

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Воронежский государственный технический университет»

Кафедра прикладной математики и механики

МАТЕМАТИКА

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*к самостоятельной работе по математике
для студентов - бакалавров направления подготовки
13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»,
профиль «Промышленная теплоэнергетика»
очной и заочной форм обучения*

Воронеж 2023

УДК 51(07)

ББК 22.1я7

Составители:

канд. техн. наук О.А. Соколова,
канд. физ.-мат. наук А.В. Ряжских

Математика: методические указания к самостоятельной работе по математике для студентов - бакалавров направления подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», профиль «Промышленная теплоэнергетика» очной и заочной форм обучения / ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»; сост.: О.А. Соколова, А.В. Ряжских. – Воронеж: Изд-во ВГТУ, 2023. 23 с.

Приводится программа курса «Математика» с необходимой для его самостоятельного изучения литературой, даются вопросы для самопроверки и задачи, которые необходимо уметь решать после изучения курса. Представлены вопросы для подготовки к промежуточной и итоговой аттестациям. Предназначены для студентов направления подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», профиль «Промышленная теплоэнергетика» очной и заочной форм обучения.

Методические указания подготовлены в электронном виде и содержатся в файле МУ_СР_Математика_13.03.01.pdf.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 51(07)

ББК 22.1я7

Рецензент – А.А. Хвостов, д-р техн. наук, проф.
кафедры прикладной математики и механики ВГТУ

*Издается по решению редакционно-издательского совета
Воронежского государственного технического университета*

ОБЩИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТУ К ИЗУЧЕНИЮ КУРСА МАТЕМАТИКИ

Одной из форм обучения студента является самостоятельная работа над учебным материалом, включающая его изучение по рекомендованным учебникам, решение задач с помощью учебных пособий, самопроверка. Завершающим этапом изучения отдельных частей курса математики является сдача зачетов и экзаменов в соответствии с учебным планом.

При изучении материала по учебнику полезно вести конспект, в который рекомендуется вписывать определения, формулировки теорем, формулы, уравнения и так далее. Курс математики разбит на темы и пункты, в которых указана литература, рекомендуемая для изучения.

Чтение учебника должно сопровождаться решением задач, для чего рекомендуется завести специальную тетрадь. В задачниках [4,6] имеется большое количество решенных задач, с которыми студентам рекомендуется ознакомиться при изучении соответствующего материала.

После изучения определенной темы по учебнику и решения достаточного количества задач рекомендуется воспроизвести по памяти определения, формулы, формулировки теорем. Необходимый минимум вопросов для самопроверки приведен ниже.

Если в процессе изучения теоретического материала или при решении задач у студентов возникают вопросы, справиться с которыми самостоятельно не удастся, то за помощью можно обратиться к преподавателю на консультации.

После изучения материала студент должен

- уметь достаточно быстро и без помощи пособий решать задачи, аналогичные задачам, предложенным в методическом указании,
- твердо знать основные формулы, определения и методы, перечисленные в вопросах для самопроверки.

ПРОГРАММА КУРСА “ МАТЕМАТИКА ” для студентов-бакалавров направления подготовки 13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника», профиль «Промышленная теплоэнергетика» очной и заочной форм обучения

ПЕРВЫЙ СЕМЕСТР

1. Линейная алгебра.

1. Матрицы, действия над матрицами. Сложение матриц и умножение на число. [1, т. II, гл. 21, §§ 2, 4-9].

2. Определители второго и третьего порядков. Основные свойства. [2, приложение, §§ 1, 3, 4], [3, ч. 1, гл. 6, §§ 1, 3, 4].

2. Системы линейных уравнений. Правило Крамера [1, т. II, гл. 21, §15], [2, приложение, §§1,2,5], [3, ч. 1, гл.6, §§ 2,5-7].

3. Обратная матрица. Решение систем линейных уравнений матричным методом [1, т. II, гл.21, §§2,4-9].

4. Ранг матрицы. Существование решений линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса. [1, т. II, гл. 21, §15], [2, приложение, §§1,2,5], [3, ч. 1, гл.6, §§ 2,5-7].

2. Векторная алгебра.

1. Векторы. Линейные операции над векторами. Линейная комбинация векторов. Понятие базиса. Разложение вектора по декартовому базису [2, гл. 7, §§ 43 - 46, гл. 8, §§ 48-52], [3, ч. II, гл. 2, §§ 1-6].

2. Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты векторов [2, гл. 9, §§ 53, 54], [3, ч. II, гл. 2, §§ 7-9].

3. Векторное и смешанное произведения векторов. Основные свойства. [2, гл. 10, §§ 55-58], [3, ч. II, гл. 2, §§ 11-15].

3. Элементы теории линейных пространств.

1. Определение линейного пространства. Линейная зависимость и базис. Подмножества линейного пространства. Линейные операторы и действия над ними. Матрица линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Евклидово пространство. Квадратичные формы. [1, т. II, гл. 21, §§10-14].

4. Аналитическая геометрия.

1. Общее уравнение плоскости, проходящей через заданную точку, через три точки. Условия параллельности, перпендикулярности плоскостей, угол между ними. Прямая в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. [2, гл. 12, §§ 63 – 67], [3, ч. II, гл. 4, §§ 1-10; гл. 5, §§1-7,9,10].

2. Уравнение прямой линии на плоскости. Полярная система координат [2, гл. 3, §11; гл. 4, §§16–20,22], [3, ч.1, гл.3, §§1-10,12, 14-16].

3. Линии второго порядка. Эллипс, гипербола, парабола. Приведение общих уравнений второго порядка к каноническому виду [2, гл. 5, §§ 24-26, 30-32, 35, 36], [3, ч. I, гл. 4, §§ 1 - 5].

5. Предел и непрерывность функции.

1. Понятие функции одного действительного переменного. Способы задания функции. Четность, нечетность, периодичность. Основные элементарные функции и их графики [5, т. I, гл.1, §§ 6-9].

2. Предел переменной величины и предел функции. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел. Число e [5, т. I, гл. 2, §§1-5,6-8].

3. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций [5, т. I, гл. 2, §§9,10].

4. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Сравнение бесконечно малых [5, т. I, гл. 2, §§ 4,11].

5. Простейшие типы неопределенностей и способы их раскрытия.

6. Производная и дифференциал. Исследование функции.

1. Производная функции, ее геометрический и механический смысл. Производная суммы, произведения, частного функций. Производные основных элементарных функций [5, т. I, гл.3, §§1-8,10,12].

2. Производная сложной и обратной функций. Производные обратных тригонометрических функций. Таблица производных [5, т. I, гл. 3, §§ 9, 13-15].

3. Дифференциал функции. Связь дифференциала с производной. Геометрический смысл дифференциала. Дифференциал суммы, произведения, частного функций [5, т. I, гл. 3, §§ 20, 21].

4. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница [5, т. I, гл. 3, §§ 22, 23].

5. Правило Лопиталя [5, т. I, гл. 4, §§ 1,2,4,5].

6. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Представление функций $y = e^x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$ по формуле Тейлора [5, т. I, гл. 4, §§ 6,7].

7. Исследование функций с помощью производных. [5, т. I, гл. 5, §§ 2-10].

8. Условия возрастания и убывания функции. Точки экстремума. Необходимый и достаточные признаки существования экстремума. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, непрерывной на отрезке [5, т. I, гл. 5, §§1-6].

9. Исследование функций на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба. [5, т. I, гл. 5, §§9].

10. Асимптоты кривых. Общая схема построения графиков функций . [5, т. I, гл. 5, §10].

Вопросы для самопроверки (первый семестр)

1. Что называется определителем? Каковы свойства определителей и методы их вычисления? Что такое минор и алгебраическое дополнение?

2. Запишите в общем виде систему линейных уравнений. Какая система называется однородной, неоднородной? Напишите формулы Крамера. Когда применимы эти формулы?

3. Дайте определение геометрическим векторам, сложению и вычитанию векторов. Как определяются скалярное, векторное и смешанное произведения векторов? Как эти произведения выражаются через координаты векторов?

4. Напишите следующие уравнения плоскости: общее уравнение, нормальное уравнение, уравнение плоскости, проходящей через данную точку с заданной нормалью, уравнение плоскости в отрезках. Каковы условия параллельности и перпендикулярности плоскостей?

5. Напишите общие уравнения прямой в пространстве, канонические уравнения, уравнения прямой, проходящей через две точки. Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых? Запишите условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости, условие их пересечения.

6. Напишите следующие уравнения прямой на плоскости: уравнение прямой с угловым коэффициентом, общее уравнение прямой, нормальное уравнение. Как найти угол между прямыми? Каковы условия параллельности и перпендикулярности прямых?

7. Дайте определение окружности, эллипса, гиперболы, параболы и напишите их канонические уравнения.

8. Начертите полярную систему координат и запишите формулы, связывающие прямоугольные и полярные координаты точки.

9. Дайте определение матрицы. Укажите, как они складываются, умножаются. Дайте определение обратной матрицы. Как найти обратную матрицу? Запишите систему линейных уравнений в матричной форме и объясните матричный метод ее решения.

10. Дайте определение функции. Что называется областью определения функции и каковы основные способы задания функции? Что называется графиком функции? Какие функции называются четными, нечетными, периодическими и каковы особенности их графиков?

11. Начертите графики основных элементарных функции. Сформулируйте определение предела функции при стремлении аргумента к конечному пределу и при стремлении аргумента к бесконечности.

12. Как связано понятие предела функции с понятиями ее пределов слева и справа?

13. Какая функция называется бесконечно малой и каковы ее основные свойства?

14. Какая функция называется бесконечно большой и какова ее связь с бесконечно малой?

15. Сформулируйте основные теоремы о пределах.

16. Что такое первый и второй замечательные пределы?

17. Сформулируйте определения непрерывности функции в точке и на отрезке. Какие точки называются точками разрыва функции?

18. Сформулируйте определение производной. Каков ее механический и геометрический смысл?

19. Запишите формулы производных суммы, произведения, частного двух функций и таблицу производных.

