

Министерство науки и высшего образования РФ  
ФГБОУ Воронежский государственный технический университет  
Кафедра инженерной и компьютерной графики

# **КОМПЬЮТЕРНАЯ И ИНЖЕНЕРНАЯ ГРАФИКА**

*Методические указания по выполнению лабораторных работ*

Воронеж 2022

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение компьютерной и инженерной графики способствует развитию пространственного воображения и навыков логического мышления, совершенствует способность человека по плоскому изображению предмета мысленно создавать представление о его форме.

Важное место в процессе изучения компьютерной и инженерной графики занимает выполнение студентами лабораторных работ, позволяющих закрепить полученные навыки решения задач.

Перед выполнением лабораторных работ рекомендуется: изучить материал лекции или соответствующий раздел учебного пособия по инженерной и компьютерной графике, проанализировать примеры решения задач в соответствующей литературе, в т.ч., приведённых в данном издании.

### 1. ДЛИНА ОТРЕЗКА ПРЯМОЙ, РАССТОЯНИЕ ОТ ТОЧКИ ДО ПРЯМОЙ

Отрезок прямой, расположенный в пространстве параллельно какой – либо плоскости проекций, проецируется на эту плоскость в натуральную величину (т.е. без искажений).

Длину отрезка прямой по его проекциям определяют как гипотенузу прямоугольного треугольника, одним катетом которого является одна из проекций данного отрезка, а другим катетом – абсолютная величина алгебраической разности расстояний от концов другой проекции отрезка до оси проекций (рис. 1.1).

Для того, чтобы прямой угол проецировался в натуральную величину необходимо и достаточно, чтобы одна из его сторон была параллельна, а другая не перпендикулярна плоскости проекций (рис. 1.2).

