

Задача 1. На тонком стержне равномерно распределен заряд с линейной плотностью $\tau=2 \cdot 10^{-9}$ Кл/м. Найти зависимость модуля напряженности электрического поля в зависимости от кратчайшего расстояния до этого стержня $E=F(x)$. Найти величину модуля напряженности электрического поля на расстоянии 5 см от стержня. Оценить величину разности потенциалов между точками с координатами $x_1=0.50$ м и $x_2=0.55$ м. ОТВЕТ: $E=\tau/2\pi\epsilon_0 x$; 139 кВ/м; $\Delta\phi \sim 0.7$ В.

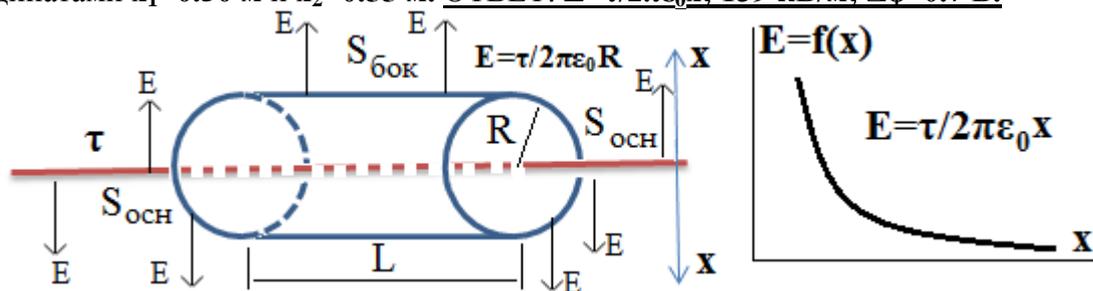


Рис. 1

Решение: Представим стержень внутри цилиндра (длиной L и радиусом R) см. рисунок 1. По теореме Гаусса поток вектора напряженности электрического поля (Φ_E), создаваемого стержнем, через поверхность цилиндра пропорционален сумме зарядов внутри цилиндра. Для цилиндра полная поверхность состоит из двух оснований и одной боковой поверхностей: $S_{\text{цилиндра}} = S_{\text{боковая}} + 2S_{\text{основания}}$.

Сл-но, $\Phi_E = \Phi(\text{через боковую поверхность}) + 2\Phi(\text{через основание})$.

Нормаль к боковой поверхности совпадает с направлением вектора напряженности поля (угол 0°), а нормаль к основанию перпендикулярна вектору напряженности (угол 90°).

$$\Phi_E = (E, S_{\text{бок}}) + 2(E, S_{\text{осн}}) = E2\pi RL \cos 0^\circ + E2\pi R^2 \cos 90^\circ = E2\pi RL.$$

Сумма зарядов внутри цилиндра равна τL , откуда $E2\pi RL = \tau L / \epsilon_0$ и $E = \tau / 2\pi\epsilon_0 R$.

Поскольку радиус цилиндра мы выбирали произвольным образом его можно заменить на « x », окончательный ответ: $E = \tau / 2\pi\epsilon_0 x$. $E(x=0.05\text{м}) = 139$ кВ/м.

Для $x_1=0.50$ м и $x_2=0.55$ м получим $E_1=13.9$ кВ/м; $E_2=12.6$ кВ/м.

Поскольку $E = -\text{grad}\phi$, а с учетом симметрии поля, создаваемого одномерным стержнем, $E = -d\phi/dx = -\Delta\phi/\Delta x$. На отрезке от $x_1=0.50$ м до $x_2=0.55$ м напряженность поля имеет среднюю величину $(13.9+12.6)/2=13.25$ В. Тогда, $\Delta\phi = E_{\text{cp}} \cdot \Delta x = 13.25 \cdot 0.05 \sim 0.7$ В.

Задача 2.

На пластинах P_1 и P_2 (размеры пластин более $1\text{м} \times 1\text{м}$) равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью $\sigma_1 = +2 \cdot 10^{-9}$ Кл/м² и $\sigma_2 = -3 \cdot 10^{-9}$ Кл/м². Между пластинами расстояние 0.1 м. Найти зависимость модуля напряженности электрического поля $E=F(x)$, создаваемого пластинами, в зависимости от координаты « x » (см. рисунок 2). Найти модули напряженности поля в точках с координатами $x=-0.05$ м, 0.05 м, 0.15 м. Определить разность потенциалов между точками с координатами $x_1=0.04$ м и $x_2=0.06$ м.

ОТВЕТ: $E=\sigma/2\epsilon_0$; $E_1=E_3=-56$ В/м; $E_2=280$ В/м; $\Delta\phi \sim -5,6$ В.

Решение: Представим цилиндр (размеры произвольные: высота L , радиус R), который пронизывает пластину - см. рисунок 2. По теореме Гаусса поток вектора напряженности электрического поля (Φ_E), создаваемого пластиной, через поверхность цилиндра пропорционален сумме зарядов внутри цилиндра. Для цилиндра полная поверхность состоит из двух оснований и одной боковой поверхностей: $S_{\text{цилиндра}} = S_{\text{боковая}} + 2S_{\text{основания}}$. Сл-но, $\Phi_E = \Phi(\text{через боковую поверхность}) + 2\Phi(\text{через основание})$. Нормаль к основанию цилиндра совпадает с направлением вектора напряженности поля (угол 0°), а нормаль к боковой поверхности перпендикулярна вектору напряженности (угол 90°), смотри рисунок 2.

$$\Phi_E = (E, S_{\text{бок}}) + 2(E, S_{\text{осн}}) = E2\pi RL \cos 90^\circ + E2\pi R^2 \cos 0^\circ = E2\pi R^2.$$

Сумма зарядов внутри цилиндра равна $\sigma\pi R^2$, откуда $E2\pi R^2 = \sigma\pi R^2$ и $E = \sigma/2\epsilon_0$.

