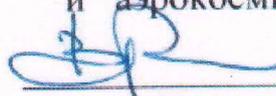


**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Воронежский государственный технический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета машиностроения  
и аэрокосмической техники



«01» сентября 2021 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
дисциплины  
«Численные методы»

Специальность 24.05.07 Самолето- и вертолетостроение

Специализация Самолетостроение

Квалификация выпускника инженер

Нормативный период обучения 5 лет, 6 мес / 6 лет

Форма обучения очная / очно-заочная

Год начала подготовки 2021

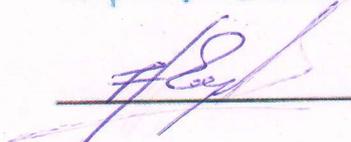
Авторы программы

 / А.В. Келлер /  
 / Е.А. Соболева /

Заведующий кафедрой  
Прикладной математики и  
механики

 / В.И. Рязжских /

Руководитель ОПОП

 / Е.Н. Некравцев /

Воронеж 2021

# 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

## 1.1. Цели дисциплины

- освоение современных видов математического мышления, математических методов, получение навыков их использования в практической деятельности;
- воспитание достаточно высокой математической культуры, развитие способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.

Изучение дисциплины должно способствовать формированию основ научного мышления, в том числе: пониманию границ применимости математических понятий и теорий; умению оценивать степень достоверности результатов теоретических и экспериментальных исследований; умению планировать математический эксперимент и обрабатывать его результаты с использованием современных методов.

## 1.2. Задачи освоения дисциплины

- дать ясное понимание необходимости математического образования в общей подготовке инженера, в том числе выработать представление о роли и месте численных методов в современной цивилизации и мировой культуре;
- сформировать умение использовать основные численные методы решения математических задач;
- выбирать оптимальный численный метод для решения поставленной задачи;
- давать математические характеристики точности исходной информации и оценивать точность полученного численного решения;
- разрабатывать алгоритмы и программы для решения вычислительных задач, учитывая необходимую точность получаемого результата;
- уметь использовать основные понятия и методы решения задач математической физики.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП

Дисциплина Б1.О.06.04 «Численные методы» относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 учебного плана.

## 3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Процесс изучения дисциплины «Численные методы» направлен на формирование следующих компетенций:

УК-1 – способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий;

ОПК-1 – способен применять естественнонаучные и общетеоретические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности.

ОПК – 8 Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции
УК-1	<b>Знать</b> процедуры критического анализа, методики анализа результатов исследования и разработки стратегий проведения исследований, организации процесса принятия решения (в задачах численных методов);
	<b>уметь</b> принимать конкретные решения для повышения эффективности процедур анализа проблем, принятия решений и разработки стратегий в задачах численных методов;
	<b>владеть</b> методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них; методиками постановки цели и определения способов ее достижения; методиками разработки стратегий действий при проблемных ситуациях в задачах численных методов.
ОПК-1	<b>Знать</b> основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближенного решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;
	<b>уметь</b> реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения, конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов, работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;
	<b>владеть</b> навыками использования методов приближенного решения, применять их для решения задач профессиональной деятельности.
ОПК-8	<b>Знать</b> и использовать типовые алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения
	<b>Умеет</b> выбрать и применить алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения.
	<b>владеть</b> навыками разработки алгоритмов численных методов, пригодных для практического применения

#### 4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Численные методы» составляет 5 з.е.  
Распределение трудоемкости дисциплины по видам занятий  
**очная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	90	90
В том числе:		
Лекции	36	36
Практические занятия (ПЗ)	36	36
Лабораторные работы (ЛР)	18	18
<b>Самостоятельная работа</b>	63	63
<b>Курсовая работа</b>	нет	нет
<b>Контрольная работа</b>	нет	нет
Виды промежуточной аттестации - экзамен	27	27
Общая трудоемкость:	час зач.ед.	180 5
		180 5