20. Сформулируйте правило дифференцирования сложной функции и теорему о дифференцировании обратной функции.
21. Что такое логарифмическое дифференцирование?
22. Как находятся производные функций, заданных параметрически?
23. Сформулируйте определение дифференциала функции. Каков его геометрический смысл?
25. В чем состоит правило Лопиталю для раскрытия неопределенностей?
26. Каковы признаки возрастания и убывания функции?
27. Что называется экстремумом функции? Как найти максимумы и минимумы функции? Сформулируйте два правила.
28. Приведите пример, показывающий, что обращение производной в нуль не является достаточным условием экстремума функции.
29. Чем отличается максимум (минимум) функции, заданной на некотором отрезке, от ее наибольшего (наименьшего) значения?
30. Как найти наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке? Всегда ли они существуют?
31. Как находятся интервалы выпуклости и вогнутости и точки перегиба графика функции? Приведите примеры.
32. Что называется асимптотой кривой?
33. Как находятся вертикальные и наклонные асимптоты графика функции?
34. Каковы основные пункты общей схемы исследования функции и построения ее графика?

ВТОРОЙ СЕМЕСТР

1. Неопределенный интеграл.

1. Первообразная. Неопределенный интеграл, его свойства. Таблица основных формул интегрирования. Непосредственное интегрирование. [5, гл.10, §§1-3].
2. Интегрирование по частям и методом замены переменной [5, гл.10, §4].
3. Интегралы от некоторых функций, содержащих квадратный трехчлен. [5, гл.10, §5].
4. Интегрирование рациональных дробей с помощью разложения их на простейшие дроби. Метод неопределенных коэффициентов. [5, гл.10, §§7-9].
5. Интегрирование некоторых классов тригонометрических функций. [5, гл.10, §12].
6. Интегрирование некоторых иррациональных выражений [5, гл.10, §10].

2. Определенный интеграл и его приложения.

1. Определенный интеграл как предел интегральных сумм. Основные свойства определенного интеграла [5, гл.11, §§1-3].
2. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница [5, гл.11, §4].

3. Вычисление определенного интеграла интегрированием по частям и с помощью замены переменной. [5, гл.11, §§5,6].

4. Приложения определенного интеграла к вычислению площадей, длин дуг кривых, объемов тел и площадей поверхностей вращения. [5, гл.12, §§1,3,5,6,7].

5. Несобственные интегралы первого и второго рода [5, гл. 11, § 7]..

3. Функция нескольких переменных.

1. Функции нескольких переменных. Область определения. Предел функции. Непрерывность [5, гл. 8, §§ 1-4].

2. Частные производные. Полный дифференциал и его связь с частными производными. [5, гл. 8, §§ 5-8].

3. Производная по направлению, градиент, свойства градиента [5, гл. 8, §§ 14,15].

4. Экстремумы функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условие. Наибольшее и наименьшее значения [5, гл. 8, §§ 17-19].

4. Комплексные числа.

1. Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Действия над комплексными числами. Формулы Эйлера. Показательная форма комплексного числа. [5, гл.7, §§1-3, § 5].

5. Дифференциальные уравнения.

1. Постановка задачи. Понятие обыкновенного дифференциального уравнения. Основные определения. Уравнения первого порядка (общие понятия). Задача Коши.[1, гл. 13, §1].

2. Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли [1, гл. 8, §§4,5,7,8].

3. Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка [1, гл. 8, §§ 16-18].

4. Линейные уравнения второго порядка. Общие свойства [1, гл. 8, §§ 20, 21].

5. Линейные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение однородного уравнения. Частное решение неоднородного уравнения с правой частью специального вида. Метод вариации произвольной постоянной. [1, гл. 8, §§ 21,23,24].

6. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод исключения [1, гл. 8, §§ 29,30].

Вопросы для самопроверки (второй семестр)

1. Дайте определение первообразной функции и неопределенного инте-

грала.

2. Напишите таблицу основных интегралов.
3. Сформулируйте основные свойства неопределенного интеграла.
4. Запишите формулу замены переменной в неопределенном интеграле.
5. Запишите формулу интегрирования по частям.
6. Запишите простейшие рациональные дроби I-IV типов. Вычислите неопределенные интегралы от простейших рациональных дробей I-III типов.
7. Изложите правило разложения правильной рациональной дроби на простейшие методом неопределенных коэффициентов.
8. Интегрирование иррациональных выражений.
9. Интегрирование тригонометрических выражений. Универсальная тригонометрическая подстановка.
10. Определенный интеграл и его свойства. Геометрический смысл определенного интеграла.
11. Формула Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла.
12. Интегрирование заменой переменной и по частям в определенном интеграле.
13. Несобственные интегралы первого и второго рода.
14. Теоремы оценки сходимости несобственных интегралов первого и второго рода.
15. Формула площади криволинейной трапеции в декартовой системе координат.
16. Формула длины дуги кривой в декартовой системе координат.
17. Формула длины дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями.
18. Формула объема тела вращения.
19. Дайте определения функции двух переменных, ее области определения и непрерывности.
20. Дайте определения частных производных функции двух переменных.
21. Запишите формулу полного дифференциала для функции двух переменных.
22. Дайте определения производной по направлению и градиента функции двух переменных.
23. Сформулируйте необходимые и достаточные условия экстремума функции двух переменных.
24. Как вычисляются наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных в замкнутой области?
34. Запишите комплексное число в алгебраической и тригонометрической формах. Свойства комплексных чисел.
35. Дайте определение обыкновенного дифференциального уравнения. Как определяется порядок дифференциального уравнения?

36. Дайте определение общего и частного решений дифференциального уравнения. Сформулируйте задачу Коши.

37. Дайте классификацию дифференциальных уравнений 1-го порядка и укажите способы их решения.

38. Приведите типы дифференциальных уравнений второго порядка, допускающих понижение порядка, укажите способы понижения порядка таких уравнений.

39. Дайте определение линейного дифференциального уравнения второго порядка. Сформулируйте теорему об общем решении такого уравнения.

40. Как находится общее решение линейного однородного уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами?

41. Как находится частное решение неоднородного уравнения с правой частью специального вида?

42. Как находится решение неоднородного уравнения методом вариации произвольной постоянной?

43. Запишите систему линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Как находится общее решение таких систем методом исключения?

ТРЕТИЙ СЕМЕСТР

1. Ряды.

1. Числовые ряды. Признаки сходимости. [1, гл. 16, §§ 1-6].

2. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. [1, гл. 16, §§ 7,8].

3. Степенные ряды. Интервал сходимости. Разложение функций в степенные ряды. [1, гл. 16, §§ 13, 15-17].

4. Тригонометрические ряды Фурье. [1, т. II, гл. 17, §§1-6].

2. Кратные и криволинейные интегралы.

1. Понятие двойного интеграла. Геометрический смысл. Свойства двойных интегралов. Вычисление двойного интеграла посредством сведения его к двукратному [1, гл. 14, §§ 1-3].

2. Переход к полярным координатам в двойном интеграле [1, гл.14, § 5].

3. Геометрические и физические приложения двойного интеграла [1, гл. 14, §§ 4, 8-10].

4. Понятие тройного интеграла, его геометрический смысл и свойства. Вычисление тройного интеграла посредством сведения его к трехкратному [1, гл. 14, §§ 11,12].

5. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам в тройном интеграле [1, гл. 14, §13].

6. Геометрические и физические приложения тройного интеграла [1, гл. 14, § 14].

7. Понятие криволинейного интеграла, его свойства. Вычисление криволинейного интеграла посредством сведения его к определенному [1, гл. 15, § 1,2].

8. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования [1, гл. 15, §§ 3-4].

9. Приложения криволинейного интеграла [1, гл.15, § 2].

Вопросы для самопроверки (третий семестр)

1. Дайте определение сходящегося и расходящегося рядов.

2. Сформулируйте необходимый признак сходимости рядов.

3. Сформулируйте признаки Даламбера, Коши и интегральный признак сходимости рядов с положительными членами. Приведите примеры.

4. Дайте определение признака Лейбница сходимости знакочередующихся рядов. Приведите пример применения этого признака.

5. Сформулируйте теорему Абеля о сходимости степенных рядов. Запишите формулу радиуса сходимости ряда.

6. Запишите формулу разложения функции в степенной ряд.

7. Применение степенного ряда для вычисления определенного интеграла.

8. Запишите ряд Фурье.

9. Какие функции можно разложить в ряд Фурье?

10. Дайте определение двойного интеграла в прямоугольной системе координат.

11. Запишите формулу преобразования двойного интеграла от прямоугольных координат к полярным координатам.

12. Запишите формулу вычисления площади плоской фигуры и объема тела с помощью двойного интеграла.

13. Дайте определение тройного интеграла в прямоугольной системе координат.

14. Запишите формулу вычисления объема тела с помощью тройного интеграла.

15. Запишите формулу преобразования тройного интеграла от прямоугольных координат к цилиндрическим и сферическим координатам.

16. Дайте определение криволинейного интеграла.

17. Запишите формулу вычисления криволинейного интеграла посредством сведения его к определенному.

18. Запишите формулу Грина.

Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию
Тестовое задание по теме
«Линейная алгебра и аналитическая геометрия»

1. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$. Тогда сумма элементов, расположенных на

главной диагонали этой матрицы, равна...

1) 5; 2) -1; 3) 2; 4) 7.

2. Выражение $AB + 3A$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ равно ...

1) $\begin{pmatrix} 23 & 11 \\ 17 & 23 \end{pmatrix}$; 2) $\begin{pmatrix} 11 & 17 \\ 23 & 11 \end{pmatrix}$; 3) $\begin{pmatrix} 17 & 11 \\ 23 & 11 \end{pmatrix}$; 4) $\begin{pmatrix} 23 & 17 \\ 17 & 11 \end{pmatrix}$.

3. Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$ равен ...

1) 4; 2) 3; 3) 5; 4) 2.

4. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3\alpha - 4 \end{vmatrix}$ равен 0, при $\alpha = \dots$

1) 1; 2) 0; 3) 3; 4) -1.

5. Сколько решений имеет система $\begin{cases} 2x - y + 3z + 1 = 0, \\ 5x + 7y - z + 2 = 0 \end{cases}$

1) нет решений; 2) два; 3) множество?

6. Если $(x_0; y_0)$ — решение системы линейных уравнений

$\begin{cases} 2x + 3y = -1 \\ 3x - y = 4 \end{cases}$, тогда $x_0 - y_0$ равно...

1) 0; 2) 1; 3) 2; 4) 3.

7. Система $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ 2x - y + 3z = 9, \\ -x + 3y + z = 8 \end{cases}$ имеет решения ...

1) (3;2;1); 2) множество решений;
3) (2;1;3); 4) (1;2;3).

8. Расстояние между точками $A(5;2)$ и $B(2;k)$ равно 3, при $k = \dots$

1) 1; 2) 2; 3) 3; 4) 4.

9. Длина вектора $\vec{c} = 3\vec{b} - \vec{a}$, где $\vec{a} = \{1;4;-2\}$ и $\vec{b} = \{-1;0;1\}$, равна ...

1) $\sqrt{82}$; 2) $\sqrt{57}$; 3) $\sqrt{31}$; 4) $\sqrt{23}$.

10. Коллинеарны ли вектора \overline{AB} и \overline{CD} , де $A(2;-4;3)$, $B(1;2;1)$, $C(5;1;-2)$, $D(-1;0;-3)$?
1) да; 2) нет.
12. Угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$ равен:
1) 45° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 135° .
13. Прямая проходит через точки $A(1;1)$ и $B(2;-4)$. Тогда ее угловой коэффициент равен...
1) -5; 2) 5; 3) 0; 4) 1.
14. Нормальный вектор плоскости $x - 3y + 5z - 1 = 0$ имеет координаты ...
1) (1;-1;0); 2) (3;1;5); 3) (1;-3;5); 4) (1;5;-1).
15. Уравнение прямой, перпендикулярной плоскости $x - 2y + 3z - 2 = 0$ и проходящей через точку $A(4;8;-1)$...
1) $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+5}{1}$; 2) $\frac{x-4}{-1} = \frac{y-8}{7} = \frac{z+1}{5}$;
3) $\frac{x-4}{1} = \frac{8-y}{2} = \frac{z+1}{3}$; 4) $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{8} = \frac{z-3}{-1}$.
16. Дан треугольник ABC , $A(1;1;3)$, $B(2;-1;-4)$, $C(-5;3;6)$. Сторона AB описывается уравнением ...
1) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+5}{6}$; 2) $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{1}$;
3) $\frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{7}$; 4) $\frac{x-2}{4} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+4}{1}$.
17. Эллипс описывается уравнением ...
1) $x^2 - 3y^2 + x - 4y + 2 = 0$;
2) $2x^2 + y^2 - 4y - 1 = 0$;
3) $x^2 - 2x + 5y + 1 = 0$;
4) $2x - 4y - z - 5 = 0$.
18. Если уравнение гиперболы имеет вид $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$, то длина ее действительной полуоси равна ...
1) 5; 2) 3; 3) 9; 4) 25.

Тестовое задание по теме

«Теория пределов и производные функции одной переменной»

1. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^4 + 4x^3 - 1}{9x^4 - x^2 + 2}$ равно ...

1) 0; 2) 3; 3) $\frac{1}{3}$; 4) ∞ .

2. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{2x^2}$ равно ...

1) 4; 2) 8; 3) 0; 4) ∞ .

3. Значение предела $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{4}{x}\right)^x$ равно ...

1) 1; 2) ∞ ; 3) e^4 ; 4) e^4 .

4. Значение предела $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}$ равно ...

1) 3; 2) 2; 3) 4; 4) 5.

5. Производная функции $y = \frac{x^4}{4} - \frac{5}{x} + 1$ равна ...

1) $x^3 - 5$; 2) $x^3 - 5 \ln x$; 3) $x^3 + \frac{5}{x^2}$; 4) $\frac{x^3}{16} - \frac{5}{x^2}$.

6. Производная произведения $x \ln(x^3)$ равна ...

1) $\ln(x^3) + \frac{1}{x^2}$; 2) $\ln(x^3) + \frac{3}{x^3}$; 3) $\ln(x^3) + 3$; 4) $x + \frac{3}{x^2}$.

7. Производная частного $\frac{x^2}{x^2 + 3}$ равна ...

1) $\frac{6x}{(x^2 + 3)^2}$; 2) $\frac{6x}{x^2 + 3}$; 3) $\frac{4x^3 + 6x}{(x^2 + 3)^2}$; 4) $\frac{2x^2 + 3}{x^2 + 3}$.

8. Угловой коэффициент касательной к функции $y = 5x^4 - x + 3$ в точке (1;2) равен ...

1) 20; 2) 7; 3) 79; 4) 19.

**Тестовое задание по теме « Неопределенный и определенный интегралы.
Функция нескольких переменных »**

1. Множество первообразных функций $\sin(4x + 1)$ имеет вид

1) $\cos(4x + 1) + c$; 2) $-\cos(4x + 1) + c$; 3) $4\cos(4x + 1) + c$; 4) $-\frac{1}{4}\cos(4x + 1) + c$.

2. Множество первообразных функций $\frac{e^{5x}}{1 + e^{5x}}$ имеет вид ...

1) $\frac{1}{5}\ln(1 + e^{5x}) + c$; 2) $\ln(1 + e^{5x}) + c$; 3) $-5\ln(1 + e^{5x}) + c$; 4) $5\ln(1 + e^{5x}) + c$.

