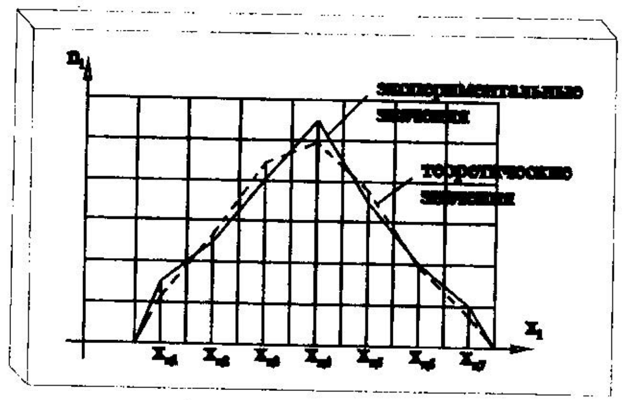
358

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ



Воронеж 2007

Библиотека ВГАСУ

Федеральное агентство по образованию

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

Кафедра металлических конструкций

358

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Методические указания
к выполнению лабораторных работ
по метрологии, стандартизации и сертификации
для студентов, обучающихся по специальностям 270102 -
«Промышленное и гражданское строительство»,
270115 - «Экспертиза и управление недвижимостью»

Воронеж 2007

Составитель А.А. Свентиков

УДК 624.041

Статистическая обработка результатов измерений [Текст] : метод. указания к выполнению лаб. работ для студ. спец. 270102 и 270115 / Воронеж. гос. арх. –строит. ун-т; сост.: А.А. Свентиков. - Воронеж, 2007. - 50 с.

Приводятся методики статистической обработки результатов измерений, примеры оценки измерений. Изложены необходимые справочные и нормативные сведения.

Предназначены для студентов специальностей 270102 «Промышленное и гражданское строительство», 270115 «Экспертиза и управление недвижимостью».

Ил. 6. Табл. 21. Библиогр.: 23 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Воронежского государственного архитектурно-строительного университета

Рецензент Ю.В. Горбунов, директор ООО «Реклама-Безопасность-В»

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших условий обеспечения качества строительного производства является метрологическое обеспечение всех этапов возведения здания и сооружения. В строительной отрасли, начиная с производства строительных материалов и конструктивных элементов и заканчивая возведением зданий и эксплутационной диагностикой несущих конструкций сооружений, используют измерения различных видов. При этом для выполнения данных работ используют самую разнообразную измерительную технику: от простейших измерительных средств до сложных измерительных комплексов. Таким образом, на современном этапе является важной задача по обеспечению количественной (статистической) оценки всех важнейших функциональных параметров зданий и сооружений с необходимой точностью.

Методические указания составлены в соответствии с программой дисциплины «Метрология, стандартизация и сертификация» для специальностей 270102 «Промышленное и гражданское строительство», 270115 «Экспертиза и управление недвижимостью» и предназначены для проведения лабораторных работ.

Лабораторная работа № 1

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Наиболее часто в инженерной практике встречается задача, связанная с обработкой прямых многократных измерений. Многократные измерения – это измерения, при которых результат (контролируемый параметр) находят из ряда экспериментальных данных. При этом число измерений должно быть не менее четырех. В данной лабораторной работе будем рассматривать только равноточные измерения. Под равноточными понимаются измерения, выполненные средствами измерений одинаковой точности и при одинаковых внешних условиях.

Задача оценки измерений заключается в осуществлении точечной оценки измеряемой величины и нахождении доверительного интервала, в котором находится ее истинное значение. Исходной информацией для выполнения статистической обработки является ряд n результатов измерений: $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Процедура обработки результатов измерений состоит в выполнении следующих этапов вычислений:

1. Определение точечных оценок результатов измерений

Под точечным оцениванием параметра понимается получение оценки в виде численного значения.

На данном этапе выполняются следующие вычисления:

- определение среднего арифметического значения $\bar{x}$ измеряемой величины

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}; \qquad (1.1)$$

- определение дисперсии D и среднего квадратического отклонения S измеряемой величины:

$$D = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2, \qquad (1.2)$$

$$S = \sqrt{D}. \qquad (1.3)$$

Кроме этого, на данном этапе исключаются грубые ошибки. Наиболее часто для этого используется правило «трех сигм». По данному критерию принимается, что результат, возникающий с вероятностью менее 0,003, маловероятен и его можно считать промахом, если выполняется следующее условие:

$$|x_i - \bar{x}| > 3 \cdot S. \qquad (1.4)$$

При малых объемах выборок для исключения грубых ошибок рекомендуется использовать критерий Романовского [1,2]. При этом проверяется выполнение следующего условия:

$$\beta = \left| \frac{x_i - \bar{x}}{S} \right| \geq \beta_t, \qquad (1.5)$$

где β_t - статистический параметр Романовского (табл. П. 2).

Если данное условие выполняется, то результат x_i считается промахом и отбрасывается.

2. Вычисление интервальной оценки результатов измерений

Для практических целей важно иметь не только точечную оценку, но и определить интервал, называемый доверительным, где с определенной доверительной вероятностью α находится истинное значение измеряемой величины.

Пределы нахождения истинного значения контролируемого параметра и длина доверительного интервала вычисляются по следующим зависимостям:

$$\bar{x} - l_\alpha \leq x_0 \leq \bar{x} + l_\alpha; \qquad (1.6)$$

$$l_\alpha = \frac{t_{1-\alpha}(\nu)}{\sqrt{n}} \cdot S, \qquad (1.7)$$

где l_α - длина доверительного интервала; t - квантиль распределения Стьюдента (табл. П. 1); $\nu = n-1$ - статистическая степень свободы; α – уровень доверия: $\alpha = 1 - q/2$ - для двусторонней критической области, $\alpha = 1 - q$ - для односторонней критической области; q – значение уровня значимости (погрешности).

3. Графическое представление результатов расчета

Для наглядного представления результатов измерений и их предварительной визуальной оценки важным является построение графических зависимостей экспериментальных данных [1,3].

Первым шагом в определении зависимостей является определение вариационного ряда (упорядочной выборки) данных. Для этого выборку разбивают на некоторое число m одинаковых интервалов группирования длиной $h = (x_{max} - x_{min})/m$. Значение m рекомендуется принимать в пределах от 6 до 20. В большинстве случаев для определения оптимального числа интервалов рекомендуется формула Старджеса [1,2]:

$$m = 3{,}3 \cdot \lg n + 1. \qquad (1.8)$$

Также следует принимать данный параметр нечетным, так как при симметричных распределениях в центре графика оказываются два примерно равных по высоте столбца и соответственно вершина распределения искусственно уплощается.

Далее определяют интервалы группирования экспериментальных данных и подсчитывают число попаданий результатов измерений n_i (статистические частоты) в данные интервалы. По полученным значениям рассчитывают вероятности попадания результатов эксперимента $p_i = n_i / n$ (статистические частности).

Приведенные расчеты позволяют построить гистограмму, полигон и кумулятивную кривую. Гистограмма строится путем откладывания по оси абсцисс интервалов группирования с последующим построением на них столбцов высотой, равной частоте попадания в данный интервал.

Полигон распределения представляет собой ломаную кривую, соединяющую середины верхних оснований столбцов гистограммы. В результате построения гистограммы или полигона распределения образуется замкнутая фигура, площадь которой в соответствии с правилами математической статистики равна единице (вероятности попадания).

Кумулятивная кривая представляет собой график статистической функции распределения. Для этого по оси абсцисс откладываются интервалы группирования и на каждом из них строится столбец высотой, равной кумулятивной частности $F_k = \sum_{k=1}^{k} p_k = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{k} n_k$.

Пример выполнения обработки результатов измерений

Необходимо выполнить обработку серии 40 результатов измерений.

Результаты предварительных вычислений для определения $\bar{x}$, D и S приведены в табл. 1.1.

Результаты точечной оценки измерений:

$$\bar{x} = \frac{\sum 1012,4}{40} = 25,31;$$

$$D = \frac{1}{40-1} \cdot \sum 99,4760 = 2,5507;$$

$$S = \sqrt{2,5507} = 1,597.$$

В качестве критерия грубых ошибок используем правило «трех сигм». $MAX\,|x_i - \bar{x}| = 3,49 \le 3 \cdot 1,597 = 4,791$ - грубые ошибки отсутствуют.

Таблица 1.1

Предварительная статистическая обработка результатов измерений

Номер результата измерения	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	Номер результата измерения	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	22,1	-3,21	10,3041	21	28,4	3,09	9,5481
2	24,9	-0,41	0,1681	22	24,1	-1,21	1,4641
3	27,6	2,29	5,2441	23	25,6	0,29	0,0841
4	23,2	-2,11	4,4521	24	26,5	1,19	1,4161
5	25,2	-0,11	0,0121	25	23,3	-2,01	4,0401
6	26,1	0,79	0,6241	26	25,4	0,09	0,0081
7	23,6	-1,71	2,9241	27	27,2	1,89	3,5721
8	25,8	0,49	0,2401	28	24,6	-0,71	0,5041
9	24,3	-1,01	1,0201	29	25,2	-0,11	0,0121
10	26,7	1,39	1,9321	30	25,8	0,49	0,2401
11	23,8	-1,51	2,2801	31	22,3	-3,01	9,0601
12	25,1	-0,21	0,0441	32	26,3	0,99	0,9801
13	25,4	0,09	0,0081	33	24,8	-0,51	0,2601
14	24,6	-0,71	0,5041	34	26,1	0,79	0,6241
15	26,5	1,19	1,4161	35	23,7	-1,61	2,5921
16	25,3	-0,01	0,0001	36	25,5	0,19	0,0361
17	24,1	-1,21	1,4641	37	24,4	-0,91	0,8281
18	28,8	3,49	12,1801	38	22,6	-2,71	7,3441
19	25,7	0,39	0,1521	39	26,8	1,49	2,2201
20	27,3	1,99	3,9601	40	27,7	2,39	5,7121
					$\sum 1012,4$	$\sum 0$	$\sum 99,476$

Выполняем интервальную оценку результатов измерений.