**очно-заочная форма обучения**

Виды учебной работы	Всего часов	Семестры
		4
<b>Аудиторные занятия (всего)</b>	46	46
В том числе:		
Лекции	18	18
Практические занятия (ПЗ)	18	18
Лабораторные работы (ЛР)	10	10
<b>Самостоятельная работа</b>	107	107
<b>Курсовая работа</b>	нет	нет
<b>Контрольная работа</b>	нет	нет
Виды промежуточной аттестации - экзамен	27	27
Общая трудоемкость:	час зач.ед.	180 5
		180 5

#### 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**5.1 Содержание разделов дисциплины и распределение трудоемкости по видам занятий**

**очная форма обучения**

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб. раб	СРС	Всего, час
1	Способы аппроксимации и численные методы	Задачи и способы аппроксимации функций. Метод наименьших квадратов. Постановка задачи интерполирова-	6	4	2	10	22

	решения уравнений и систем уравнений.	ния. Локальная и глобальная интерполяция, экстраполяция. Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Приближенные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нелинейных уравнений.						
2	Численные методы вычисления определенных интегралов и решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Вычисление определенных интегралов методами прямоугольников, трапеций, Симпсона. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные методы решения дифференциальных уравнений. Системы дифференциальных уравнений. Классификация приближенных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты решения задачи Коши. Приближенные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Конечно - разностные аппроксимации производных	12	12	6	18	48	
3	Численные методы решения уравнений математической физики.	Основные уравнения математической физики. Основные методы решения уравнений математической физики. Основные краевые задачи. Уравнение теплопроводности. Метод Фурье. Волновое уравнение. Уравнение Лапласа. Метод разделения переменных. Сетки и сеточные функции. Разностная задача. Устойчивость. Метод конечных разностей. Численное решение краевых задач для различных уравнений математической физики	12	12	6	18	48	
4	Методы оптимизации	Численные методы минимизации функции одной переменной. Численные методы минимизации функции нескольких переменных. Линейное программирование	4	6	4	8	22	
5	Элементы математической статистики	Методы многофакторного анализа. Регрессионные зависимости табличной многофакторной функции.	2	2	0	9	13	
<b>Итого</b>			<b>36</b>	<b>36</b>	<b>18</b>	<b>63</b>	<b>153</b>	

### очно-заочная форма обучения

№ п/п	Наименование темы	Содержание раздела	Лекц	Прак зан.	Лаб раб	СРС	Всего, час
1	Способы аппроксимации и численные методы решения уравнений и систем уравнений.	Задачи и способы аппроксимации функций. Метод наименьших квадратов. Постановка задачи интерполирования. Локальная и глобальная интерполяция, экстраполяция. Интерполяцион-	2	2	2	16	22

		ные многочлены Лагранжа и Ньютона. Приближенные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и нелинейных уравнений.					
2	Численные методы вычисления определенных интегралов и решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	Вычисление определенных интегралов методами прямоугольников, трапеций, Симпсона. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Основные методы решения дифференциальных уравнений. Системы дифференциальных уравнений. Классификация приближенных методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера и метод Рунге-Кутты решения задачи Коши. Приближенные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Конечно - разностные аппроксимации производных	6	6	2	34	48
3	Численные методы решения уравнений математической физики.	Основные уравнения математической физики. Основные методы решения уравнений математической физики. Основные краевые задачи. Уравнение теплопроводности. Метод Фурье. Волновое уравнение. Уравнение Лапласа. Метод разделения переменных. Сетки и сеточные функции. Разностная задача. Устойчивость. Метод конечных разностей. Численное решение краевых задач для различных уравнений математической физики	6	6	4	32	48
4	Методы оптимизации	Численные методы минимизации функции одной переменной. Численные методы минимизации функции нескольких переменных. Линейное программирование	2	2	2	15	21
5	Элементы математической статистики	Методы многофакторного анализа. Регрессионные зависимости табличной многофакторной функции.	2	2	0	10	14
<b>Итого</b>			<b>18</b>	<b>18</b>	<b>10</b>	<b>107</b>	<b>153</b>

## 5.2 Перечень лабораторных работ

1. Построение алгоритма прогнозирования на основе методов аппроксимации.
2. Приближенное вычисление определенных интегралов
3. Решение задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений
4. Решение задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений
5. Решение первой краевой задачи для гиперболического уравнения методом конечных разностей в системе Maple.
6. Решение первой краевой задачи для параболического уравнения методом конечных разностей в системе Maple.

7. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом конечных разностей в системе Maple.
8. Решение задачи о нахождении наименьшего и наибольшего значения функции нескольких переменных в области в системе Maple
9. Решение задачи линейного программирования об оптимальном раскрое.

## 6. ПРИМЕРНАЯ ТЕМАТИКА КУРСОВЫХ ПРОЕКТОВ (РАБОТ) И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Не предусмотрено учебным планом

## 7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**7.1. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

### 7.1.1 Этап текущего контроля

Результаты текущего контроля знаний и межсессионной аттестации оцениваются по следующей системе:

«аттестован»;

«не аттестован».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Аттестован	Не аттестован
УК-1	<b>Знать</b> процедуры критического анализа, методики анализа результатов исследования и разработки стратегий проведения исследований, организации процесса принятия решения в задачах численных методов;	Обучающийся знает теоретический материал, относящийся к данной компетенции (в том числе знает правила, последовательность, алгоритм выполнения действий, умений). Может его воспроизвести (с разной степенью точности), ответить на уточняющие вопросы.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Уметь</b> принимать конкретные решения для повышения эффективности процедур анализа проблем, принятия решений и разработки стратегий в задачах численных методов;	Обучающийся демонстрирует умения (с различной степенью самостоятельности), относящиеся к данной компетенции.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Владеть</b> методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них; методиками постановки цели и определения способов ее достижения; методиками разработки стратегий действий при проблемных ситуациях в задачах численных методов.	Владение знаниями и умениями, как готовность самостоятельного применения демонстрировать, осуществлять деятельность в различных ситуациях, относящихся к данной компетенции. Обучающийся способен отбирать и интегрировать имеющиеся знания и умения исходя из поставленной цели, проводить самоанализ и самооценку.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-1	<b>Знать</b> основные	Обучающийся знает теоретический	Выполнение	Невыполнение

	приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации, приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;	материал, относящийся к данной компетенции (в том числе знает правила, последовательность, алгоритм выполнения действий, умений). Может его воспроизвести (с разной степенью точности), ответить на уточняющие вопросы.	работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Уметь</b> реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения, конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов, работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;	Обучающийся демонстрирует умения (с различной степенью самостоятельности), относящиеся к данной компетенции.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Владеть</b> навыками использования методов приближенного решения, применять их для решения задач профессиональной деятельности.	Владение знаниями и умениями, как готовность самостоятельного применения демонстрировать, осуществлять деятельность в различных ситуациях, относящихся к данной компетенции. Обучающийся способен отбирать и интегрировать имеющиеся знания и умения исходя из поставленной цели, проводить самоанализ и самооценку.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
ОПК-8	<b>Знать</b> и использовать типовые алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения	Обучающийся знает теоретический материал, относящийся к данной компетенции (в том числе знает правила, последовательность, алгоритм выполнения действий, умений). Может его воспроизвести (с разной степенью точности), ответить на уточняющие вопросы.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>Умеет</b> выбрать и применить алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения.	Обучающийся демонстрирует умения (с различной степенью самостоятельности), относящиеся к данной компетенции.	Выполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах	Невыполнение работ в срок, предусмотренный в рабочих программах
	<b>владеть</b> навыками разработки алгоритмов численных	Владение знаниями и умениями, как готовность самостоятельного	Выполнение работ в срок,	Невыполнение работ в срок,

	методов, пригодных для практического применения	применения демонстрировать, осуществлять деятельность в различных ситуациях, относящихся к данной компетенции. Обучающийся способен отбирать и интегрировать имеющиеся знания и умения исходя из поставленной цели, проводить самоанализ и самооценку.	предусмотренный в рабочих программах	предусмотренный в рабочих программах
--	---	--	--------------------------------------	--------------------------------------

### 7.1.2 Этап промежуточного контроля знаний

Результаты промежуточного контроля знаний оцениваются в 4 семестре для очной формы обучения, в 4 семестре для очно-заочной формы обучения, по четырехбалльной системе:

- «отлично»;
- «хорошо»;
- «удовлетворительно»;
- «неудовлетворительно».

