

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГТУ», ВГТУ)**



Система менеджмента качества

**ПРОГРАММА
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ПРИ ПРИЕМЕ
НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА И СПЕЦИАЛИТЕТА
«МАТЕМАТИКА»**

Воронеж 2024

Программа сформирована на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

I. Основные математические понятия, которыми должен владеть поступающий

Арифметика

1. Натуральные числа.
2. Делимость натуральных чисел. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Простые и составные числа. Разложение натурального числа на простые множители. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное.
4. Деление с остатком.
5. Дроби. Обыкновенная дробь. Основное свойство дроби. Сравнение дробей. Арифметические действия с обыкновенными дробями. Нахождение части от целого и целого по его части.
6. Десятичная дробь. Сравнение десятичных дробей. Арифметические действия с десятичными дробями. Представление десятичной дроби в виде обыкновенной дроби и обыкновенной в виде десятичной.
7. Рациональные числа. Целые числа: положительные, отрицательные и нуль. Модуль (абсолютная величина) числа. Сравнение рациональных чисел.
8. Арифметические действия с рациональными числами. Степень с целым показателем.
9. Отношение, выражение отношения в процентах. Пропорция.
10. Пропорциональная и обратно пропорциональная зависимости.

Числовые и буквенные выражения

1. Делимость целых чисел. Деление с остатком. Сравнения. Решение задач с целочисленными неизвестными.
2. Многочлены от одной переменной. Делимость многочленов. Деление многочленов с остатком. Рациональные корни многочленов с целыми коэффициентами. Схема Горнера. Теорема Безу. Число корней многочлена.
3. Многочлены от двух переменных. Формулы сокращенного умножения для старших степеней. Многочлены от нескольких переменных.
4. Корень степени $n > 1$ и его свойства. Степень с рациональным показателем и ее свойства. Понятие о степени с действительным показателем. Свойства степени с действительным показателем.
5. Логарифм числа. Основное логарифмическое тождество. Логарифм произведения, частного, степени; переход к новому основанию. Десятичный и натуральный логарифмы, число e .
6. Преобразования выражений, включающих арифметические операции, а также операции возведения в степень и логарифмирование.

Тригонометрия

1. Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла.
2. Формулы половинного угла. Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму.

3. Выражение тригонометрических функций через тангенс половинного аргумента. Преобразования тригонометрических выражений.

4. Простейшие тригонометрические уравнения. Решения тригонометрических уравнений. Простейшие тригонометрические неравенства.

5. Арксинус, арккосинус, арктангенс, арккотангенс числа.

Функции

1. Функции. Область определения и множество значений. График функции.

2. Построение графиков функций, заданных различными способами. Свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность. Промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума).

3. Графическая интерпретация.

4. Сложная функция (композиция функций). Взаимно обратные функции.

5. Область определения и область значений обратной функции. График обратной функции. Нахождение функции, обратной данной.

6. Степенная функция с натуральным показателем, ее свойства и график.

7. Вертикальные и горизонтальные асимптоты графиков. Графики дробно-линейных функций.

8. Тригонометрические функции, их свойства и графики, периодичность, основной период. Обратные тригонометрические функции, их свойства и графики.

9. Показательная функция (экспонента), ее свойства и график.

10. Логарифмическая функция, ее свойства и график.

11. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат и симметрия относительно начала координат, симметрия относительно прямой $y = x$, растяжение и сжатие вдоль осей координат.

Начала математического анализа

1. Понятие о пределе последовательности.

2. Длина окружности и площадь круга как пределы последовательностей. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и ее сумма. Теоремы о пределах последовательностей. Переход к пределам в неравенствах.

3. Понятие о непрерывности функции. Основные теоремы о непрерывных функциях.

4. Понятие о пределе функции в точке. Поведение функций на бесконечности. Асимптоты.

5. Понятие о производной функции, физический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения и частного. Производные основных элементарных функций. Производные сложной и обратной функций. Вторая производная. Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Использование производных при решении уравнений и неравенств, текстовых, физических и геометрических задач, нахождении наибольших и наименьших значений.

6. Площадь криволинейной трапеции. Понятие об определенном интеграле.

7. Первообразная. Первообразные элементарных функций. Правила вычисления первообразных. Формула Ньютона-Лейбница.

8. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах. Нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Примеры применения интеграла в физике и геометрии. Вторая производная и ее физический смысл.

Уравнения и неравенства

1. Решение рациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений и неравенств. Решение иррациональных уравнений и неравенств.

