

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научный журнал

Выпуск № 2 (33), 2022

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2010 г.

Выходит 4 раза в год

Учредитель и издатель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет».

Территория распространения — Российская Федерация.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА:

Главный редактор: Сафронов В. С., д-р техн. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора: Козлов В. А., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г. Е., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Буренин А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре

Гриднев С. Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Зверев В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Ефрюшин С. В., канд. техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет

Кирсанов М. Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Колчунов В. И., д-р техн. наук, проф., академик РААСН, Юго-Западный государственный университет

Леденев В. В., д-р техн. наук, проф., Тамбовский государственный технический университет

Михайлов В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный строительный университет, Вьетнам

Нугужинов Ж. С., д-р техн. наук, проф., Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития Карагандинского государственного технического университета, Казахстан

Овчинников И. Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет

Пшеничкина В. А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет

Трещев А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РААСН, Тульский государственный университет

Турищев Л. С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Беларусь

Шимановский А. О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь

Шитикова М. В., д-р физ.-мат. наук, проф., советник РААСН, Воронежский государственный технический университет

Дизайн обложки - А.Р. Ефанов. Фото на обложке Юлии Батуриной,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

Журнал «Строительная механика и конструкции» включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписной индекс в «Каталоге периодических изданий. Газеты и журналы» ГК «Урал Пресс» - 66004

Физические лица могут оформить подписку в интернет-магазине «Деловая пресса» <http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Дата выхода в свет 28.06.2022. Усл. печ. л. 19,5. Формат 60×84/8. Тираж 65 экз. Заказ №.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77 – 72895 от 22.05.2018 г.

Цена свободная

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ: 394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
(строительный факультет, кафедра строительной механики)

тел.: 8(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

ОТПЕЧАТАНО: отдел оперативной полиграфии издательства ФГБОУ ВО «ВГТУ»
394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

**STRUCTURAL MECHANICS
AND STRUCTURES**

**Scientific Journal
ISSUE № 2 (33), 2022**

- Structural mechanics and strength of materials
- Applied problems of mechanics of solid body under deformation
- Soil mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of bases and foundations of buildings and structures
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic effect on elastic systems
- Pilot and field observations of structures and materials

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since 2010

Issued 4 times a year

Founder and publisher – Voronezh State Technical University.
Territory of distribution — Russian Federation.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL:

Chief editor: Safronov V. S., Dr. of Tech. Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

The deputy chief editor: Kozlov V. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

Executive secretary: Gabrielyan G. E., PhD of Tech. Sc., Associate Prof.,
Voronezh State Technical University

EDITORIAL BOARD MEMBERS:

Burenin A. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., Corresponding Member of RAS, Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far Eastern Branch of RAS, Komsomolsk on Amur

Gridnev S. Yu., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University

Zverev V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Efryushin S. V., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University

Kirsanov M. N., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

Kolchunov V. I., Dr. of Tech. Sc., Prof., academician of RAACS, South-West State University

Ledenyov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Tambov State Technical University

Mikhailov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Nguen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National University of Civil Engineering, Socialist Republic of Vietnam

Nuguxhinov Zh. S., Dr. of Tech. Sc., Prof., Kazakh Multidisciplinary Reconstruction and Development Institute of Karaganda State Technical University, Republic of Kazakhstan

Ovchinnikov I. G., Dr. of Tech. Sc., Prof., Saratov State Technical University

Pshenichkina V. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Volgograd State Technical University

Trechshev A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Corresponding Member of RAACS, Tula State University

Turichshev L. S., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Polotsk State University, Republic of Belarus

Shimanovsky A. O., Dr. of Tech. Sc., Prof., Belarusian State University of Transport, Republic of Belarus

Shitikova M. V., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., adviser of RAACS, Voronezh State Technical University

Cover design by A.R. Efanov. Cover photo by Yulia Baturina,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

The journal "Structural mechanics and structures" is included into the list of peer-reviewed editions in which the results of dissertations for obtaining degrees of a Full Doctor and PhD are published

Subscription index in the «Catalog of periodicals. Newspapers and magazines» of the «Ural Press»
Group of Companies - 66004

Individuals can subscribe to it in the online store "Business Press" <http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Publication date 28.06.2022. Conventional printed sheets 19,5. Format 60×84/8. Numbers of copies 65. Order №.

Journal is registered by Federal Service for Supervision of Communications,
Information Technology and Mass Media (Roskomnadzor)
Registration certificate PI № ФС 77 - 72895 от 22.05.2018.

Price is subject to change

ADDRESS OF EDITORIAL AND PUBLISHER OFFICE: 84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006, Russian Federation
(Faculty of construction, Department of Structural Mechanics)
Tel.: (473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

PRINTED: publishing department of operational printing of Voronezh State Technical University

84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006

12+

© Voronezh State Technical University, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

<i>Курсанов М. Н.</i> Формулы для расчета деформаций плоской многораскосной фермы.....	7
<i>Комерзан Е. В., Луинов Н. А., Осипова Т. С.</i> Аналитический расчет прогиба плоской шпренгельной фермы с произвольным числом панелей.....	17

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

<i>Трещев А. А., Кузнецова В. О.</i> Деформирование цилиндрической оболочки из титанового сплава под воздействием агрессивной водородсодержащей среды.....	26
<i>Бакушев С. В.</i> Дифференциальные уравнения равновесия идеально упругопластической сплошной среды для плоской деформации в декартовых координатах при аппроксимации замыкающих уравнений биквадратичными функциями.....	40

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА УПРУГИЕ СИСТЕМЫ

<i>Митрошин В. А., Мондрус В. Л.</i> Смещения и напряжения упругой среды в выражении через волновые потенциалы.....	53
--	----

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Талантова К. В.</i> Определение области включения в расчёт прочности растянутой полки сталефибробетонной плиты перекрытия.....	62
<i>Панфилов Д. В., Рогатнев Ю. Ф., Черноусов А. И., Соколов О. О., Зябухин П. А.</i> Исследование прочности, жесткости и трещиностойкости стен объемного железобетонного блока типа «колпак».....	73

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Черников А. В., Козлов В. А.</i> Учет одностороннего упругого основания при расчете гофрированных водопропускных труб по полубезмоментной теории оболочек.....	87
<i>Чесноков А. В., Михайлов В. В., Долматов И. В.</i> Выявление повреждений мягкой оболочки тентовой строительной конструкции покрытия при помощи искусственной нейронной сети.....	98
<i>Варнавский В. С., Габриелян Г. Е., Ненашев Д. С.</i> Исследование упругопластического деформирования плоского стального каркаса при постоянной и крановой нагрузке.....	110
<i>Сафронов В. С., Ун П.</i> Надежность стропильной фермы покрытия из тонкостенных профилей «Молодечно».....	123

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

<i>Гриднев С. Ю., Подлесных И. С.</i> Апробация разработанной методики натуральных измерений напряженно-деформированного состояния пролетного строения при повышенном воздействии солнечной радиации.....	133
--	-----

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

<i>Антонов В. М., Леденев В. В., Аль-Накди И. А.</i> Влияние армирования на несущую способность и деформативность оснований, подверженных циклическим нагрузкам.....	145
<i>Кукина О. Б., Волокитина О. А., Волков В. В., Шуваев Д. И., Чунихина А. С.</i> Проектирование конструктивных слоев оснований фундаментов сооружений и дорожных одежд на модифицированных глинистых грунтах	158
Правила оформления статей.....	168

CONTENTS

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF MATERIALS

<i>Kirsanov M. N.</i> Formulas for calculating deformations of a planar multi - braces truss.....	7
<i>Komerzan E. V., Lushnov N. A., Osipova T. S.</i> Analytical calculation of the deflection of a planar truss with an arbitrary number of panels.....	17

APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS OF SOLID BODY UNDER DEFORMATION

<i>Treshchev A. A. , Kuznetsova V. O.</i> Deformation of a cylindrical shell from a titanium alloy under the influence of an aggressive hydrogen-containing medium.....	26
<i>Bakushev S. V.</i> Differential equilibrium equations in ideal elastic-plastic continuous medium for plane deformation in cartesian coordinates at approximation of closing equations by biquadratic functions.....	40

MOBILE LOAD DYNAMIC EFFECT ON ELASTIC SYSTEMS

<i>Mitroshin V. A., Mondrus V. L.</i> Displacements and stresses of an elastic medium in terms of wave potentials.....	53
---	----

CALCULATION AND DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

<i>Talantova K. V.</i> Determination of inclusion domain in the calculation of stretched steel fiber shelf slab floor.....	62
<i>Panfilov D. V., Rogatnev Yu. F., Chernousov A. I., Sokolov O. O., Zyabukhin P. A.</i> Study of strength, rigidity and crack resistance of walls of volume reinforced concrete block of "cap" type.....	73

CALCULATION AND DESIGN OF METAL STRUCTURES

<i>Chernikov A. V., Kozlov V. A.</i> Counting for a single-sided elastic base when calculating of corporate culverts on the semiless-momental theory of shells.....	87
<i>Chesnokov A. V., Mikhailov V. V., Dolmatov I. V.</i> Damage detection in the soft shell of the fabric roof construction of buildings by means of artificial neural network.....	98
<i>Varnavsky V. S., Gabrielyan G. E., Nenashev D. N.</i> Investigation of elastic-plastic deformation of a flat steel frame under constant and crane load.....	110
<i>Safronov V. S., Un P.</i> Reliability of the roof truss from thin-wall profiles "Molodechno".....	123

CALCULATION AND DESIGN OF BRIDGES AND TRANSPORT STRUCTURES

<i>Gridnev S. Yu., Podlesnykh I. S.</i> Approbation of the developed methodology of full-scale measurements of the stress-strain state of the span under increased exposure to solar radiation.....	133
--	-----

CALCULATION AND DESIGN OF BASES AND FOUNDATIONS OF BUILDINGS AND STRUCTURES

<i>Antonov V. M., Ledenev V. V., Al-Naqdi I. A.</i> Influence of reinforcement on the bearing capacity And deformability of bases subjected to cyclic loads.....	145
<i>Kukina O. B., Volokitina O. A., Volkov V. V., Shuvaev D. I., Chunikhina A. S.</i> Design of structural layers of structures foundations and pathways on modified clay soils.....	158
Requirements for articles to be published.....	168

**ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ ПЛОСКОЙ
МНОГОРАСКОСНОЙ ФЕРМЫ**

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

Рассмотрена новая схема плоской внешне статически неопределимой фермы с прямолинейным нижним поясом и многократными раскосами. По концам ферма имеет по три опоры. Показано, что при нечетном числе панелей ферма кинематически изменяема. Приводятся схема возможных скоростей узлов в этом случае и статический критерий вырождения конструкции. Выводятся аналитические зависимости прогиба середины пролета от числа панелей, размеров фермы и нагрузки. Получены формулы для усилий в наиболее растянутых и сжатых стержнях. Приводится распределение усилий по стержням конструкции. Для получения аналитического решения используется индуктивный метод обобщения частных решений на случай произвольного числа панелей. Прогиб рассчитывается по формуле Максвелла-Мора. Рассмотрена нагрузка, равномерно распределенная по узлам нижнего пояса фермы, и сосредоточенная нагрузка в середине пролета. Получены формулы для величины горизонтального сдвига подвижной опоры. Решение системы уравнений равновесия узлов и преобразование метода индукции выполняются в системе символьной математики Maple. Найдены кубические асимптотики решений задачи о прогибе.

Ключевые слова: ферма, прогиб, сдвиг опоры, кратные раскосы, индукция, Maple, асимптотика, неуравновешенная цепь, критерий кинематической изменяемости, формула Максвелла - Мора

Введение. Расчет строительных конструкций, как правило, выполняется численно. Аналитические решения дополняют численные, выполняя роль тестовых решений удобных как для оценки точности численных решений, так и для предварительных расчетов проектируемых конструкций. Для регулярных конструкций, содержащих повторяющиеся элементы, известен метод индукции, позволяющий получать не просто аналитические решения как, например, решения в рядах [1-4], а компактные формулы, справедливые для любого порядка регулярности конструкции. В регулярных фермах порядком может быть, например, число панелей. Определение регулярности ферм в связи с задачей их оптимизации дано в [5,6]. Проблемой поиска регулярных статически определимых стержневых систем впервые занялись Hutchinson R.G. и Fleck N.A. [7,8]. В справочниках [9,10] собраны схемы плоских регулярных ферм и формулы для усилий в критических стержнях и прогиба. Некоторые отдельные решения задачи о прогибе в аналитической форме содержатся в работах [11-14]. Подобные решения известны и для пространственных ферм [15]. Метод индукции применим для нахождения аналитических оценок первой собственной частоты свободных колебаний ферм [16-19].

Схема конструкции. Ферма состоит из n ячеек периодичности, условно называемых панелями. Панели имеют по десять раскосов каждая, пять вертикальных и десять горизонтальных стержней. Панели взаимно пересекаются по четырем стержням нижнего пояса, вершины треугольных панелей соединены стержнями верхнего пояса. Пять опор

фермы — подвижные шарниры, одна опора — неподвижный шарнир. Общее число стержней конструкции, включая стержни, моделирующие опоры, равно $n_s = 22n + 10$.

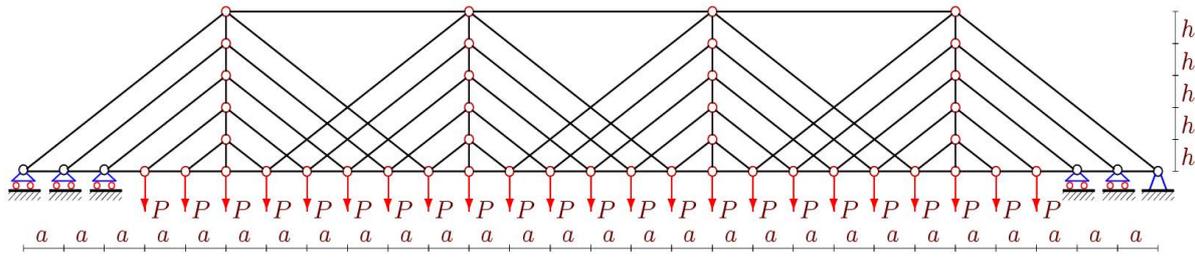


Рис. 1. Равномерно распределенная узловая нагрузка, $n=4$

Для ввода информации о структуре и размерах фермы в программу задается система координат с началом в левой подвижной опоре (рис. 2). Ввод координат в программу, основой которой является метод вырезания узлов, производится в циклах. Координаты узлов имеют вид:

$$x_i = a(i-1), y_i = 0, i = 1, \dots, 6n + 5,$$

$$x_{i+(j+5)n+5} = a(6i-1), y_{i+(j+5)n+5} = hj, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, 5.$$

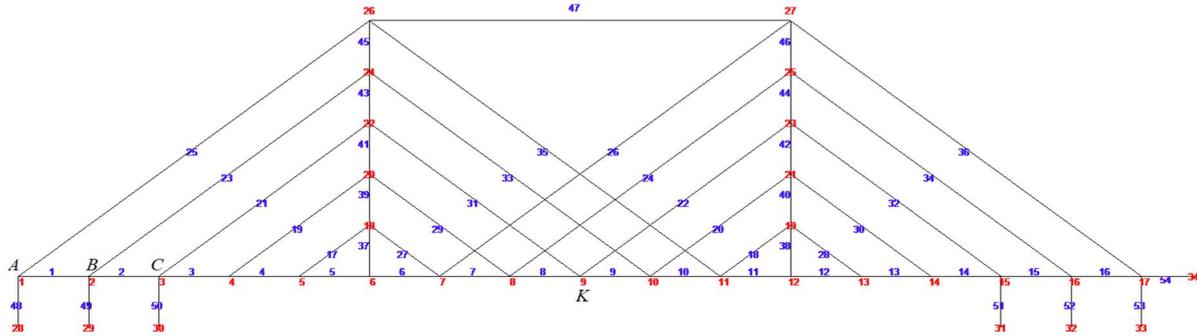


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы, $n = 2$

Для определения порядка соединения стержней в шарнирах вводятся ориентированные списки, содержащие номера вершин концов стержней: $\Phi_i, i = 1, \dots, n_s$.

Стержни нижнего пояса, например, задаются списками: $\Phi_i = [i, i + 1], i = 1, \dots, 6n + 4$.

Остальные стержни нумеруются аналогично.

Элементы матрицы коэффициентов системы линейных уравнений равновесия узлов \mathbf{G} вычисляются по данным координат и спискам концов стержней:

$$g_{x,i} = (x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}}) / l_i, g_{y,i} = (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}}) / l_i, i = 1, \dots, n_s,$$

где $l_i = \sqrt{(x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}})^2 + (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}})^2}$ — длина стержня с номером i . Матрица коэффициентов заполняется по строкам. Каждые две строки соответствуют направляющим косинусам усилий с осями x, y соответственно:

$$\begin{aligned} G_{2\Phi_{i,1}-1,i} &= g_{x,i}, G_{2\Phi_{i,1},i} = g_{y,i}, \\ G_{2\Phi_{i,2}-1,i} &= -g_{x,i}, G_{2\Phi_{i,2},i} = -g_{y,i}. \end{aligned} \quad (1)$$

Вектор усилия, приложенный к узлу на одном конце стержня, противоположно направлен вектору усилия, приложенному к узлу на другом конце стержня. Отсюда в (1) появляется знак минус.

Система алгебраических уравнений равновесия узлов записывается в матричном виде:

$$\mathbf{GS} = \mathbf{T}, \quad (2)$$

где \mathbf{S} вектор-столбец всех усилий в конструкции. В число неизвестных включаются и семь реакций опор. Длина вектора \mathbf{S} равна числу стержней n_s . Такая же длина у вектора внешних узловых нагрузок \mathbf{T} . Проекции на ось x внешних сил, приложенных на узел i , записываются в нечетные элементы этого вектора T_{2i-1} , на ось y — в четные элементы T_{2i} . Решение системы линейных уравнений в системе Maple выполняется с использованием обратной матрицы: $\mathbf{S} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{T}$.

Предварительный расчет показывает, что для ферм с нечетным числом панелей определитель системы (2) обращается в ноль. Это свидетельствует о кинематической изменяемости конструкции с таким числом панелей. В качестве подтверждения этого факта найдена кинематически непротиворечивая картина распределения возможных скоростей узлов (рис. 3). При расчете скоростей узлов используется алгоритм вычисления скорости среднего узла M_i двузвенника по значениям скоростей его концов M_j, M_k (рис. 4).

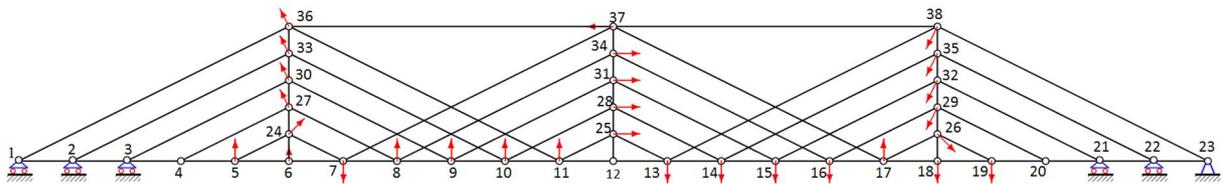


Рис. 3. Схема распределения возможных скоростей изменяемой фермы, $n=3$

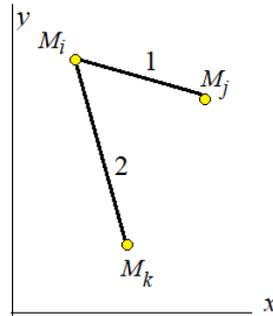


Рис. 4. Схема двузвенника для определения виртуальных скоростей узлов изменяемой фермы

Уравнения кинематического алгоритма имеют вид:

$$v_{xj} = v_{xi} - (y_j - y_i)\omega_1,$$

$$v_{yj} = v_{yi} + (x_j - x_i)\omega_1,$$

$$v_{xk} = v_{xi} - (y_k - y_i)\omega_2,$$

$$v_{yk} = v_{yi} + (x_k - x_i)\omega_2.$$

В систему уравнений входят заданные координаты узлов и компоненты скоростей точек M_j, M_k .

Из решения системы четырех уравнений определяются величины двух угловых скоростей и две компоненты скорости точки с индексом i . Алгоритм представим упрощенной блок-схемой: $[k, j] \rightarrow [i, v_{xi}, v_{yi}]$.

Применительно к рассматриваемой ферме при $n = 3$ необходимо сначала задать угловую скорость произвольного звена, например, звена 23-38, и вычислить компоненты скорости узла 38:

$$v_{x38} = -(y_{38} - y_{23})\omega_1,$$

$$v_{y38} = (x_{38} - x_{23})\omega_1.$$

Учитывая, что в схеме виртуальных скоростей угловые скорости произвольны, примем для простоты $\omega_1 = 1c^{-1}$. Таким образом, образуется двузвенник 38-35-22, для которого запишем блок-схему $[38, 22] \rightarrow [35, v_{x35}, v_{y35}]$. Вычисления дают: $[38, 22] \rightarrow [35, -5h, -5a]$.

Далее по данным скоростей двух точек получаем следующую скорость: $[35, 21] \rightarrow [32, -5h, -5a]$. Здесь использован тот факт, что скорость шарнира 21 равна нулю. Для вычисления скорости очередной точки 29 необходимо задать скорость точки 20 некоторым временным неизвестным параметром. Пусть $v_{y20} = Y_1$. Горизонтальная компонента скорости узла 20, очевидно, равна нулю. Далее имеем блок-схему для определения скорости узла 29 по данным о скоростях точек 32 и 20: $[32, 20] \rightarrow [29, -h(Y_1 + 5a)/a, -5a]$.

Аналогично, зададим скорость точки 19 в виде $v_{y19} = Y_2$, для определения скорости 26 по точкам 29 и 19. Имеем решение $[29, 19] \rightarrow [26, -h(Y_2 + 5a)/a, -5a]$.

Процесс последовательного определения скоростей необходимо продолжить до исчерпания всех точек. В конце получим следующую блок-схему для определения скорости шарнира 3: $[30, 4] \rightarrow [3, 0, -30a - 2Y_2]$. Так как точка 3 неподвижна, то отсюда следует уравнение для определения введенного ранее параметра: $-30 - 2Y_2 = 0$, откуда находим $Y_2 = -15a$. Это решение замыкает алгоритм вычисления скоростей. Заметим, что на параметр Y_1 никаких ограничений в процессе последовательного расчета скоростей не возникло, следовательно, картина возможных скоростей определяется с точностью до параметра Y_1 . Приведем распределение скоростей при $Y_1 = 0$, соответствующее рисунку 3:

$$\begin{aligned} v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_{12} = v_{20} = v_{21} = v_{22} = v_{23} &= 0, \\ \bar{v}_5 = [0, 15a], \bar{v}_6 = \bar{v}_{17} = [0, 5a], \bar{v}_7 = \bar{v}_{18} &= [0, -5a], \\ \bar{v}_8 = \bar{v}_9 = \bar{v}_{10} = \bar{v}_{11} &= [0, 10a], \\ \bar{v}_{13} = \bar{v}_{14} = \bar{v}_{15} = \bar{v}_{16} &= [0, -10a], \bar{v}_{19} = [0, -15a], \\ \bar{v}_{24} = [10h, 5a], \bar{v}_{25} = \bar{v}_{28} = \bar{v}_{31} = \bar{v}_{34} &= [10h, 0], \\ \bar{v}_{26} = [10h, -5a], \bar{v}_{27} = \bar{v}_{30} = \bar{v}_{33} = \bar{v}_{36} &= [-5h, 5a], \\ \bar{v}_{29} = \bar{v}_{32} = \bar{v}_{35} = \bar{v}_{38} &= [-5h, -5a], \bar{v}_{37} = [-5p, 0]. \end{aligned}$$

Узлы нижнего пояса перемещаются только по вертикали.

К рассмотренной ферме для выявления ее изменяемости применим также статический критерий неуравновешенной цепи звеньев. Рассмотрим цепь стержней 4-27-8-34-16-29-20 (рис. 5).

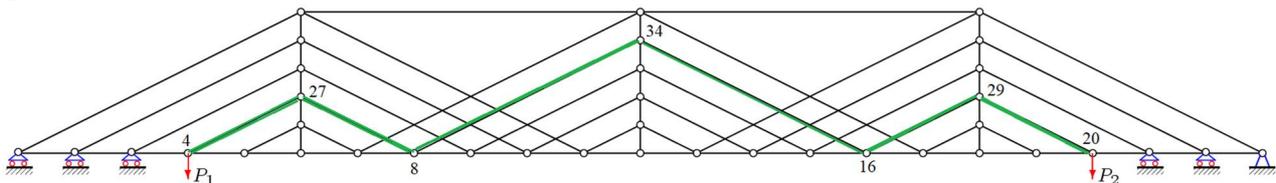


Рис. 5. Неуравновешенная цепь фермы

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^{n_k-7} S_i^{(1)} S_i^{(P)} l_i / (EF). \quad (3)$$

где l_j — длина стержня, $S_i^{(P)}$ — усилие от действия нагрузки, $S_i^{(1)}$ — усилие от единичной вертикальной силы, приложенной к узлу K , в котором вычисляется прогиб, EF — продольная жесткость стержней. Усилия семи опорных стержней не входят в сумму, эти стержни приняты недеформируемыми. Последовательный расчет прогиба ферм с различным числом панелей n дает следующие формулы:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= P(29a^3 + 21c^3 + 8h^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_2 &= 4P(163a^3 + 35c^3 + 16h^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_3 &= P(3679a^3 + 611c^3 + 472h^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_4 &= 16P(643a^3 + 179c^3 + 208h^3) / (h^2 EF), \dots \end{aligned}$$

Используя операторы системы Maple, вычислим общие члены полученных последовательностей коэффициентов при степенях a^3, c^3, h^3 . Итоговая формула зависимости прогиба от числа панелей и размеров конструкции имеет вид:

$$\Delta_k = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / (h^2 EF), \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= 40k^4 + 3(9 - 8(-1)^k)k^2 + 4((-1)^k - 1)k - 2(-1)^k + 2, \\ C_2 &= (30k^4 + 12(2(-1)^k - 5)k^3 + 2(29 - 18(-1)^k)k^2 + 32(1 - (-1)^k)k + 11 - 11(-1)^k) / 2, \\ C_3 &= 2(10k^4 + 4(2(-1)^k - 5)k^3 + 4(1 - 3(-1)^k)k^2 + 6(1 - (-1)^k)k - (-1)^k + 1). \end{aligned}$$

Аналогично, в случае действия на ферму сосредоточенной вертикальной силы в узле K получим решение (4) с коэффициентами:

$$\begin{aligned} C_1 &= (16k^3 + (23 - 12(-1)^k)k - 6 + 6(-1)^k) / 3, \\ C_2 &= 2k^3 + 3((-1)^k - 1)k^2 + (10 - 3(-1)^k)k - 2(-1)^k + 2, \\ C_3 &= 4k(2k^2 + (3(-1)^k - 3)k + 4 - 3(-1)^k) / 3. \end{aligned}$$

Для иллюстрации решения в случае распределенной нагрузки на рис. 7 построены кривые зависимости безразмерного прогиба от числа панелей: $\Delta' = \Delta_k EF / (P_{sum} L)$, где $P_{sum} = P(6n - 1)$, $L = (6n + 4)a = 50m$.

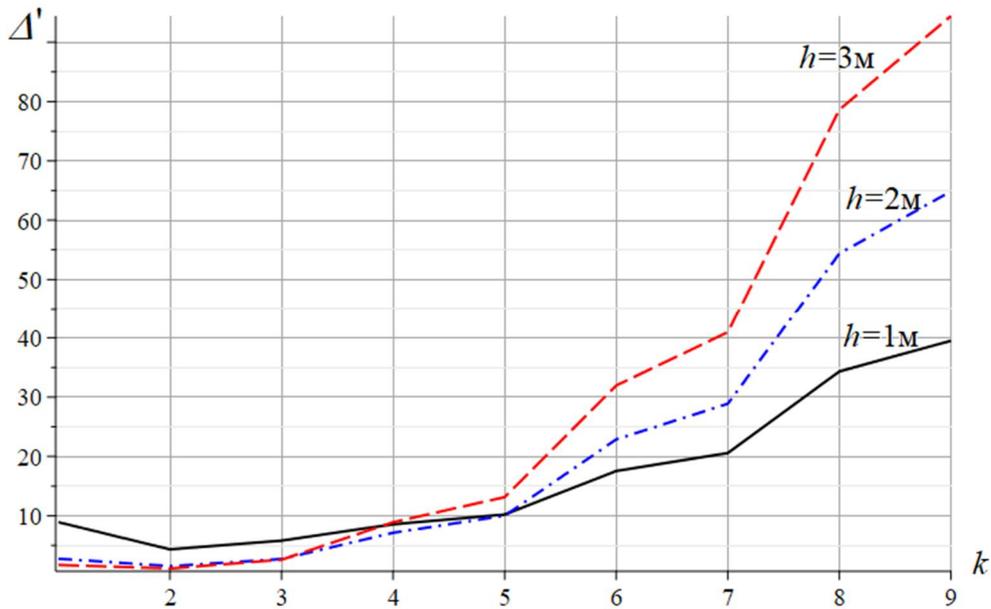


Рис. 7. Зависимости безразмерного прогиба фермы от числа панелей

Интересно отметить, что для небольшого числа k зависимость прогиба от числа панелей при разных высотах h предсказуема: чем больше высота, тем меньше прогиб. Однако после некоторого числа панелей зависимость обратная — при $h = 3$ м прогиб значительно больше, чем при $h = 1$ м.

Кривые имеют асимптоты, значения которых можно вычислить средствами Maple:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / k^3 = 35h / (12L).$$

4. Смещение опоры. Под действием вертикальных нагрузок подвижные опоры смещаются по горизонтали. Величину этих смещений можно найти по уже разработанному алгоритму. В формуле Максвелла – Мора (3) в этом случае в качестве усилий от единичной нагрузки следует брать усилия от горизонтальной силы, приложенной к крайней левой опоре.

При нахождении усилий $S_i^{(1)}$ вектор правой части (2) имеет единственную ненулевую компоненту: $T_{2i-1} = -1, i = 1$. Усилия $S_i^{(P)}$ остаются прежними. В результате индукции получим величину смещения:

$$\delta_A = 2Pka^2(7 + 24k + 8k^2) / (hEF).$$

Смещение опоры от действия сосредоточенной силы в середине пролета имеет вид:

$$\delta_A = 2Pka^2(k + 2 - 2(-1)^k) / (hEF).$$

Заключение. Рассмотрена новая схема внешне статически неопределимой фермы, обнаруживающей при некотором числе панелей кинематическую изменяемость. Методами кинематики найдена картина распределения возможных скоростей. Предложен критерий неуравновешенной цепи для выявления случая кинематического вырождения фермы. Получено простое аналитическое решение задачи о прогибе и смещении подвижной опоры при произвольном числе панелей. Полиномы по числу панелей, входящие в решение, имеют четвертый порядок. Выведенные формулы для деформаций и усилий в характерных стержнях могут служить для проверки численных решений и применяться для предварительной оценки проектируемого сооружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 22-21-00473.

Библиографический список

1. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle // *Applied Mathematical Sciences*. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com<http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211> (date of application: 17.06.2020).
2. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 // *Proceedings*. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.
3. Galileev S.M., Matrosov A. V. Method of initial functions: Stable algorithms in the analysis of thick laminated composite structures // *Composite Structures*. 1997. 39(3–4). Pp. 255–262. doi:10.1016/S0263-8223(97)00108-6.
4. Matrosov A. V. Computational Peculiarities of the Method of Initial Functions // *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. 2019. 11619 LNCS. Pp. 37–51. doi:10.1007/978-3-030-24289-3_4.
5. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods. 2020. 290. doi:10.1007/978-3-030-45549-1. URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-45549-1> (date of application: 11.03.2022).
6. Kaveh A., Hosseini S.M., Zaerrega A. Size, Layout, and Topology Optimization of Skeletal Structures Using Plasma Generation Optimization // *Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering* 2020 45:2. 2020. 45(2). Pp. 513–543. doi:10.1007/S40996-020-00527-1. URL: <https://link.springer.com/article/10.1007/s40996-020-00527-1> (date of application: 4.03.2022).
7. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids — The hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
8. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
9. Kirsanov M. *Planar Trusses: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2019. 206 p.
10. Kirsanov M. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020. 178 p.
11. Ilyushin A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame // *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). Pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.
12. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №2 (29). С. 29–37.
13. Овсянникова В.М. Зависимость деформаций балочной фермы трапецевидной формы от числа панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2020. №3 (26). С.13-20.
14. Овсянникова В.М. Зависимость прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы от числа панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2020. №4 (27). С. 16-25.

15. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Volume 91 Article No 9104. doi: 10.18720/CUBS.91.4
16. Петренко В.Ф. Оценка собственной частоты двухпролётной фермы с учетом жесткости опор // Строительная механика и конструкции. 2021. №4(31). С.16-25. DOI 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
17. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
18. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
19. Воробьев О.В. О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // Строительная механика и конструкции. 2020. № 1 (24). С. 25-38.

References

1. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. Applied Mathematical Sciences. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.comhttp://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 06/17/2020).
2. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.
3. Galileev S.M., Matrosov A.V. Method of initial functions: Stable algorithms in the analysis of thick laminated composite structures. Composite Structures. 1997. 39(3–4). pp. 255–262. doi:10.1016/S0263-8223(97)00108-6.
4. Matrosov A. V. Computational Peculiarities of the Method of Initial Functions. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2019. 11619 LNCs. pp. 37–51. doi:10.1007/978-3-030-24289-3_4.
5. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods. 2020. 290. doi:10.1007/978-3-030-45549-1. URL: http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-45549-1 (date of application: 03/11/2022).
6. Kaveh A., Hosseini S.M., Zaerreza A. Size, Layout, and Topology Optimization of Skeletal Structures Using Plasma Generation Optimization. Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering 2020 45:2. 2020.45(2). pp. 513–543. doi:10.1007/S40996-020-00527-1. URL: https://link.springer.com/article/10.1007/s40996-020-00527-1 (date of application: 03/04/2022).
7. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005.85(9). pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
8. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006.54(4). pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
9. Kirsanov M. Planar Trusses: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2019. 206 p.
10. Kirsanov M. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020. 178 p.

11. Ilyushin A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame. *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.
12. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2021. No. 2 (29). pp. 29–37.
13. Ovsyannikova V.M. Dependence of deformations of a trapezoidal beam truss on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 3 (26). pp.13-20.
14. Ovsyannikova V.M. Dependence of the deflection of a flat outwardly statically indeterminate truss on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 4 (27). pp. 16-25.
15. Kirsanov, M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss; 2020; Construction of Unique Buildings and Structures; Volume 91 Article No 9104. doi: 10.18720/CUBS.91.4
16. Petrenko V.F. Evaluation of the natural frequency of a two-span truss, taking into account the rigidity of the supports . *Structural mechanics and structures*. 2021. No. 4 (31). pp.16-25. DOI 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
17. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. *AlfaBuild*. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
18. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of the first frequency of a plane truss./ *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020 Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
19. Vorobyov O.V. On methods for obtaining an analytical solution for the problem of natural frequencies of hinged structures. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 1 (24). pp. 25-38

FORMULAS FOR CALCULATING DEFORMATIONS OF A PLANAR MULTI - BRACES TRUSS

M. N. Kirsanov

National Research University «MPEI»
Moscow, Russia

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

A new scheme of a planar externally statically indeterminate truss with a rectilinear lower belt and multiple braces is considered. The truss has three supports at the ends. It is shown that with an odd number of panels, the truss is kinematically changeable. A diagram of the possible velocities of the nodes in this case and a static criterion for the degeneration of the structure are given. Analytical dependences of the deflection of the middle span on the number of panels, the size of the truss and the load are derived. Formulas for the forces in the most stretched and compressed rods are obtained. The distribution of forces on the rods of the structure is given. To obtain an analytical solution, an inductive method of generalizing partial solutions to the case of an arbitrary number of panels is used. The deflection is calculated using the Maxwell – Mohr formula. The load evenly distributed over the nodes of the lower belt of the truss and the concentrated load in the middle of the span are considered. Formulas for the magnitude of the horizontal shift of the movable support are obtained. The solution of the system of equilibrium equations of nodes and transformations of the induction method are performed in the symbolic mathematics system Maple. Cubic asymptotics of solutions of the deflection problem are found.

Keywords: truss, deflection, support shift, multiple braces, induction, Maple, asymptotics, unbalanced chain, kinematic variability criterion, Maxwell – Mohr formula

**АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ПРОГИБА ПЛОСКОЙ ШПРЕНГЕЛЬНОЙ
ФЕРМЫ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПАНЕЛЕЙ**Е. В. Комерзан¹, Н. А. Лушнов², Т. С. Осипова³

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Россия, г. Москва

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: + 7(495) 362-77-19; e-mail: KomerzanYV@mpei.ru

²Студент, тел.: + 7 (495) 362-77-19; e-mail: LushnovNA@mpei.ru

³Студент, тел.: + 7 (495) 362-77-19; e-mail: OsipovaTS@mpei.ru

Предлагается схема статически определимой фермы со шпренгельной решёткой регулярного типа с параллельными поясами. Зависимость прогиба середины пролета фермы от величины нагрузки, размеров и числа панелей находится с использованием метода индукции в системе компьютерной математики Maple. Усилия в стержнях определяются методом вырезания узлов. Для нахождения прогиба используется формула Максвелла – Мора. Находится распределение усилий по стержням конструкции. В аналитической форме решается серия задач о прогибе. Общие члены последовательности коэффициентов итоговой формулы определяются из решения линейных однородных рекуррентных уравнений.

Ключевые слова: ферма, прогиб, Maple, индукция, число панелей

Введение

Шпренгельные фермы широко используются в строительстве и машиностроении. В таких фермах устойчивость сжатых стержней повышается за счет уменьшения их расчетных длин. Расчет стержневых конструкций (плоских и пространственных) при проектировании в основном выполняется численно методом конечных элементов [1]–[3]. Известны также аналитические методы с использованием разложений решений в тригонометрические ряды [4]. В справочниках [5], [6] собраны различные схемы статически определимых плоских балочных, рамных и арочных ферм, и приведены формулы для расчета их прогиба при произвольном числе панелей. Решения получены методом индукции обобщением ряда отдельных аналитических решений для ферм с различным числом панелей. Этим же методом получены решения для арочных [7]–[10], решетчатых [11]–[14] и пространственных [15]–[18] ферм. Метод индукции применим и для вывода формулы для нижней оценки первой собственной частоты колебаний фермы по методу Донкерлея [19]–[22]. Для обобщения решений на произвольное число панелей можно использовать системы коммерческих программ компьютерной математики Maple, Wolfram Mathematica или свободно распространяемые программы Sage, Maxima, имеющие в своем составе операторы образования и решения рекуррентных уравнений. Преобразования же и решения алгебраических уравнений равновесия узлов могут быть выполнены в любой системе компьютерной математики (Derive, Reduce и др.).