За доверительную вероятность примем значение $\alpha = 0,95$. Тогда доверительный интервал будет равен

$$l_2 = \frac{1,304 \cdot 1,597}{\sqrt{40}} = 0,329.$$

Пределы нахождения истинного значения

$$\bar{x} - l_2 = 24,981 \le x_0 \le \bar{x} + l_2 = 25,639.$$

Рекомендуемое число интервалов по формуле Старджеса равно

$$m = 3,3 \cdot \lg 40 + 1 = 6,3.$$

Для построения вариационного ряда результатов измерений примем число интервалов группирования равным $m = 7$. Тогда длина интервала будет иметь значение $h = 1$.

Результаты определения статистических частот, а также статистических и кумулятивных частностей приведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Определения статистических частот и частностей

Номер интервала	Интервал		Статистическая частота, n_i	Статистическая частность, p_i	Кумулятивная частность, F_i
	начало	конец			
1	22	23	3	0,075	0,075
2	23	24	5	0,125	0,200
3	24	25	8	0,200	0,400
4	25	26	11	0,275	0,675
5	26	27	7	0,175	0,850
6	27	28	4	0,100	0,950
7	28	29	2	0,050	1,000
			$\sum 40$	$\sum 1,000$	

На рис. 1.1 представлены построенные по данным табл. 1.2 гистограмма, полигон и кумулятивная кривая изучаемой выборки результатов измерений.

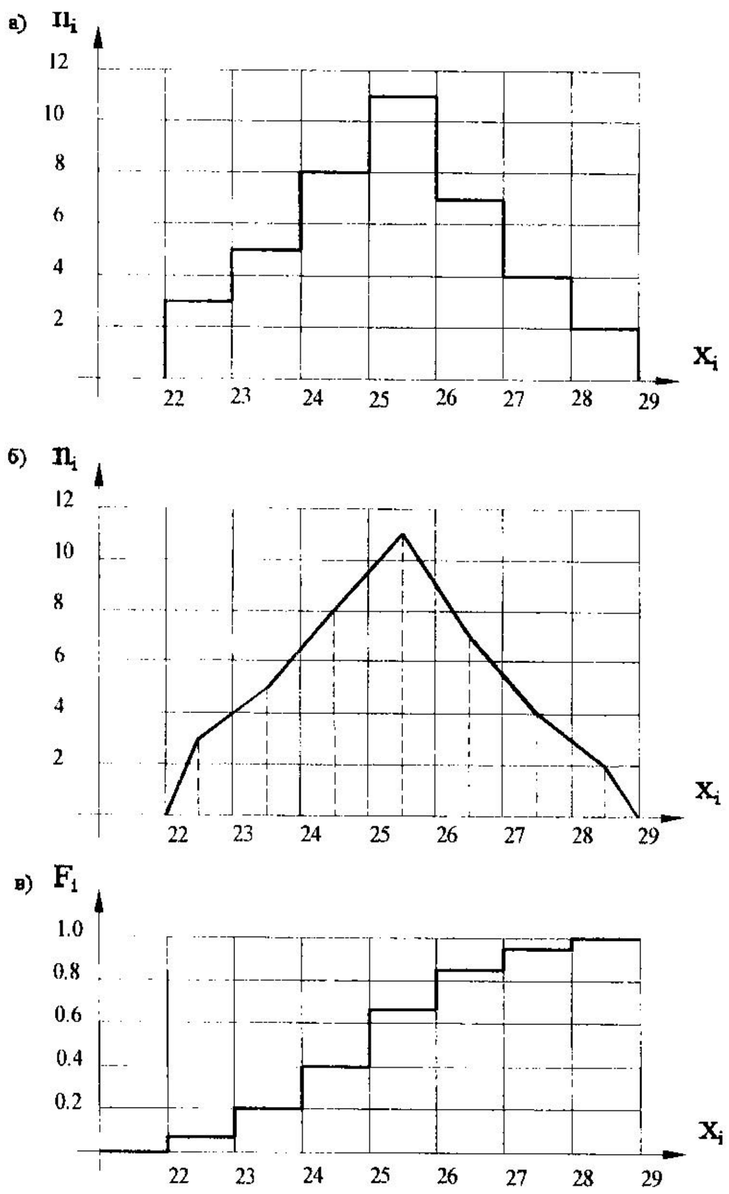


Рис. 1.1. Графическое представление результатов измерений: а - гистограмма; б - полигон; в - кумулятивная кривая

Лабораторная работа № 2

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗЫ О НОРМАЛЬНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве способа оценки близости распределения экспериментальных данных к принятой аналитической модели закона распределения рекомендуется использование так называемые критерии согласия. Известен целый ряд критериев согласия, предложенных разными авторами. Ниже рассмотрим три наиболее распространенных в инженерной практике критерия.

2.1. Проверка гипотезы с использованием показателей асимметрии и эксцесса

Асимметрией распределения называют отношение центрального момента третьего порядка к кубу среднего квадратичного отклонения [1,3]:

$$A_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{n \cdot S^3}, \tag{2.1}$$

где $\bar{x}$, S – среднеарифметическое и среднеквадратическое результатов измерений; n - число измерений.

Асимметрия положительна, если «длинная часть» кривой распределения расположена справа от математического ожидания ($\bar{x}$).

Для оценки «крутости», т.е. большего или меньшего подъема кривой теоретического распределения по сравнению с нормальной кривой, пользуются эксцессом.

Эксцессом распределения называют характеристику, которая определяется равенством [1,3].

$$E_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{n \cdot S^4} - 3. \tag{2.2}$$

Для нормального распределения данные характеристики равны нулю. Если полученные при статистической обработке результатов экспериментальные оценки асимметрии и эксцесса будут незначительны, то закон распределения можно считать близким к нормальному. Малость A_s и E_s определяется следующими условиями [1,3]:

$$|A_s| < 3 \cdot \sigma(A_s); \tag{2.3}$$

$$|E_s| < 3 \cdot \sigma(E_s), \tag{2.4}$$

где $\sigma(A_s)$, $\sigma(E_s)$ - эмпирические среднеквадратические отклонения асимметрии и эксцесса:

$$\sigma(A_s) = \sqrt{\frac{6\cdot(n-1)}{(n+1)\cdot(n+3)}}; \quad (2.5)$$

$$\sigma(E_s) = \sqrt{\frac{24\cdot n\cdot(n-2)\cdot(n-3)}{(n-1)^2\cdot(n+3)\cdot(n+5)}}. \quad (2.6)$$

Данные критерии рекомендуется использовать для грубой оценки небольших по объему выборок [1,2,3].

Пример проверки гипотезы

Исходные данные используем из примера лабораторной работы № 1. Результаты предварительной статистической обработки результатов измерений приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Предварительная статистическая обработка результатов измерений

Номер результата измерения	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
1	22,1	-3,21	10,3041	-33,0762	106,1745
2	24,9	-0,41	0,1681	-0,0689	0,0283
3	27,6	2,29	5,2441	12,0090	27,5006
4	23,2	-2,11	4,4521	-9,3939	19,8212
5	25,2	-0,11	0,0121	-0,0013	0,0001
6	26,1	0,79	0,6241	0,4930	0,3895
7	23,6	-1,71	2,9241	-5,0002	8,5504
8	25,8	0,49	0,2401	0,1176	0,0576
9	24,3	-1,01	1,0201	-1,0303	1,0406
10	26,7	1,39	1,9321	2,6856	3,7330
11	23,8	-1,51	2,2801	-3,4430	5,1989
12	25,1	-0,21	0,0441	-0,0093	0,0019
13	25,4	0,09	0,0081	0,0007	0,0001
14	24,6	-0,71	0,5041	-0,3579	0,2541
15	26,5	1,19	1,4161	1,6852	2,0053
16	25,3	-0,01	0,0001	0	0
17	24,1	-1,21	1,4641	-1,7716	2,1436
18	28,8	3,49	12,1801	42,5085	148,3548
19	25,7	0,39	0,1521	0,0593	0,0231
20	27,3	1,99	3,9601	7,8806	15,6824
21	28,4	3,09	9,5481	29,5036	91,1662
22	24,1	-1,21	1,4641	-1,7716	2,1436
23	25,6	0,29	0,0841	0,0244	0,0071

Окончание табл. 2.1

Номер результата измерения	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
24	26,5	1,19	1,4161	1,6852	2,0053
25	23,3	-2,01	4,0401	-8,1206	16,3224
26	25,4	0,09	0,0081	0,0007	0,0001
27	27,2	1,89	3,5721	6,7512	12,7599
28	24,6	-0,71	0,5041	-0,3579	0,2541
29	25,2	-0,11	0,0121	-0,0013	0,0001
30	25,8	0,49	0,2401	0,1176	0,0576
31	22,3	-3,01	9,0601	-27,2709	82,0854
32	26,3	0,99	0,9801	0,9703	0,9606
33	24,8	-0,51	0,2601	-0,1327	0,0677
34	26,1	0,79	0,6241	0,4930	0,3895
35	23,7	-1,61	2,5921	-4,1733	6,7190
36	25,5	0,19	0,0361	0,0069	0,0001
37	24,4	-0,91	0,8281	-0,7536	0,6857
38	22,6	-2,71	7,3441	-19,9025	53,9358
39	26,8	1,49	2,2201	3,3079	4,9288
40	27,7	2,39	5,7121	13,6519	32,6281
				∑7,3152	∑648,0771

Вычисляем показатели асимметрии и эксцесса:

$$A_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^3}{n\cdot S^3} = \frac{7{,}3152}{40\cdot 1{,}597^3} = 0{,}045;$$

$$E_s = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^4}{n\cdot S^4} - 3 = \frac{648{,}0771}{40\cdot 1{,}597^4} - 3 = 2{,}489 - 3 = -0{,}509.$$

Эмпирические стандарты асимметрии эксцесса:

$$\sigma(A_s) = \sqrt{\frac{6\cdot(n-1)}{(n+1)\cdot(n+3)}} = \sqrt{\frac{6\cdot 39}{41\cdot 43}} = 0{,}364;$$

$$\sigma(E_s) = \sqrt{\frac{24\cdot n\cdot(n-2)\cdot(n-3)}{(n-1)^2\cdot(n+3)\cdot(n+5)}} = \sqrt{\frac{24\cdot 40\cdot 38\cdot 37}{39^2\cdot 43\cdot 45}} = 0{,}677.$$

Проверка условия асимметрии:

при 0,045 < 0,364 проверка выполняется.

Проверка условия эксцесса:

при 0,509 < 0,677 проверка выполняется.