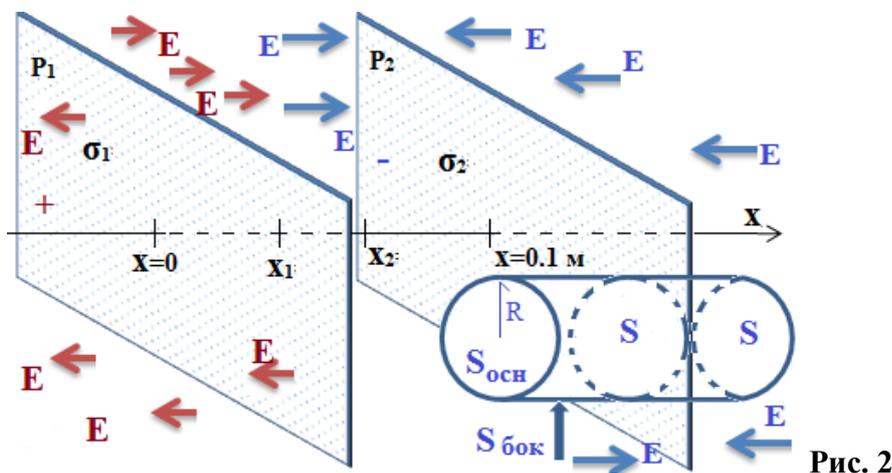


Рис. 2

Доказано, что модуль электрического поля, создаваемого бесконечно большой пластиной ($1\text{ м} \gg 0.1\text{ м}$) не зависит от расстояния до пластины и равен $\frac{\sigma}{2\epsilon_0}$.

Поскольку между пластинами (от $x=0$ до $x=0.1$) векторы напряженности поля направлены в одну сторону, а в интервалах $(-\infty, 0)$ и $(0.1, +\infty)$ векторы напряженности направлены навстречу друг другу, можно записать:

$$E(x=-0.05\text{ м}) = \sigma_1 + \sigma_2 = 2 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 - 3 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 = -1 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 \sim -56\text{ В/м};$$

$$E(x=0.05\text{ м}) = \sigma_1 + \sigma_2 = 2 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 + 3 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 = 5 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 \sim 280\text{ В/м};$$

$$E(x=0.15\text{ м}) = \sigma_1 + \sigma_2 = 2 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 + 3 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 = -1 \cdot 10^{-9} / 2\epsilon_0 \sim -56\text{ В/м};$$

Зависимость модуля напряженности электрического поля $E=F(x)$, создаваемого пластинами, в зависимости от координаты « x » можно представить графически (см. рисунок 3а).

Определение потенциала. Поскольку $E = -\text{grad}\phi$, а с учетом симметрии поля, создаваемого пластинами, $E = -d\phi/dx$. Можно записать: $\phi = -\int E dx = -Ex + C$. Поскольку в интервале $(0, 0.1)$ $E = 280\text{ В/м}$, а в интервалах $(-\infty, 0)$ и $(0.1, +\infty)$ $E = -56\text{ В/м}$, $\phi_1 = 56x + C_1$; $\phi_2 = -280x + C_2$; $\phi_3 = 56x + C_3$. Положим $C_1 = 0\text{ В}$, тогда $\phi_1 = 56x$ и в точке $x=0$ из равенства $\phi_1 = \phi_2$, $56x = -280x + C_2$, получим: $C_2 = 0\text{ В}$ и $\phi_2 = -280x$. В точке $x=0.1$: $\phi_2 = \phi_3$, $-280x = 56x + C_3$ или $C_3 = -33,6\text{ В}$, $\phi_3 = 56x - 33,6$.

ИТОГО: $\phi_1 = 56x$; $\phi_2 = -280x$; $\phi_3 = 56x - 33,6$.

В точках с координатами 0.04 и 0.06 потенциал $\phi(0.04) = -280x = -280 \cdot 0.04 = -11,2\text{ В}$; $\phi(0.06) = -280x = -280 \cdot 0.06 = -16,8\text{ В}$. Следовательно, $\Delta\phi = \phi(0.06) - \phi(0.04) = -16,8 + 11,2 = -5,6\text{ В}$.

Графическая иллюстрация зависимости $\phi(x)$ представлена на рисунке 3б.

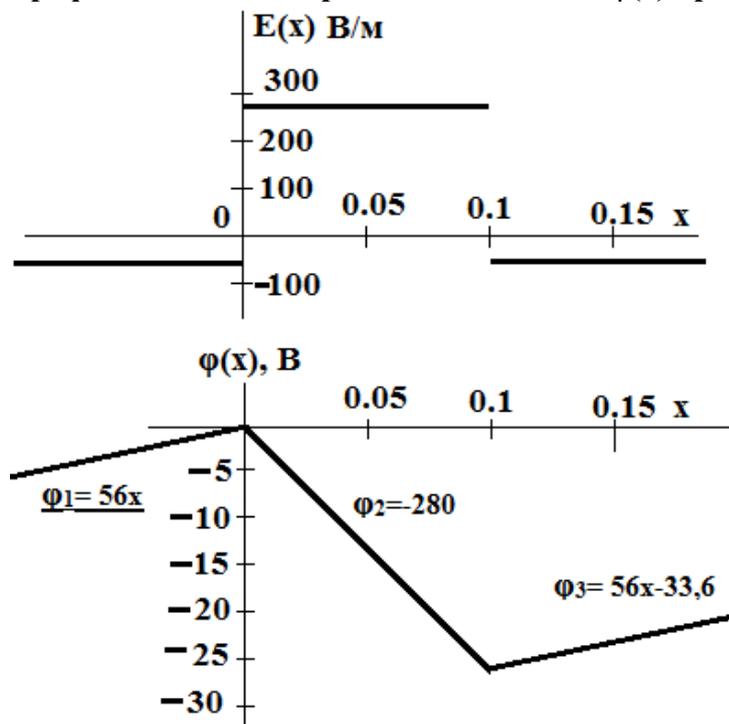


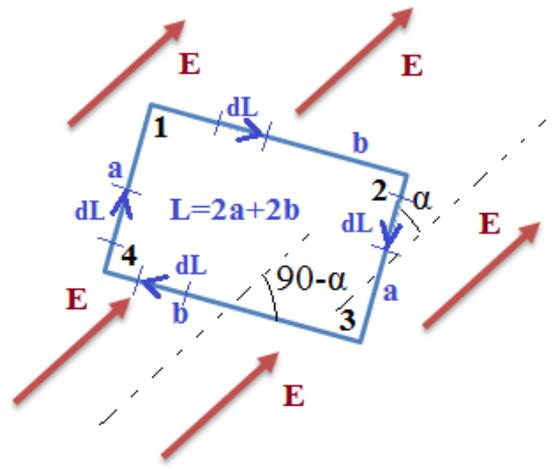
Рис. 3

Задача 3. В электростатическом поле с напряженностью E помещен прямоугольный контур длиной $L=2a+2b$. Найти интеграл $\oint E, dL$ и доказать, что циркуляция вектора E по контуру 1234 (см. Рис. 4) равна нулю.