Компетенция	Результаты обучения, характеризующие сформированность компетенции	Критерии оценивания	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неудовл.
УК-1	Знать процедуры критического анализа, методики анализа результатов исследования и разработки стратегий проведения исследований, организации процесса принятия решения в задачах численных методов;	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	Уметь принимать конкретные решения для повышения эффективности процедур анализа проблем, принятия решений и разработки стратегий в задачах численных методов;	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	Владеть методами установления причинно-следственных связей и определения наиболее значимых среди них; методиками постановки цели и определения способов ее достижения; методиками разработки стратегий действий при проблемных ситуациях в задачах численных методов.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-1	Знать основные приближенные методы для решения задач интерполяции, аппроксимации,	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов

	приближённого решения уравнений, их ограничения и области применения, классы задач вычислительной математики и их постановки, способы построения численных методов, источники ошибок, понимание сходимости и устойчивости алгоритмов численного решения задач математического анализа и линейной алгебры;					
	<b>Уметь</b> реализовывать изученные алгоритмы в программном коде, выделять подзадачи, требующие приближенного численного решения, конструировать вычислительный алгоритм и реализовывать его, получать и использовать на практике априорные и апостериорные оценки, ориентироваться в математическом аппарате, используемом для построения методов, работать со справочной литературой, тестировать и проводить сравнительный анализ разных методов решения типовых задач;	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	<b>Владеть</b> навыками использования методов приближенного решения, применять их для решения задач профессиональной деятельности.	Решение прикладных задач в конкретной предметной области	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
ОПК-8	<b>Знать</b> и использовать типовые алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения	Тест	Выполнение теста на 90-100%	Выполнение теста на 80-90%	Выполнение теста на 70-80%	В тесте менее 70% правильных ответов
	<b>Умеет</b> выбрать и применить алгоритмы численных методов и компьютерные программы, пригодные для практического применения.	Решение стандартных практических задач	Задачи решены в полном объеме и получены верные ответы	Продемонстрирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	Продемонстрирован верный ход решения в большинстве задач	Задачи не решены
	<b>владеть</b> навыками	Решение	Задачи	Продемонстр	Продемонстр	Задачи не

разработки алгоритмов численных методов, пригодных для практического применения	прикладных задач в конкретной предметной области	решены в полном объеме и получены верные ответы	ирован верный ход решения всех, но не получен верный ответ во всех задачах	ирован верный ход решения в большинстве задач	решены
---	--	---	--	---	--------

## 7.2 Примерный перечень оценочных средств (типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности)

### 7.2.1 Примерный перечень заданий для подготовки к тестированию

1. Дана таблица значений функции $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Лагранжа.				
$X$	1	2	3	
$Y$	0	5	12	
1).	2).		3).	4).
$y = 2x^2 + 2x - 4$	$y = 2x^2 - 3x + 2$		$y = x^2 - 3x + 3$	$y = 2x^2 - 3x + 2$
2. Конечной разностью первого порядка называют ...				
1).	2)		3)	4)
Сумму соседних узлов интерполяций	Разность между значениями функций в соседних узлах интерполяции		Нет правильного ответа.	Сумму значений функций в соседних узлах интерполяции
3. Дана таблица значений функции $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона.				
$X$	1	2	3	
$Y$	1	1	3	
1)	2)		3)	4).
$y = x^2 - x + 1$	$y = 2x^2 - 3x + 2$		$y = x^2 - 3x + 3$	$y = 2x^2 - 3x + 2$
4. Дана таблица значений функции $y = f(x)$ . Используя метод наименьших квадратов, подобрать для заданных значений $x$ и $y$ линейную функцию $y = A_0 + A_1x$ ;				
$X$	1	2	3	4
$Y$	3	1	1	2
1)	2)		3)	4).
$y = -0,2x + 2,1$	$y = -0,3x + 2,5$		$y = -0,35x + 2,36$	$y = -0,2x + 2,48$
5. Геометрический смысл формулы Симпсона заключается в том, что ...				
1)	2)		3).	4)
Нет правильного ответа.	Площадь криволинейной трапеции приближенно заменяется площадью ступенчатой фигуры.		Кривая функции заменяется ломаной линией.	Кривая функции заменяется элементами парабол.
6. Для дифференциального уравнения $y' = x^2 + y$ с начальным условием $y(0) = 2$ и шагом				