Таким образом, на основании выполненных статистических вычислений можно сделать вывод о том, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения.

2.2. Проверка гипотезы с использованием составного критерия

При числе данных от 10 до 50 для проверки соответствия распределения данных нормальному распределению рекомендуется использовать составной критерий [1,2]. Методика использования данного параметра изложена в ГОСТ 8.207-76 [6]. При этом проверка гипотезы осуществляется по следующим двум критериям.

Критерий I

Вычисляется значение d по следующей формуле:

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n \cdot S^*}, \tag{2.7}$$

где S^* - смещенное среднеквадратическое отклонение

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}. \tag{2.8}$$

Гипотеза о нормальности распределения по первому критерию подтверждается, если выполняется следующее условие:

$$d_{1-q_1/2} < d < d_{q_1/2}, \tag{2.9}$$

где $d_{1-q_1/2}, d_{q_1/2}$ - процентные точки распределения, зависящие от принятого уровня значимости критерия I и числа результатов измерений (табл. П. 3).

Критерий II

Гипотеза о нормальности распределения экспериментальных данных подтверждается, если не более $m_{усл}$ разностей $|x_i - \bar{x}|$ превзошли значения $S \cdot z_{p/2}$. Значение $z_{p/2}$ - верхняя процентная точка нормированной функции Лапласа (табл. П. 5).

$$m_{усл} \le m_{усл}^{кр}, \tag{2.10}$$

где $m_{усл}^{кр}$ - критическое число выполнения условия (табл. П. 4)

В случае, если хотя бы один из критериев не соблюдается, то считают, что распределение результатов наблюдений не соответствуют нормальному закону распределения.

Пример проверки гипотезы

Исходные данные те же, что и в предыдущем примере.

Проверка первого критерия:

$$S^* = \sqrt{\frac{99{,}476}{40}} = 1{,}577;$$

$$d = \frac{50{,}0}{40 \cdot 1{,}577} = 0{,}7926.$$

$d_{1-q_1/2} = 0{,}7464 < d = 0{,}7926 < d_{q_1/2} = 0{,}8543$ - условие первого критерия выполняется.

Проверка второго критерия:

согласно табл. П. 4,5 $m_{усл}^{кр} = 2$, а $z_{p/2} = 2{,}33$.

Условие значительных отклонений

$$|x_i - \bar{x}| > z_{p/2} \cdot S = 2{,}33 \cdot 1{,}597 = 3{,}72.$$

Из анализа данных (см. табл. 2.1) следует, что значительных отклонений не выявлено, т.е. $m_{усл} = 0$.

Условие второго критерия

$m_{усл} = 0 < m_{усл}^{кр} = 2$ - условие выполняется.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения.

2.3. Проверка гипотезы с использованием критерия Пирсона

При достаточно большом числе измерений (рекомендуется свыше 40) чаще всего используется критерий Пирсона (хи-квадрат) [1,2,3]. Идея этого критерия состоит в контроле отклонения узловых точек гистограммы экспериментальных данных от аналогичной теоретической гистограммы. Считается, что результаты выборки соответствуют нормальному закону распределения, если выполняется следующее условие:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(n_i - N_i)^2}{N_i} < \chi_q^2, \tag{2.11}$$

где n_i, N_i – соответственно экспериментальные и теоретические значения частот в i-ом интервале разбиения; m - число интервалов разбиения, χ_q^2 - квантиль распределения Пирсона (табл. П. 6).

Общая последовательность проверки гипотезы с использованием критерия Пирсона следующая:

1. Выполняется разбиение выборки результатов на m интервалов и назначение длины интервала h.

2. Выполняется построение вариационного ряда n_i.

3. Определение теоретических значений частоты попадания результатов измерений в заданные интервалы значений.

$$N_i = \frac{n \cdot h \cdot f(z_i)}{S}, \qquad (2.12)$$

где h – длина интервалов разбиения, $f(z_i)$ - значение функции плотности вероятности для нормированной середины интервала z_i (табл. П. 7).

Предварительно определяются центры интервалов $x_{ци}$, нормируется случайная величина и вычисляется значение функции плотности.

$$x_{ци} = \frac{x_i^{max} + x_i^{min}}{2}; \qquad (2.13)$$

$$z_i = \frac{x_{ци} - \bar{x}}{S}; \qquad (2.14)$$

$$f(z_i) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-z_i^2/2}. \qquad (2.15)$$

4. Выполняется проверка условия (2.10). Предварительно по статистическим таблицам определяется критическая точка распределения Пирсона χ_q^2 (табл. П. 6). При этом статистическая степень свободы равна

$$\nu = m - 1 - r, \qquad (2.16)$$

где r – число статистических характеристик распределения, для нормального распределения r=2.

Пример проверки гипотезы

Исходные данные принимаются те же. Основные статистические данные вычислений приведены в табл. 2.2, а на рис.2.1 приведен график распределения теоретических и экспериментальных данных изучаемой выборки результатов измерений.

Таблица 2.2

Статистическая обработка результатов измерений при использовании критерия Пирсона

Номер интервала	Интервал		n_i	$x_{ц}$	z_i	$f(z_i)$	N_i	$n_i - N_i$	$(n_i - N_i)^2$	$\frac{(n_i - N_i)^2}{N_i}$
	x_i^{min}	x_i^{max}								
1	22	23	3	22,5	-1,760	0,0848	2,124	0,876	0,7674	0,3613
2	23	24	5	23,5	-1,133	0,2100	5,260	-0,260	0,0676	0,0129
3	24	25	8	24,5	-0,507	0,3508	8,786	-0,786	0,6178	0,0703
4	25	26	11	25,5	0,119	0,3961	9,992	1.079	1,1642	0,1174
5	26	27	7	26,5	0,745	0,3023	7,572	-0,572	0,3272	0,0432
6	27	28	4	27,5	1,371	0,1559	3,905	0,095	0,0090	0,0023
7	28	29	2	28,5	1,997	0,0543	1,360	0,640	0,4096	0,3012
			$\sum 40$				$\sum 38,93$			$\sum 0,9086$

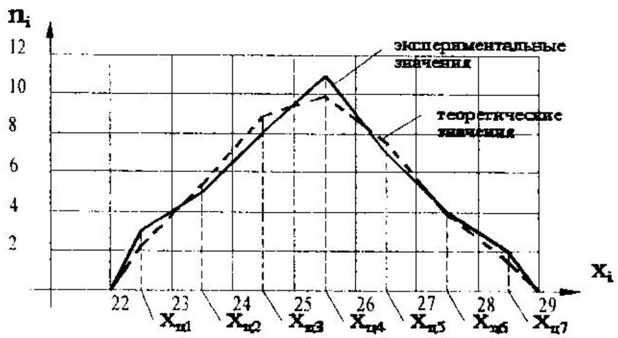


Рис.2.1. График распределения теоретических и экспериментальных данных

Лабораторная работа № 3

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ТОЧНОСТИ ИЗГОТОВЛЕНИЯ СТРОИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Одним из важнейших факторов осуществления качественного строительства является применение строительных элементов, изготовленных с необходимой точностью.

Статистический анализ точности изготовления строительных конструкций заключается в проверке выполнения следующего условия [13]:

$$\Delta_x \geq 2 \cdot t \cdot S_x, \qquad (3.1)$$

где Δ_x - допуск контролируемого параметра, принимают по ГОСТ 21779-82; S_x - среднеквадратическое отклонение результатов измерений; t – коэффициент, принимаемый по табл. 3.1 в зависимости от приемочного уровня дефектности AQL (по ГОСТ 23616-79, для контрольных измерений AQL обычно составляет 4,0 %) .

Таблица 3.1

Значения коэффициента t (по ГОСТ 23615-79)

Уровень дефектности AQL, %	0,25	1,5	4,0	10,0
Коэффициент t	3,0	2,4	2,1	1,6

Кроме этого, для анализа условий производства определяется показатель уровня точности h [13]:

$$h = \frac{\Delta_x - 2 \cdot t \cdot S_x}{\Delta_x}. \qquad (3.2)$$

Если:

h < - 0,14, процесс перешел в более низкий класс точности;

$h \leq 0,14$, запас точности отсутствует;

h > 0,5, следует проверить возможность отнесения процесса к более высокому классу точности.

Статистический анализ точности осуществляется отдельно по каждому геометрическому параметру конструкции в следующей последовательности [13].

1. В зависимости от характера условий производства образуют необходимые представительные выборки и определяют отклонения параметра от номинального значения:

$$\delta x_i = x_i - x_{nom}, \qquad (3.3)$$

где δx_i - действительное отклонение параметра; x_i - действительное значение параметра; x_{nom} - номинальное значение параметра.

2. Рассчитываются статистические характеристики действительной точности параметра в выборке: среднеарифметическое значение δx_m и среднеквадратическое отклонение S_m:

$$\delta x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i}{n}; \qquad (3.4)$$

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2}{n} - \delta x_m^2}. \qquad (3.5)$$

3. Проверяют статистическую однородность – согласие опытного распределения действительных отклонений параметра с теоретическим (нормальным) распределением.

4. Оценивают точность контролируемого параметра и принимают решение о порядке применимости результатов измерений. Объект контроля считают годным по данному контролируемому параметру при выполнении следующего условия:

$$x_{min} \leq x_i \leq x_{max}; \qquad (3.6)$$

$$x_{min} = \bar{x} - \Delta_x / 2; \qquad (3.7)$$

$$x_{max} = \bar{x} + \Delta_x / 2. \qquad (3.8)$$

Пример выполнения работы

Необходимо выполнить оценку точности изготовления строительных элементов длиной 6 метров, изготовленных по 6-му классу точности. При этом для выполнения контрольных измерений используем рулетки 3-го класса с ценой деления 1.0 мм. Принимаем, что выполняются двойные измерения 10-ти элементов, тогда:

$m = 2$ – число измерений контролируемого параметра;

$M = 20$ – общее число измерений.

1. Расчет статистических характеристик результатов измерений и проверка гипотезы о нормальном законе распределения данных

Основные результаты предварительной статистической обработки результатов приведены в табл. 3.2.