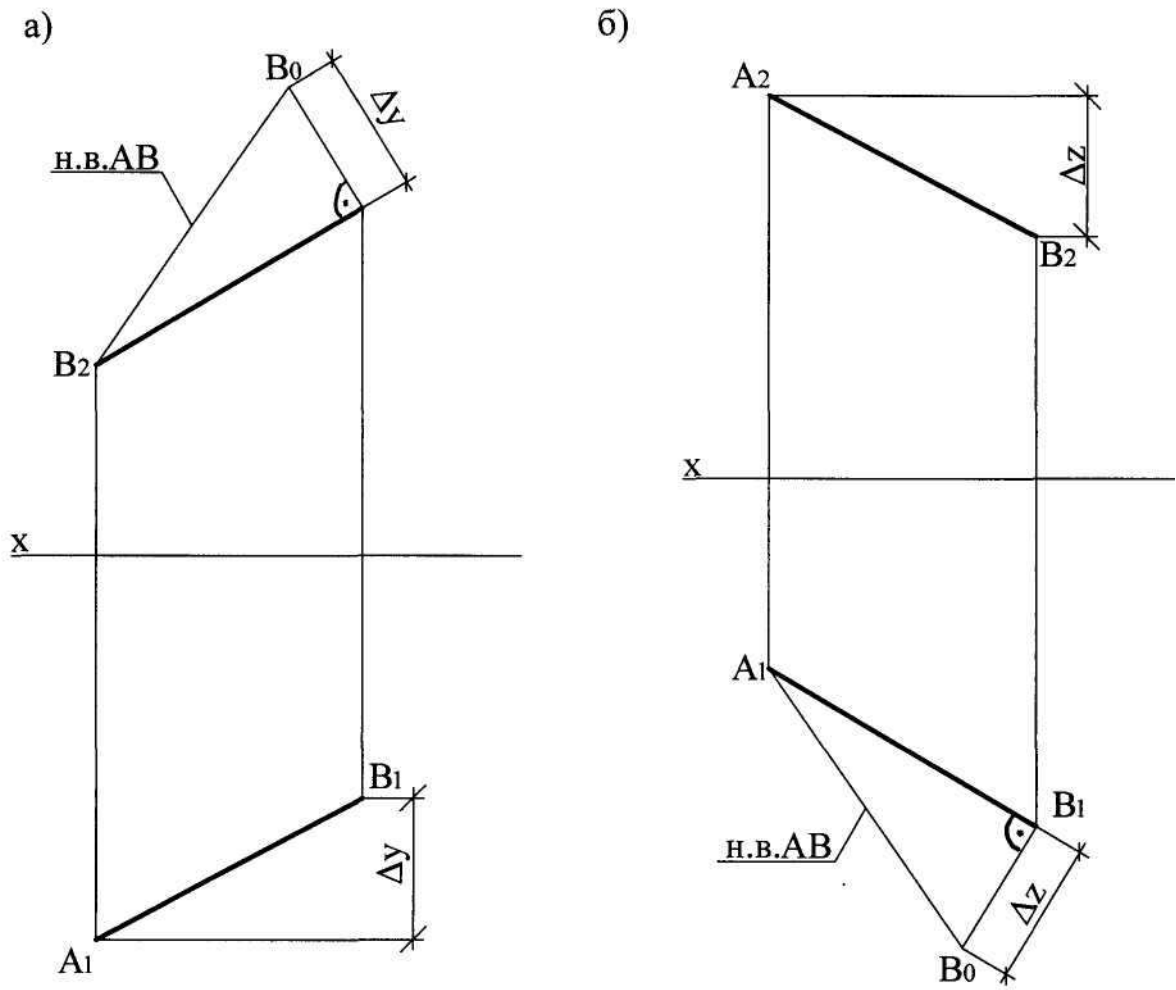


Рис.1.1 Определение натуральной величины отрезка методом прямоугольного треугольника

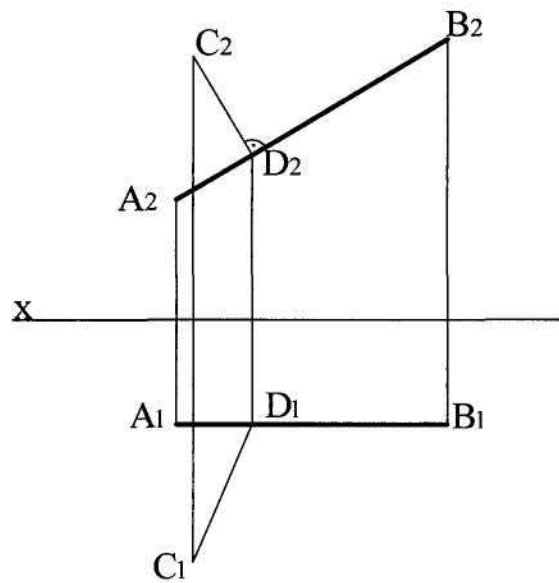


Рис. 1.2 Проецирование прямого угла.

Задача 1.1 На прямой  $DE$  от точки  $K$  отложить отрезок длиной 30 мм по направлению от точки  $D$  к точке  $E$ .