Решение: Представим искомый интеграл, как сумму четырех интегралов от скалярного произведения векторов E и dL

$$\oint E, dL = \int_1^2 E, dL + \int_2^3 E, dL + \int_3^4 E, dL + \int_4^1 E, dL = E b \cos(90-\alpha) + E a \cos(180-\alpha) + E b \cos(90+\alpha) + E a \cos(0) = Eb - Ea - Eb + Ea = 0.$$

Рис. 4



Задача 4. В электростатическом поле с напряженностью E помещен кольцевой контур длиной $L=2\pi R$. Найти интеграл $\oint E, dL$ и доказать, что циркуляция вектора E по контуру L (см. Рис. 5) равна нулю.

Решение: Запишем искомый интеграл от скалярного произведения векторов E и dL .

С учетом того, что радиус окружности перпендикулярен касательной в этой точке, вектора E и dL взаимно перпендикулярны, сл-но $\cos\alpha=0$. $\oint E, dL = 2\pi R E \cos(\alpha) = 0$.

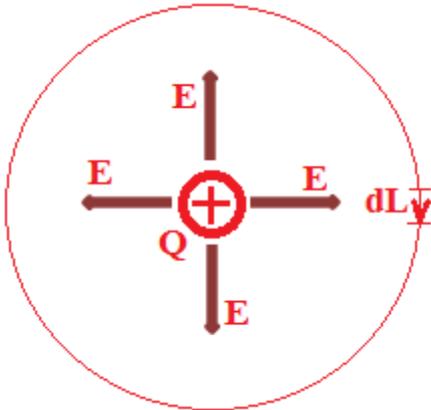


Рис. 5

Задача 5. Для неоднородного электростатического поля в координатах x, y, z пространственное изменение потенциала задано уравнением: $\varphi(x, y, z) = -x^2 + y + 2/z$ [В]. 1) Найти разность потенциалов $\Delta\varphi$ между точками с координатами $(1, 1, 1)$ и $(2, 2, 2)$. 2) Найти вектор напряженности E электрического поля и его модуль в точке с координатами $(1, 1, 1)$. 3) найти объемную плотность заряда в т. $(1, 1, 1)$. ОТВЕТ: 1) $\Delta\varphi = 3$ В; 2) $E = 2xi - j + 2k/z^2$; $\langle E \rangle = 3$ В/м. 3) 11.8×10^{-12} Кл/м³

Решение: 1) $\Delta\varphi = \varphi(111) - \varphi(222) = (-1^2 + 1 + 2) - (-2^2 + 2 + 1) = 2 + 1 = 3$ В.

2) Поскольку $E = -grad\varphi, E = -\left(\frac{d(-x^2)}{dx}\right)i - \frac{dy}{dy}j - \frac{d(2/z)}{dz}k = 2xi - j + \frac{2k}{z^2}$, 3)

модуль в точке с координатами $(1,1,1)$: $E(111) = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + \left(\frac{2}{1^2}\right)^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = \sqrt{9} = 3 \frac{B}{m}$.

3) $divE = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ $\rho = \epsilon_0 \left(\frac{dE_x}{dx} + \frac{dE_y}{dy} + \frac{dE_z}{dz}\right) = \epsilon_0 \left(\frac{d(2x)}{dx} + 0 + \frac{d\left(\frac{2}{z^2}\right)}{dz}\right) = \epsilon_0 \left(2 - \frac{2}{z^3}\right) = \epsilon_0 \left(2 - \frac{2}{3}\right) = \frac{4\epsilon_0}{3} = 11.8 \times 10^{-12} \frac{Кл}{м^3}$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

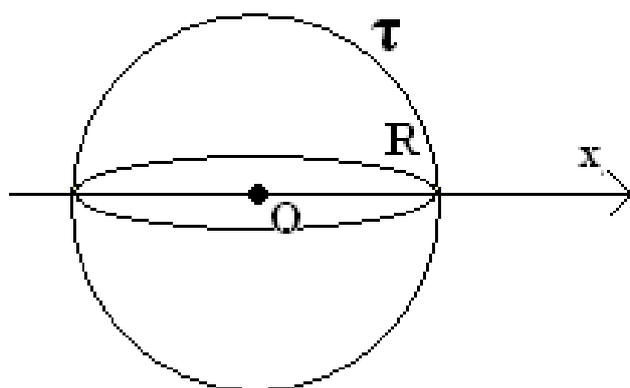
1) На поверхности сферы радиуса R распределен заряд Q с плотностью τ [Кл \times м $^{-2}$] (см. рис А). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость напряженности электростатического поля от расстояния до т. O , т.е. $E=f(x)$.

2) На поверхности сферы радиуса R распределен заряд Q с плотностью τ [Кл \times м $^{-2}$] (см. рис А). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость потенциала электростатического поля от расстояния до т. O , т.е. $\varphi=f(x)$.

3) В объеме шара радиуса R распределен заряд Q с плотностью σ [Кл \times м $^{-3}$] (см. рис В). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость напряженности электростатического поля от расстояния до т. O , т.е. $E=f(x)$.

4) В объеме шара радиуса R распределен заряд Q с плотностью σ [Кл \times м $^{-3}$] (см. рис В). Руководствуясь теоремой Гаусса для электростатического поля, представить графическую зависимость потенциала электростатического поля от расстояния до т. O , т.е. $\varphi=f(x)$.