Таблица 3.2

Результаты предварительной статистической обработки результатов измерений

Номер результата измерения	x_i, мм	δx_i, мм	δx_i^2, мм^2	$\delta x_i - \delta x_m$, мм	$(\delta x_i - \delta x_m)^2$, мм^2
1	6001	1	1	-1,3	1,69
2	6003	3	9	0,7	0,49
3	6005	5	25	2,7	7,29
4	6006	6	36	3,7	13,69
5	6003	3	9	0,7	0,49
6	6002	2	4	-0,3	0,09
7	6001	1	1	-1,3	1,69
8	6000	0	0	-2,3	5,29
9	5999	-1	1	-3,3	10,89
10	5997	-3	9	-5,3	28,09
11	6004	4	16	1,7	2,89
12	6005	5	25	2,7	7,29
13	6001	1	1	-1,3	1,69
17	6003	3	9	0,7	0,49
18	6005	5	25	2,7	7,29
19	6000	0	0	-2,3	5,29
20	6002	2	4	-0,3	0,09
		$\sum 46$	$\sum 228$		$\sum 122{,}2$

$$\delta x_m = \frac{46}{20} = 2{,}3 \text{ мм}.$$

$$S_m = \sqrt{\frac{228}{20} - 2{,}3^2} = 2{,}47 \text{ мм}.$$

$$S_x = \sqrt{\frac{122{,}2}{19}} = 2{,}54 \text{ мм}.$$

Критерий грубых ошибок

$|\delta x_i - \delta x_m| \le 3 \cdot S_x = 7{,}62$ - условие выполняется для всех значений.

Проверку гипотезы о нормальном законе распределения результатов измерений выполняем с использованием составного критерия:

$$S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\delta x_i - \delta x_m)^2}{n}} = \sqrt{\frac{122{,}2}{20}} = 2{,}47\,\text{мм};$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n}|\delta x_i - \delta x_m|}{n \cdot S_m'} = \frac{42}{20 \cdot 2{,}47} = 0{,}85.$$

Условие первого критерия

$d_{min} = 0{,}729 \le d = 0{,}85 \le d_{max} = 0{,}879$ - условие выполняется.

Условие значительных отклонений

$|\delta x_i - \delta x_m| > z_{p/2} \cdot S_x = 5{,}9$ - условие не выполняется ни при каких значениях, т.е. m=0.

Условие второго критерия

$m = 0 \le m_{np} = 1$ - условие выполняется.

Таким образом, можно считать, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения.

2. Оценка точности метода и средства измерения

Определение допуска изготовления.

Согласно ГОСТ 21779-82 (табл. 3.3) допуск изготовления составляет $\Delta_x = 20$ мм.

Согласно ГОСТ 26433.1-89 (табл. 3.4) предельная погрешность измерений, выполняемых с использованием рулеток, составит следующее значение: $\delta x_{met}^{np} = 2{,}0$ мм.

Таблица 3.3

Допуски линейных размеров (по ГОСТ 21779-82)

Интервал номинального размера, L, мм	Значение допуска для класса точности, мм								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
до 20	0,24	0,4	0,6	1,0	1,6	2,4	4	6	10
от 20 до 60	0,30	0,5	0,8	1,2	2,0	3,0	5	8	12
от 60 до 120	0,40	0,6	1,0	1,6	2,4	4,0	6	10	16
от 120 до 250	0,50	0,8	1,2	2,0	3,0	5,0	8	12	20
от 250 до 500	0,60	1,0	1,6	2,4	4,0	6,0	10	16	24
от 500 до 1000	0,80	1,2	2,0	3,0	5,0	8,0	12	20	30
от 1000 до 1600	1,00	1,6	2,4	4,0	6,0	10,0	16	24	40
от 1600 до 2500	1,20	2,0	3,0	5,0	8,0	12,0	20	30	50
от 2500 до 4000	1,60	2,4	4,0	6,0	10,0	16,0	24	40	60
от 4000 до 8000	2,00	3,0	5,0	8,0	12,0	20,0	30	50	80
от 8000 до 16000	2,40	4,0	6,0	10,0	16,0	24,0	40	60	100
от 16000 до 25000	3,00	5,0	8,0	12,0	20,0	30,0	50	80	120
от 25000 до 40000	4,00	6,0	10,0	16,0	24,0	40,0	60	100	160
от 40000 до 60000	5,00	8,0	12,0	20,0	30,0	50,0	80	120	200

Таблица 3.4

Предельные погрешности измерения линейных размеров (по ГОСТ 26433.1-89)

Интервал номинального размера, L мм	Предельные погрешности измерения, мм						
	штангенинструмент, величина отсчета по нониусу 0,1 мм	штангенциркуль, метод хорды и высоты сегмента	линейки металлические, цена деления 1.0 мм	нутромеры, скобы, величина отсчета по индикатору, микрометру, нониусу 0,01 мм	Рулетки 3-го класса, цена деления 1,0 мм		длиномеры, величина от счета по нониусу 0,1 мм
					измерение длин и диаметров	измерение диаметров методом опоясывания	
до 50	0,1	---	0,4	---	---	---	---
от 50 до 200	0,2	---	0,4	0,02	---	---	---
от 200 до 500	0,2	0,6	0,5	0,03	0,5	---	---
от 500 до 1000	0,3	1,0	0,5	0,05	0,5	0,5	---
от 1000 до 4000	0,5	1,4	---	0,2	1,5	1,0	0,8
от 4000 до 6000	---	2,5	---	0,3	2,0	1,5	1,0
от 6000 до 10000	---	4,0	---	0,4	2,5	2,0	1,5
от 10000 до 16000	---	---	---	---	3,5	---	2,5
от 16000 до 25000	---	---	---	--	4,5	---	3,0

Условие применимости выбранного средства измерения

$\delta x_{met} = 2{,}0$ мм $\le 0{,}2 \cdot \Delta_x = 0{,}2 \cdot 20 = 4$ мм – условие выполняется.

Таким образом, используемое средство измерения удовлетворяет требованиям точности.

3. Оценка точности изготовления

Согласно ГОСТ 23615-79 для $AQL = 4$ % значение $t = 2{,}1$.

Проверка точности изготовления

$\Delta_x = 20$ мм $\geq 2 \cdot t \cdot S_m = 10{,}4$ мм - условие выполняется.

Проверка уровня точности

$$h = \frac{20 - 10{,}4}{20} = 0{,}48,$$

$0{,}14 < h = 0{,}48 < 0{,}5$ - имеются необходимые запасы точности.

Проверка условия приемки:

$x_{min} = 6002{,}3 - 20/2 = 5992{,}3$ мм;

$x_{max} = 6002{,}3 + 20/2 = 6012{,}3$ мм;

$x_{min} = 5992{,}3$ мм $\leq x_0 =$ 6000 мм $\leq x_{max} = 6012{,}3$ мм – условие приемки выполняется.

Вывод: результаты измерений обладают необходимым уровнем и запасом точности, а партия конструкций принимается для дальнейшего использования.

Лабораторная работа № 4

СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ СТРОИТЕЛЬНЫХ РАБОТ

Статистическая оценка геометрической точности монтажных и строительных работ позволяет установить действительную точность отдельных технологических операций, представляющих в совокупности технологический процесс по возведению зданий и сооружений. В настоящей лабораторной работе рассмотрим приемочный контроль строительных работ по количественному признаку.

При контроле по количественному признаку измеряются значения одного или нескольких параметров, характеризующих качество объекта контроля, а последующее решение о его приемке принимается в зависимости от этих значений.

При данном виде контроля считается [ГОСТ 23616-79, п. 3.5], что объект контроля является пригодным к эксплуатации, если выполняется одно из следующих условий:

$$\delta x_{inf} \leq \delta x_i \leq \delta x_{sup}; \tag{4.1}$$

$$x_{min} \leq x_i \leq x_{max}, \tag{4.2}$$

где $x_i, \delta x_i$ - i-е значение контролируемого параметра и его отклонение от номинального значения x_{nom}; $\delta x_{inf}, \delta x_{sup}$ - нижнее и верхнее предельное отклонение от номинального значения; x_{min}, x_{max} - наименьший и наибольший предельный размер.

В настоящей лабораторной работе примем, что нижнее и верхнее предельное отклонение равны

$$\delta x_{inf} = \delta x_{sup} = \delta x_{np} = t \cdot S. \tag{4.3}$$

Коэффициент t назначается исходя из уровня дефектности, который принимается в зависимости от функциональной значимости контролируемого параметра (табл. 4.1).

Таблица 4.1

Рекомендации по назначению уровня дефектности

Приемочный уровень дефектности, AQL %	Область применения
0,25 % ; 1,5 %	Параметры, являющиеся составляющими или результирующими при расчете точности конструкций и обеспечивающие надежность сооружения в эксплуатации. Нарушение требований точности к данным параметрам является критическим дефектом
4,0 %	Параметры, являющиеся составляющими или результирующими при расчете точности конструкций и влияющими на эксплуатационные свойства сооружения. Нарушение требований точности к данным параметрам является значительным дефектом
10,0 %	Параметры, не входящие в исходные уравнения при расчете точности конструкций. Нарушение требований к точности данных параметров является малозначительным дефектом

Пример выполнения работы

Исходные данные: необходимо оценить точность установки 30-ти ферм длиной 18 м.

