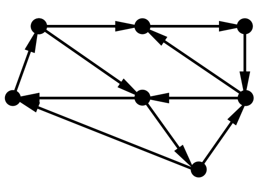
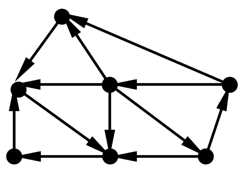
Цель работы: изучение основных понятий и определений и алгоритмов теории графов, связанных с понятием связности и достижимости в графе. Получение практических навыков нахождения матриц графа, нахождения сильных компонент графа.

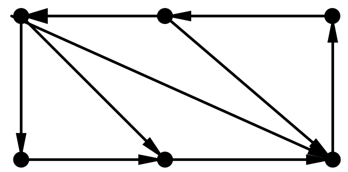
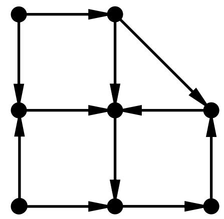
Практическая часть

Для графа построить матрицу смежности, матрицу инцидентности; получить матрицу достижимостей; найти сильные компоненты и построить граф конденсации.

Варианты

1		11	
2		12	

3		13	
4		14	
5		15	
6		16	
7		17	
8		18	
9		19	

10		20	

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Условия задач приводятся полностью.
4. Решения излагаются подробно, объясняются все действия по ходу решения.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

Лабораторная работа № 7
ДЕРЕВЬЯ. ОСТОВЫ. КРАТЧАЙШИЕ ОСТОВЫ

Цель работы: изучение основных понятий и определений и алгоритмов теории графов. Получение практических навыков нахождения деревьев, остовов и кратчайших остовов графа.

Алгоритм построения остова неорграфа

Замечание. Процедура основана на просмотре в произвольном порядке ребер исходного графа и может быть представлена как процесс окрашивания ребер. При этом синий цвет используется для окраски ребер, включаемых в остов, а красный – для окраски ребер, не включаемых в остов. При рассмотрении ребра осуществляется проверка того, не образует ли данное ребро в совокупности с ребрами, уже включенными в остов, цикл. Эта проверка осуществляется следующим образом. Ребра, включенные в остов, составляют граф, имеющий одну или несколько компонент связности. Вершины, принадлежащие отдельно взятой компоненте, объединяются в совокупность, которую будем называть «букетом». Некоторое ребро образует цикл с ребрами, уже включенными в остов, если обе его концевые вершины принадлежат одному и тому же букету.

Результаты работы алгоритма удобно записывать в таблицу:

ребро	цвет	букет 1	букет 2	…	…

Шаг 1. Выбрать любое ребро, не являющееся петлей. Окрасить его в синий цвет и сформировать букет, включив в него концевые вершины окрашенного ребра.

Шаг 2. Выбрать любое неокрашенное ребро, не являющееся петлей. Если в графе такого ребра нет, то останов – исходный граф не содержит остова. Иначе перейти к шагу 3.

Шаг 3. а) Если обе концевые вершины выбранного ребра принадлежат одному букету, то окрасить выбранное ребро в красный цвет. б) Если одна из концевых вершин выбранного ребра принадлежит некоторому букету, а другая концевая вершина не принадлежит ни одному букету, то окрасить выбранное ребро в синий цвет и включить его концевую вершину, не принадлежавшую ранее ни одному букету, в тот же букет, которому принадлежит другая концевая вершина рассматриваемого ребра.

в) Если ни одна из концевых вершин не принадлежит ни одному букету, то окрасить рассматриваемое ребро в синий цвет и сформировать новый букет из его концевых вершин.

г) Если концевые вершины выбранного ребра принадлежат различным букетам, то окрасить ребро в синий цвет, а оба букета, которым принадлежат его концевые вершины, соединить в один букет.

Шаг 4. Если все вершины графа вошли в один букет, то останов - синие ребра образуют остов. Иначе перейти к шагу 2.

Кратчайшие остовы

Рассмотрим работу алгоритма на примере. Пусть дан взвешенный граф $G=(X,V)$ (рис. 1).