1. Конструкция фермы и усилия в стержнях

В настоящей работе предлагается схема плоской фермы, не вошедшая в справочники [5], [6]. Одна из опор фермы является подвижным, а другая неподвижным шарниром. Ферма имеет длину пролета $L = 4na$, где n — число панелей, каждая из которых состоит из двух стержней длиной a в нижнем поясе, шести раскосов, одной стойки длиной h и двух стержней длиной a в верхнем поясе. Панели соединены двумя

горизонтальными стержнями верхнего пояса и дополнительной стойкой, соединенной с верхним поясом. Общее число стержней в конструкции, включая три опорных стержня, равно $K = 14n$. Количество шарниров в конструкции: $n_0 = 7n + 3$ (рис. 1). Рассмотрены четыре вида нагрузок, для которых ставится целью вывести аналитические зависимости прогиба от числа панелей.

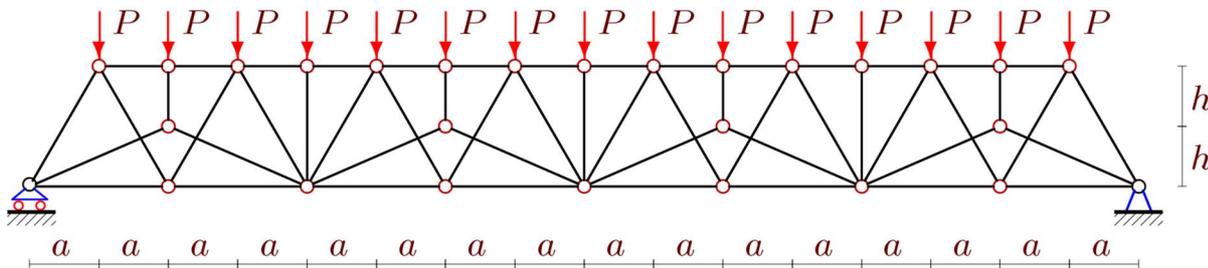


Рис. 1. Ферма. Равномерная нагрузка по узлам верхнего пояса, $n = 4$

2. Расчет усилий

Расчет прогиба конструкции начинается с определения усилий в стержнях. Используется программа, составленная в системе символьной математики Maple. Стержни и узлы фермы нумеруются (рис. 2). Сначала пронумеровывают стержни поясов, затем стержни решетки. В программу вводятся координаты узлов. Начало координат выбирается в левой подвижной опоре. Фрагмент программы на языке системы символьной математики Maple имеет вид:

```
n0:=7*n+3:
```

```
for i to 2*n+1 do x[i]:= 2*a*(i-1): y[i]:=0: end:
```

```
for i to 4*n-1 do x[i+2*n+1]:= a*(i-1)+a: y[i+2*n+1]:=2*h: end:
```

```
for i to n do x[i+6*n]:= 4*a*(i-1)+2*a: y[i+6*n]:=h: end:
```

```
x[n0-2]:=0: y[n0-2]:=-2: x[n0-1]:=x[2*n+1]:y[n0-1]:=-2:
```

```
x[n0]:=x[2*n+1]+2: y[n0]:=0:
```

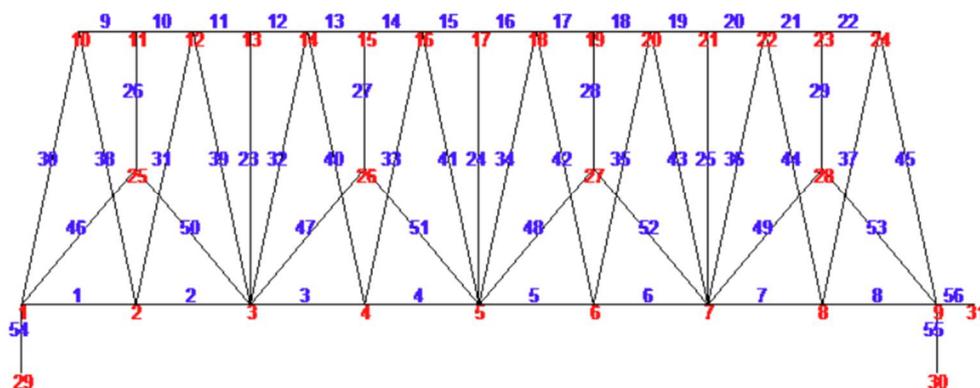


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы, $n = 4$

Схема решетки в программе задается специальными упорядоченными списками $N[i]$ номеров концов соответствующих стержней. Выбор начала и конца стержня не

влияет на величину усилия или его знак. Ввод структуры решетки имеет вид:

```

for i to 4*n-2 do N[i+2*n]:= [i+2*n+1,i+2*n+2]:end:
for i to n-1 do N[i+6*n-2]:= [2*n+4*i+1,2*i+1]:end:
for i to n do
  N[i+7*n-3]:= [i+6*n,4*i+2*n-1]:
  N[i+12*n-3]:= [i+6*n,2*i-1]:
  N[i+13*n-3]:= [i+6*n,2*i+1]:
end:
for i to 2*n do
  N[i]:= [i,i+1]:
  N[i+8*n-3]:= [i,2*i+2*n]:
  N[i+10*n-3]:= [i+1,2*i+2*n]:
end:

```

По данным координат узлов и структуре решетки вычисляются направляющие косинусы усилий, входящие в матрицу системы линейных уравнений равновесия узлов. Решение системы (усилия в стержнях и реакции опор) получается с помощью операторов системы Maple в численной или символьной форме.

По результатам численных расчетов можно построить картину распределения усилий в стержнях фермы. Расчеты произведены при $n = 3$, $a = 3\text{ м}$, $h = 4\text{ м}$. Синим цветом выделены сжатые стержни, красным – растянутые, черным – ненапряженные. Толщина линий пропорциональна модулям усилий в стержнях, отнесенных к силе P . Верхний пояс фермы, как можно заметить из рисунка 3, оказался сжатым, нижний – растянутым.

В случае распределенной нагрузки по нижнему поясу картина распределения усилий имеет похожий вид (рис. 4). Значения усилий в стержнях на рисунке 4 по модулю меньше, чем на рис. 3. Дополнительная шпренгельная решетка не напряжена.

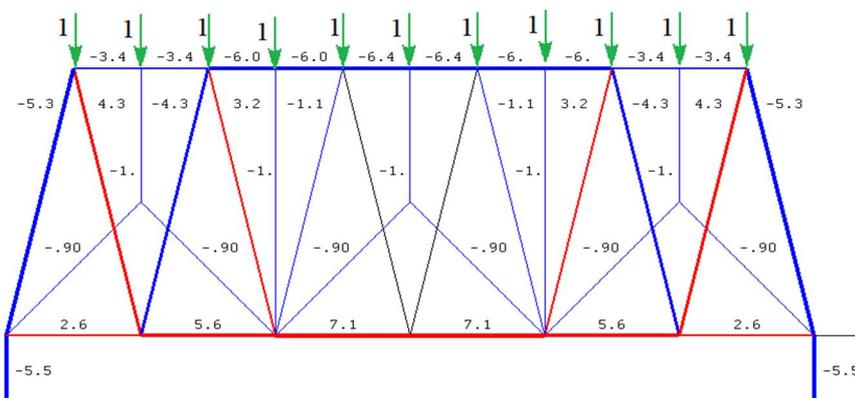


Рис. 3. Нагрузка по верхнему поясу. Распределение усилий в стержнях, $n = 3$

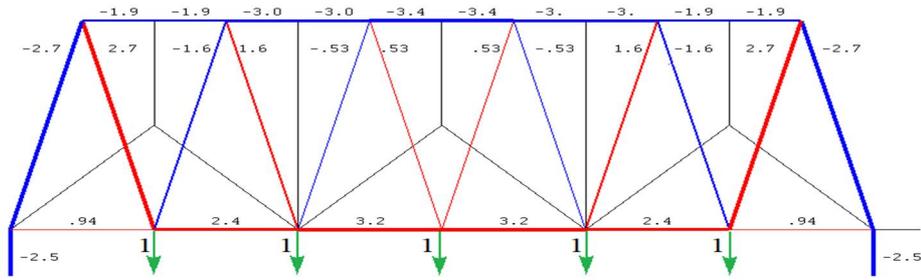


Рис. 4. Нагрузка по нижнему поясу. Распределение усилий в стержнях, $n = 3$

Также рассмотрим случай нагружения срединных узлов (рис. 5).

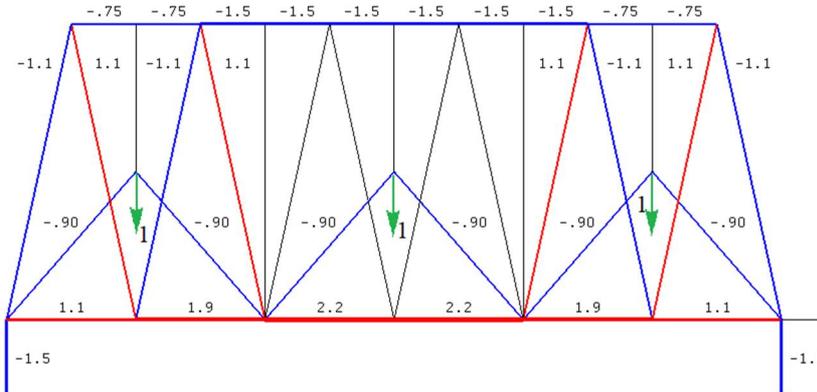


Рис. 5. Нагрузка по узлам в середине решетки. Распределение усилий в стержнях, $n = 3$

Верхний пояс остается сжатым, нижний – растянут. Дополнительные стойки не напряжены. Модули значений усилий также уменьшились.

Таким образом, наибольшие модули значений растяжения и сжатия стержней возникают в ферме при нагружении верхнего пояса.

3. Вычисление прогиба

Прогиб (вертикальное смещение среднего узла в нижнем поясе) определяется по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta = \sum_{k=1}^{K-3} S_k^{(P)} S_k^{(1)} l_k / (EF),$$

где $S_k^{(P)}$ — усилия в стержнях от приложения распределенной нагрузки, $S_k^{(1)}$ — усилие от действия единичной силы, l_k — длина стержня, EF — жесткость стержней.

Расчет ферм с различным числом панелей показывает, что формула для прогиба имеет вид, не зависящий от числа панелей:

$$\Delta = P(C_1 a^3 + C_2 c^3) / EF, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. Коэффициенты $C_1(n)$ и $C_2(n)$ в этой формуле определяются методом индукции.

Рассмотрим случай нагружения верхнего пояса шпренгельной фермы.

Оператор `rgf_findrecur` из специализированного пакета `genfunc` по данным обработки серии решений для 12 ферм дает рекуррентные уравнения:

$$C_1 = 4C_{1,n-1} - 5C_{1,n-2} + 5C_{1,n-3} - 4C_{1,n-5} + C_{1,n-6};$$

$$C_2 = 2C_{2,n-1} - 2C_{2,n-3} + C_{2,n-4}.$$

Приведем фрагмент программы для составления и решения рекуррентных уравнений:

```
Nmax:=12;
S:=seq(C1[i],i=1..Nmax);
Z:=rgf_findrecur(nops([S])/2,[S],t,n);
w:=simplify(rsolve({Z,seq(t(i)=S[i],i=1..nops([S])/2)},t));
```

В переменную **Z** записывается рекуррентное уравнение, **Nmax** — минимальное количество членов анализируемой последовательности. Оператор **simplify** упрощает формулу. С помощью оператора **rsolve** находим решения этих уравнений в виде полиномов четвертого и второго порядка:

$$C_1 = (40n^4 + 14n^2 + 3(-1)^n - 3) / 24. \quad (2)$$

$$C_2 = (4n^2 + (-1)^n - 1) / 8. \quad (3)$$

В случае нагрузки на средний пояс имеем аналогичные зависимости:

$$C_1 = (20n^4 + 34n^2 + 3(-1)^n - 3) / 48,$$

$$C_2 = (2n^2 + (-1)^n - 1) / 16.$$

Точно также находим зависимость для случая распределения нагрузки по нижнему поясу фермы:

$$C_1 = (10n^4 - n^2) / 12,$$

$$C_2 = (n^2) / 4.$$

При действии на ферму одной силы в середине пролета коэффициенты имеют самый простой вид:

$$C_1 = (8n^3 + n) / 12, \quad C_2 = n/4.$$

В последнем примере степени полиномов меньше, чем в случае распределенной нагрузки.

4. Численный пример. Нагружение верхнего пояса

С помощью построения графиков для фермы с длиной пролета $L = 4na = 100\text{м}$ с суммарной нагрузкой на верхний пояс $P_0 = (4n - 1)P$. Проиллюстрируем найденную зависимость прогиба от числа панелей. Обозначим безразмерный прогиб $\Delta' = EF\Delta / (P_0L)$. На рисунке 6 приведены три кривые, построенные по решению (1) с коэффициентами (2) и (3) для случая нагружения верхнего пояса.

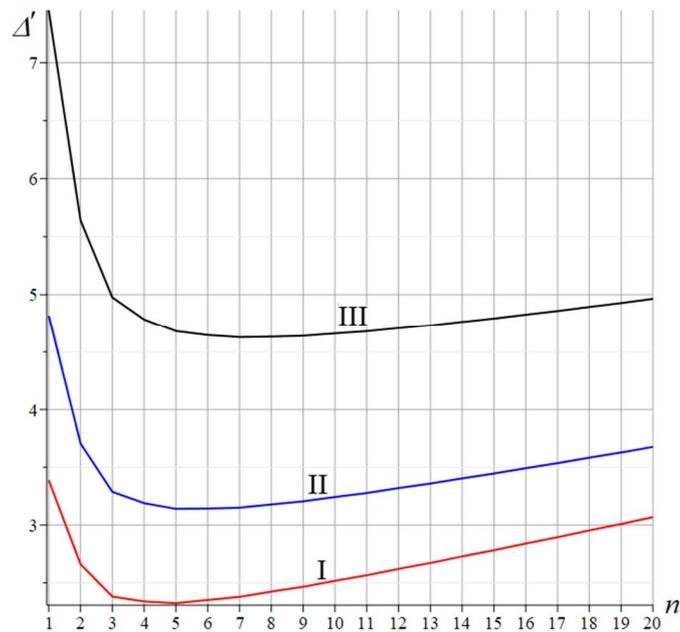


Рис. 6. Зависимость прогиба от числа панелей. $L = 60\text{ м}$, I — $h = 6\text{ м}$; II — $h = 5\text{ м}$; III — $h = 4\text{ м}$

Прослеживаются асимптоты кривых. Тангенс угла наклона асимптот можно найти с помощью вычисления предела в системе Maple:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta' / n = h / L.$$

При малых n (начало графика) прогиб уменьшается, затем достаточно медленно растёт. Анализируя полученные зависимости, заметим что при $h = 6\text{ м}$ и количестве панелей равном пяти кривая прогиба I имеет явный минимум. С уменьшением высоты h экстремум сглаживается, а точка минимума немного смещается в сторону больших порядков фермы.

Заключение

Рассмотрена схема статически определимой плоской регулярной фермы с шпренгельной решёткой. Методом индукции получены формулы зависимости прогиба от числа панелей для четырех видов нагрузки. Построены распределения усилий по стержням решетки. Показано, что зависимости прогиба от числа панелей имеют наклонные асимптоты, углы наклона которых вычисляются.

Примененный в решении поставленной задачи алгоритм вывода формул может быть использован и в других аналогичных фермах регулярной структуры.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 22-21-00473.

Библиографический список

1. Feng L.J., Wu L.Z., Yu G.C. An Hourglass truss lattice structure and its mechanical performances // Materials & Design. 2016. (99). С. 581–591. DOI:10.1016/J.MATDES.2016.03.100.
2. O'Masta M.R., Dong L., St-Pierre L., Wadley H.N.G., Deshpande V.S. The fracture toughness of octet-truss lattices // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2017. (98). С. 271–289. DOI:10.1016/J.JMPS.2016.09.009.
3. Itam Z., Beddu S., Mohd Kamal N.L., Bамашмос K.H. Finite Element Analysis of the

- Maximum Stress at the Joints of the Transmission Tower // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. 2016. № 1(32). DOI:10.1088/1755-1315/32/1/012044.
4. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings. 2015. С. 382–385. DOI:10.1109/SCP.2015.7342169.
 5. Kirsanov M. Planar Trusses: Schemes and Formulas. Newcastle upon Tyne, GB: Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library, 2019.
 6. Kirsanov M. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Newcastle upon Tyne, GB: Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library, 2020.
 7. Kirsanov M.N., Astahov S. V. Mathematical model of the industrial facility’s roof arch // Architecture and Engineering. 2017. № 2(2). С. 8–14. DOI:10.23968/2500-0055-2017-2-2-8-14.
 8. Kazmiruk I.Y. On the arch truss deformation under the action of lateral load // Science Almanac. 2016. № 3–3(17). С. 75–78. DOI:10.17117/na.2016.03.03.075.
 9. Voropay, R., Domanov E. Analytical solution of the problem of shifting a movable support of a truss of arch type in the Maple system // Postulat. 2019. (1).
 10. Rakhmatulina, A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels // Science Almanac. 2017. № 2–3(28). С. 268–271. DOI:10.17117/na.2017.02.03.268.
 11. Kirsanov M.N. The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the “Molodechno” truss with an arbitrary number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2016. № 1(61). С. 33–41. DOI:10.5862/MCE.61.4.
 12. Kirsanov M.N. Analytical calculation of deflection of a planar truss with a triple lattice // Magazine of Civil Engineering. 2021. № 2(102). DOI:10.34910/MCE.102.11.
 13. Kirsanov M.N. Analytical calculation of the frame with an arbitrary number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2018. № 6(82). С. 127–135. DOI:10.18720/MCE.82.12.
 14. Kirsanov M.N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2018. № 5(81). С. 174–182. DOI:10.18720/MCE.81.17.
 15. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 53(1). С. 32–38. DOI:10.5862/MCE.53.4.
 16. Kirsanov M. Model of a spatial dome cover. Deformations and oscillation frequency // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. № 9904(99). DOI:10.4123/CUBS.99.4.
 17. Kirsanov M. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. (95). С. 9501. DOI:10.4123/CUBS.95.1.
 18. Kirsanov M., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System // TransSiberia 2021: International Scientific Siberian Transport Forum TransSiberia - 2021. 2022. (403). С. 1196–1203. DOI:10.1007/978-3-030-96383-5_133.
 19. Kirsanov M., Maslov A. Estimation of the Natural Vibration Frequency of a Triangular Mast // AlfaBuild. 2021. № 1704(17). DOI:10.34910/ALF.17.4.
 20. Kirsanov M.N. Analytical assessment of the frequency of natural vibrations of a truss with an arbitrary number of panels // Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2020. № 5(16). С. 351–360. DOI:10.22363/1815-5235-

2020-16-5-351-360.

21. Kirsanov M. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. № 9805(98). DOI:10.4123/CUBS.98.5.
22. Petrenko V.F. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. 2021. № 20. C. 2001. DOI:10.34910/ALF.20.1.

References

1. Feng L.J., Wu L.Z., Yu G.C. An Hourglass truss lattice structure and its mechanical performances. *Materials & Design*. 2016. (99). Pp. 581–591. DOI:10.1016/J.MATDES.2016.03.100.
2. O’Masta M.R., Dong L., St-Pierre L., Wadley H.N.G., Deshpande V.S. The fracture toughness of octet-truss lattices. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2017. (98). Pp. 271–289. DOI:10.1016/J.JMPS.2016.09.009.
3. Itam Z., Beddu S., Mohd Kamal N.L., Bamashmos K.H. Finite Element Analysis of the Maximum Stress at the Joints of the Transmission Tower. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2016. № 1(32). DOI:10.1088/1755-1315/32/1/012044.
4. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings. 2015. Pp. 382–385. DOI:10.1109/SCP.2015.7342169.
5. Kirsanov M. *Planar Trusses: Schemes and Formulas*. Newcastle upon Tyne, GB: Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library, 2019.
6. Kirsanov M. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Newcastle upon Tyne, GB: Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library, 2020.
7. Kirsanov M.N., Astahov S. V. Mathematical model of the industrial facility’s roof arch. *Architecture and Engineering*. 2017. № 2(2). Pp. 8–14. DOI:10.23968/2500-0055-2017-2-2-8-14.
8. Kazmiruk I.Y. On the arch truss deformation under the action of lateral load. *Science Almanac*. 2016. № 3–3(17). Pp. 75–78. DOI:10.17117/na.2016.03.03.075.
9. Voropay, R., Domanov E. Analytical solution of the problem of shifting a movable support of a truss of arch type in the Maple system. *Postulat*. 2019. (1).
10. Rakhmatulina, A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels. *Science Almanac*. 2017. № 2–3(28). Pp. 268–271. DOI:10.17117/na.2017.02.03.268.
11. Kirsanov M.N. The exact formulas for calculating deflection and forces in the rods of the “Molodechno” truss with an arbitrary number of panels. *Magazine of Civil Engineering*. 2016. № 1(61). Pp. 33–41. DOI:10.5862/MCE.61.4.
12. Kirsanov M.N. Analytical calculation of deflection of a planar truss with a triple lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2021. № 2(102). DOI:10.34910/MCE.102.11.
13. Kirsanov M.N. Analytical calculation of the frame with an arbitrary number of panels. *Magazine of Civil Engineering*. 2018. № 6(82). Pp. 127–135. DOI:10.18720/MCE.82.12.
14. Kirsanov M.N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels. *Magazine of Civil Engineering*. 2018. № 5(81). Pp. 174–182. DOI:10.18720/MCE.81.17.
15. Kirsanov M.N. Analysis of the deflection of the truss of a rectangular spatial pavement. *Magazine of Civil Engineering*. 2015. No. 53(1). Pp. 32–

38. DOI:10.5862/MCE.53.4.
16. Kirsanov M. Model of a spatial dome cover. Deformations and oscillation frequency. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. № 9904(99). DOI:10.4123/CUBS.99.4.
 17. Kirsanov M. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. (95). Pp. 9501. DOI:10.4123/CUBS.95.1.
 18. Kirsanov M., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System. TransSiberia 2021: International Scientific Siberian Transport Forum TransSiberia - 2021. 2022. (403). Pp. 1196–1203. DOI:10.1007/978-3-030-96383-5_133.
 19. Kirsanov M., Maslov A. Estimation of the Natural Vibration Frequency of a Triangular Mast. AlfaBuild. 2021. № 1704(17). DOI:10.34910/ALF.17.4.
 20. Kirsanov M.N. Analytical assessment of the frequency of natural vibrations of a truss with an arbitrary number of panels. Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings. 2020. № 5(16). Pp. 351–360. DOI:10.22363/1815-5235-2020-16-5-351-360.
 21. Kirsanov M. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. № 9805(98). DOI:10.4123/CUBS.98.5.
 22. Petrenko V.F. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. № 20. Pp. 2001. DOI:10.34910/ALF.20.1.

ANALYTICAL CALCULATION OF THE DEFLECTION OF A PLANAR TRUSS WITH AN ARBITRARY NUMBER OF PANELS

E. V. Komerzan¹, N. A. Lushnov², T. S. Osipova³

National Research University “MPEI”
Russia, Moscow

¹PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: + 7(495)362-77-19; e-mail: KomerzanYV@mpei.ru

²Student, tel.: + 7 (495) 362-77-19; e-mail: LushnovNA@mpei.ru

³Student, tel.: + 7 (495) 362-77-19; e-mail: OsipovaTS@mpei.ru

A scheme of a statically determined truss with a regular-type trussed lattice with parallel chords is proposed. The dependence of the deflection of the mid-span of the truss on the magnitude of the load, the size and number of panels is found using the induction method in the Maple computer mathematics system. The forces in the rods are determined by the method of cutting nodes. To find the deflection, the Maxwell-Mohr formula is used. The distribution of forces over the structure rods is found. A series of deflection problems is solved in analytical form. The general terms of the sequence of coefficients of the final formula are determined from the solution of linear homogeneous recursive equations.

Keywords: truss, deflection, Maple, induction, number of panels

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ
ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ АГРЕССИВНОЙ
ВОДОРОДСОДЕРЖАЩЕЙ СРЕДЫ

А. А. Трещев¹, В. О. Кузнецова²

Тульский государственный университет^{1,2}

Россия, г. Тула

¹Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

²Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций,
тел.: +7(920)759-52-80, e-mail: kuznecova_violetta@mail.ru

Механизмы водородного охрупчивания и деградации свойств конструкционных материалов изучены недостаточно глубоко, в частности, это относится к титановым сплавам. Ниже отмечается важность решения проблемы прогнозирования поведения нагруженных металлических конструкций с учетом влияния водородного охрупчивания. Рассмотрена модельная задача по исследованию напряженно-деформированного состояния цилиндрической оболочки, нагруженной внешним давлением и подвергающейся водородному охрупчиванию, в форме воздействия агрессивной среды различной концентрации на внутреннюю поверхность оболочки. Материал оболочки является нелинейно деформируемым с жесткостными свойствами, зависящими от концентрации водорода в конкретной точке. Используются модифицированные определяющие соотношения для начально изотропных разносопротивляющихся материалов, сформулированные на основе подхода, связанного с нормированными пространствами напряжений. Получены уравнения нелинейного деформирования оболочки с учетом влияния водорода и при больших прогибах. Для решения дифференциальных уравнений применена конечно-разностная аппроксимация повышенной точности в сочетании с двухшаговым методом последовательных возмущений параметров. Приводятся эпюры перемещений и напряжений по длине оболочки, а также эпюры концентрации водорода и напряжений по толщине оболочки, рассчитанные авторами в специально разработанном программном обеспечении.

Ключевые слова: агрессивная эксплуатационная среда, водородное охрупчивание, диффузия, цилиндрическая оболочка, конечно-разностная аппроксимация, начальная изотропия, разносопротивляемость.

Введение

Титан и его сплавы относятся к числу важнейших современных материалов, широко применяемых в строительстве специальных объектов, атомной энергетике, химической промышленности, в судостроении и других наукоемких отраслях жизнедеятельности человека. Водород при взаимодействии с титановыми сплавами может изменять их свойства как в положительную, так и в отрицательную стороны. Негативное действие водорода проявляется преимущественно в виде явления водородного охрупчивания, характеризующегося резким снижением жесткостных и прочностных свойств титановых сплавов при повышении уровня водорода в теле конструкции [1].

В мировой научной и инженерной практике хорошо известно явление водородной хрупкости – водородного охрупчивания. В настоящее время под этими терминами понимаются все формы отрицательного влияния процесса наводороживания на эксплуатационные характеристики металлов и сплавов [2]. Даже относительно небольшая концентрация водорода [3] для ряда сплавов может стать причиной заметного изменения их механических и физико-химических свойств в отрицательную сторону и стать причиной возникновения эффекта наведенной разнсопротивляемости, существенно меняющей механику работы материала.

В наибольшей степени подвержены водородному охрупчиванию α -сплавы (BT1-0, BT5 и др.) и псевдо- α -сплавы (OT4, BT4, BT18 и др.) [5]. Применительно к титановым сплавам влияние водородной хрупкости проявляется в основном в сильном снижении длительной прочности, пластичности, ударной вязкости и выносливости. Уменьшение способности титана к деформированию обусловлено образованием достаточно хрупких гидридов на основных плоскостях скольжения и двойникования и, как следствие, малой растворимостью водорода в α -фазе при комнатных температурах [4, 5]. В результате происходит уменьшение надежности конструкций и деталей, что часто приводит к их преждевременному выходу из строя. Причем основная опасность водородной хрупкости заключается в том, что разрушение, вызванное водородом в основном происходит внезапно, что может приводить к серьезным авариям и экономическим потерям.

Цилиндрические оболочки, изготовленные из сплавов титана, в виде конструктивных элементов различных систем коммуникаций, систем, работающих с морской водой, турбинных установок, двигательных комплексов незаменимы в химической, нефтехимической, судостроительной, медицинской и многих других отраслях современной промышленности. Подобные элементы конструкций активно взаимодействуют с агрессивными водородсодержащими средами, а их высокая стоимость компенсируется высокими эксплуатационными показателями и высокой долговечностью.

Разрушение деталей из титана и его сплавов происходит в том числе при совместном воздействии механических нагрузок и агрессивной среды, представляющем собой целый комплекс физико-химических процессов, происходящих на поверхности и в объеме исследуемого объекта [6].

Таким образом, можно заключить, что задача об усовершенствовании моделей расчета оболочечных конструктивных элементов из титановых сплавов с учетом воздействия агрессивной водородсодержащей среды, эффекта наведенной разнсопротивляемости, учетом больших прогибов является актуальной и важной задачей современной строительной механики.

В представленной статье рассматривается построение математической модели деформирования цилиндрической оболочки под воздействием на ее внешнюю поверхность равномерно распределенного давления, а также агрессивной водородсодержащей среды на внутреннюю поверхность. Эта модель, очевидно, предоставляет более точную информацию о напряженно-деформированном состоянии конструкции за счет учета «усложненных» свойств [7, 11], по сравнению с существующими теоретическими моделями [6, 8 – 10].

Постановка задачи

Рассматривается равновесие тонкостенной цилиндрической оболочки кругового сечения из α -сплава титана BT1-0 (см. рис. 1). Оболочка жестко закреплена по торцам цилиндра, и имеет следующие геометрические параметры: длина вдоль образующей $L=4$ м, радиус $R=0,6$ м (расстояние до срединной поверхности оболочки от центра кривизны), толщина оболочки принята равной $h=0,05$ м. Внешнее давление принималось в интервале $q = 0 \dots 28$ МПа. Параметры Ляме для срединной поверхности и главные кривизны оболочки принимались следующими:

$$A = 1; \quad B = R; \quad k_1 = 0; \quad k_2 = R^{-1}.$$

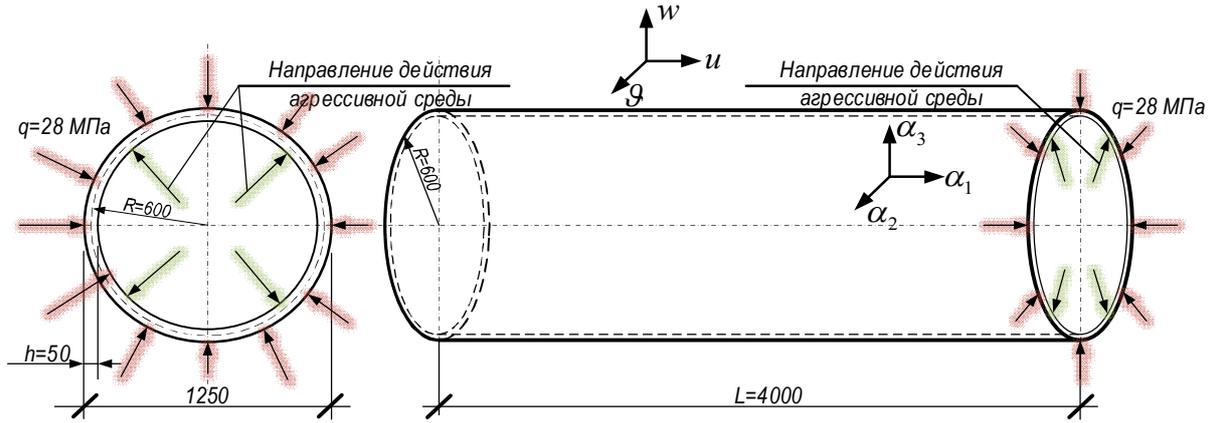


Рис. 1. Схема модельной задачи для цилиндрической оболочки

Для определения положения произвольной точки на срединной поверхности используем пару Гауссовых координат α_1 и α_2 . Для описания перемещений произвольной точки тела цилиндрической оболочки введем триаду u, φ, w (рис. 1), где u – перемещения вдоль оси образующей оболочки, φ – окружные (круговые) перемещения, w – радиальные перемещения, соответствующие понятию прогиба для рассматриваемой оболочки.

Ряд вычислительных экспериментов и теоретические исследования, проведенные авторами работ [7, 11, 12], показали, что наиболее эффективными уравнениями состояния для определения механики деформирования конструктивных элементов из титановых сплавов с учетом наведенной неоднородности, вызванной диффузионными процессами водорода, меняющейся в зависимости от концентрации агрессивной среды в точке, можно получить из потенциала деформаций вида [7, 11, 12]:

$$W_1 = (A_e(\lambda) + B_e(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_e(\lambda) + D_e(\lambda)\xi + E_e(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2 + \\ + [(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_p(\lambda) + D_p(\lambda)\xi + E_p(\lambda)\eta\cos 3\varphi)\tau^2]^n, \quad (1)$$

где $A_e(\lambda), B_e(\lambda), \dots, A_p(\lambda), B_p(\lambda), \dots$ – материальные функции квазилинейной и нелинейной частей кинетического потенциала, зависящие от концентрации водорода.

Математическая модель формулируется на основе идей, выдвинутых в работах [11, 13]. При этом напряженное состояние изотропного материала с приобретенными в процессе силового нагружения свойствами разнсопротивляемости и неоднородности определяется в нормированном векторном пространстве, связанном с октаэдрической площадкой напряжений. Вектор полного напряжения на октаэдрической площадке S_0 полностью задается модулем $|S_0|$ и углами, ориентирующими этот вектор в пространстве, привязанном к октаэдрической площадке ψ и φ :

$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}; \quad \xi = \cos\psi = \sigma / S_0; \quad \eta = \sin\psi = \tau / S_0; \quad \cos 3\varphi = \sqrt{2} \det(S_{ij}) / \tau^3,$$

где $\sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3$ – октаэдрическое нормальное напряжение; $\tau = (S_{ij}S_{ij}/3)^{1/2}$ – октаэдрическое касательное напряжение; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ – девиатор тензора напряжений, $i, j = (1, 2, 3)$; δ_{ij} – символ Кронекера.

Функции, описывающие механические свойства технически чистого титанового сплава ВТ1-0, рассчитаны при помощи интерполяции коэффициентов при фиксированном уровне водородонасыщения λ (где λ – концентрация агрессивной среды – процент содержания водорода в среде). Для сплава ВТ1-0 согласно экспериментальным данным [14, 15] эти материальные функции можно определить следующим образом [7, 11]:

$$\begin{aligned}
V_{ek}(\lambda) &= e_{0k} + e_{1k} \cdot \lambda + e_{2k} \cdot \lambda^2; \quad V_{pk}(\lambda) = p_{0k} + p_{1k} \cdot (p_{2k})^\lambda; \\
A_e(\lambda) &= V_{e1}(\lambda); \quad B_e(\lambda) = V_{e3}(\lambda); \quad C_e(\lambda) = V_{e2}(\lambda); \quad D_e(\lambda) = V_{e4}(\lambda); \quad E_e(\lambda) = V_{e5}(\lambda); \\
A_p(\lambda) &= V_{p1}(\lambda); \quad B_p(\lambda) = V_{p3}(\lambda); \quad C_p(\lambda) = V_{p2}(\lambda); \quad D_p(\lambda) = V_{p4}(\lambda); \quad E_p(\lambda) = V_{p5}(\lambda),
\end{aligned} \tag{2}$$

где e_{ik}, p_{ik} – коэффициенты полиномов $i = 0 \dots 2; k = 1 \dots 5$.

Зависимости между компонентами тензоров деформаций и напряжений могут быть определены согласно формулам Кастильяно:

$$\gamma_{ij} = \frac{\partial W_1}{\partial \tau_{ij}}; \quad e_{kk} = \frac{\partial W_1}{\partial \sigma_{kk}}; \quad (i, j, k = 1, 2, 3, i \neq j). \tag{3}$$

Построение более простых и упрощенных определяющих соотношений, учитывающих влияние водородсодержащей среды на механические характеристики титановых сплавов, и использование их при расчете элементов конструкций подробно было рассмотрено в работах научной школы И.Г. Овчинникова [6, 8 – 10], в которых был решен ряд прикладных задач, в том числе и для цилиндрических оболочек [10]. Однако, как показали проведенные в работах [7, 11] исследования, выполненные в том числе для развития теории И.Г. Овчинникова, потенциальные соотношения вида (1) обладают существенно более совершенным аппаратом учета механизма влияния вида напряженного состояния на механические характеристики материалов в самом широком диапазоне их изменения.

Согласно методике, разработанной в [7, 11, 13], для вычисления констант потенциала W_1 (1) зависимости между главными деформациями и напряжениями могут быть представлены в виде:

$$\varepsilon_1^\pm = P_1^\pm \sigma_1^\pm + T_1^\pm (\sigma_1^\pm)^m \quad (l = 1, 2, 3), \tag{4}$$

где $m = 2n - 1$; P_1^\pm, T_1^\pm – константы, вычисляемые по экспериментальным диаграммам одноосного растяжения (верхние индексы «плюс») и одноосного сжатия (верхние индексы «минус»). Используя зависимости между деформациями и напряжениями (3) и (4) и пренебрегая величинами параметров третьего порядка, получены зависимости механических характеристик для потенциала вида W_1 . Конкретные значения для констант с более подробным описанием процесса их вычисления представлены в работах [7, 11].

Математическая модель

В представленном тестовом исследовании рассматривались элементы конструкций, выполненные из титанового сплава ВТ1-0. Экспериментально установленные диаграммы деформирования для этого сплава при испытании на одноосное растяжение и сжатие в зависимости от процентного содержания равновесной концентрации молекулярного водорода λ (0; 0,01; 0,03) в испытуемых образцах заимствованы из работ Т.Я. Гервица [14], которые приведены на рис. 2. Экспериментально установлено [14], что наводороживание никоим образом не влияет на деформационные свойства сплава в случае отсутствия растягивающих напряжений в любом виде. Влияние на эти свойства сказывается только в тех случаях, когда в испытуемом образце реализуются растягивающие напряжения в сочетании с любыми (любыми нормальными и касательными), возникающими в других направлениях. Диаграммы осевого растяжения представлены в осях универсальных инвариантов – «интенсивность напряжений σ_i и интенсивность деформаций ε_i », причем они явно демонстрируют снижение сопротивления деформированию с повышением уровня содержания водорода, сопровождающее явление водородной хрупкости. Следует заметить, что характер деформирования образцов титана ВТ1-0 в экспериментальных исследованиях позволяет вычислять материальные функции (2) для значений λ , превышающих приведенные на рис. 2.

Для оценки поведения цилиндрической оболочки при больших прогибах в соответствии с гипотезами Кирхгофа–Лява и Кармана геометрические соотношения для срединной поверхности представляются в виде:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5\theta_1^2; \quad \varepsilon_2 = \vartheta_{,2} + k_2 w + 0,5\theta_2^2; \quad \gamma_{12} = \vartheta_{,1} + u_{,2} + \theta_1 \theta_2; \quad (5)$$

$$\theta_1 = -w_{,1}; \quad \theta_2 = -w_{,2} + k_2 \vartheta, \quad (6)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – осевые относительные деформации, γ_{12} – сдвиговые деформации, в срединной поверхности; θ_1, θ_2 – углы поворота нормали к средней поверхности.