1. Расчет статистических характеристик результатов измерений и проверка гипотезы о нормальном законе распределения данных

Основные результаты предварительной статистической обработки результатов приведены в табл. 4.2.

$$\delta x_m = \frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i}{n} = \frac{18}{30} = 0{,}6$$

$$\text{мм}; S_m = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \delta x_i^2}{n} - \delta x_m^2} = \sqrt{\frac{295}{30} - 0{,}6^2} = 3{,}08 \text{ мм}.$$

Проверку гипотезы о нормальном законе распределения результатов измерений выполняем с использованием составного критерия:

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum (\delta x_i - \delta x_m)^2}{n-1}} \sqrt{\frac{279}{29}} = 3{,}1 \text{ мм};$$

$$S_x^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\delta x_i - \delta x_m)^2}{n}} = \sqrt{\frac{279}{30}} = 3{,}05 \text{ мм}.$$

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |\delta x_i - \delta x_m|}{n \cdot S_x} = \frac{77{,}4}{30 \cdot 3{,}05} = 0{,}846$$

Таблица 4.2

Результаты предварительной статистической обработки результатов измерений

Номер результата измерения	x_i, мм	δx_i, мм	δx_i^2, мм^2	$\delta x_i - \delta x_m$, мм	$(\delta x_i - \delta x_m)^2$, мм^2
1	30 004	4	16	3,4	11,56
2	30 003	3	9	2,4	5,76
3	29 995	-5	25	-5,6	31,36
4	30 006	6	36	5,4	29,16
5	30 003	3	9	2,4	5,76
6	30 002	2	4	1,4	1,96
7	30 001	1	1	0,4	0,16
8	30 000	0	0	-0,6	0,36
9	29 999	-1	1	-1,6	2,56
10	30 002	2	4	1,4	1,96
11	30 003	3	9	2,4	5,76
12	29 998	-2	4	-2,6	6,76
13	30 005	5	25	4,4	19,36
14	30 002	2	4	1,4	1,96

Окончание табл. 4.2

Номер результата измерения	x_i, мм	δx_i, мм	δx_i^2, мм^2	$\delta x_i - \delta x_m$, мм	$(\delta x_i - \delta x_m)^2$, мм^2
15	29 996	-4	16	-4,6	21,16
16	30 002	2	4	1,4	1,96
17	30 003	3	9	2,4	5,76
18	29 999	-1	1	-1,6	2,56
19	30 002	2	4	1,4	1,96
20	30 003	3	9	2,4	5,76
21	30 001	1	1	0,4	0,16
22	29 997	-3	9	-3,6	12,96
23	29 998	-2	4	-2,6	6,76
24	29 996	-4	16	-4,6	21,16
25	29 995	-5	25	-5,6	31,36
26	30 002	2	4	1,4	1,96
27	30 001	1	1	0,4	0,16
28	30 005	5	25	4,4	19,36
29	29 996	-4	16	-4,6	21,16
30	29 998	-1	1	-0,6	0,36
		∑18	∑292		∑279,0

Условие первого критерия:

$d_{min} = 0{,}74 \le d = 0{,}846 \le d_{max} = 0{,}86$ - условие выполняется.

Условие значительных отклонений:

$|\delta x_i - \delta x_m| > z_{p/2} \cdot S_x = 2{,}17 \cdot 3{,}1 = 6{,}73$ - условие не выполняется ни при каких значениях, т.е. m=0.

Условие второго критерия:

$m = 0 \le m_{пр} = 2$ - условие выполняется.

Таким образом, можно считать, что результаты измерений подчиняются нормальному закону распределения.

2. Определение предельного отклонения пролета смонтированных ферм

Так как пролет здания является параметром, обеспечивающим надежность сооружения в эксплуатации, принимаем уровень дефектности равный AQL = 1,5 %. Тогда коэффициент дефектности будет иметь значение 2,4.

$$\delta x_{inf} = \delta x_{sup} = \delta x_{np} = t \cdot S = 2{,}4 \cdot 3{,}1 = 7{,}44 \text{ мм}$$

3. Оценка точности установки ферм

Из сравнения статистических данных табл. 4.2 с предельным отклонением (7,44 мм) следует, что условие (4.1) выполняется для всех значений δx_i. Следовательно, фермы установлены с необходимой статистической точностью.

4. Оценка точности технологического процесса

Допуск установки балок и класс точности определим из следующего условия [ГОСТ 23615-79, п. 5.1, п. 5.2]:

$$\Delta_x \geq 2 \cdot t \cdot S_x . \qquad (4.4)$$

За допуск Δ_x принимается ближайшее большее значение технологического допуска согласно ГОСТ 21779-82.

Согласно данным табл. 4.3 для номинального размера 18000 мм: допуск установки составит Δ_x = 20 мм при классе точности 4.

Условие стабильности технологического процесса:

$$h = \frac{\Delta_x - 2 \cdot t \cdot S_x}{\Delta_x} = \frac{20 - 2 \cdot 2{,}4 \cdot 3{,}1}{20} = \frac{20 - 14{,}88}{20} = 0{,}256 .$$

Так как h = 0,256 > 0,14, процесс установки ферм стабилен.

Вывод: фермы установлены с необходимой точностью, , процесс установки осуществляется с классом точности 4 и обладает необходимой технологической стабильностью.

Таблица 4.3

Допуск симметричности установки (по ГОСТ 21779-82)

Интервал номинальнго размера, мм	Значение допуска для класса точности, мм					
	1	2	3	4	5	6
До 2500	2,0	3	5	8	12	20
От 2500 До 4000	2,4	4	6	10	16	24
От 4000 До 8000	3,0	5	8	12	20	30

Окончание табл. 4.3

Интервал номинального размера, мм	Значение допуска для класса точности, мм					
От 8000 До 16000	4,0	6	10	16	24	40
От 16000 До 25000	5,0	8	12	20	30	50
От 25000 До 40000	6,0	10	16	24	40	60
От 40000 До 60000	8,0	12	20	30	50	80
Коэффицент класса точности К	0,25	0,4	0,6	1,0	1,6	2,5

Лабораторная работа № 5

СТАТИСТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ ПАРАМЕТРОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Для оперативной оценки технологических процессов строительства необходимо выполнять статистическую оценку параметров в течение некоторого времени. Данная задача решается с использованием контрольных карт, представляющих собой график, на горизонтальной оси которого откладывают последовательность номеров изделий (выборок или партий), а на вертикальной оси – результаты измерений контролируемого параметра продукции [18,19].

В качестве контролируемого параметра могут выступать:

- мера расположения центра данных: среднеарифметическое значение;
- мера разброса данных: среднеквадратичное значение или размах.

При анализе данных с использованием контрольных карт используются следующие границы значений:

- предупреждающая граница: соответствует допустимой доле брака; выход значений за данную границу предупреждает о том, что возможны отклонения в технологии производства;
- контрольная граница: соответствует минимальной доле брака; выход значений за данную границу означает, что данное изделие должно быть отбраковано.

Построению контрольных карт, как правило, предшествует базовый период, на котором вычисляются основные статистические характеристики процесса. Статистический анализ данных как на контролируемом, так и на базовом периоде выполняется по мгновенным выборкам. Мгновенная выборка – последовательность значений достаточно однородно характеризует значение контролируемого периода в данный отрезок времени. Рекомендуемый состав мгновенных выборок - 4-6 значений. Число мгновенных выборок при статистическом анализе должно составлять не менее 30.

Контрольные карты подразделяются на два основных класса: простые и кумулятивные контрольные карты.

5.1. Статистический контроль с использованием простых контрольных карт

Процедура построения:

1. Назначение базового периода, объема мгновенных выборок и вычисление статистических характеристик в каждой мгновенной выборке.

$$x_m = \frac{\sum_{i=1}^{m} x_i}{m}; \tag{5.1}$$

$$= \sqrt{\frac{\sum (X_m - \bar{X})^2}{n-1}}$$

$$S_m = \sqrt{\frac{1}{m-1} \cdot \sum_{i=1}^{m} (x_i - x_m)^2}; \tag{5.2}$$

$$W_m = x_{max} - x_{min}, \tag{5.3}$$

где x_m, S_m, W_m – среднеарифметическое значение, среднеквадратическое отклонение и размах значений мгновенной выборки; m - объем мгновенной выборки.

2. Вычисление статистических характеристик контролируемых параметров на базовом периоде: среднеарифметического значения параметра $\bar{x}$ и его стандарта S_x.

3. Назначение предупредительных и контрольных границ значений для контролируемого периода:

$$x_в^{пр} = \bar{x} + B_1; \tag{5.4}$$

$$x_н^{пр} = \bar{x} - B_1; \tag{5.5}$$

$$x_в^{кр} = \bar{x} + B_2; \tag{5.6}$$

$$x_н^{кр} = \bar{x} - B_2, \tag{5.7}$$

где $x_в^{пр}$, $x_н^{пр}$ – верхняя и нижняя предупредительные границы; $x_в^{кр}$, $x_н^{кр}$ - верхняя и нижняя контрольные границы; B_1, B_2 - значения зон предупредительной и контрольной границы.

Как правило, значения B_1 и B_2 принимают равным двум и соответственно трем стандартам контролируемого параметра [19].

4. Непосредственно само построение контрольной карты с нанесением на график ожидаемого и фактического значения контролируемого параметра, а также его границ нахождения.

Пример статистического контроля

Необходимо выполнить статистический контроль некоторого технологического процесса при следующих исходных данных: базовый и контролируемый период каждый состоит из 20-ти выборок, состоящих из четырех значений. Статистический контроль осуществляется по следующим параметрам: среднеарифметическому значению и размаху в выборке.

Основные статистические вычисления на базовом периоде представлены в табл. 5.1.

Определение статистических характеристик и значений границ для контролируемых параметров (x_m и W_m). Ввиду того, что размах значений в выборке является односторонней величиной, то для нее вычисляются только верхние границы:

$$\bar{x} = \frac{510}{20} = 25{,}5;$$

$$S_x = \sqrt{\frac{7{,}44}{19}} = 0{,}626;$$

$$B_{1x} = 2 \cdot 0{,}626 = 1{,}252;$$

$$B_{2x} = 3 \cdot 0{,}626 = 1{,}878;$$

$$x_в^{пр} = 25{,}5 + 1{,}252 = 26{,}752;$$

$$x_н^{пр} = 25{,}5 - 1{,}252 = 24{,}248;$$

$$x_в^{кр} = 25{,}5 + 1{,}878 = 27{,}378;$$

$$x_н^{кр} = 25{,}5 - 1{,}878 = 23{,}622.$$

Таблица 5.1

Статистическая обработка результатов на базовом периоде

Номер мгновенной выборки	Единичные значения				x_m	$x_m - \bar{x}$	$(x_m - \bar{x})^2$	W_m	$W_m - \bar{W}$	$(W_m - \bar{W})^2$
	x_1	x_2	x_3	x_4						
1	27,5	24,9	25,7	22,7	25,2	-0.3	0,09	4,8	-0,25	0,0625
2	24,6	26,9	25,4	28,7	26,4	0,9	0,81	4,1	-0,95	0,9025
3	22,8	26,0	24,4	27,2	25,1	-0,4	0,16	4,4	-0,65	0,4225
4	23,3	27,4	28,1	25,2	26,0	0,5	0,25	4,8	-0,25	0,0625
5	23,3	28,0	24,6	26,1	25,5	0	0	4,7	-0,35	0,1225
6	21,8	27,0	24,4	26,4	24,9	-0,6	0,36	5,2	0,15	0,0225
7	21,4	26,3	27,1	23,6	24,6	-0,9	0,81	5,7	0,65	0,4225
8	24,8	28,2	23,1	26,7	25,7	0,2	0,04	5,1	0,05	0,0025
9	23,8	28,5	25,4	27,1	26,2	0,7	0,49	4,7	-0,35	0,1225
10	23,4	26,8	28,3	24,3	25,7	0,2	0,04	4,9	-0,15	0,0225
11	27,0	28.6	23,7	25,1	26,1	0,6	0,36	4,9	-0,15	0,0225
12	26,4	23,4	28,7	27,1	26,4	0,9	0,81	5,3	0,25	0,0625

Окончание табл. 5.1

Номер мгновенной выборки	Единичные значения				x_m	$x_m - \bar{x}$	$(x_m - \bar{x})^2$	W_m	$W_m - \bar{W}$	$(W_m - \bar{W})^2$
	x_1	x_2	x_3	x_4						
13	26,3	28,4	24,6	23,5	25,7	0,2	0,04	4,9	-0,15	0,0225
14	27,6	29,0	23,6	25,8	26,5	1,0	1,00	5,4	0,35	0,1225
15	22,3	26,7	25,7	27,3	25,5	0	0	5,0	-0,05	0,0025
16	27,9	22,3	24,1	26,1	25,1	-0,4	0,16	5,6	0,55	0,3025
17	22,1	25,7	27,2	24,2	24,8	-0,7	0,49	5,1	0,05	0,0025
18	23,2	27,2	25,4	21,8	24,4	-1,1	1,21	5,4	0,35	0,1225
19	26,8	21,6	24,6	27,4	25,1	-0,4	0,16	5,8	0,75	0,5625
20	25,4	24,6	27,8	22,6	25,1	-0,4	0,16	5,2	0,15	0,0225
					$\sum 510$	$\sum 0$	$\sum 7,44$	$\sum 101$	$\sum 0$	$\sum 3,41$

$$\overline{W} = \frac{101}{20} = 5{,}05;$$

$$S_w = \sqrt{\frac{3{,}41}{19}} = 0{,}442;$$

$$B_{1w} = 2 \cdot 0{,}442 = 0{,}884;$$

$$B_{2w} = 3 \cdot 0{,}442 = 1{,}326;$$

$$W_в^{пр} = 5{,}05 + 0{,}884 = 6{,}389,$$

$$W_в^{кр} = 5{,}05 + 1{,}326 = 6{,}376.$$

В табл. 5.2 показана предварительная обработка данных контролируемого периода, а на рис. 5.1 – построенные на основе этих данных контрольные карты.

Таблица 5.2

Статистическая обработка результатов на контролируемом периоде

Номер мгновенной выборки	Единичные значения				x_m	W_m
	x_1	x_2	x_3	x_4		
1	24,8	25,2	28,7	26,9	26,4	3,9
2	26,7	24,8	27,8	23,1	25,6	4,7
3	24,4	21,8	27,0	26,4	24,9	5,2
4	26,7	22,3	27,3	25,7	25,5	5,0
5	24,6	21,6	26,4	27,4	25,0	5,8
6	23,5	28,4	24,6	26,3	25,7	4,9
7	27,4	28,1	23,3	25,2	26,0	4,8
8	25,7	22,1	27,2	24,2	24,8	5,1
9	22,8	27,2	25,0	21,8	24,2	5,4
10	26,8	23,4	28,3	24,3	25,7	4,9
11	23,8	25,4	28,5	27,1	26,2	4,7
12	28,7	23,4	26,4	27,1	26,4	5,3
13	27,9	24,1	22,3	26,1	25,1	5,6
14	23,3	25,0	28,0	26,5	25,7	4,7

Окончание табл. 5.2

Номер мгновенной выборки	Единичные значения				x_m	W_m
	x_1	x_2	x_3	x_4		
15	23,7	28,6	27,0	25,1	26,1	4,9
16	26,3	22,3	25,7	27,3	25,4	5,0
17	25,8	27,2	29,0	23,6	26,4	5,4
18	23,4	28,9	25,8	27,9	26,5	5,5
19	28,0	23,0	24,9	26,5	25,6	5,0
20	22,1	25,7	26,8	24,6	24,8	4,7
					∑512	∑100,5

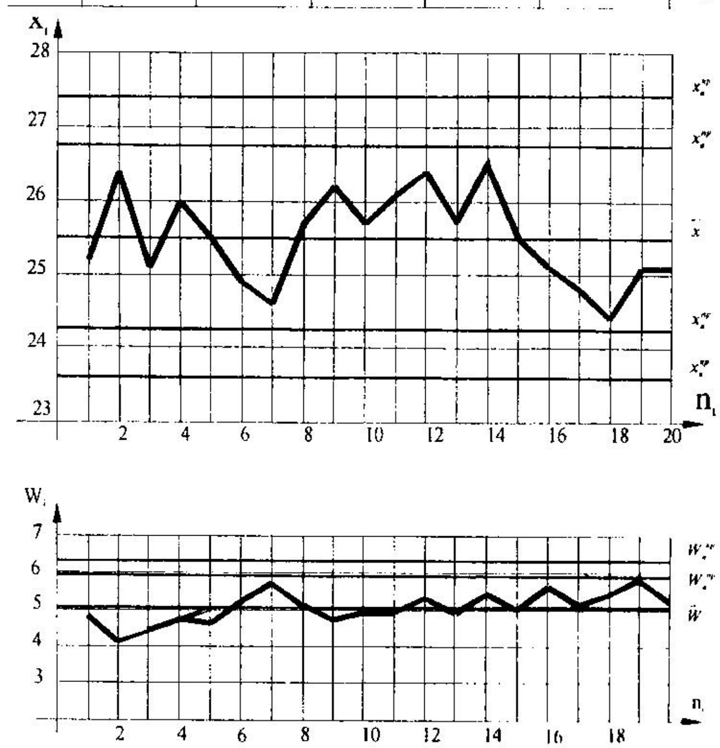


Рис. 5.1. Простые контрольные карты для среднеарифметического значения и размаха

Из анализа полученных данных видно, что в 9-ой выборке имеется превышение среднеарифметического значения нижней предупредительной границы, что говорит о возможных отклонениях в технологическом процессе в данный производственный момент времени.

5.2. Статистический контроль с использование кумулятивных карт

Основным недостатком простых контрольных карт является отсутствие учета состояния процесса по предыдущим данным, другими словами, отклонения на предыдущих этапах. Данные погрешности устранены в кумулятивных картах, в основе которых лежит кусумм-метод [18,21]. При этом осуществляется статистический анализ некоторых кумулятивных сумм контролируемых параметров.

Рекуррентная формула КУСУММ-суммы [18,21]:

$$S_i = S_{i-1} + (X_i - T), \tag{5.8}$$

где T- опорное значение.

В качестве опорного значения, как правило, принимается среднеарифметическое значение базового периода [18,21].

В тех выборках, где наблюдается наибольшая (по модулю) кусумм-сумма с достаточной долей вероятности можно сказать, что имеются отклонения в технологическом процессе. Следует отметить, что возможны погрешности в оценке из-за накопления разности среднего уровня значений контролируемого параметра на базовом и контролируемом периоде: $(\bar{x}_{кон} - \bar{x}_{баз}) \cdot n$. Данная ошибка уменьшается при увеличении периодов анализа параметров, а также после завершения контролируемого периода строится исправленная контрольная карта с опорным значением равным среднеарифметическому значению контролируемого параметра.

Пример статистического контроля

Исходные данные и статистические характеристики базового периода принимаются из предыдущего примера.

В табл. 5.3-5.4 показаны результаты статистических вычислений, а на рис. 5.2-5.3 - построенные на их основе графики производственных и исправленных кусумм-сумм. При этом средние значения на контролируемом периоде будут равны:

$$\bar{x}_{кон} = \frac{512}{20} = 25{,}6\,;$$

$$\overline{W}_{кон} = \frac{100{,}5}{20} = 5{,}025\,.$$

Таблица 5.3

Статистическая обработка результатов измерений для построения производственных кумулятивных карт

Номер мгновенной выборки	x_{mi}	$x_{mi} - T(\bar{x}_{баз})$	$S_{x.баз}$	W_{mi}	$W_{mi} - T(\bar{W}_{баз})$	$S_{w.баз}$
1	26,4	0,9	0,9	3,9	-1,15	-1,15
2	25,6	0,1	1,0	4,7	-0,35	-1,50
3	24,9	-0,6	0,4	5,2	0,15	-1,35
4	25,5	0	0,4	5,0	-0,05	-1,40
5	25,0	-0,5	-0,1	5,8	0,75	-0,65
6	25,7	0,2	0,1	4,9	-0,15	-0,80
7	26,0	0,5	0,6	4,8	-0,25	-1,05
8	24,8	-0,7	-0,1	5,1	0,05	-1,00
9	24,2	-1,3	-1,4	5,4	0,35	-0,65
10	25,7	0,2	-1,2	4,9	-0,15	-0,80
11	26,2	0,7	-0,5	4,7	-0,35	-1,15
12	26,4	0,9	0,4	5,3	0,25	-0,90
13	25,1	-0,4	0	5,6	0,55	-0,35
14	25,7	0,2	0,2	4,7	-0,35	-0,70
15	26,1	0,6	0,8	4,9	-0,15	-0,85
16	25,4	-0,1	0,7	5,0	-0,05	0,90
17	26,4	0,9	1,6	5,4	0,35	-0,55
18	26,5	1,0	2,6	5,5	0,45	-0,10
19	25,6	0,1	2,7	5,0	-0,05	0,15
20	24,8	-0,7	2,0	4,7	0,35	-0,50
	∑512			∑100,5		

Таблица 5.4

Статистическая обработка результатов измерений для построения исправленных кумулятивных карт

