

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический  
университет»

**Л.В. Стенюхин М.Е. Семенов Н.Н. Некрасова**

**ПРАКТИКУМ ПО УРАВНЕНИЯМ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Утверждено учебно-методическим советом  
университета в качестве учебного пособия

Воронеж 2018

УДК 53:517(075)

ББК 22.311я7

С 793

**Рецензенты:**

*кафедра математического моделирования  
Воронежского государственного университета  
(зав. кафедрой д-р физ.-мат. наук, профессор В.А. Костин);  
д-р физ.-мат. наук, профессор, зав. кафедрой теоретической и  
прикладной механики ВГТУ В.А. Козлов*

**Стенюхин, Л.В.**

Практикум по уравнениям математической физики:  
С793 учеб. пособие / Л.В. Стенюхин, М.Е. Семенов, Н.Н.  
Некрасова. – Воронеж: ФГБОУ ВО «Воронежский  
государственный технический университет», 2018. – 80 с.

ISBN

Предлагаемое учебное пособие содержит избранные главы курса «Уравнения математической физики», который необходим магистрантам всех направлений подготовки, изучающих дисциплину «Математическое моделирование». В пособии приведены варианты расчетно-графических работ с примерами решения типовых задач.

Издание соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по дисциплине «Математическое моделирование» и предназначено для магистров и научных работников строительных специальностей ВГТУ.

Ил. 9. Библиогр.: 16 назв.

УДК 53:517(075)

ББК 22.311я7

ISBN

© Стенюхин Л.В., Семенов М.Е.,  
Некрасова Н.Н., 2018

© ФГБОУ ВО «Воронежский  
государственный технический  
университет», 2018

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Широкое применение дифференциальных уравнений достаточно актуально в современном научном мире. Описание и моделирование многих статических и динамических процессов приводит к уравнениям в частных производных, которые надо уметь решать.

Уравнения математической физики – один из немногих разделов математики, где рассматриваются задачи, которые позволяют пройти все основные стадии ее решения – от физической модели до компьютерной. Этот факт имеет большое значение, так как устанавливает очевидную связь физических явлений с математическим аппаратом, который эти явления описывает, и программными средствами, которые на основе математической модели позволяют построить компьютерную модель реального физического явления. Поэтому целесообразно изучать уравнения математической физики, параллельно или после изучения какой-либо математической программы, например, MathCAD.

В целом, пособие ориентировано на разнообразные инженерные приложения дифференциальных уравнений в частных производных в математическом моделировании.

Предлагаемое учебное пособие может быть использовано для формирования фундаментальных основ теории моделирования и применения математического аппарата формализации процессов в сложных системах.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г.Н. Берман. – М.: Наука. – 2003. – 416 с.
2. Выгодский, М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я. Выгодский. – М.: ООО «Изд-во Астрель»: «Изд-во АСТ», 2003. – 499 с.
3. Владимиров, В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров. – 4-е изд. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
4. Данко, П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах: учеб. пособие / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова. – М.: Высшая школа, 1999. – Ч. 2 – 416 с.
5. Математическая физика. Энциклопедия / гл. ред. Л. Д. Фадеев. –

М.: Большая Российская энциклопедия, 1998. – 691 с.

6. Полянин, А. Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики / А.Д. Полянин. – М.: Физматлит, 2001. – 576 с.

7. Тихонов, А. Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – 5-е изд. – М.: Наука, 1977. – 735 с.

8. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление / Н.С Пискунов. – М.: Наука, 2003. – 309 с.

9. Понтрягин, Л.С. Дифференциальные уравнения и их приложения / Л.С. Понтрягин. – Изд. 4-е, стер. – М.: УРСС, 2007. – 206 с.

10. Бахвалов, Н.С. Численные методы / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. – 632 с.

11. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по обыкновенным дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. – М.: Наука, 2008. – 176 с.

12. Ортега, Дж. Введение в численные методы решения дифференциальных уравнений / Дж. Ортега, У. Пул. – М.: Наука, 1986. – 288 с.

13. Егоров, А.И. Дифференциальные уравнения для инженерных направлений / А.И. Егоров, Р.К. Мухарлямов, Т.Н. Панкратьева. – Казань: Изд-во КГУ, 2013. – 52 с.

14. Агафонов, С.А. Дифференциальные уравнения. Введение в математическое моделирование в 2-х ч / С.А. Агафонов, А.Д. Герман, Т.В. Муратова. – М.: Изд-во Университетская книга, Логос, 2007. – Ч. 2. – 352 с.

15. Мышенков, В.И. Численные методы: ч. 2. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений: учеб. пособ. для студ. спец. 073000 / В.И. Мышенков, Е.В. Мышенков. – М.: МГУЛ, 2005. – 109 с.

16. Горелов, Ю.Н. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (метод Рунге-Кутты): учеб. пособие / Ю.Н. Горелов. – Самара: Изд-во «Самарский университет», 2006. – 48 с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	3
<b>Глава 1. Дифференциальные уравнения с частными производными второго порядка</b> .....	4
1.1. Понятие дифференциального уравнения с частными производными.....	4
1.2. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка.....	7
1.3. Постановка задач для уравнений математической физики. Начальные и краевые условия.....	11
<b>Глава 2. Одномерное волновое уравнение</b> .....	14
2.1. Решение задачи Коши для однородного одномерного волнового уравнения методом д'Аламбера.....	17
2.2. Решение краевой задачи для однородного одномерного волнового уравнения методом Фурье.....	20
2.3. Примеры решения типовых задач.....	25
<b>Глава 3. Двумерное волновое уравнение</b> .....	33
3.1. Решение краевой задачи для двумерного волнового уравнения на прямоугольнике методом Фурье .....	33
3.2. Пример решения типовой задачи.....	38
<b>Глава 4. Двумерное уравнение Лапласа</b> .....	40
4.1. Решение задачи Дирихле для двумерного уравнения Лапласа на прямоугольнике.....	43
4.2. Пример решения типовой задачи.....	47
<b>Глава 5. Одномерное уравнение теплопроводности</b> .....	51
5.1. Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом интегрального преобразования Фурье.....	53
5.2. Решение краевой задачи для однородного одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье.....	58
5.3. Примеры решения типовых задач .....	61
<b>Глава 6. Расчетно-графические задания</b> .....	68
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	77
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b> .....	77

**Учебное издание**

**Стенюхин Леонид Витальевич  
Семенов Михаил Евгеньевич  
Некрасова Наталия Николаевна**

**ПРАКТИКУМ ПО УРАВНЕНИЯМ  
МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ**

Подписано в печать \_\_\_\_\_ 2018.

Формат 60x84 1/16. Бумага для множительных аппаратов.

Усл. печ. л. \_\_\_\_\_. Тираж \_\_\_\_\_ экз. Заказ № \_\_\_\_\_.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет» 394026 Воронеж, Московский проспект, 14

Участок оперативной полиграфии издательства ВГТУ  
394026 Воронеж, Московский проспект, 14