рис А

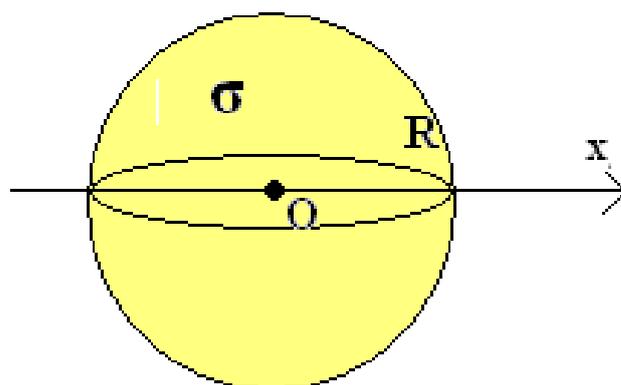


E

x

$E=f(x)$

рис В



φ

x

$\varphi=f(x)$

Вопросы и задачи для самостоятельной подготовки к экзамену (2 Семестр)

ЭЛЕКТРОСТАТИКА

1. Потертый о шерсть, пластмассовый стержень приобрёл заряд $-0,8$ мкКл. Сколько электронов перешло с шерсти на стержень?
2. Каково отношение электрической и гравитационной сил, с которыми два протона действуют друг на друга?
3. Суммарная величина двух зарядов q_1 и q_2 равна 6 мкКл. Разнесенные на расстояние 3 м, они взаимодействуют с силой, равной 8 мН. Определите величину каждого заряда, если они а) одноименные; б) разноименные.
4. Три электрических заряда $+25$ нКл, $+20$ нКл и -15 нКл расположены в вершинах равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом, равным 2 м, причем отрицательный заряд расположен в вершине прямого угла. Найти модуль силы действующей на заряд $+20$ нКл?
5. Четыре заряда расположены в вершинах квадрата. Величины зарядов одинаковы и равны q . Какой заряд Q нужно поместить в центр квадрата, чтобы вся система находилась в состоянии равновесия? Будет ли равновесие устойчиво?
6. На пробный заряд 5 нКл действует сила 2×10^{-4} Н. Какова напряженность электрического поля в точке, где находится заряд?
7. Два положительных точечных заряда $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = 12$ нКл расположены на расстоянии 4 м друг от друга. Какова напряженность электрического поля в точке, расположенной на прямой, соединяющей заряды, а) между зарядами на расстоянии 1 м от заряда q_2 , б) на расстоянии 3 м от заряда q_2 и 7 м от заряда q_1 ?
8. В какой точке прямой, соединяющей заряды в предыдущей задаче, напряженность электрического поля равна нулю? Пусть пробный заряд, помещенный в эту точку, может двигаться только по прямой, соединяющей заряды. Будет ли его равновесие устойчивым?
9. Электрическое поле создается зарядами, расположенными на кольце радиуса R с линейной плотностью τ . Найти зависимость напряженности поля E на оси кольца как функцию расстояния x до плоскости кольца.
10. Длинный прямой тонкий провод заряжен с постоянной линейной плотностью заряда $\tau = -6,8$ мкКл/м. Он окружен толстым цилиндрическим равномерно заряженным слоем с внутренним радиусом $R_1 = 2,5$ см и наружным радиусом $R_2 = 3,5$ см. Какова плотность заряда ρ в этом слое, если снаружи электрическое поле отсутствует?
11. На сфере радиусом 6 см равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью 9 нКл/м². Какова напряженность поля в точках, отстоящих от центра сферы, на а) 2 см; б) $5,9$ см; в) $6,1$ см; г) 10 см?
12. Каков потенциал электрического поля ϕ , создаваемого протоном с электрическим зарядом $q = 1,6 \times 10^{-19}$ Кл, на расстоянии $0,529 \times 10^{-10}$ м от протона? Какова потенциальная энергия взаимодействия протона и электрона на этом расстоянии, соответствующем радиусу атома водорода?
13. Протон массой $m = 1,67 \times 10^{-27}$ кг и электрическим зарядом $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл начинает двигаться в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 5$ Н/Кл. Какова его скорость V после прохождения расстояния $d = 4$ см?
14. Два точечных заряда $+q$ и $-q$ находятся на расстоянии a друг от друга. Каков потенциал электрического поля этих зарядов в точках, лежащих на соединяющей их прямой на расстояниях, много больших a ?
15. Электрический диполь состоит из двух маленьких шариков с массами m и зарядами $\pm q$, соединенных невесомым стержнем длиной L . При помещении диполя в однородное электрическое поле он ориентируется вдоль поля и при малых смещениях (поворотных) из положения устойчивого равновесия совершает колебания. Покажите, что эти колебания гармонические, и найдите их частоту.
16. Однородное электрическое поле направлено противоположно оси x . Точки a и b лежат на оси x : $x_a = 2$ м; $x_b = 6$ м. а) Положительна или отрицательна разность потенциалов $\phi_b - \phi_a$; б) Если разность потенциалов между a и b составляет 10 В, чему равно значение напряженности поля?
17. Напряженность электрического поля изменяется с расстоянием по закону $E = \alpha x$. Какова разность потенциалов между точками x_0 и x_1 ?
18. Электрон, движущийся со скоростью 2×10^6 м/с, влетает в область, где напряженность электрического поля составляет 400 Н/Кл, перпендикулярно силовым линиям поля. а) Каково

ускорение электрона при движении в поле? б) За какое время электрон переместится на расстояние 10 см вдоль своей первоначальной скорости? в) На сколько и в каком направлении электрон при этом отклонится от первоначального направления движения?

19. Грани куба с ребром a однородно заряжены с поверхностной плотностью σ . В центр куба помещен заряд Q . С какой силой этот заряд взаимодействует с каждой из граней?

ОТВЕТЫ:

1. 5×10^{12} электронов. 2. $F_{эл}/F_{гр} = 1,24 \times 10^{36}$. 3. а) 4 мкКл и 2 мкКл; б) +7,12 мкКл и -1,12 мкКл. 4. $F = 4,85 \times 10^{-7}$ Н. 5. $Q = -q(1/4 + \sqrt{2}/2)$, равновесие неустойчиво.

6. 4×10^4 Н/Кл. 7. а) $E \sim 100$ Н/Кл, направлена в сторону заряда q_1 ; б) $E \sim 13,5$ Н/Кл, направлена вдоль прямой от зарядов.

8. Между зарядами на расстоянии 1,8 м от заряда q_1 . Равновесие положительного пробного заряда устойчиво.

