МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета информационных технологий и компьютерной безопасности

_______________/А.В.Бредихин/

_____________29.08. 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Специальность 10.05.02 Информационная безопасность телекоммуникационных систем

Специализация специализация № 9 "Управление безопасностью телекоммуникационных систем и сетей"

Квалификация выпускника специалист по защите информации

Нормативный период обучения 5 лет и 6 м.

Форма обучения очная

Год начала подготовки 2025

Автор программы _______________ И.М.Семилетов

Заведующий кафедрой Высшей математики и физико-математического моделирования _______________ И.Л.Батаронов

Руководитель ОПОП _______________ С.С.Куликов

Воронеж 2025

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Цели дисциплины

– формирование теоретической и практической подготовленности к использованию понятий и методов теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов в профессиональной деятельности

1.2. Задачи освоения дисциплины

- ознакомление обучаемых с основными понятиями и методами теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов;

– обучение умению оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении вероятностных и статистических понятий, символов для выражения количественных и качественных отношений;

- привитие обучаемым навыков использования рассматриваемого аппарата теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов в задачах управления безопасностью телекоммуникационных систем и сетей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам базовой части блока Б1.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» направлен на формирование следующих компетенций:

ОПК-3 – Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов;
	уметь применять стандартные методы и модели к решению теоретико-вероятностных и статистических задач;
	владеть навыками использования расчётных формул, таблиц, компьютерных программ при решении математических задач.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоёмкость дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» составляет 7 з. е.

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам занятий

очная форма обучения

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры		
		4	5	
Аудиторные занятия (всего)	162	90	72	
В том числе:				
Лекции	90	54	36	
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36	
Самостоятельная работа	54	18	36	
Часы на контроль	36	–	36	
Виды промежуточной аттестации – зачёт, экзамен	+	+	+	
Общая трудоёмкость: академические часы зач. ед.	252 7	108 3	144 4	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий

очная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	СРС	Всего, час
1	Случайные события	Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Перестановки. Размещения. Сочетания. Перестановки с повторениями. Размещения с повторениями. Сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Теорема о числе подмножеств множества и следствие из неё. Полиномиальная формула. Формула бинома Ньютона для произвольного действительного показателя. Испытание. События и их виды. Полная группа событий. Элементарные исходы (элементарные события). Благоприятствующие исходы. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Принцип практической невозможности маловероятных событий. Относительная частота (частость). Статистическое определение вероятности. Свойство устойчивости относительной частоты. Отличие классического и статистического определений вероятности. Мера области. Геометрическое определение вероятности. Сумма, произведение, разность двух событий. Теорема сложения и следствие из неё. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу. Противоположные события, теорема об их сумме вероятностей. Аксиоматическое построение теории вероятностей А.Н. Колмогорова. Пространство элементарных событий. Поле событий. Аксиомы вероятностей и основные следствия из них. Вероятностное пространство и распределение вероятностей на нём. Дискретное вероятностное пространство. Независимость событий. Теорема умножения для независимых событий и следствие из неё. Теорема о появлении хотя бы одного события и следствие из неё. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема	8	5	3	16

		умножения и следствие из неё. Теорема сложения вероятностей для совместных событий. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Схема независимых повторных испытаний Бернулли. Формула Бернулли, её частные случаи. Наивероятнейшее число успехов в последовательности независимых испытаний. Локальная и интегральная теоремы Муавра - Лапласа. Формула Пуассона. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.				
2	Случайные величины	Определение случайной величины. Функция распределения случайной величины, её свойства и геометрический смысл. Кумулята. Определение дискретной случайной величины. Способы её описания: закон распределения, многоугольник распределения. Числовые характеристики случайных величин. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства и вероятностный смысл. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях. Отклонение (центрированная случайная величина), теорема о его математическом ожидании. Дисперсия, её свойства и вероятностный смысл. Теорема о дисперсии. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях. Среднее квадратическое отклонение. Среднее квадратическое отклонение алгебраической суммы взаимно-независимых случайных величин. Дискретная случайная величина, принимающая целочисленные значения. Биномиальное, пуассоновское, равномерное, геометрическое, гипергеометрическое, полиномиальное распределения. Числовые характеристики биномиального, пуассоновского, равномерного, геометрического распределений. Производящие функции, теоремы о них. Определение непрерывной случайной величины, способы её описания. Плотность вероятностей, её свойства. Кривая распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности вероятностей. Числовые характеристики непрерывных случайных величин. Нормальное распределение, его числовые характеристики. Свойства плотности нормального распределения. Нормальная кривая. Нормированное нормальное распределение, его плотность, нормированная нормальная кривая. Функция распределения для нормальной случайной величины. Функция распределения для нормированной нормальной случайной величины и её свойство. Влияние параметров нормального распределения на форму и расположение нормальной кривой. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Функция Лапласа. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило трёх сигм, его сущность. Равномерное распределение, распределения Рэлея, Коши, показательное (экспоненциальное) распределение. Числовые характеристики этих распределений. Мода, медиана, центральные и начальные моменты, квантиль, критическая точка случайной величины. Унимодальные, бимодальные, полимодальные распределения. Многомерная случайная величина, её закон и функция распределения. Двумерная плотность вероятностей, условие нормировки. Математическое ожидание и дисперсия	8	5	3	16

		двумерной случайной величины. Ковариация и её свойства. Некоррелированные случайные величины. Ковариационная матрица и её свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Корреляционная матрица. Частные (парциальные) плотности вероятностей, математические ожидания и дисперсии составляющих двумерной случайной величины. Двумерное нормальное распределение.				
3	Функции случайных величин	Функции от случайных величин. Закон распределения функции от одной случайной величины. Плотность вероятностей функции от одной случайной величины. Правило определения функции распределения по заданной плотности распределения. Распределение χ^2. Числовые характеристики функций случайных величин. Системы функций нескольких случайных величин. Характеристические функции. Закон больших чисел в узком и широком смыслах. Первое и второе неравенства Чебышёва. Теорема Чебышёва, её частный случай. Сущность теоремы Чебышёва. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Теорема Ляпунова (центральная предельная теорема).	8	5	2	15
4	Случайные процессы и их характеристики	Случайный процесс. Сечение случайного процесса. Траектория (реализация) случайного процесса. Характеристики случайного процесса. Математическое ожидание случайного процесса и его свойства. Дисперсия случайного процесса и её свойства. Центрированный случайный процесс. Корреляционная функция случайного процесса и её свойства. Нормированная корреляционная функция случайного процесса и её свойство. Взаимная корреляционная функция двух случайных процессов и её свойства. Коррелированные и некоррелированные случайные процессы. Нормированная взаимная корреляционная функция двух случайных процессов и её свойство. Теорема о математическом ожидании суммы конечного числа случайных процессов и следствие из неё. Теорема о корреляционной функции суммы двух коррелированных случайных процессов, её обобщение и следствия из теоремы. Сходимость в среднеквадратичном последовательности случайных величин и её предел в среднеквадратичном. Дифференцируемый случайный процесс и его производная. Теорема о математическом ожидании производной от случайного процесса и её обобщение. Теоремы о корреляционной функции производной от случайного процесса и взаимной корреляционной функции случайного процесса и его производной. Интеграл от случайного процесса. Теоремы о математическом ожидании, корреляционной функции интеграла от случайного процесса. Теорема о взаимной корреляционной функции случайного процесса и интеграла от него. Стационарный случайный процесс и его свойства. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса. Нормированная корреляционная функция стационарного случайного процесса и её свойство. Стационарно связанные случайные процессы. Корреляционная функция производной от стационарного случайного процесса. Корреляционная функция и дисперсия интеграла от стационарного случайного процесса. Взаимная корреляционная функция дифференцируемого стационарного случайного процесса и его	8	5	2	15

		производных. Спектральная плотность стационарного случайного процесса. Формулы Винера - Хинчина. Нормированная спектральная плотность. Взаимная спектральная плотность двух стационарных и стационарно связанных случайных процессов. Выражение взаимной корреляционной функции через взаимную спектральную плотность. Стационарная линейная динамическая система. Формула для математического ожидания выходной функции. Передаточная функция. Частотная характеристика. Связь между спектральными плотностями выходной и входной функций. Выражение корреляционной функции и дисперсии через спектральную плотность выходной функции.				
5	Марковские процессы	Случайный процесс с дискретными состояниями. Случайный процесс с непрерывным временем. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями (процесс без последействия). Граф состояний. Вероятности состояний системы. Шаги случайного процесса с дискретными состояниями. Марковская цепь (цепь Маркова). Переходная вероятность. Однородная цепь Маркова. Матрица перехода системы, свойства её элементов. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Размеченный граф состояний. Уравнения Колмогорова, правило их составления. Предельный стационарный режим. Предельные вероятности состояний, их вероятностный смысл и нахождение. Процесс гибели-размножения.	8	5	2	15
6	Системы массового обслуживания, их элементы и характеристики	Система обслуживания, входной поток, выходной поток, очереди. их элементы. Процессы массового обслуживания. Заявки (требования). Дисциплина очереди. Время ожидания обслуживания. Каналы обслуживания. Классификация систем обслуживания. Предмет теории массового обслуживания. Простейший поток. Стационарность и ординарность входного потока, отсутствие последействия во входном потоке. Теорема о числе заявок при простейшем входном потоке и следствия из неё. Интенсивность (плотность) простейшего потока. Теорема о длительности временного интервала между двумя последовательными заявками в простейшем входном потоке и следствие из неё. Время обслуживания, её плотность распределения (вероятностей). Интенсивность обслуживания, её функция распределения. Время ожидания, её плотность распределения (вероятностей) и функция распределения.	8	5	2	15
7	Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания	Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания. Размеченный граф состояний, его элементы. Правило составления уравнений Колмогорова. Абсолютная и относительная пропускная способность. Системы массового обслуживания с ожиданием. Интенсивность ухода из очереди. Размеченный граф состояний рассматриваемой системы обслуживания, система уравнений Колмогорова для неё.	4	4	2	10
8	Стационарный режим функционирования систем массового обслуживания	Стационарный режим функционирования системы обслуживания. Система уравнений Колмогорова для системы обслуживания с ожиданием. Вероятности состояний. Приведённая плотность потока заявок. Приведённая плотность потока ухода заявок из очереди. Средняя длина очереди. Относительная пропускная способность системы. Среднее число занятых каналов	2	2	2	6