2. Основные приемы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Равносильность уравнений, неравенств, систем. Решение систем уравнений с двумя неизвестными (простейшие типы). Решение систем неравенств с одной переменной.

3. Доказательства неравенств. Неравенство о среднем арифметическом и среднем геометрическом двух чисел.

4. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений и неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем.

5. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учет реальных ограничений.

Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей

1. Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных.

2. Поочередный и одновременный выбор нескольких элементов из конечного множества. Формулы числа перестановок, сочетаний, размещений. Решение комбинаторных задач.

3. Элементарные и сложные события. Рассмотрение случаев и вероятность суммы несовместных событий, вероятность противоположного события.

4. Понятие о независимости событий. Вероятность и статистическая частота наступления события.

Геометрия на плоскости.

1. Свойство биссектрисы угла треугольника. Решение треугольников.

2. Вычисление биссектрис, медиан, высот, радиусов вписанной и описанной окружностей. Формулы площади треугольника: формула Герона, выражение площади треугольника через радиус вписанной и описанной окружностей.

3. Вычисление углов с вершиной внутри и вне круга, угла между хордой и касательной.

4. Теорема о произведении отрезков хорд. Теорема о касательной и секущей.

5. Вписанные и описанные многоугольники. Свойства и признаки вписанных и описанных четырехугольников.
6. Геометрические места точек.
7. Решение задач с помощью геометрических преобразований и геометрических мест.

Геометрия в пространстве

1. Прямые и плоскости в пространстве. Основные понятия стереометрии (точка, прямая, плоскость, пространство). Понятие об аксиоматическом способе построения геометрии.
2. Пересекающиеся, параллельные и скрещивающиеся прямые. Угол между прямыми в пространстве. Перпендикулярность прямых. Параллельность и перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства. Теорема о трех перпендикулярах. Перпендикуляр и наклонная к плоскости. Угол между прямой и плоскостью.
3. Параллельность плоскостей, перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла.
4. Расстояния от точки до плоскости. Расстояние от прямой до плоскости.
5. Расстояние между параллельными плоскостями. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
6. Изображение пространственных фигур.
7. Многогранники. Вершины, ребра, грани многогранника. Развертка.
8. Многогранные углы. Выпуклые многогранники.
9. Призма, ее основания, боковые ребра, высота, боковая поверхность.
10. Прямая и наклонная призма. Правильная призма. Параллелепипед. Куб.
11. Пирамида, ее основание, боковые ребра, высота, боковая поверхность.
12. Треугольная пирамида. Правильная пирамида. Усеченная пирамида.
13. Симметрии в кубе, в параллелепипеде, в призме и пирамиде
14. Понятие о симметрии в пространстве (центральная, осевая, зеркальная).
15. Сечения многогранников. Построение сечений.
16. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).
17. Тела и поверхности вращения. Цилиндр и конус. Усеченный конус.
18. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развертка. Осевые сечения и сечения, параллельные основанию.
19. Шар и сфера, их сечения. Эллипс, гипербола, парабола как сечения конуса. Касательная плоскость к сфере. Сфера, вписанная в многогранник, сфера, описанная около многогранника.
20. Цилиндрические и конические поверхности.
21. Объемы тел и площади их поверхностей. Понятие об объеме тела.
22. Отношение объемов подобных тел.
23. Формулы объема куба, параллелепипеда, призмы, цилиндра. Формулы
24. объема пирамиды и конуса. Формулы площади поверхностей цилиндра и конуса. Формулы объема шара и площади сферы.

25. Координаты и векторы. Декартовы координаты в пространстве. Формула расстояния между двумя точками. Уравнения сферы и плоскости. Формула расстояния от точки до плоскости.

26. Векторы. Модуль вектора. Равенство векторов. Сложение векторов и умножение вектора на число. Угол между векторами. Координаты вектора.

27. Скалярное произведение векторов. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы.

28. Разложение по трем некопланарным векторам.

II. Требования к уровню подготовки поступающего

Числовые и буквенные выражения

Поступающий должен уметь:

– выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы с применением вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма;

– применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;

– находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;

– проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих модули, степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции.

Функции и графики

Поступающий должен уметь:

– определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

– строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

– описывать по графику и по формуле поведение и свойства функции;

– решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления.

Начала математического анализа

Поступающий должен уметь:

– находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

– вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

– исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

– решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

– решать задачи нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

– вычислять площадь криволинейной трапеции.