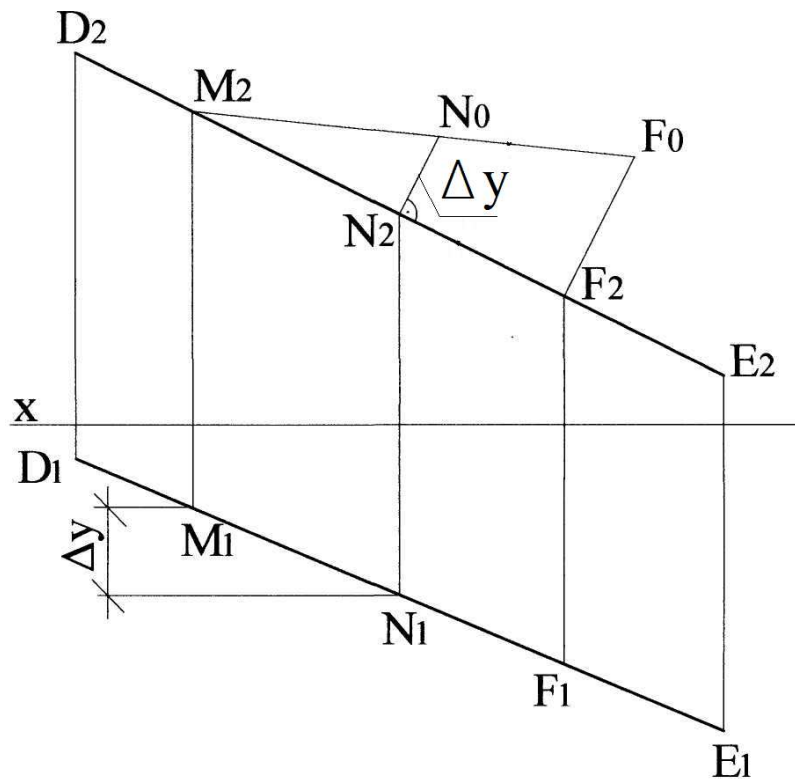


Рис. 1.3 Выделение отрезка заданной длины, принадлежащего прямой

На прямой  $DE$  выделяем произвольный отрезок  $MN$  и определяем его натуральную величину. Для этого строим прямоугольный треугольник по двум катетам  $M_2N_2$  и  $\Delta y$ .

Откладываем на гипотенузе треугольника  $M_2N_0$  отрезок  $M_2F_0$  длиной 30 мм и опускаем из точки  $F_0$  перпендикуляр на прямую  $D_2E_2$  до пересечения с ней в точке  $F_2$ . По точке  $F_2$  находим точку  $F_1$  на прямой  $D_1E_1$ . Проекциями искомого отрезка являются  $(M_1F_1, M_2F_2)$ .

## 2. ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПРЯМОЙ С ПЛОСКОСТЬЮ, ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПЛОСКОСТЕЙ

2.1 Для того, чтобы найти точку пересечения прямой с плоскостью необходимо:

1) заданную прямую заключить во вспомогательную плоскость частного положения (проще – в проецирующую);

2) найти прямую пересечения плоскостей – заданной и вспомогательной;

3) на пересечении прямых – заданной и полученной – получается искомая точка.

2.2 Если прямая перпендикулярна плоскости, то горизонтальная проекция прямой перпендикулярна горизонтальной проекции горизонтали плоскости, а фронтальная проекция перпендикулярна фронтальной проекции фронтали плоскости.

2.3 Если две плоскости параллельны, то две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости.

2.4 Если две плоскости взаимно перпендикулярны, то, каждая из них проходит через перпендикуляр к другой плоскости.

Задача 2.1 Определить точку пересечения плоскости заданной треугольником  $ABC$  и прямой  $a$ , определить видимость прямой  $a$  относительно плоскости треугольника (рис. 2.1).