3. Неопределённый интеграл $\int x \sin 5x dx$ равен ...

1) $-x \cos 5x + \sin 5x + c$; 2) $-\frac{x}{5} \cos 5x + \frac{1}{5} \sin 5x + c$;

3) $-\frac{x}{5}\cos 5x + \frac{1}{25}\sin 5x + c$ 4) $\frac{x}{5}\cos 5x - \frac{1}{25}\sin 5x + c$.

4. Неопределённый интеграл $\int \frac{\cos 2x}{\sin^2 2x} dx$ равен ...

1) $-\frac{1}{2\sin 2x} + c$; 2) $\frac{-1}{\sin 2x} + c$; 3) $\frac{1}{2\sin 2x} + c$; 4) $\frac{1}{\sin 2x} + c$.

5. Найти площадь фигуры ограниченной линиями $y = x^2 - 2x - 3$ и $y = -x - 1$.

1) 4,5; 2) 4; 3) 3,5; 4) 2.

6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной кривыми $y = -x^2 + 2x$ и $y = 0$.

1) $4\pi/15$; 2) π ; 3) $16\pi/15$; 4) 2π .

7. Исследовать сходимость $\int_0^{+\infty} e^{-x} dx$...

1) сходится к 0; 2) сходится к 1; 3) сходится к -1; 4) расходится.

8. Функция $y = \frac{x+2}{x-1}$ в точке (2;4) имеет ...

1) максимум; 2) минимум; 3) возрастает; 4) убывает.

9. Частная производная функции $z = tg \frac{x}{y}$ по переменной y равна ...

1) $\frac{x}{\cos^2 \frac{x}{y}}$; 2) $-\frac{x}{\cos^2 \frac{x}{y}}$; 3) $-\frac{x}{y^2 \cos^2 \frac{x}{y}}$; 4) $\frac{y^2 x}{\cos^2 \frac{x}{y}}$.

10. Градиент скалярного поля $u = x^2 y + 3xy^2 - 4z^5$ в точке $A(1;1;0)$ имеет вид ...

1) $\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$; 2) $5\bar{i} + 7\bar{j}$; 3) $3\bar{i} - \bar{k}$; 4) $5\bar{i} + 7\bar{j} + \bar{k}$.

**Тестовое задание по теме
«Комплексные числа. Дифференциальные уравнения»**

1. Модуль комплексного числа $z = 1 - \sqrt{3}i$ равен ...

1) 3; 2) 1; 3) 2; 4) 4.

2. Если $z_1 = 3 + i$; $z_2 = 1 - 2i$, то $\frac{z_1}{z_2}$ равно ...

1) $1 + \frac{i}{5}$; 2) $\frac{1}{5} + \frac{7i}{5}$; 3) $3 - 2i$; 4) $\frac{1}{5} + i$.

3. Общее решение уравнения $x dy + y dx = 0$ имеет вид ...

1) $y=xc$; 2) $y=-x+c$; 3) $y=\frac{c}{x}$; 4) $y=x^2+c$.

4. Частное решение уравнения $y'+y=x^2$, удовлетворяющее начальным условиям $y_0=\frac{1}{4}$ при $x_0=1$, имеет вид ...

1) $y=x+1$; 2) $y=\frac{x^3}{4}$; 3) $y=\frac{x^2}{4}+2$; 4) $y=x^3$.

5. Общее решение уравнения $y'=\frac{y}{x}+1$ имеет вид...

1) $y=\ln|xc|$; 2) $y=x+c$; 3) $y=x\ln|xc|$; 4) $y=\frac{x^2}{2}+c$.

6. Общим решением уравнения $y''+9y=0$ является ...

1) $c_1e^{3x}+c_2e^{-3x}$; 2) $c_1\cos 3x+c_2\sin 3x$; 3) $c_1+c_2e^{9x}$; 4) $e^{3x}(c_1\cos 3x+c_2\sin 3x)$.

7. Общий вид частного решения неоднородного уравнения $y''-2y'+y=(4x+1)e^x$

1) Ae^x ; 2) x^2Ae^x ; 3) $x^2(Ax+B)e^x$; 4) $x(Ax+B)e^x$.

8. Система дифференциальных уравнений $\begin{cases} x'=-3x+y \\ y'=x-3y \end{cases}$ может быть сведена к уравнению вида...

1) $x''-x'+5x=0$; 2) $x''+6x'+8x=0$;
3) $x''+3x'+x=0$; 4) $x''+4x'-x=0$.

Тестовое задание по теме «Ряды. Кратные интегралы»

1. Поставить в соответствие $A=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{n+1}$ и $B=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{n}{n^3+4}$...

1) A - сходится; B - сходится; 2) A - сходится; B - расходится;
3) A - расходится; B - сходится; 4) A - расходится; B - расходится.

2. Ряд $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{(-1)^n(2n+1)}{4n^5+3}$...

1) сходится условно; 2) сходится абсолютно; 3) расходится.

3. Ряд $\sum_{i=1}^{\infty}\frac{n+1}{2n+3}x^n$ сходится на интервале ...

1) $(-\infty;+\infty)$; 2) везде расходится; 3) $(-1;1)$; 4) $(-\frac{1}{2};\frac{1}{2})$.

4. Двойной интеграл $\iint_D (x-y) dx dy$ по области $D : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x$ равен...

- 1) 1/6; 2) 2; 3) 1; 4) 1/4.

5. Объем тела, ограниченного поверхностями: $12 + y + z = x, y = 0, z = 0, x = 0$ равен...

- 1) 1/2; 2) 1,5; 3) 1; 4) 1/3.

Примерный перечень заданий для решения стандартных задач 1 семестр

1. Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 4 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 14 \\ 10 \\ 18 \end{pmatrix}$.

2. Решить систему с помощью формул Крамера $\begin{cases} 7x - y + 2z = 8, \\ x + 3y + z = 5, \\ 8x - 2y + 3z = 9. \end{cases}$

3. Найти площадь треугольника ABC при условии, что $A(1,3,2), B(-3,1,0), C(0,2,-1)$.

4. Под каким углом пересекаются прямые $3x - 4y = 0$ и $8x + 6y = 11$?

5. Найти уравнение плоскости, проходящей через прямую $\frac{x}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$

параллельно прямой $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$.

6. Найти угол между прямой $\frac{x-4}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+3}{1}$ и плоскостью

$x - 4y + 2z + 8 = 0$.

7. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1,-1,2)$, перпендикулярно прямой, являющейся пересечением плоскостей

$3x + y - 4z + 5 = 0$ и $x - y + 2z - 1 = 0$.

8. Привести уравнение кривой $3x^2 + 3y^2 - 6x - 12y + 3 = 0$ к каноническому виду. Изобразить эту кривую.

9-11. Найти пределы функций, не используя правила Лопиталя

9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 3x - 2}{5x^3 - x - 2}$; 10. $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{x+8}$ 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 6x}{2x^2}$.

12. Найти производную функций: а) $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 4})$, б) $y = t - \ln(t + 1)$,

$x = \arctgt$.

13. Вычислить предел с помощью правила Лопиталя $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - \cos 2x}{x}$.

2 семестр

1-5. Вычислить интегралы

1. $\int \frac{x^3 dx}{x^8 + 16}$, 2. $\int (x+3)e^{(3-x)} dx$, 3. $\int \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x+1}}$,

4. $\int \frac{(x-4)dx}{x^2 + 4x + 13}$, 5. $\int \frac{dx}{4 \cos x + 3 \sin x}$.

2. Вычислить определенный интеграл $\int_0^{\pi} x \sin x dx$.

3. Найти объем тела, полученного вращением вокруг оси Оу фигуры, ограниченной линиями $y=4-x^2$, $y=0$, $x=0$.

4. Вычислить длину дуги, заданной уравнением $y = \ln x$ ($1 \leq x \leq 4$).

5. Найти частные производные первого порядка функции $z = \sqrt{x} \cdot \sin \frac{y}{x}$.

6. Найти величину и направление вектора градиента функции $z = \frac{2x^2}{y^3} + xy^2$ в точке $A(1;2)$.

7. Найти точки экстремума функции $z = x^3 + y^3 - 3xy$.

8. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y' = y + 1$.

10. Найти решение задачи Коши $\begin{cases} y'' - 2yy' = 0, \\ y(0) = 1, y'(0) = 1. \end{cases}$

11. Решить систему уравнений: $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 2y \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 4y \end{cases}$.

3 семестр

1. Найдите область сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n n^2} x^n$.

2. Изменить порядок интегрирования:

$$I = \iint_D f(x,y) dx dy, \text{ где } D: x=1, x=2, y=x; y=2x.$$

3. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$, $x + y + z = 1$ с помощью тройного интеграла.

4. Вычислить криволинейный интеграл $\int_L y dx + 2x dy$ вдоль параболы $y = x^2$ от точки $A(0;0)$ до точки $B(1;1)$.

Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

1. Производственные ресурсы x , y , z связаны условиями, описываемыми с помощью системы уравнений. Найти значения ресурсов, решив систему методом Гаусса
$$\begin{cases} x - y + 2z = 1, \\ 2x + 5y + z = 13, \\ -3x - 3y + 8z = -1. \end{cases}$$
2. Матрица времен транспортировки заготовок от станка к станку имеет вид
$$A = \begin{pmatrix} 6 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ -3 & 5 & -2 \end{pmatrix}$$
. Найти обратную матрицу.
3. Чему равно расстояние между точками перемещения деталей A и B $A(5;2)$ и $B(2;6)$?
4. Найти объем заготовки, имеющей вид пирамиды с вершинами $A(1;1;3)$, $B(2;6;7)$, $C(2;-1;-2)$, $D(3;0;2)$.
5. Зависимость температуры заготовки от времени t описывается следующей аналитической зависимостью $T(t) = t^3/12 - 4t + 3$. Какова будет скорость изменения температуры тела в момент времени $t = 4$.
6. Найти объем токарной детали, полученной вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной линиями $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$.
7. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = 2 - x^2$ и $y = 4 - x$.
8. Зависимость концентрации $c(t)$ присадки в растворе при химической обработке описывается дифференциальным уравнением $c' + \frac{c}{t} = \frac{1}{t^2}$. Найти общее решение дифференциального уравнения.
9. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \cos\sqrt{x} \, dx$.