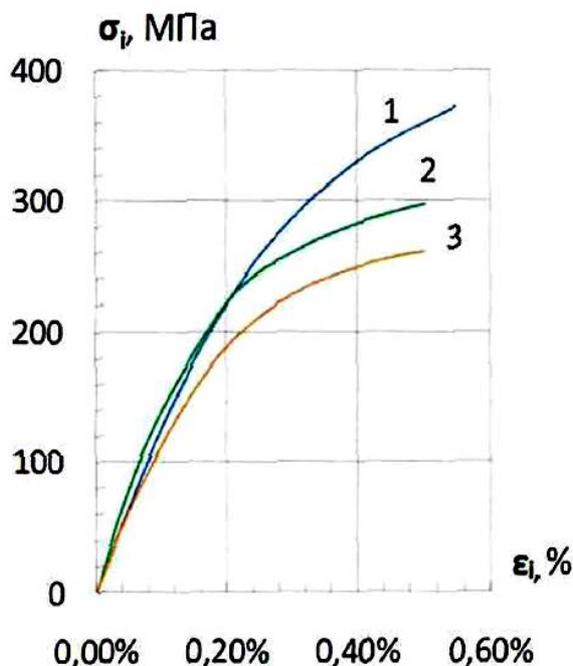


Рис. 2. Диаграмма одноосного растяжения сплава ВТ1-0 при различном содержании водорода, согласно экспериментальным данным [14]: 1 - исходное состояние; 2 - при насыщении 0,01%; 3 - при насыщении 0,03%

Зависимости составляющих изгибных деформаций (изменения кривизны и кручение) срединной поверхности в зависимости от перемещений определяются традиционным образом:

$$\chi_1 = -w_{,11}; \quad \chi_2 = -w_{,22}; \quad \chi_{12} = -w_{,12} = -w_{,21}, \quad (7)$$

где χ_1, χ_2 – кривизны, χ_{12} – кручение (крутка).

Компоненты тензора деформаций для точек оболочки, отстоящих от срединной поверхности на расстояние α_3 , определяются через величины деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \gamma_{12}$, кривизны χ_1, χ_2 и кручения χ_{12} следующим образом:

$$e_{11} = \varepsilon_1 + \alpha_3 \chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2 + \alpha_3 \chi_2; \quad \gamma_{12} = \gamma + 2\alpha_3 \chi_{12}. \quad (8)$$

Ввиду осевой симметрии рассматриваемой тестовой задачи по силовым и деформационным параметрам, геометрические соотношения (5) – (8) заметно упрощаются:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5(w_{,11})^2; \quad \varepsilon_2 = k_2 w;$$

$$\chi_1 = -w_{,11}; \quad e_{11} = \varepsilon_1 + \alpha_3 \chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2. \quad (9)$$

Кинетические уравнения состояния с использованием зависимостей (1) – (3) с учетом осевой симметрии задачи для удобства запишем в матричной форме:

$$\begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix}, \quad \text{где } [A] = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Здесь компоненты матрицы податливостей $[A]$ являются функциями концентрации водородной среды λ . При этом, обращая в уравнении (10) матрицу $[A]$, получим зависимости напряжений от деформаций:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \end{Bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11}(\lambda) & B_{12}(\lambda) \\ B_{21}(\lambda) & B_{22}(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (11)$$

где $[B] = [A]^{-1}$; $A_{11}(\lambda) = \{2[R_1(\lambda) + 2R_3(\lambda)]/3 + R_2(\lambda)\xi(3 - 2\xi^2)/3 + R_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2)/3 + 4(\sigma_{11} - 2\sigma_{22})/9S_0] + R_5(\lambda)[\eta \cos 3\phi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\phi - \sqrt{2}\sigma_{22}/S_0]\}/3$;
 $A_{12}(\lambda) = \{2[R_1(\lambda) - R_3(\lambda)]/3 + [R_2(\lambda) + R_4(\lambda)/3]\xi + R_5(\lambda)[\cos 3\phi(1 - \eta) - \sqrt{2}\xi]\}/3$;
 $A_{22}(\lambda) = \{2[R_1(\lambda) + 2R_3(\lambda)]/3 + R_2(\lambda)\xi(3 - 2\xi^2)/3 + R_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2) + 4(\sigma_{22} - 2\sigma_{11})/9S_0] + R_5(\lambda)[\eta \cos 3\phi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\phi - \sqrt{2}\sigma_{22}/S_0]\}/3$; $A_{12}(\lambda) = A_{21}(\lambda)$;
 $R_k(\lambda) = L_{ek}(\lambda) + \eta[(A_p(\lambda) + B_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (C_p(\lambda) + D_p(\lambda)\xi + E_p(\lambda)\eta \cos 3\phi)\tau^2]^{n-1}L_{pk}(\lambda)$;
 $L_{m1}(\lambda) = A_m(\lambda)$; $L_{m2}(\lambda) = B_m(\lambda)$; $L_{m3}(\lambda) = C_m(\lambda)$; $L_{m4}(\lambda) = D_m(\lambda)$; $L_{m5}(\lambda) = E_m(\lambda)$,
здесь индексы принимают следующие значения – $m = e, p$; $k = 1 \dots 5$.

Очевидно, что уравнения механики статико-геометрической природы не зависят от постулируемых уравнений состояния, определяющих физическую природу материалов. Поэтому сохраняется справедливость всех основных положений и зависимости геометрически нелинейной теории оболочек, когда усилия и моменты для пологих оболочек, приведенные к срединной поверхности, остаются связанными уравнениями равновесия имеют вид [17]:

$$\begin{aligned} N_{1,1} + S_{,2} + q_1 &= 0; \\ N_{2,2} + S_{,1} + k_2(Q_2 + H_{,1}) + q_2 &= 0; \\ M_{1,1} + H_{,2} - Q_1 - N_1\theta_1 - S\theta_2 &= 0; \\ M_{2,2} + H_{,1} - Q_2 - N_2\theta_2 - S\theta_1 &= 0; \\ Q_{1,1} + Q_{2,2} + k_2N_2 + q_3 &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

где N_k, S – усилия в срединной поверхности оболочки; Q_k – поперечные силы; M_k, H – изгибающие и крутящий моменты; q_m – интенсивности внешней нагрузки по соответствующим направлениям.

Усилия и моменты определяются через напряжения традиционным способом, путем интегрирования соответствующих напряжений по толщине цилиндрической оболочки:

$$\begin{aligned} N_k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{kk} d\alpha_3; \quad M_k = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{kk} \alpha_3 d\alpha_3; \\ Q_k &= \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{3k} d\alpha_3; \quad S = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{12} d\alpha_3; \quad H = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{12} \alpha_3 d\alpha_3. \end{aligned} \quad (13)$$

Осевая симметрия задачи позволяет упростить статические уравнения:

$$N_{1,1} = 0; \quad M_{1,1} - Q_1 - N_1\theta_1 = 0; \quad Q_{1,1} - kN_2 + q = 0. \quad (14)$$

Используя процедуры (13) и вычисляя только значимые силовые факторы через компоненты деформаций, получаем:

$$\begin{aligned} N_1 &= K_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{12}(\lambda)\varepsilon_2 + P_{11}(\lambda)\chi_1; \\ N_2 &= K_{12}(\lambda)\varepsilon_1 + K_{22}(\lambda)\varepsilon_2 + P_{21}(\lambda)\chi_1; \\ M_1 &= P_{11}(\lambda)\varepsilon_1 + P_{12}(\lambda)\varepsilon_2 + D_{11}(\lambda)\chi_1, \end{aligned}$$

где для обозначения жесткостных характеристик оболочки, получаемых интегрированием элементов матрицы $[B] = [B_{ij}(\lambda)]$, по ее толщине введены обозначения:

$$K_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) d\alpha_3; \quad P_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) \alpha_3 d\alpha_3; \quad D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) \alpha_3^2 d\alpha_3. \quad (15)$$

Так как решаемая задача потенциально содержит сразу три вида нелинейности, то для получения решения предлагается прибегнуть к линейризации системы разрешающих уравнений на этапе их построения. Воспользуемся при этом двухшаговым методом последовательных возмущений параметров, предложенным В.В. Петровым с соавторами [16]. Связи деформаций с напряжениями в линейризованной форме представляются следующими выражениями:

$$\delta e_{11} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22}; \quad \delta e_{22} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22}, \quad (16)$$

или обращенные связи напряжений с деформациями:

$$\delta \sigma_{11} = B_{11}(\lambda) \delta e_{11} + B_{12}(\lambda) \delta e_{22}; \quad \delta \sigma_{22} = B_{21}(\lambda) \delta e_{11} + B_{22}(\lambda) \delta e_{22}, \quad (17)$$

$$\text{где } B_{11}(\lambda) = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}; \quad B_{12}(\lambda) = B_{21}(\lambda) = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta}; \quad B_{22}(\lambda) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta}; \quad \Delta_{11} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}}; \quad \Delta_{22} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}};$$

$$\Delta_{12} = \Delta_{21} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}}; \quad \Delta = \Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12} \Delta_{21}.$$

При этом деформации в приращениях запишутся следующим образом:

$$\delta \varepsilon_1 = \delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}; \quad \delta \varepsilon_2 = k_2 \delta w; \quad \delta \chi_1 = -\delta w_{,11}; \\ \delta e_{11} = \delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1} - \alpha_3 \delta w_{,11}; \quad \delta e_{22} = k_2 \delta w.$$

С целью эффективного исключения нелинейности решаемой задачи по зависимости концентрации агрессивной среды от времени, будем полагать, что процесс насыщения цилиндрической оболочки водородом до равновесного состояния уже завершился. Тогда распределение водородсодержащей среды в оболочке можно полагать установившимся (зафиксированным для принятого момента времени) и, следовательно, выражения (16), (17) не будут содержать приращений по величине концентрации [12]. При этом уравнения связи усилий с деформациями срединной поверхности в приращениях преобразуются к виду:

$$\delta N_1 = K_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + K_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + P_{11}(\lambda) \delta \chi_1; \\ \delta N_2 = K_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + K_{22}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + P_{21}(\lambda) \delta \chi_1; \quad (18) \\ \delta M_1 = P_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_1 + P_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_2 + D_{11}(\lambda) \delta \chi_1.$$

Уравнения равновесия (14) в линейризованной форме [16, 17] преобразовываются к виду:

$$\delta N_{1,1} = 0; \quad \delta M_{1,1} - \delta Q_1 + w_{,1} \delta N_1 + N_1 \delta w_{,1} = 0; \\ \delta Q_{1,1} - k_2 \delta N_2 + \delta q = 0. \quad (19)$$

Вследствие осесимметричности поставленной задачи отсутствует горизонтальная сила при не загруженных ею торцах оболочки, следовательно $N_1 = 0$. Отсюда получаем $\delta Q_1 = \delta M_{1,1}$ и два уравнения равновесия. Применяя процедуры (13), (15) к уравнениям (17) и внося результаты в уравнения равновесия (19), приходим к системе двух дифференциальных разрешающих уравнений в линейризованной форме, удобной для применения метода конечных разностей:

$$K_{11}(\lambda)_{,1} (\delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}) + K_{11}(\lambda) (\delta u_{,11} + w_{,11} \delta w_{,1} + w_{,1} \delta w_{,11}) + K_{12}(\lambda)_{,1} k_2 \delta w + \\ + K_{12}(\lambda) k_2 \delta w_{,1} - P_{11}(\lambda)_{,1} \delta w_{,11} - P_{11}(\lambda) \delta w_{,111} = 0, \quad (20)$$

$$P_{11}(\lambda)_{,11} (\delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}) + 2P_{11}(\lambda)_{,1} (\delta u_{,11} + w_{,11} \delta w_{,1} + w_{,1} \delta w_{,11}) + \\ + P_{11}(\lambda) (\delta u_{,111} + w_{,111} \delta w_{,1} + 2w_{,11} \delta w_{,11} + w_{,1} \delta w_{,111}) + P_{12}(\lambda)_{,11} k_2 \delta w + 2P_{12}(\lambda)_{,1} k_2 \delta w_{,1} + \\ + P_{12} k_2 \delta w_{,11} - D_{11}(\lambda)_{,11} \delta w_{,11} - 2D_{11}(\lambda)_{,1} \delta w_{,111} - D_{11}(\lambda) \delta w_{,1111} -$$

$$-k_2(K_{12}(\lambda)(\delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}) + K_{22}(\lambda)k_2 \delta w - P_{12}(\lambda)\delta w_{,11}) + \delta q = 0.$$

Для обеспечения полноты градиентной системы уравнений (20) дополним её граничными условиями в приращениях в соответствии с формулировкой модельной задачи, а конкретно, условиями заземления цилиндра по торцам (с учетом осевой симметрии задачи):

- на торце цилиндра с координатой $L=0$ м: $\delta w = 0$, $\delta w_{,1} = 0$, $\delta u = 0$;
- на торце цилиндра с координатой $L=4$ м: $\delta w = 0$, $\delta w_{,1} = 0$, $\delta u = 0$.

Для химической адсорбции материалом водорода характерен процесс распада водорода на отдельные атомы, которые затем эффективно проникают в толщу материала конструкции, подвергаемой воздействию агрессивной среды [3, 10]. Экспериментальные исследования, результаты которых приведены в работах [14, 15], явно демонстрируют, что для малых перепадов концентрации водорода в среде возможно применение первого закона Фика, который утверждает, что количество вещества, проникающее через сечение, перпендикулярное направлению протекания процесса диффузии, строго пропорционально градиенту концентрации вещества в этом сечении, собственно площади сечения, а также времени протекания процесса диффузии:

$$J = -D \text{grad}(\lambda) = -D \frac{\partial \lambda}{\partial \alpha_3}, \quad (21)$$

здесь D – константа диффузии, α_3 – координата, задающая направление диффузии.

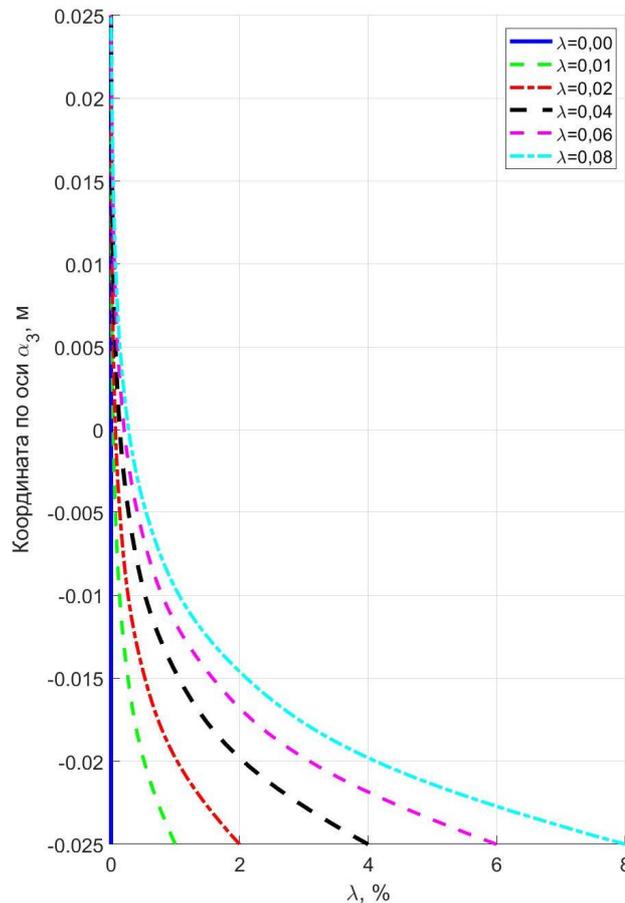


Рис. 3. Установившееся распределение агрессивной среды в оболочке по толщине после фиксации момента времени перед началом действия механического нагружения

В рассматриваемой задаче физически активная среда контактирует с оболочкой только по верхней или нижней поверхности, так что процесс диффузии считаем одномерным.

Для титана и его сплавов концентрация практически не влияет на коэффициент диффузии, поэтому из первого закона Фика (21) вытекает второй закон [18] в виде:

$$\frac{\partial \lambda(\alpha_3, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \lambda(\alpha_3, t)}{\partial \alpha_3^2}, \quad (22)$$

где t – текущее время.

Как видно из выражения (22), скорость протекания процесса диффузии во времени зависит только от константы D . При односторонней диффузии решение уравнения (22) известно и имеет вид:

$$\lambda(\alpha_3, t) = \lambda_1 + (\lambda_2 - \lambda_1) \alpha_3 / h + (2 / \pi) \sum_{i=1}^{\infty} \sin(i \cdot \pi \cdot \alpha_3 / h) \exp(-F_0 \pi^2 i^2) \times \\ \times [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1] / i, \quad (23)$$

где $F_0 = Dt / h^2$ – число Фурье; i – число членов ряда; λ_1 и λ_2 – краевые значения концентрации среды на противоположных поверхностях оболочки; h – толщина оболочки.

Граничные условия для описания процесса диффузии под воздействием среды с внутренней стороны цилиндрической оболочки:

$$\lambda(-h / 2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_1 \quad \lambda(+h / 2, t) = 0 = \lambda_2,$$

где λ_{∞} – равновесная концентрация водородсодержащей среды. Начальные условия для любой точки оболочки принимают вид $\lambda(z, 0) = 0$.

Результаты расчета оболочки

Расчёты производились посредством применения пакета прикладных программ, специально разработанного авторами на основе MATLAB, аналогично работе [12]. На рисунках ниже представлены результаты расчёта цилиндрической оболочки, эксплуатирующейся в агрессивной водородной среде при разной концентрации от 0 до 0,08%, с использованием предложенной авторами модели по схеме, изображенной на рис. 1.

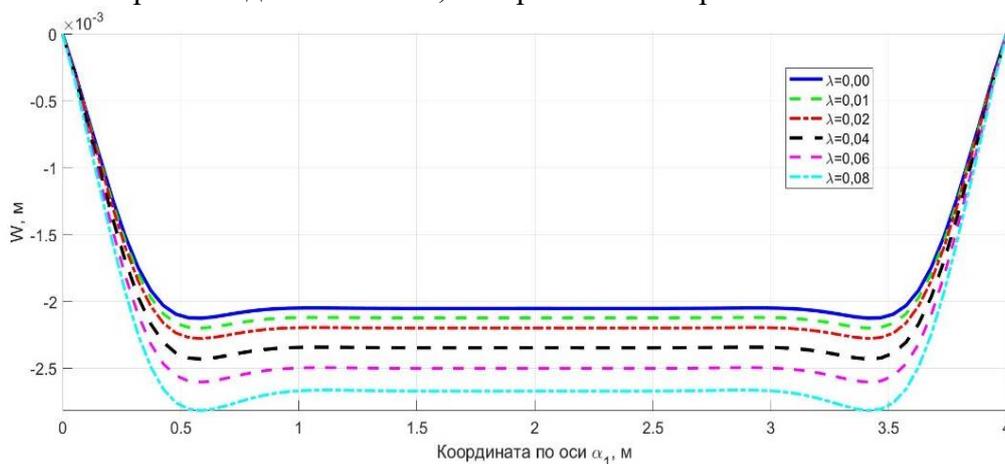


Рис. 4. Прогибы вдоль образующей цилиндра

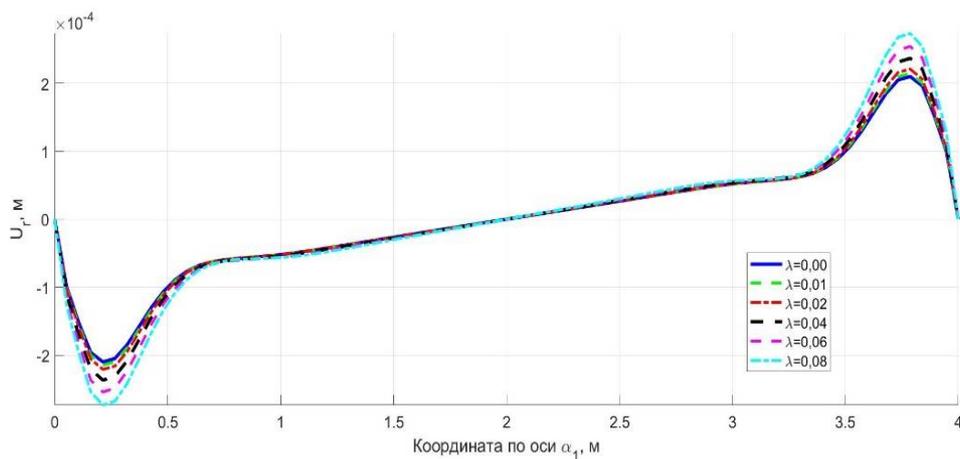


Рис. 5. Горизонтальные перемещения вдоль образующей цилиндра

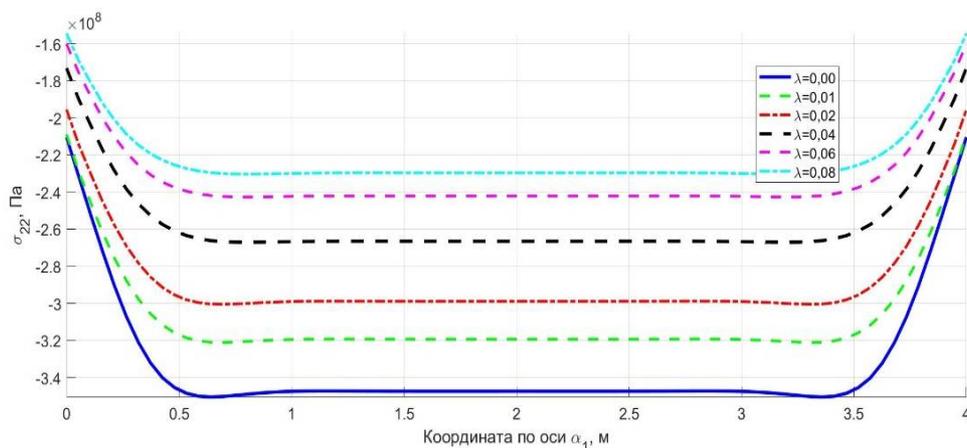


Рис. 6. Напряжения σ_{22} вдоль образующей цилиндра по внутренней поверхности оболочки

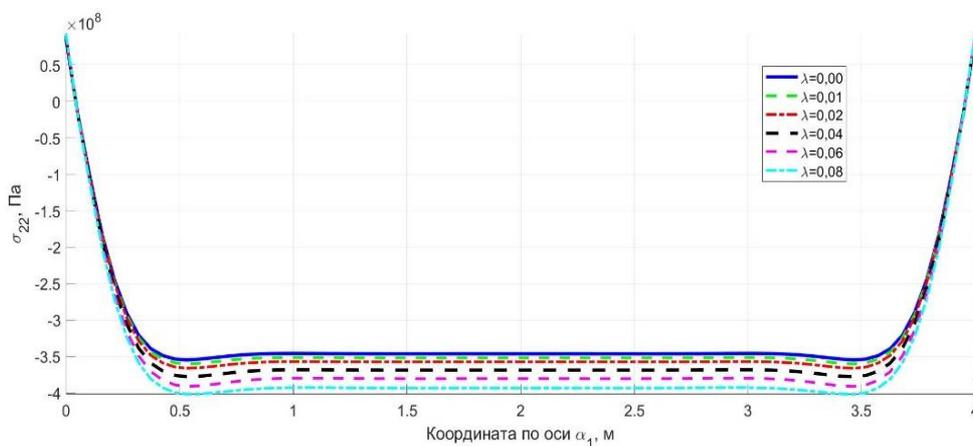


Рис. 7. Напряжения σ_{22} вдоль образующей цилиндра по внешней поверхности оболочки

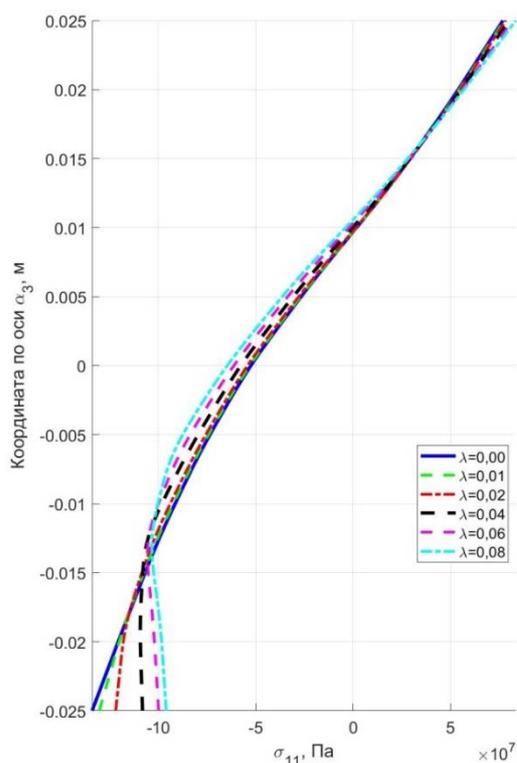


Рис. 8. Напряжения σ_{11} по толщине в точке на закрепленном краю оболочки

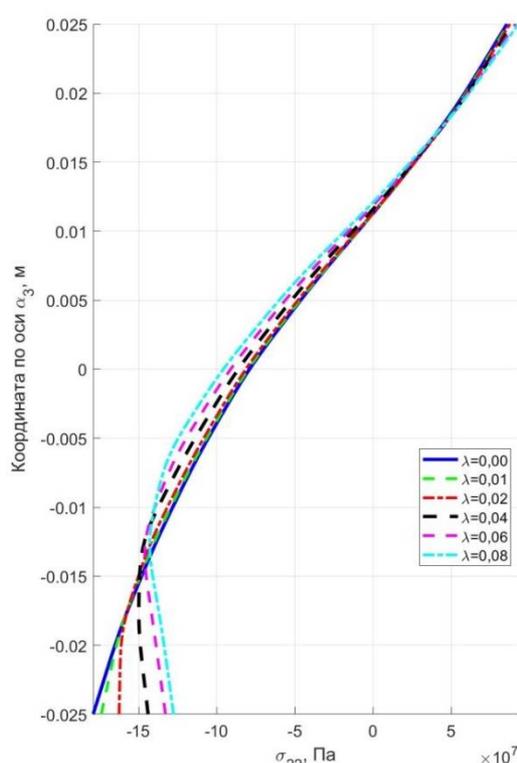


Рис. 9. Напряжения σ_{22} по толщине в точке на закрепленном краю оболочки

Выводы

В результате решения задачи было достоверно установлено, что воздействие водорода приводит к существенному изменению механизма поведения сплава титана ВТ1-0 и, как следствие, к значительному изменению параметров, характеризующих напряженное состояние в оболочечном элементе. Это в свою очередь приводит к различиям в результатах: в растянутых волокнах титана до 65-85% для перемещений, и до 30% для напряжений, по сравнению с исходным состоянием без воздействия водородсодержащей среды. Подход, примененный в настоящей работе, использует достаточно гибкий механизм учета разнообразных напряженных состояний и демонстрирует высокую точность согласования полученных результатов с экспериментальными данными по деформированию титана и его сплавов на примере широко распространенного сплава ВТ1-0. Первоначально учет влияния типа напряженного состояния наиболее эффективно применялся в работах [7, 17], на основе которых была разработана модель учета наведенной разнсопротивляемости, и так как для большинства апробированных материалов эффекты, связанные с разнсопротивляемостью, учитываются с весьма высокой точностью, этот механизм применим и для наведенной неоднородности в форме разнсопротивляемости, что наглядно продемонстрировано в данной статье, а также в работах [7, 10, 12, 17].

Благодарности: работа выполнена при поддержке гранта правительства Тульской области в сфере науки и техники, договор № ДС/284 от «25» октября 2021 г.

Библиографический список

1. Бурнышев И.Н., Калюжный Д.Г. О катодном наводороживании титана // Химическая физика и мезоскопия. – 2014. – Т. 16. – № 2. – С. 250–256.
2. Колачев Б.А. Водородная хрупкость металлов. – М.: Металлургия, 1985. – 216 с.

3. Ткачев В.Н. Проблемы водородной деградации металлов // Физико-химическая механика материалов. – 2000. – Т. 36. – №4. – С. 7–14
4. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Yakovlev Yu.A. Stresses in pipeline affected by hydrogen // Acta Mechanica. – 2012. – Vol. 224. – № 3–4. – Pp. 176–186.
5. Анализ возможных причин и механизмов отказов трубных систем парогенераторов атомных судов / А.М. Бахметьев, Н.Г. Сандлер, И.А. Былов, А.В. Бакланов, М.М. Кашка, С.В. Филимошкин // Арктика: экология и экономика. – 2013. – № 3 (11). – С. 97–101.
6. Овчинников И.Г., Рассада А.Б. Модель взаимодействия нагруженных элементов конструкций с водородосодержащей средой и ее приложения // Прикладные проблемы прочности и устойчивости деформируемых систем в агрессивных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. – С. 12–16.
7. Корнеев А.В., Трещев А.А. Учет влияния водородосодержащей среды на напряженно-деформированное состояние материалов на основе титановых сплавов // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 2009. – №3–4 (603–604). – С. 23–29.
8. Овчинников И.Г. О методологии построения моделей конструкций, взаимодействующих с агрессивными средами // Долговечность материалов и элементов конструкций в агрессивных и высокотемпературных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1988. – С. 17–21.
9. Овчинников И.Г., Рассада А.Б. Анализ экспериментальных данных по влиянию водорода при нормальных температурах на механические свойства металлов и сплавов к построению модели взаимодействия конструктивных элементов с водородом. Ч. 1. Проблема воздействия водорода на металлы и пути ее решения. Закономерности проникания водорода в конструктивные элементы. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1989. – 28 с.
10. Лахдари А.А., Седдак Айсса, Овчинников И.И., Овчинников И.Г. Моделирование водородного охрупчивания трубопровода как тонкостенной цилиндрической оболочки из нелинейно упругого материала // Интернет журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ». – 2017. – Т. 9. – <http://naukovedenie.ru/PDF/58TVN417.pdf> (доступ свободный).
11. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной наведённого чувствительностью к виду напряжённого состояния. Определяющие соотношения: монография. – М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. – 328 с.
12. Трещев А.А., Кузнецова В.О. Влияние изменения концентрации водорода во времени на НДС сферической оболочки из титанового сплава // Эксперт: теория и практика. – 2020. – № 4 (7). – С. 72–81.
13. Матченко Н.М., Толоконников Л.А., Трещев А.А. Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 2. Нелинейные соотношения // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 4. – С. 87–95.
14. Гервиц Т.Я. Влияние газонасыщения на статическую прочность титановых сплавов // Физико-химическая механика материалов. – 1981. – № 2. – С. 45–48.
15. Влияние процессов окисления и газонасыщения на механические свойства титановых сплавов ВТ1-0 и ВТ14 / Г.Г. Максимович, В.Н. Федирко, А.Т. Лизун, Л.А. Бунин // Физико-химическая механика материалов. – 1982. – Т. 18. – № 5. – С. 61–64.
16. Петров В.В., Овчинников И.Г., Иноземцев В.К. Двухшаговый метод последовательного возмущения параметров и его применение к решению нелинейных задач механики деформируемого твердого тела // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. – Саратов: СГТУ, 2001. – С. 6–12.

17. Трещев А.А. Изотропные пластины и оболочки, выполненные из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния: монография. – М.; Тула: РААСН; Изд-во ТулГУ, 2013. – 249 с.
18. Мерер Х. Диффузия в твердых телах; пер. с англ. / Х. Мерер. – М.: Интеллект, 2011. – 536 с.

References

1. Burnyshev I.N., Kalyuzhny D.G. On the cathodic hydrogenation of titanium // *Chemical physics and mesoscopy*. 2014. Vol. 16. № 2. Pp. 250–256.
2. Kolachev B.A. Hydrogen brittleness of metals. Moscow: Metallurgy, 1985. 216 p.
3. Tkachev V.N. Problems of hydrogen degradation of metals // *Physico-chemical mechanics of materials*. 2000. Vol. 36. № 4. Pp. 7–14.
4. Belyaev A.K., Polyanskiy V.A., Yakovlev Yu.A. Stresses in the pipeline affected by hydrogen // *Acta Mechanica*. 2012. Vol. 224, № 3–4, Pp. 176–186,
5. Bakhmetiev A.M., Sandler N.G., Bylov I.A., Baklanov A.V., Kashka M.M., Filimoshkin S.V. Analysis of Possible Causes and Mechanisms of Failures in Pipe Systems of Steam Generators of Nuclear Vessels // *Arctic: ecology and economy*. 2013. № 3 (11). Pp. 97–101.
6. Ovchinnikov I.G., Rassada A.B. Model of interaction of loaded structural elements with a hydrogen-containing medium and its applications // *Applied problems of strength and stability of deformable systems in aggressive environments*. Saratov: Sarat. polytechnic in-t. 1989. Pp. 12–16.
7. Korneev A.V., Treshchev A.A. Accounting for the influence of a hydrogen-containing medium on the stress-strain state of materials based on titanium alloys // *Izv. universities. Building*. 2009. № 3–4 (603–604). Pp. 23–29.
8. Ovchinnikov I.G. On the methodology of building models of structures interacting with aggressive environments // *Durability of materials and structural elements in aggressive and high-temperature environments*. Saratov: Sarat. polytechnic in-t. 1988. Pp. 17–21.
9. Ovchinnikov I.G., Rassada A.B. Analysis of experimental data on the effect of hydrogen at normal temperatures on the mechanical properties of metals and alloys to build a model for the interaction of structural elements with hydrogen. Part 1. The problem of the effect of hydrogen on metals and ways to solve it. Patterns of hydrogen penetration into structural elements. Saratov: Sarat. polytechnic in-t., 1989. 28 p.
10. Lakhdari A.A., Seddak Aissa, Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G. Modeling of hydrogen embrittlement of a pipeline as a thin-walled cylindrical shell of a nonlinearly elastic material // *Internet journal "NAUKOVEDENIE"*. 2017. Vol. 9, № 4. <http://naukovedenie.ru/PDF/58TVN417.pdf> (free access).
11. Treshchev A.A. The theory of deformation and durabilities for the materials with a primary and induced sensitivity to a kind of an stress condition. Defining correlations. Moscow; Tula: RAACS; TulSU, 2016. 328 p.
12. Treshchev A.A., Kuznetsova V.O. Influence of changing the concentration of hydrogen during time on the structure of a spherical shell made of titanium alloy // *Expert: theory and practice*. 2020. № 4 (7). Pp. 72–81.
13. Matchenko N.M., Tolokonnikov L.A., Treshchev A.A. Constitutive ratios of isotropic multi-resisting media. Part 2. Nonlinear relations // *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Solid state mechanics*. 1999. № 4. Pp. 87–95.
14. Gervits T.Ya. Influence of gas saturation on the static strength of titanium alloys // *Physico-chemical mechanics of materials*. 1981. № 2. Pp. 45–48.

15. Maksimovich G.G., Fedirko V.N., Lizun A.T., Bunin L.A. Influence of oxidation and gas saturation processes on the mechanical properties of titanium alloys VT1-0 and VT14 // Physico-chemical mechanics of materials. Vol. 18. 1982. № 5. Pp. 61–64.
16. Petrov V.V., Ovchinnikov I.G., Inozemtsev V.K. Two-step method of successive perturbations of parameters and its application to solving nonlinear problems of solid mechanics of deformable body // Problems of strength of structural elements under the action of loads and working media. Saratov: SSTU. 2001. Pp. 6–12.
17. Treshchev A.A. Isotropic plates and shells made of materials sensitive to the kind of the stress condition. Moscow; Tula: RAACS; TulsU, 2013. 249 p.
18. Merer H. Diffusion in solid bodies. Translation from English. / H.Merer. – Moscow: Intellect, 2011. 536 p.

DEFORMATION OF A CYLINDRICAL SHELL FROM A TITANIUM ALLOY UNDER THE INFLUENCE OF AN AGGRESSIVE HYDROGEN-CONTAINING MEDIUM

A. A. Treshchev¹, V. O. Kuznetsova²

Tula State University^{1,2}

Russia, Tula

¹Corresponding member of RAACS, Dr. of Tech. Sciences, Professor, Head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

²Postgraduate student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(920)759-52-80, e-mail: kuznecova_violetta@mail.ru

The mechanisms of hydrogen embrittlement and degradation of the properties of structural materials have not been studied deeply enough, in particular, this applies to titanium alloys. The importance of solving the problem of predicting the behavior of loaded metal structures, considering the influence of hydrogen embrittlement, is noted below. A model problem is considered to study the stress-strain state of a cylindrical shell loaded with external pressure and subjected to hydrogen embrittlement in the form of exposure to an aggressive medium of various concentrations on the inner surface of the shell. The shell material is non-linearly deformable with stiffness properties depending on the concentration of hydrogen at a particular point. Modified defining relations are used for initially isotropic materials with different resistance, formulated on the basis of an approach associated with normalized stress spaces. The equations of nonlinear deformation of the shell are obtained considering the influence of hydrogen and at large deflections. To solve differential equations, a finite-difference approximation of increased accuracy is used in combination with a two-step method of sequential perturbations of parameters. Diagrams of displacements and stresses along the length of the shell are given, as well as diagrams of hydrogen concentration and stresses along the thickness of the shell, calculated by the authors in specially developed software.

Keywords: aggressive operating environment, hydrogen embrittlement, diffusion, cylindrical shell, finite-difference approximation, initial isotropy, different resistance.

Acknowledgments: the work was supported by a grant from the government of the Tula region in the field of science and technology, agreement № DS/284 of October 25, 2021.

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ ИДЕАЛЬНО
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СПЛОШНОЙ СРЕДЫ ДЛЯ ПЛОСКОЙ
ДЕФОРМАЦИИ В ДЕКАРТОВЫХ КООРДИНАТАХ
ПРИ АППРОКСИМАЦИИ ЗАМЫКАЮЩИХ УРАВНЕНИЙ
БИКВАДРАТИЧНЫМИ ФУНКЦИЯМИ**

С. В. Бакушев

Пензенский государственный университет архитектуры и строительства
Россия, г. Пенза

Д-р техн. наук, профессор кафедры «Механика», тел.: +7(906)3950754, e-mail: bakuchsv@mail.ru

Постановка задачи. Рассматривается построение дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях идеально упругопластической в отношении сдвиговых деформаций геометрически и физически нелинейной сплошной среды для плоского деформирования при биквадратичной аппроксимации замыкающих уравнений в декартовой прямоугольной системе координат. Построение физических зависимостей при этом основано на вычислении секущих модулей объёмного и сдвигового деформирования.

Результаты. Исходя из предположения о независимости друг от друга диаграмм объёмного и сдвигового деформирования, рассмотрены пять основных случаев физических зависимостей, зависящих от взаимного расположения точек излома биквадратичных диаграмм объёмного и сдвигового деформирования. При аппроксимации графиков диаграмм объёмного и сдвигового деформирования при помощи двух отрезков парабол секущий модуль сдвига на первом участке является линейной функцией интенсивности деформаций сдвига; секущий модуль объёмного расширения-сжатия является линейной функцией первого инварианта тензора деформаций. На втором участке диаграмм объёмного, и сдвигового деформирования секущий модуль сдвига является дробной (рациональной) функцией интенсивности деформаций сдвига; секущий модуль объёмного расширения-сжатия является дробной (рациональной) функцией первого инварианта тензора деформации. Подставляя соответствующие физические уравнения в дифференциальные уравнения равновесия сплошной среды, записанные как без учёта, так и с учётом геометрической нелинейности, получаем разрешающие дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях идеально упругопластической в отношении сдвиговых деформаций геометрически и физически нелинейной сплошной среды для плоской деформации в декартовой прямоугольной системе координат.