*Уравнения и неравенства*Поступающий должен уметь:

- решать рациональные, иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, тригонометрические уравнения, их системы;
- доказывать несложные неравенства;
- решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
- изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем;
- находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
- решать уравнения, неравенства и системы с применением графических представлений, свойств функций, производной.

*Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей*Поступающий должен уметь:

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул,
- вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи).

*Геометрия*Поступающий должен уметь:

- соотносить плоские геометрические фигуры и трехмерные объекты с их описаниями, чертежами, изображениями; различать и анализировать взаимное расположение фигур;
- изображать геометрические фигуры и тела, выполнять чертеж по условию задачи;
- решать геометрические задачи, опираясь на изученные свойства планиметрических и стереометрических фигур и отношений между ними, применяя алгебраический и тригонометрический аппарат;
- проводить доказательные рассуждения при решении задач, доказывать основные теоремы курса;
- вычислять линейные элементы и углы в пространственных конфигурациях, объемы и площади поверхностей пространственных тел и их простейших комбинаций;
- применять координатно-векторный метод для вычисления отношений, расстояний и углов;
- строить сечения многогранников и изображать сечения тел вращения.

III. Примерный вариант задания (с примерами решения)

Часть 1

1. Вычислить $\left(5\frac{1}{17} - 2\frac{3}{34}\right) \cdot 22\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3}$.

- 1) 64 2)
- 65**
- 3) 65, 3 4) 65, 5 5)

Решение.

$$\begin{aligned} \left(5\frac{1}{17} - 2\frac{3}{34}\right) \cdot 22\frac{2}{3} - 2\frac{1}{3} &= \left(\frac{86}{17} - \frac{71}{34}\right) \cdot \frac{68}{3} - \frac{7}{3} = \\ &= \left(\frac{172}{34} - \frac{71}{34}\right) \cdot \frac{68}{3} - \frac{7}{3} = \frac{101}{34} \cdot \frac{68}{3} - \frac{7}{3} = \frac{195}{3} = 65. \end{aligned}$$

2. Вычислить $\frac{64^5 \cdot 4^{10}}{16^{13}}$.

- 1)
- 0, 25**
- 2) 0, 5 3) 1 4) 4 5)

$$\text{Решение. } \frac{64^5 \cdot 4^{10}}{16^{13}} = \frac{(4^3)^5 \cdot 4^{10}}{(4^2)^{13}} = \frac{4^{15} \cdot 4^{10}}{4^{26}} = \frac{4^{25}}{4^{26}} = 4^{-1} = 0, 25.$$

3. Вычислить $\sqrt{0,06} \cdot \sqrt{5,4} : \sqrt{10}$.

- 1)
- 0, 18**
- 2) 0, 2 3) 0, 22 4) 0, 24 5)

$$\text{Решение. } \sqrt{0,06} \cdot \sqrt{5,4} : \sqrt{10} = \sqrt{0,06 \cdot 5,4 : 10} = \sqrt{0,0324} = 0, 18.$$

4. Найти сумму квадратов корней уравнения $(2x + 3)(x - 1) - 2(x + 2) = -1$.

- 1) 5, 25 2) 5, 75 3) 6 4)
- 6, 25**
- 5)

Решение. Раскрыв скобки и приведя подобные слагаемые, получим квадратное уравнение $2x^2 - x - 6 = 0$. Его корни 2 и $-3/2$, сумма квадратов которых: $25/4$.

5. Почтовая марка стоит 15 руб. 50 коп. Сколько копеек сдачи получит человек, купивший на 1000 рублей максимально возможное количество марок.

- 1) 600 2) 700 3)
- 800**
- 4) 900 5)

Решение. Разделим 100000 копеек на стоимость марки 1550 копеек и получим $64\frac{80}{155}$. Это означает, что можно купить 64 марки, потратив $64 \cdot 1550 = 99200$ копеек. Таким образом, сдача составит 800 копеек.

6. Стоимость шкафа возросла с 20500 руб. до 23780 руб. Определить на сколько процентов подорожал шкаф.

- 1) 15 2)
- 16**
- 3) 17 4) 18 5)

Решение. Шкаф подорожал на 3280 рублей. Теперь нужно определить сколько процентов эта сумма составляет от начальной цены в 20500 рублей. Так как один процент от этой суммы равен 205, то цена возросла на $3280 : 205 = 16$ процентов.

7. Определить площадь треугольника с вершинами $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(4; 9)$.

- 1) 6 2) 7 3) **8** 4) 9 5)

Решение. Сторона $AB = 4$, а высота, проведенная к ней из вершины C равна 7. Следовательно, $S_{\Delta ABC} = 0,5 \cdot 4 \cdot 7 = 14$.