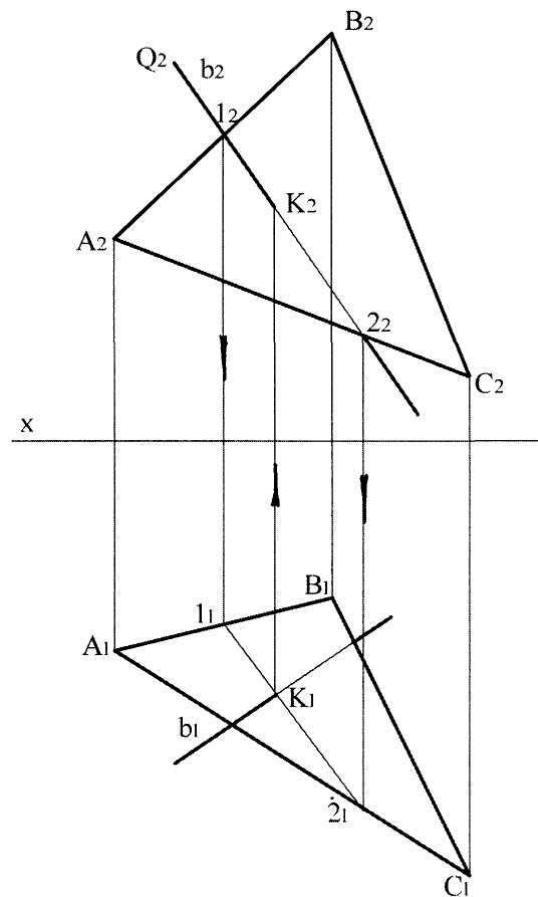


Рис. 2.1 Определение точки пересечения прямой и плоскости

Закключаем прямую  $a$  во фронтально проецирующую плоскость  $\Sigma$ . Находим точки  $N_2$  и  $M_2$  пересечения фронтальной проекции плоскости  $\Sigma_2$  с фронтальными проекциями сторон треугольника  $A_2B_2$  и  $A_2C_2$ . По точкам  $N_2$  и  $M_2$  находим точки  $N_1$  и  $M_1$ . Соединяя точку  $N_2$  с  $M_2$  и  $N_1$  с  $M_1$ , получим соответствующие проекции линии пересечения плоскости  $\Sigma$  с плоскостью треугольника  $ABC$ . Определяя точку пересечения прямых  $a_1$  и  $M_1N_1$  получим горизонтальную проекцию  $K_1$  точки пересечения прямой  $a$  с плоскостью треугольника  $ABC$ . По точке  $K_1$  находим точку  $K_2$ .

Видимость прямой  $a$  относительно плоскости треугольника  $ABC$  устанавливается с помощью лучей, которые мысленно проводят через точки пересечения проекции данной прямой и сторон треугольника.

Точке пересечения горизонтальных проекций прямой  $a$  и стороны  $AC$  треугольника  $ABC$  соответствуют две точки  $1$  и  $2$ , одна из которых принадлежит прямой  $a$ , а другая прямой  $AC$ . По фронтальным проекциям точек  $1_2$  и  $2_2$  можно установить, что точка  $2$  лежит выше точки  $1$ , а также какая часть горизонтальной проекции прямой  $a$ , видима (рис. 2.1).

Точке пересечения фронтальных проекций прямой  $a$  и стороны  $AB$  треугольника  $ABC$  соответствуют две точки  $3$  и  $4$ , одна из которых принадлежит прямой  $a$ , а другая прямой  $AB$ . По горизонтальным проекциям точек  $3_1$  и  $4_1$  можно установить, что точка  $4$  лежит ближе к наблюдателю, чем точка  $3$ , а также какая часть фронтальной проекции прямой  $a$ , видима (рис. 2.1).

Задача 2.2: Построить линию пересечения плоскостей заданных треугольниками  $ABC$  и  $DEF$ . Определить видимость плоскости  $ABC$  относительно плоскости  $DEF$ .

Для построения линии пересечения плоскостей необходимо найти две точки, принадлежащие обеим плоскостям. Находим точку  $N$  пересечения стороны  $AB$  с плоскостью треугольника  $DEF$ , и точку  $M$  пересечения стороны  $DE$  с плоскостью треугольника  $ABC$ . Соединяя точки  $N$  и  $M$  получим линию пересечения плоскостей. Далее определяем видимость соответствующих прямых (рис. 2.2).

Методика нахождения точек и определения видимости изложена в решении задачи 2.1.