Выводы. Полученные дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях могут найти применение при определении напряжённо-деформированного состояния физически и геометрически нелинейных идеально упругопластических сплошных сред, находящихся в условиях плоского деформирования, замыкающие уравнения физических соотношений для которых аппроксимированы биквадратичными функциями.

Ключевые слова: сплошная среда, плоская деформация, дифференциальные уравнения равновесия, биквадратичные замыкающие уравнения, геометрически линейная модель, геометрически нелинейная модель.

Введение. Для строительной отрасли наиболее значимыми задачами физически нелинейной теории упругости и пластичности являются задачи плоской деформации и обобщённого плоского напряжённого состояния. В первом случае задачи связаны в основном с расчётом оснований под здания и сооружения, что обеспечивает их надёжность и долговечность. Во втором случае – в случае обобщённого плоского напряжённого состояния – выполняется расчёт ограждающих конструкций зданий и сооружений: стен, перегородок, диафрагм жёсткости и так далее. Качество проектирования элементов строительных конструкций зданий и сооружений обеспечивается многими факторами, но ключевую роль при этом

следует отвести моделированию напряжённо-деформированного состояния, то есть математической модели, описывающей связь между напряжениями и деформациями.

Одной из наиболее простых, но вместе с тем широко распространённой математической моделью является модель идеально упругого тела (модель Прандтля). Применительно к сложному напряжённому состоянию аналогом модели идеально упругого тела будет модель, в которой зависимость между вторыми инвариантами девиаторов напряжений и деформаций описывается кривой с протяжённой площадкой текучести. При этом связь между первыми инвариантами тензоров напряжений и деформаций может быть нелинейной. Вполне понятно, что записать аналитические выражения для кривых, одна из которых нелинейна, а другая тоже нелинейна, но с площадкой текучести, описывающих объёмное или сдвиговое деформирование, соответственно, представляется чрезвычайно сложной задачей. В силу этого одним из вариантов аналитического описания нелинейных кривых диаграмм объёмного деформирования и нелинейных кривых с площадкой текучести сдвиговых диаграмм является их аппроксимация при помощи двух отрезков парабол, то есть кривую объёмного деформирования аппроксимируем при двух отрезках парабол и кривую сдвигового деформирования аппроксимируем также при помощи двух отрезков парабол, другими словами – при помощи биквадратичных функций. Аналитическое описание подобного вида диаграмм при помощи билинейных функций для различных случаев напряжённно-деформированного состояния сплошных сред дано в работах [1 - 5].

Расчёту сплошных сред и массивов, находящихся в условиях плоской деформации, в научной литературе уделяется значительное внимание. Так, в работе [6] рассматривается плоская деформация разномодульной изотропноупругой сплошной среды при нелинейных динамических воздействиях. Связь между напряжениями и деформациями описывается неаналитическими функциями инвариантов тензора деформаций. В статье [7] рассматривается плоская модель линейно упругого тела при отсутствии постулата о диффеоморфизме, то есть предположения о гладкости поля перемещений. В работе [8] получено полуаналитическое решение задачи о пористом пространстве с цилиндрическим отверстием в условиях плоской деформации. Определяющие соотношения теории пластичности записаны с использованием критерия пластичности Грина. Показано, что данный критерий можно использовать как критерий пластичности для материалов, пластические свойства которых зависят от вида напряжённного состояния. В статье [9] исследуется напряжённно-деформируемое состояние массива пород при плоской деформации в случае его объёмной несжимаемости и идеально-хрупком разрушении. В работе [10] на основе обобщённого (нелинейного) условия Кулона-Мора описывается предельное равновесие анизотропной разносопротивляющейся среды типа грунтов и горных пород, которая имеет упорядоченную анизотропию прочностных свойств. В статье [11] продолжено теоретическое обоснование критерия прочности ледовых массивов при его плоском деформировании. Рассмотрен числовой пример.

В данной работе рассматривается построение расчётных дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях для случая плоской деформации $u = u(x, y)$, $v = v(x, y)$, $w = 0$ физически и геометрически нелинейной идеально упруго-пластической в отношении сдвиговых деформаций и нелинейной в отношении объёмных деформаций сплошной среды в прямоугольных декартовых координатах при аппроксимации замыкающих уравнений физических соотношений биквадратичными функциями.

Физические уравнения для геометрически линейной модели. Переменный секущий модуль объёмного расширения (сжатия) $K = K(\varepsilon, \Gamma)$, а также переменный секущий модуль сдвига $G = G(\varepsilon, \Gamma)$ на первом криволинейном участке диаграмм $\sigma \approx \varepsilon$ и $T \approx \Gamma$ (рис. 1) будут вычисляться по формулам [12]:

$$K'(\varepsilon) = \frac{1}{3}K_0 + K_{01}\varepsilon; \quad G'(\Gamma) = G_0 + G_{01}\Gamma, \quad (1)$$

$$\text{причём } K_{01} = \frac{\sigma_1 - K_0\varepsilon_1}{3\varepsilon_1^2}; \quad G_{01} = \frac{T_1 - G_0\Gamma_1}{\Gamma_1^2}. \quad (2)$$

На втором криволинейном участке диаграмм $\sigma \approx \varepsilon$ и $T \approx \Gamma$ имеем

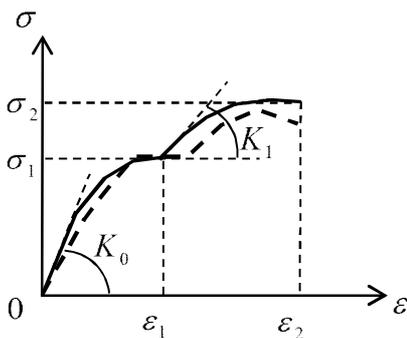
$$K''(\varepsilon) = a_1\varepsilon + b_1 + \frac{c_1}{\varepsilon}; \quad G''(\Gamma) = \frac{T_1}{\Gamma}, \quad (3)$$

$$\text{причём, } a_1 = \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) - K_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{3(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}; \quad b_1 = \frac{1}{3} \left[K_1 - 2 \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) - K_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} \varepsilon_1 \right];$$

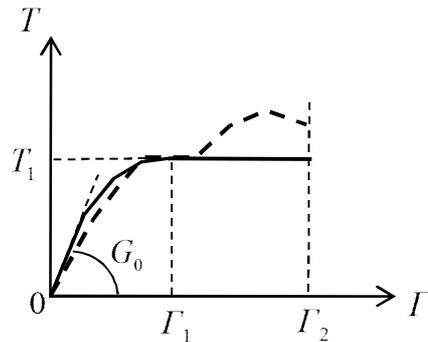
$$c_1 = \frac{1}{3} \left[\sigma_1 - K_1\varepsilon_1 - \frac{(\sigma_2 - \sigma_1) - K_1(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)}{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2} \varepsilon_1^2 \right]. \quad (4)$$

В формулах (2) и (4) введены следующие обозначения: K_0 – начальный модуль объёмного расширения (сжатия); G_0 – начальный модуль сдвига; K_1 – начальный модуль упрочнения при объёмном расширении (сжатии); σ_1, ε_1 – координаты конечной точки первого участка (координаты начальной точки второго участка) на диаграмме $\sigma \approx \varepsilon$; T_1, Γ_1 – координаты конечной точки первого участка (координаты начальной точки второго участка) на диаграмме $T \approx \Gamma$; σ_2, ε_2 – координаты конечной точки второго участка на диаграмме $\sigma \approx \varepsilon$; $T_2 = T_1, \Gamma_2$ – координаты конечной точки второго участка на диаграмме $T \approx \Gamma$. Начальный модуль упрочнения при сдвиге в силу идеальной пластичности принимается равным нулю: $G_1 = 0$.

а)



б)



Диаграммы объёмного и сдвигового деформирования:

а) диаграмма $\sigma \approx \varepsilon$; б) диаграмма $T \approx \Gamma$.

Пунктирные толстые линии – исходные кривые объёмного и сдвигового деформирования; сплошные толстые линии – аппроксимирующие отрезки парабол

На рисунке обозначено: σ – первый инвариант тензора напряжений; ε – первый инвариант тензора деформаций; T – интенсивность касательных напряжений; Γ – интенсивность деформаций сдвига.

При плоской деформации в декартовых координатах $\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}$ и

$$\Gamma = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \frac{3}{2} \varepsilon_{xy}^2}. \text{ Кроме того, } \varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}.$$

В зависимости от текущего напряжённого и деформированного состояния по отношению к точкам излома графиков диаграмм объёмного и сдвигового деформирования возможно сформулировать пять случаев физических зависимостей. При этом, если

$$\left. \frac{d\sigma^I(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_1} \neq K_1, \quad \left. \frac{d\Gamma^I(\Gamma)}{d\Gamma} \right|_{\Gamma=\Gamma_1} \neq G_1, \text{ то графики диаграмм объёмного и сдвигового деформи-$$

рования имеют точки излома (Случай 1 - 4); если $\left. \frac{d\sigma^I(\varepsilon)}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=\varepsilon_1} = K_1, \quad \left. \frac{d\Gamma^I(\Gamma)}{d\Gamma} \right|_{\Gamma=\Gamma_1} \neq G_1$, то точка излома графика на диаграмме объёмного деформирования отсутствует (Случай 5).

Случай 1. Здесь возможны следующие варианты:

$$- |\varepsilon_1| = \Gamma_1, \text{ причём } 0 \leq |\varepsilon| \leq |\varepsilon_1| \text{ и } 0 \leq \Gamma \leq \Gamma_1. \quad (5)$$

$$- |\varepsilon_1| < \Gamma_1, \text{ причём } 0 \leq |\varepsilon| \leq |\varepsilon_1| \text{ и } 0 \leq \Gamma \leq \Gamma_0 < \Gamma_1. \quad (6)$$

$$- |\varepsilon_1| > \Gamma_1, \text{ причём } 0 \leq |\varepsilon| \leq |\varepsilon_0| < |\varepsilon_1| \text{ и } 0 \leq \Gamma \leq \Gamma_1. \quad (7)$$

В этом случае физические уравнения для плоской деформации в декартовых координатах с учётом формул (1) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= K^I(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^I(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{yy} &= K^I(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^I(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= G^I(\Gamma) \cdot \varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{zz} = \left[K^I(\varepsilon) - \frac{2}{3} G^I(\Gamma) \right] \varepsilon. \end{aligned} \quad (8)$$

Случай 2. Здесь возможен один вариант:

$$- |\varepsilon_1| < \Gamma_1, \text{ причём } |\varepsilon_1| \leq |\varepsilon| \leq |\varepsilon_0| \text{ и } \Gamma_0 \leq \Gamma \leq \Gamma_1. \quad (9)$$

Физические уравнения при этом с учётом формул (1) и (3) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= K^II(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^I(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{yy} &= K^II(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^I(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{xy} = \sigma_{yx} &= G^I(\Gamma) \cdot \varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{zz} = \left[K^II(\varepsilon) - \frac{2}{3} G^I(\Gamma) \right] \varepsilon. \end{aligned} \quad (10)$$

Случай 3. Здесь возможен один вариант:

$$- |\varepsilon_1| > \Gamma_1, \text{ причём } |\varepsilon_0| \leq |\varepsilon| \leq |\varepsilon_1| \text{ и } \Gamma_1 \leq \Gamma \leq \Gamma_0. \quad (11)$$

Физические уравнения при этом с учётом формул (1) и (3) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= K^I(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^II(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{yy} &= K^I(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G^II(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \end{aligned} \quad (12)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = G''(\Gamma) \cdot \varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{zz} = \left[K'(\varepsilon) - \frac{2}{3} G''(\Gamma) \right] \varepsilon.$$

Случай 4. Здесь возможны следующие варианты:

$$- |\varepsilon_1| = \Gamma_1, \text{ причём } |\varepsilon| \geq |\varepsilon_1| \text{ и } \Gamma \geq \Gamma_1. \quad (13)$$

$$- |\varepsilon_1| < \Gamma_1, \text{ причём } |\varepsilon| \geq \varepsilon_0 \text{ и } \Gamma \geq \Gamma_1. \quad (14)$$

$$- |\varepsilon_1| > \Gamma_1, \text{ причём } |\varepsilon| \geq |\varepsilon_1| \text{ и } \Gamma \geq \Gamma_0. \quad (15)$$

Физические уравнения при этом с учётом формул (3) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= K''(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G''(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \\ \sigma_{yy} &= K''(\varepsilon) \cdot \varepsilon + 2G''(\Gamma) \cdot \left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \end{aligned} \quad (16)$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yx} = G''(\Gamma) \cdot \varepsilon_{xy}; \quad \sigma_{zz} = \left[K''(\varepsilon) - \frac{2}{3} G''(\Gamma) \right] \varepsilon.$$

Случай 5. Если $0 \leq \Gamma \leq \Gamma_1$, то физические уравнения будут иметь вид (8), если $\Gamma \geq \Gamma_1$, то физические уравнения будут иметь вид (12).

В соотношениях (6), (7), (9), (11), (14) и (15) интенсивности деформаций сдвига Γ_0 соответствуют такие компоненты деформации, что

$$|\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}| = |\varepsilon_1|; \quad (17)$$

объёмной деформации $|\varepsilon_0|$ соответствуют такие компоненты деформации, что

$$\sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy})^2 + \varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{yy}^2 + \frac{3}{2} \varepsilon_{xy}^2} = \Gamma_1. \quad (18)$$

Дифференциальные уравнения для геометрически линейной модели. Для построения дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях подставим физические уравнения (10), (12), (14), (18) в дифференциальные уравнения равновесия плоской деформации для геометрически линейной модели сплошной среды в декартовых координатах:

$$\frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + F_x = 0; \quad \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + F_y = 0. \quad (19)$$

В результате получим четыре вида разрешающих уравнений в перемещениях, имеющих вид:

$$\begin{cases} A_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_1 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + F_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + F_x = 0; \\ A_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + F_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + F_y = 0. \end{cases} \quad (20)$$

Коэффициенты $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1$ и $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2$ в уравнениях (20) определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} A_1 &= K'(\varepsilon) + \frac{4}{3} G^j(\Gamma) + \alpha \varepsilon + \frac{4\beta}{3\Gamma} \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right) (2\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}); \quad B_1 = G^j(\Gamma) + \frac{\beta}{\Gamma} \varepsilon_{xy}^2; \\ C_1 &= \frac{4\beta}{3\Gamma} \varepsilon_{xy} (2\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}); \quad D_1 = \frac{2\beta}{\Gamma} \varepsilon_{xy} \left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3} \varepsilon \right); \quad E_1 = \frac{2\beta}{3\Gamma} \varepsilon_{xy} (2\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_1 &= K^i(\varepsilon) + \frac{1}{3}G^j(\Gamma) + \alpha\varepsilon + \frac{4\beta}{3\Gamma}\left(\varepsilon_{xx} - \frac{1}{3}\varepsilon\right)(2\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}) + \frac{\beta}{\Gamma}\varepsilon_{xy}^2. \\
A_2 &= \frac{2\beta}{3\Gamma}\varepsilon_{xy}(2\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}); \quad B_2 = \frac{2\beta}{\Gamma}\varepsilon_{xy}\left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3}\varepsilon\right); \\
C_2 &= K^i(\varepsilon) + \frac{1}{3}G^j(\Gamma) + \alpha\varepsilon + \frac{4\beta}{3\Gamma}\left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3}\varepsilon\right)(2\varepsilon_{xx} - \varepsilon_{yy}) + \frac{\beta}{\Gamma}\varepsilon_{xy}^2; \\
D_2 &= G^j(\Gamma) + \frac{\beta}{\Gamma}\varepsilon_{xy}^2; \quad E_2 = K^i(\varepsilon) + \frac{4}{3}G^j(\Gamma) + \alpha\varepsilon + \frac{4\beta}{3\Gamma}\left(\varepsilon_{yy} - \frac{1}{3}\varepsilon\right)(2\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}); \\
F_2 &= \frac{4\beta}{3\Gamma}\varepsilon_{xy}(2\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{xx}).
\end{aligned} \tag{21}$$

В формулах (21):

- для физических уравнений (8)

$$i = I; \quad j = I; \quad \alpha = K_{01}; \quad \beta = G_{01}. \tag{22}$$

- для физических уравнений (10)

$$i = II; \quad j = I; \quad \alpha = \left(a_1 - \frac{c_1}{\varepsilon^2}\right); \quad \beta = G_{01}. \tag{23}$$

- для физических уравнений (12)

$$i = I; \quad j = II; \quad \alpha = K_{01}; \quad \beta = 0. \tag{24}$$

- для физических уравнений (16)

$$i = II; \quad j = II; \quad \alpha = \left(a_1 - \frac{c_1}{\varepsilon^2}\right); \quad \beta = 0. \tag{25}$$

Таким образом, дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях, записанные в прямоугольных декартовых координатах, для плоской деформации идеально упругопластической в отношении сдвиговых деформаций и нелинейной в отношении объёмных деформаций геометрически линейной сплошной среды при биквадратичной аппроксимации замыкающих уравнений физических соотношений построены.

Физические уравнения для геометрически нелинейной модели. Для геометрически нелинейной модели сплошной среды [13, 14] замыкающие уравнения описываются соотношениями, устанавливающими в самом общем случае перекрёстные зависимости между первыми инвариантами тензоров и вторыми инвариантами девиаторов обобщённых напряжений и нелинейных деформаций:

$$\sigma^* = K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \varepsilon^*, \quad T^* = G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*) \cdot \Gamma^*. \tag{26}$$

Здесь σ^* – первый инвариант тензора обобщённых напряжений; ε^* – первый инвариант тензора нелинейных деформаций; T^* – интенсивность обобщённых касательных напряжений; Γ^* – интенсивность нелинейных деформаций сдвига.

Используя для аппроксимации замыкающих уравнений (26) биквадратичные функции, нетрудно получить секущие модули объёмного расширения (сжатия) $K^* = K^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ и сдвига $G^* = G^*(\varepsilon^*, \Gamma^*)$ на первом и втором криволинейных участках диаграмм объёмного и сдвигового деформирования $\sigma^* \approx \varepsilon^*$ и $T^* \approx \Gamma^*$. Эти секущие модули будут аналогичны соотношениям (1) – (4), однако у всех величин, входящих в формулы (1) – (4), нужно проставить звёздочки.

Таким образом, K_0^* – геометрически нелинейный аналог начального модуля объёмного расширения (сжатия); G_0^* – геометрически нелинейный аналог начального модуля сдвига; K_1^* – геометрически нелинейный аналог начального модуля упрочнения при объёмном расширении (сжатии); σ_1^* , ε_1^* – координаты конечной точки первого участка (координаты начальной точки второго участка) на диаграмме $\sigma^* \approx \varepsilon^*$; T_1^* , Γ_1^* – координаты конечной точки первого участка (координаты начальной точки второго участка) на диаграмме $T^* \approx \Gamma^*$; σ_2^* , ε_2^* – координаты конечной точки второго участка на диаграмме $\sigma^* \approx \varepsilon^*$; $T_2^* = T_1^*$, Γ_2^* – координаты конечной точки второго участка на диаграмме $T^* \approx \Gamma^*$. Геометрически нелинейный аналог начального модуля упрочнения при сдвиге принимается равным нулю: $G_1^* = 0$.

Для сплошной среды, описываемой геометрически нелинейной моделью, физические соотношения для случая плоской деформации будут записываться в форме, аналогичной соотношениям (10), (12), (14), (18) (если у всех величин, входящих в эти формулы проставить звёздочки).

Дифференциальные уравнения для геометрически нелинейной модели. Для случая плоской деформации система дифференциальных уравнений равновесия для геометрически нелинейной модели сплошной среды в прямоугольных декартовых координатах имеет вид [13, 14]:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sigma_{xx}^* + \frac{\partial u}{\partial y} \sigma_{xy}^* \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \sigma_{yx}^* + \frac{\partial u}{\partial y} \sigma_{yy}^* \right] + DF_x = 0; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \sigma_{xx}^* + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sigma_{xy}^* \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\partial v}{\partial x} \sigma_{yx}^* + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \sigma_{yy}^* \right] + DF_y = 0. \end{cases} \quad (27)$$

Причём с учётом геометрической нелинейности при плоской деформации в декартовых координатах имеем $\varepsilon^* = \varepsilon_{xx}^* + \varepsilon_{yy}^*$ и $\Gamma^* = \sqrt{\frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*)^2 + \varepsilon_{xx}^{*2} + \varepsilon_{yy}^{*2} + \frac{3}{2} \varepsilon_{xy}^{*2}}}$. Здесь

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^* &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right]; \quad \varepsilon_{yy}^* = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right]; \\ \varepsilon_{xy}^* = \varepsilon_{yx}^* &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y}. \end{aligned}$$

Подставляя геометрически нелинейные аналоги физических уравнений (8), (10), (12), (16) в уравнения равновесия (27), получим четыре вида разрешающих уравнений в перемещениях, имеющих одну и ту же структуру:

$$\begin{cases} A_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_1 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_1 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_1 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + F_1 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + DF_x = 0; \\ A_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B_2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + C_2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + D_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + E_2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + F_2 \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} + DF_y = 0, \end{cases} \quad (28)$$

$$D = \left(1 + \frac{\partial u}{\partial x} \right) \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) - \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x}.$$

Коэффициенты A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , E_1 , F_1 и A_2 , B_2 , C_2 , D_2 , E_2 , F_2 в уравнениях (28) определяются видом физических уравнений и равны:

$$\begin{aligned}
& \times \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \left(\varepsilon_{yy}^* - \frac{1}{3} \varepsilon^* \right) \beta \frac{\varepsilon_{xy}^*}{\Gamma^*} \frac{\partial v}{\partial x} \Big]; \\
F_2 = & 2\sigma_{xy}^* + \frac{\partial v}{\partial x} \left[2 \left(\varepsilon_{xx}^* - \frac{1}{3} \varepsilon^* \right) \beta \frac{2}{3\Gamma^*} (2\varepsilon_{yy}^* - \varepsilon_{xx}^*) \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + 2 \left(\varepsilon_{xx}^* - \frac{1}{3} \varepsilon^* \right) \beta \frac{\varepsilon_{xy}^*}{\Gamma^*} \frac{\partial v}{\partial x} + \right. \\
& + A \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \Big] + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \left[\beta \frac{2\varepsilon_{xy}^*}{3\Gamma^*} (2\varepsilon_{yy}^* - \varepsilon_{xx}^*) \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \beta \frac{\varepsilon_{xy}^{*2}}{\Gamma^*} \frac{\partial v}{\partial x} + G^{*j}(\Gamma^*) \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \\
& + \frac{\partial v}{\partial x} \left[\beta \frac{2\varepsilon_{xy}^*}{3\Gamma^*} (2\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*) \frac{\partial v}{\partial x} + \beta \frac{\varepsilon_{xy}^{*2}}{\Gamma^*} \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + G^{*j}(\Gamma^*) \cdot \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \times \\
& \times \left[A \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \left(\varepsilon_{yy}^* - \frac{1}{3} \varepsilon^* \right) \beta \frac{2}{3\Gamma^*} (2\varepsilon_{xx}^* - \varepsilon_{yy}^*) \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \left(\varepsilon_{yy}^* - \frac{1}{3} \varepsilon^* \right) \beta \frac{\varepsilon_{xy}^*}{\Gamma^*} \left(1 + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right].
\end{aligned}$$

В формулах (29):

- для геометрически нелинейного аналога физических уравнений (8)

$$i = I; \quad j = I; \quad \alpha = K_{01}^*; \quad \beta = G_{01}^*. \quad (30)$$

- для геометрически нелинейного аналога физических уравнений (10)

$$i = II; \quad j = I; \quad \alpha = \left(a_1^* - \frac{c_1^*}{\varepsilon^{*2}} \right); \quad \beta = G_{01}^*. \quad (31)$$

- для геометрически нелинейного аналога физических уравнений (12)

$$i = I; \quad j = II; \quad \alpha = K_{01}^*; \quad \beta = 0. \quad (32)$$

- для геометрически нелинейного аналога физических уравнений (16)

$$i = II; \quad j = II; \quad \alpha = \left(a_1^* - \frac{c_1^*}{\varepsilon^{*2}} \right); \quad \beta = 0. \quad (33)$$

Таким образом, дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях для плоской деформации идеально упругопластической в отношении сдвиговых деформаций и нелинейной в отношении объёмных деформаций сплошной среды в прямоугольных декартовых координатах при биквадратичной аппроксимации замыкающих уравнений для физических соотношений с учётом геометрической нелинейности построены.

Заключение. Построенные в статье дифференциальные уравнения равновесия в перемещениях для плоской деформации идеально упругопластической в отношении сдвиговых деформаций и нелинейной в отношении объёмных деформаций сплошной среды могут найти применение при определении напряжённо-деформированного состояния сплошных сред, описываемых как геометрически линейной, так и геометрически нелинейной моделью, замыкающие уравнения физических соотношений для которых аппроксимированы биквадратичными функциями.

Библиографический список

1. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия плоской одномерной деформации для идеально упругопластической сплошной среды при сложном напряжённом состоянии // Региональная архитектура и строительство. – 2019. – №4 (41). – С. 88-98.
2. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия центрально-симметричной деформации для идеально упругопластической сплошной среды при сложном напря-

- жённом состоянии // *Строительная механика и расчёт сооружений*. – 2019. – №6 (287). – С. 22-31.
3. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия осесимметричной деформации идеально упругопластического элемента конструкции при сложном напряжённом состоянии // *Региональная архитектура и строительство*. – 2020. – №1 (42). – С. 140-155.
 4. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия идеально упругопластической сплошной среды для плоской деформации в декартовых координатах при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений // *Строительная механика и расчёт сооружений*. – 2020. – №2 (289). – С. 2-14. DOI: 10.37538/0039-2383.2020.2.2.14.
 5. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения равновесия идеально упругопластической сплошной среды для плоской деформации в цилиндрических координатах при билинейной аппроксимации замыкающих уравнений // *Строительная механика и расчёт сооружений*. – 2021. – №1 (294). – С. 18-33. DOI: 10.37538/0039-2383.2021.1.18.33.
 6. Дудко О.В., Манцыбора А.А. Динамика плоских деформаций в разномодульных изотропно-упругих средах // *Сибирский журнал индустриальной математики*. 2021. – Т. 24. – № 1 (85). – С. 18-31. DOI: 10.33048/SIBJIM.2021.24.102.
 7. Микенина О.А., Ревуженко А.Ф. Линейная теория упругости, свободная от постулата о диффеоморфизме: плоская деформация. // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2020. – № 3 (45). – С. 162-167. DOI: 10.37972/chgpu.2020.60.58.016.
 8. Ломакин Е.В., Минаев Н.Г. Поля напряжений вблизи кругового отверстия в пористой среде в условиях плоской деформации. // *Известия Российской академии наук. Сер. Механика твёрдого тела*. – 2020. – № 3. – С. 39-47. DOI: 10.31857/S0572329920030083.
 9. Чанышев А.И., Белоусова О.Е., Лукьяшко О.А. Хрупкое разрушение несжимаемого материала при плоской деформации. // *Интерэкспо Гео-Сибирь*. – 2019. – Т. 2. – № 5. – С. 89-97. DOI: 10.33764/2618-981X-2019-2-5-89-97.
 10. Алиев М.М., Гилязова С.Р., Шафиева С.В. Плоская деформация анизотропной среды, подчиняющейся нелинейной закономерности Кулона – Мора. // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2017. – № 2 (32). – С. 98-106.
 11. Пятикрестовский К.П., Гениев Г.А. Прочность ледовых массивов при плоской деформации. // *Строительная механика и расчёт сооружений*. – 2017. – № 6 (275). – С. 2-6.
 12. Бакушев С.В. Аппроксимация диаграмм деформирования квадратичными функциями // *Строительная механика и расчёт сооружений*. – 2020. – №3 (290). – С. 2-14. DOI: 10.37538/0039-2383.2020.3.2.14.
 13. Бакушев С.В. Геометрически и физически нелинейная механика сплошной среды: Плоская задача. – Изд. стер. – М.: Книжный дом «Либроком», 2020. – 312 с.
 14. Бакушев С.В. Дифференциальные уравнения и краевые задачи механики деформируемого твёрдого тела. – М.: ЛЕНАНД, 2020. – 304 с.

References

1. Bakushev S.V. Differential equations of equilibrium of a plane one-dimensional formation for an ideally elastic-plastic continuous medium under a complex stressed state. *Regional Architecture and Construction*. No. 4(41). 2019. Pp. 88-98.

2. Bakushev S.V. Differential equations of equilibrium of centrally symmetric deformation for an ideally elastic-plastic continuous medium under a complex stress state. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. No. 6(287). 2019. Pp. 22-31.
3. Bakushev S.V. Differential equations for equilibrium of axisymmetric deformation of an ideally elastic-plastic structural element under complex stress state. *Regional Architecture and Construction*. No. 1(42). 2020. Pp. 140-155.
4. Bakushev S.V. Differential equations of equilibrium of an ideal elastic-plastic continuous medium for plane deformation in Cartesian coordinates with a bilinear approximation of closing equations. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. No. 2(289). 2020. Pp. 2-14. DOI: 10.37538/0039-2383.2020.2.2.14.
5. Bakushev S.V. Differential equations of equilibrium of an ideal elastic-plastic continuum for plane deformation in cylindrical coordinates with bilinear approximation of closing equations. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. No. 1(294). 2021. Pp. 18-33. DOI: 10.37538/0039-2383.2021.1.18.33.
6. Dudko O.V., Mantsybora A.A. Dynamics of plane deformations in isotropically elastic media of different modulus. *Siberian Journal of Industrial Mathematics*. Vol. 24. No. 1(85). 2021. Pp. 18-31. DOI: 10.33048/SIBJIM.2021.24.102.
7. Mikenina O.A., Revuzhenko A.F. Linear elasticity theory free from the postulate of diffeomorphism: plane deformation. *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Yakovlev. Mechanics of the Limiting State*. No. 3(45). 2020. Pp. 162-167. DOI: 10.37972/chgpu.2020.60.58.016.
8. Lomakin E.V., Minaev N.G. Stress fields near a circular hole in a porous medium under plane deformation conditions. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Mechanics of a Rigid Body*. 2020. No. 3. Pp. 39-47. DOI: 10.31857/S0572329920030083.
9. Chanyshv A.I., Belousova O.E., Lukyashko O.A. Brittle fracture of an incompressible material under plane deformation. *Interexpo Geo-Siberia*. Vol. 2. No. 5. 2019. Pp. 89-97. DOI: 10.33764/2618-981X-2019-2-5-89-97.
10. Aliev M.M., Gilyazova S.R., Shafieva S.V. Plane deformation of an anisotropic medium subject to the nonlinear Coulomb-Mohr law. *Bulletin of the Chuvash State Pedagogical University named after I. Yakovlev. Mechanics of the Limiting State*. No. 2(32). 2017. Pp. 98-106.
11. Pyatikrestovskiy K.P., Geniev G.A. Strength of ice massifs under plane deformation. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. No. 6(275). 2017. Pp. 2-6.
12. Bakushev S.V. Approximation of deformation diagrams by quadratic functions. *Structural Mechanics and Calculation of Structures*. No. 3(290). 2020. Pp. 2-14. DOI: 10.37538/0039-2383.2020.3.2.14.
13. Bakushev S.V. Geometrically and physically nonlinear continuum mechanics: A plane problem. M.: Book house "Librocom", 2020. 312 p.
14. Bakushev S.V. Differential equations and boundary value problems in solid mechanics. M.: LENAND, 2020. 304 p.

DIFFERENTIAL EQUILIBRIUM EQUATIONS IN IDEAL ELASTIC-PLASTIC CONTINUOUS MEDIUM FOR PLANE DEFORMATION IN CARTESIAN COORDINATES AT APPROXIMATION OF CLOSING EQUATIONS BY BIQUADRATIC FUNCTIONS

S. V. Bakushev

Penza State University of Architecture and Construction
Russia, Penza

Dr. of Technical Sciences, Professor of "Mechanics" Department, Tel.: +7(906)3950754,
e-mail: bakuchsv@mail.ru

Problem statement. We consider the construction of differential equations of equilibrium in displacements of ideal elastic plastic in relation to shear deformations geometrically and physically nonlinear continuous medium for plane deformation with biquadratic approximation of the closing equations in Cartesian rectangular coordinate system. The construction of physical dependencies in this case is based on the calculation of the secant moduli of volumetric and shear deformation.

Results. Proceeding from the assumption that, generally speaking, the diagrams of volumetric and shear deformation are independent from each other, five main cases of physical dependencies are considered, depending on the relative position of break points of the biquadratic diagrams of volumetric and shear deformation. When approximating the graphs of volumetric and shear deformation diagrams using two segments of parabolas, the secant shear modulus in the first section is a linear function of the intensity of shear deformations; the secant modulus of volumetric expansion-compression is a linear function of the first invariant of the strain tensor. In the second section of diagrams of both volumetric and shear deformation, the secant shear modulus is a fractional (rational) function of the intensity of shear deformations; the secant modulus of volume expansion-compression is a fractional (rational) function of the first invariant of the strain tensor. Substituting the corresponding physical equations into the differential equations of equilibrium of continuous medium, written both regarding and regardless geometric nonlinearity, we obtain resolving differential equations of equilibrium in the displacements of ideal elastic-plastic in relation to shear deformations of geometrically and physically nonlinear continuous medium for plane deformation in Cartesian rectangular system coordinates.

Conclusions. The obtained differential equations of equilibrium in displacements can be applied in determining the stress-strain state of physically and geometrically nonlinear ideal elastic-plastic continua under plane deformation conditions, the closing equations of physical relations for which are approximated by biquadratic functions.

Keywords: continuous medium, axially symmetric deformation, bilinear approximation, geometrical linearity, geometrical nonlinearity, calculation algorithm.

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА УПРУГИЕ СИСТЕМЫ

DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.005

УДК 550.347.097.32 : 539.3 : 624.131

СМЕЩЕНИЯ И НАПРЯЖЕНИЯ УПРУГОЙ СРЕДЫ В ВЫРАЖЕНИИ ЧЕРЕЗ ВОЛНОВЫЕ ПОТЕНЦИАЛЫ

В. А. Митрошин¹, В. Л. Мондрус²

Национальный исследовательский университет «Московский государственный строительный университет» (НИУ МГСУ)^{1,2}

Россия, г. Москва

¹ Старший преподаватель кафедры строительной и теоретической механики, тел.: +7(495)287-49-14,
e-mail: mitroshin.vasily@yandex.ru

² Д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительной и теоретической механики, тел.: +7(495)287-49-14,
e-mail: mondrus@mail.ru

В современных условиях интенсивного развития городских поселений, особенно крупных городов-миллионников, важной задачей становится своевременное строительство транспортных сетей, обеспечивающих как внутригородское, так и междугороднее сообщение. Особое внимание следует уделять проектированию маршрутов рельсового транспорта, который осуществляет значительную часть пассажироперевозок в крупных городах. Наиболее удобным способом передвижения является метрополитен, прокладка линий которого возможна даже в плотной городской застройке. Подвижный состав метрополитена является источником повышенного вибрационного фона, который может негативно сказаться на некоторых аспектах городской жизни. Важной задачей представляется прогноз воздействия метрополитена на городскую застройку. В литературе встречаются различные подходы к решению подобных задач. В данной работе рассматривается задача об определении волнового поля в сплошной упругой среде при движении гармонической нагрузки вдоль тоннеля в виде балки кругового сечения. В основе решения задачи определения волнового поля лежит уравнение Ламе движения точек сплошной однородной упругой среды, из которого выводятся все дальнейшие соотношения. Выведены соотношения для напряжений и перемещений в упругой среде в цилиндрической системе координат, записанные через волновые потенциалы.

Ключевые слова: метрополитен, вибрация, волновое поле, колебания, грунтовый массив, распространение колебаний

Введение

В последние годы в крупных городах наблюдается рост нового строительства и, как следствие, интенсивное развитие транспортной сети. Метро – единственный современный вид транспорта, маршрут которого практически по кратчайшему пути может быть проложен независимо от сложившейся на поверхности застройки. Наряду с удобством пользования метрополитеном для пассажиров возникает ряд особенностей эксплуатации, а именно – повышенный вибрационный фон [1], [2], который может отрицательно сказываться на качестве жизни горожан или влиять на некоторые чувствительные технологические процессы [3]–[6].

Отечественные и зарубежные исследователи в последние годы уделяют всё больше внимания изучению взаимодействия поездов (не только метрополитена, а и наземного рельсового транспорта) с основанием и дальнейшим процессам распространения колебаний. Значительный вклад в отечественную науку внёс М.А. Дашевский [1], [7]–[10].

© Митрошин В. А., Мондрус В. Л., 2022

В работе [11] приводится методика нахождения волновых полей для всех значимых компонентов НДС грунта в виде упругой и вязкоупругой полуплоскости для различных плоских расчётных схем. В работе [12] рассмотрены задачи взаимодействия свайного фундамента и плоских волн от тоннеля метрополитена. В зарубежной научной литературе также уделяется внимание задачам исследования волновых полей [13]–[16]. В данной работе на основе фундаментального труда [7] для общего случая выведены записанные через волновые потенциалы соотношения напряжений и смещений в упругой среде в цилиндрической системе координат.

Основные уравнения динамики сплошной среды

Тоннель представляется в виде подкреплённой полости в упругой среде (грунтовом массиве). Вводится подвижная система координат $\xi_1 = z + ct$, движущаяся со скоростью поезда c в положительном направлении оси z .

Рассматривается проезд состава через некоторое промежуточное сечение тоннеля, когда скорость поезда является установившейся.

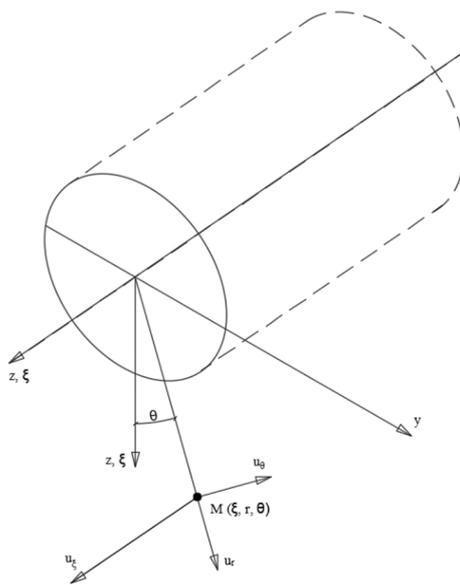
Основным уравнением, из которого выводятся все дальнейшие соотношения, является уравнение смещения точек упругой среды (векторное уравнение Ламе):

$$\rho \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \text{grad}(\text{div} \bar{u}) - \mu \text{rot}(\text{rot} \bar{u}), \quad (1)$$

где u – вектор перемещений, λ, μ – постоянные Ламе, ρ – плотность упругой среды.