8. Найти $\sqrt{21} \cdot \operatorname{tg} \alpha$, если $\cos \alpha = -0,4$ и $\alpha \in (\pi/2; \pi)$.

- 1) **-10,5** 2) 10,5 3) -5,25 4) 5,25 5)

Решение. С учетом того, что $\alpha \in (\pi/2; \pi)$, получаем равенство $\sin \alpha = \sqrt{1 - 0,16} = \sqrt{0,84}$. Значит, $\sqrt{21} \cdot \operatorname{tg} \alpha = \sqrt{21} \cdot \sqrt{0,84} : (-0,4) = -\sqrt{21} \cdot \frac{\sqrt{84}}{10} \cdot \frac{10}{4} = -10,5$.

9. Внешние углы при вершинах B и C треугольника ABC равны 102° и 106° соответственно. Найти величину $\angle BAC$.

- 1) 24° 2) 26° 3) **28°** 4) 30° 5)

Решение. Из условия следует, что внутренние углы треугольника: $\angle B = 78^\circ$, $\angle C = 76^\circ$. Поэтому $\angle A = 180^\circ - 78^\circ - 76^\circ = 26^\circ$.

10. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда со сторонами 3, 4, 12.

- 1) 12 2) **13** 3) 14 4) 15 5)

Решение. Расположим параллелепипед так, чтобы в основании лежал прямоугольник со сторонами 3 и 4. Диагональ этого прямоугольника равна 5. Высота параллелепипеда равна 12. Отсюда по теореме Пифагора следует, что диагональ параллелепипеда $\sqrt{25 + 144} = 13$.

11. Найти сумму экстремумов функции $y = x^3 + 3x^2 - 9x$.

- 1) -24 2) -22 3) **22** 4) 24 5)

Решение. Находим производную заданной функции и точки, в которых она равна нулю: $y' = 3x^2 + 6x - 9 = 0$ при $x_1 = 1, x_2 = -3$. Так как $y'(x) > 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$ и $y'(x) < 0$ при $x \in (-3; 1)$, то $x_1 = 1$ — точка минимума, $x_2 = -3$ — точка максимума. Вычислим минимум и максимум функции y : $y_{\min} = y(1) = -5$, $y_{\max} = y(-3) = 27$. Следовательно, $y_{\min} + y_{\max} = 22$.

12. Из всех чисел от 1 до 1000 наугад выбирается одно число. Определить вероятность того, что выбрано трехзначное число, сумма цифр которого равна 3.

- 1) 0,003 2) 0,004 3) 0,005 4) **0,006** 5)

Решение. Общее количество чисел 1000. Нужные нам числа: 102, 201, 120, 210, 111, 300. Таким образом, вероятность равна $6 : 1000$.

Часть 2

1. В прямоугольный треугольник с гипотенузой 24 и углом 60° вписываются прямоугольники так, что две вершины прямоугольника лежат на гипотенузе. Найти максимальное значение площади вписанных прямоугольников.

Решение. Пусть дан $\triangle ABC$ с $\angle C = 90^\circ$ и $\angle B = 60^\circ$. Обозначим вписанный прямоугольник — $PQRS$, в котором $P \in AC$, $Q \in AB$, $R \in AB$, $S \in BC$. Обозначим $RS = x$. Тогда из $\triangle SBR$:

$$\frac{RB}{RS} = \operatorname{ctg} B = \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Аналогично из $\triangle APQ$:

$$\frac{AQ}{PQ} = \operatorname{ctg} A = \operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}.$$

Таким образом,

$$QR = 24 - \sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}}x = \frac{24\sqrt{3} - 4x}{\sqrt{3}}.$$

Следовательно, зависимость площади S_{PQRS} от длины стороны $PQ = RS = x$ определяется по формуле

$$S_{PQRS}(x) = \frac{24\sqrt{3}x - 4x^2}{\sqrt{3}}.$$

Наибольшее значение этой функции достигается при $x = 3\sqrt{3}$ (в вершине параболы). Максимальное значение равно

$$S_{PQRS}(3\sqrt{3}) = \frac{24\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{3} - 4(3\sqrt{3})^2}{\sqrt{3}} = \frac{108}{\sqrt{3}} = \frac{36 \cdot 3}{\sqrt{3}} = 36\sqrt{3}.$$

Ответ. $36\sqrt{3}$.

2. Решить уравнение $\operatorname{tg} x + 2\operatorname{ctg} x - 3 = 0$.