Номер мгновенной выборки	x_{mi}	$x_{mi}-T(\bar{x}_{кон})$	$S_{x,кон}$	W_{mi}	$W_{mi}-T(\overline{W}_{кон})$	$S_{w,кон}$
1	26,4	0,8	0,8	3,9	-1,125	-1,125
2	25,6	0	0,8	4,7	-0,325	-1,450
3	24,9	-0,7	0,1	5,2	0,175	-1,275
4	25,5	-0,1	0	5,0	-0,025	-1,300
5	25,0	-0,6	-0,6	5,8	0,775	-0,525
6	25,7	0,1	-0,5	4,9	-0,125	-0,650
7	26,0	0,4	-0,1	4,8	-0,225	-0,875
8	24,8	-0,8	-0,9	5,1	0,075	-0,800
9	24,2	-1,4	-2,3	5,4	0,375	-0,425
10	25,7	0,1	-2,2	4,9	-0,125	-0,550
11	26,2	0,6	-1,6	4,7	-0,325	-0,875
12	26,4	0,8	-0,8	5,3	0,275	-0,600
13	25,1	-0,5	-1,3	5,6	0,575	-0,025
14	25,7	0,1	-1,2	4,7	-0,325	-0,350
15	26,1	0,5	-0,7	4,9	-0,125	-0,475
16	25,4	-0,2	-0,9	5,0	-0,025	-0,500
17	26,4	0,8	-0,1	5,4	0,375	-0,125
18	26,5	0,9	0,8	5,5	0,475	0,350
19	25,6	0	0,8	5,0	-0,025	0,325
20	24,8	-0,8	0	4,7	-0,325	0
	$\sum 512$			$\sum 100,5$		

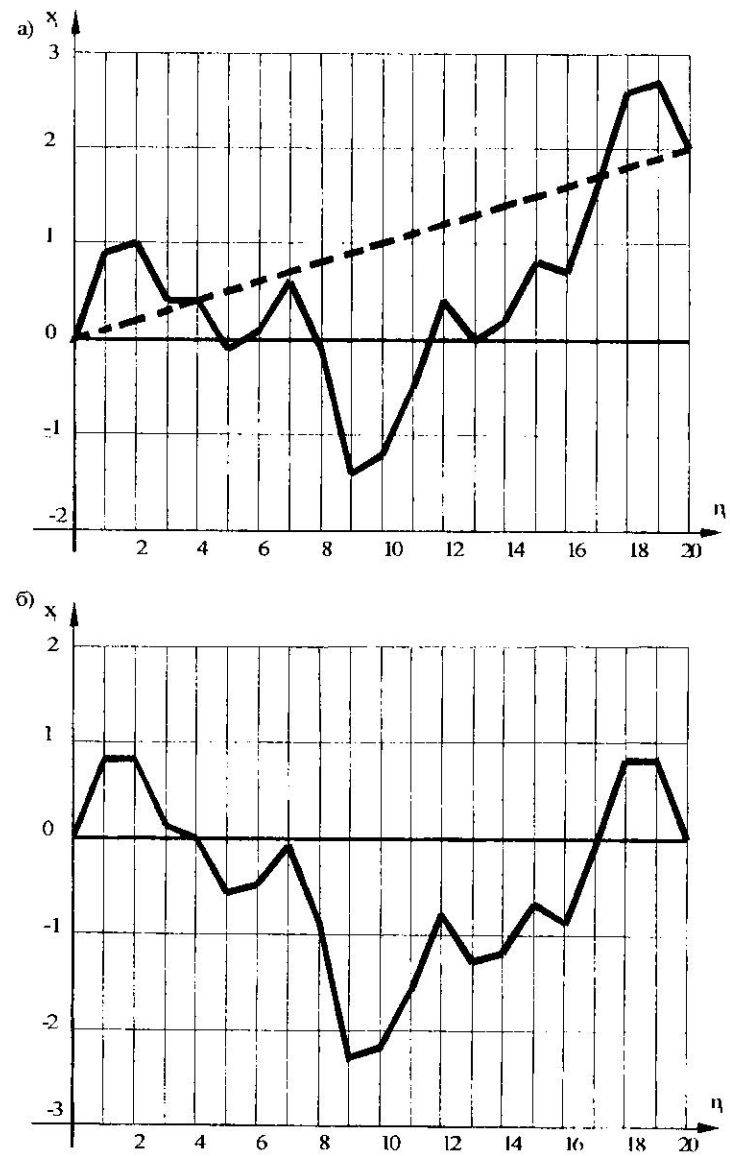


Рис. 5.2. Куммулятивные контрольные карты для среднеарифметического значения: а - производственная; б - исправленная

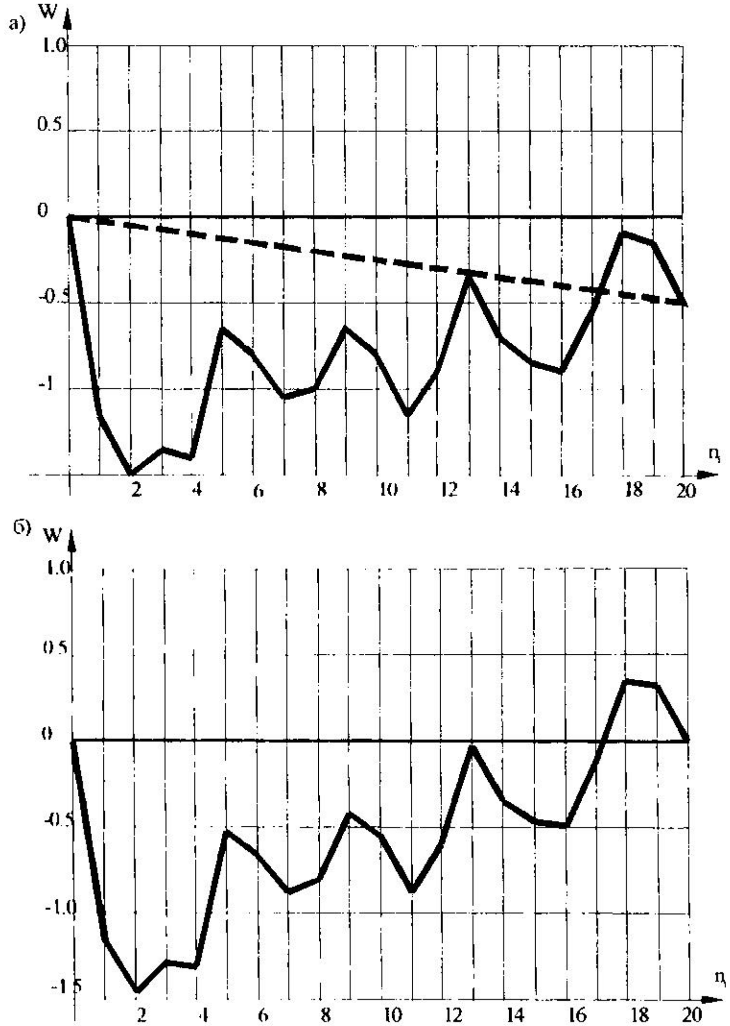


Рис. 5.3. Куммулятивные контрольные карты для размаха значений
а - производственная; б - исправленная

Вывод: исходя из анализа полученных данных видно, что наибольшие отклонения в технологическом процессе по среднему арифметическому значению отмечаются в 9-ой выборке, а по размаху значений – во 2-ой.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Селиванов М.Н., Фридман А.Э., Кудряшова Ж.Ф. Качество измерений: Метрологическая справочная книга. - Л.: Лениздат, 1987. - 295 с.
2. Новицкий П.В., Зограф И.А., Оценка погрешностей результатов измерений. - Л.: Энергоатомиздат, 1985. - 248 с.
3. Миф Н.П., Модели и оценка погрешности технических измерений. - М.: Изд-во стандартов, 1976. - 144 с.
4. Закс Л., Статистическое оценивание. - М.: Статистика, 1976. - 598 с.
5. Гмурман В.Е., Теория вероятностей и математическая статистика. - М.: Высшая школа, 2003. - 479 с.
6. ГОСТ 8.207-76. Государственная система обеспечения единства измерений. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения. М.: Изд-во стандартов, 1976.
7. Система допусков в строительстве / ЦНИИЭП учебных зданий.- М.: Стройиздат, 1981.- 63 с.
8. Столбов В.В., Статистические методы контроля качества строительно-монтажных работ. - М.: Стройиздат, 1982.- 87 с.
9. ГОСТ 21778-81 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1981.
10. ГОСТ 23616-79 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Контроль точности. – М.: Изд-во стандартов, 1979.
11. ГОСТ 23615-79 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Статистический анализ точности. – М.: Изд-во стандартов, 1979.
12. ГОСТ 21779-82 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Технологические допуски. – М.: Изд-во стандартов, 1982.
13. ГОСТ 26433.0-85 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Правила выполнения измерений. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1985.
14. ГОСТ 26433.1-89 Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. Правила выполнения измерений. Элементы заводского изготовления. Система обеспечения точности геометрических параметров в строительстве. – М.: Изд-во стандартов, 1976.
15. Мердок Дж. Контрольные карты / пер. с англ.- М.: Финансы и статистика, 1986.- 151 с.
16. ГОСТ Р 50779.40-96 Статистические методы. Контрольные карты. Общее руководство и введение. – М.: Изд-во стандартов, 1976.
17. ГОСТ Р 50779.41-96. Статистические методы. Контрольные карты для арифметического среднего с предупреждающими границами.
18. ГОСТ Р 50779.45 – 2002 Статистические методы. Контрольные карты кумулятивных сумм. Основные положения. – М.: Изд-во стандартов, 1976.