		обслуживания. Чистая система обслуживания с ожиданием и её особенности. Особенности системы обслуживания с отказами. Формулы Эрланга. Особенности стационарных режимов функционирования систем обслуживания с ограниченной длиной очереди.				
9	Выборочный метод	Математическая статистика, её связь с теорией вероятностей. Задачи математической статистики. Статистическая совокупность. Генеральная совокупность. Выборка. Сущность выборочного метода. Виды выборок. Способы отбора. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки (дискретный статистический ряд). Интервальный статистический ряд. Графическое представление выборки: полигон и гистограмма. Алгоритм построения гистограммы частот. Формулы Стерджеса и Брукса. Эмпирическая функция распределения и её свойства. Статистическая оценка. Точечные оценки, требования к ним. Генеральная и выборочная средние. Генеральная и выборочная дисперсии. Поправочный коэффициент Бесселя. Исправленная выборочная дисперсия. Генеральное среднее квадратическое отклонение и его оценка. Оценка дисперсии и среднего квадратического отклонения выборочной средней (стандарт). Статистические оценки моды, медианы, моментов, эксцесса, асимметрии. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия. Функция правдоподобия. Уравнение правдоподобия. Интервальная оценка. Доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал. Нахождение доверительных интервалов для математического ожидания нормально распределённого признака генеральной совокупности при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении. Коэффициент Стьюдента. Доверительный интервал для дисперсии нормальной случайной величины. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли. Распределение Стьюдента.	12	12	12	36
10	Проверка статистических гипотез	Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Ошибки 1-го и 2-го рода. Уровень значимости. Статистический критерий, его наблюдаемое значение. Критическая область, её виды. Область принятия гипотезы. Критические точки. Основной принцип проверки статистических гипотез. Мощность критерия. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Критерий Фишера-Снедекора. Сравнение двух средних произвольно распределённых генеральных совокупностей. Z-критерий. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей. Критерий Стьюдента. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объёма. Критерий Бартлетта. Однофакторный дисперсионный анализ. Факторная и остаточная дисперсии. Понятие о многофакторном дисперсионном анализе. Двухфакторный дисперсионный анализ. Критерий согласия χ^2 Пирсона. Проверка гипотезы о независимости двух случайных величин. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона. Критерии согласия Колмогорова, Колмогорова-Смирнова. Сравнение вероятности успеха p в одном испытании с заданным значением p_0. Использование	12	12	12	36

		доверительных интервалов для параметра *p*. Проверка гипотезы о равенстве параметров двух биномиально распределённых совокупностей. Непараметрические методы математической статистики. Критерий знаков. Критерий Уилкоксона. Критерий Уилкоксона-Манна-Уитни. Критерий серий.				
11	Корреляционно-регрессионный анализ	Виды зависимостей между случайными величинами. Условные средние. Условные математические ожидания дискретной случайной величины и функции регрессии. Выборочные уравнения регрессии. Коэффициент линейной регрессии. Линейная регрессионная модель общего вида. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным. Геометрический смысл выборочных коэффициентов линейной регрессии. Корреляционная таблица. Выборочные уравнения линейной регрессии в случае сгруппированных данных. Метод наименьших квадратов. Некоторые нелинейные задачи, сводящиеся к линейным моделям. Генеральный и выборочный коэффициенты линейной корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Множественная корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, связь между ними. Формула для коэффициента Спирмена при наличии связанных рангов. Коэффициент конкордации (согласованности) рангов Кендалла. Коэффициенты ассоциации, контингенции (сопряжённости), бисериальной корреляции. Полиномиальная, степенная, показательная, экспоненциальная, гиперболическая регрессии. Линеаризация экспериментальных данных для степенной, экспоненциальной и гиперболической регрессии. Использование ортогональных систем функций.	12	12	12	36
		Итого	**90**	**72**	**54**	**216**

5.2 Перечень лабораторных работ

Не предусмотрено учебным планом

6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

В соответствии с учебным планом освоение дисциплины не предусматривает выполнение курсового проекта (работы) или контрольной работы.

Типовые расчёты.

Четвёртый семестр

Типовой расчёт по теме «Случайные события», выдаётся на 6 неделе, приём на 7 неделе, типовой расчёт по теме «Случайные величины. Функции случайных величин», выдаётся на 8 неделе, приём на 9 неделе. Типовой расчёт по теме «Теория случайных процессов», выдаётся на 14 неделе, приём на 15 неделе, типовой расчёт по теме «Марковские случайные процессы», выдаётся на 16 неделе, приём на 17 неделе, тест по теме «Системы массового обслуживания» на 18 неделе.

Пятый семестр

Типовой расчёт по теме «Выборочный метод», выдаётся на 6 неделе, приём на 8 неделе, типовой расчёт по теме «Проверка статистических гипотез. Корреляционно-регрессионный анализ», выдаётся на 16 неделе, приём на 18 неделе.

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов;	Тест	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	уметь применять стандартные методы и модели к решению теоретико-вероятностных и статистических задач;	Решение стандартных практических задач	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	владеть навыками использования расчётных формул, таблиц, компьютерных программ при решении математических задач.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах

7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4, 5 семестре для очной формы обучения по двух/четырехбалльной системе:

«зачтено»

«не зачтено»

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Зачтено	Не зачтено
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов;	Тест	Выполнение теста на 70-100%	Выполнение менее 70%
	уметь стандартные методы и модели к решению теоретико-вероятностных и статистических задач;	Решение стандартных практических задач	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

	владеть навыками использования расчетных формул, таблиц, компьютерных программ при решении математических задач.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

или
«отлично»;
«хорошо»;
«удовлетворительно»;
«неудовлетворительно».

Компе-тенция	**Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции**	**Критерии оценивания**	**Отлично**	**Хорошо**	**Удовл.**	**Неудовл.**
ОПК-3	знать основные понятия и методы теории вероятностей, математической статистики и теории случайных процессов;	Тест	Выполнение теста на 90- 100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	уметь стандартные методы и модели к решению теоретико-вероятностных и статистических задач;	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	владеть навыками использования расчетных формул, таблиц, компьютерных программ при решении математических задач.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены

7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

Четвёртый семестр

1. Когда применяется классический способ задания вероятности:
а) пространство элементарных событий бесконечно, все события равновозможные и независимые;
б) пространство элементарных событий замкнуто, все события независимы;
в) пространство элементарных событий конечно, все события равновозможные;
г) пространство элементарных событий конечно, все элементарные события независимы.
2. Когда применяется геометрический способ вычисления вероятности:

а) пространство элементарных событий бесконечно, все события равновозможные и независимые;
б) пространство элементарных событий замкнуто, все события независимы;
в) при вычислении вероятности попадания точки, брошенной наудачу в подобласть конечной плоской или пространственной области;
г) пространство элементарных событий конечно, все элементарные события независимы.

3. Формулой Бернулли называется формула:

а) $P_n(k)=\dfrac{1}{\sqrt{npq}}\varphi(x)$

б) $P_n(k)=C_n^k p^k q^{n-k}$

в) $P_n(k)=\dfrac{\lambda^k}{k!}e^{-\lambda}$

г) $P_A(B_i)=\dfrac{P(B_i)P_{B_i}(A)}{P(A)},\ i=\overline{1,n}$

д) $P_A(B_i)=\sum\limits_{i=1}^{n}P(B_i)P_{B_i}(A)$

4. Если вероятность наступления события A в каждом испытании равна 0,25, то для нахождения вероятности того, что событие A наступит от 215 до 300 раз в 1000 испытаниях, вы пользуетесь:

а) формулой Бернулли
б) формулой Пуассона
в) локальной теоремой Муавра-Лапласа
г) интегральной теоремой Муавра-Лапласа
д) формулой Байеса

5. Функция распределения вероятностей случайной величины:

а) невозрастающая;

б) неубывающая;

в) возрастающая;

г) убывающая.

6. Сущность предельных теорем и закона больших чисел заключается:
а) в определении числовых характеристик случайных величин при большом числе наблюдаемых данных;
б) в поведении числовых характеристик и законов распределения наблюдаемых значений случайных величин;
в) в определении области применения нормального закона распределения случайных величин при сложении большого количества случайных величин;
г) в поведении числовых характеристик и законов распределения случайных величин при увеличении числа наблюдений и опытов.

7. Коэффициент корреляции случайных величин характеризует:
а) степень независимости между случайными величинами;

б) степень нелинейной зависимости между случайными величинами;
в) степень линейной зависимости между случайными величинами;
г) степень регрессии между случайными величинами.

8. Функцией $Y = f(X)$ от случайной величины X называется

а) случайная величина Y, ставящая в соответствие каждому значению x случайной величины X по некоторому правилу или закону f несколько определённых значений y_i;

б) детерминированная величина Y, ставящая в соответствие каждому значению x случайной величины X по некоторому правилу или закону f одно определённое значение y;

в) детерминированная величина Y, ставящая в соответствие каждому значению x случайной величины X по некоторому правилу или закону f несколько определённых значений y_i;

г) случайная величина Y, ставящая в соответствие каждому значению x случайной величины X по некоторому правилу или закону f одно определённое значение y.