$h = 0,1$ найти $y_1$ .			
1) 2,3	2) 2,2	3). 2,1	4) 2,4
7. При решении какого уравнения используется метод Даламбера?			
1) уравнение диффузии	2) уравнение теплопроводности	3). уравнение свободных колебаний струны	4) уравнение Лапласа
8. Уравнение теплопроводности (одномерное) имеет вид			
1) $U_{tt} = a^2(U_{xx} + U_{yy})$	2) $U_{tt} = a^2U_{xx}$	3). $U_{tt} + a^2U_{xx} = 0$	4) $U_t = a^2U_{xx}$
9. Метод наименьших квадратов заключается в:			
1) минимизации квадрата суммы отклонений	2) минимизации суммы квадратов отклонений;	3). разбиение множества наблюдений на наименьшие квадраты;	4) покрытие множества наблюдений наименьшими квадратами
10. Коэффициент корреляции случайных величин характеризует:			
1) степень независимости между случайными величинами;	2) степень нелинейной зависимости между случайными величинами;	3). степень линейной зависимости между случайными величинами;	4) степень регрессии между случайными величинами.

### 7.2.2 Примерный перечень заданий для решения стандартных задач

1. Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Лагранжа.

$X$	-1	0	1	2
$Y$	1	2	-1	-2

2. Дана таблица значений функции  $y = f(x)$ . Построить для этой функции интерполяционный многочлен Ньютона.

$X$	0	1	2	3
$Y$	1	2	3	1

3. Используя метод наименьших квадратов, подобрать для таблично заданной функции  $y = f(x)$  аппроксимирующую линейную функцию  $y = ax + b$ .

$X$	1	2	3	4
$Y$	3	1	1	2

4. Получить приближенное решение системы методом простой итерации с точностью 0.02. Систему предварительно преобразовать к виду, удобному для итераций

$$\begin{cases} 30x_1 - 5x_2 + 10x_3 = 5, \\ 5x_1 + 25x_2 - x_3 = 10, \\ 10x_1 - 15x_2 + 35x_3 = 5. \end{cases}$$

5. С точностью до 0,01 найти методом половинного деления корень уравнения  $x^3 - 3x + 1 = 0$ , локализованный на отрезке  $[0;1]$ .

6. С точностью до 0,01 найти методом Ньютона корень уравнения  $x^3 - x + 1 = 0$ , локализованный на отрезке  $[-2;-1]$ .

7. Вычислить интеграл  $\int_0^1 (x - x^2) dx$  по формуле прямоугольников с двумя десятичными знаками после запятой.

8. Вычислить интеграл  $\int_0^2 (2x - x^2) dx$  по формуле трапеций с двумя десятичными знаками после запятой.

9. Найти решение  $U_t' = 4U_{xx}''$ ,  $0 \leq x \leq 2$ ,  $t \geq 0$ ,  $U(x=0) = U(x=2) = 0$ ,  $U(t=0) = x$ .

10. Найти решение задачи Коши  $U_{tt}'' = 49U_{xx}''$ ,  $-\infty \leq x \leq \infty$ ,  $t > 0$ ,  $U(t=0) = \sin x$ ,  $\frac{\partial U}{\partial t}(t=0) = 7 \cos x$ .

### 7.2.3 Примерный перечень заданий для решения прикладных задач

Задание 1. Имеется 69 труб для отопительной сети по 1070 см каждая. Их необходимо разрезать на трубы по 130, 150 и 310 см. Найти такой вариант раскроя поступивших труб, при котором общие отходы были бы минимальными.