9. Ответ: $E = \frac{1}{2\epsilon_0} \frac{Rx\tau}{(R^2+x^2)^{3/2}}$. Решение. Из симметрии задачи следует, что вектор напряженности в любой точке на оси кольца направлен перпендикулярно его плоскости. Поэтому достаточно сложить проекции на это направление напряженности, создаваемой каждым элементарным зарядом $\Delta q = \tau \Delta l$: $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum \Delta l \frac{\tau \times \Delta l}{(R^2+x^2)} \cos \alpha$

Для $\cos \alpha$ имеем: $\cos \alpha = \frac{x}{\sqrt{(R^2+x^2)}}$. При $x \rightarrow 0$ имеем $E \rightarrow 0$. При $x \rightarrow \infty (x \gg R)$ получаем выражение для поля точечного заряда. 10. $\rho = -\frac{\tau}{\pi(R_2^2 - R_1^2)} = 3,6 \times 10^{-3}$ Кл/м³. 11. а) 0; б) 0; в) 984 Н/Кл; г) 366 Н/Кл. 12. $\varphi = 27,2$ В; $W_u = e\varphi = -27,2$ эВ = $-4,35 \cdot 10^{-18}$ Дж. 13. $V = \sqrt{2qEd/m} = 6,19 \times 10^3$ м/с. 14. $\varphi = \pm \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qa}{x^2}$. Знак "+" берется в случае, когда к точке с координатой x ближе находится заряд $+q$. 15. $\dot{\omega}^2 = 2qE/(ml)$, где E — напряженность электрического поля. 16. а) Положительна; б) 25 кВ/м. 17. $\varphi(x_0) - \varphi(x_1) = 0,5a(x_1^2 - x_0^2)$. 18. а) $7,03 \times 10^{13}$ м/с²; б) 5×10^{-8} с; в) на 8,8 см в направлении, противоположном направлению напряженности поля.

19. Ответ: $F = \sigma Q/6\epsilon_0$. Решение. По теореме Гаусса вычислим Φ — поток вектора напряженности, создаваемой зарядом Q , через поверхность куба. Он равен Q/ϵ_0 . С другой стороны $\Phi = 6 \sum_{\Delta S} \frac{Q}{r^2} \Delta S \cos \vartheta$; в этом выражении ΔS — площадь малого элемента поверхности куба, r — длина вектора, соединяющего заряд Q с этим элементом, ϑ — угол, который составляет этот вектор с нормалью к элементу ΔS . Суммирование идет по одной из граней куба. Сила F , действующая на грань куба, дается выражением: $F = \sigma \sum_{\Delta S} \frac{Q}{r^2} \Delta S \cos \vartheta$. Следовательно, $F = \sigma \times \frac{\Phi}{6} = \frac{\sigma Q}{6\epsilon_0}$

Постоянный ток

1. Разность потенциалов между концами проводника с удельным сопротивлением ρ , площадью поперечного сечения S и длиной l равна U . Как изменится средняя скорость направленного движения электронов вдоль проводника V , если увеличить в три раза а) напряжение U ; б) длину l ; в) площадь S ?

2. При какой температуре t сопротивление медного провода будет на 10% больше, чем при $t = 20^\circ\text{C}$?

3. Пластины плоского конденсатора присоединены к источнику питания с постоянным напряжением $U = 300$ В. Пластины сближаются с постоянной скоростью $v = 1$ мм/с. Какой ток идет по соединительным проводам в тот момент, когда расстояние между пластинами равно $L = 2$ мм, если площадь пластины $S = 400$ см²?

4. Каково эквивалентное сопротивление R двух параллельно соединенных резисторов с сопротивлениями R_1 и R_2 , рассматриваемое как функция отношения $x = R_1 / R_2$. Постройте график зависимости $R(x)$.

5. Электрический чайник имеет две обмотки. При включении одной из них чайник вскипает через $t_1 = 10$ мин, при включении другой — через $t_2 = 15$ мин. Через сколько времени чайник вскипит, если эти обмотки включить вместе: а) параллельно; б) последовательно.

6. Линия электропередачи обладает погонным сопротивлением 0,02 Ом/км. Подсчитайте тепловые потери в линии при передаче мощности 200 кВт на расстояние 10 км при напряжении а) 240 В; б) 4,4 кВ.

7. Напряжение на зажимах аккумулятора, вращающего стартер автомобиля, равно 11,4 В при токе в цепи 20 А. Каково внутреннее сопротивление аккумулятора, если без нагрузки напряжение на нем 12В?

8. При замыкании источника тока на резистор сопротивлением 5 Ом ток в цепи равен 0,5 А, а при замыкании на резистор сопротивлением 11 Ом ток равен 0,25 А. Определите ЭДС и внутреннее сопротивление r источника.

9. Найти ток короткого замыкания аккумулятора $I_{кз}$, если при токе нагрузки I_1 он отдает во внешнюю цепь мощность P_1 , а при токе I_2 — мощность P_2 .

10. К источнику с ЭДС = 8 В подключена нагрузка. Напряжение на зажимах источника $U = 6,4$ В. Определить к.п.д. установки.

11. Источник тока с ЭДС = 6 В и внутренним сопротивлением = 1 Ом замкнут на сопротивление $R = 11$ Ом. Определите: а) ток в цепи; б) напряжение на зажимах источника тока U ; в) развиваемую источником тока мощность P ; г) мощность, выделяющуюся на внешнем сопротивлении P_r .

12. Батарея с ЭДС = 40 В и внутренним сопротивлением = 5 Ом замыкается на внешнее сопротивление R , изменяющееся от 0 до 35 Ом. Построить график зависимости от внешнего

сопротивления R и от силы тока в цепи I : а) мощности P_R , отдаваемой во внешнюю цепь; б) мощности P_r , выделяющейся внутри источника; в) полной мощности P ; г) к.п.д. источника тока.

13. Найти, при каком значении сопротивления внешней цепи мощность, отдаваемая источником тока во внешнюю цепь, максимальна и каково значение величины тока при этом. ЭДС источника равна ϵ , внутреннее сопротивление r .

14. Два источника тока с ЭДС ϵ_1 , ϵ_2 и внутренними сопротивлениями r_1 и r_2 соединены последовательно и замкнуты на сопротивление R . Как изменится ток в сопротивлении R , если второй источник замкнуть накоротко?