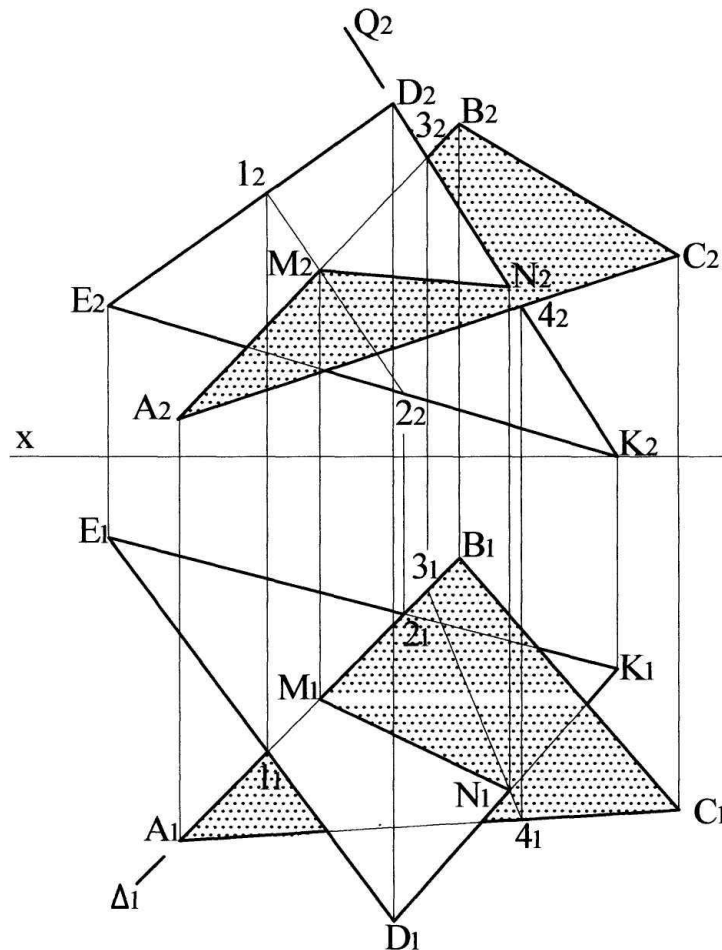


Рис. 2.2 Определение линии пересечения плоскостей

Задача 2.3 На расстоянии 20 мм построить плоскость параллельную плоскости треугольника  $ABC$ .

Для решения задачи необходимо:

- 1 Построить прямую  $l$  перпендикулярную заданной плоскости (см. п. 2.2);
- 2 Найти точку  $K$  пересечения прямой с заданной плоскостью (возможно восстановление перпендикуляра к уже имеющейся точке, например  $A$ );
- 3 От точки  $K$  отмерить расстояние равное 20 мм, т.е. построить прямую соответствующую натуральной величине отрезка  $KE$ , (точка  $E$  принадлежит на прямой  $l$ )
- 4 Задать плоскость параллельную плоскости треугольника  $ABC$ , любым способом, например двумя прямыми пересекающимися в точке  $E$ , одна из которых параллельна прямой  $AB$ , а другая  $BC$ .

Задача 2.4 Построить плоскость перпендикулярную плоскости треугольника  $ABC$ .

Для решения задачи необходимо:

- 1 Построить прямую  $l$  перпендикулярную заданной плоскости (см. п. 2.2);
- 2 Задать плоскость, включающую прямую  $l$  (например, двумя пересекающимися прямыми).

### 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПРОЕКЦИЙ

Для определения натуральной величины геометрической фигуры, представляющей собой плоскость общего положения возможным является использование метода замены плоскостей проекций. Суть метода, заключается в том, что геометрическая фигура рассматривается относительно новой ортогональной системы плоскостей проекций, в которой является плоскостью уровня.

Последовательный переход от одной системы плоскостей проекций к другой осуществляется по следующему правилу: *расстояние от новой проекции точки до новой оси должно равняться расстоянию от преобразуемой (заменяемой) проекции точки предыдущей оси.*

Задача 3.1 Определить натуральную величину треугольника  $ABC$ , заданного двумя проекциями  $A_1B_1C_1, A_2B_2C_2$  в системе плоскостей  $\Pi_1, \Pi_2$ .

Для решения задачи:

- 1 Определяем плоскость, подлежащую замене (горизонтальная или фронтальная).
- 2 В плоскости треугольника  $ABC$  проводим главные линии плоскости. (Если в качестве заменяемой выбрана горизонтальная плоскость, то достаточно провести горизонталь -  $h$ , если фронтальная, то фронталь -  $f$ ).
- 3 Располагаем  $\Pi_4$  перпендикулярно плоскости треугольника и плоскости  $\Pi_1$ . Новая ось  $x_1$  перпендикулярна  $h_1$  Проводим новые линии связи перпендикулярно  $x_1$ .
- 4 Строим проекции точек  $A, B$  и  $C$  на плоскость  $\Pi_4$ , в соответствии с изложенным правилом.
- 5 Вводим новую плоскость  $\Pi_5$  параллельно плоскости треугольника  $ABC$  и перпендикулярно плоскости  $\Pi_4$ . Ось  $x_2$  параллельна прямой на которой расположены точки  $A_4, B_4, C_4$
- 6 Строим проекции точек  $A, B$  и  $C$  на плоскость  $\Pi_5$ , в соответствии с изложенным правилом. Проекция треугольника  $ABC$  на плоскость  $\Pi_5$  является его натуральной величиной.