9. χ^2 - распределение с одной степенью свободы является распределением

а) квадрата случайной величины, имеющей стандартное нормальное распределение;

б) квадрата случайной величины, имеющей биномиальное распределение;

в) квадрата случайной величины, имеющей показательное распределение;

г) квадрата случайной величины, имеющей равномерное распределение.

10. Если случайная величина X непрерывна и имеет плотность $f(x)$, то дисперсия случайной величины Y, зависящей функционально от случайной величины X: $Y = \varphi(X)$, находится по формуле;

а) $D_y = D(Y) = M\left(Y - m_y\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\varphi(x) - m_y\right) f(x)\,dx;$

б) $D_y = D(Y) = M\left(\left(Y - m_y\right)^2\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\varphi(x) - m_y\right)^2 f(x)\,dx;$

в) $D_y = D(Y) = M\left(Y^2\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \varphi^2(x) f(x)\,dx;$

г) $D_y = D(Y) = M\left(\left(Y + m_y\right)^2\right) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \left(\varphi(x) + m_y\right)^2 f(x)\,dx.\,1.$

11. Стационарным называется случайный процесс $X(t)$, математическое ожидание которого постоянно при всех значениях аргумента t и корреляционная функция которого зависит только от
а) разности аргументов $\tau = t_2 - t_1;$
б) суммы аргументов $\tau = t_2 + t_1;$
в) произведения аргументов $\tau = t_1 t_2;$
г) частного аргументов $\tau = \frac{t_2}{t_1},\, t_1 \neq 0.$

12. Корреляционная функция стационарного случайного процесса есть функция одного аргумента
а) $\tau = t_2 + t_1;$
б) $\tau = t_2 - t_1;$
в) $\tau = t_1 t_2;$
г) $\tau = \frac{t_2}{t_1},\, t_1 \neq 0.$

13. Спектральной плотностью стационарного случайного процесса $X(t)$ называется функция $s_x(\omega)$, которая связана с корреляционной функцией $k_x(\tau)$ взаимно - обратными преобразованиями Фурье:

а) $s_x(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} k_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,\; k_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega;$

б) $s_x(\omega) = \int\limits_{-\omega}^{\omega} k_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,\; k_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\tau}^{\tau} s_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega;$

в) $s_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} k_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,\; k_x(\tau) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega;$

г) $s_x(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\omega}^{\omega} k_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau,\; k_x(\tau) = \int\limits_{-\tau}^{\tau} s_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega.$

14. Если $r_{xy}(\tau)$– взаимная корреляционная функция двух стационарных и стационарно связанных случайных процессов $X(t)$ и $Y(t)$, то взаимная спектральная плотность $s_{xy}(\omega)$ определяется преобразованием Фурье:

а) $s_{xy}(\omega) = \frac{1}{\pi} \int\limits_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau;$ б) $s_{xy}(\omega) = 2\pi \int\limits_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau;$

в) $s_{xy}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau)e^{i\omega\tau}d\tau$; г) $s_{xy}(\omega)=\frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{\infty} r_{xy}(\tau)e^{-i\omega\tau}d\tau.$

15. Взаимная корреляционная функция выражается через взаимную спектральную плотность с помощью обратного преобразования Фурье:

а) $r_{xy}(\tau)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_{xy}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$; б) $r_{xy}(\tau)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_{xy}(\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega$;

в) $r_{xy}(\tau)=2\pi\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_{xy}(\omega)e^{i\omega\tau}d\omega$; г) $r_{xy}(\tau)=2\pi\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_{xy}(\omega)e^{-i\omega\tau}d\omega.$

16. Если m_x – математическое ожидание входной функции $X(t)$ стационарной линейной динамической системы, описываемой линейным дифференциальным уравнением с постоянными коэффициентами вида

$$\left(a_0Y^{(n)}(t)+a_1Y^{(n-1)}(t)+...+a_n\right)Y(t)=\left(b_0X^{(m)}(t)+b_1^{(m-1)}X(t)+...+b_m\right)Y(t),$$

то математическое ожидание выходной функции $Y(t)$ находится по формуле

а) $m_y=b_ma_mm_x$; б) $m_y=\frac{b_m}{a_m}m_x$; в) $m_y=(b_m+a_m)m_x$; г) $m_y=(b_m-a_m)m_x$.

17. Если $\Phi(i\omega)$ – передаточная функция линейной динамической системы, то спектральные плотности входной и выходной функций связаны равенством

а) $s_y(\omega)=s_x(\omega)+|\Phi(i\omega)|^2$; б) $s_y(\omega)=s_x(\omega)-|\Phi(i\omega)|^2$;

в) $s_y(\omega)=s_x(\omega)|\Phi(i\omega)|^2$; г) $s_y(\omega)=\frac{s_x(\omega)}{|\Phi(i\omega)|^2}$.

18. Входной поток в системе обслуживания, удовлетворяющий требованиям стационарности, ординарности и отсутствия последействия, называется

а) марковским; б) нормальным;

в) непрерывным; г) простейшим.

19. Процессы массового обслуживания являются

а) процессами гибели - размножения;

б) винеровскими;

в) гауссовыми;

г) нормальными.

20. Относительной пропускной способностью системы обслуживания с отказами называется отношение

а) минимального числа заявок, обслуживаемых системой в единицу времени, к максимальному числу поступивших за это время заявок;

б) среднего числа заявок, обслуживаемых системой в единицу времени, к среднему числу поступивших за это время заявок;

в) максимального числа заявок, обслуживаемых системой в единицу времени, к максимальному числу поступивших за это время заявок;

г) среднего числа заявок, обслуживаемых системой в единицу времени, к максимальному числу поступивших за это время заявок.

Пятый семестр

1. Наиболее общая статистическая совокупность называется
а) генеральной совокупностью;
б) выборочной совокупностью;
в) универсальным множеством;
г) независимым множеством.
2. Среднее арифметическое значение признака X в генеральной совокупности называется
а) выборочной средней;
б) генеральной средней;
в) выборочной дисперсией:
г) генеральной дисперсией.
3. К оценкам генеральной совокупности предъявляются следующие требования:
а) оценка должна быть стационарной, эргодической и эффективной;
б) оценка должна быть состоятельной, эргодической и эффективной;
в) оценка должна быть состоятельной, стационарной и эргодической;
г) оценка должна быть состоятельной, эффективной и несмещенной.
4. Точечной оценкой генеральной средней служит
а) генеральная дисперсия;
б) выборочная дисперсия;
в) выборочная средняя.
5. Статистическая оценка генерального параметра называется эффективной, если она имеет
а) наименьшую возможную дисперсию;

б) наибольшую возможную дисперсию;
в) среднюю возможную дисперсию;
г) постоянную дисперсию.
6. Несмещённой оценкой генеральной дисперсии является

а) выборочная дисперсия;

б) исправленная выборочная дисперсия;

в) выборочная средняя;

г) выборочное среднее квадратическое отклонение.
7. Графическое изображение дискретного статистического ряда называется
а) гистограммой:
б) многоугольником распределения;
в) полигоном распределения;
г) нормальной кривой.
8. Если по выборке найдены $\overline{x}_в = c;\quad \overline{x^2} = d,$ то выборочная дисперсия
а) $\sigma_в^2 = d^2 - c;$
б) $\sigma_в^2 = d^2 + c;$
в) $\sigma_в^2 = d + c^2;$
г) $\sigma_в^2 = d - c^2.$
9. По определению выборочная дисперсия равна
а) $\sigma_в^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}_в\right)^2 m_i;$
б) $\sigma_в^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}_в\right)^2 m_i;$
в) $\sigma_в^2 = \frac{n}{n-1}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}_в\right)^2 m_i;$
г) $\sigma_в^2 = \frac{n^2}{n^2-1}\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}_в\right)^2 m_i.$
10. Статистической гипотезой называют:

а) предположение относительно статистического критерия;

б) предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности;

в) предположение относительно объема генеральной совокупности;

г) предположение относительно объема выборочной совокупности.

7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

Четвёртый семестр

1. На плоскости нарисованы две концентрические окружности, радиусы

которых 6 и 12 см соответственно. Какова вероятность того, что точка, брошенная наудачу в большой круг, попадёт в кольцо, образованное указанными окружностями?

а) 0,5; б) 0,65; в) 0,12; г) 0,75; д) 0,60.

2. Случайная величина X распределена равномерно в интервале $(2;6)$ и $f(x)$ – её плотность вероятности. Тогда значение произведения $40f(3)$ равно

а) 8; б) 9; в) 7; г) 10; д) 11.

3. Случайная величина X задана законом распределения:

x_i	0	x_2	5
p_i	0,1	0,2	0,7

Найти значение x_2, если $M(X)=5,5.$

а) 3; б) 1; в) 10; г) 0,8; д) 12.

4. Случайная величина задана плотностью распределения

$$f(x)=\begin{cases}0 \text{ при } x\le 0;\\ cx \text{ при } 0<x\le 1;\\ 0 \text{ при } x>1.\end{cases}$$

Найти коэффициент c.

а) 2; б) 1; в) 0,5; г) -1; д) 1,5.

5. Случайная величина X распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 30 и 10. Найти вероятность того, что X примет значение, принадлежащее интервалу $(10, 50)$.

а) 0,9544; б) 0, 4772; в) 0,054; г) 0,108.

6. Случайная величина X распределена нормально. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение X соответственно равны 20 и 10. Найти вероятность того, что отклонение по модулю будет меньше 3.

а) 0,1179; б) 0, 2358; в) 0,3814; г) 0,7628.

7. Пусть X – время опоздания студента на лекцию, причём известно, что $M(X)=1$ (мин). Используя первое неравенство Чебышёва, оценить вероятность того, что студент опоздает не менее, чем на 5 мин.

а) $P(X\ge 5)\le 0,8;$

б) $P(X\ge 5)\ge 0,2;$

в) $P(X \ge 5) \le 0,2$;

г) $P(X \ge 5) \ge 0,8$.

8. Задана плотность распределения $f(x)$ случайной величины X, возможные значения которой заключены в интервале (a,b). Найти плотность распределения случайной величины $Y = 3X$.

а) $g(y) = 3f(3y)$; б) $g(y) = 3f\left(\frac{y}{3}\right)$; в) $g(y) = \frac{1}{3}f(3y)$; г) $g(y) = \frac{1}{3}f\left(\frac{y}{3}\right)$.

9. Случайная величина X задана плотностью распределения $f(x) = \frac{1}{2}\sin x$ в интервале $(0,\pi)$; вне этого интервала $f(x) = 0$. Найти математическое ожидание случайной величины $Y = \varphi(X) = X^2$.

а) $M\left(X^2\right) = \frac{\pi^2 - 4}{2}$; б) $M\left(X^2\right) = \frac{2}{\pi^2 - 4}$; в) $M\left(X^2\right) = 2\left(\pi^2 - 4\right)$; г) $M\left(X^2\right) = \frac{\pi^2 - 2}{4}$.

10. Задана функция распределения $F(x)$ случайной величины X. Найти функцию распределения $G(y)$ случайной величины $Y = 3X + 2$.

а) $G(y) = F\left(\frac{3}{y-2}\right)$; б) $G(y) = F\left(\frac{y-2}{3}\right)$; в) $G(y) = F\left(3(y-2)\right)$; г) $G(y) = F(3y+2)$.

11.Случайный процесс определяется формулой $Y(t) = Xe^{-t}, t > 0$, где X – случайная величина, распределённая по нормальному закону математическим ожиданием, равным 3, и средним квадратическим отклонением, равным 1. Найти математическое ожидание случайного процесса $Y(t)$.

а) $m_Y(t) = 3e^{-t}$; б) $m_Y(t) = e^{-t}$; в) $m_Y(t) = 3e^{t}$; г) $m_Y(t) = 9e^{-t}$.

12. Используя условие задания 1, найти дисперсию случайного процесса $Y(t)$.

а) $D_Y(t) = e^{-t}$; б) $D_Y(t) = e^{-2t}$; в) $D_Y(t) = 3e^{-t}$; г) $D_Y(t) = 9e^{-2t}$.

13. Используя условие задания 1, найти корреляционную функцию случайного процесса $Y(t)$.

а) $K_Y(t_1,t_2) = e^{-(t_1 - t_2)}$; б) $K_Y(t_1,t_2) = e^{-t_1 t_2}$; в) $K_Y(t_1,t_2) = e^{-(t_1 + t_2)}$; г) $K_Y(t_1,t_2) = e^{-\frac{t_1}{t_2}}$.

14. Найти взаимную корреляционную функцию двух случайных процессов: $X(t) = t^2U$ и $Y(t) = t^3U$, где U – случайная величина, причём $D(U) = 5$.

а) $R_{xy} = 5t_1t_2$; б) $R_{xy} = 5t_1^3t_2^2$; в) $R_{xy} = 25t_1^2t_2^3$; г) $R_{xy} = 5t_1^2t_2^3$.

15. Зная математическое ожидание $m_x(t)=3t^2+1$ случайного процесса $X(t)$, найти математическое ожидание интеграла $Y(t)=\int_0^t X(s)\,ds.$

а) $m_y(t)=t^3+t;$ б) $m_y(t)=t^3-t;$ в) $m_y(t)=3t^2+1;$ г) $m_y(t)=3t^2-1.$

16. Найти спектральную плотность стационарного случайного процесса $X(t)$, зная его корреляционную функцию $k_x(\tau)=1-|\tau|$ при $|\tau|\le 1;$ корреляционная функция равна нулю при $|\tau|>1.$

а) $s_x(\omega)=\dfrac{\sin\frac{\omega}{2}}{\pi\omega};$ б) $s_x(\omega)=2\dfrac{\sin^2\frac{\omega}{2}}{\pi\omega^2};$ в) $s_x(\omega)=\dfrac{\sin^2\frac{\omega}{2}}{2\pi\omega^2};$ г) $s_x(\omega)=\dfrac{\sin\omega}{2\pi\omega}.$

17. Найти корреляционную функцию стационарного случайного процесса $X(t)$, зная его спектральную плотность $s_x(\omega)=s_0$ в интервале $-\omega_0\le\omega\le\omega_0;$ вне этого интервала $s_x(\omega)=0.$

а) $k_x(\tau)=2s_0\dfrac{\tau}{\sin\omega_0\tau};$ б) $k_x(\tau)=2\omega_0\dfrac{\sin s_0\tau}{\tau};$

в) $k_x(\tau)=2\omega_0\dfrac{\tau}{\sin s_0\tau};$ г) $k_x(\tau)=2s_0\dfrac{\sin\omega_0\tau}{\tau}.$

18. На вход линейной стационарной динамической системы, описываемой уравнением $Y'(t)+2Y(t)=5X'(t)+6X(t),$ подаётся стационарный случайный процесс $X(t)$ с математическим ожиданием $m_x=5.$ Найти математическое ожидание случайного процесса $Y(t)$ на выходе системы в установившемся режиме (после затухания переходного процесса).

а) $m_y=15;$ б) $m_y=10;$ в) $m_y=25;$ г) $m_y=30.$

19. Задана матрица перехода $P=\begin{pmatrix}0,2 & 0,3 & 0,5\\ 0,3 & 0,2 & 0,5\\ 0,5 & 0,3 & 0,2\end{pmatrix}$ однородной марковской цепи. Найти матрицу вероятностей переходов за два шага.

а) $P(2)=\begin{pmatrix}0,38 & 0,37 & 0,29\\ 0,27 & 0,28 & 0,27\\ 0,35 & 0,35 & 0,44\end{pmatrix};$ б) $P(2)=\begin{pmatrix}0,38 & 0,27 & 0,35\\ 0,37 & 0,28 & 0,35\\ 0,29 & 0,27 & 0,44\end{pmatrix};$

в) $P(2)=\begin{pmatrix} 0,35 & 0,27 & 0,38 \\ 0,37 & 0,28 & 0,35 \\ 0,44 & 0,27 & 0,29 \end{pmatrix}$; г) $P(2)=\begin{pmatrix} 0,38 & 0,27 & 0,35 \\ 0,35 & 0,28 & 0,37 \\ 0,29 & 0,27 & 0,44 \end{pmatrix}$.

20. В систему обслуживания поступает в среднем две заявки в час. Считая входной поток простейшим, определите вероятность того, что в течение одного часа поступит по крайней мере одна заявка.

а) $0{,}135$; б) $0{,}865$; в) $0{,}568$; г) $0{,}351$.

Пятый семестр

1. По выборке объёма $n=51$ найдена смещённая оценка $D_в=3$ генеральной дисперсии. Найти несмещённую оценку дисперсии генеральной совокупности.
а) 3,05; б) 3,06; в) 3,51; г) 3,6; д) 0.
2. Найти эмпирическую функцию по данному распределению выборки:

x_i	1	4	6
m_i	10	15	25

а) $F^*(x)=\begin{cases} 0{,}1 \text{ при } x\le 1, \\ 0{,}15 \text{ при } 1<x\le 4, \\ 0{,}25 \text{ при } 4<x\le 6, \\ 1 \text{ при } x>6; \end{cases}$

б) $F^*(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1, \\ 0{,}2 \text{ при } 1<x\le 4, \\ 0{,}5 \text{ при } 4<x\le 6, \\ 1 \text{ при } x>6; \end{cases}$

в) $F^*(x)=\begin{cases} 0 \text{ при } x\le 1, \\ 0{,}8 \text{ при } 1<x\le 4, \\ 0{,}5 \text{ при } 4<x\le 6, \\ 1 \text{ при } x>6; \end{cases}$

г) $F^*(x)=\begin{cases} 1 \text{ при } x\le 1, \\ 0{,}2 \text{ при } 1<x\le 4, \\ 0{,}5 \text{ при } 4<x\le 6, \\ 0 \text{ при } x>6. \end{cases}$

3. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма $n = 50$:

x_i	2	5	7	10
m_i	16	12	8	14

Найти несмещённую оценку генеральной средней.

а) $\overline{x}_в = 286;$ б) $\overline{x}_в = 2,86;$ в) $\overline{x}_в = 5,76;$ г) $\overline{x}_в = 14300.$

4. Признак X генеральной совокупности распределён нормально. Найти доверительный интервал для генеральной средней $\overline{X}_г$ с надёжностью $\gamma = 0,95,$ если $n = 20;$ $\overline{x}_в = 6,34;$ $s = 0,4.$

а) $(6,13; 6,55);$ б) $(6,15; 6,35);$ в) $(6,35; 6,51);$ г) $(6,15; 6,53).$

5. Найти доверительный интервал для оценки с надёжностью 0,95 неизвестного математического ожидания a нормально распределённого признака X генеральной совокупности, если генеральное среднее квадратическое отклонение $\sigma = 5,$ выборочная средняя $\overline{x}_в = 14$ и объём выборки $n = 25.$

а) $12,04 < a < 15,96;$ б) $12,4 < a < 15,69;$ в) $12,96 < a < 15,04;$ г) $12,69 < a < 15,4.$

6. Найти минимальный объём выборки, при котором с надёжностью 0,975 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней $\varepsilon = 0,3;$ известно среднеквадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределённой генеральной совокупности.

а) $n = 71;$ б) $n = 81;$ в) $n = 61;$ г) $n = 91.$

7. Из генеральной совокупности извлечена выборка объёма $n = 10$:

x_i	–2	1	2	3	4	5
m_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надёжностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределённого признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

а) $0,7 < a < 3,3;$ б) $1,3 < a < 4,7;$ в) $0,3 < a < 3,7;$ г) $1,7 < a < 4,3.$

8. Производятся независимые испытания с одинаковой, но неизвестной вероятностью p появления события A в каждом испытании. Найти

доверительный интервал для оценки вероятности p с надёжностью 0,95; известно, что в 60 испытаниях событие A появилось 15 раз.

а) $0,31 < p < 0,76$; б) $0,17 < p < 0,63$; в) $0,61 < p < 0,73$; г) $0,16 < p < 0,37$.

9. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведённым в корреляционной таблице.

Y	X				
	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

а) $\overline{y}_x = 1,45x - 10,36$; б) $\overline{y}_x = -1,45x + 10,36$;

в) $\overline{y}_x = 10,36x - 1,45$; г) $\overline{y}_x = -10,36x + 1,45$.

10. По данным корреляционной таблицы, приведённой в задании 9, найти выборочный коэффициент корреляции.

а) $r_в = -0,76$; б) $r_в = 0,76$; в) $r_в = 0,67$; г) $r_в = -0,67$.

7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Четвёртый семестр

1. Имеются статистические данные, что в базе данных, поддерживаемой пятью рабочими станциями, x_i клиентов одновременно посылают транзакции на обработку системы управления базами данных с вероятностью p_i. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X, имеющей смысл числа транзакций, обрабатываемых системой управления базами данных.

а) $M(X) = 2,68, D(X) = 3,0376$; б) $M(X) = 3,0376, D(X) = 2,68$;

в) $M(X) = 2,0376, D(X) = 3,68$; г) $M(X) = 3,68, D(X) = 2,0376$.

2. В среднем WEB-сервер посещает 4 клиента. Найти вероятность того, что за 2 минуты сервер посетят не менее 12 клиентов и вероятность того, что в течение как минимум 20 секунд на сервере не будет ни одного клиента, если число посетителей за час распределено по закону Пуассона, а время ожидания первого посетителя распределено по показательному закону.

а) $p(i \ge 12) = 0,867; p(t \ge 20) = 0,26$; б) $p(i \ge 12) = 0,113; p(t \ge 20) = 0,74$;

в) $p(i \ge 12) = 0,867; p(t \ge 20) = 0,74$; г) $p(i \ge 12) = 0,113; p(t \ge 20) = 0,26$.

3. На сервере установлена клиентская программа, которая обрабатывает не более двух запросов рабочей станции одновременно. На неё поступает пуассоновский поток запросов с интенсивностью 14 запросов в 5 секунд. Какова вероятность того, что за 5 секунд поступит более 6 запросов?

а) $p(i>6)=0{,}0037;$ б) $p(i>6)=0{,}9963;$ в) $p(i>6)=0{,}986;$ г) $p(i>6)=0{,}014.$

4. На сервере установлена клиентская программа, которая обрабатывает не более двух запросов рабочей станции одновременно. На неё поступает пуассоновский поток запросов с интенсивностью 14 запросов в 5 секунд. Какова вероятность того, что за 2 секунды не поступит ни одного запроса?

а) $p(X=0)=0{,}986;$ б) $p(X=0)=0{,}014;$

в) $p(X=0)=0{,}0037;$ г) $p(X=0)=0{,}9963.$

5. Число посетителей WEB - страницы в сети Internet за день распределено по нормальному закону с математическим ожиданием 523 и среднеквадратическим отклонением 74. Найти вероятность, что число посетителей в случайно выбранный день будет равно от 415 до 764.

а) $0{,}07269;$ б) $0{,}46365;$ в) $0{,}53635;$ г) $0{,}92731.$

6. Система информационной защиты содержит 4 компоненты, каждая из которых может отказать независимо от остальных с вероятностью 0,7. Найти среднее и наивероятнейшее число отказавших компонент, вероятность отказа более 3 компонент. В результате модернизации системы число компонент увеличилось в 10 раз. Какова должна быть вероятность p, чтобы вероятность неотказа не менее 70 % компонент была бы не менее 0,95 (использовать интегральную теорему Муавра - Лапласа).

а) $M(X)=2{,}8;k_0=3;\ p_4(k>3)=0{,}2401;\ p\in(0{,}265;0{,}284);$

б) $M(X)=2{,}8;k_0=3;\ p_4(k>3)=0{,}265;\ p\in(0{,}2401;0{,}284);$

в) $M(X)=2{,}8;k_0=3;\ p_4(k>3)=0{,}284;\ p\in(0{,}2401;0{,}265);$

г) $M(X)=2{,}8;k_0=3;\ p_4(k>3)=0;\ p\in(0{,}2065;0{,}2401).$

7. Из 100 дисководов 60 принадлежит первой партии, 20 – второй и 20 – третьей. В первой партии $\frac{1}{4}$, во второй $\frac{1}{8}$, в третьей – $\frac{1}{10}$ бракованных дисководов. Наудачу выбирается один дисковод. Определить вероятность того, что он не бракованный.

а) $0{,}195;$ б) $0{,}805;$ в) $0{,}4025;$ г) $0{,}3975.$

8. Ребро куба измерено приближённо, причём $a\le x\le b.$ Рассматривая ребро куба как случайную величину $X,$ распределённую равномерно в интервале $(a,b),$ найти математическое ожидание и дисперсию объёма куба.

а) $M(Y)=\frac{(b-a)\left(a^2+b^2\right)}{16},D(Y)=\frac{b^7+a^7}{7(b+a)}+\frac{(a+b)^2\left(a^2+b^2\right)^2}{4};$

б) $M(Y)=\dfrac{(b-a)\left(a^2+b^2\right)}{4}, D(Y)=\dfrac{b^7+a^7}{7(b+a)}+\dfrac{(a+b)^2\left(a^2+b^2\right)^2}{16};$

в) $M(Y)=\dfrac{(a-b)\left(a^2+b^2\right)}{4}, D(Y)=\dfrac{b^7+a^7}{7(b+a)}-\dfrac{(a-b)^2\left(a^2+b^2\right)^2}{16};$

г) $M(Y)=\dfrac{(a+b)\left(a^2+b^2\right)}{4}, D(Y)=\dfrac{b^7-a^7}{7(b-a)}-\dfrac{(a+b)^2\left(a^2+b^2\right)^2}{16}.$

9. На экране радиолокационной станции кругового обзора отражённый импульс от цели представляется в виде светящейся точки с координатами (x, y). Найти математическое ожидание и дисперсию расстояния R точки до центра экрана.

а) $M(R)=\dfrac{2}{3}a, D(R)=\dfrac{a^2}{18};$ б) $M(R)=\dfrac{3}{2}a, D(R)=18a^2;$

в) $M(R)=\dfrac{a^2}{18}, D(R)=\dfrac{2}{3}a;$ г) $M(R)=18a^2, D(R)=\dfrac{3}{2}a.$

10. Случайная величина X – результат измерения некоторой физической величины, закон распределения которой неизвестен. Определить, какую максимально возможную относительную точность измерения можно гарантировать с вероятностью, не меньшей 0,95, при условии, что проводится 5 измерений и в качестве результата X берётся среднее арифметическое измеренных значений.

а) 0,16; б) 0,4; в) 0,6; г) 0,84.

11. На вход усилительного звена подаётся случайный процесс $X(t)$, математическое ожидание и корреляционная функция которого известны: $m_x(t)=t$, $K_x(t_1,t_2)=e^{-\alpha(t_2-t_1)^2}$ $(\alpha>0)$. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию выходного случайного процесса $Y(t)$, если коэффициент усиления $k=5$. *Указание*. Учесть, что выходной процесс $Y(t)=5X(t)$.

а) $m_y(t)=5t, K_y=5e^{-\alpha(t_2-t_1)^2};$ б) $m_y(t)=5t, K_y=25e^{-\alpha(t_2-t_1)^2};$

в) $m_y(t)=25t, K_y=5e^{-\alpha(t_2-t_1)^2};$ г) $m_y(t)=25t, K_y=25e^{-\alpha(t_2-t_1)^2}.$

12. На вход дифференцирующего звена поступает случайный процесс $X(t)$ с математическим ожиданием $m_x(t)=5\sin t$ и корреляционной функцией $K_x=3e^{-0,5(t_2-t_1)^2}$. Найти математическое ожидание и корреляционную функцию выходного процесса $Y(t)=X'(t)$.

а) $m_y(t)=25\cos t, K_y=9e^{-0,5(t_2-t_1)^2}\left(1-(t_2-t_1)^2\right);$

б) $m_y(t)=5\sin t, K_y=3e^{-0,5(t_2-t_1)^2}\left(1+(t_2-t_1)^2\right);$

в) $m_y(t)=5\cos t, K_y=3e^{-0,5(t_2-t_1)^2}\left(1-(t_2-t_1)^2\right);$

г) $m_y(t)=25\sin t, K_y=9e^{-0,5(t_2-t_1)^2}\left(1+(t_2-t_1)^2\right).$

13. На вход интегрирующего устройства поступает случайный процесс $X(t)$, корреляционная функция которого $K_x=t_1t_2$. Найти дисперсию на выходе интегратора. *Указание*. Вычислить сначала корреляционную функцию выходного процесса $Y(t)=\int\limits_0^t X(s)ds.$

а) $D_y(t)=4t^4;$ б) $D_y(t)=2t^2;$ в) $D_y(t)=\dfrac{t^2}{2};$ г) $D_y(t)=\dfrac{t^4}{4}.$

14. На вход дифференцирующего устройства поступает случайный процесс $X(t)$ с математическим ожиданием $m_x(t)=\sin t$ и корреляционной функцией $K_x(t_1,t_2)=\sigma_x^2e^{-\alpha(t_2-t_1)^2}$, где $\sigma_x^2=D_x$ – постоянная дисперсия $X(t)$. Определить математическое ожидание и дисперсию на выходе системы.

а) $m_y(t)=2\alpha\sigma_x^2, D_y(t)=\cos t;$ б) $m_y(t)=\alpha^2\sigma_x^2, D_y(t)=\sin t;$

в) $m_y(t)=\sin t, D_y(t)=\alpha^2\sigma_x^2;$ г) $m_y(t)=\cos t, D_y(t)=2\alpha\sigma_x^2.$

15. Работа динамической системы описывается дифференциальным уравнением $3y'(t)+y(t)=2x'(t)+4x(t)$. На вход системы поступает стационарный случайный процесс $X(t)$, характеристики которого известны: $m_x(t)=-2$, $D_x(t)=3$. Нормированная спектральная плотность $s_{x\,\text{норм}}(\omega)$ случайного процесса $X(t)$ постоянна на интервале $[-2,2]$ и равна нулю вне этого интервала. Найти математическое ожидание и дисперсию реакции системы $Y(t)$.

а) $m_y(t)=-8, D_y(t)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{35}{9}\operatorname{arctg}6;$ б) $m_y(t)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{35}{9}\operatorname{arctg}6, D_y(t)=8;$

в) $m_y(t)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{35}{9}\arcsin 6, D_y(t)=4;$ г) $m_y(t)=4, D_y(t)=\dfrac{2}{3}+\dfrac{35}{9}\arcsin 6.$

16. Работа динамической системы описывается дифференциальным уравнением $3y'(t)+4y(t)=x'(t)+2x(t)$. На вход системы поступает стационарный случайный процесс $X(t)$. Известны математическое ожидание $m_x=-3$ и дисперсия $D_x=1$; нормированная спектральная плотность $s_{x\,\text{норм}}(\omega)$ постоянна на интервале $[\omega_1,\omega_2]$ и равна нулю вне этого

интервала. Найти математическое ожидание и дисперсию реакции системы $Y(t)$.

а) $m_y = -3, D_y = \frac{2}{3}\mathrm{arctg}6 + \frac{35}{9}$; б) $m_y(t) = \frac{1}{18} + \frac{5}{72}\mathrm{arctg}3, D_y(t) = 2,25;$

в) $m_y = -1,5; D_y = \frac{1}{18} + \frac{5}{72}\mathrm{arctg}3$; г) $m_y(t) = \frac{1}{18} + \frac{5}{72}\arcsin 3, D_y(t) = 9.$

17. Работа динамической системы описывается дифференциальным уравнением $y'(t) + 2y(t) = x'(t) + 4x(t)$. На вход системы поступает стационарный случайный процесс $X(t)$. Известны математическое ожидание $m_x = 6$ и корреляционная функция $k_x(\tau) = 5e^{-|\tau|}$; нормированная спектральная плотность $s_{x\,\text{норм}}(\omega)$ постоянна на интервале $[0, 4]$ и равна нулю вне этого интервала. Найти математическое ожидание и дисперсию реакции системы $Y(t)$.

а) $m_y = 8, D_y = 225$; б) $m_y(t) = 16, D_y = 25$; в) $m_y = 36; D_y = 9$; г) $m_y = 12, D_y = 15.$

18. В процессе эксплуатации вычислительный комплекс может рассматриваться как физическая система S, которая в результате проверки может оказаться в одном из следующих состояний: s_1 – вычислительный комплекс полностью исправен; s_2 – вычислительный комплекс имеет незначительные неисправности в оперативной памяти, при которых он может решать задачи; s_3 – вычислительный комплекс имеет существенные неисправности и может решать ограниченный класс задач; s_4 – вычислительный комплекс полностью вышел из строя. В начальный момент времени вычислительный комплекс полностью исправен состояние s_1). Проверка вычислительного комплекса производится в фиксированные моменты времени t_1, t_2, t_3. Процесс, протекающий в системе S, может рассматриваться как однородная марковская цепь с тремя шагами (первая, вторая, третья проверки вычислительного комплекса). Матрица переходных вероятностей имеет вид: $\|p_{ij}\| = \begin{Vmatrix} 0,3 & 0,4 & 0,1 & 0,2 \\ 0 & 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0 & 0 & 0,4 & 0,6 \\ 0 & 0 & 0 & 1,0 \end{Vmatrix}$. Определить вероятности состояний вычислительного комплекса после трёх проверок.

а) $p_1(3) = 0,027; p_2(3) = 0,076; p_3(3) = 0,217; p_2(3) = 0,680;$

б) $p_1(3)=0,680; p_2(3)=0,21; p_3(3)=0,0767; p_2(3)=0,027;$

в) $p_1(3)=0,076; p_2(3)=0,027; p_3(3)=0,680; p_2(3)=0,217;$

г) $p_1(3)=0,217; p_2(3)=0,680; p_3(3)=0,027; p_2(3)=0,076.$

19. Одноканальная система обслуживания представляет собой телефонную линию. Заявка - вызов, поступившая в момент, когда линия занята, получает отказ. Интенсивность потока заявок 0,8 (вызовов в минуту). Средняя продолжительность разговора 1,5 минуты. Считая поток заявок простейшим, а время обслуживания распределённым по экспоненциальному закону, определить в стационарном режиме функционирования абсолютную пропускную способность канала связи Q; относительную пропускную способность канала связи q; вероятность отказа $p_{\text{отк}}$.

а) $Q=0,3636; q=0,4545; p_{\text{отк}}(3)=0,5454;$ б) $Q=0,3636; q=0,5454; p_{\text{отк}}(3)=0,4545;$

в) $Q=0,4545; q=0,3636; p_{\text{отк}}(3)=0,5454;$ г) $Q=0,5454; q=0,3636; p_{\text{отк}}(3)=0,4545.$

20. Автоматическая телефонная станция обеспечивает не более 120 разговоров одновременно. Средняя продолжительность разговора 60 секунд, а вызовы поступают в среднем через 0,5 секунды. Рассматривая такую станцию как многоканальную систему обслуживания с отказами и простейшим входным потоком, определить среднее число занятых каналов $K_{\text{ср}}$; относительную пропускную способность q; среднее время $t_{\text{ср}}$ пребывания вызова на станции с учётом того, что разговор может и не состояться.

а) $K_{\text{ср}}=61; q=0,454; t_{\text{ср}}=112;$ б) $K_{\text{ср}}=112; q=0,931; t_{\text{ср}}=61;$

в) $K_{\text{ср}}=56; q=0,139; t_{\text{ср}}=16;$ г) $K_{\text{ср}}=121; q=0,319; t_{\text{ср}}=59.$

Пятый семестр

1. В итоге четырёх измерений некоторой физической величины одним прибором (без систематических ошибок) получены следующие результаты:8; 9; 11; 12. Найти выборочную среднюю результатов измерений, а также выборочную и исправленную дисперсии ошибок прибора.

а) $\overline{x}_в=10; D_в=2,5; s^2=\dfrac{10}{3};$ б) $\overline{x}_в=10; D_в=2,5; s^2=\dfrac{3}{10};$

в) $\overline{x}_в=10; D_в=0,4; s^2=\dfrac{10}{3};$ г) $\overline{x}_в=2,5; D_в=10; s^2=\dfrac{3}{10}.$

2. По данным девяти независимых равноточных измерений некоторой физической величины найдены среднее арифметическое результатов измерений $\overline{x}_в=30,1$ и исправленное среднее квадратическое отклонение Оценить истинное значение измеряемой величины с помощью доверительного интервала с надёжностью $\gamma=0,99$. Предполагается, что результаты измерений распределены нормально.

а) $35,82<a<42,38;$ б) $25,38<a<34,82;$ в) $28,38<a<43,25;$ г) $23,58<a<38,42.$

3. При испытаниях 1000 элементов зарегистрировано 100 отказов. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность p отказа элемента с надёжностью 0,95.

а) $0,191 < p < 0,038$; б) $0,911 < p < 0,983$; в) $0,083 < p < 0,119$; г) $0,183 < p < 0,901$.

4. При испытаниях 1000 элементов зарегистрировано 100 отказов. Найти доверительный интервал, покрывающий неизвестную вероятность p отказа элемента с надёжностью 0,99.

а) $0,067 < p < 0,142$; б) $0,607 < p < 0,724$; в) $0,706 < p < 0,742$; г) $0,076 < p < 0,124$.

5. Знания десяти студентов проверены по двум тестам: A и B. Оценки по стобалльной системе оказались следующими (в первой строке указано количество баллов по тесту A, а во второй – по тесту B):

95	90	86	84	75	70	62	60	57	50
92	93	83	80	55	60	45	72	62	70

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между оценками по двум тестам.

а) $\rho_в = 0,46$; б) $\rho_в = 0,64$; в) $\rho_в = 0,36$; г) $\rho_в = 0,67$.

6. Два преподавателя оценили знания 12 студентов по стобалльной системе и выставили им следующие оценки (в первой строке указано количество баллов, выставленных первым преподавателем, а во второй – вторым):

98	94	88	80	76	70	63	61	60	58	56	51
99	91	93	74	78	65	64	66	52	53	48	62

Найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена между оценками двух преподавателей.

а) $\rho_в = 0,29$; б) $\rho_в = 0,92$; в) $\rho_в = 0,08$; г) $\rho_в = 0,71$.

7. По данным задания 5 найти выборочный коэффициент ранговой корреляции Кендалла между оценками по двум тестам.

а) $\tau_в = 0,74$; б) $\tau_в = 0,53$; в) $\tau_в = 0,47$; г) $\tau_в = 0,26$.