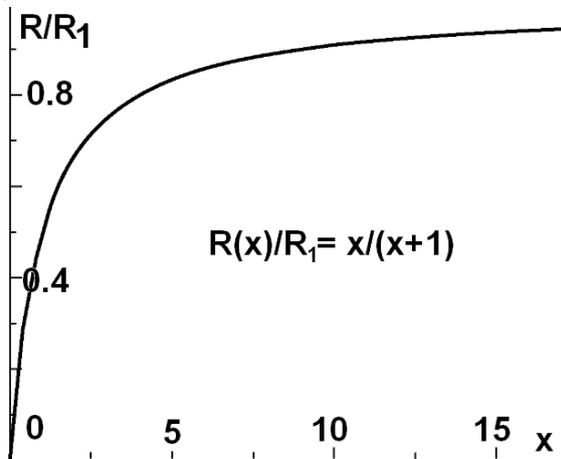
ОТВЕТЫ

1. $V = U / I \epsilon n p$, где e — заряд носителей тока, n — их концентрация. Увеличение в три раза напряжения приводит к увеличению в три раза скорости направленного движения электронов V . Увеличение длины проводника в три раза — к трехкратному уменьшению этой скорости. Площадь поперечного сечения S на скорость упорядоченного движения электронов не влияет.

2. $t_1 = t + 0,1 / \alpha_{Cu} \sim 45^0$

3. $I = \epsilon_0 S U V / L^2 = 2,71 \cdot 10^{-8}$ А.

4.



5. Если пренебречь различием потерь тепла при разном времени нагревания чайника, при параллельном соединении обмоток вода в чайнике вскипит через $t = t_1 t_2 / (t_1 + t_2) = 6$ мин, а при последовательном — через $t = t_1 + t_2 = 25$ мин.

6. а) 139 кВт; б) 413 Вт.

7. 0,03 Ом.

8. $\epsilon = 3$ В; $r = 1$ Ом.

9. $I = \frac{P_2 I_1^2 - P_1 I_2^2}{P_2 I_1 - P_1 I_2}$

10. $\eta = U / \epsilon = 0,8$.

11. а) $I = 0,5$ А; б) $U = 5,5$ В; в) $P =$ Вт; г) $P_r = 2,75$ Вт.

12.

$$\text{а) } P_R(R) = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}, P_R(I) = \varepsilon I - I^2 r;$$

$$\text{б) } P_r(R) = \frac{\varepsilon^2 r}{(R+r)^2}, P_r(I) = I^2 r;$$

$$\text{в) } P(R) = \frac{\varepsilon^2}{(R+r)}, P(I) = \varepsilon I;$$

$$\text{г) } \eta(R) = \frac{R}{R+r}, \eta(I) = 1 - \frac{Ir}{\varepsilon}.$$

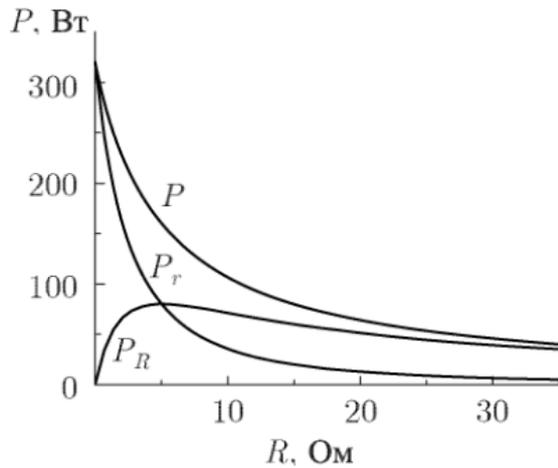


Рис. 2.17

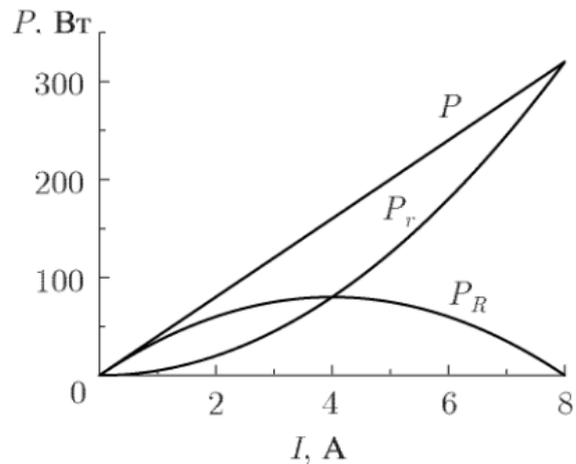
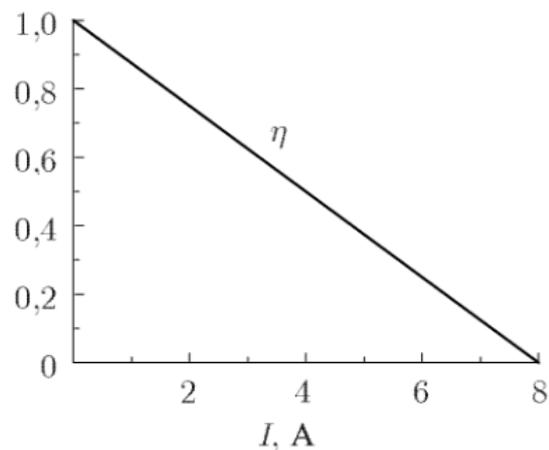
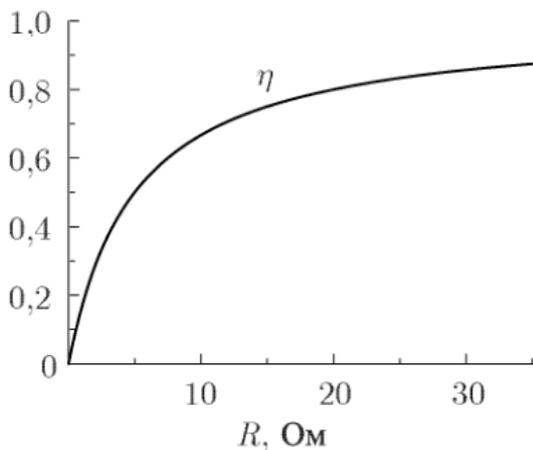


Рис. 2.18



13. При $\varepsilon_1 r_2 < \varepsilon_2 (r_1 + R)$ закорачивание второго источника тока приводит к уменьшению тока через сопротивление R . При обратном неравенстве — к увеличению тока через R . При равенстве этого соотношения ток через R не изменится.