В соответствии с [17] векторное поле при соблюдении некоторых условий может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \text{grad} \varphi + \text{rot} \bar{\psi}, \\ \text{div} \bar{\psi} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$



Взаимное расположение систем координат, принятых в расчёте

Решение уравнения Ламе сводится к решению волновых уравнений:

$$\left[\begin{array}{l} (\lambda + 2\mu)\nabla^2\varphi^* - \rho\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0 \\ \mu\nabla^2\bar{\psi}^* - \rho\frac{\partial^2\bar{\psi}^*}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right]. \quad (3)$$

Введём новые обозначения:

$$c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho},$$

$$\bar{\psi}^* = \text{grad}A + \text{rot}\bar{B} \quad (4)$$

и затем преобразуем волновые уравнения к виду

$$\left[\begin{array}{l} \nabla^2\varphi^* - \frac{1}{c_1^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} = 0 \\ \nabla^2\bar{\psi}^* - \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2\bar{\psi}^*}{\partial t^2} = 0 \end{array} \right]; \quad (5)$$

$$\bar{\psi}^* = \text{grad}A + \text{rot}\bar{B}. \quad (6)$$

Дальнейшие расчёты производятся в цилиндрической системе координат (z, r, θ) .

Условие $\text{div}\bar{\psi} = 0$ в цилиндрической системе координат записывается в виде

$$\frac{\partial\psi_z^*}{\partial z} + \frac{\partial\psi_r^*}{\partial r} + \frac{1}{r}\psi_r^* + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi_\theta^*}{\partial\theta} = 0. \quad (7)$$

Согласно [17] векторный потенциал можно представить в виде двух векторов, таких чтобы описываемая первым вектором часть поля была касательной к координатной плоскости, а описываемая вторым вектором – нормальной. Такой плоскостью может быть $\xi_1 = z = \text{const}$. Таким образом, в соответствии с описанными ранее условиями мы ищем следующее разложение: $\bar{\psi}^* = \bar{M} + \bar{N}$.

Учтём, что

$$-\nabla^2 M = -\text{grad}(\text{div}M) + \text{rot}(\text{rot}M) = \text{rot}(\text{rot}M) = k^2 M. \quad (8)$$

Для цилиндрической системы координат запишем следующие соотношения:

$$\text{rot}M = -\frac{a_1}{h_2 h_3} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{h_3}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 \psi_1^*) \right) + \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(\frac{h_2}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 \psi_1^*) \right) \right] +$$

$$+ \frac{a_2}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{h_3}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi_2} (h_1 \psi_1^*) \right) + \frac{a_3}{h_1 h_2} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{h_2}{h_1 h_3} \frac{\partial}{\partial \xi_3} (h_1 \psi_1^*) \right). \quad (9)$$

Так как в цилиндрической системы координат функции $\frac{h_2}{h_1 h_3}$ и $\frac{h_3}{h_1 h_2}$ обе не зависят от

ξ_1 , т.е. при коэффициентах Ламе $h_1 = 1$, $h_2 = 1$, $h_3 = r$, то после некоторых преобразований запишем следующее:

$$\text{rot}M = \text{grad} \left(\frac{\partial \psi_1^*}{\partial \xi_1} \right) - a_1 \left[\frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial \xi_1^2} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial r}{\partial \xi_2} - \frac{\partial^2 \psi_1^*}{\partial \xi_2^2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \xi_3} \left(\frac{1}{r} - \frac{\partial \psi_1^*}{\partial \xi_3} \right) \right] \quad (10)$$

и

$$-rot(rotM) = \nabla^2 M = \bar{a}_1 rot\left(\nabla^2\left(h_1 \psi_1^*\right)\right). \quad (11)$$

Тогда уравнение для вычисления ψ_1^* запишется в следующем виде:

$$\frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \bar{M}}{\partial t^2} = \bar{a}_1 rot\left(\nabla^2 \psi_1^*\right). \quad (12)$$

Для вектора N , перпендикулярного к поверхности $\xi_1 = z = const$, запишем

$$N = -\bar{a}_1 \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 \psi_2^*}{\partial t^2} + grad\left(\frac{\partial \psi_2^*}{\partial \xi_1}\right). \quad (13)$$

Окончательно уравнение смещения упругой среды запишется как

$$\bar{u} = grad \varphi + grad\left(\frac{\partial \psi_1}{\partial \xi}\right) - \frac{1}{c_2^2} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial t^2} \bar{a}_1 - \frac{1}{c_2^2} grad\left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial t^2}\right) \times \bar{a}_1, \quad (14)$$

при этом: $\bar{u} = u(\xi, r, \theta)$.

Соотношения для напряжений и деформаций

Рассматривается задача об определении волнового поля в сплошной упругой среде при движении гармонической нагрузки вдоль тоннеля в виде балки кругового сечения. Искомые решения для потенциалов φ , ψ_1 , ψ_2 записываются в виде

$$\varphi = e^{i\omega t} \sum \varphi_m e^{i\alpha_m \xi}, \quad (15)$$

$$\psi_{1,2} = e^{i\omega t} \sum \psi_{1,2} e^{i\alpha_m \xi}. \quad (16)$$

После некоторых преобразований запишем следующие соотношения для формул дифференцирования по t и ξ :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -(\alpha_m c - \omega)^2 \varphi, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} = i\alpha_m \varphi, \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = -\alpha_m^2 \varphi. \quad (17)$$

Таким образом, задача сводится к решению системы уравнений Гельмгольца относительно потенциалов φ , ψ_1 , ψ_2 :

$$\Delta \varphi = -k_1^2 \varphi, \quad \Delta \psi_1 = -k_2^2 \psi_1, \quad \Delta \psi_2 = -k_2^2 \psi_2. \quad (18)$$

В общем виде волновое уравнение может быть записано как

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + k_1^2 \varphi = 0. \quad (19)$$

Применив соотношения (17) к уравнению смещения упругой среды (14), запишем

$$\bar{u} = grad(\varphi) + i\alpha_m grad(\psi_1) + \frac{1}{c_2^2} (\alpha_m c - \omega)^2 \psi_1 \bar{a}_1 + \frac{1}{c_2^2} (\alpha_m c - \omega)^2 grad(\psi_2) \times \bar{a}_1 \quad (20)$$

где: $grad \varphi = \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \bar{a}_1 + \frac{\partial \varphi}{\partial r} \bar{a}_2 + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \bar{a}_3$.

Запишем составляющие вектора смещений в цилиндрической системе координат $u(\xi, r, \theta)$ на основе уравнения (20):

$$u_\xi = i\alpha_m \varphi - \alpha_m^2 \psi_1 + \frac{1}{c_2^2} (\alpha_m c - \omega)^2 \psi_1. \quad (21)$$

Обозначим при этом

$$\delta^2 = \frac{1}{c_2^2} (\alpha_m c - \omega)^2. \quad (22)$$

Окончательно запишем выражения для перемещений:

$$\begin{aligned} u_\xi &= i\alpha_m \varphi + \psi_1 (\delta^2 - \alpha_m^2)^2 \\ u_r &= \frac{\partial \varphi}{\partial r} + i\alpha_m \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \\ u_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + i\alpha_m \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} - \delta^2 \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \end{aligned} \quad (23)$$

Компоненты деформаций и напряжений записываются в соответствии с теорией упругости [18].

Деформации:

$$\varepsilon_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + u_r \right), \quad \varepsilon_{\xi\xi} = \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi}; \quad (24)$$

$$\varepsilon_{r\theta} = \varepsilon_{\theta r} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta \quad (25)$$

$$\varepsilon_{r\xi} = \varepsilon_{\xi r} = \frac{\partial u_\xi}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial \xi}, \quad \varepsilon_{\theta\xi} = \varepsilon_{\xi\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\xi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \xi};$$

$$e = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\xi\xi}; \quad (26)$$

$$\varepsilon_{\xi\xi} = \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left(i\alpha_m \varphi + \psi_1 (\delta^2 - \alpha_m^2) \right) = -\alpha_m^2 \varphi + i\alpha_m \psi_1 (\delta^2 - \alpha_m^2); \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{rr} &= \frac{\partial u_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + i\alpha_m \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + i\alpha_m \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} + \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r \partial \theta} - \frac{\delta^2}{r^2} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \left(u_r + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) = \\ &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + i\alpha_m \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} + i\alpha_m \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} - \delta^2 \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right) \right) = ; \end{aligned} \quad (29)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) + \frac{i\alpha_m}{r} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta^2} \right) + \frac{\delta^2}{r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r \partial \theta} \right) \\ \varepsilon_{r\theta} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{1}{r} u_\theta = \frac{2}{r} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \\ &+ \frac{2i\alpha_m}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right) + \delta^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r^2} \right); \end{aligned} \quad (30)$$

$$\varepsilon_{\theta\xi} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\xi}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial \xi} = \frac{2i\alpha_m}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} (\delta^2 - 2\alpha_m^2) \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} - i\alpha_m \delta^2 \frac{\partial \psi_2}{\partial r}; \quad (31)$$

$$\varepsilon_{r\xi} = \frac{\partial u_\xi}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial \xi} = 2i\alpha_m \frac{\partial \varphi}{\partial r} + (\delta^2 - 2\alpha_m^2) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + i\alpha_m \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta}. \quad (32)$$

Напряжения получим, подставив в формулы (33) и (34) соответствующие значения перемещений (27)-(32):

$$\sigma_{rr} = 2\mu\varepsilon_{rr} + \lambda e, \quad \sigma_{\theta\theta} = 2\mu\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda e, \quad \sigma_{\xi\xi} = 2\mu\varepsilon_{\xi\xi} + \lambda e. \quad (33)$$

$$\tau_{r\theta} = \mu\varepsilon_{r\theta}, \quad \tau_{r\xi} = \mu\varepsilon_{r\xi}, \quad \tau_{\theta\xi} = \mu\varepsilon_{\theta\xi}. \quad (34)$$

Преобразуем выражение (26), подставив в него формулы (27) – (29):

$$e = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\xi\xi} = \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(u_r + \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial u_\xi}{\partial \xi} = -\varphi \frac{\delta^2}{\eta^2}. \quad (35)$$

Обозначим

$$\eta^2 = \frac{c_1^2}{c_2^2}. \quad (36)$$

При этом

$$k_1^2 = \left(\frac{\alpha_m c - \omega}{c_1} \right)^2 - \alpha_m^2, \quad k_2^2 = \left(\frac{\alpha_m c - \omega}{c_2} \right)^2 - \alpha_m^2 \quad (37)$$

и

$$c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho}. \quad (38)$$

Преобразуем выражения для напряжений (33):

$$\sigma_{rr} = 2\mu\varepsilon_{rr} + \lambda e = \rho^2 c_2^2 \left(\eta^2 e - 2(\varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{\xi\xi}) \right); \quad (39)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu\varepsilon_{\theta\theta} + \lambda e = \rho^2 c_2^2 \left(\eta^2 e - 2(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\xi\xi}) \right); \quad (40)$$

$$\sigma_{\xi\xi} = 2\mu\varepsilon_{\xi\xi} + \lambda e = \rho^2 c_2^2 \left(\eta^2 e - 2(\varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta}) \right). \quad (41)$$

Подставляя в (39) – (41) выражения (27) – (29), (35), (36), получим выражения для нормальных и касательных напряжений, выраженных через потенциалы φ , Ψ_1 , Ψ_2 :

$$\sigma_{rr} = \rho c_2^2 \left[-\delta^2 \varphi - 2 \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} \right) - \alpha_m^2 \varphi \right) - \right. \\ \left. - 2i\alpha_m \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial \psi_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi_1}{\partial \theta^2} \right) - (\delta^2 - \alpha_m^2) \psi_1 \right) - \frac{2\delta^2}{r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r \partial \theta} \right) \right]; \quad (42)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \rho c_2^2 \left[-\delta^2 \varphi - 2 \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} - \alpha_m^2 \varphi \right) - \right. \\ \left. - 2i\alpha_m \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r^2} - (\delta^2 - \alpha_m^2) \psi_1 \right) - \frac{2\delta^2}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \right) \right]; \quad (43)$$

$$\sigma_{\xi\xi} = \rho c_2^2 \left[\varphi (2k_1^2 - \delta^2) + 2i\alpha_m \psi_1 k_2^2 \right]; \quad (44)$$

$$\tau_{r\theta} = \rho c_2^2 \left[\frac{2}{r} \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \frac{2i\alpha_m}{r} \left(\frac{\partial^2 \psi_1}{\partial r \partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} \right) + \right. \\ \left. + \delta^2 \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \psi_2}{\partial r^2} \right) \right]; \quad (45)$$

$$\tau_{r\xi} = \rho c_2^2 \left[2i\alpha_m \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \left(\delta^2 - 2\alpha_m^2 \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial r} + i\alpha_m \frac{\delta^2}{r} \frac{\partial \psi_2}{\partial \theta} \right]; \quad (46)$$

$$\tau_{\theta\xi} = \rho c_2^2 \left[\frac{2i\alpha_m}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\delta^2 - 2\alpha_m^2 \right) \frac{\partial \psi_1}{\partial \theta} - i\alpha_m \delta^2 \frac{\partial \psi_2}{\partial r} \right]. \quad (47)$$

Полученные выражения в дальнейшем используются для вычисления смещений и напряжений на границе тоннеля в соответствии с принятыми для конкретной расчётной схемы граничными условиями на контуре тоннельной обделки.

Заключение

На основе уравнения Ламе выведены соотношения для напряжений и смещений упругой среды в общем виде в цилиндрической системы координат, используемые в дальнейшем с учётом заданных граничных условий на тоннельной обделки для определения смещений и напряжений в упругой среде в соответствии с принятой расчётной схемой тоннеля.

Библиографический список

1. Дашевский М.А., Моторин В.В. Эффективная конструкция виброзащитного верхнего строения пути метрополитена // Метро и тоннели. – 2015. – № 2. – С. 28–33.
2. Impact of metro induced ground-borne vibration on urban development / M.A. Dashevskij, V.A. Mitroshin, V.L. Mondrus, D.K. Sizov // Magazine of Civil Engineering. – 2021. – Vol. 106(6). – Pp. 0–7. DOI:10.34910/MCE.106.2.
3. Sica G. Groundborne vibrations caused by railway construction and operation in buildings: design, implementation and analysis of measurement for assessment of human exposure. – United Kingdom, University of Salford, 2014.
4. Modelling the singular rail and wheel surface defect for predicting railway ground vibration / G. Kouroussis, D. Connolly, G. Alexandrou, K. Vogiatzis, O. Verlinden // Conference: 22nd International Congress on Sound and Vibration (ICSV22). – Florence, Italy, 2015.
5. Смирнов В.А. Методы размещения высокоточного оборудования в существующих зданиях // Жилищное строительство. – 2012. – №6. – С. 76–77.
6. Мондрус В.Л., Смирнов В.А. Виброзащита высокоточного оборудования от низкочастотных колебаний // Academia. Архитектура и строительство. – 2011. – № 1. – С. 109–111.
7. Дашевский М.А. Защита зданий от вибраций, возбуждаемых движением поездов метрополитена: автореф. дис. ... д-ра техн. наук / Центральный научно-исследовательский проектно-экспериментальный институт комплексных проблем строительных конструкций и сооружений. – М., 1991.
8. Дашевский М.А., Мондрус В.Л., Моторин В.В. Концепция виброзащиты зданий и сооружений в поле строительных нормативов РФ // Academia. Архитектура и строительство. – 2018. – № 4. – С. 109–115. DOI:10.22337/2077-9038-2018-4-109-115.
9. Дашевский М.А., Мондрус В.Л. Прогноз уровней вибрации зданий от движения

- поездов метрополитена // Промышленное и гражданское строительство. – 2013. – № 11. – С. 52–54.
10. Дашевский М.А., Мондрус В.Л., Моторин В.В. Эффективная виброзащита верхнего строения пути метрополитена // Academia. Архитектура и строительство. – 2017. – № 4. – С. 111–117. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_23850659_87700478.pdf.
 11. Глазков Д.А. Воздействие волновых полей техногенного происхождения на свайные фундаменты зданий и сооружений: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М., 2006.
 12. Колотовичев Ю.А. Задачи прогноза колебаний поверхности грунта при движении поездов метрополитена в тоннелях неглубокого заложения: автореф. дис. ... канд. техн. наук / Московский государственный строительный университет. – М., 2010.
 13. The growth of railway ground vibration problems – A review / D.P. Connolly, G.P. Marecki, G. Kouroussis, I. Thalassinakis, P.K. Woodward // Science of the Total Environment. – 2016. – Vol. 568. – Pp. 1276–1282. DOI:10.1016/j.scitotenv.2015.09.101. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.scitotenv.2015.09.101>.
 14. Thompson D.J., Kouroussis G., Ntotsios E. Modelling, simulation and evaluation of ground vibration caused by rail vehicles // Vehicle System Dynamics. – 2019. – Vol. 57(7). – Pp. 936–983. DOI:10.1080/00423114.2019.1602274. URL: <https://doi.org/00423114.2019.1602274>.
 15. Kouroussis G., Connolly D.P., Verlinden O. Railway-induced ground vibrations – a review of vehicle effects. International Journal of Rail Transportation. – 2014. – Vol. 2(2). – Pp. 69–110. DOI:10.1080/23248378.2014.897791.
 16. Vedala R.S., Reddy V. Analysis of ground vibrations due to metro trains by numerical modelling // Advanced Trends in Civil Engineering & Sustainable Development. – 2016. – Vol. 1
 17. Морс Ф.М. Методы теоретической физики. М., 1958. – Т. 1- 2.
 18. Новожилов, В.В. Теория упругости. – Л.: СУДПРОМГИЗ, 1958. – 371 с.

References

1. Dashevskiy M.A., Motorin V.V. Effektivnaya konstruktsiya vibrozashchitnogo verkhnego stroyeniya puti metropolitena [The Effective Antivibration Underground Railway Superstructure]. Metro i tonneli. 2015. 2. Pp. 28–33..
2. Dashevskij, M.A., Mitroshin, V.A., Mondrus, V.L., Sizov, D.K. Impact of metro induced ground-borne vibration on urban development. Magazine of Civil Engineering. 2021. 106(6). Pp. 0–7. DOI:10.34910/MCE.106.2.
3. Sica, G. Groundborne vibrations caused by railway construction and operation in buildings: design, implementation and analysis of measurement for assessment of human exposure. University of Salford, United Kingdom, 2014.
4. Kouroussis, G., Connolly, D., Alexandrou, G., Vogiatzis, K., Verlinden, O. Modelling the singular rail and wheel surface defect for predicting railway ground vibration. 2015.
5. Smirnov, V.A. Metody razmeshcheniya vysokotochnogo oborudovaniya v sushchestvuyushchikh zdaniyakh [Methods for placing precision equipment in existing buildings]. Zhilishchnoye stroitelstvo. 2012. 6. Pp. 76–77.
6. Mondrus, V.L., Smirnov, V.A. Vibration protection of high-precision equipment from low-frequency vibrations. Academia. Architecture and construction. 2011. 1. Pp. 109–111.
7. Dashevskij, M.A. Zashchita zdaniy ot vibracij, vzbuzhdaemyh dvizheniem poezdov metropolitena [Protection of buildings from vibration caused by the movement of metro trains]. Central'nyj nauchno-issledovatel'skij proektno-eksperimental'nyj institut kompleksnyh problem stroitel'nyh konstrukcij i sooruzhenij [central research design and experimental institute of complex problems of building structures and structures], 1991.

8. Dashevskiy, M.A., Mondrus, V.L., Motorin, V.V. The concept of vibroprotection of buildings and structures in the field of construction standards of the Russian Federation. *Academia. Arkhitektura i stroitelstvo*. 2018. 4. Pp. 109–115. DOI: 10.22337/2077-9038-2018-4-109-115.
9. Dashevskiy, M.A., Mondrus, V.L. Prognosis of vibration levels of buildings from underground train traffic. *Promyshlennoye i grazhdanskoye stroitelstvo*. 2013. 11. Pp. 52–54.
10. Dashevskiy, M.A., Mondrus, V.L., Motorin, V.V. Effective vibroprotection of the underground upper track structure. *Academia. Arkhitektura i stroitelstvo*. 2017. 4. Pp. 111–117.
11. Glazkov D.A. The impact of wave fields of technogenic origin on pile foundations of buildings and structures 2006.
12. Kolotovichev, Yu.A. Dynamic stress definition technique during the passage of metro trains in soil media. *Regionalnaya arkhitektura i stroitelstvo [Regional architecture and engineering]*. 2010. 1. Pp. 34–44.
13. Connolly, D.P., Marecki, G.P., Kouroussis, G., Thalassinakis, I., Woodward, P.K. The growth of railway ground vibration problems — A review. *Science of the Total Environment*. 2016. 568. Pp. 1276–1282. DOI:10.1016/j.scitotenv.2015.09.101. URL: <http://dx.doi.org/10.1016/j.scitotenv.2015.09.101>.
14. Thompson, D.J., Kouroussis, G., Ntotsios, E. Modelling, simulation and evaluation of ground vibration caused by rail vehicles*. *Vehicle System Dynamics*. 2019. 57(7). Pp. 936–983. DOI:10.1080/00423114.2019.1602274. URL: <https://doi.org/00423114.2019.1602274>.
15. Kouroussis, G., Connolly, D.P., Verlinden, O. Railway-induced ground vibrations – a review of vehicle effects. *International Journal of Rail Transportation*. 2014. 2(2). Pp. 69–110. DOI:10.1080/23248378.2014.897791.
16. Vedala, R.S., Reddy, V. Analysis of ground vibrations due to metro trains by numerical modelling. 2016. (February).
17. Philip M. Morse, Herman Feshbach. *Methods of Theoretical Physics*. 1958. 930 p.
18. Novozhilov, V.V. *Theory of elasticity*. SUDPROMGIZ. Leningrad, 1958. 371 p.

DISPLACEMENTS AND STRESSES OF AN ELASTIC MEDIUM IN TERMS OF WAVE POTENTIALS

V. A. Mitroshin¹, V. L. Mondrus²

Moscow State (National Research) University of Civil Engineering^{1,2}
Russia, Moscow

¹Senior lecturer of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, Tel.:+7(495)287-49-14, e-mail: mitroshin.vasily@yandex.ru

²Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Structural and Theoretical Mechanics, Tel.: +7(495)287-49-14, e-mail: mondus@mail.ru

An important task is the timely construction of transport networks that provide both intra-city and intercity communication. Special attention should be paid to the design of rail transport routes, which carries out a significant part of passenger transportation in large cities. The most convenient way of transportation is the subway, the laying of lines of which is possible even in dense urban development. However, several technological features of the metro rolling stock leads to an increased vibration background, which can negatively affect some aspects of urban life. An important task is to forecast the impact of the subway on urban development. There are various approaches to solving such problems in the literature. In this paper, we consider the problem of determining the wave field in a continuous elastic medium when a harmonic load moves along a tunnel in the form of a circular beam. The solution of the problem of determining the wave field is based on the Lamé equation of motion of points of a continuous homogeneous elastic medium, from which all further relations are derived, the relations for stresses and displacements in an elastic medium in a cylindrical coordinate system written through wave potentials are derived.

Keywords: subway, vibration, wave field, vibrations, ground mass, propagation of vibrations

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЛАСТИ ВКЛЮЧЕНИЯ В РАСЧЁТ ПРОЧНОСТИ РАСТЯНУТОЙ ПОЛКИ СТАЛЕФИБРОЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ ПЛИТЫ ПЕРЕКРЫТИЯ

К. В. Талантова

Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I

Россия, г. Санкт-Петербург

Д-р техн. наук, профессор кафедры «Строительные конструкции, здания и сооружения»,
тел.: +7 911-813-3982, e-mail: talant_bar@mail.ru

При проектировании железобетонных конструкций таврового (двутаврового) сечения нормами предписывается не включать в расчёт прочности элемента растянутую полку. В отличие от железобетонных конструкций при проектировании конструкции на основе сталефибробетона целесообразно в расчётах учитывать помимо сжатой растянутую полку, поскольку сталефибробетон обладает высокой прочностью на растяжение, которую, как и другие его свойства, можно задавать в соответствии с условиями эксплуатации.

В статье представлены результаты исследований, посвященных определению области включения в расчёт растянутой полки сталефибробетонной плиты перекрытия двутаврового сечения. Для определения расчётной ширины растянутой полки выполнен численный анализ с рассмотрением значительного количества сочетаний параметров переменных, в том числе её геометрии, действующей нагрузки, вариантов фибрового армирования стальной фиброй.

Ключевые слова: сталефибробетонная плита перекрытия, железобетонные конструкции, растянутая полка, сжатая полка, численный анализ, параметры исследования

При проектировании железобетонных конструкций таврового или двутаврового сечения область включения сжатой полки в расчёт прочности нормальных сечений определяется требованием норм п. 8.1.11 [1]. Растянутая бетонная полка в железобетонных конструкциях (ЖБК), как известно, в расчётах прочности не учитывается.

Применение конструкционного материала сталефибробетона, свойствами которого можно управлять в соответствии с условиями эксплуатации, позволяет существенно сократить размеры сечений элементов [2,3,4,5]. Одним из нетрадиционных решений является тонкостенная сталефибробетонная (СФЖБ) плита перекрытия двутаврового сечения с развитой растянутой полкой (рис. 1). Выбор формы сечения плиты основан на необходимости создания гладкого потолка и возможности учета в расчетах сталефибробетонных конструкций (СФБК) прочности сталефибробетона (СФБ) на растяжение R_{fbt} . Сжатая полка обеспечивает устойчивость тонкостенного ребра и удобство устройства конструкции пола (рис. 1). Высота сечения полок и ребра плиты приняты из соображений обеспечения эксплуатационных требований при минимизации её веса.

Тонкостенная сталефибробетонная плита перекрытия разработана с использованием материала, свойства которого, в том числе высокую прочность на растяжение, можно задавать [3]. Это дает возможность учитывать в расчётах по несущей способности элемента на основе СФБ его прочность на растяжение, в отличие от прочности бетона, хотя в норма-

тивных документах по проектированию сталефибробетонных конструкций [7,8] этот вопрос не рассматривается.

Прочность сечения в растянутой зоне плиты обеспечивается фиброармированными ребром и полкой совместно с регулярной арматурой (при необходимости), устанавливаемой в зоне вута (рис. 1). При проектировании плиты возникает вопрос, какую ширину растянутой сталефиброжелезобетонной полки следует учитывать в расчётах прочности плиты.

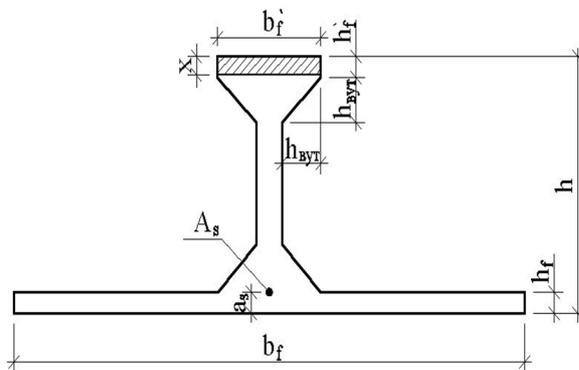


Рис. 1. Тонкостенная сталефиброжелезобетонная плита перекрытия (поперечное сечение)

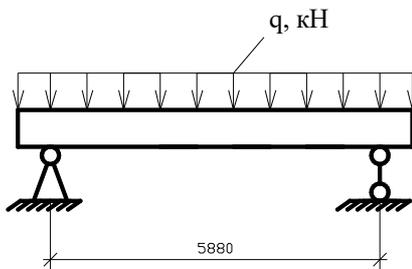


Рис. 2. Расчетная схема тонкостенной сталефиброжелезобетонной плиты

Для получения ответа на поставленный вопрос были выполнены численные исследования с целью оценить включение в работу ширины растянутой полки в зависимости от следующих параметров:

- ширины растянутой полки (b_f);
- высоты сечения полки (h_f);
- нагрузки на 1 м^2 перекрытия ($q[\text{кН}/\text{м}^2]$);
- параметров фибрового армирования (длины фибры l_f , её диаметра d_f , объёмного коэффициента фибрового армирования μ_f), при заданном расчётном пролёте плиты ($l = 5880$ мм) (рис. 2), принятой толщине ребра ($b_w = 30$ мм) и ширине сжатой полки ($b_f' = 94$ мм).

Геометрия вариантов плиты принята на основе анализа результатов экспериментально-теоретических исследований тонкостенных конструкций на основе сталефибробетона [2,3,4].

Обоснование ширины растянутой полки плиты, включаемой в расчёт прочности элемента, выполнено на основе результатов численного анализа, полей нормальных напряжений σ_t растянутой полки плиты в зависимости от перечисленных выше параметров.

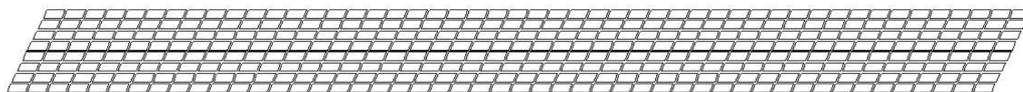


Рис. 3. Растянутая полка с номером конечных элементов 41

1. Формирование расчетной схемы сталефиброжелезобетонной плиты средствами ВК SCAD

Для получения расчетной схемы сталефиброжелезобетонной (СФЖБ) плиты средствами ВК SCAD последовательно были описаны три пластины – сжатая полка, растянутая полка и ребро [8]. Тип элементов: прямоугольный КЭ оболочки № 41.

При описании пластин учитывался вид схемы:

- для полок: оболочка ХоУ;
- для ребра: балка – стенка ХоZ [8].

Для каждой пластины вычислялись шаг по оси X и Y и их количество.

При создании сжатой полки: шаг по оси X – 0,12 м, количество шагов – 49; шаг по оси Y – 0,024 м, количество шагов – 4; количество КЭ – 196 шт.

При создании ребра: шаг по оси X – 0,12 м, количество шагов – 49; шаг по оси Y – 0,045 м, количество шагов – 4; количество КЭ – 196 шт.

При создании растянутой полки приняты параметры, приведённые в табл. 1.

В качестве вутов, предусмотренных по проекту, для растянутой и сжатой полок был задан стержень – конечный элемент № 5 (один на полку). Сечение стержня задавалась как параметрическое сечение в виде квадрата с площадью, равной площади двух вутов.

При описании тонкостенной плиты жесткость задавалась с помощью вычисления модуля упругости СФБ [2] по приведенной ниже формуле, а также толщины для каждой пластины.

$$E_{fb} = (1 - \mu_f) \times E_b + 0,3 \mu_f E_b,$$

где E_b – модуль упругости исходного бетона, МПа

μ_f – коэффициент фибрового армирования, по объему.

Таблица 1

Параметры описания растянутой полки плиты

При ширине растянутой полки, bf, мм	Шаг КЭ по оси X, м	Шаг КЭ по оси Y, м	Количество шагов, шт.	Количество КЭ, шт.
-	0,12	-	49	-
400	-	0,067	4	196
600	-	0,075	8	392
900	-	0,113	8	392
1200	-	0,15	8	392
1500	-	0,188	8	392

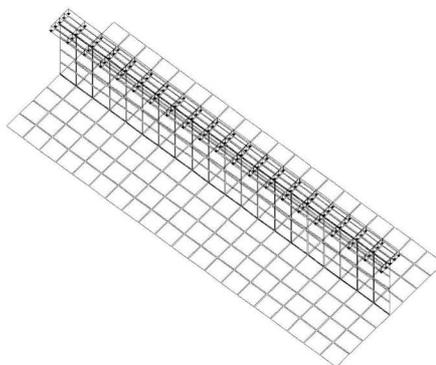


Рис. 4. Схема нагружения тонкостенной сталефиброжелезобетонной плиты перекрытия

Значение толщины пластины (высота растянутой и сжатой полок) принималось 15 мм, 20 мм или 40 мм. Нагружение плиты равномерно распределенной нагрузкой (рис. 2, 4) описывалось средствами BK SCAD с помощью «нагрузки на пластины». Значения равномерно распределённой нагрузки приняты в двух вариантах 1 и 5 кН/м².

Связи в полке устанавливались двух типов:

- с направлением связей X, Y, Z, Uz;
- с направлением связей Z.

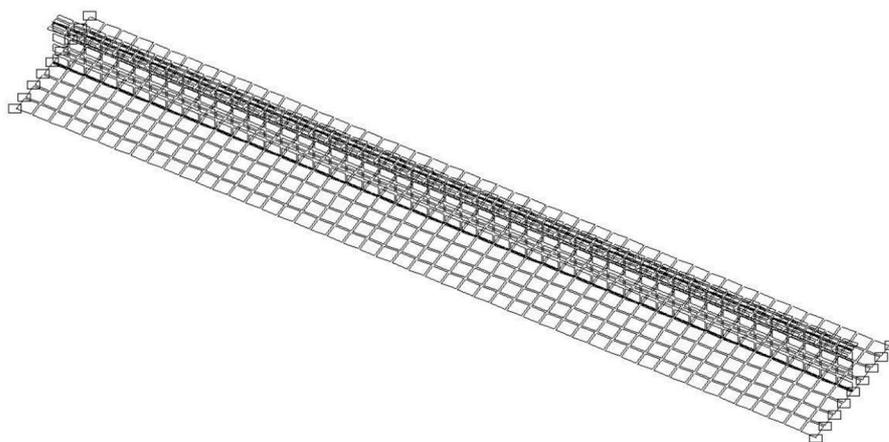


Рис. 5. Схема расстановки связей в тонкостенной сталефибробетонной плите перекрытия

2. Исходные данные для проведения численного анализа

1. Геометрия плиты. В исследованиях было рассмотрено 45 вариантов комбинаций различной геометрии тонкостенной плиты. В табл. 2 частично показан принцип выбора параметров.

Комбинировались между собой следующие геометрические характеристики плиты:

- ширина растянутой полки b_f – 400 мм, 600 мм, 900 мм, 1200 мм, 1500 мм;
- высота сечения растянутой полки h_f – 15 мм, 20 мм, 40 мм;
- высота сечения сжатой полки h'_f – 15 мм, 20 мм, 40 мм.

2. Значения нагрузки на 1 м² перекрытия: 1 кН/м² и 5 кН/м².

3. Параметры фибрового армирования (3 варианта) представлены в табл. 3.

4. Класс бетона – 2 варианта – В25, В50.

5. Значения напряжений были рассмотрены в трех сечениях: 1-1, 2-2, 3-3 (рис. 6).

Исходные данные, в том числе варианты геометрических характеристик СФЖБ плиты (табл. 2), приняты с учетом соблюдения норм [2,7] и требований минимально допустимого веса конструкции и стоимости при обеспечении её несущей способности, трещиностойкости и жесткости [9], что позволяет их использовать при реконструкции гражданских и исторических зданий, в том числе в стеснённых условиях с применением средств малой механизации.

При этом все варианты рассмотрены с высотой ребра 180 мм и его толщиной 30 мм, высота плиты принята 220 мм в соответствии с высотой железобетонной многопустотной плиты перекрытия, применяемой в гражданских зданиях.

Геометрические характеристики плиты. Фрагмент

№ п/п	Длина плиты L , м	Ширина растянутой полки b_f , мм	Высота растянутой полки h_f , мм	Ширина сжатой полки b'_f , мм	Высота сжатой полки h'_f , мм
$b_f=600$ мм, комбинации значений h_f и h'_f					
10	6	600	15	94	15
11			15		20
12			15		40
13			20		15
14			20		20
15			20		40
16			40		15
17			40		20
18			40		40
$b_f=1200$ мм, комбинации значений h_f и h'_f					
28	6	1200	15	94	15
29			15		20
30			15		40
31			20		15
32			20		20
33			20		40
34			40		15
35			40		20
36			40		40

Таблица 3

Параметры фибрового армирования

№	Длина фибры, l_f , м	Диаметр фибры, d_f , мм	Коэффициент фибрового армирования по объёму, μ_f
I	45	0,45	0,01
II	80	0,8	0,008
III	40	0,8	0,015

Результаты численного анализа, выполненного на основе принятых исходных данных, выборочно приведены в табл. 4-7 и на рис. 6-9.