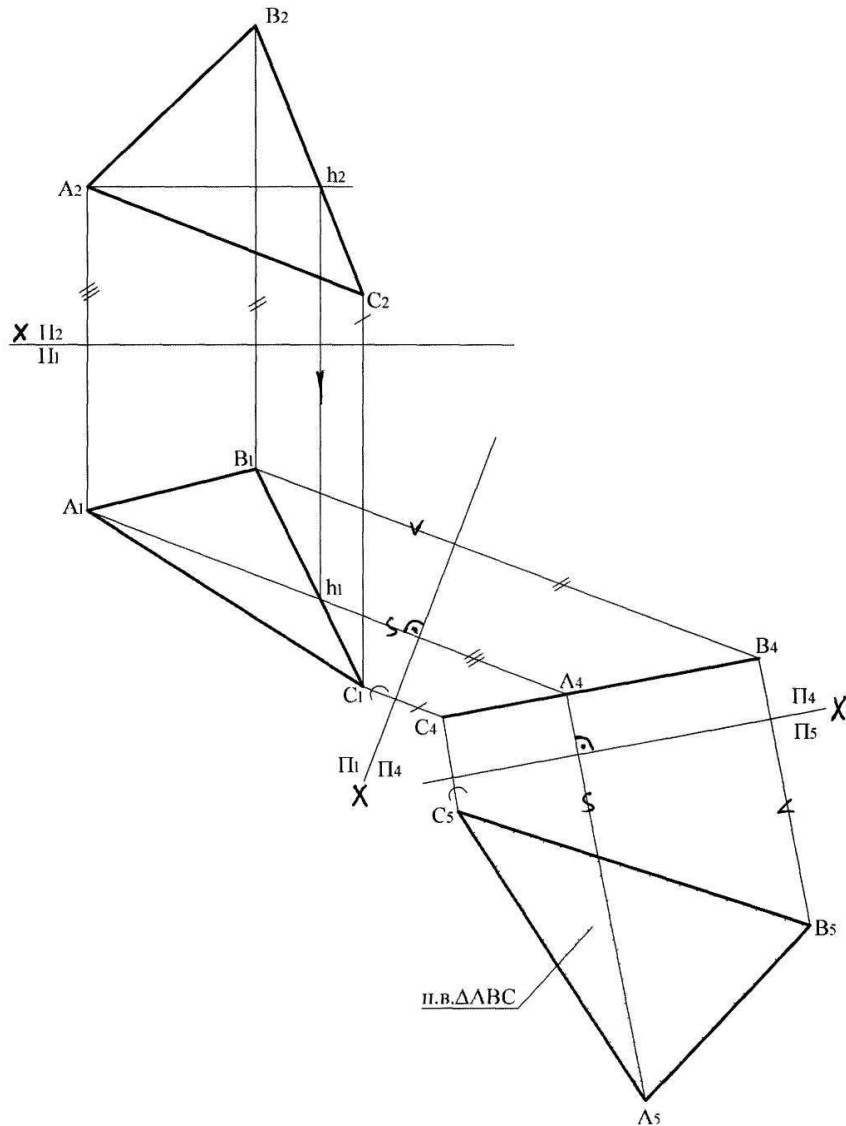


Рис. 3.1 Определение натуральной величины треугольника

### Лабораторная работа №1

- а) отложить на прямой  $AB$  от точки  $C \in AB$  отрезок длиной  $S$  по направлению от точки  $A$  к точке  $B$  (табл. П.1);
- б) определить расстояние от точки  $D$  до прямой  $KL$  (табл. П.1).