МАГНЕТИЗМ

4.1. На катушку радиусом $r = 5$ см намотано $N = 80$ витков провода, обладающего сопротивлением $R = 30$ Ом. С какой скоростью должна изменяться индукция пронизывающего катушку магнитного поля B , чтобы ток в обмотке I равнялся 4 А?

4.2. Плоский проволочный виток, имеющий площадь S и сопротивление R , находится в однородном магнитном поле с индукцией B . Направление вектора магнитной индукции перпендикулярно плоскости витка. Магнитное поле исчезает с постоянной скоростью за время t . Какое количество теплоты Q выделится в витке?

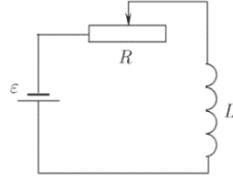
4.3. Заряд Q равномерно распределен по тонкому непроводящему кольцу, которое лежит на гладкой горизонтальной плоскости. Индукция магнитного поля, перпендикулярная плоскости

кольца, меняется от 0 до B . Масса кольца m . Какую угловую скорость вращения ω приобретет кольцо?

4.4. Проволочную катушку (N витков) помещают в однородное магнитное поле так, что линии индукции перпендикулярны плоскости витков, и с помощью гибких проводников подсоединяют к гальванометру. При быстром удалении катушки из магнитного поля по цепи протекает заряд q , измеряемый гальванометром. Найти индукцию магнитного поля B . Все витки имеют одинаковую площадь. Полное сопротивление цепи равно R .

4.5. Из плоского проволочного витка, имеющего сопротивление R , один раз медленно, другой — в три раза быстрее выдвигают магнит. Одинаковую ли работу совершает внешняя сила, выдвигающая магнит?

4.6. В электрической цепи (см. рис.) включены последовательно источник тока с ЭДС \mathcal{E} и нулевым внутренним сопротивлением, реостат и катушка индуктивности L . В цепи идет установившийся ток. В некоторый момент времени сопротивление реостата начинают менять таким образом, что ток в цепи уменьшается с постоянной скоростью $\Delta I/\Delta t$. Чему равен ток в цепи при



сопротивлению реостата R ?

ОТВЕТЫ:

4.1. $\Delta B/\Delta t = IR/(N\pi r^2) \approx 191$ Тл/с.

4.2. $Q = B^2 S^2/(Rt)$.

4.3. Ответ: $\omega = QB/(2m)$.

Решение. При изменении во времени индукции магнитного поля возникнет вихревое электрическое поле E . Именно оно будет раскручивать заряженное кольцо, поскольку заряды вдоль диэлектрика перемещаться не могут. Для определения напряженности вихревого поля воспользуемся законом электромагнитной индукции: $\mathcal{E}_i = -\pi R^2(\Delta B/\Delta t)$, где R — радиус кольца.

С другой стороны, ЭДС индукции можно выразить через работу сил, действующей на заряды со стороны вихревого электрического поля $\mathcal{E}_i = 2\pi RE$. Для E получаем

$$E = \frac{R \Delta B}{2 \Delta t}.$$

В этой формуле опущен знак “минус”, поскольку нас интересует модуль вектора напряженности. Сила, раскручивающая кольцо, в любой точке кольца направлена по касательной вдоль напряженности вихревого электрического поля. Модуль линейного ускорения a любой точки кольца можно найти как отношение силы, действующей на заряд, распределенный по кольцу, QE к массе кольца m :

$$a = \frac{QE}{m} = \frac{QR \Delta B}{2m \Delta t}.$$

Изменение линейной скорости кольца за время Δt

$$\Delta V = a\Delta t = \frac{QR\Delta B}{2m}.$$

Поскольку угловая скорость ω связана с линейной скоростью V соотношением $V = \omega R$, для $\Delta\omega$ получаем: $\Delta\omega = \frac{Q\Delta B}{2m}$.

Если индукция магнитного поля изменилось от 0 до B , угловая скорость вращения достигнет значения $\omega = QB/(2m)$. Отметим, что ответ не зависит от времени, в течение которого происходит изменение магнитного поля.

4.4. Ответ: $B = qR/(NS)$.

Решение. Пусть за время Δt магнитный поток через катушку изменился на величину $\Delta\Phi = NS\Delta B$, где ΔB — изменение среднего магнитного поля в катушке за время Δt . Тогда в катушке возникнет индукционный ток

$$I = -\frac{NS\Delta B}{R\Delta t}.$$

Заряд, протекающий через гальванометр за время Δt , $\Delta q = I\Delta t = -\frac{NS}{R}\Delta B$.

Полный заряд за все время изменения магнитного поля до нуля дается соотношением $q = (NS/R)B$. Отметим, что при внесении катушки в магнитное поле выражение для величины тока и заряда осталось бы таким же, но направление тока и знак заряда были бы противоположны. Для индукции магнитного поля B получаем: $B = qR/(NS)$. Полный заряд не зависит от того, по какому закону изменяется магнитный поток со временем.

4.5. Ответ: работа при быстром выдвигании магнита в три раза больше.

Решение. Заряд, прошедший через виток при медленном и быстром выдвигании витка, одинаков. Он определяется только изменением магнитного потока $\Delta\Phi$ через виток

$$q = \frac{\Delta\Phi}{R}.$$

Работа, совершаемая внешней силой, равна $q \cdot \varepsilon_i$, где ε_i — ЭДС индукции, возникающая в витке. Поскольку ε_i определяется скоростью изменения магнитного потока $\Delta\Phi/\Delta t$, то работа во втором случае будет в три раза большей.

4.6. Ответ: $I = \frac{\varepsilon + L(\Delta I/\Delta t)}{R}$.

Решение. При изменении тока в цепи наряду с ЭДС источника тока возникает ЭДС самоиндукции ε_i , определяемая соотношением $\varepsilon_i = L(\Delta I/\Delta t)$, где $\Delta I/\Delta t$ — заданный в условии модуль скорости изменения тока в цепи. Теперь с помощью закона Ома имеем

$$I = \frac{\varepsilon + \varepsilon_i}{R} = \frac{\varepsilon + L(\Delta I/\Delta t)}{R}.$$

Обратим внимание на то, что если прекратить изменение тока в цепи, т. е. перестать передвигать движок реостата, то ток в цепи станет меньше и будет равным $I = \varepsilon/R$.

ЗАДАНИЯ ПОВЫШЕННОЙ СЛОЖНОСТИ!

Мысленно провести эксперимент и предложить варианты решения.

Условие для проведения (мысленно) эксперимента с подробностями и подсказками:

Схема содержит ЭДС, соленоид (известной индуктивности, L), реостат (диапазон сопротивлений от R_{\min} до R_{\max}), и амперметр. График $R(t)$ иллюстрирует (см. рис. а) показания реостата (на отрезке времени 0-1 сопротивление неизменно, на отрезке 1-2 сопротивление уменьшают до R_{\min} с постоянной скоростью, а затем увеличивают до R_{\max}), на отрезке времени 2- ∞ сопротивление равно R_{\max} . График $I(t)$ иллюстрирует (см. рис. б) показания амперметра (на отрезке времени 0-1 сила тока $I = \varepsilon/R$, а на отрезке времени 2- ∞ — $I = \varepsilon/R_{\max}$).

Требуется, с учетом явления самоиндукции в соленоиде, определить характер изменения силы тока на отрезке времени 1-2.

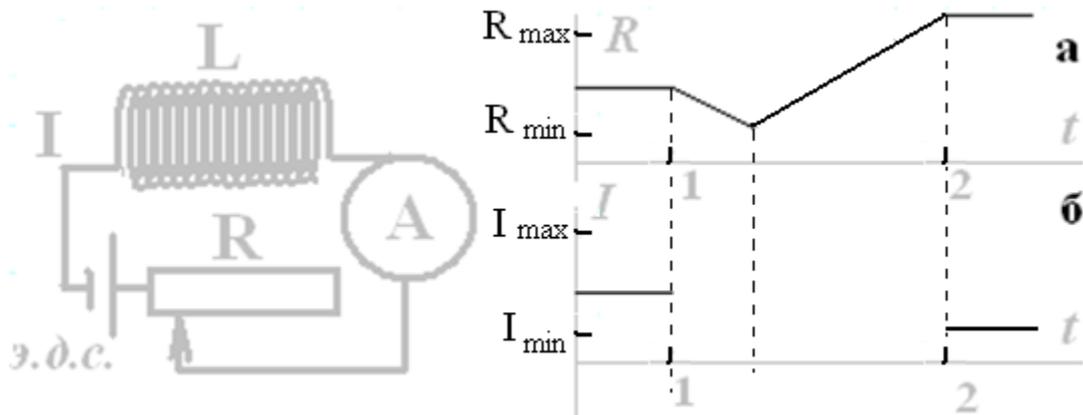


Схема содержит ЭДС (внутреннее сопротивление ~ 0), соленоид (индуктивность L), активное сопротивление (R), ключ (K) и амперметр (A). Ключ замыкают в момент времени $t=1$ и размыкают в момент $t=2$ (см. рисунок 1). Дать графическую иллюстрацию изменения силы тока $I(t)$ в цепи с учетом явления самоиндукции в соленоиде.

Схема содержит ЭДС (внутреннее сопротивление ~ 0), соленоид (индуктивность L), активное сопротивление (R), ключ (K) и амперметр (A). Ключ размыкают в момент времени $t=1$ и замыкают в момент $t=2$ (см. рисунок 1). Дать графическую иллюстрацию изменения силы тока $I(t)$ в цепи с учетом явления самоиндукции в соленоиде.

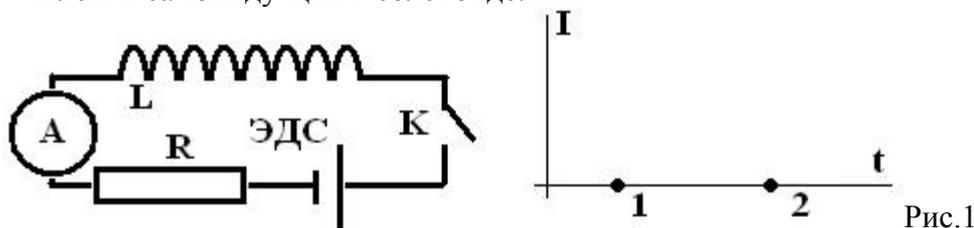


Рис.1

Схема содержит ЭДС (внутреннее сопротивление ~ 0), соленоид (индуктивность L_0 без сердечника и L_c с ферромагнитным сердечником ΦM), активное сопротивление (R) и амперметр (A). В моменты времени $t < 1$ и $t > 2$ соленоид не имеет сердечника. С момента времени $t=1$ и до $t=2$ ΦM сердечник с постоянной скоростью вдвигают в соленоид. Дать графическую иллюстрацию изменения силы тока $I(t)$ в цепи с учетом явления самоиндукции в соленоиде. (см. рисунок 2)

Схема содержит ЭДС (внутреннее сопротивление ~ 0), соленоид (индуктивность L_0 без сердечника и L_c с ферромагнитным сердечником ΦM), активное сопротивление (R) и амперметр (A). В момент времени $t < 1$ соленоид имеет ΦM сердечник. С момента времени $t=1$ и до $t=2$ сердечник с постоянной скоростью выдвигают из соленоида. Дать графическую иллюстрацию изменения силы тока $I(t)$ в цепи с учетом явления самоиндукции в соленоиде. (см. рисунок 2)

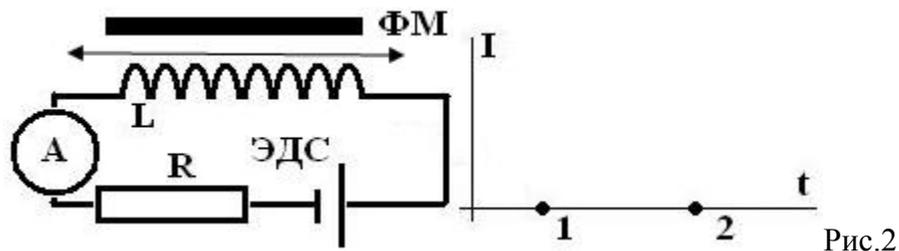


Рис.2