Численный анализ был выполнен для 45 вариантов комбинаций геометрии тонкостенной сталефибробетонной плиты, в том числе при одинаковой высоте сжатой полки (20 мм) и различных высотах растянутой полки (20, 15, 40 мм); при одинаковой высоте сечения растянутой полки (20 мм) и различных высотах сечений сжатой полки (20, 15, 40 мм);

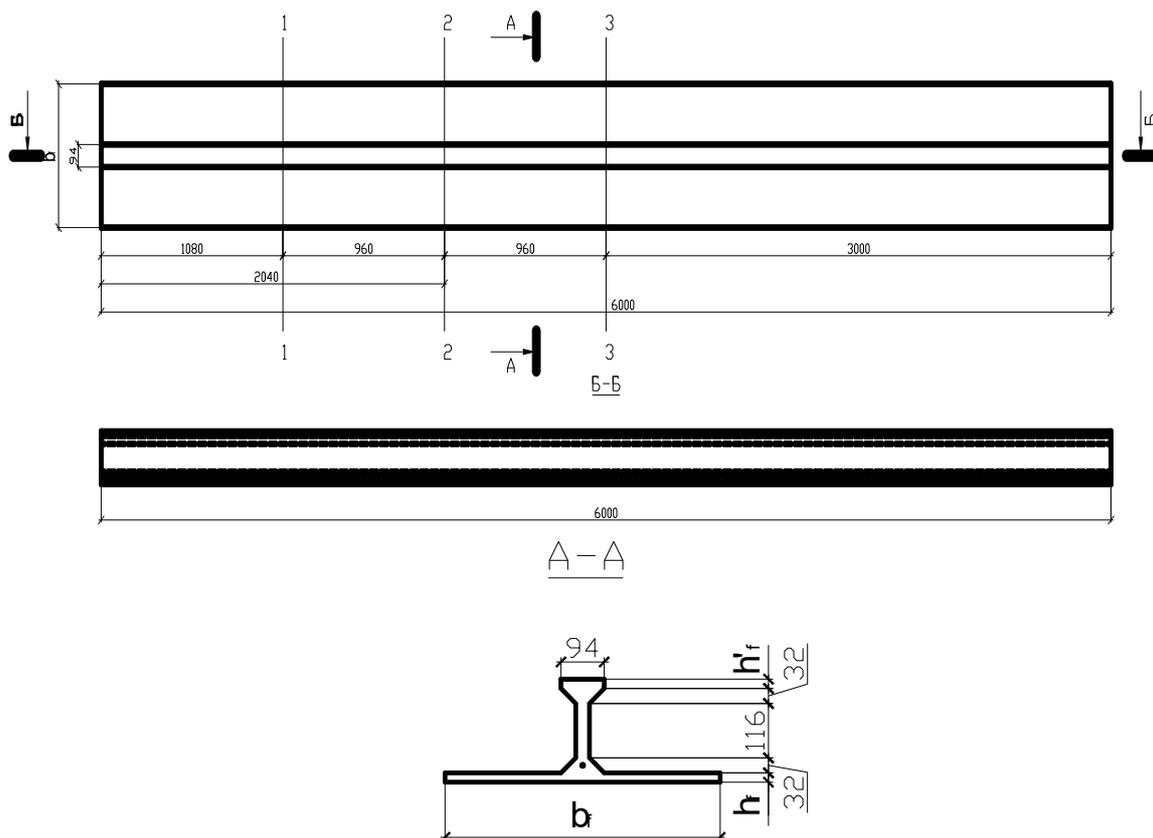


Рис. 6. Тонкостенная сталефиброжелезобетонная плита перекрытия.
Схемы к численному анализу

3. Численный анализ нормальных напряжений в растянутой полке сталефиброжелезобетонной плиты (выборочные данные)

Таблица 4

Значения минимальных и максимальных напряжений в растянутой полке плиты в МПа в зависимости от нагрузки

Значения $\sigma_{\min}, \sigma_{\max}$	Плита перекрытия № 3			Плита перекрытия № 8			Плита перекрытия № 13		
	Расстояние от торца растянутой полки								
	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм
1 kN	I	II	III	I	II	III	I	II	III
σ_{\min}	124,746	70,183	110,979	126,789	71,263	112,863	119,244	67,098	106,114
σ_{\max}	132,259	77,05	118,514	134,425	78,245	120,506	126,426	73,64	113,302
	Расстояние от торца растянутой полки								
	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм
5 kN	I	II	III	I	II	III	I	II	III
σ_{\min}	623,731	350,273	555,213	633,946	356,313	564,306	596,222	335,475	530,571
σ_{\max}	661,293	384,557	592,736	672,123	391,233	602,444	632,128	368,031	566,512

Значения минимальных и максимальных напряжений в растянутой полке плиты в процентах в зависимости от нагрузки

Значения σ_{min} , σ_{max}	Плита перекрытия № 3			Плита перекрытия № 8			Плита перекрытия № 13		
	Расстояние от торца растянутой полки								
	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм
1 кН	I	II	III	I	II	III	I	II	III
σ_{min}	100%	100%	100%	101,64%	101,54%	101,70%	95,59%	95,60%	95,62%
σ_{max}	100%	100%	100%	101,64%	101,55%	101,68%	95,59%	95,57%	95,60%
	Расстояние от торца растянутой полки								
	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм	3000 мм	1080 мм	2040 мм
5 кН	I	II	III	I	II	III	I	II	III
σ_{min}	100%	100%	100%	101,64%	101,72%	101,64%	95,59%	95,78%	95,56%
σ_{max}	100%	100%	100%	101,64%	101,74%	101,64%	95,59%	95,70%	95,58%

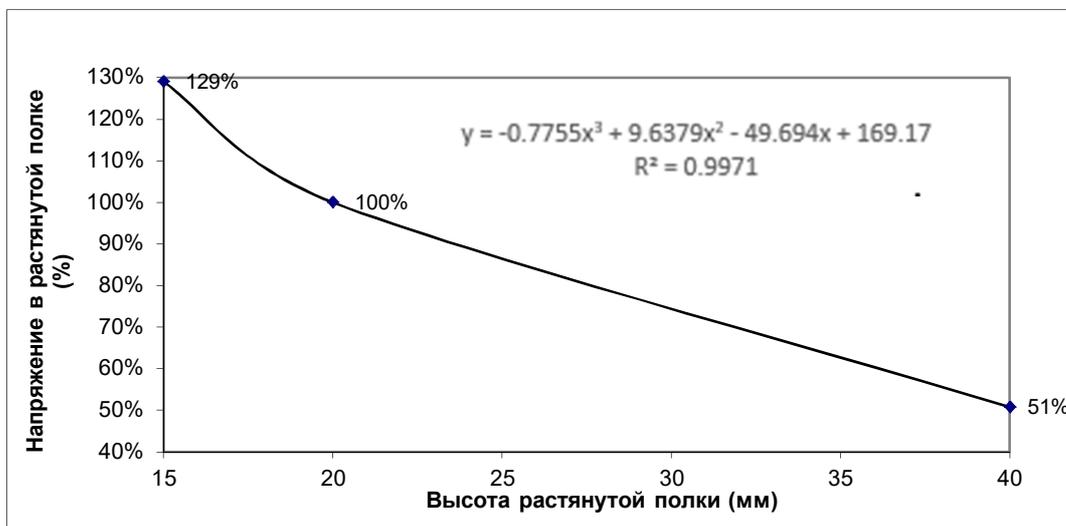


Рис. 7. График зависимости минимального нормального напряжения от высоты растянутой полки при нагрузке 1 кН/м² и высоте сжатой полки 40 мм

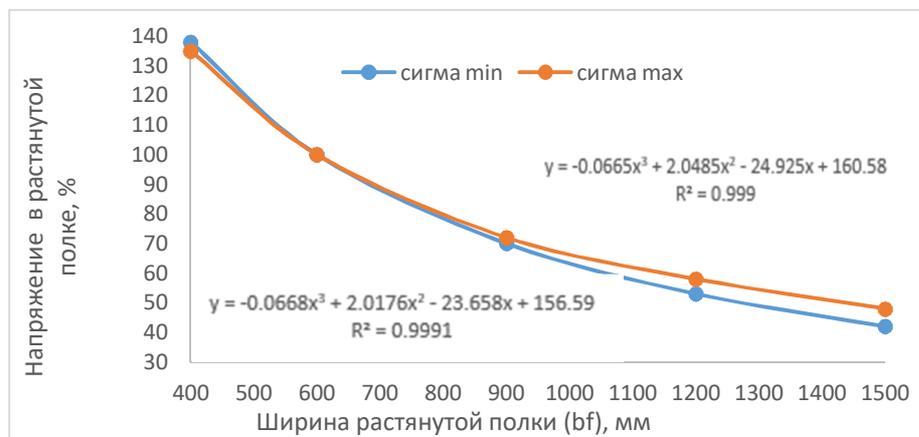


Рис. 8. График зависимости минимального нормального напряжения от ширины растянутой полки при нагрузке 1 кН/м² и высоте сжатой полки 40 мм

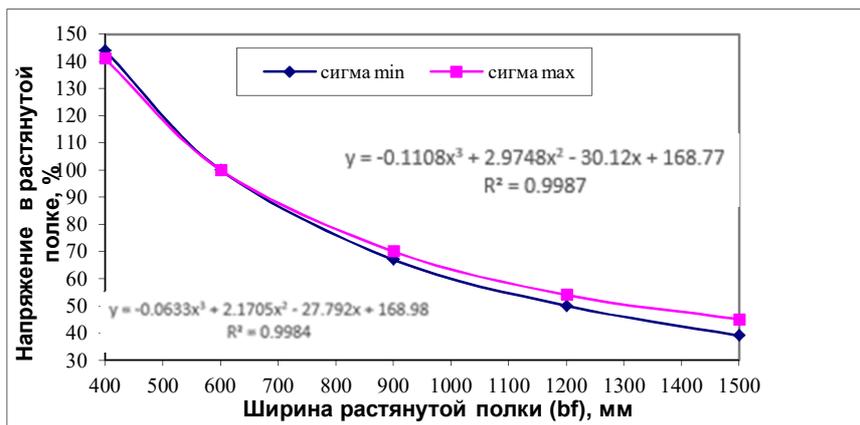


Рис. 9. График зависимостей минимального и максимального нормального напряжения от ширины растянутой полки при нагрузке 1 кН/м^2 и высоте сжатой и растянутой полки 20 мм

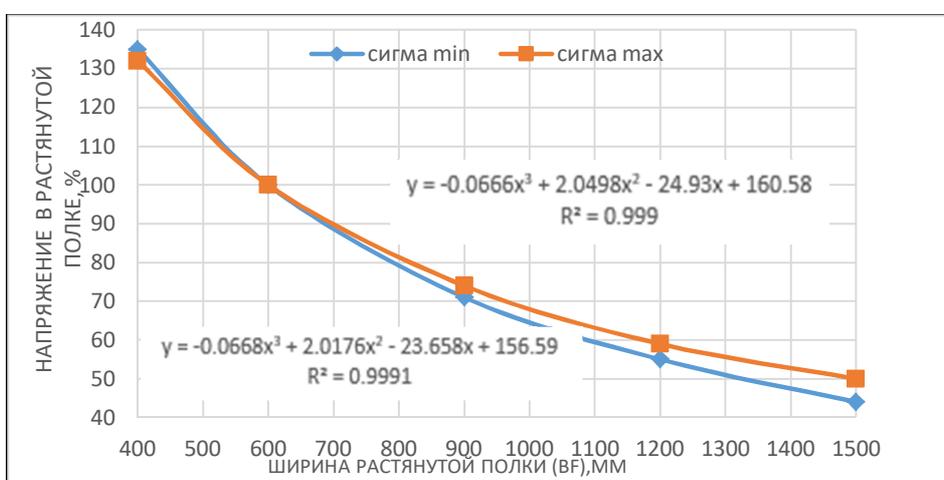


Рис. 10. График зависимостей минимального и максимального нормального напряжения от ширины растянутой полки при нагрузке 1 кН/м^2 и высоте сжатой полки 20 мм, растянутой полки – 15 мм

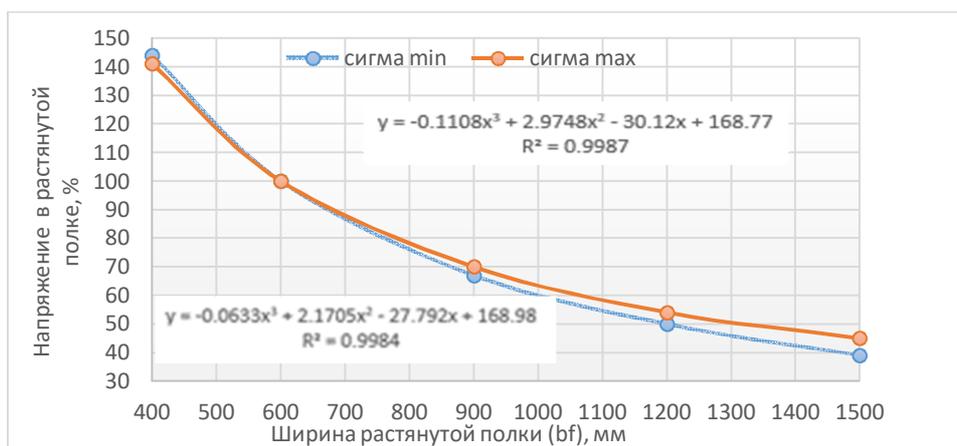


Рис. 11. График зависимости минимального и максимального нормального напряжения от ширины растянутой полки при нагрузке 1 кН/м^2 и высоте сжатой полки 20 мм, растянутой полки – 40 мм

4. Результаты численного анализа значений нормальных напряжений в растянутой полке сталефибробетонной плиты

1. Класс бетона (из принятых в исследованиях) и параметры фибрового армирования практически не влияют на значения напряжений в растянутой полке.
2. Значения напряжения при различном фибровом армировании (в принятой области армирования) практически одинаковы (максимальное различие составляет 0,45 %).
3. Высота сжатой полки не влияет на значения напряжений в растянутой полке. При минимальном и максимальном значениях толщины в принятых границах сжатой полки (15 и 40 мм) можно сделать вывод, что при минимальном значении толщины увеличение напряжения составляет 1,67%, при максимальной толщине напряжение снижается на 4,40%.
4. При увеличении толщины растянутой полки значения напряжений уменьшаются (рис. 7).
5. При увеличении ширины растянутой полки значения напряжений уменьшаются (рис. 8-11).
6. Изменение напряжения растянутой полки в зависимости от геометрических характеристик проходит от максимальных значений при минимальной ширине полки (400 мм) до минимальных – при максимальной (ширине 1500 мм) по гиперболическому закону. Зависимости напряжений от геометрии полки приведены на рис. 7-11.
7. Графики зависимости напряжений от рассматриваемых параметров при нагрузке 1 и 5 кН/м² идентичны.
8. На рис. 7-11 представлены выборочные данные значений напряжений в растянутой полке.

5. Область включения в работу растянутой полки при расчёте прочности тонкостенной плиты перекрытия

Картины полей нормальных напряжений растянутой полки тонкостенной сталефибробетонной плиты перекрытия при разной ширине растянутой полки представлены на рис. 12.

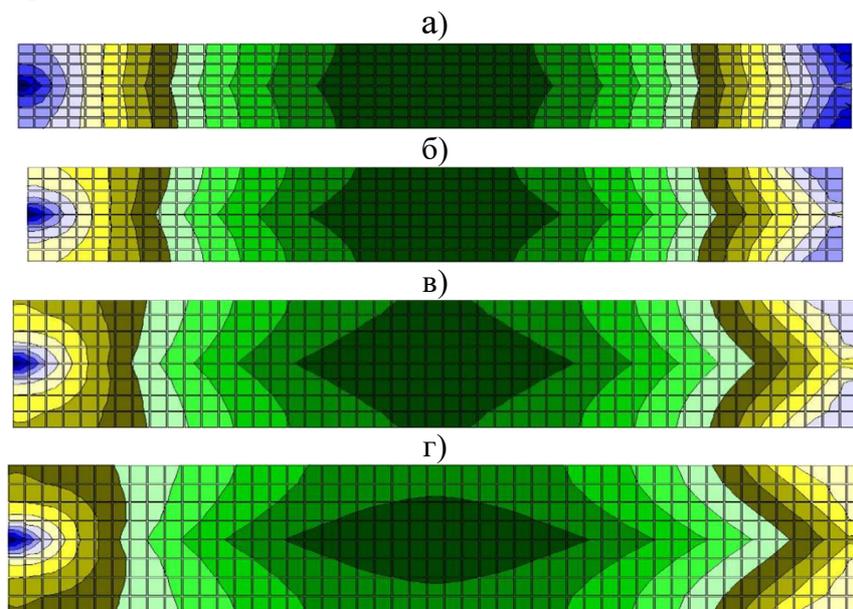


Рис. 12. Картины полей нормальных напряжений растянутой полки тонкостенной сталефибробетонной плиты перекрытия при ширине растянутой полки:
а) 600 мм; б) 900 мм; в) 1200 мм; г) 1500 мм

Заключение

Оценка результатов численного анализа значений напряжений растянутой полки тонкостенной сталефибробетонной плиты перекрытия показала, что ширина растянутой полки, вводимая в расчёт, при её ширине $600 \leq b_f \leq 1200$ мм равна конструктивной ширине полки, если $b_f \geq 1200$ мм, то в расчет следует включить $(0,55 \dots 0,6) b_f$.

Библиографический список

1. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. Госстрой РФ. – М.: ЦИТП Госстроя РФ, 2019. – 124 с.
2. Рекомендации по проектированию и изготовлению сталефибробетонных конструкций. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1987. – 148 с.
3. Ермилов Ю.И. Тонкостенные сталефибробетонные конструкции в гражданском строительстве // Конструкции жилых и общественных зданий. Технология индустриального домостроения: обзор. информ.; ЦНТИ по гражд. строительству и архитектуре. – М., 1987. – Вып. 10. – 55 с.
4. Талантова К.В. Регулирование свойств композита – сталефибробетона с целью обеспечения эксплуатационных характеристик конструкций на его основе // Проблемы оптимального проектирования сооружений: докл. 2-й Всерос. конф. – Новосибирск: НГАСУ (Сибстрин), 2011. – С. 347-354.
5. Лысенко Е.Ф., Гетун Г.В. Проектирование сталефибробетонных конструкций. – Киев: УМК ВО, 1989 – 184 с.
6. СП 52-104-2006*. Свод правил по проектированию и строительству: сталефибробетонные конструкции (к СНиП 52-01-2003). – М.: ФГУП «НИЦ «Строительство», 2010. – 63 с.
7. СП 360.1325800.2017. Свод правил по проектированию и строительству: сталефибробетонные конструкции (к СНиП 52-01-2003). – М.: ФГУП «Стандартинформ», 2018. – 70 с.
8. Вычислительный комплекс SCAD / В.С. Карпиловский, Э.З. Криксуков, А.А. Маляренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер. – М.: АСВ, 2004. – 594 с.
9. Талантова К. В. Создание элементов конструкций с заданными свойствами на основе сталефибробетона // Известия вузов. Сер. Строительство. – 2008. – № 10. – С. 4–9.

References

1. Set of rules 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. Basic provisions. Updated edition of SNiP 52-01-2003. Gosstroy RF. M.: CITP Gosstroy RF, 2019. 124 p.
2. Recommendations for the design and manufacture of steel fiber concrete structures. M.: NIIZhB Gosstroy of the USSR, 1987. 148 p.
3. Ermilov Yu.I. Thin-walled steel-fiber-reinforced concrete structures in civil engineering: review information. CNTI for Citizenship construction and architecture. M., 1987. 55 p. (Designs of residential and public buildings. Technology of industrial housing construction; issue 10).
4. Talantova K.V. Regulation of the properties of a composite-steel fiber concrete in order to ensure the performance of structures based on it. Problems of optimal design of structures: reports of the 2nd Russian Conference. Novosibirsk: NGASU (Sibstrin), 2011. Pp. 347-354.

5. Lysenko E.F., Getun G.V. Design of steel fiber reinforced concrete structures. Kiev: UMK VO, 1989. 184 p.
6. Set of rules 52-104-2006*. Code of rules for design and construction: steel fiber concrete structures (to SNiP 52-01-2003). M.: FSUE "NIC "Construction", 2010. 63 p.
7. Set of rules 360.1325800.2017. Code of rules for design and construction: steel-fiber-reinforced concrete structures (to SNiP 52-01-2003). M.: FSUE "Standartinform", 2018. 70 p.
8. Karpilovsky V.S., Kriksukov E.Z., Malyarenko A.A., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. SCAD Computing complex. M.: ASV, 2004. 594 p.
9. Talantova K.V. Creation of structural elements with specified properties based on steel fiber concrete. News of universities. Construction. No. 10. 2008. Pp. 4–9.

DETERMINATION OF INCLUSION DOMAIN IN THE CALCULATION OF STRETCHED STEEL FIBER SHELF SLAB FLOOR

K. V. Talantova

Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University
Russia, Saint-Petersburg

Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Constructions, Buildings and Structures,
Tel.: +7(911)8133982, e-mail: talant_bar@mail.ru

When designing reinforced concrete structures of a tee (I-beam) section, the norms prescribe not to include a stretched flange in the calculation of the strength of the element. Unlike reinforced concrete structures, when designing a structure based on steel fiber reinforced concrete, it is advisable to take into account, in addition to the compressed, tensioned flange, in the calculations, since steel fiber reinforced concrete has a high tensile strength, which, like its other properties, can be set in accordance with the operating conditions.

The article presents the results of studies devoted to determining the area of inclusion in the calculation of a stretched flange of a steel-fiber-reinforced concrete floor slab with an I-section. To determine the calculated width of the stretched flange, a numerical analysis was performed considering a significant number of variable parameters, including its geometry, acting load, options for fiber reinforcement with steel fibers.

Keywords: steel-fiber-reinforced concrete slab floor, reinforced concrete structures, stretched flange, compressed flange, numerical analysis, research parameters.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ, ЖЕСТКОСТИ И ТРЕЩИНОСТОЙКОСТИ СТЕН ОБЪЕМНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО БЛОКА ТИПА «КОЛПАК»

Д. В. Панфилов¹, Ю. Ф. Рогатнев², А. И. Черноусов³, О. О. Соколов⁴, П. А. Зябухин⁵

Воронежский государственный технический университет^{1, 2, 3, 4, 5}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой строительных конструкций, оснований и фундаментов, тел.: +7(910)3497659, e-mail: panfilov_dv@vgasu.vrn.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры строительных конструкций, оснований и фундаментов, тел.: +7(910)2406764, e-mail: yrogatnev @yandex.ru,

³Аспирант кафедры строительных конструкций, оснований и фундаментов, тел.: +7(951)8595685, e-mail: chernuyu-94@mail.ru

⁴Ассистент кафедры строительных конструкций, оснований и фундаментов, тел.: +7(910)3460984, e-mail: sokolov.oleg-olegovich@yandex.ru

⁵Ассистент кафедры строительных конструкций, оснований и фундаментов, тел.: +7(900)9590223, e-mail: ayraavel@mail.ru

Представлен результат комплексной проверки проектной разработки и технических условий изготовления объемных блоков типовой (серийной) конструкции железобетона с применением тяжелого бетона на соответствие нормативным требованиям по прочности, жесткости и трещиностойкости.

Ключевые слова: испытание, объемный блок, контрольная нагрузка, гидродомкраты, перемещение, деформация, прогиб, трещина, прочность, жесткость, трещиностойкость.

Введение. Натурные испытания строительных конструкций остаются на сегодня наиболее достоверным способом исследования их свойств [1,2]. Для комплексной проверки прочности, жесткости и трещиностойкости перед началом серийного производства проведено контрольное статическое испытание объемного блока нагружением. Оценка прочности, жесткости и трещиностойкости объемного блока проводилась сопоставлением фактических значений разрушающей нагрузки, прогиба и ширины раскрытия трещин с соответствующими контрольными значениями, установленными нормами проектирования и проектной документацией на изделие.

Объект исследований. Испытуемое изделие представляет собой сборный железобетонный объемный блок типа «колпак» [3-5], изготовленный из тяжелого бетона на гравийном щебне на заводе объемно-блочного домостроения для зданий с высотой жилого этажа 2,88 м. Проектный класс бетона В20. Блок является несущим конструктивным элементом сборных объемно-блочных 9-17 этажных зданий. Объемный блок состоит из пяти монолитно связанных между собой граней - четырех стен и плиты перекрытия. Размеры блока в плане 6,0x3,55 м, высота блока 2,86 м, толщина стен 100 мм, толщина плиты перекрытия 160 мм. В трех стенах предусмотрены дверные проемы размером 910x2070(h) и 1010x2070(h) мм, в четвертой стене оконный проем размером 1810x1510(h) мм. На поперечной стене с двумя дверными проемами блок имеет консоль вылетом 100 мм. Армирование стен блока выполнено сварными сетками Ø6A500C/200x200 мм по ГОСТ Р 52544-2006 посередине сечения. Армирование плиты перекрытия выполнено сварной сеткой Ø6A500C/200x200 мм в нижней зоне и отгибами сеток Ø6A500C/200x200 мм на опорах в

верхней зоне. Проектный защитный слой бетона для нижней и верхней арматуры (до центра стержня) 20 мм. При заведении отгибов верхней арматуры плиты в стены защитный слой (от наружной грани стены до центра стержня) 35-40 мм. Перемычки армируются сварными сетками из арматуры Ø6-10A500С. Дополнительная стержневая арматура для обрамления оконных и дверных проемов Ø8A500С. Монтажные петли из арматурной стали Ø32 мм класса А240 по ГОСТ 5781–82.

Инвентарный объемный железобетонный блок выполнен из тяжелого бетона по рабочим чертежам. Проектный класс бетона В30. Размеры блока в плане 6,0х3,55 м, высота блока 2,66 м, толщина стен 100 мм, толщина плиты перекрытия 160 мм. В трех стенах предусмотрены дверные проемы размером 910х1100(н) и 1010х1100(н) мм, в четвертой стене – оконный проем размером 1810х1100(н) мм. Армирование стен и плиты перекрытия выполнено по аналогии с основным испытываемым блоком.

Опалубочные чертежи и схемы армирования испытуемого Б05Т и инвентарного Б06Т объемных блоков представлены на рис. 1–5. Монтаж блоков осуществлялся друг на друга с опиранием через растворный шов (шарнирное опирание). Проектная марка раствора в швах между блоками М200.

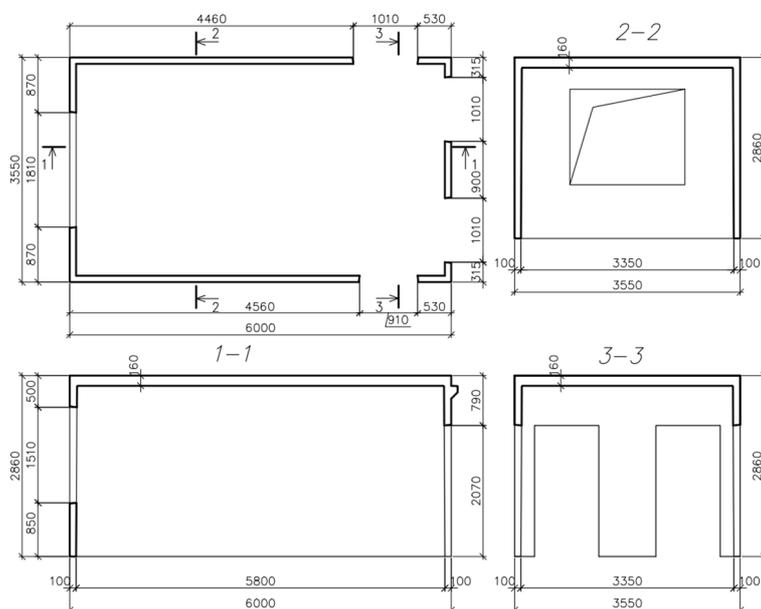


Рис. 1. Опалубочный чертеж объемного блока

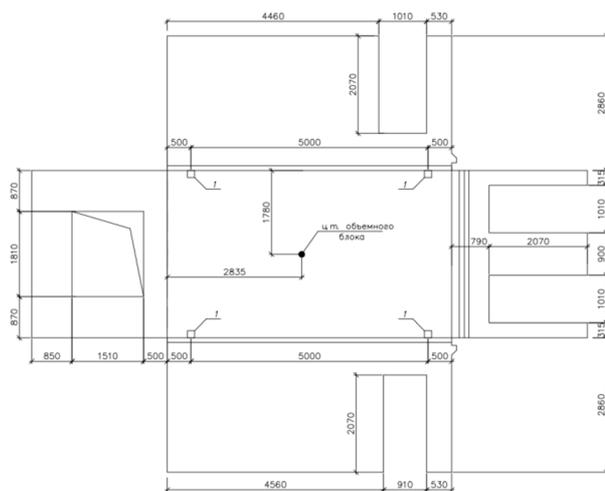


Рис. 2. Развертка объемного блока

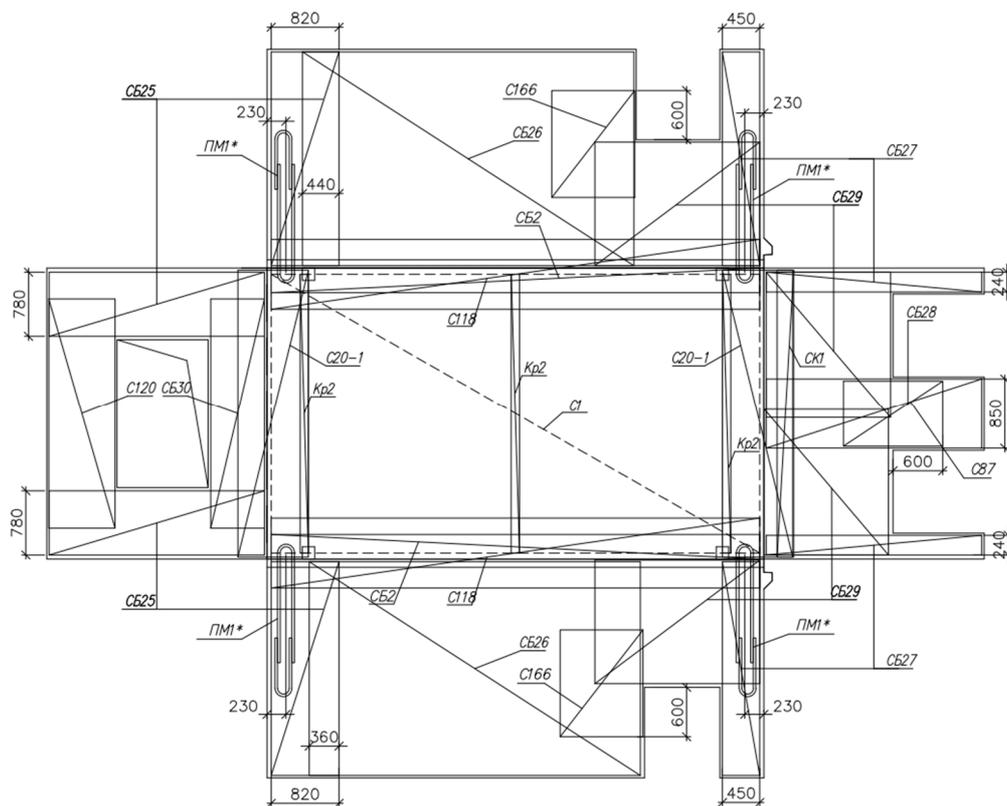


Рис. 5. Схема армирования инвентарного блока

Испытание стен объемного блока. Испытания проводились в соответствии с ГОСТ 8829–94 «Изделия строительные железобетонные и бетонные заводского изготовления. Методы испытаний нагружением» на стенде завода-изготовителя в г. Воронеж, общий вид которого представлен на рис. 6. Конструкция стенда позволяет проводить испытания с установкой объемных блоков по схеме «в два этажа».



Рис. 6. Общий вид стенда

Испытания объемного блока типа «колпак» проведено на совместные действия нагрузки на перекрытие и стены. Общая схема испытания представлена на рис. 7

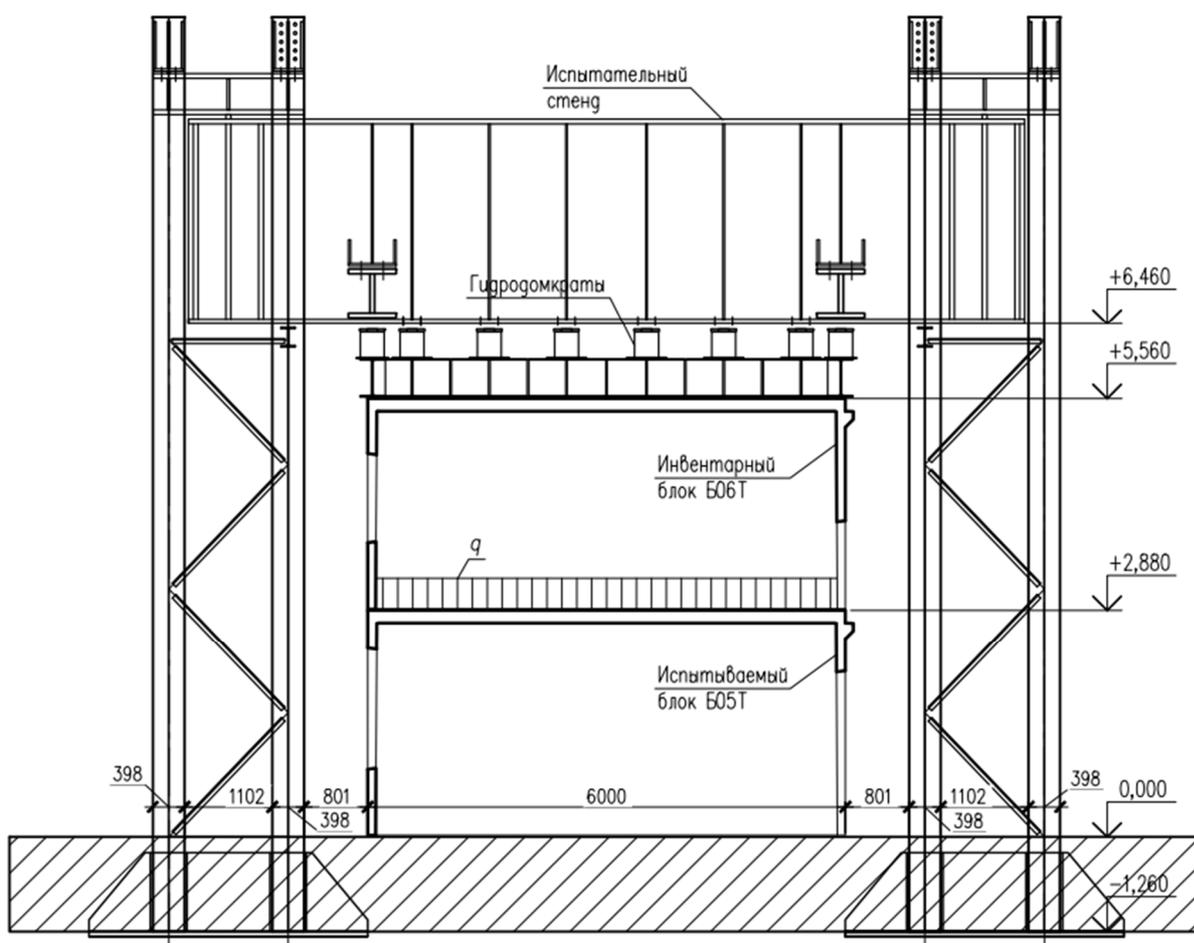


Рис. 7. Схема установки блоков для проведения испытаний

Для реализации испытаний по схеме «в два этажа» на испытываемый объемный блок был установлен дополнительный инвентарный объемный блок на слое раствора марки М200. Верх инвентарного блока перед испытаниями усиливался путем установки металлических тяжей по периметру стен. Испытание производилось после набора прочности растворного шва. Нагружение блоков производилось гидродомкратами грузоподъемностью 300 т производства ЗАО «Трансгидромаш» в количестве 15 шт. Усилия от гидродомкратов передавались на верхний инвентарный блок через отдельные металлические балки. Для упрощения работы насосной станции гидродомкраты были объединены в группы по две-три штуки. На каждый домкрат внутри одной группы подавалась одинаковая нагрузка.

Схема расположения тензометрических датчиков перемещений и прогибомеров на развертке объемного блока представлена на рис. 8. Схема нагружения инвентарного блока гидродомкратами изображена на рис. 9. Схема приложения нагрузок на испытываемый блок представлена на рис. 10, в соответствии с ней блок загружался равномерно распределенной нагрузкой q по площади перекрытия и нагрузкой G на полосу шириной 100 мм по контуру плиты перекрытия.