Решение. Замена $t = \operatorname{tg} x$ приводит к уравнению

$$t + 2 \cdot \frac{1}{t} - 3 = 0.$$

Отсюда получаем

$$\frac{t^2 - 3t + 2}{t} = 0,$$

$$t_1 = 1, \quad t_2 = 2.$$

Делаем обратную замену и получаем уравнения

$$\operatorname{tg} x = 1, \quad \operatorname{tg} x = 2.$$

Следовательно,

$$x_1 = \operatorname{arctg} 1 + \pi n = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z,$$

$$x_2 = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in Z.$$

Ответ. $x_1 = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in Z; x_2 = \operatorname{arctg} 2 + \pi n, n \in Z$.

3. Решить неравенство $\log_x \frac{3}{8 - 2x} > -2$.

Решение. Будем решать данное неравенство методом интервалов. Сначала найдем область допустимых значений неравенства. Для этого решим систему неравенств

$$\begin{cases} x > 0, \\ x \neq 0, \\ 8 - 2x > 0. \end{cases}$$

Решением этой системы является множество $x \in (0; 1) \cup (1; 4)$.

Рассмотрим теперь уравнение, соответствующее заданному неравенству

$$\log_x \frac{3}{8 - 2x} = -2. \quad (1)$$

Отсюда получаем

$$\begin{aligned} \frac{3}{8 - 2x} &= x^{-2}, \\ \frac{3}{8 - 2x} &= \frac{1}{x^2}, \\ 8 - 2x &= 3x^2, \\ 3x^2 + 2x - 8 &= 0. \end{aligned}$$

Решениями последнего уравнения являются числа $x_1 = -2$, $x_2 = \frac{4}{3}$. Первый корень не является решением уравнения (1), так как не входит в область допустимых значений. Теперь для решения неравенства требуется определить знаки выражения

$$\log_x \frac{3}{8 - 2x} + 2$$

на промежутках $(0; 1)$, $(1; \frac{4}{3})$, $(\frac{4}{3}; 4)$. Для этого выберем по одной точке из каждого промежутка:

$$x = \frac{1}{2} \Rightarrow \log_x \frac{3}{8 - 2x} + 2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{7} + 2 = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{7} + \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{4} = \log_{\frac{1}{2}} \frac{3}{28} > 0,$$

$$x = \frac{5}{4} \Rightarrow \log_x \frac{3}{8 - 2x} + 2 = \log_{\frac{5}{4}} \frac{6}{11} + 2 = \log_{\frac{5}{4}} \frac{6}{11} + \log_{\frac{5}{4}} \frac{25}{16} = \log_{\frac{5}{4}} \frac{150}{176} < 0,$$

$$x = 2 \Rightarrow \log_x \frac{3}{8 - 2x} + 2 = \log_2 \frac{3}{4} + 2 = \log_2 \frac{3}{4} + \log_2 4 = \log_2 3 > 0.$$

Таким образом, требуемый знак ($>$) достигается на двух крайних интервалах.

Ответ. $(0; 1) \cup (\frac{4}{3}; 4)$.

4. Два сплава, из которых первый содержит 20% никеля, а второй содержит 40% никеля, сплавляли друг с другом и получили 180 килограммов, содержащих 25% никеля. Найти массу первого сплава.

Решение. Пусть масса первого сплава x кг, масса второго сплава y кг. Тогда масса никеля в первом сплаве $0,2x$ кг, во втором сплаве — $0,4y$ кг. Из условия задачи получаем систему

$$\begin{cases} x + y = 180, \\ 0,2x + 0,4y = \frac{180 \cdot 25}{100}. \end{cases}$$

Для решения этой системы нужно, например, выразить из первого уравнения $y = 180 - x$ и подставить полученное выражение во второе уравнение.

Ответ. $x = 135$ кг, $y = 45$ кг.

IV. Критерии оценивания ответов поступающих

На выполнение работы отводится 90 минут. Работа состоит из 2 частей, включающих 9 заданий. Первая часть состоит из 7 заданий с вариантами ответов (правильный ответ всегда один). Каждое задание оценивается в 10 баллов, если ответ указан правильно и в 0 баллов, если ответ указан неправильно. Вторая часть состоит из 2 заданий. Эти задания требуют приведения развернутого решения и оцениваются в диапазоне от 0 до 15 баллов каждая в зависимости от полноты и правильности решения. Максимальная возможная сумма баллов не превышает 100.