Задание 2. Имеется 69 труб для отопительной сети по 1070 см каждая. Их необходимо разрезать на трубы по 130, 150 и 310 см. Известно, что труб по 130 см требуется 150 шт, по 150 см - не менее 200 шт и по 310 см – не более 75 шт. Найти план распила, обеспечивающий потребности в заготовках, при этом общее кол-во отходов должно быть минимальным.

Задание 3. Имеется 69 труб для отопительной сети по 1070 см каждая. Их необходимо разрезать на трубы по 130, 150 и 310 см. В дальнейшем из заготовок формируются комплекты. В состав каждого входит: 5 заготовок по 130 см, 3 заготовки по 150 см и 2 заготовки по 310 см. Составить такой план распила, при котором будет получено максимально количество комплектов.

Задание 4 Завод заключил контракт на покупку нового оборудования для производства железобетонных плит стоимостью 850 тыс.дол. В соответствии с условиями контракта 250 тыс.дол. необходимо уплатить через три месяца, а остальную сумму – через 7 месяцев с момента подписания договора соответственно. Чтобы расплатится полностью и в указанные сроки, планируется создать целевой фонд, предназначенный для инвестиций. Так как инвестиционная деятельность принесет дополнительную наличность к моменту расчета за приобретенное оборудование, отложить нужно не всю сумму в 850 тыс.дол., а меньшую. Насколько меньшую, зависит от имеющихся возможностей и правильности организации процесса инвестирования. Предложено 5 направлений использования целевого фонда (данные о них в таблице).

Руководство завода ставит перед собой две основные цели:

- 1) при данных возможностях инвестирования и утвержденного графика выплат должна быть разработан план использования целевого фонда, минимизирующая начальную сумму денег для оплаты оборудования по контракту.
- 2) при разработке оптимальной стратегии средний индекс риска инвестиционных фондов в течение каждого месяца не должен превышать 5,3.

Инвестиционные проекты (ИнП)	Возможные начала реализации инвестиционных проектов, мес.	Длительность ИнП, мес.	Процент за кредит	Индекс риска
A	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7	1	1,2	1
B	1, 2, 3, 5	2	3,3	4
C	1, 5	3	5,9	6
D	1, 3	4	8	9

Задание 5. Дана таблица значений теплоемкости вещества в зависимости от температуры  $C_p = f(T)$

$x (T)$	300	400	500	600
$y (C_p)$	52.89	65.61	78.07	99.24

Вычислить теплоемкость для температуры  $T=550\text{K}$ , используя интерполяционный многочлен

Задание 6. Дана табличная зависимость теплоемкости оксида углерода от температуры

$T, K$	300	400	500	600	700	800	900	1000
$C_p, \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{K}}$	6.97	7.01	7.12	7.28	7.45	7.62	7.79	7.93

Постройте аппроксимирующую линейную функцию.

Задание 7. Дана табличная зависимость теплоемкости циклопропана от температуры

$T$	298	300	400	500	600	700	800	900	1000
$C_p$	13,37	13,44	18,31	22,65	26,15	29,02	31,45	33,57	35,39

Постройте аппроксимирующую квадратичную функцию.

Задание 8. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на равномерной сетке отрезка  $[a;b]$  с шагом 0,2 методом Эйлера. Сравнить численное решение с точным значением  $\varphi(x)$ . Результаты представить в виде таблиц.

$$y' = \frac{1+xy}{x^2}, \quad y(1) = 0, \quad x \in [1; 2], \quad \varphi(x) = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

Задание 9. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на равномерной сетке отрезка  $[a;b]$  с шагом 0,2 методом Эйлера-Коши.