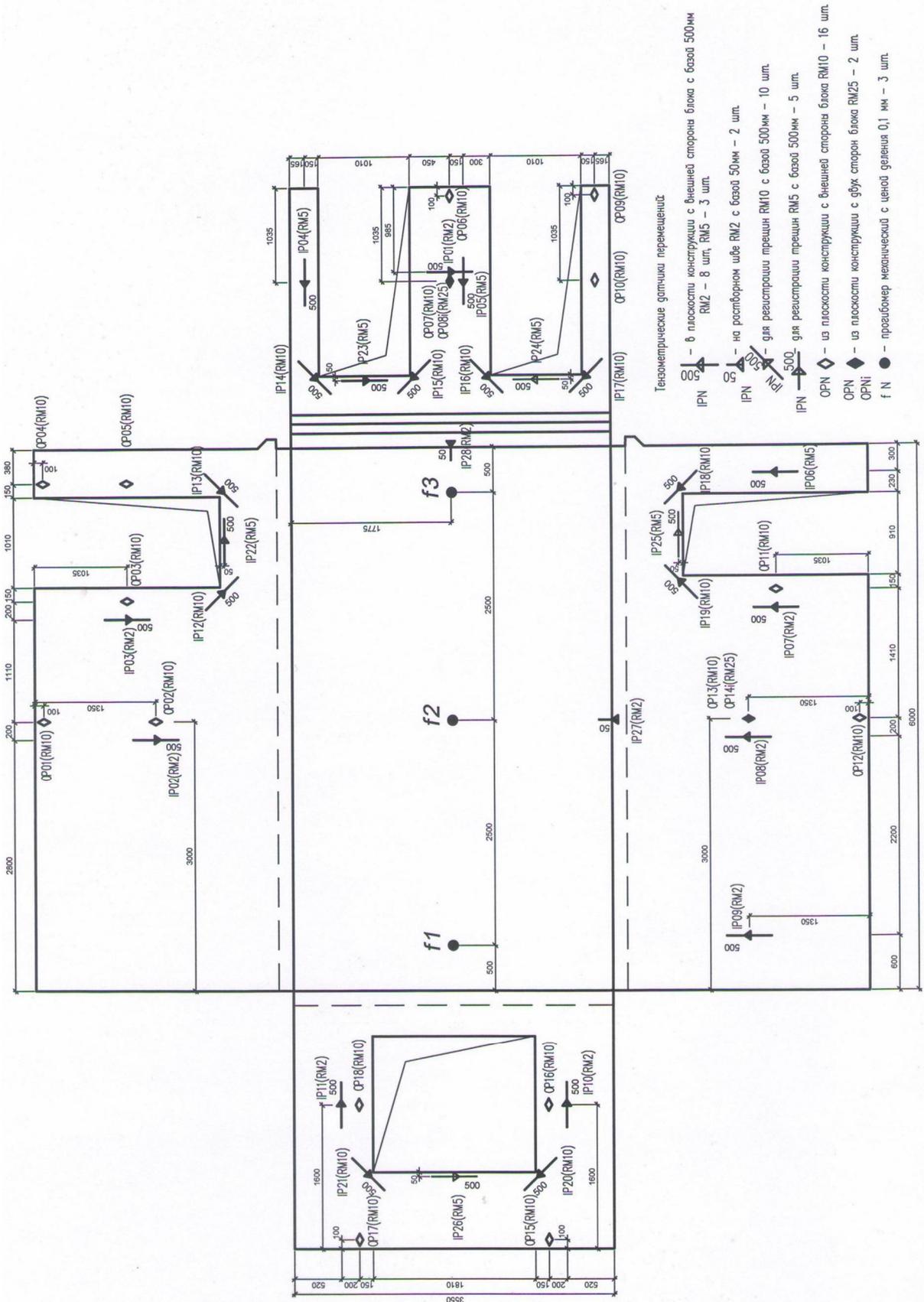


Рис. 8. Схема расположения тензометрических датчиков перемещений и прогибомеров на развертке объемного блока

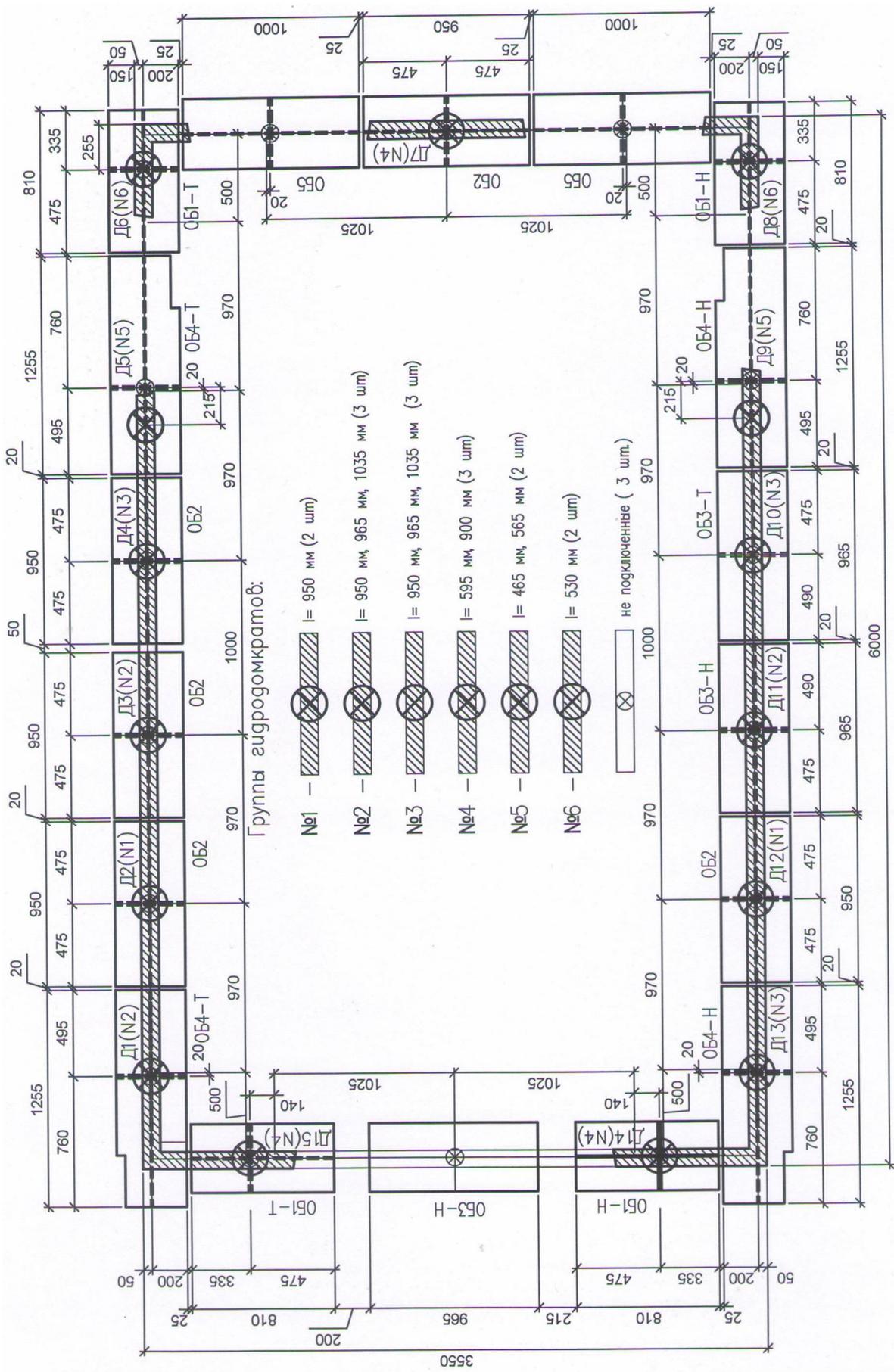


Рис. 9. Схема нагружения инвентарного блока гидромкратами

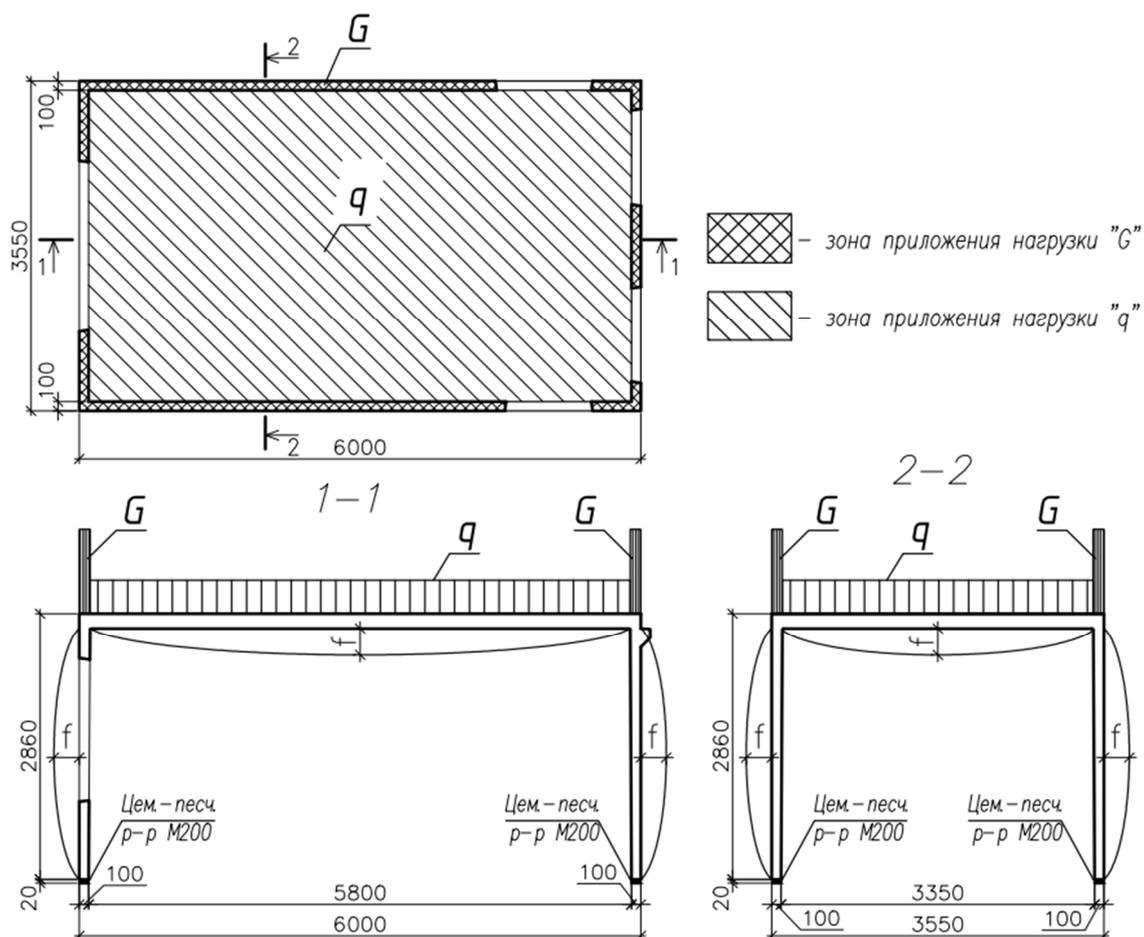


Рис. 10. Схема приложения нагрузок на испытываемый блок

Измерение деформаций стен производилось на базе 500 мм в направлении приложения нагрузки, а также над дверными и под оконным проемами в перпендикулярном и наклонном направлениях. Деформации растворного шва измерялись на базе 50 мм в направлении приложения нагрузки. Деформации стен из плоскости измерялись датчиками перемещений с наружной и внутренней сторон блока в точках с наибольшими ожидаемыми прогибами. Всего для испытаний было использовано 46 индуктивных датчиков линейных перемещений.

Анализ результатов испытаний. За разрушающее значение нагрузки принято значение, соответствующее 14 ступени нагружения $P_{test} = 1595 \text{ кН/м}$. На данной ступени нагружения происходило непрерывное развитие и чрезмерное раскрытие трещин в стенах обоих блоков при практически неизменной достигнутой нагрузке. Исчерпание несущей способности стен сопровождалось выкалыванием кусков бетона у опорных зон между блоками и смятием растворного шва между блоками. Деформации сжатия по датчикам, установленным в плоскости стен в направлении приложения нагрузки, представлены на рис. 11. Как следует из этих данных, относительные деформации сжатия стен на этапе разрушения блока (14 ступень нагружения) достигли значений в диапазоне от $14 \cdot 10^5$ до $68,1 \cdot 10^5$, что существенно меньше предельного значения для тяжелого бетона $\epsilon_{b0} = 200 \cdot 10^5$, приведенного в СП 63.13330. Характер зависимости деформаций от прикладываемой нагрузки на стены не линейный. Относительные поперечные деформации сжатия простенка на 14 ступени были примерно в 9 раз меньше продольных и составляли $3,91 \cdot 10^5$. Деформации растяжения по датчикам, установленным по углам дверных проемов по направлению главных растягивающих напряжений, достигли максимальных величин $(6,1 \div 57,2) \cdot 10^5$, в то время как деформации сжатия – $(3,1 \div 75,8) \cdot 10^5$. Наибольшие деформации

сжатия по датчикам, установленным над дверными проемами перпендикулярно приложенной нагрузки, имели значения $(2,8\div 4,6)\cdot 10^5$, в то время как наибольшие деформации растяжения составляли $(4,8\div 6,2)\cdot 10^5$. Деформации растяжения под оконным проемом в момент разрушения (14 ступень) достигли относительной величины $172,8\cdot 10^5$ и на последнем этапе испытаний составили $189,2\cdot 10^5$. Относительные деформации сжатия растворного шва к моменту разрушения достигли величины $724,7\cdot 10^5$, на порядок превышающей аналогичные деформации стен.

По датчикам, установленным из плоскости стен, максимальная величина выгиба при контрольной нагрузке по жесткости составила 0,64 мм, при разрушающей нагрузке – 2,52 мм и в конце последней ступени нагружения достигала величины 2,58 мм.

Наибольшей деформативностью из плоскости стен обладали простенки по краям оконного проема и малые угловые простенки поперечных стен. В целом, выгиб стен из плоскости за весь период испытаний не превышал предельное значение, равное 5 мм. Диаграмма зависимости перемещений поперечной стены из плоскости от нагрузки, $v_1=f(G)$, представлена на рис. 12. График прогибов – рис. 13.

Первая силовая трещина появилась в стене под оконным проемом при нагрузке 401 кН/м между 3 и 4 ступенями нагружения. Деформация растяжения бетона в момент трещинообразования составила 0,176 мм/м. Ширина раскрытия этой трещины при контрольной нагрузке составила 0,20 мм, что не превышало контрольное значение $a_{cont}=0,25$ мм. Наибольшей ширины раскрытия 0,4 мм она достигла на 13 ступени загрузки. Дальнейшего раскрытия зафиксированной трещины не происходило вследствие образования на данном участке новых трещин.

Помимо силовых трещин, образовавшихся в процессе испытаний, велось наблюдение за всеми существующими до начала испытаний усадочными и технологическими (доэксплуатационными) трещинами. Поскольку они поддаются ремонту и легко устранимы, оценка ширины их раскрытия в процессе нагружения блока производилась по их приросту по отношению к ширине раскрытия до начала испытаний.

Прирост ширины раскрытия доэксплуатационных трещин при контрольной нагрузке составил 0,05–0,1 мм. Полная ширина раскрытия отдельных трещин находилась между контрольным значением $a_{cont} = 0,25$ мм

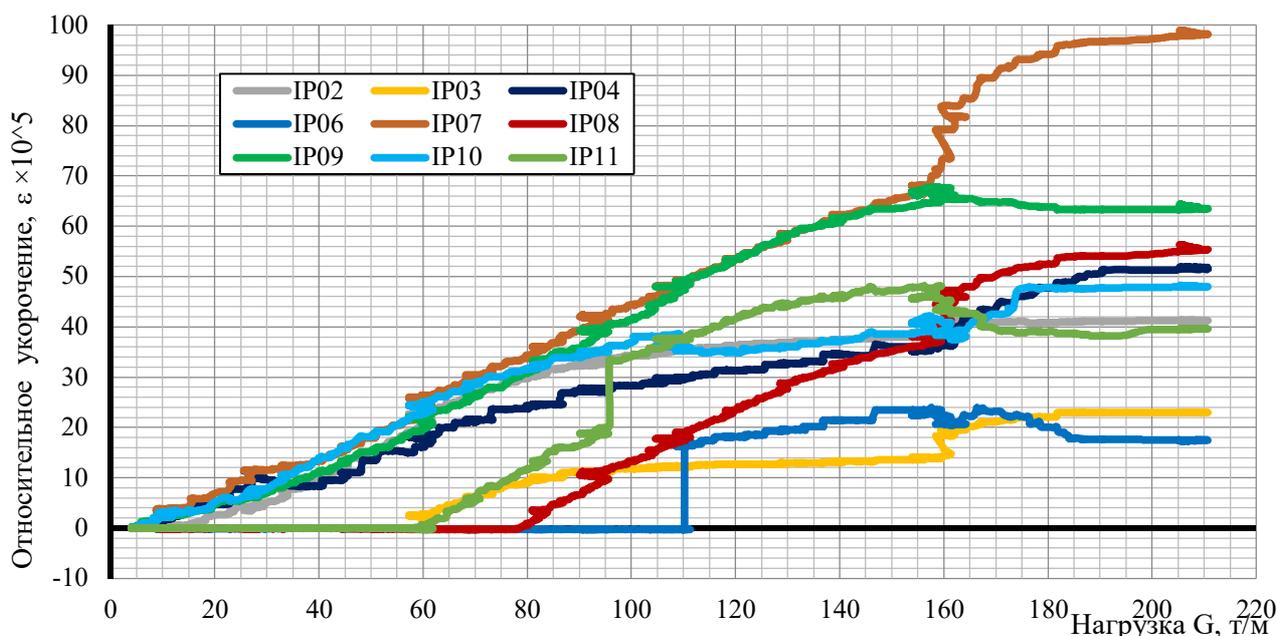


Рис. 11. Диаграмма зависимости относительных вертикальных деформаций сжатия стен от нагрузки, $\epsilon_v=f(G)$

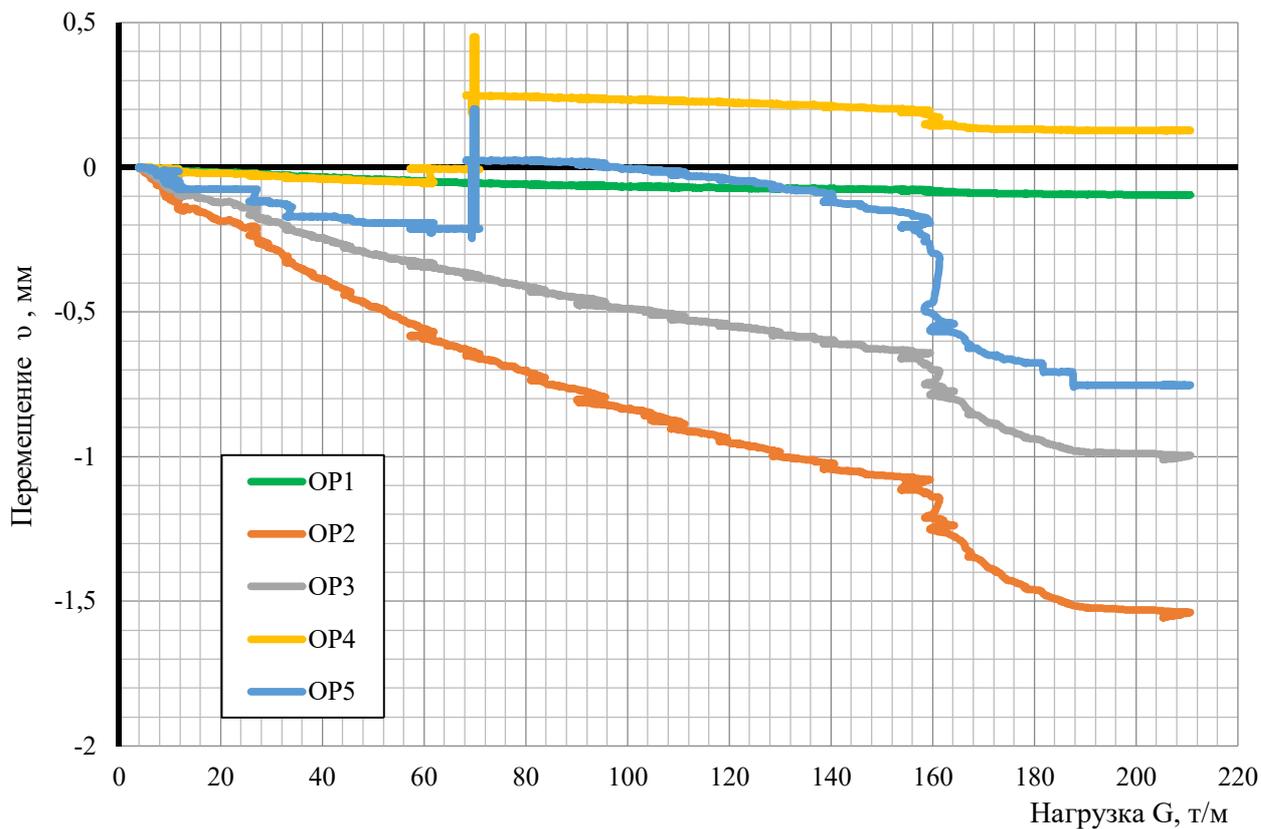


Рис. 12. Диаграмма зависимости перемещений поперечной стены из плоскости от нагрузки, $v_1=f(G)$

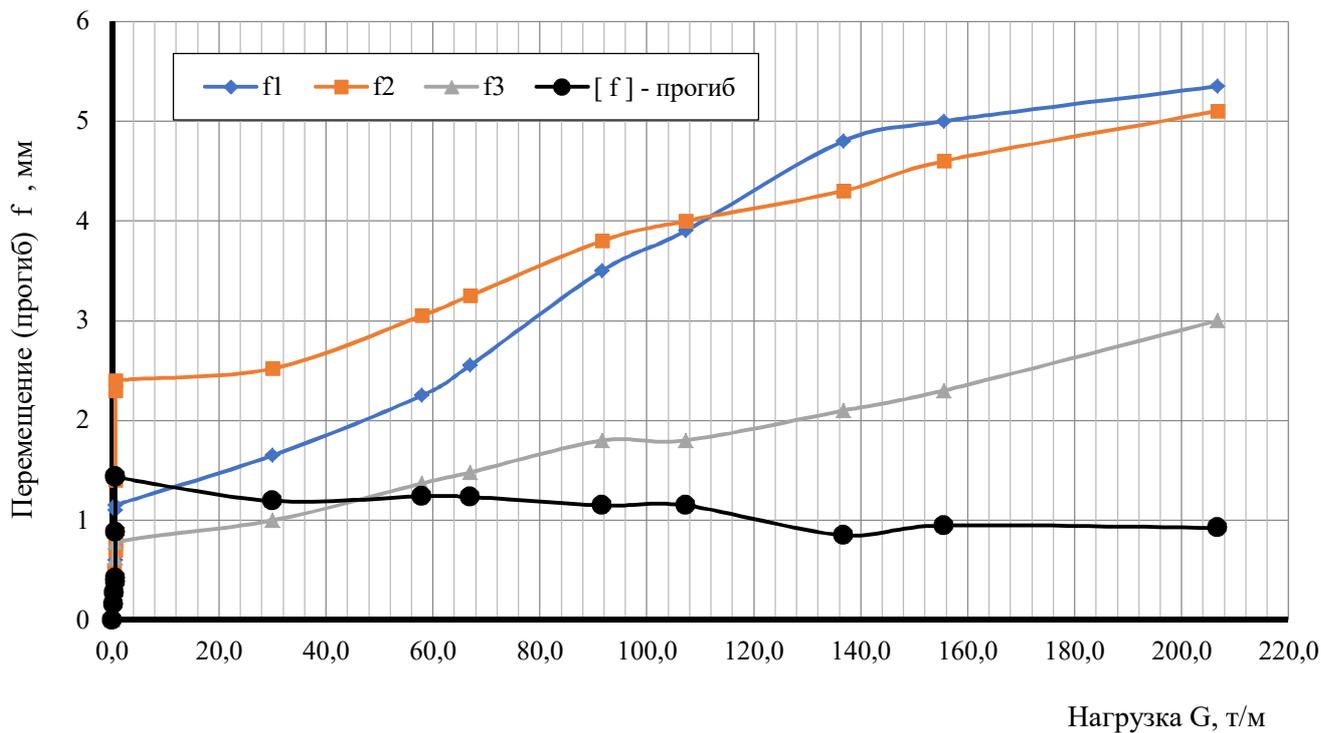


Рис. 13. График зависимости перемещений и прогиба плиты перекрытия от нагрузки на стены

Численные исследования. Проведены численные исследования, посвященные определению напряженно-деформированного состояния блока.

В ПК Лира САПР 2013 в качестве конечного элемента, моделирующего бетонные стены и перекрытия блока, был выбран универсальный физически нелинейный прямоугольный конечный элемент – КЭ 241. В качестве конечного элемента, моделирующего армирование исследуемого элемента, был выбран физически нелинейный универсальный пространственный стержневой конечный элемент – КЭ 210, на каждом шаге нагружения которого проверяется несущая способность сечения элемента, при ее превышении назначается шарнир по соответствующему направлению. Данные конечные элементы описываются коэффициентом Пуассона, двухлинейными диаграммами зависимости напряжений от деформаций для сжатия и растяжения.

Расчет деформаций стен блока выполнен для сечений, расположенных в середине по их высоте, при действии нормативной нагрузки. Контрольная нагрузка от домкратов прикладывалась на стены через инвентарный блок по схеме в два этажа. Расчетная схема и изополюя перемещений стен блока представлены на рис. 14 и 15.

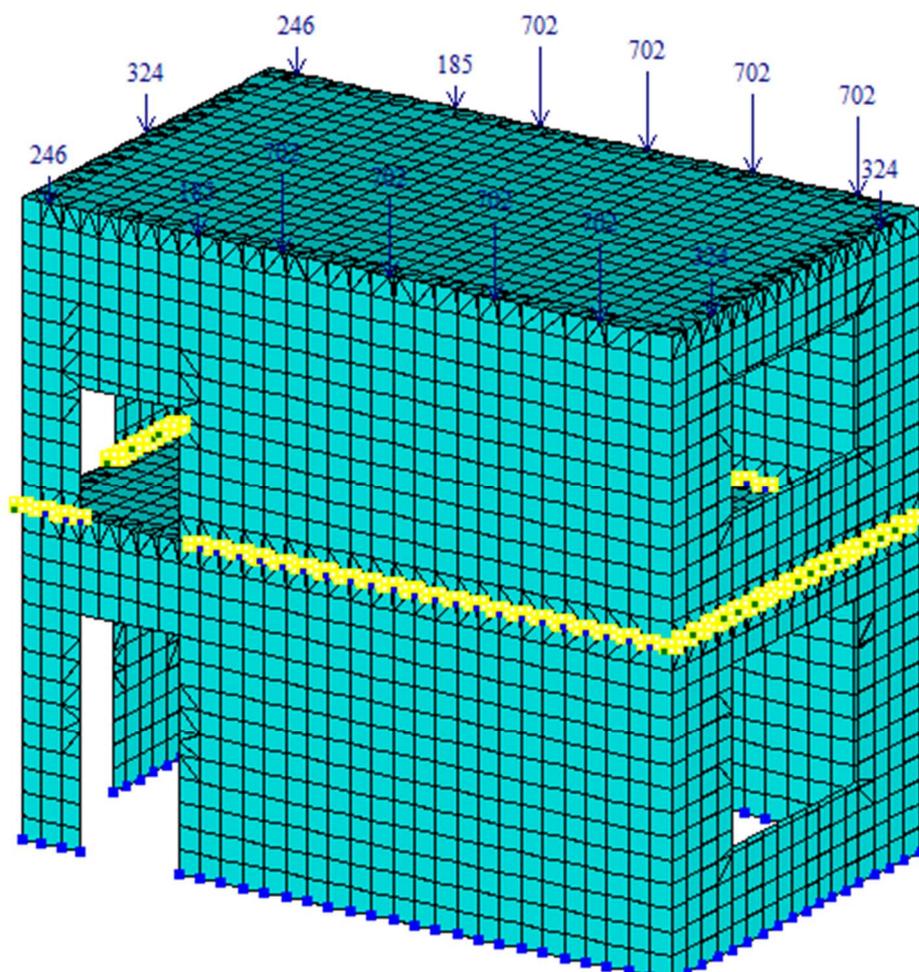


Рис. 14. Расчетная схема загрузки блока

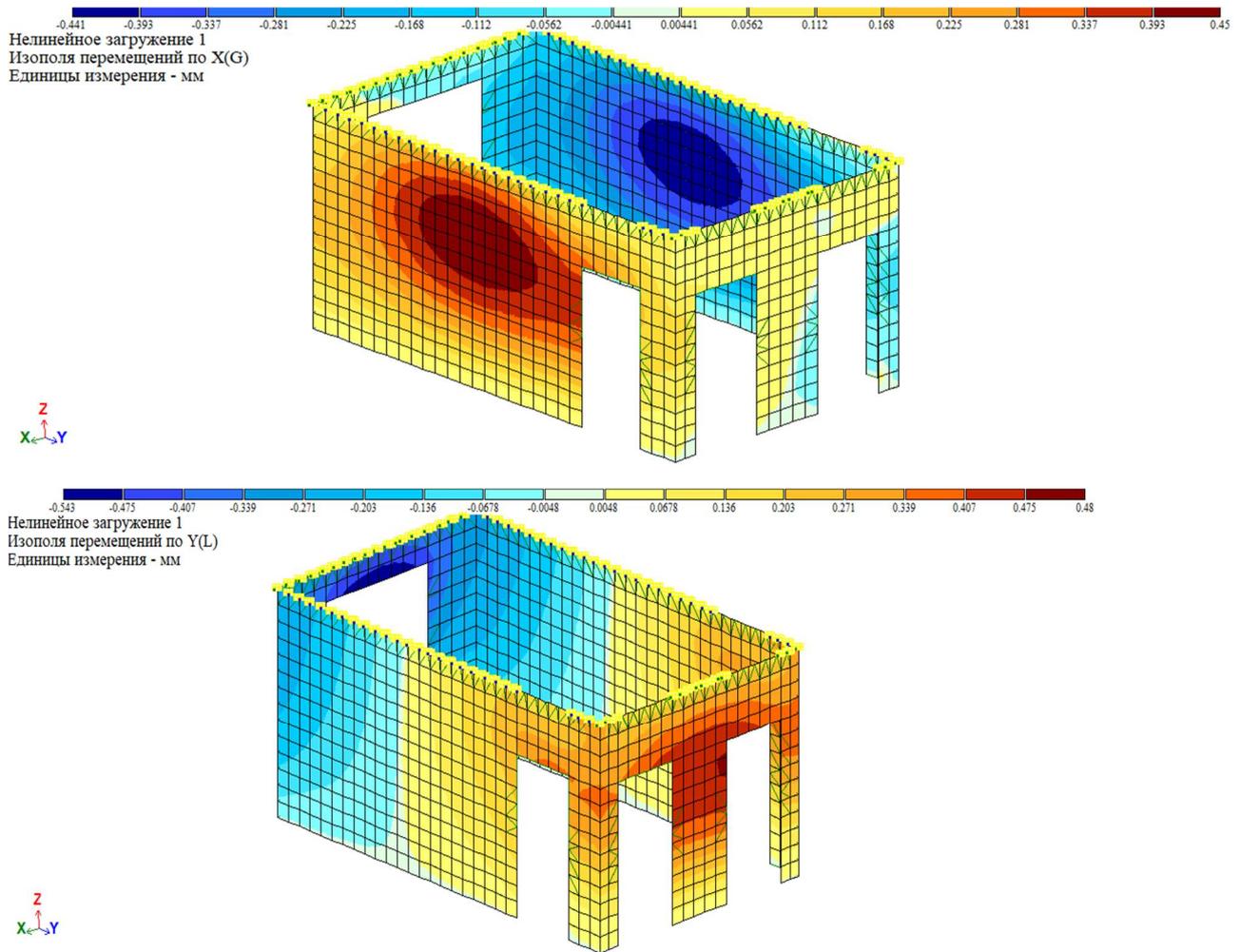


Рис. 15. Изополя перемещений стен блока относительно осей X и Y

Момент трещинообразования определялся в соответствии с разрушением конечных элементов модели при предельных растягивающих напряжениях в бетоне.

На основании анализа конечно-элементной модели блока образование первой нормальной трещины произошло в короткой стене под оконным проемом. Мозаика главных напряжений представлена на рис. 16.

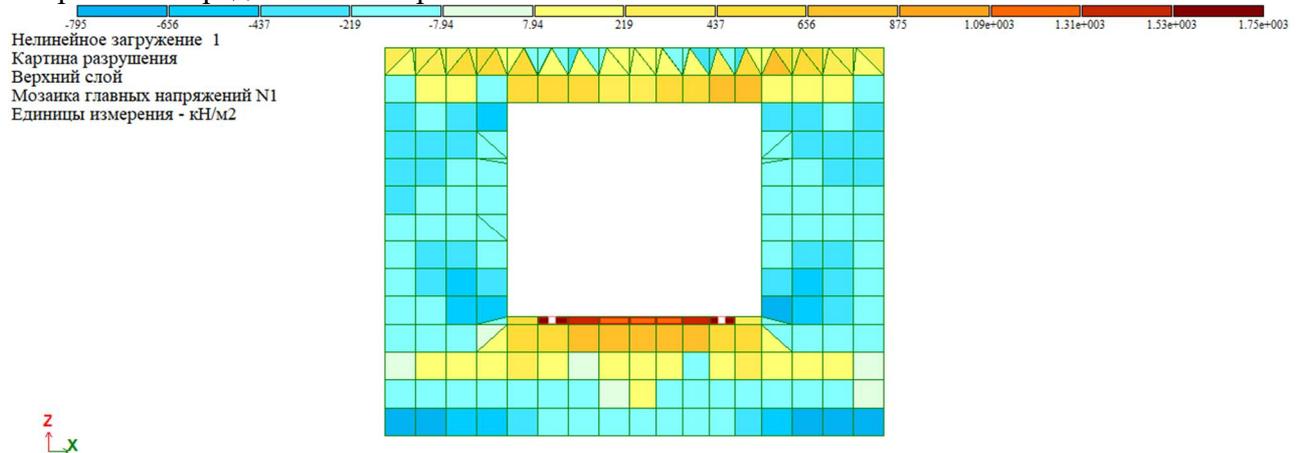


Рис. 16. Мозаика главных напряжений N1

Выводы. На основании анализа результатов проведенных испытаний нагружением объемного блока сделаны следующие выводы и рекомендации:

- экспериментально определены несущая способность, выгиб и ширина раскрытия трещин стен объемного блока. Полученные значения не превышали предельно допустимые;

- на втором этапе испытаний, при загрузке стен гидродомкратами с сохранением расчетной нагрузки на перекрытии, разрушение произошло при нагрузке $P_{test} = 1595$ кН/м, превышающей контрольную нагрузку в 1,11 раза. Выгиб стен был значительно меньше предельно допустимого $v_{ult} = 5$ мм и составил 0,64 мм. Величина раскрытия новых трещин 0,2 мм и прирост ширины раскрытия существовавших до начала испытаний доэксплуатационных трещин в стенах 0,05–0,1 мм не превышали контрольное значение $a_{cont} = 0,25$ мм. Таким образом, стены изделия с определенным запасом выдержали испытание при оценке прочности, жесткости и трещиностойкости по нормируемым показателям;

- по итогам испытаний можно констатировать, что блок прошел все контрольные ступени нагружения без проявления признаков, свидетельствующих об исчерпании несущей способности и существенно влияющих на его эксплуатационную пригодность.

Библиографический список

1. Маилян Д.Р., Кургин К.В. Сопротивление керамзитовофиброжелезобетонных колонн немногokrратно повторным нагружениям // Инженерный вестник Дона. – 2012. – №1. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/625.
2. Польской П.П., Михуб А. Конструкция и схемы испытания железобетонных балок, усиленных композитными материалами // Инженерный вестник Дона. – 2013. – №2. – URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1696.
3. Рекомендации по конструированию и расчету панельно-блочных зданий с применением объемных блоков типа «колпак» / ЦНИИЭП жилища. – М.:Стройиздат, 1986. – 108 с.
4. Руководство по проектированию крупнопанельных зданий с применением несущих объемных блоков / Н.-и. ин-т строительных конструкций Госстроя СССР. – М.:Стройиздат, 1983. – 60 с.
5. Бронников П.И. Объемно-блочное домостроение. – М.: Стройиздат, 1979. – 142 с.

References

1. Mailyan D.R., Kurgin K.V. Resistance of claydite-fiber-reinforced concrete columns to several times repeated loading. Engineering Bulletin of the Don. 2012. No. 1. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1y2012/625.
2. Polskoy P.P., Mikhub A. Design and testing schemes for reinforced concrete beams reinforced with composite materials. Engineering Bulletin of the Don. 2013. No. 2. URL: ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2y2013/1696.
3. Recommendations for the design and calculation of panel-block buildings using volumetric blocks of the “cap” type. TsNIIEP dwellings. M.: Stroyizdat, 1986. 108 p.
4. Guidelines for the design of large-panel buildings using load-bearing volumetric blocks. Gosstroy Institution of building structures of USSR. M.: Stroyizdat, 1983. 60 p.
5. Bronnikov P.I. Volumetric block housing construction. M.: Stroyizdat, 1979. 142 p.

STUDY OF STRENGTH, RIGIDITY AND CRACK RESISTANCE OF WALLS OF VOLUME REINFORCED CONCRETE BLOCK OF "CAP" TYPE

D. V. Panfilov¹, Yu. F. Rogatnev², A. I. Chernousov³, O. O. Sokolov⁴, P. A. Zyabukhin⁵

Voronezh State Technical University^{1,2,3,4,5}
Russia, Voronezh

¹PhD of Technical Sciences, Head of the Department of Building Structures, Bases and Foundations,
Tel.: +7(910)3497659, e-mail: panfilov_dv@vgasu.vrn.ru

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Building Structures, Bases and Foundations,
Tel.: +7(910)2406764, e-mail: yrogatnev @yandex.ru

³Postgraduate Student of the Department of Building Structures, Bases and Foundations, Tel.: +7(951)8595685,
e-mail: chernyy-94@mail.ru

⁴Assistant of the Department of Building Structures, Bases and Foundations, Tel.: +7(910)3460984,
e-mail: sokolov.oleg-olegovich@yandex.ru

⁵Assistant of the Department of Building Structures, Bases and Foundations, Tel.: +7(900)9590223,
e-mail: aypavel@mail.ru

The result of a comprehensive check of the design development and technical conditions for the manufacture of three-dimensional blocks of a typical (serial) reinforced concrete structure using heavy concrete for compliance with regulatory requirements for strength, rigidity and crack resistance is presented.

Keywords: test, bulk block, control load, hydraulic jacks, displacement, deformation, deflection, crack, strength, rigidity, crack resistance.

УЧЕТ ОДНОСТОРОННЕГО УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ ПРИ РАСЧЕТЕ ГОФРИРОВАННЫХ ВОДОПРОПУСКНЫХ ТРУБ ПО ПОЛУБЕЗМОМЕНТНОЙ ТЕОРИИ ОБОЛОЧЕК

А. В. Черников¹, В. А. Козлов²

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

¹Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(920)2467077, e-mail: chernickov-andrei@yandex.ru

²Д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой строительной механики, тел.: +7(473)276-40-06,
e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

В настоящей работе приводится математическая модель, позволяющая оценить напряженно-деформированное состояние гофрированной водопропускной трубы с учетом влияния одностороннего упругого основания грунта засыпки. На основе полубезмоментной теории оболочек представлен вывод разрешающих уравнений для перемещений и внутренних усилий. Рассмотрен пример расчета по представленной методике. Выполнен качественный и количественный анализ полученных численных результатов. Исследуется влияние модуля деформации грунта и геометрических параметров гофрированной трубы на её напряженно-деформированное состояние.

Ключевые слова: металлическая гофрированная труба (МГТ), металлические гофрированные конструкции (МК), водопропускная труба, полубезмоментная теория оболочек, упругое основание, односторонние связи, ортотропная оболочка, коэффициент постели, упругий отпор грунта.

Введение. Металлические гофрированные трубы (МГТ) представляют собой тонкие гибкие конструктивно ортотропные оболочки с малой поперечной жесткостью. Статическое равновесие для них обеспечивается за счет упругого отпора грунта засыпки [5, 16]. В работе [9] описан упрощенный подход к определению НДС гофрированной трубы на основе полубезмоментной теории, но без учета влияния упругого основания грунта засыпки. К тому же не учитывался односторонний характер упругих связей, расположенных в зоне контакта поверхности водопропускной трубы и грунтовой обоймы. В настоящей статье предлагается математическая модель, в разрешающих уравнениях которой учитываются указанные факторы, и позволяющая получать соответствующие численные результаты. На основе предлагаемой методики рассмотрен конкретный пример расчета МГТ и проведен анализ зависимости напряженно-деформированного состояния МГТ от её геометрических параметров и от модуля деформации грунтовой обоймы.

1. Основные расчетные положения. Применимость полубезмоментной теории оболочек к расчету МГТ подробно рассматривалась в работах [9, 10]. При выводе разрешающих уравнений приняты основные гипотезы:

- 1) нормаль, проведенная к срединной поверхности оболочки до её деформации, остаётся перпендикулярной к ней после деформации (гипотеза Кирхгофа-Лява);
- 2) оболочка считается тонкой: $\delta / R \leq 0,05$;
- 3) длина оболочки как минимум в несколько раз превосходит радиус срединной поверхности: $L \gg R$;

4) характер изменения всех характерных функций (перемещений, напряжений, усилий) в продольном направлении полагается существенно более плавным, чем в окружном направлении: $\partial^2 f / \partial \alpha^2 \ll \partial^2 f / \partial \beta^2$ [7].

Из четвертой гипотезы вытекает и главная особенность полубезмоментной теории – моментное состояние учитывается только в плоскости поперечного сечения оболочки, что в целом соответствует реальным условиям работы водопропускных труб. Далее в расчетах при учете совместной работы с упругим грунтовым основанием примем ещё одну гипотезу:

5) модель упругого основания типа Фусса–Винклера.

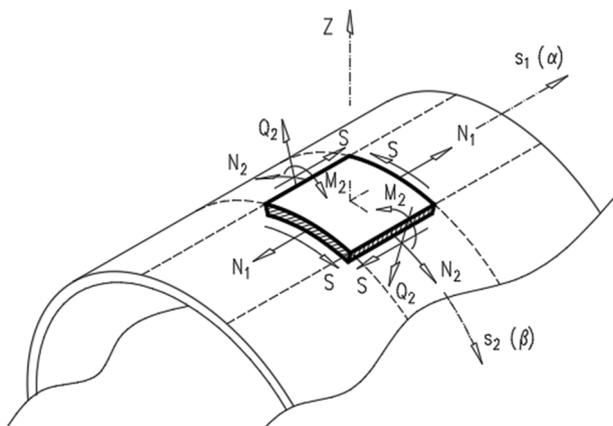


Рис. 1. Компоненты внутренних усилий

Компоненты внутренних усилий полубезмоментной теории для элементарного элемента оболочки приведены на рис. 1. Для компонентов перемещений приняты следующие обозначения: u – продольное перемещение; v – окружное перемещение; w – радиальное перемещение. Принята цилиндрическая система координат, приведенная к безразмерной через коэффициент пропорциональности, равный радиусу R срединной поверхности оболочки: $\alpha = s_1 / R$, $\beta = s_2 / R$.

2. Вывод основных разрешающих уравнений. Запишем основное уравнение полубезмоментной теории, принятое в работе [9], полученное во многих монографиях [1, 3].