Приложение

Статистические таблицы

Таблица П. 1

Таблица значения квантилей распределения Стьюдента

v	Уровень доверия α при односторонней критической области					
	0,7	0,8	0,9	0,95	0,99	0,995
	Уровень доверия α при двусторонней критической области					
	0,85	0,9	0,95	0,975	0,995	0,9975
	Уровень значимости q (погрешность)					
	0,3	0,2	0,1	0,05	0,01	0,05
1	0,727	1,376	3,078	6,314	31,821	63,657
2	0,617	1,061	1,886	2,920	6,965	9,925
3	0,584	0,978	1,638	2,353	4,541	5,841
4	0,569	0,941	1,533	2,132	3,747	4,604
5	0,559	0,920	1,476	2,015	3,365	4,032
6	0,543	0,906	1,440	1,943	3,143	3,707
7	0,549	0,896	1,415	1,895	2,998	3,499
8	0,546	0,889	1,397	1,860	2,896	3,355
9	0,543	0,883	1,383	1,833	2,821	3,250
10	0,542	0,879	1,372	1,812	2,764	3,169
11	0,540	0,876	1,363	1,796	2,718	3,106
12	0,539	0,873	1,356	1,782	2,681	3,055
13	0,538	0,870	1,350	1,771	2,650	3,012
14	0,537	0,868	1,345	1,761	2,624	2,977
13	0,536	0,866	1,341	1,753	2,602	2,947
16	0,535	0,865	1,337	1,746	2,583	2,921
17	0,534	0,863	1,333	1,740	2,567	2,898
18	0,534	0,862	1,330	1,734	2,552	2,878
19	0,533	0,861	1,328	1,729	2,539	2,861
20	0,533	0,860	1,325	1,725	2,528	2,845
21	0,532	0,859	1,323	1,721	2,518	2,831
22	0,532	0,858	1,321	1,717	2,508	2,819
23	0,532	0,858	1,319	1,714	2,500	2,807
24	0,531	0,857	1,318	1,711	2,492	2,797
25	0,531	0,856	1,316	1,708	2,485	2.787
26	0,531	0,856	1,315	1.706	2,479	2,779
27	0,531	0,855	1,314	1,703	2,473	2,771
28	0,530	0,855	1,313	1,701	2,467	2,763
29	0,530	0,854	1,311	1,699	2,462	2,756
30	0,530	0,854	1,310	1,697	2,457	2.750
40	0,529	0,851	1,303	1,684	2,423	2,704
60	0,527	0,848	1,296	1,671	2,390	2,660
120	0,526	0,845	1,289	1,658	2.358	2,617
∞	0,524	0,842	1,282	1,645	2,326	2,576

Таблица П. 2

Таблица значений критерия Романовского, β_t

Вероятность	Число измерений						
	4	6	8	10	12	15	20
0,90	1,69	2,00	2,17	2,29	2,39	2,49	2,62
0,95	1,71	2,10	2,27	2,41	2,52	2,64	2,78
0,98	1,72	2,13	2,37	2,54	2,66	2,80	2,96
0,99	1,73	2,16	2,47	2,62	2,75	2,90	3,08

Таблица П. 3

Таблица значений точек распределения, d

Уровень значимости, %		Число измерений n										
		11	16	21	26	31	36	41	46	51	61	71
$1-q_1/2$	99	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,72	0,72	0,73	0,73	0,74
	95	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75	0,75	0,76	0,76
	90	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,76	0,76	0,77	0,77
$q_1/2$	10	0,89	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84	0,84	0,83	0,83
	5	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,85	0,84	0,84
	1	0,94	0,91	0,90	0,89	0,88	0,88	0,87	0,87	0,86	0,86	0,85

Таблица П. 4

Таблица значений числа $m_{уст}^{кр}$ и вероятности Р для определения $z_{p/2}$

Число измерений, n	Число значений, $m_{уст}^{кр}$	Вероятность Р при уровне значимости $q_2 \cdot 100\%$		
		1 %	2 %	5 %
10	1	0,98	0,98	0,96
11-14	1	0,99	0,98	0,97
15-20	1	0,99	0,99	0,98
21-22	2	0,98	0,97	0,96
23	2	0,98	0,98	0,96
24-27	2	0,98	0,98	0,97
28-32	2	0,99	0,98	0,97
33-35	2	0,99	0,98	0,98
36-49	2	0,99	0,99	0,98

Таблица П. 5

Таблица значений Р–процентных точек нормированной функции Лапласа

$P \cdot 100$ %	90 %	95 %	96 %	97 %	98 %	99 %
$z_{p/2}$	1,65	1,96	2,06	2,17	2,33	2,58

Таблица П. 6

Таблица значений квантилей χ^2-распределения

Статистическая степень свободы, ν	Значения χ^2 при уровне доверия								
	0,01	0,02	0,05	0,10	0,50	0,90	0,95	0,98	0,99
1	0,016	0,063	0,039	0,016	0,455	2,706	3,841	5,412	6,635
2	0,020	0,040	0,103	0,211	1,386	4,605	5,991	7,824	9,210
3	0,115	0,185	0,352	0,584	2,366	6,251	7,815	9,837	11,34
4	0,297	0,429	0,711	1,064	3,357	7,779	9,488	11,67	13,28
5	0,554	0,752	1,145	1,160	4,351	9,233	11,07	13,39	15,09
6	0,872	1,134	1,635	2,204	5,348	10,64	12,59	15,03	16,81
7	1,239	1,564	2,167	2,833	6,346	12,02	14,07	16,62	18,47
8	1,646	2,032	2,733	3,490	7,344	13,36	15,51	18,17	20,09
9	2,088	2,532	3,325	4,168	8,343	14,68	16,92	19,68	21,67
10	2,358	3,059	3,940	4,865	9,342	15,99	18,31	21,16	23,21
11	3,053	3,609	4,575	5,578	10,34	17,27	19,67	22,62	24,72
12	3,571	4,178	5,226	6,304	11,34	18,55	21,03	24,05	26,22
13	4,107	4,765	5,892	7,042	12,34	19,81	22,36	25,47	27,69
14	4,660	5,368	6,571	7,790	13,34	21,06	23,58	26,87	29,14
15	5,229	5,985	7,261	8,547	14,34	22,31	25,00	28,26	30,58
20	8,260	9,237	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	35,02	37,57
25	11,52	12,70	14,61	16,47	24,34	34,38	37,65	41,57	44,31
30	14,95	16,31	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	47,96	50,89

Таблица П. 7

Таблица значений функции $f(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-x_i^2/2}$

x_i десятые	Сотые									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	0,3989	0,3989	0,3988	0,3986	0,3984	0,3982	0,3980	0,3977	0,3973
0,1	0,3970	0,3965	0,3961	0,3956	0,3951	0,3945	0,3939	0,3932	0,3925	0,3918
0,2	0,3910	0,3902	0,3894	0,3885	0,3876	0,3867	0,3857	0,3847	0,3836	0,3825
0,3	0,3814	0,3802	0,3790	0,3778	0,3765	0,3752	0,3739	0,3726	0,3712	0,3697
0,4	0,3683	0,3668	0,3652	0,3637	0,3621	0,3605	0,3589	0,3572	0,3555	0,3538
0,5	0,3521	0,3503	0,3485	0,3467	0,3448	0,3429	0,3410	0,3391	0,3372	0,3352
0,6	0,3332	0,3312	0,3292	0,3271	0,3251	0,3230	0,3209	0,3187	0,3166	0,3144
0,7	0,3123	0,3101	0,3079	0,3056	0,3034	0,3011	0,2989	0,2966	0,2943	0,2920
0,8	0,2897	0,2874	0,2850	0,2827	0,2803	0,2780	0,2756	0,2732	0,2709	0,2685
0,9	0,2661	0,2637	0,2613	0,2589	0,2565	0,2541	0,2516	0,2492	0,2468	0,2444
1,0	0,2420	0,2396	0,2371	0,2347	0,2323	0,2299	0,2275	0,2251	0,2227	0,2203
1,1	0,2179	0,2155	0,2131	0,2107	0,2083	0,2059	0,2036	0,2012	0,1989	0,1965
1,2	0,1942	0,1919	0,1895	0,1872	0,1849	0,1826	0,1804	0,1781	0,1758	0,1736
1,3	0,1714	0,1691	0,1669	0,1647	0,1626	0,1604	0,1582	0,1561	0,1539	0,1518
1,4	0,1497	0,1476	0,1456	0,1435	0,1415	0,1394	0,1372	0,1354	0,1334	0,1315
1,5	0,1295	0,1276	0,1257	0,1238	0,1219	0,1200	0,1182	0,1163	0,1145	0,1127
1,6	0,1109	0,1092	0,1074	0,1057	0,1040	0,1023	0,1006	0,0989	0,0973	0,0957
1,7	0,0940	0,0925	0,0909	0,0893	0,0878	0,0863	0,0848	0,0833	0,0818	0,0804
1,8	0,0790	0,0775	0,0761	0,0748	0,0734	0,0721	0,0707	0,0694	0,0681	0,0669
1,9	0,0656	0,0644	0,0632	0,0620	0,0608	0,0596	0,0584	0,0573	0,0562	0,0551
2,0	0,0540	0,0529	0,0519	0,0508	0,0498	0,0488	0,0478	0,0468	0,0459	0,0449
2,1	0,0440	0,0431	0,0422	0,0413	0,0404	0,0396	0,0387	0,0379	0,0371	0,0363
2,2	0,0355	0,0347	0,0339	0,0332	0,0325	0,0317	0,0310	0,0303	0,0297	0,0290
2,3	0,0283	0,0277	0,0270	0,0264	0,0258	0,0252	0,0246	0,0241	0,0235	0,0229
2,4	0,0224	0,0219	0,0213	0,0208	0,0203	0,0198	0,0194	0,0189	0,0184	0,0180
2,5	0,0175	0,0171	0,0167	0,0163	0,0158	0,0154	0,0151	0,0147	0,0143	0,0139

Окончание табл.П. 7

x_i	Сотые									
десятые	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2,6	0,0136	0,0132	0,0129	0,0126	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110	0,0107
2,7	0,0104	0,0101	0,0099	0,0096	0,0093	0,0091	0,0088	0,0086	0,0084	0,0081
2,8	0,0079	0,0077	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0067	0,0065	0,0063	0,0061
2,9	0,0060	0,0058	0,0056	0,0055	0,0053	0,0051	0,0050	0,0048	0,0047	0,0046
3,0	0,0044	0,0043	0,0042	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036	0,0035	0,0034
3,1	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026	0,0025	0,0025
3.2	0,0024	0,0023	0,0022	0,0022	0,0021	0,0020	0,0020	0,0019	0,0018	0,0018
3,3	0,0017	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014	0,0013	0,0013
3,4	0,0012	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010	0,0010	0,0009	0,0009
3,5	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007	0,0007	0,0007	0,0006
3,6	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004
3,7	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
3,8	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
3,9	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001

Оглавление

Статистическая обработка результатов измерений

Методические указания
к выполнению лабораторных работ по метрологии
для студентов, обучающихся по специальностям 270102 -
«Промышленное и гражданское строительство»,
270115 -«Экспертиза и управление недвижимостью»

Составитель Свентиков Андрей Александрович

Редактор: Бетина Е.В.

Подписано в печать 09.04.2007. Формат 60x84 1/16 . Уч.-изд. л. 2,8.
Усл.-печ. л. 2,9. Бумага писчая Тираж 200 экз. Заказ №182

Отпечатано: отдел оперативной полиграфии Воронежского государственного архитектурно-строительного университета
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84