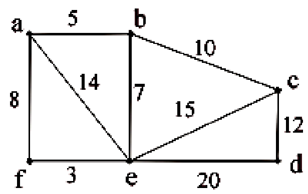


Рис. 1. Граф $G=(X,V)$

Полагаем $T_S=\{a\}$ и $A_S=\varnothing$. Формируем пометки для вершин.

$$b\,[a,5],\ e\,[a,14],\ f\,[a,8],\ c\,[0,\infty],\ d\,[0,\infty].$$

Выбираем вершину с минимальной пометкой, т.е. вершину b. Добавляем эту вершину к T_S, а соответствующее ребро к

$$A_S\,.\,T_S=\{a,b\},\ A_S=\{(a,b)\}.$$

Меняем пометки для вершин, смежных с вершинами из множества T_S. Пометку вершины e $[a,14]$ меняем на $[b,7]$.

$$c\ [b,10],\ e\ [b,7],\ f\ [a,8],\ d\ [0,\infty].$$

Выбираем вершину с минимальной пометкой, т.е. вершину e, формируем множества T_S и A_S.

$T_S = \{a,b,e\}$, $A_S = \{(a,b),(b,e)\}$.

Устанавливаем пометки вершин.

$f\ [e,3]$, $d\ [e,20]$, $c\ [b,10]$. Вершина с минимальной пометкой – f.

$T_S = \{a,b,e,f\}$, $A_S = \{(a,b),(b,e),(e,f)\}$ и т.д.

$c\ [b,10]$, $d\ [e,20]$. Вершина с минимальной пометкой – c.

$T_S = \{a,b,e,f,c\}$, $A_S = \{(a,b),(b,e),(e,f),(b,c)\}$

$d\ [c,12]$.

$T_S = \{a,b,e,f,c,d\}$, $A_S = \{(a,b),(b,e),(e,f),(b,c),(c,d)\}$

Т.к. $T_S = X$, то все вершины включены в остов, останов алгоритма. Кратчайший остов представлен на рис. 2.

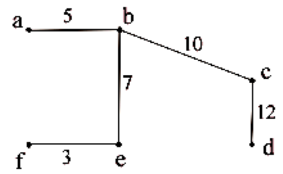


Рис. 2

Рассмотрим алгоритм Краскала построения кратчайшего остова взвешенного графа.

Шаг 1. Строим граф T_1, состоящий из множества вершин X и единственного ребра v_1, которое имеет минимальный вес.

Шаг 2. Если граф T_i уже построен и $i<n-1$, где n – число вершин, то строим граф T_{i+1}, добавляя к множеству ребер графа T_i ребро v_{i+1}, имеющее минимальный вес среди ребер, не входящих в T_i и не составляющих циклов с ребрами из T_i. Иначе перейти к шагу 3.

Шаг 3. Останов. Граф T_i является кратчайшим остовом графа.

Приведенный алгоритм, в частности, позволяет находить остов в невзвешенном графе, положив $c_{ij} = 1$ для всех ребер.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8
НЕЧЕТКИЕ МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ

Цель работы: изучение основных понятий и определений теории нечетких множеств и отношений, свойств и операций над ними. Получение практических навыков решения задач, содержащих нечеткие множества и отношения

Теоретические сведения

Пусть U – есть множество, счетное или нет, и x – элемент U. *Нечетким подмножеством A множества U* называется множество упорядоченных пар

$$A=\{(x/\ \mu_A(x))\},$$

где $\mu_A(x)$ – *функция принадлежности*, принимающая свои значения во вполне упорядоченном множестве M, которая указывает степень или уровень принадлежности элемента x к подмножеству A. Множество M называется *множеством принадлежностей*. Наряду с термином “нечеткое подмножество” используется также термин “нечеткое множество”.

Пример 1. Пусть N – множество натуральных чисел:

$$\mathbf{N}=\{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ \mathrm{K}\}.$$

Рассмотрим нечеткое подмножество «небольших» натуральных чисел:

$$\mathbf{N}=\{(0|1),(1|0{,}8),(2|0{,}6),(3|0{,}4),(4|0{,}2),(5|0),(6|0),\mathrm{K}\}.$$

Здесь функциональные значения $\mu_{\mathbf{A}}(x)$, где $x = 0, 1, 2, 3, \ldots$, задаются, конечно, субъективно.

Для конечных множеств U и M можно определить множество нечетких подмножеств p(U). Если $|U|=n$ и $|M|=m$, то $|p(U)|=m^n$. При этом p(U) содержит 2^n обычных подмножеств.

Пример 2. Пусть U={a,b} и M ={0,0.5,1}, тогда $|p(U)|=9$.

p(U)={{(a/0),(b/0)},{(a/0),(b/0.5)},{(a/0.5),(b/0)},{(a/0.5),(b/0.5)},{(a/0),(b/1)},{(a/1),(b/0)},{(a/1),(b/0.5)},{(a/0.5),(b/1)},{(a/1),(b/1)}}.

Введем отношения и операции над нечеткими множествами.

Пусть U – множество, M – множество принадлежностей, A и B – два нечетких подмножества U.

Будем говорить, что *A включено в B*, если $\forall x\in U(\mu_A(x)\le \mu_B(x))$, и обозначать $A\subset B$.

Строгое включение соответствует случаю, когда все неравенства строгие.

Будем говорить, что *нечеткие подмножества A и B равны* тогда и только тогда, когда $\forall x\in U(\mu_A(x)=\mu_B(x))$, и обозначать A=B.

Множество A называется *дополнением* к множеству A, если $\forall x\in U(\mu_{\bar{A}}(x)=1-\mu_A(x))$.

В следующей таблице перечислены основные операторы, наиболее часто использующиеся в прикладных задачах для моделирования объединения и пересечения нечетких множеств.

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ		ОБЪЕДИНЕНИЕ	
Оператор		Оператор	
$G_{A\cap B}(x,y)=\min(x,y)$	**A∩B**	$F_{A\cup B}(x,y)=\max(x,y)$	A∪B
$G_{A\otimes B}(x,y)=xy$	**A⊗B**	$F_{A\oplus B}(x,y)=x+y-xy$	**A⊕B**
$G_{A\bullet B}(x,y)=\max(0,x+y-1)$	**A•B**	$F_{A\lozenge B}(x,y)=\min(1,x+y)$	**A◊B**

Как правило, $\cap$ называется пересечением нечетких множеств, $\cup$ - объединением,$\otimes$ - алгебраическим произведением, $\oplus$ - алгебраической суммой, • - ограниченным произведением, ◊ - ограниченной суммой.

Пусть $\alpha\in[0,1]$. *Подмножеством уровня α нечеткого множества A или уровневым множеством* называется обычное множество, определяемое как

$$A_\alpha=\{x\,|\,\mu_A(x)\geq\alpha\}.$$

Пример 3. Пусть $A=\{(x_1/0.8), (x_2/0.1), (x_3/1), (x_4/0.3), (x_5/0.6)\}$. Тогда

$$A_{0.3}=\{(x_1/1), (x_2/0), (x_3/1), (x_4/1), (x_5/1)\},$$
$$A_{0.6}=\{(x_1/1), (x_2/0), (x_3/1), (x_4/0), (x_5/1)\}$$

Рассмотрим некоторые свойства уровневых множеств.

1. Если $\alpha_2\geq\alpha_1$, то $A_{\alpha 2}\subset A_{\alpha 1}$.
2. **Теорема о декомпозиции.** Любое нечеткое подмножество A можно следующим образом разложить на произведения обычных подмножеств по коэффициентам α_i:

$$A=\max_{\alpha_i}(\alpha_1 A_{\alpha 1}, \alpha_2 A_{\alpha 2},\ldots, \alpha_n A_{\alpha n}),$$

где $0<\alpha_i\leq 1$, $(i=1,\ldots, n)$.

Нечётким отношением R на множестве X называется нечеткое подмножество декартова произведения X×X, характеризующееся функцией принадлежности $\mu_R:X\times X\to[0,1]$. Значение $\mu_R(x, y)$ понимается как степень выполнения отношения xRy.

Специальные операции для нечетких отношений A и B, определенных на универсальном множестве X:

(max-min) – композиция (максминная композиция)

$$\mu_{A\circ B}(x, y)=\max_{z\in X}\min\{\mu_A(x, z), \mu_B(z, y)\};$$

(max-•) – композиция (максмультипликативная композиция)

$$\mu_{A\bullet B}(x, y)=\max_{z\in X}\{\mu_A(x, z)\bullet\mu_B(z, y)\};$$

(min-max) – композиция (минмаксная композиция)

$$\mu_{A*B}(x, y)=\min_{z\in X} \max\{\mu_A(x, z), \mu_B(z, y)\}.$$

Примеры решения задач

Задача 1. Пусть U={x_1, x_2, x_3, x_4, x_5}, A={(x_1/0.2), (x_2/0), (x_3/0.5), (x_4/1), (x_5/0.7)}. Используя теорему о декомпозиции, получить разложение множества A.

A=max(0.2 {(x_1/1), (x_2/0), (x_3/1), (x_4/1), (x_5/1)}, 0.5{(x_1/0), (x_2/0), (x_3/1), (x_4/1), (x_5/1)}, 0.7{(x_1/0), (x_2/0), (x_3/0), (x_4/1), (x_5/1)}, 1{(x_1/0), (x_2/0), (x_3/0), (x_4/1), (x_5/0)}).

Задача 2. Найдем расстояние Хемминга, относительное расстояние Хемминга, евклидово расстояние и относительное евклидово расстояние для нечетких множеств А.и.В.

A={(x_1/0.7), (x_2/0.2), (x_3/0), (x_4/0.6), (x_5/0.5), (x_6/1), (x_7/0)},

B={(x_1/0.2), (x_2/0), (x_3/0), (x_4/0.6), (x_5/0.8), (x_6/0.4), (x_7/1)}.

К наиболее известным расстояниям относятся следующие:

$$d(A,B)=\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i)\right|$$

расстояние Хемминга, или линейное расстояние, 0≤d(A,B)≤n;

$$e(A,B)=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i)\right)^2}$$

евклидово, или квадратичное расстояние, 0≤e(A,B)≤√n.

Часто вместо d(A,B) и e(A,B) пользуются относительными расстояниями:

$$\delta(A,B)=\frac{d(A,B)}{n}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left|\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i)\right|$$

относительное расстояние Хемминга;

$$\varepsilon(A,B)=\frac{e(A,B)}{\sqrt{n}}=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(\mu_A(x_i)-\mu_B(x_i)\right)^2}$$

относительное евклидово расстояние.

A={(x_1/0.7), (x_2/0.2), (x_3/0), (x_4/0.6), (x_5/0.5), (x_6/1), (x_7/0)},

B={(x_1/0.2), (x_2/0), (x_3/0), (x_4/0.6), (x_5/0.8), (x_6/0.4), (x_7/1)}.

d(A,B)=|0.7-0.2|+|0.2-0|+|0-0|+|0.6-0.6|+|0.5-0.8|+|1-0.4|+|0-1|=

=0.5+0.2+0+0+0.3+0.6+1=2.6,

$$\delta(A,B)=\frac{d(A,B)}{7}=\frac{2.6}{7}=0.37,$$

$e^2(A,B)=(0.7-0.2)^2+(0.2-0)^2+(0-0)^2+(0.6-0.6)^2+(0.5-0.8)^2+(1-0.4)^2+(0-1)^2=$
$=(0.5)^2+(0.2)^2+(0)^2+(0)^2+(0.3)^2+(0.6)^2+(1)^2=1.74,$

$$e(A,B)=\sqrt{1.74}=1.32,$$

$$\varepsilon(A,B)=\frac{e(A,B)}{\sqrt{7}}=\frac{1.32}{\sqrt{7}}=0.49.$$

Задача 3. Пусть нечеткие отношения R_1 и R_2 заданы на одном и том же множестве $X=\{x_1,x_2,x_3\}$. Получить объединение этих двух отношений, обозначаемое $R_1 \cup R_2$, и пересечение, обозначаемое $R_1 \cap R_2$.

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	0.3	0.2	1
x_2	0.8	1	0
x_3	0.5	0	0.4

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	0.3	0	0.7
x_2	0.1	0.8	1
x_3	0.6	0.9	0.3

$R_1 \cup R_2$	x_1	x_2	x_3
x_1	0.3	0.2	1
x_2	0.8	1	1
x_3	0.6	0.9	0.4

$R_1 \cap R_2$	x_1	x_2	x_3
x_1	0.3	0	0.7
x_2	0.1	0.8	0
x_3	0.5	0	0.3

Практическая часть
Задания

1. Получить уровневые множества для нечетких отношений.
A={(x_1/0.1), (x_2/0.8), (x_3/1), (x_4/0.4), (x_5/0.3), (x_6/0.7), (x_7/1)},
B={(x_1/0.9), (x_2/0.2), (x_3/0.6), (x_4/1), (x_5/0.9), (x_6/1), (x_7/0,5)}.

2. Найдем расстояние Хемминга, относительное расстояние Хемминга, евклидово расстояние и относительное евклидово расстояние для нечетких множеств А.и.В.
A={(x_1/0.1), (x_2/0.8), (x_3/1), (x_4/0.4), (x_5/0.3), (x_6/0.7), (x_7/1)},
B={(x_1/0.9), (x_2/0.2), (x_3/0.6), (x_4/1), (x_5/0.9), (x_6/1), (x_7/0,5)}.

3. Получить объединение и пересечение нечеткие отношения R_1 и R_2 заданы на одном и том же множестве $X=\{x_1,x_2,x_3\}$.

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	1	0.9	0.6
x_2	0.8	0.5	0.7
x_3	0.5	0.4	0.4

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	0.8	0.4	0.2
x_2	0.3	0.8	0.4
x_3	0.2	0.4	0.3

4. Получить разложение нечетких отношений, используя теорему о декомпозиции для отношений.

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	1	0.9	0.6
x_2	0.8	0.5	0.7
x_3	0.5	0.4	0.4

R_1	x_1	x_2	x_3
x_1	0.8	0.4	0.2
x_2	0.3	0.8	0.4
x_3	0.2	0.4	0.3

5. Для нечетких отношений определить максминную композицию, максмультипликативную композицию и минмаксную композицию.

$$\begin{pmatrix} 0.2 & 0.6 \\ 0.5 & 0.8 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0.5 & 0.7 \\ 0.3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Порядок выполнения работы

1. Получить задание у преподавателя.
2. Условия задач приводятся полностью.
3. Провести решение полученных заданий.
4. Проанализировать результаты выполненных заданий.
5. Оформить отчет по лабораторной работе.

Содержание отчета

1. Номер и тема лабораторной работы.
2. Цель выполнения работы.
3. Условия задач приводятся полностью.
4. Решения излагаются подробно, объясняются все действия по ходу решения.
5. Анализ полученных результатов и вывод по работе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов /Ф.А. Новиков. СПб.: Питер, 2004. 364 с.

2. Судоплатов С.В. Элементы дискретной математики / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. М.: ИНФРА-М, 2002. 280 с.

3. Судоплатов С. В. Математическая логика и теория алгоритмов: учебник / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. М.: ИНФРА-М, 2004. – 224 с.

4. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы / Б.Н. Иванов. М.: Лаборатория базовых знаний, 2003. – 288 с.

5. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. СПб.: Лань, 2005. – 400 с.

6. Собенина О.В. Дискретная математика: учеб. пособие / О.В. Собенина. Воронеж: ВГТУ, 2012.(электронное издание).

7. Шапошников А.В. Дискретная математика./ А.В. Шапошников, В.В. Бережной.- Ставрополь, СКФ, 2016.- 199с.

8. Дехтярь М.И. Основы дискретной математики/ М.И. Дехтярь.-2-е изд.,испр.- Москва; Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016.-184с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

к выполнению лабораторных работ
для студентов направления подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»
очной и заочной форм обучения

Составители:
Собенина Ольга Валерьевна
Пак Алла Анатольевна

В авторской редакции

Подписано к изданию 01.04.2022.
Уч.-изд. л. 1,8

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394006 Воронеж, ул.20-летия Октября, 84