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left(\frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \frac{R^3}{E h} F(\alpha, \beta), \quad (1)$$

где R – радиус срединной поверхности оболочки; h – толщина стенки оболочки; E – модуль упругости; D – цилиндрическая жесткость; \bar{h} – приведенная толщина стенки в окружном направлении для ортотропной оболочки:

$$D = \frac{E \bar{h}^3}{12(1 - \mu^2)}; \quad \bar{h} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot J_{\text{гофр}}}{b}};$$

μ – коэффициент поперечной деформации (Пуассона); $J_{\text{гофр}}$ – момент инерции гофрированной полосы единичной длины; b – единичная длина для выделенной полосы оболочки; $F(\alpha, \beta)$ – функция нагрузки, которая раскладывается на продольную, окружную и радиальную составляющие $f_1(\alpha, \beta)$, $f_2(\alpha, \beta)$, $f_3(\alpha, \beta)$ соответственно:

$$F(\alpha, \beta) = -\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}. \quad (2)$$

Теперь, чтобы учесть влияния упругого основания грунта, введем дополнительные слагаемые к функции нагрузки (2) и запишем её в следующем виде:

$$F(\alpha, \beta) = -\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \left(\frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial f_2'(\alpha, \beta)}{\partial \beta} \right) + \left(\frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} + \frac{\partial^2 f_3'(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (3)$$

где $f_2'(\alpha, \beta)$, $f_3'(\alpha, \beta)$ – интенсивности дополнительного давления, которые соответствуют тангенциальному и нормальному компонентам упругого отпора. Они связаны с перемещениями внешней поверхности оболочки следующими линейными зависимостями:

$$f_2'(\alpha, \beta) = -k_t \cdot v; f_3'(\alpha, \beta) = -k_n \cdot w, \quad (4)$$

где k_t, k_n – коэффициенты сопротивления грунта окружному и радиальному перемещениям; k_n определяем по формуле Б.Г. Галеркина [2], k_t – по рекомендациям Л.М. Емельянова [4]:

$$k_n = \frac{E_{гр}}{R \cdot (1 + \mu_{гр})}; 0 \leq k_t \leq k_n \cdot \tan \varphi,$$

где $E_{гр}, \mu_{гр}, \varphi$ – модуль деформации, коэффициент поперечной деформации (Пуассона) и угол трения грунта соответственно.

С учетом (3) и (4) правая часть уравнения (1) становится зависимой от перемещений v и w . Чтобы раскрыть эту связь, запишем перемещения v и w через функцию $\Phi(\alpha, \beta)$. Все выражения для перемещений и внутренних усилий, записанных через основную функцию $\Phi(\alpha, \beta)$, приводятся в работе [9] и в монографиях [1, 3]. Здесь же ограничимся формулами для окружного и радиального перемещений:

$$v = -\frac{1}{R} \cdot \frac{\partial \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta}; w = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (4), а затем (4) в (3) после всех преобразований запишем основное уравнение полубезмоментной теории (1) в следующем виде:

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left(\frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) - \frac{R^2}{E h} \left(k_t \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} - k_n \cdot \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \frac{R^3}{E h} F(\alpha, \beta). \quad (6)$$

Решение уравнения (6) выполняется с применением вариационного метода Канторовича–Власова [8], интегрирование производится в рядах. Функция $\Phi(\alpha, \beta)$ и функция i -го компонента нагрузки $f_i(\alpha, \beta)$ раскладываются в тригонометрический ряд с учетом симметрии. После подстановки разложений в уравнение (6), дифференцирования по угловой переменной β и после всех упрощений будем иметь следующее обыкновенное дифференциальное уравнение для функции $\Phi_n(\alpha)$, соответствующее n -му члену разложения основной функции $\Phi(\alpha, \beta)$:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + \left(n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 E h} + (k_t \cdot n^2 + k_n \cdot n^4) \frac{R^2}{E h} \right) \Phi_n(\alpha) = \frac{R^3}{E h} F_n(\alpha), \quad (7)$$

где $F_n(\alpha)$ – функция, соответствующая n -му члену разложения функции $F(\alpha, \beta)$:

$$F_n(\alpha) = -\frac{df_{1n}(\alpha)}{d\alpha} + n \cdot f_{2n}(\alpha) - n^2 \cdot f_{3n}(\alpha);$$

$f_{in}(\alpha)$ – коэффициент для n -го члена разложения нагрузки, определяемый по формуле Эйлера [3]

$$f_{in} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{-\pi}^{\pi} q_i \cdot \cos(n\beta) d\beta. \quad (8)$$

Уравнение (7) приводится к известному виду для задачи балки на упругом основании:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + 4 \cdot j_n^4 \cdot \Phi_n(\alpha) = \frac{R^3}{Eh} F_n(\alpha), \quad (9)$$

где j_n – приведенный коэффициент перед $\Phi_n(\alpha)$, второе слагаемое в подкоренном выражении соответствует упругому взаимодействию с грунтом засыпки:

$$j_n = \sqrt[4]{\frac{n^4(n^2-1)^2}{48(1-\mu^2)} \cdot \frac{\bar{h}^3}{R^2 h} + \frac{(k_t \cdot n^2 + k_n \cdot n^4)}{4} \cdot \frac{R^2}{Eh}}.$$

Дальнейший ход решения аналогичен представленному в статье [9], поэтому запишем сразу полученные выражения для перемещений и основных внутренних усилий с учетом дополнительных элементов, отмеченных выше.

$$u = \sum_{n=2}^N \frac{F_n}{4 \cdot j_n^3} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (4 \cdot K_4(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_1(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_3(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (10)$$

$$v = \sum_{n=2}^N -n \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (11)$$

$$w = \sum_{n=2}^N -n^2 \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (12)$$

$$N_1 = \sum_{n=2}^N F_n \cdot \frac{R}{j_n^2} \cdot \left(K_3(j_n \alpha) - \xi_2 \cdot K_4(j_n \alpha) - \frac{\xi_4}{4} \cdot K_2(j_n \alpha) \right) \cdot \cos(n\beta), \quad (13)$$

$$N_2 = \sum_{n=2}^N \left(R \cdot f_{3n}(\alpha) - \frac{n^4(1-n^2)}{12(1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{R} \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{\bar{h}^3}{h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \right) \times \cos(n\beta), \quad (14)$$

$$M_2 = \sum_{n=2}^N -\frac{n^2(n^2-1)}{12(1-\mu^2)} \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{\bar{h}^3}{h} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta). \quad (15)$$

где K_1, K_2, K_3, K_4 – функции А.Н. Крылова [6], ξ_2 и ξ_4 – коэффициенты, полученные в процессе вывода разрешающих уравнений [9]:

$$K_1(j_n \alpha) = \operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha); \quad K_2(j_n \alpha) = \frac{1}{2} \cdot (\operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \sin(j_n \alpha) + \operatorname{sh}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha));$$

$$K_3(j_n \alpha) = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{sh}(j_n \alpha) \cdot \sin(j_n \alpha); \quad K_4(j_n \alpha) = \frac{1}{4} \cdot (\operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \sin(j_n \alpha) - \operatorname{sh}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha));$$

$$\xi_2 = \frac{\operatorname{sh}(\lambda) - \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \xi_4 = 2 \cdot \frac{\operatorname{sh}(\lambda) + \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \lambda = j_n \frac{L}{R}.$$

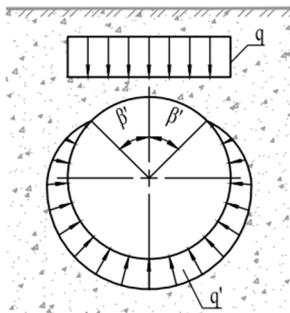


Рис. 2. Схема загрузки

3. Схема загрузки. Принятая схема для гибких гофрированных водопропускных труб представлена на рис. 2. Она состоит из двух компонентов: активной нагрузки q и реактивного сопротивления грунта q' .

Активная нагрузка представлена весом грунта засыпки и нагрузкой от подвижного транспорта. При этом она принимается равномерно распределенной по поперечнику трубы (подвижную нагрузку также можно условно представить распределенной, учитывая демпфирующие и

распределяющие свойства грунта). Для последующих расчетов активная нагрузка раскладывается на нормальную и тангенциальную составляющие по формулам (16), которые затем подставляются в качестве q_i в формулу (8):

$$q_n(\beta) = q \cdot \cos^2(\beta); \quad q_t(\beta) = \frac{1}{2} \cdot q \cdot \sin(2\beta). \quad (16)$$

Реактивное сопротивление грунта связано с перемещением поверхности оболочки в упругом массиве грунта и было учтено ранее при выводе разрешающих уравнений. Важной особенностью работы гибких труб, уложенных в земле, является формирование безотпорной зоны в области замка. В данной зоне радиальные перемещения направлены к центру оболочки, в связи с чем упругое основание начинает работать на растяжение, что противоречит физическому смыслу работы грунта. На представленной схеме безотпорная зона обозначена центральным углом $2\beta'$. Для учета особенности одностороннего характера работы упругого основания вводится следующее условие для интенсивности упругого отпора грунта:

$$f_2'(\alpha, \beta) = -k_t \cdot v; \quad f_3'(\alpha, \beta) = -k_n \cdot w \text{ при } w > 0; \\ f_2'(\alpha, \beta) = 0; \quad f_3'(\alpha, \beta) = 0 \text{ при } w \leq 0.$$

4. Пример расчета. В качестве примера был произведен расчет металлической гофрированной водопропускной трубы, исходные данные для расчета приведены в табл. 1.

Таблица 1

R	h	L	$J_{\text{гофр}}$	E	μ	H	$\gamma_{\text{гр}}$	$E_{\text{гр}}$	$\mu_{\text{гр}}$	φ
м	м	м	м ⁴ /м	кПа	-	м	кН/м ³	кПа	-	град.
0,75	0,002	20,0	$3,2 \times 10^{-7}$	$2,1 \times 10^8$	0,3	6,0	18,0	$8,0 \times 10^3$	0,4	30,0

где H и $\gamma_{\text{гр}}$ – высота насыпи и удельный вес грунта засыпки соответственно.

Результаты расчета НДС для среднего сечения водопропускной трубы приведены на рис. 3, 4 и в табл. 2. На рис. 5 приведены сводные эпюры для радиальных перемещений w и изгибающего момента M_2 в зависимости от положения расчетного сечения.

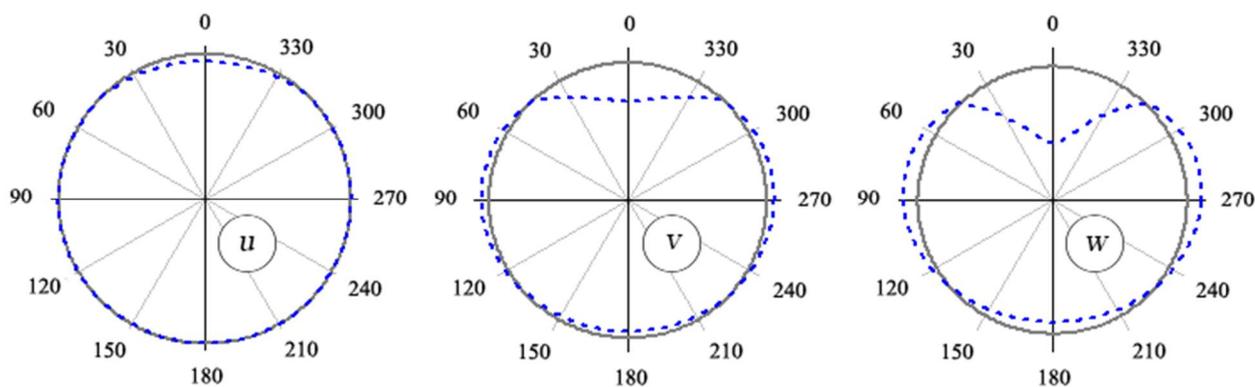


Рис. 3. Эпюры осевых (u), окружных (v) и радиальных (w) перемещений

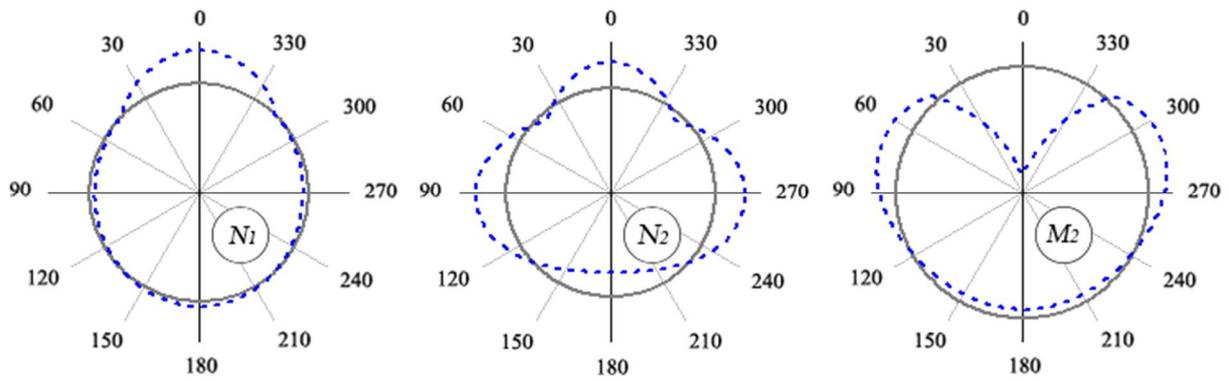


Рис. 4. Эпюры основных внутренних усилий (N_1 , N_2 , M_2)

Таблица 2

Компонент НДС	$\beta = 0$ (замок)	$\beta = \pi$ (лоток)	$\beta = \pi/2$ (гор.)	Компонент НДС	$\beta = 0$ (замок)	$\beta = \pi$ (лоток)	$\beta = \pi/2$ (гор.)
u (мм)	-0,039	-0,00117	0,00118	N_1 (кН/м)	5,679	0,878	-0,878
v (мм)	-6,921	-1,164	1,343	N_2 (кН/м)	14,491	-13,334	16,559
w (мм)	-14,177	-2,150	2,662	M_2 (кН·м)/м	-6,272	-0,523	0,973

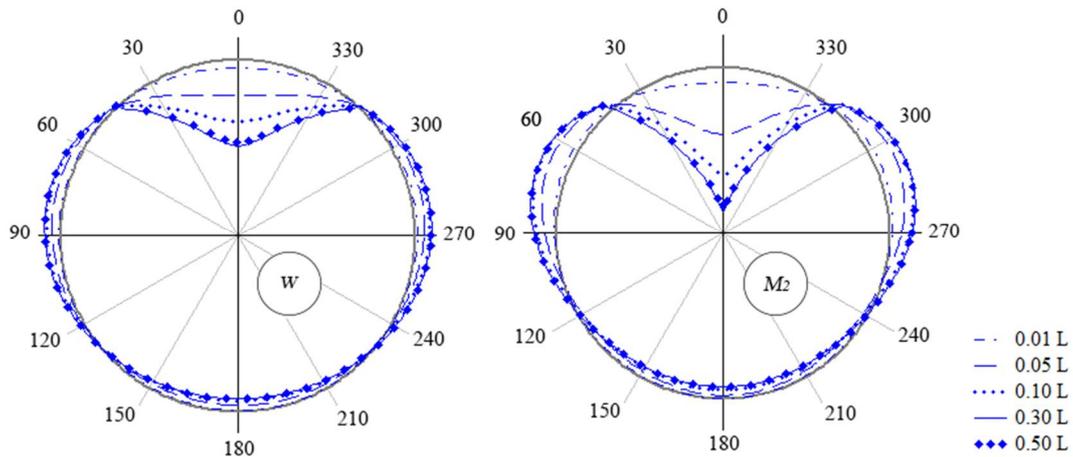
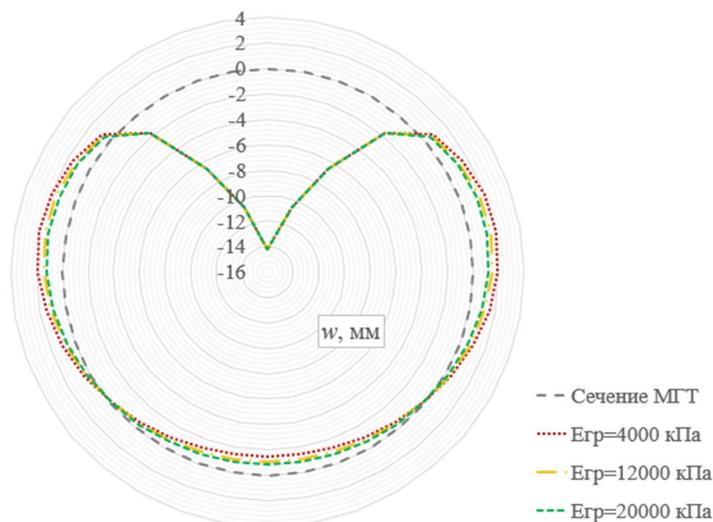


Рис. 5. Сводные эпюры для радиальных перемещений (w) и изгибающего момента (M_2)

5. Влияние модуля деформации грунта на напряженно-деформированное состояние МГТ. Для анализа зависимости НДС гофрированной водопропускной трубы от модуля деформации грунта засыпки $E_{гр}$ была проведена серия расчетов для различных значений модуля деформации. Исследуемый диапазон значений $E_{гр}$ был принят от 4000 кПа до 20000 кПа с шагом 4000 кПа. Численные результаты расчета представлены в табл. 3 и на рис. 6.

Таблица 3

Компоненты НДС при разных значениях $E_{гр}$						
$E_{гр}$	кПа	4000	8000	12000	16000	20000
$2\beta'$	град.	84	82,5	81	80	79,5
$w_{верт.}$	мм	-17,99	-16,33	-15,65	-15,28	-15,06
$M_2(0)$	кН·м / м	-6,272	-6,272	-6,272	-6,272	-6,272
$M_2(\pi)$	кН·м / м	-1,100	-0,523	-0,308	-0,204	-0,146
$M_2(\pi / 2)$	кН·м / м	1,668	0,973	0,677	0,513	0,41
$N_1(0)$	кН / м	5,679	5,679	5,679	5,679	5,679
$N_1(\pi)$	кН / м	2,291	0,878	0,34	0,112	0,011
$N_1(\pi / 2)$	кН / м	-2,288	-0,878	-0,341	-0,113	-0,012
$N_2(0)$	кН / м	14,491	14,491	14,491	14,491	14,491
$N_2(\pi)$	кН / м	-11,031	-13,334	-13,951	-14,125	-14,15
$N_2(\pi / 2)$	кН / м	12,957	16,559	18,05	18,842	19,32

Рис. 6. Сводная эпюра радиальных перемещений w для различных значений $E_{гр}$

С увеличением показателя модуля деформации грунта $E_{гр}$ безотпорная зона ($2\beta'$) уменьшилась на 4,5 град., а вертикальный прогиб на 2,9 мм или 16,3%. Полученные результаты физически объясняются повышением жесткости грунтовой обоймы, которая препятствует свободному перемещению поверхности оболочки.

Также в представленных результатах прослеживается определенная зависимость между компонентами НДС и модулем деформации грунта. Характер зависимости – нелинейный затухающий, это можно увидеть на графиках на рис. 7.

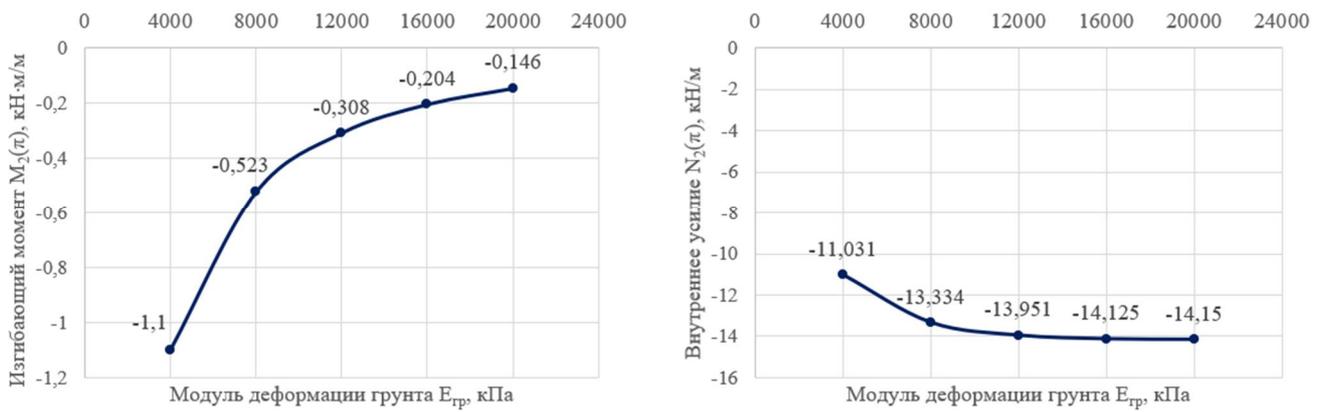


Рис. 7. Графики зависимости основных компонентов НДС от модуля деформации грунта $E_{гр}$

Следует отметить, что с увеличением модуля деформации грунта в области основания изгибающий момент M_2 значительно уменьшился, в то время как внутреннее усилие N_2 увеличилось.

6. Влияние толщины гофрированного листа на напряженно-деформированное состояние МГТ. Выше была рассмотрена металлическая гофрированная труба, выполненная из профиля $152 \times 34 \times 2$ мм толщиной 2 мм. Для оценки влияния толщины гофрированного листа на напряженно-деформированное состояние водопропускной трубы дополнительно были рассмотрены ещё два типоразмера $152 \times 34 \times 3$ мм и $152 \times 34 \times 4$ мм. Стоит заметить, что увеличение толщины листа влечет за собой также увеличение момента инерции сечения. Численные результаты расчетов и сводная эпюра перемещений представлены в табл. 4 на рис. 8 соответственно.

Таблица 4

Компоненты НДС при разных значениях h				
h	мм	2,0	3,0	4,0
$J_{гофр}$	м ⁴ /м	$3,2 \times 10^{-7}$	$4,8 \times 10^{-7}$	$6,5 \times 10^{-7}$
$2\beta'$	град.	82,5	83,5	84
$w_{верт.}$	мм	-16,3	-11,4	-8,9
$M_2(0)$	кН·м / м	-6,272	-6,271	-6,269
$M_2(\pi)$	кН·м / м	-0,523	-0,835	-1,117
$M_2(\pi/2)$	кН·м / м	0,973	1,36	1,688
$N_1(0)$	кН / м	5,679	5,678	5,675
$N_1(\pi)$	кН / м	0,878	1,644	2,27
$N_1(\pi/2)$	кН / м	-0,878	-1,642	-2,267
$N_2(0)$	кН / м	14,491	14,483	14,474
$N_2(\pi)$	кН / м	-13,334	-12,156	-10,954
$N_2(\pi/2)$	кН / м	16,559	14,563	12,852

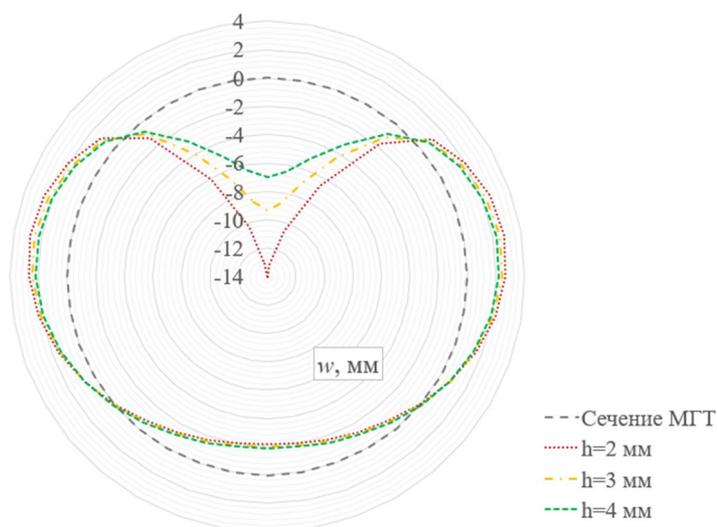


Рис. 8. Сводная эпюра радиальных перемещений w для различных значений h

Анализируя приведённые численные результаты исследования, можно отметить следующие моменты. С увеличением толщины с 2 мм до 4 мм вертикальный прогиб сократился почти на 46%, при этом напряженное состояние в замковой части практически не изменилось (в пределах 0,1%). В то же время как в лотковой части, так и в области горизонтального диаметра наблюдаются более серьезные изменения компонентов НДС: изгибающий момент (M_2) увеличился в 1,7 – 2,1 раза, продольное усилие (N_1) увеличилось в 2,6 раз, а поперечное усилие (N_2) сократилось на 18 – 22 %. Компоненты НДС растут по близким к линейным зависимостям по мере увеличения толщины гофрированного листа.

На сводной эпюре хорошо прослеживается качественное изменение деформированного состояния трубы по мере увеличения толщины оболочки.

Заключение. На основе полубезмоментной теории оболочек для металлических гофрированных водопропускных труб были получены разрешающие уравнения для перемещений и основных внутренних усилий в рядах с учетом влияния одностороннего упругого основания грунта засыпки. МГТ рассматривались как конструктивно ортотропные тонкостенные оболочки на одностороннем упругом основании типа Фусса-Винклера. Рассмотрен пример расчета МГТ, выполнен качественный и количественный анализ полученных результатов расчета. На основе предложенной математической модели проведено исследование зависимости НДС гофрированной водопропускной трубы от модуля деформации грунта засыпки и от геометрических характеристик оболочки трубы. Определен характер данных зависимостей и отмечены особенности изменения напряженно-деформированного состояния конструкции.

Разработанная методика позволяет построить достаточно универсальную и полную математическую модель для расчета и оценки НДС рассматриваемых конструкций. При этом она не содержит в себе значительных ограничений и серьезных допущений, что допускает в дальнейшем её применение к решению многих прикладных задач, связанных с проектированием новых и мониторингом существующих МГТ.

Для дальнейшего совершенствования расчетного аппарата МГТ требуется всестороннее изучение данного типа конструкции непосредственно на всех этапах её жизнедеятельности: монтажа на основании, засыпки трубы грунтом и последующей эксплуатации сооружения в различных условиях и при различных внешних воздействиях. В последнее время этим вопросам стало уделяться больше внимания, появляются работы на данную тематику. Так, например, поведение трубы при обратной засыпке рассмотрено в работе [11], анализ конструкции с дефектами основания – в работах [9, 14], обследование, натурные испытания изношенных труб и поведение труб под воздействием динамических

транспортных нагрузок – в работах [15], [13] и [12] соответственно. Развитие в этом направлении позволит создать необходимую базу для успешного проектирования данного типа конструкций в самых различных условиях, повысит надежность и безопасность этих сооружений, а также расширит область знаний в вопросе поведения таких комбинированных систем как грунт-оболочка.

Библиографический список

1. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
2. Виноградов С.В. Расчет подземных трубопроводов на внешние нагрузки. – М.: Стройиздат, 1980. – 135 с.
3. Власов В.З. Избранные труды. Т. 1. Общая теория оболочек. – М.: Издательство Академии наук СССР, 1962. – 528 с.
4. Емельянов Л.М. О расчете тонкостенных труб, заложенных в землю // Гидротехника и мелиорация. – 1952. – № 10. – С. 18–29.
5. Металлические гофрированные трубы под насыпями / Н.М. Колоколов, О.А. Янковский, К.Б. Щербина, С.Э. Черняховская. – М.: Транспорт, 1973. – 120 с.
6. Крылов А.Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. – Изд. 2-е. – Л.: Издательство академии наук СССР, 1931. – 154 с.
7. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпрогиз, 1951. – 344 с.
8. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Наука, 1984. – 320с.
9. Черников А.В., Козлов В. А. Определение напряженно-деформированного состояния гофрированных водопропускных труб с эксплуатационными дефектами на основе полубезмоментной теории оболочек // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 2 (29). – С. 12–28.
10. Черников А.В., Козлов В. А. Краткий исторический обзор использования гофрированных водопропускных труб и их применение на современном этапе // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 3(30). – С. 61–73.
11. Beben D. Numerical study of performance of soil-steel bridge during soil backfilling // Structural Engineering and Mechanics. – 2012. – Vol. 42. – №4. Pp. 571-587.
12. Machelski C., Mumot M. Corrugated Shell Displacements During The Passage of a Vehicle Along a Soil-Steel Structure // Studia Geotechnica et Mechanica. – 2016. – Vol. 38. – №4. – Pp. 25-32.
13. Mai V.T., Hoult N.A., Moore I.D. Effect of Deterioration on the Performance of Corrugated Steel Culverts // Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering. – 2014. – Vol. 140. – №32. – 11 p.
14. Nakhostin E., Kenny S., Sivathayalan S. Buried Corrugated Steel Culvert Failure Mechanisms Due to Environmental Deteriorations // International Conference on Sustainable Infrastructure. – 2019. – Pp. 29-40.
15. Piratla K.R., Jin H., Yazdekhashti S. A Failure Risk-Based Culvert Renewal Prioritization Framework // Infrastructures. – 2019. – Vol. 4. – №3. – 14 p.
16. Handbook of Steel Drainage and Highway Construction Products. Published by Corrugated Steel Pipe Institute. 652 Bishop Street North, Unit 2A, Cambridge, Ontario, Canada N3H 4V6. 2007, 482 p.

References

1. Biderman V.L. Mechanics of thin-walled structures. Statics. M.: Mashinostroenie, 1977. 488 p.
2. Vinogradov S.V. Calculation of underground pipelines for external loads. M.: Stroyizdat, 1980. 135 p.
3. Vlasov V.Z. Selected works. Vol. 1. General theory of shells. M.: Publishing house of the

- Academy of Sciences of the USSR, 1962. 528 p.
4. Emelyanov L.M. On the calculation of thin-walled pipes laid in the ground. *Hydrotechnics and melioration*. No. 10. 1952. Pp. 18-29.
 5. Kolokolov N.M., Yankovsky O.A., Shcherbina K.B., Chernyakhovskaya S.E. Metal corrugated pipes under embankments. M.: Transport, 1973. 120 p.
 6. Krylov A.N. On the calculation of beams lying on an elastic foundation. 2nd Ed. L.: Publishing house of the Academy of Sciences of the USSR, 1931. 154 p.
 7. Novozhilov V.V. Theory of thin shells. L.: Sudprogiz, 1951. 344 p.
 8. Terebushko O.I. Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity. M.: Nauka, 1984. 320p.
 9. Chernikov A.V., Kozlov V.A. Determination of the stress-strain state of corrugated culverts with operational defects based on the semi-momentless theory of shells. *Construction Mechanics and Structures*. No. 2(29). 2021. Pp. 12-28.
 10. Chernikov A.V., Kozlov V.A. A brief historical review of the use of corrugated culverts and their application at the present stage. *Construction Mechanics and Structures*. No. 3(30). 2021. Pp. 61-73.
 11. Beben D. Numerical study of performance of soil-steel bridge during soil backfilling. *Structural Engineering and Mechanics*. Vol. 42. No. 4. 2012. Pp. 571-587.
 12. Machelski C., Mumot M. Corrugated Shell Displacements During the Passage of a Vehicle Along a Soil-Steel Structure. *Studia Geotechnica et Mechanica*. Vol. 38. No. 4. 2016. Pp. 25-32.
 13. Mai V.T., Hoult N.A. Moore I.D. Effect of Deterioration on the Performance of Corrugated Steel Culverts. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*. Vol. 140. No. 32. 2014. 11 p.
 14. Nakhostin E., Kenny S., Sivathayalan S. Buried Corrugated Steel Culvert Failure Mechanisms Due to Environmental Deteriorations. *International Conference on Sustainable Infrastructure*. 2019. Pp. 29-40.
 15. Piratla K.R., Jin H., Yazdekhasti S. A Failure Risk-Based Culvert Renewal Prioritization Framework Infrastructures. Vol. 4. No. 3. 2019. 14 p.
 16. Handbook of Steel Drainage and Highway Construction Products. Published by Corrugated Steel Pipe Institute. 652 Bishop Street North, Unit 2A, Cambridge, Ontario, Canada N3H 4V6. 2007. 482 p.

**COUNTING FOR A SINGLE-SIDED ELASTIC BASE
WHEN CALCULATING OF CORPORATE CULVERTS
ON THE SEMILESS-MOMENTAL THEORY OF SHELLS**

A. V. Chernikov¹, V. A. Kozlov²

Voronezh State Technical University
Russia, Voronezh

¹Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(920)2467077, e-mail: chernikov-andrei@yandex.ru

²Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2764006, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

In this paper, a mathematical model is presented that makes it possible to evaluate the stress-strain state of a corrugated culvert, taking into account the influence of a one-sided elastic foundation of the backfill soil. Based on the semi-momentum theory of shells, the derivation of resolving equations for displacements and internal forces is presented. An example of calculation by the presented method is considered. A qualitative and quantitative analysis of the obtained numerical results is carried out. The influence of the soil deformation modulus and the geometrical parameters of a corrugated pipe on its stress-strain state is investigated.

Keywords: metal corrugated pipe (MCP), metal corrugated structures (MCC), culvert, semi-momentum theory of shells, elastic foundation, unilateral ties, orthotropic shell, bed coefficient, elastic soil rebound.

ВЫЯВЛЕНИЕ ПОВРЕЖДЕНИЙ МЯГКОЙ ОБОЛОЧКИ ТЕНТОВОЙ СТРОИТЕЛЬНОЙ КОНСТРУКЦИИ ПОКРЫТИЯ ПРИ ПОМОЩИ ИСКУССТВЕННОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ

А. В. Чесноков¹, В. В. Михайлов², И. В. Долматов³

Липецкий государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Липецк

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры строительного производства, тел.: +7(4742)328233,
e-mail: andreychess742@gmail.com

²Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой строительного производства, тел.: +7(4742)328233,
e-mail: mmvv46@rambler.ru

³Ассистент кафедры строительного производства, тел.: +7(4742)328233, e-mail: dolmivv@gmail.com

Рассмотрена проблема выявления повреждений мягкой оболочки покрытия тентовых строительных конструкций. Мелкие повреждения имеют тенденцию к быстрому увеличению, приводя оболочку в неработоспособное состояние и вызывая перенапряжение несущих элементов каркаса. Таким образом, рассматриваемая проблема является важной с практической точки зрения, а её решение позволит обслуживающему персоналу оперативно предпринять корректирующие мероприятия, не допустив прогрессирующего разрушения тентовой конструкции в целом.

Предложено применение искусственной нейронной сети, прогнозирующей вероятности повреждений секторов покрытия. Нейронные сети принадлежат методам машинного обучения, получившим широкое развитие в настоящее время. Они используются для решения сложных задач при наличии неизвестных взаимосвязей между факторами. Нейронные сети находят применение в оценке работоспособного состояния строительных конструкций. Таким образом, рассматриваемая проблема является актуальной, а выбранный метод её решения перспективен с научной точки зрения.

В работе предложен набор параметров тентовой строительной конструкции, относящейся к так называемым «bending-active»-системам, позволяющий выявить повреждённый сектор покрытия в условиях неравномерных внешних воздействий. Предложены основные параметры искусственной нейронной сети (число скрытых слоёв, количество элементов на каждом слое и тип функций активации), необходимые для получения надёжного результата. Произведена оценка сети на тестовом наборе данных, подтверждающая её работоспособность.

Работа вносит вклад в развитие автоматизированных систем мониторинга технического состояния тентовых конструкций покрытия зданий.

Ключевые слова: мягкая оболочка, повреждение, искусственная нейронная сеть, конструкция строительная тентовая, bending-active-система

Введение. Тентовые строительные конструкции состоят из мягкой оболочки, имеющей высокую прочность на растяжение, не сопротивляющейся сжатию или изгибу и выполняющей несущие и ограждающие функции, а также поддерживающих элементов (каркаса), обеспечивающих закрепление оболочки в пространстве и её натяжение [1]. Тентовые конструкции находят применение в покрытиях аэропортов, железнодорожных станций, стадионов и выставочных павильонов [2].

Исследуемая конструкция может быть отнесена к так называемым «bending-active» системам [3, 4] (рис. 1). Верхний пояс несущего каркаса состоит из гибких стеклопластиковых стержней. Имея прочностные характеристики, сравнимые с прочностью обычной строительной стали ($R=185$ МПа), стеклопластик обладает намного меньшей жёсткостью (модуль упругости $E=2.4 \cdot 10^4$ МПа). Таким образом, стержни верхнего пояса обладают спо-

способностью к значительным упругим деформациям. Будучи расположенными в горизонтальной плоскости, прямолинейные стержни верхнего пояса приобретают куполообразное очертание за счёт натяжения стальных тросов нижнего пояса.

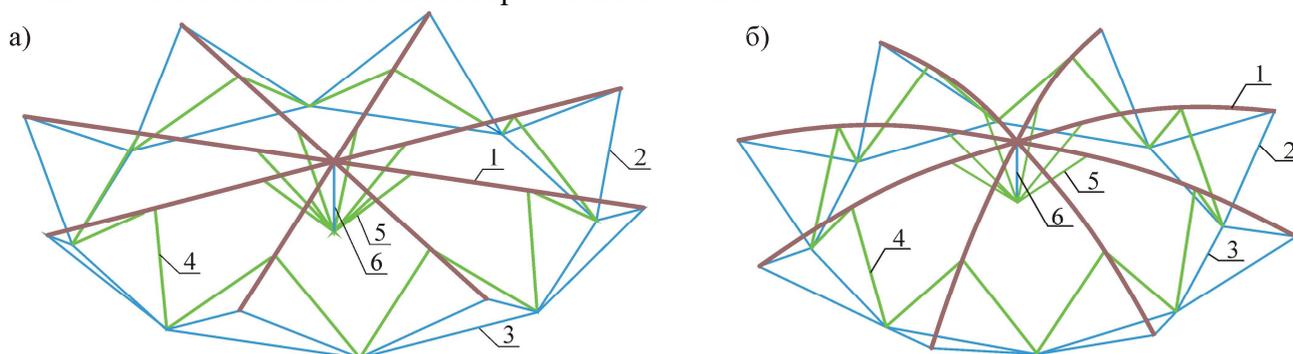


Рис. 1. Каркас исследуемой тентовой конструкции: а – исходное ненапряжённое положение, б – эксплуатационная форма; 1 – стеклопластиковый стержень верхнего пояса, 2 - диагональный трос, 3 – кольцевой трос, 4 и 5 – распорки, 6 – связь

Мягкая оболочка укладывается на верхний пояс преднапряжённого несущего каркаса, принявшего эксплуатационную форму (рис. 2). Оболочка выполнена из гибкой архитектурной мембраны, состоящей из плетёной основы и полимерного покрытия. Предполагается, что основа состоит из полиэфира или стекловолокна, а покрытие выполнено из пластифицированного ПВХ, тефлона или силикона [5, 6]. Оболочка, помимо выполнения ограждающих функций, способствует выравниванию усилий в верхнем поясе тентовой конструкции и повышает критическую нагрузку потери устойчивости сжато-изогнутых стержней [3]. Поиск формы поверхности мягкой оболочки покрытия рассмотрен в [7]. