ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»

Кафедра компьютерных интеллектуальных технологий проектирования

383-2014

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы
по дисциплине «Оптимизация в САПР»
для студентов направления подготовки бакалавров
230100 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль «Системы автоматизированного проектирования
в машиностроении») очной и заочной форм обучения

Воронеж 2014

Составитель канд. техн. наук О.В. Собенина

УДК 681.3

Методические указания по организации самостоятельной работы по дисциплине «Оптимизация в САПР» для студентов направления подготовки бакалавров 230100 «Информатика и вычислительная техника» (профиль «Системы автоматизированного проектирования в машиностроении») очной и заочной форм обучения / ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический университет»; сост. О.В. Собенина. Воронеж, 2014. 24 с.

Методические указания содержат рекомендации по самостоятельному изучению дисциплины, содержание дисциплины, задания для самостоятельного выполнения. Предназначены для студентов 3 курса.

Методические указания подготовлены в электронном виде в текстовом редакторе Word и содержатся в файле «Оптимизация в САПР Самостоятельная работа.doc».

Табл. 4. Библиогр.: 12 назв.

Рецензент канд. физ-мат. наук, доц. В.В. Горбунов

Ответственный за выпуск зав. кафедрой д-р техн. наук, проф. М.И. Чижов

Издается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного технического университета

ТРЕБОВАНИЯ К УРОВНЮ ОСВОЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью дисциплины является изучение методов постановки и решения задач параметрической оптимизации в САПР.

Задачами дисциплины является изучение постановок, методов и алгоритмов решения оптимизационных задач в САПР с применением прикладных программ, приобретение навыков программной реализации алгоритмов решения оптимизационных задач.

Дисциплина входит в вариативную часть (дисциплины по выбору) математического и естественнонаучного цикла общеобразовательной программы бакалавра. Изучение данной дисциплины базируется на следующих курсах: «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Информатика», «Дискретная математика», «Математическое обеспечение САПР». Дисциплина является предшествующей для следующих дисциплин «Разработка САПР», «Основы проектирования производственных систем».

Изучение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

ОК-10 – использует основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, применяет методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования;

ПК-2 – осваивать методики использования программных средств для решения практических задач;

ПК-6 – обосновывать принимаемые проектные решения, осуществлять постановку и выполнять эксперименты по проверке их корректности и эффективности.

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные классы задач оптимизации, особенности их использования в САПР (ОК-10);

- правила построения математических моделей задач оптимизации (ОК-10, ПК-6);
- основные методы оптимизации, области их применения в САПР, их сравнительный анализ (ОК-10, ПК-2).

Уметь:
- строить математические модели для оптимизационных задач САПР (ОК-10);
- составлять алгоритмы для решения экстремальных задач различных типов с использованием пакетов прикладных программ и языков программирования (ПК-2);
- идентифицировать оптимизационные задачи САПР и выбирать методы их решения (ОК-10, ПК-6).

Владеть:
- приемами построения и типизации математических моделей для оптимизационных задач САПР (ПК-6);
- навыками использования стандартного программного обеспечения и математических пакетов прикладных программ для решения оптимизационных задач САПР (ОК-10, ПК-2, ПК-6).

Дисциплина включает следующие разделы.

Оптимизация в САПР, этапы проектирования и инженерные задачи принятия решений.

Линейная оптимизация в САПР.

Дискретная оптимизация в САПР.

Многокритериальная оптимизация в САПР.

Нелинейная оптимизация в САПР.

1. ОПТИМИЗАЦИЯ В САПР, ЭТАПЫ ПРОЕКТИРОВАНИЯ И ИНЖЕНЕРНЫЕ ЗАДАЧИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ

Литература: [1, 4, 6, 7, 8].

Содержание раздела

1. Математическое обеспечение синтеза проектных решений.
2. Место процедур синтеза в проектировании.
3. Постановка задач параметрического синтеза.
4. Оптимизационные модели. Структурная и параметрическая оптимизация. Особенности постановки задач при внешнем и внутреннем проектировании.
5. Управляемые параметры инженерных задач.
6. Постановка базовой задачи оптимизации.
7. Формализация технико-эксплуатационных требований, предъявляемых к объекту проектирования.
8. Характер оптимизационных задач на различных этапах проектирования.
9. Инженерные задачи оптимизации: совмещение, центрирование и вписывание гиперфигур в область работоспособности, назначение допусков, определение параметров, идентификация.
10. Задача оптимизации с учетом допусков.
11. Классификация методов математического программирования (линейное программирование, нелинейное программирование, дискретное программирование, квадратичное программирование, динамическое программирование).
12. Классификация задач оптимизации (одномерные и многомерные задачи, задачи условной и безусловной оптимизации, однокритериальные и многокритериальные задачи, методы нулевого, первого и второго порядка).

13. Характеристики алгоритмов оптимизации (трудоемкость вычислений, точность, сходимость, устойчивость метода к ошибкам в вычислениях, чувствительность метода к значениям параметров).

Теоретические сведения

Сущность проектирования заключается в принятии проектных решений, обеспечивающих выполнение будущим объектом предъявляемых к нему требований. Синтез проектных решений – основа проектирования; от успешного выполнения процедуры синтеза в определяющей мере зависят потребительские свойства будущей продукции. Конечно, анализ – необходимая составная часть проектирования, служащая для верификации принимаемых проектных решений. Именно анализ позволяет получить необходимую информацию для целенаправленного выполнения процедур синтеза в итерационном процессе проектирования. Поэтому синтез и анализ неразрывно связаны.

Синтез подразделяют на параметрический и структурный. Проектирование начинается со *структурного синтеза,* при котором генерируется принципиальное решение. Таким решением может быть облик будущего летательного аппарата, или физический принцип действия датчика, или одна из типовых конструкций двигателя, или функциональная схема микропроцессора. Но эти конструкции и схемы выбирают в параметрическом виде, т.е. без указания числовых значений параметров элементов. Поэтому прежде чем приступить к верификации проектного решения, нужно задать или рассчитать значения этих параметров, т.е. выполнить *параметрический синтез.* Примерами результатов параметрического синтеза могут служить геометрические размеры деталей в механическом узле, параметры режимов резания в технологической операции и т.п.

В случае если по результатам анализа проектное решение признается неокончательным, то начинается процесс последовательных приближений к приемлемому варианту проекта. Во многих приложениях для улучшения проекта удобнее варьировать значения параметров элементов, т.е. использовать параметрический синтез на базе многовариантного анализа. При этом задача параметрического синтеза может быть сформулирована как задача определения значений параметров элементов, наилучших с позиций удовлетворения требований технического задания при неизменной структуре проектируемого объекта. Тогда параметрический синтез называют параметрической оптимизацией или просто *оптимизацией.* Если параметрический синтез не приводит к успеху, то повторяют процедуры структурного синтеза, т.е. на очередных итерациях корректируют или перевыбирают структуру объекта.

В последнем случае находят применение несколько постановок задач оптимизации.

Одной из распространенной постановкой задачи оптимизации является детерминированная постановка: заданы условия работоспособности на выходные параметры Y и нужно найти номинальные значения проектных параметров X, к которым относятся параметры всех или части элементов проектируемого объекта. Назовем эту задачу оптимизации базовой. В частном случае, когда требования к выходным параметрам заданы нечетко, к числу рассчитываемых величин могут быть отнесены также нормы выходных параметров, фигурирующие в их условиях работоспособности.

Если проектируются изделия для дальнейшего серийного производства, то важное значение приобретает такой показатель, как процент выпуска годных изделий в процессе производства. Очевидно, что успешное выполнение условий работоспособности в номинальном режиме не гарантирует их выполнения при учете производственных погрешностей, задаваемых допусками параметров элементов. Поэтому целью оптимизации становится максимизация процента выхода годных, а к результатам решения задачи оптимизации относятся не только номинальные значения проектных параметров, но и их допуски.

Вопросы для самопроверки

1. Обосновать, почему для решения оптимизационных задач необходимо разрабатывать соответствующие методы решения задач, а не использовать возможности ЭВМ по перебору всех возможных решений?

2. Как осуществляется процесс формирования математической задачи и алгоритма ее решения.

3. Основные задачи оптимального проектирования.

4. Связь иерархических уровней проектирования и задач оптимизации в САПР.

5. В чем заключается параметрический синтез.

6. Какова содержательная постановка задачи параметрической оптимизации.

7. В чем заключается структурный синтез.

8. Виды задач математического программирования.

9. Сформулируйте в общем виде математическую задачу оптимизации.

10. Чем отличаются друг от друга задачи совмещения, центрирования, назначения допусков, определения параметров и идентификации.

11. Какие задачи оптимального выбора знаете.

12. Какие свойства объекта проектирования характеризуют внешние, внутренние, выходные и неконтролируемые параметры. Привести примеры этих параметров для конкретных объектов проектирования.

2. ЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В САПР

Литература: [1, 2, 3, 4, 6, 9, 11].

Содержание раздела

1. Постановка задачи линейного программирования. Каноническая запись задачи линейного программирования.
2. Свойства задач линейного программирования.
3. Графический способ решения задач линейного программирования. Анализ моделей задач линейного программирования на чувствительность.
4. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.
5. Двойственная задача линейного программирования. Теоремы двойственности.
6. Постановка задачи оптимизации режимов резания.
7. Прикладные задачи линейного программирования в САПР (Оптимальное проектирование технологических процессов по экономическим показателям с учетом технико-эксплуатационных характеристик, назначение системы допусков на управляемые переменные объекта проектирования).
8. Использование математических пакетов прикладных программ для решения задач линейного программирования.

Теоретические сведения

Задачей линейного программирования (ЗЛП) называется задача, математическая модель которой имеет вид:

$$f(X) = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \rightarrow max(min); \qquad (1)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i, \ i \in I, \ I \subseteq M = \{1, 2, ..., m\}; \qquad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i ,\ i \in M; \qquad (3)$$

$$x_j \ge 0,\ j \in J,\ J \subseteq N = \{1,2,...,n\}. \qquad (4)$$

Система линейных уравнений (2) и неравенств (3), (4), определяющая допустимое множество решений задачи, называется *системой ограничений задачи линейного программирования,* а линейная функция $f(X)$ называется *целевой функцией,* или *критерием оптимальности.*

В частном случае, если $I = \varnothing$, то система (2) - (3) состоит только из линейных неравенств, а если $I = M$, то — из линейных уравнений.

Задачи для самостоятельного решения

Использовать OpenOffice.orgCalc и Mathcad для решения задач линейного программирования.

1. Цех выпускает три вида деталей – A, B, C. Каждая деталь обрабатывается тремя станками. Организация производства в цехе характеризуется табл. 1.

Таблица 1

Станок	Длительность обработки детали, мин.			Фонд времени, час
	A	B	C	
1	12	10	9	220
2	15	18	20	400
3	6	4	4	100
Отпускная цена на одну деталь	30	32	30	

Составить план загрузки станков, обеспечивающий цеху получение максимальной прибыли.

2. На предприятии для производства запасных частей для автомобилей используются три вида ресурсов. Выпускаются

три вида запасных частей. Организация производств на предприятии характеризуется табл. 2.

Таблица 2

Ресурсы	Расход материалов на производство одной запасной части, кг			Запас ресурсов, кг
	1	2	3	
I	5	5	2	1200
II	4	-	3	300
III	-	2	4	800
Прибыль от реализации одной запанной части (д.е.)	5	8	6	

Составить план производства запасных частей, обеспечивающий максимальную прибыль.

4. Решить с помощью MS Excel задачу.

Для приготовления четырех видов продукции (A, B, C, D) используют три вида сырья. Ресурсы сырья, норма его расхода на единицу продукции и цена продукции заданы в табл. 3. Определить план выпуска продукции из условия максимизации его стоимости. Определите статус, ценность каждого ресурса и его приоритет при решении задачи увеличения запаса ресурсов. Определите максимальный интервал изменения запасов каждого из ресурсов, в пределах которого структура оптимального плана, то есть номенклатура выпускаемой продукции, остается без изменения. Определите суммарную стоимостную оценку ресурсов, используемых при производстве единицы каждого изделия. Производство какой продукции нерентабельно? На сколько уменьшится стоимость выпускаемой продукции при принудительном выпуске единицы нерентабельной продукции? На сколько можно снизить запас каждого из ресурсов, чтобы это не привело к уменьшению прибыли? Определите изменение стоимости продукции и количество выпускаемых изделий при увеличении второго вида сырья на Z единиц. Определите оптимальное решение задачи для случая, когда вектор ресурсов задан в виде в-строки. Определите интервалы изменения цен на каждую продукцию, при которых сохраняется оптимальный план. На сколько нужно снизить затраты каждого вида сырья на единицу продукции, чтобы сделать производство нерентабельного изделия рентабельным? На сколько нужно изменить запас каждого из дефицитных ресурсов, чтобы прибыль возросла на 20%?

Таблица 3

Сырье	Норма расходов				Ресурсы
	A	B	C	D	
I	2	1	3	4	2400
II	3	1	4	2	1800
III	5	3	1	2	2000
Цена	8	4	6	12	

Z=500, в=(2000,1500,2000).

Вопросы для самопроверки

1. Какова геометрическая интерпретация различных ситуаций, возникающих при решении задач линейного программирования.

2. Как связаны прямая и двойственная задачи. Каковы правила построения двойственной задачи.

3. В чем суть теорем двойственности.

4. Какова содержательная интерпретация оптимального решения двойственной задачи линейного программирования.

5. Какова геометрическая интерпретация симплекс-метода. В чем состоит суть симплекс-метода.

6. Как можно сформулировать условия разрешимости задач линейного программирования.

ДИСКРЕТНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В САПР

Литература: [1, 2, 3, 4, 5, 9, 11].

Содержание раздела

1. Задачи целочисленного линейного программирования. Математическая постановка.
2. Методы отсечений. Правильное отсечение.
3. Метод Гомори решения задач линейного целочисленного программирования.
4. Метод ветвей и границ для решения задачи целочисленного линейного программирования.
5. Задача о назначениях. Венгерский метод.
6. Квадратичная задача о назначениях. Обзор методов решения квадратичной задачи о назначениях.
7. Постановка задачи оптимизации расстановки оборудования на участке ГПС.
8. Задача коммивояжера. Обзор методов решения задачи коммивояжера.
9. Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ.
10. Задача определения оптимальной последовательности выпуска изделий.
11. Прикладные задачи дискретной оптимизации в САПР (установление оптимального типоразмерного ряда изделий, оптимизация компоновки).
12. Использование пакетов прикладных программ для решения задач дискретной оптимизации.

Теоретические сведения

Нередко приходится рассматривать задачи, в которых неизвестные величины могут принимать только целочисленные значения. Например, задачи, связанные с определением необходимого числа рабочих мест или количества дорогостоящих станков. При решении таких задач с целочисленными переменными методы линейного программирования неприменимы.

Другая сфера применения целочисленных моделей — выбор вариантов. В соответствующих задачах все или некоторые переменные могут принимать только два значения: 0 или 1. Такие переменные называют булевыми.

Задача линейного целочисленного программирования формулируется следующим образом: найти такое решение, при котором линейная функция

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

принимает максимальное или минимальное значение при ограничениях

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i,\ i \in I,\ I \subseteq M = \{1,2,\ldots,m\};$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i,\ i \in M;$$

$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,n}.$$

$$x_j \text{ - целые числа } j = \overline{1,n}.$$

Наиболее известные методы решения целочисленных задач — метод отсечения и метод ветвей и границ.

В процессе управления производством зачастую возникают задачи назначения исполнителей на различные виды работ, например, подбор кадров и назначение кандидатов на вакантные должности, распределение источников капитальных вложении между различными проектами научно-технического развития и т.п.. Задачу о назначениях можно сформулировать следующим образом. Необходимо выполнить N различных работ. Для их выполнения можно привлечь N рабочих. Каждый рабочий за определенную плату готов выполнить любую работу. Выполнение любой работы следует поручить одному рабочему. Любой рабочий может выполнить только одну работу. Требуется так распределить работы между рабочими, чтобы общие затраты на выполнение всех работ были минимальными.

Задача о назначениях в стандартной форме. При рассмотрении задачи о назначениях в стандартной форме предполагается, что количество рабочих равно количеству работ.

Введем обозначения:

c_{ij} — показатель эффективности назначения i-го рабочего на j-ю работу, например, издержки выполнения i-м рабочим j-й работы;

x_{ij} — переменная модели (x_{ij} = 1, если i-й рабочий используется на j-й работе, и x_{ij} = 0 в противном случае).

Математическая модель задачи о назначениях имеет вид

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to min \qquad (11)$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1,n}; \qquad (12а)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1,n}; \qquad (12б)$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}. \qquad (13)$$

Здесь (11) - целевая функция (минимум издержек на выполнение всех работ); (12) – система ограничений, отражающая следующие условия: а) – каждый рабочий может быть привлечен к одной работе; б) – каждая работа должна быть выполнена одним рабочим; (13) – условия двоичности переменных.

При решении задачи о назначениях исходной информацией является таблица задачи о назначениях с=$\{c_{ij}\}$, элементами которой служат показатели эффективности назначений. Для задачи о назначениях, записанной в стандартной форме, количество строк этой таблицы совпадает с количеством столбцов.

Результатом решения задачи о назначениях (11) – (13) является вектор $x^* = \{ x_{ij}^* \}$, компоненты которого – целые числа. Решение задачи о назначениях (11) – (13) можно представить в виде квадратной матрицы назначений, в каждой строке и в каждом столбце которой находится ровно одна 1. Такую матрицу также называют матрицей перестановок. Значение целевой функции (11), соответствующее оптимальному назначению, называют *эффективностью назначений.*

В комбинаторной интерпретации задача о назначениях заключается в определении такой перестановки исполнителей $\{1,2,\ldots,n\}$, которая обеспечивает минимальную суммарную стоимость назначений. Очевидно, что решение такой задачи может быть получено перебором, однако существует ряд эффективных алгоритмов.

Задачи для самостоятельного решения

1. Решить задачи методом Гомори и методом ветвей и границ, учитывая целочисленность переменных.

$3x_1 + x_2 \to max$	$3x_1 + 2x_2 \to max$
$4x_1 + 3x_2 \le 18$	$3x_1 + 7x_2 \le 21$
$x_1 + x_2 \le 6$	$x_1 + x_2 \le 4$
$0 \le x_1 \le 5$	$0 \le x_1 \le 4$
$0 \le x_2 \le 3$	$0 \le x_2 \le 3$

2. Решить задачу о назначениях с матрицей весов венгерским методом.

$$\begin{pmatrix} 5 & 8 & 12 & 10 & 4 \\ 9 & 2 & 4 & 7 & 6 \\ 2 & 5 & 3 & 2 & 8 \\ 6 & 7 & 9 & 11 & 5 \\ 3 & 1 & 6 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

3. Построить алгоритм решения задачи о назначениях методом ветвей и границ.

4. Решить задачу коммивояжера методом ветвей и границ.

$$\begin{pmatrix} \infty & 8 & 12 & 10 & 4 \\ 9 & \infty & 4 & 7 & 6 \\ 2 & 5 & \infty & 2 & 8 \\ 6 & 7 & 9 & \infty & 5 \\ 3 & 1 & 6 & 6 & \infty \end{pmatrix}$$

5. Построить математическую модель задачи. Использовать MS Excel и Mathcad для решения задачи линейного целочисленного программирования.

Цеху металлообработки нужно выполнить срочный заказ на производство деталей. Каждая деталь обрабатывается на 4-х станках C_1, C_2, C_3 и C_4. На каждом станке может работать любой из четырех рабочих A, B, C и D. Однако, каждый из них имеет на каждом станке различный процент брака. Из документации ОТК имеются данные о проценте брака каждого рабочего на каждом станке, которые представлены в таблице. Необходимо так распределить рабочих по станкам, чтобы суммарный процент брака, который равен сумме процентов брака всех 4-х рабочих, был минимален. Чему равен этот процент?

Рабочие	Станки			
	C_1	C_2	C_3	C_4
A	1,3	1,9	1,2	1,7
B	1,8	2,2	2,0	1,8
C	1,5	2,0	2,2	2,3
D	2,0	2,4	2,4	1,8

Вопросы для самопроверки

1. В чем состоит отличие задачи линейного целочисленного программирования от задачи линейного программирования?

2. Какими свойствами обладает оптимальное решение задачи целочисленного линейного программирования?

3. Какова последовательность шагов метода отсечений Гомори?

4. Каким условиям должно удовлетворять правильное отсечение?

5. Какова геометрическая интерпретация правильного отсечения?

6. Основная идея метода ветвей и границ.

7. Математическая постановка задачи о назначениях.

8. Методы решения квадратичной задачи о назначениях.

9. Математическая постановка задачи коммивояжера.

10. Постановка задачи определения оптимальной последовательности выпуска изделий.

4. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В САПР

Литература: [1, 3, 4, 6, 7, 8, 10].

Содержание раздела

1. Многокритериальная оптимизация. Математическая постановка.
2. Множество Парето.
3. Способы сведения многокритериальной задачи к однокритериальной.
4. Обзор методов решения многокритериальных задач.
5. Метод уступок для решения задач многокритериальной оптимизации.

6. Метод минимизации уступок.
7. Природа многокритериальности в задачах автоматизированного проектирования.
8. Оптимизация параметров объекта проектирования, работающего в различных режимах функционирования.

Теоретические сведения

В практических задачах могут использоваться несколько критериев оптимизации. Например, при производстве продукции одновременно максимизируется ее качество и минимизируется себестоимость и др.

Существуют различные методы решения многокритериальных задач. Одним из таких методов является метод последовательных уступок. Он применяется, когда частные критерии (Ц.Ф.) могут быть упорядочены в порядке убывающей важности.

Предположим, что все критерии максимизируются и пронумерованы в порядке убывания их важности.

Находим максимальное значение Z1, первого по важности критерия в области допустимых решений, решив задачу

$$Z_1(X) \to max,$$
$$X \in Q.$$

Затем, исходя из практических соображений и принятой точности, назначается допустимое отклонение $\delta_1 > 0$ (экономически оправданная уступка) критерия Z_1 и отыскивается максимальное значение второго критерия Z_2 при условии, что значение первого должно отклоняться от максимального не более чем на величину допустимой уступки.

Далее решается задача:

$$Z_2(X) \to max,$$
$$Z_1(X) \ge Z_1 - \delta_1,$$
$$X \in Q.$$

Затем снова назначается величина уступки $\delta_2 > 0$ по второму критерию, которая вместе с первой используется при нахождении условного экстремума третьего частного критерия, и т.д.

В конце, выявляется экстремальное значение последнего по важности критерия Z_m при условии, что значение каждого из первых m-1 частных критериев отличается от экстремального не более чем на величину допустимой уступки. Полученное на последнем этапе решение считается оптимальным.

Замечание. Недостаток – метод не всегда дает эффективное решение.

Задачи для самостоятельного решения

Найти оптимальное решение для задач графическим методом, методом уступок. Рассмотреть различные подходы к сведению многокритериальной задачи к однокритериальной.

1.

$$Z_1 = x_1 + 8x_2 \to min,$$
$$Z_2 = 4x_1 - 5x_2 \to min,$$
$$Z_3 = -8x_1 - 6x_2 \to max,$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \ge 6, \\ 2x_1 - x_2 \le 8, \\ 2x_1 + 5x_2 \le 9, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

2

$$Z_1 = 5x_1 - 8x_2 \to max,$$
$$Z_2 = x_1 + 3x_2 \to min,$$
$$Z_3 = -x_1 + 2x_2 \to max,$$
$$Z_4 = 7x_1 - 6x_2 \to max,$$
$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 \ge 1, \\ 2x_1 - x_2 \le 8, \\ x_1 + 2x_2 \le 4, \end{cases}$$
$$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.$$

Вопросы для самопроверки

1. Как осуществляется постановка многокритериальной задачи.
2. Какими способами можно свести многокритериальную задачу к однокритериальной.
3. Алгоритм метода уступок для решения линейных многокритериальных задач.
4. Метод минимизации уступок.
5. Чем отличается метод последовательных уступок от метода минимизации уступок.
6. Какие формулировки задач параметрической оптимизации являются математическим описанием этих методов.
7. В чем преимущества и недостатки каждого из этих методов.
8. Причины, которые приводят к необходимости постановки многокритериальных задач в САПР.

5. НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ В САПР

Литература: [1, 3, 4, 9, 11, 12].

Содержание раздела

1. Нелинейное программирования. Постановка задач и обзор методов решения.
2. Методы одномерной оптимизации (методы дихотомического деления, золотого сечения, чисел Фибоначчи, полиномиальной аппроксимации).
3. Методы безусловной оптимизации (методы Розенброка, конфигураций (Хука-Дживса), деформируемого многогранника (Нелдера-Мида), случайного поиска, наискорейшего спуска, метод Ньютона).

4. Экстремум функции. Глобальный экстремум, локальный экстремум, условный экстремум. Необходимые условия экстремума.

5. Методы поиска условных экстремумов (метод множителей Лагранжа, методы штрафных функция, методы проекции градиента).

6. Градиентные методы.

7. Теорема Куна-Таккера о седловой точке.

8. Задача выпуклого нелинейного программирования. Методы решения.

9. Прикладные задачи одномерного поиска в САПР.

10. Прикладные задачи безусловной оптимизации в САПР.

11. Прикладные задачи выпуклого программирования в САПР.

Теоретические сведения

В оптимизационных задачах нелинейного программирования (НЛП) математические модели содержат нелинейные зависимости от переменных. Источники нелинейности относятся в основном к одной из двух категорий:

1) реально существующие и эмпирически наблюдаемые нелинейные соотношения, например: непропорциональные зависимости между объемом производства и затратами; между количеством используемого в производстве компонента и некоторыми показателями качества готовой продукции; между затратами сырья и физическими параметрами (давление, температура и т.п.) соответствующего производственного процесса.

2) установленные (постулируемые) руководством правила поведения или задаваемые зависимости, например: формулы или правила расчета с потребителями энергии или других видов услуг; гипотезы о характере вероятностного распределения рассматриваемых в модели случайных величин и др.

В отличие от задач линейного программирования, любая из которых может быть решена симплекс-методом, не существует одного или нескольких алгоритмов, эффективных для решения любых нелинейных задач. Эффективность алгоритма может даже существенно зависеть от постановки задачи, например, от изменения масштабов измерения тех или иных переменных. Поэтому алгоритмы разрабатываются для каждого класса (типа) задач.

Задачи для самостоятельного решения

1. Решить задачи нелинейного программирования в Mathcad.

Известен рыночный спрос на определенное изделие в количестве **N** штук. Это изделие может быть изготовлено двумя предприятиями по различным технологиям. При производстве x_1 первым предприятием его затраты составят F руб., а при изготовлении x_2 изделий вторым предприятием они составят **G** руб. Определить сколько изделий, изготовленных по каждой технологии, может предложить концерн, чтобы общие издержки его производства были минимальными.

Вариант	**N**	**F**	**G**
1	150	$(3x_1+2x_1^2)$	$(6x_2+x_2^2)$
2	160	$(3x_1+2x_1^3)$	$(x_2+x_2^2)$
3	170	$(3{x_1}^2+2x_1^2)$	$(2x_2+x_2^2)$
4	165	$(4{x_1}^2+x_1)$	$(3x_2+5x_2^2)$
5	145	$(3x^3{}_1+2x_1^2)$	$(x_2+x_2^2)$

2. На двух предприятиях холдинга необходимо изготовить **N** изделий некоторой продукции. Затраты, связанные с производством x_1 изделий на первом предприятии, равны **F** руб., а затраты, обусловленные изготовлением x_2 изделий на втором предприятии, составляют **G** руб. Определить сколько изделий следует произвести на каждом из предприятий, чтобы общие затраты на производство необходимой продукции были минимальными.

Вариант	**N**	**F**	**G**
1	210	$4x_1^2$	$(20x_2+6x_2^2)$
2	220	$4x_1^3$	$(17x_2+4x_2^2)$
3	170	$(3x_1^2+2x_1^2)$	$(22x_2+x_2^2)$
4	190	$(4x_1^2+x_1)$	$(30x_2+5x_2^2)$

3. Предприятие располагает ресурсами двух видов сырья и рабочей силы, необходимыми для производства двух видов продукции. Затраты ресурсов на изготовление одной тонны каждого продукта, прибыль, получаемая предприятием от реализации тонны продукта, а также запасы ресурсов указаны в следующей табл. 4.

Таблица 4

Ресурс	Расход ресурса		Запас ресурса
	на продукт 1	на продукт 2	
Сырье 1, т	3	5	120
Сырье 2, т	4	6	150
Трудозатраты, ч	14	12	400
Прибыль единицы продукта, тыс. руб./т	72	103	

Стоимость одной тонны каждого вида сырья определяется следующими зависимостями: $(9 + 0{,}0088r_1)$ тыс. руб. для сырья 1 и $(5 - 0{,}0086r_2)$ тыс. руб. для сырья 2, где r_1 и r_2 — затраты сырья на производство продукции. Стоимость одного часа трудозатрат определяется зависимостью $(1 - 0{,}0002r$, где r — затраты времени на производство продукции.

1. Сколько продукта 1 следует производить для того, чтобы обеспечить максимальную прибыль?
2. Сколько продукта 2 следует производить для того, чтобы обеспечить максимальную прибыль?
3. Какова максимальная прибыль?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Батищев Д. И. Оптимизация в САПР: учебник / Д.И. Батищев, Я.Е. Львович, В.Н. Фролов – Воронеж: Изд-во Воронежского государственного университета, 1997. – 416 с.
2. Аттетков Методы оптимизации / А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин. – 2001.
3. Карманов В.Г. Математическое программирование / В.Г. Карманов. М.: Физматмет, 2000. – 264 с.
4. Норенков И.П. Основы автоматизированного проектирования: учеб. для вузов / И.П. Норенков. 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Изд–во МГТУ им. Баумана, 2006. – 448 с.
5. Плис А.И. Mathcad: математический практикум для экономистов и инженеров: учеб. пособие / А.И. Плис, Н.А. Сливина. – М.: Финансы и статистика, 1999.
6. Черноруцкий И.Г. Методы оптимизации и принятия решений: учебное пособие / И.Г. Черноруцкий. – СПб. : Изд-во «Лань», 2001. – 384 с.
7. Сиразетдинов Т.К. Методы решения многокритериальных задач синтеза технических систем / Т.К. Сиразетдинов – М. Машиностроение, 1988. – 160 с.

8. Баркалов С.А., Бурков В.Н., Курочка П.Н.и др. Системный анализ и его приложения / С.А. Баркалов, В.Н. Бурков, П.Н. Курочка – Воронеж, «Научная книга», 2008.- 439с.

9. Васильев Ф.П. Методы оптимизации: учебник: в 2 кн. Кн./ Ф.П. Васильев – М.: Изд-во МЦНМО, 2011. – 620 с.

10. Галеев Э.Р. Методы оптимизации: лабораторный практикум / Э.Р. Галеев, В.В. Елизаров, В.И. Елизаров – Казань: Изд-во КГТУ, 2006.-234с.

11. Вентцель Е.С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: учебн. пособие для вузов / Е.С. Вентцель. – 4-е изд., стереотип. – М.: Дрофа, 2006. – 345с.

12. Черноруцкий И.Г. Методы принятия решений / И.Г.Черноруцкий – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 416с.

СОДЕРЖАНИЕ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по организации самостоятельной работы
по дисциплине «Оптимизация в САПР»
для студентов направления подготовки бакалавров
230100 «Информатика и вычислительная техника»
(профиль «Системы автоматизированного проектирования
в машиностроении») очной и заочной форм обучения

Составитель
Собенина Ольга Валерьевна

В авторской редакции
Компьютерный набор О.В. Собениной

Подписано к изданию 10.12.2014.
Уч.-изд. л. 1,4 . «С»

ФГБОУ ВПО «Воронежский государственный технический
университет»
394026 Воронеж, Московский просп., 14