Сравнить численное решение с точным значением  $\varphi(x)$ . Результаты представить в виде таблиц.

$$y' = \frac{1+xy}{x^2}, \quad y(1) = 0, \quad x \in [1; 2], \quad \varphi(x) = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

Задание 10. Найти решение задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка на равномерной сетке отрезка  $[a;b]$  с шагом 0,2 методом Рунге-Кутты. Сравнить численное решение с точным значением  $\varphi(x)$ . Результаты представить в виде таблиц.

$$y' = \frac{1+xy}{x^2}, \quad y(1) = 0, \quad x \in [1; 2], \quad \varphi(x) = \frac{1}{2} \left( x - \frac{1}{x} \right)$$

Задание 11. Решить краевую задачу методом конечных разностей с шагом  $h = 0,1$ :

$$y'' - xy' + 2xy = 0,8$$

$$y(1,2) - 0,5y'(1,2) = 1, \quad y'(1,5) = 2$$

#### 7.2.4 Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету

Не предусмотрено учебным планом

#### 7.2.5 Примерный перечень вопросов для подготовки к экзамену

1. Понятие аппроксимации. Постановка задачи интерполирования. Локальная и глобальная интерполяция, экстраполяция.
2. Линейная и квадратичная интерполяция.
3. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
4. Конечные разности и ее свойства. Интерполяционные многочлены Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
5. Среднеквадратичное приближение функций. Простейшая обработка эмпирических данных методом наименьших квадратов.
6. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
7. Методы итераций и Зейделя решения систем линейных уравнений. Необходимое условие сходимости метода итераций.
8. Нелинейные уравнения и этапы их решения.
9. Приближенное решение нелинейных уравнений методом деления пополам.
10. Решение нелинейных уравнений методом итераций. Достаточное условие сходимости метода итераций.
11. Метод Ньютона для решения нелинейных уравнений. Достаточное условие сходимости метода Ньютона.
12. Постановка задачи дифференцирования. Вывод формул численного дифференцирования.
13. Конечно - разностные аппроксимации производных
14. Постановка задачи численного интегрирования.

15. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций и Симпсона и их оценочные погрешности.
16. Принцип Рунге практического оценивания погрешностей.
17. Простой и исправленный методы Эйлера.
18. Методы Рунге-Кутты произвольного и четвертого порядков.
19. Постановка задачи решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Классификация приближенных методов.
20. Методы сведения краевых задач к начальным.
21. Метод конечных разностей.
22. Общее понятие уравнений в частных производных.
23. Решение уравнения колебания струны методом Фурье.
24. Решение задачи Коши для уравнения теплопроводности методом Фурье.

### 7.2.6. Методика выставления оценки при проведении промежуточной аттестации

Промежуточная аттестация проводится по билетам, каждый из которых содержит 2 теоретических вопроса, 2 практические задачи (стандартная и прикладная) и 10 тестовых заданий. Экзамен для студентов проводится по смешанной системе (письменно - устно). Студент должен дать полный письменный ответ на билет. Затем преподаватель беседует со студентом. Возможны дополнительные вопросы.

Каждый правильный ответ на теоретический вопрос оценивается 5 баллов, практическая задача оценивается в 5 баллов, каждый правильный ответ на вопрос в тесте оценивается 1 баллом. Максимальное количество набранных баллов – 30.

Оценка **«Неудовлетворительно»** ставится в случае, если студент набрал менее 16 баллов.

Оценка **«Удовлетворительно»** ставится в случае, если студент набрал от 16 до 20 баллов.

Оценка **«Хорошо»** ставится в случае, если студент набрал от 21 до 25 баллов.

Оценка **«Отлично»** ставится, если студент набрал от 26 до 30 баллов.

### 7.2.7. Паспорт оценочных материалов

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Наименование оценочного средства
1	Численные методы решения уравнений и систем уравнений.	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, экзамен
2	Интерполяция, Аппроксимация. Экстраполяция	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
3	Приближенное вычисление определенных интегралов	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
4	Решение начальных задач для обыкновенных	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная

	дифференциальных уравнений		работа, экзамен
5	Решение начальных задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
6	Решение краевых задач для уравнения теплопроводности	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
7	Решение краевых задач для волнового уравнения	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
8	Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
9	Решение задачи о нахождении экстремума функции нескольких переменных	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен
10	Решение задачи линейного программирования	УК-1, ОПК-1, ОПК-8	Тест, лабораторная работа, экзамен

### **7.3. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Тестирование осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных тест-заданий на бумажном носителе. Время тестирования 30 мин. Затем осуществляется проверка теста экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение стандартных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

Решение прикладных задач осуществляется, либо при помощи компьютерной системы тестирования, либо с использованием выданных задач на бумажном носителе. Время решения задач 30 мин. Затем осуществляется проверка решения задач экзаменатором и выставляется оценка, согласно методике выставления оценки при проведении промежуточной аттестации.