V. Особенности структуры заданий и системы оценивания при проведении вступительных испытаний с использованием дистанционных технологий

В случае проведения вступительного испытания с использованием дистанционных технологий в структуру экзаменационной работы и систему оценивания вносится ряд изменений. Ответ на каждое задание из второй части записать в виде целого числа или десятичной дроби. Это может быть отрицательное число, положительное число или ноль. Приведения в ответе развернутого решения не требуется. Каждое задание оценивается в 15 баллов, если ответ указан правильно и в 0 баллов, если ответ указан неправильно.

VI. Особенности структуры заданий и системы оценивания при проведении вступительных испытаний в форме собеседования

В случае проведения вступительного испытания в форме собеседования в структуру экзаменационной работы и систему оценивания вносится ряд изменений. Для подготовки к ответам отводится **90 минут**. Общая продолжительность вступительного испытания не превышает **120 минут**.

Работа состоит из 2 частей, включающих 9 заданий.

Первая часть состоит из 7 заданий с вариантами ответов (правильный ответ всегда один). Необходимо выбрать правильный ответ и привести решение. Оценивание проводится по следующей схеме:

- получен верный ответ и приведено полное решение – 10 баллов;
- приведено полное решение, содержащее вычислительные ошибки, – 9 баллов;
- приведено решение, содержащее ошибки, связанные с неверным использованием правил и методов преобразований, – 7 баллов;
- отсутствует полное решение, но имеются обоснованные фрагменты решения (присутствуют верные логические переходы, связанные с решением задачи) – 4 балла;
- утверждения (чертежи, формулы, формулировки теорем или правил), относящиеся к решению задачи, приведены, но не использованы в процессе решения задания – 2 балла;

– решение отсутствует – 0 баллов.

Вторая часть состоит из 2 заданий. Ответ на каждое задание нужно записать в виде целого числа или десятичной дроби. Это может быть отрицательное число, положительное число или ноль. Также необходимо привести решение. Оценивание проводится по следующей схеме:

– получен верный ответ и приведено полное решение – 15 баллов;

– приведено полное решение, содержащее вычислительные ошибки, – 13 баллов;

– приведено решение, содержащее ошибки, связанные с неверным использованием правил и методов преобразований, – 12 баллов;

– отсутствует полное решение, но имеются обоснованные фрагменты решения (присутствуют верные логические переходы, связанные с решением задачи) – 6 балла;

– утверждения (чертежи, формулы, формулировки теорем или правил), относящиеся к решению задачи, приведены, но не использованы в процессе решения задания – 2 балла;

– решение отсутствует – 0 баллов.

Во время собеседования экзаменационная комиссия анализирует подготовленные ответы с решениями по каждому заданию, задает уточняющие вопросы, оценивает итоговую подготовленность абитуриента.

VII. Рекомендуемая литература

1. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень: типовые экзаменационные варианты: 36 вариантов / под ред. И.В. Яценко. – М.: Издательство «Национальное образование», 2022. – 224 с.

2. ЕГЭ 2022. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий от разработчиков ЕГЭ / И.В. Яценко, М.А. Волчкевич, О.А. Ворончагина, И.Р. Высоцкий, Р.К. Гордин и др., под ред. И.В. Яценко. – М.: Издательство «Экзамен», 2022. – 232 с.

3. Яценко И.В., Семенов П.В., Шестаков С.А. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. 50 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий. – М.: Издательство «Экзамен», 2023. – 240 с.

4. Мирошин В.В. ЕГЭ-2023. Математика. Профильный уровень. Тренировочные варианты. 30 вариантов. – М.: Издательство «Эксмо-Пресс», 2023. – 168 с.

5. Яценко И.В. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. 37 вариантов. Типовые варианты экзаменационных заданий. – М.: Издательство «Экзамен», 2023. – 144 с.

6. Мальцев Д.А., Мальцева Л.И., Мальцев А.А. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. Книга 1. – Ростов-на-Дону: Издательство «Народное образование», НИИ Школьных технологий, 2023. – 312 с.

7. Мальцев Д.А., Мальцева Л.И., Мальцев А.А. ЕГЭ 2023. Математика. Профильный уровень. Книга 2. – Ростов-на-Дону: Издательство «Народное образование», НИИ Школьных технологий, 2023. – 232 с.

8. Мальцев Д.А., Мальцев А.А., Мальцева Л.И. ЕГЭ-2023. Математика. Решебник. – Ростов-на-Дону: Издательство Афина. 2023. – 352 с.
9. www.fipi.ru.
10. www.ege.edu.ru.
11. www.reshuege.ru.