### Лабораторная работа №2

Построить линию пересечения плоскостей, заданных треугольниками  $ABC$  и  $DEF$ . (табл. П.2)

### Лабораторная работа №3

Построить плоскость параллельную плоскости треугольника ABC на расстоянии 45 мм. (табл. П.2)

#### **Лабораторная работа №4**

Построить плоскость перпендикулярную плоскости треугольника ABC. (табл. П2)

#### **Лабораторная работа №5**

Определить натуральную величину треугольника, ABC заданного двумя проекциями в системе плоскостей  $P_1, P_2$  (табл. П.2)

### **КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ**

- 1 В каком случае отрезок проецируется на плоскость проекций в натуральную величину?
- 2 В каком случае прямой угол проецируется на плоскость проекций в натуральную величину?
- 3 В чем сущность метода прямоугольного треугольника?
- 4 Какие взаимные положения в пространстве могут занимать прямые?
- 5 Какие взаимные положения в пространстве могут занимать плоскости?
- 6 В чем сущность метода замены плоскостей проекций?

### **БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Дергач В.В. Начертательная геометрия: Учебное пособие. / В.В. Дергач, А.К. Толстихин, И.Г.Борисенко. – Москва: Инфа-М, 2017. – 144 с.
2. Жирных Б.Г. Начертательная геометрия: Учебник / Б.Г.Жирных, В.И.Серегин, Ю.Э. Шарикян. – Москва: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017. -166 с.
3. Арустамов Х.А. Сборник задач по начертательной геометрии с решениями типовых задач: Учебное пособие / Х.А. Арустамов. - Москва: КноРус, 2012. - 483,
4. Кувшинов Н.С. Начертательная геометрия. Краткий курс. / Н.С. Кувшинов. - Москва: КНОРУС, 2016. – 150 с.
5. Фролов С.А. Начертательная геометрия: Учебное пособие. / С.А. Фролов. – Москва: Инфа-М, 2015. – 285 с.
6. Гордон В.О. Курс начертательной геометрии: Учебное пособие. / В.О. Гордон, М.А. Семенов – Огиевский; Под ред. В.О. Гордона, Ю.Б. Иванова. – Москва: Высшая школа, 2002. – 270 с.
7. Начертательная геометрия: Учебник / Под ред. Н.Н. Крылова. – Москва: Высшая школа, 2002. - 223 с.

**Приложение.** Исходные данные для выполнения лабораторной работы №1.

Исходные данные для выполнения лабораторной работы №1.

№ п.п.	A			B			D			K			L			Длина отрезка S, мм
	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	x	y	z	
1	90	10	130	0	50	110	45	70	30	10	10	130	10	70	70	20
2	100	15	125	10	60	105	40	70	50	30	5	10	90	60	10	25
3	105	10	120	20	80	80	60	70	100	120	25	20	10	25	60	30
4	115	15	110	25	85	60	5	20	40	12	20	110	12	75	30	35
5	120	20	100	30	90	40	10	100	100	130	10	20	60	80	20	40
6	125	20	80	60	95	40	60	80	100	130	30	30	20	30	80	45
7	130	30	60	65	100	0	70	50	80	14	25	90	14	80	20	50
8	80	80	128	60	0	20	0	0	50	100	30	30	0	100	30	55
9	85	60	123	30	10	25	55	40	130	105	0	100	0	0	15	60
10	90	100	120	25	20	0	60	11	10	16	30	85	16	90	15	65
11	105	105	100	0	30	50	70	70	10	80	55	35	20	120	35	22
12	127	102	96	65	40	70	60	100	120	115	35	10	30	35	100	27
13	132	130	70	60	50	10	75	80	80	18	35	80	18	95	0	33
14	87	120	60	32	105	126	0	12	5	115	125	40	35	60	40	42
15	92	121	55	27	98	119	75	80	60	100	45	50	35	45	120	47
16	103	115	49	22	77	109	10	80	11	20	40	0	20	100	125	52
17	112	107	30	40	68	99	80	30	50	90	115	0	40	10	0	58
18	121	97	0	53	22	94	65	100	130	105	50	110	40	50	30	64
19	128	92	20	61	5	90	0	20	70	22	43	10	22	100	120	72
20	130	85	12	90	0	85	0	0	0	15	100	60	110	30	60	68
21	81	70	0	30	131	15	10	10	20	50	60	120	130	60	40	57
22	84	13	10	32	112	40	0	70	20	24	45	30	24	110	100	48

Продолжение таблицы П.1

Исходные данные для выполнения лабораторной работы №1.