## **8. УЧЕБНО МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **8.1 Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины**

1. Турчак Л.И., Плотников П.В. Основы численных методов: Учебное пособие - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с.

2. Бахвалов Н.С. , Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы.- М.: Наука, 2011. – 636 с.

3. Березин И.С. , Жидков Н.П. Методы вычислений. Т.1.- М.: Физматгиз, 1962. – 464с.

4. Воробьева Г.Н., Данилова А.Н. Практикум по вычислительной математике.- М.: Высшая школа, 1990. – 209с.

**8.2 Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем:**

Наименование программного обеспечения	Тип лицензии
Microsoft Windows 7	Open License
Microsoft Office 2007	Open License
Adobe Reader	Свободное ПО
Maple v17	Open License

#### Профессиональные базы данных

Наименование ПБД	Электронный адрес ресурса
Научная электронная библиотека	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>
Электронная библиотечная система IPRbooks	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>

#### Информационные справочные системы

Наименование ИСС	Электронный адрес ресурса
Математический справочник	dict.sernam.ru
Информационная система	Math-Net.Ru

Электронный каталог научной библиотеки:

<https://bibl.cchgeu.ru/catalog/Default.asp>

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКАЯ БАЗА, НЕОБХОДИМАЯ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА**

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы № 307/2, 312/2. Специализированное помещение для проведения лекционных занятий, оснащенное доской, учебными столами, стульями и оборудованием для демонстрации наглядного материала.

## **10. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

## ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

По дисциплине «Численные методы» читаются лекции, проводятся практические занятия, выполняются лабораторные работы.

Основой изучения дисциплины являются лекции, на которых излагаются наиболее существенные и трудные вопросы, а также вопросы, не нашедшие отражения в учебной литературе.

Практические занятия направлены на приобретение практических навыков решения стандартных задач по численным методам. Занятия проводятся путем решения конкретных задач в аудитории.

Вид учебных занятий	Деятельность студента
Лекция	Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Проверка терминов, понятий с помощью энциклопедий, словарей, справочников с выписыванием толкований в тетрадь. Обозначение вопросов, терминов, материала, которые вызывают трудности, поиск ответов в рекомендуемой литературе. Если самостоятельно не удастся разобраться в материале, необходимо сформулировать вопрос и задать преподавателю на лекции или на практическом занятии.
Практическое занятие	Конспектирование рекомендуемых источников. Работа с конспектом лекций, подготовка ответов к контрольным вопросам, просмотр рекомендуемой литературы. Прослушивание аудио- и видеозаписей по заданной теме, выполнение расчетно-графических заданий, решение задач по алгоритму.
Самостоятельная работа	Самостоятельная работа студентов способствует глубокому усвоению учебного материала и развитию навыков самообразования. Самостоятельная работа предполагает следующие составляющие: <ul style="list-style-type: none"><li>- работа с текстами: учебниками, справочниками, дополнительной литературой, а также проработка конспектов лекций;</li><li>- выполнение домашних заданий и расчетов;</li><li>- работа над темами для самостоятельного изучения;</li><li>- участие в работе студенческих научных конференций, олимпиад;</li><li>- подготовка к промежуточной аттестации.</li></ul>
Подготовка к промежуточной аттестации	Готовиться к промежуточной аттестации следует систематически, в течение всего семестра. Интенсивная подготовка должна начаться не позднее, чем за месяц-полтора до промежуточной аттестации. Данные перед зачетом три дня эффективнее всего использовать для повторения и систематизации материала.