8. Произведено 10 независимых измерений напряжения в сети, отклонение которого от номинала распределено нормально с неизвестными параметрами. Найти интервальные оценки для неизвестных математического ожидания и дисперсии отклонения напряжения при доверительной вероятности $\gamma = 0,95$.

Порядк. № измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
ΔU, в	2,5	2,0	–2,3	1,9	–2,1	2,3	2,4	–2,5	1,5	–1,7

а) $-1,81 < \Delta U < 1,89; 1,98 < \sigma_x^2 < 11,19$; б) $8,11 < \Delta U < 8,91; 9,81 < \sigma_x^2 < 19,11$;

в) $-1,18 < \Delta U < 1,98; 1,89 < \sigma_x^2 < 11,91$; г) $8,18 < \Delta U < 9,11; 9,18 < \sigma_x^2 < 91,11$.

9. Результаты 16 измерений ёмкости от конденсатора показали, что выборочная средняя равна 20 мкФ, среднее квадратическое отклонение – 4

мкФ. Считая распределение нормальным, найти 90 %-ную интервальную оценку для математического ожидания ёмкости конденсатора.

а) $18{,}247 < a < 21{,}753$; б) $12{,}847 < a < 17{,}253$;

в) $14{,}2877 < a < 15{,}723$; г) $17{,}248 < a < 17{,}523$.

10. Результаты 16 измерений ёмкости от конденсатора показали, что выборочная средняя равна 20 мкФ, среднее квадратическое отклонение – 4 мкФ. Считая распределение нормальным, найти 99 %-ную интервальную оценку для математического ожидания ёмкости конденсатора.

а) $15{,}07 < a < 29{,}25$; б) $17{,}05 < a < 22{,}95$;

в) $10{,}75 < a < 25{,}29$; г) $10{,}57 < a < 25{,}92$.

7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачёту

Четвёртый семестр

1. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Перестановки. Размещения. Сочетания. Перестановки с повторениями. Размещения с повторениями. Сочетания с повторениями. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Свойства биномиальных коэффициентов. Теорема о числе подмножеств множества и следствие из неё. Формула бинома Ньютона для произвольного действительного показателя. Полиномиальная формула.
2. Испытание. События и их виды. Полная группа событий. Элементарные исходы (элементарные события). Благоприятствующие исходы. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
3. Относительная частота (частость). Статистическое определение вероятности. Свойство устойчивости относительной частоты. Отличие классического и статистического определений вероятности.
4. Мера области. Геометрическое определение вероятности.
5. Сумма, произведение, разность двух событий. Теорема сложения и следствие из неё. Теорема о сумме вероятностей событий, образующих полную группу. Противоположные события, теорема об их сумме вероятностей.
6. Принцип практической невозможности маловероятных событий.
7. Аксиоматическое построение теории вероятностей А.Н. Колмогорова. Пространство элементарных событий. Поле событий. Аксиомы вероятности и основные следствия из них. Вероятностное пространство и распределение вероятностей на нём. Дискретное вероятностное пространство.
8. Независимость событий. Теорема умножения для независимых событий и следствие из неё. Теорема о появлении хотя бы одного события и следствие из неё. Зависимые события. Условная вероятность. Теорема умножения и следствие из неё. Теорема сложения вероятностей для совместных событий.
9. Формулы полной вероятности и Байеса.
10. Схема независимых повторных испытаний Бернулли. Формула Бернулли, её частные случаи. Наивероятнейшее число успехов в

последовательности независимых испытаний.

11. Локальная и интегральная теоремы Муавра – Лапласа. Закон редких событий (формула Пуассона). Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.

12. Случайная величина. Функция распределения случайной величины, её свойства и геометрический смысл. Кумулята.

13. Дискретная случайная величина, способы её описания: закон распределения, многоугольник распределения дискретной случайной величины.

14. Независимость случайных величин. Сумма, разность, произведение случайных величин. Натуральная степень случайной величины.

15. Числовые характеристики случайной величины. Математическое ожидание дискретной случайной величины, его свойства и вероятностный смысл. Математическое ожидание числа появлений события в независимых испытаниях. Отклонение (центрированная случайная величина), теорема о его математическом ожидании. Дисперсия, её свойства и вероятностный смысл. Теорема о дисперсии. Дисперсия числа появлений события в независимых испытаниях. Среднее квадратическое отклонение. Среднее квадратическое отклонение алгебраической суммы взаимно-независимых случайных величин.

16. Дискретная случайная величина, принимающая целочисленные значения. Производящие функции, теоремы о них.

17. Основные виды распределений дискретных случайных величин: биномиальное, пуассоновское, равномерное, геометрическое, гипергеометрическое, полиномиальное. Числовые характеристики биномиального, пуассоновского, равномерного, геометрического распределений.

18. Непрерывная случайная величина, способы её описания. Плотность вероятностей, её свойства. Кривая распределения. Нахождение функции распределения по известной плотности вероятностей. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.

19. Нормальное распределение, его числовые характеристики. Свойства плотности нормального распределения. Нормальная кривая. Нормированное нормальное распределение, его плотность, нормированная нормальная кривая. Функция распределения для нормальной случайной величины. Функция распределения для нормированной нормальной случайной величины и её свойство. Влияние параметров нормального распределения на форму и расположение нормальной кривой.

20. Вероятность попадания в заданный интервал нормальной случайной величины. Функция Лапласа. Вычисление вероятности заданного отклонения. Правило трёх σ, его сущность.

21. Другие виды непрерывных случайных величин: равномерное, Рэлея, Коши, показательное (экспоненциальное), их числовые характеристики.

22. Мода, медиана, центральные и начальные моменты, квантиль, критическая точка случайной величины.

23. Функции от случайных величин. Закон распределения функции от одной случайной величины. Плотность вероятностей функции от одной случайной величины. Правило определения функции распределения по заданной плотности распределения. Распределение χ^2.

24. Числовые характеристики функций случайных величин. Системы функций нескольких случайных величин.

25. Многомерная случайная величина, её закон и функция распределения. Двумерная плотность вероятностей, условие нормировки. Математическое ожидание и дисперсия двумерной случайной величины. Ковариация и её свойства. Некоррелированные случайные величины. Ковариационная матрица и её свойства. Коэффициент корреляции и его свойства. Корреляционная матрица.

26. Частные (парциальные) плотности вероятностей, математические ожидания и дисперсии составляющих двумерной случайной величины. Условные плотности вероятностей, математические ожидания и дисперсии составляющих двумерной случайной величины.

27. Закон больших чисел. Первое и второе неравенства Чебышёва. Теорема Чебышёва, её частный случай. Сущность теоремы Чебышёва. Теорема Бернулли. Теорема Маркова. Теорема Ляпунова (центральная предельная теорема).

28. Случайный процесс. Сечение случайного процесса. Траектория (реализация) случайного процесса.

29. Характеристики случайного процесса. Математическое ожидание случайного процесса и его свойства.

30. Дисперсия случайного процесса и её свойства.

31. Центрированный случайный процесс. Корреляционная функция случайного процесса и её свойства. Нормированная корреляционная функция случайного процесса и её свойство.

32. Взаимная корреляционная функция двух случайных процессов и её свойства. Коррелированные и некоррелированные случайные процессы. Нормированная взаимная корреляционная функция двух случайных процессов и её свойство.

33. Теорема о математическом ожидании суммы конечного числа случайных процессов и следствие из неё. Теорема о корреляционной функции суммы двух коррелированных случайных процессов, её обобщение и следствия из теоремы.

34. Сходимость в среднеквадратичном последовательности случайных величин и её предел в среднеквадратичном. Дифференцируемый случайный процесс и его производная. Теорема о математическом ожидании производной от случайного процесса и её обобщение. Теоремы о корреляционной функции производной от случайного процесса и взаимной корреляционной функции случайного процесса и его производной.

35. Интеграл от случайного процесса. Теоремы о математическом ожидании, корреляционной функции интеграла от случайного процесса. Теорема о взаимной корреляционной функции случайного процесса и

интеграла от него.

36. Стационарный случайный процесс и его свойства. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса. Нормированная корреляционная функция стационарного случайного процесса и её свойство. Стационарно связанные случайные процессы.

37. Корреляционная функция производной от стационарного случайного процесса. Корреляционная функция и дисперсия интеграла от стационарного случайного процесса. Взаимная корреляционная функция дифференцируемого стационарного случайного процесса и его производных.

38. Спектральная плотность стационарного случайного процесса. Формулы Винера - Хинчина. Нормированная спектральная плотность. Взаимная спектральная плотность двух стационарных и стационарно связанных случайных процессов. Выражение взаимной корреляционной функции через взаимную спектральную плотность.

39. Стационарная линейная динамическая система. Формула для математического ожидания выходной функции. Передаточная функция. Частотная характеристика. Связь между спектральными плотностями выходной и входной функций. Выражение корреляционной функции и дисперсии через спектральную плотность выходной функции.

40. Случайный процесс с дискретными состояниями. Случайный процесс с непрерывным временем. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями (процесс без последействия). Граф состояний. Вероятности состояний системы.

41. Шаги случайного процесса с дискретными состояниями. Марковская цепь (цепь Маркова). Переходная вероятность. Однородная цепь Маркова. Матрица перехода системы, свойства её элементов.

42. Марковский случайный процесс с дискретными состояниями и непрерывным временем. Размеченный граф состояний. Уравнения Колмогорова, правило их составления. Предельный стационарный режим. Предельные вероятности состояний, их вероятностный смысл и нахождение. Процесс гибели - размножения.

43. Система обслуживания, входной поток, выходной поток, очереди. Процессы массового обслуживания. Заявки (требования). Дисциплина очереди. Время ожидания обслуживания. Каналы обслуживания. Классификация систем обслуживания. Предмет теории массового обслуживания.