23	90	65	15	40	102	65	80	0	10	5	95	70	90	15	70	37
24	82	44	20	44	95	72	80	0	0	26	50	45	26	120	95	28
25	113	21	25	49	89	84	70	10	20	25	70	80	80	5	80	22
26	130	15	30	52	80	110	60	120	10	45	70	130	120	70	105	17
27	124	10	35	54	70	130	0	0	0	28	30	20	28	130	90	12
28	15	103	120	90	4	20	100	10	15	0	60	100	95	5	100	72
29	20	122	95	114	10	14	70	15	50	10	80	110	115	80	20	62
30	30	115	84	122	13	10	10	0	60	30	20	12	30	120	80	43

**Примечание:** единичный отрезок координатной сетки соответствует 1 мм.

Исходные данные для выполнения лабораторных работ № 2-5

Таблица П.2

№ п.п.	А			В			С			D			Е			F		
1	117	90	9	52	25	79	0	83	48	68	110	85	135	19	36	14	52	0
2	120	90	10	50	25	80	0	85	50	70	110	85	135	20	35	15	50	0
3	115	90	10	52	25	80	0	80	45	65	105	80	130	18	35	12	50	0
4	120	92	10	50	20	75	0	80	46	70	115	85	135	20	32	10	50	0
5	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
6	115	7	85	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	40	20	15	0	50
7	120	10	90	48	82	20	0	52	82	65	80	110	130	38	20	15	0	52
8	116	8	88	50	78	25	0	46	80	70	85	108	135	36	20	15	0	52
9	115	10	92	50	80	25	0	50	85	70	85	110	135	35	20	15	0	50
10	18	10	90	83	79	25	135	48	83	67	85	110	0	36	19	121	0	52
11	20	12	92	85	80	25	130	50	85	70	85	110	0	35	20	120	0	52
12	15	10	85	80	80	20	130	50	80	70	80	108	0	35	20	120	0	50
13	16	12	88	85	80	25	135	50	80	75	85	110	0	30	15	120	0	50
14	18	12	85	85	80	25	135	50	80	70	85	110	0	35	20	120	0	50
15	18	90	10	83	25	79	135	83	48	67	110	85	0	19	36	121	0	0
16	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	52	86
17	18	75	40	83	6	107	135	38	47	67	0	20	0	48	111	121	78	78
18	117	75	40	52	6	107	0	38	47	135	0	20	68	48	111	15	86	78
19	117	40	75	52	107	6	0	47	38	135	20	0	68	111	48	15	86	86
20	120	38	75	50	108	5	0	45	40	135	20	0	70	110	50	15	78	85
21	122	40	75	50	110	8	0	50	40	140	20	0	70	110	50	20	80	85

Продолжение таблицы П.2

Исходные данные для выполнения лабораторных работ № 2-5

3	20	10	40	85	80	110	135	48	48	70	85	20	0	35	110	120	80	80
24	117	40	9	52	111	79	0	47	48	68	20	85	135	111	36	14	0	0
25	117	9	40	52	79	111	0	48	47	68	85	20	135	36	111	14	78	78
26	18	40	9	83	111	79	135	47	48	67	20	85	0	111	36	121	0	0
27	18	9	40	83	79	111	135	48	47	67	85	20	0	36	111	121	78	78
28	18	40	75	83	117	6	135	47	38	67	20	0	0	111	48	121	52	86
29	120	38	75	50	108	5	0	45	40	135	20	0	70	110	50	15	78	85
30	117	9	90	52	79	25	0	48	83	68	85	110	135	36	19	14	0	52
22	20	40	10	85	110	80	135	48	48	70	20	85	0	110	35	120	80	0