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой 1 семестр

1. Матрицы. Операции над ними.
2. Определители второго и третьего порядка и их свойства, вычисление.
3. Обратная матрица и ее нахождение.
4. Метод Крамера решения системы линейных уравнений.
5. Метод обратной матрицы решения системы линейных уравнений.
6. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.

7. Векторы. Линейные операции над векторами. Прямоугольная система координат. Декартовый базис. Разложение вектора по базису.
8. Скалярное произведение. Свойства.
9. Векторное произведение. Свойства.
10. Смешанное произведение. Свойства.
11. Деление отрезка в заданном отношении.
12. Уравнения прямой на плоскости: с угловым коэффициентом, общее, проходящей через две точки, в отрезках.
13. Расстояние от точки до прямой. Угол между прямыми на плоскости.
14. Уравнения плоскости в пространстве: общее, в отрезках. Угол между плоскостями.
15. Расстояние от точки до плоскости.
16. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно двум заданным векторам. Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки.
17. Уравнения прямой в пространстве. Угол между прямыми в пространстве.
18. Угол между прямой и плоскостью.
19. Эллипс. Основные свойства.
20. Гипербола. Основные свойства.
21. Парабола. Основные свойства.
22. Функция одной переменной, способы задания. Основные элементарные функции.
23. Определение предела функции. Свойства пределов.
24. Бесконечно малые величины и их свойства. Бесконечно большие величины.
25. Предел рациональной дроби в точке и на бесконечности.
26. Простейшие пределы от иррациональных дробей.
27. Первый замечательный предел.
28. Второй замечательный предел.
29. Односторонние пределы. Непрерывность функции, свойства непрерывных функций.
30. Классификация точек разрыва.
31. Определение производной. Непрерывность дифференцируемой функции.
32. Геометрический и механический смысл производной. Уравнение касательной.
33. Правила дифференцирования. Дифференцирование сложной функции.
34. Дифференцирование функции, заданной параметрически.
35. Производные высших порядков.
36. Дифференциал, его свойства и приложения. Дифференциалы высших порядков.
37. Правило Лопиталю.
38. Экстремумы. Необходимый и достаточные признаки существования экстремума.

39. Выпуклость и вогнутость функции. Признаки.
40. Асимптоты функции.

Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

2 семестр

1. Первообразная. Определение неопределенного интеграла и его свойства.
2. Замена переменной в неопределенном интеграле.
3. Формула интегрирования по частям.
4. Интегрирование простейших рациональных дробей.
5. Метод неопределенных коэффициентов интегрирования рациональных дробей.
6. Интегрирование тригонометрических функций.
7. Интегрирование некоторых иррациональных функций.
8. Понятие определенного интеграла и его свойства. Геометрический смысл.
9. Интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона—Лейбница.
10. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
11. Вычисление площади, объема тела вращения, длины дуги с помощью определенного интеграла.
12. Несобственные интегралы I-го рода.
13. Несобственные интегралы II-го рода.
14. Понятие функции двух переменных.
15. Определение частных производных. Полный дифференциал.
16. Производная по направлению.
17. Градиент.
18. Производные высших порядков.
19. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимый и достаточный признаки экстремума.
20. Дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнения с разделяющимися переменными.
21. Линейные уравнения первого порядка.
22. Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.
23. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
24. Метод неопределенных коэффициентов решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений.
25. Метод вариации произвольной постоянной решения линейных неоднородных уравнений.

26. Системы линейных дифференциальных уравнений. Метод исключения неизвестных.

3 семестр

1. Числовые ряды. Определение сходимости. Необходимый признак сходимости.
2. Первый и второй признаки сравнения сходимости положительных рядов.
3. Признак Коши.
4. Признак Даламбера.
5. Интегральный признак.
6. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
7. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
8. Функциональные ряды. Область сходимости.
9. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус сходимости.
10. Ряды Тейлора и Маклорена.
11. Ряд Фурье.
12. Разложение в ряд Фурье непериодической функции.
13. Двойной интеграл, его свойства и вычисление.
14. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов.
15. Тройной интеграл. Вычисление тройного интеграла.
16. Вычисление объема тела, применение тройных интегралов к задачам механики, физики.
17. Криволинейный интеграл и его вычисление. Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисления / Н.С. Пискунов - М.: Наука, 1998. Т. II.
2. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Н.В. Ефимов. - М.: Наука, 1975.
3. Привалов И.И. Аналитическая геометрия / И.И. Привалов. - М.: Физматлит, 1962.
4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова - М.: Высшая школа. 1986. Ч. 1.
5. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления. Учебник для втузов. М.: Наука, 1998. Т. I.
6. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова - М.: Высшая школа. 1986. Ч. 2.

МАТЕМАТИКА
МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

*к самостоятельной работе по математике
для студентов - бакалавров направления подготовки
13.03.01 «Теплоэнергетика и теплотехника»,
профиль «Промышленная теплоэнергетика»
очной и заочной форм обучения*

Составители:
Соколова Ольга Анатольевна
Ряжских Александр Викторович

Компьютерный набор О. А. Соколовой

В авторской редакции

Подписано к изданию 02.11.2023.
Уч.-изд. л. 1,2.

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84