44. Простейший поток. Стационарность и ординарность входного потока, отсутствие последействия во входном потоке. Теорема о числе заявок при простейшем входном потоке и следствия из неё. Интенсивность (плотность) простейшего потока. Теорема о длительности временного интервала между двумя последовательными заявками в простейшем входном потоке и следствие из неё.

45. Время обслуживания, его плотность распределения (вероятностей). Интенсивность обслуживания. Функция распределения времени обслуживания. Время ожидания, его плотность распределения (вероятностей)

и функция распределения.

46. Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания. Размеченный граф состояний, его элементы. Правило составления уравнений Колмогорова. Абсолютная и относительная пропускная способность.

47. Системы массового обслуживания с ожиданием. Интенсивность ухода из очереди. Размеченный граф состояний рассматриваемой системы обслуживания, система уравнений Колмогорова для неё.

48. Стационарный режим функционирования системы обслуживания. Система уравнений Колмогорова для системы обслуживания с ожиданием. Вероятности состояний. Приведённая плотность потока заявок. Приведённая плотность потока ухода заявок из очереди. Средняя длина очереди. Относительная пропускная способность системы. Среднее число занятых каналов обслуживания.

49. Чистая система обслуживания с ожиданием и её особенности.

50. Особенности системы обслуживания с отказами. Формулы Эрланга.

51. Особенности стационарных режимов функционирования систем обслуживания с ограниченной длиной очереди.

7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

Пятый семестр

1. Математическая статистика, её связь с теорией вероятностей. Задачи математической статистики.

2. Статистическая совокупность. Генеральная совокупность. Выборка. Сущность выборочного метода. Виды выборок. Способы отбора.

3. Вариационный ряд. Статистическое распределение выборки (дискретный статистический ряд). Интервальный статистический ряд.

4. Графическое представление выборки: полигон и гистограмма. Алгоритм построения гистограммы частот. Формулы Стерджеса и Брукса. Эмпирическая функция распределения и её свойства. Кумулятивная кривая (кумулята).

5. Статистическая оценка. Точечные оценки, требования к ним. Генеральная и выборочная средние. Генеральная и выборочная дисперсии. Поправочный коэффициент Бесселя. Исправленная выборочная дисперсия. Генеральное среднее квадратическое отклонение и его оценка. Оценки дисперсии и среднего квадратического отклонения выборочной средней (стандарт). Статистические оценки моды, медианы, моментов, эксцесса, асимметрии.

6. Общие методы точечного оценивания параметров. Метод моментов. Метод максимального правдоподобия.

7. Интервальная оценка. Доверительная вероятность (надёжность). Доверительный интервал. Нахождение доверительных интервалов для математического ожидания нормально распределённого признака генеральной совокупности при известном и неизвестном среднем квадратическом отклонении. Распределение и коэффициент Стьюдента.

Доверительный интервал для дисперсии нормальной случайной величины. Доверительный интервал для вероятности успеха в схеме Бернулли.

8. Статистическая гипотеза. Виды гипотез. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости. Статистический критерий, его наблюдаемое значение. Критическая область, её виды. Область принятия гипотезы. Критические точки. Основной принцип проверки статистических гипотез. Мощность критерия.

9. Сравнение двух дисперсий нормальных генеральных совокупностей. Критерий Фишера - Снедекора. Сравнение двух средних произвольно распределённых генеральных совокупностей. Z - критерий. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей. Критерий Стьюдента. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам различного объёма. Критерий Бартлетта. Сравнение нескольких дисперсий нормальных генеральных совокупностей по выборкам одинакового объёма. Критерий Кочрена.

10. Однофакторный дисперсионный анализ.

11. Критерии согласия χ^2 Пирсона, Колмогорова, Колмогорова - Смирнова. Проверка гипотезы о независимости двух случайных величин. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности по закону Пуассона.

12. Проверка гипотезы о параметре p биномиального распределения.

13. Непараметрические методы математической статистики. Критерии знаков, Уилкоксона, Уилкоксона - Манн - Уитни, серий.

14. Виды зависимостей между случайными величинами. Условные средние. Условные математические ожидания дискретной случайной величины и функции регрессии. Выборочные уравнения регрессии. Коэффициенты линейной регрессии.

15. Отыскание параметров выборочного уравнения линейной регрессии по несгруппированным данным. Метод наименьших квадратов. Геометрический смысл выборочных коэффициентов линейной регрессии.

16. Корреляционная таблица. Выборочные уравнения линейной регрессии в случае сгруппированных данных.

17. Генеральный и выборочный коэффициенты линейной корреляции. Свойства коэффициента корреляции. Проверка гипотезы о значимости выборочного коэффициента корреляции.

18. Нелинейная регрессия. Полиномиальная, степенная, показательная, экспоненциальная, гиперболическая регрессии. Линеаризация экспериментальных данных для степенной, экспоненциальной и гиперболической регрессий.

19. Ранговая корреляция. Коэффициенты ранговой корреляции Спирмена и Кендалла, проверка их значимости и связь между ними. Формула для коэффициента Спирмена при наличии связанных рангов. Коэффициент конкордации (согласованности) рангов Кендалла и проверка его значимости.

7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Четвёртый семестр – зачёт

Зачёт проводится по билетам, каждый из которых содержит 3 вопроса и 2 задачи. Для проверки усвоения компетенции, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение. Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллами, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

1. Отметка «Зачтено» ставится в случае, если студент набрал 10-19 баллов.

2. Отметка «Не зачтено» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Пятый семестр – экзамен

На основании вопросов для подготовки к экзамену формируются билеты. В каждом билете содержатся три теоретических вопроса и две задачи из разных разделов дисциплины. Для проверки усвоения компетенции ОПК-3, в билет включается один из вопросов, выданных на самостоятельное изучение.

Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно - устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Каждый правильный ответ на вопрос в билете оценивается 3 баллом, задача оценивается в 5 баллов. Максимальное количество набранных баллов – 19.

Оценка «Неудовлетворительно» ставится в случае, если правильные ответы только на теоретические вопросы или решены только практические задачи, или студент набрал менее 8 баллов.

Оценка «Удовлетворительно» ставится в случае, если студент набрал 8-10 баллов.

Оценка «Хорошо» ставится в случае, если студент набрал от 11 до 16 баллов.

Оценка «Отлично» ставится в случае, если студент набрал 17-19 баллов.

7.2.7 Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Случайные события	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, зачёт
2	Случайные величины	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, зачёт
3	Функции случайных величин	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, зачёт
4	Случайные процессы и их характеристики	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, зачёт
5	Марковские процессы	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, зачёт
6	Системы массового обслуживания, их элементы и характеристики	ОПК-3	Тест, устный опрос, зачёт

7	Основные принципы построения марковских моделей массового обслуживания	ОПК-3	Тест, устный опрос, зачёт
8	Стационарный режим функционирования систем массового обслуживания	ОПК-3	Тест, устный опрос, зачёт
9	Выборочный метод	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, экзамен
10	Проверка статистических гипотез	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, экзамен
11	Корреляционно - регрессионный анализ	ОПК-3	Тест, типовой расчёт, защита, экзамен

7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности

Тестирование осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест - заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методики выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

8 УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ)

8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

1. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / И.А. Блатов, О.В. Старожилова. – Самара: Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017, – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/75412.html ЭБС “IPRbooks”.

2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей и её инженерные приложения: учеб. пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Академия, 2003. – 464 с.

3. Вентцель Е.С. Теория случайных процессов и её инженерные приложения: учеб. пособие / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Академия, 2003. – 432 с.

4. Гмурман, В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – 12-е изд. – М.: Высш. образование, 2008. – 479 с. – (Основы наук).

5. Гмурман, В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие / В.Е. Гмурман. – 11-е изд., перераб. – М.: Высш. образование, 2007. – 404 с. – (Основы наук).

6. Сборник задач по математике для втузов: учеб. пособие / Под ред. А.В. Ефимова, А.С. Поспелова. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Физматлит, 2003. – 432 с.

7. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики: учеб. пособие / В.Ф. Чудесенко. – 5-е изд., стереотип. – СПб.; М.; Краснодар: Лань, 2010. – 192 с. – (Учебники для вузов. Специальная литература).

8. Дубровская А.П. Курс теории вероятностей и математической статистики: учеб. пособие / А.П. Дубровская, Е.Г. Глушко. – Воронеж, ВГТУ, 2004. – 161 с.

8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно - телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
LibreOffice	Свободное ПО
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО

Профессиональные базы данных

Наименование ПБД	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	http://elibrary.ru
Электронная библиотечная система IPRbooks	http://www.iprbooksop.ru/

Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Для выполнения домашних работ возможно использование пакетов MAPLE, MATLAB, MATHCAD, MAXIMA или MATEMATICA для ОС Windows.
При этом перечень информационных технологий включает:
– сбор, хранение, систематизация и выдача учебной и научной информации;
– самостоятельный поиск дополнительного учебного и научного материала с использованием поисковых систем и сайтов сети Интернет, электронных энциклопедий и баз данных;
– использование электронной почты преподавателей и обучающихся для рассылки, переписки и обсуждения возникших учебных проблем.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

Учебные аудитории, оснащенные техническими средствами, для проведения лекционных и практических занятий по теории вероятностей и математической статистике.

10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» читаются лекции, проводятся практические занятия.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков расчёта обработки опытных данных. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удаётся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчётно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоения учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает

	следующие составляющие: - работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций; - выполнение домашних заданий и расчётов; - работа над темами для самостоятельного изучения; - участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад; - подготовка к промежуточной аттестации.
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц - полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачётом, экзаменом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.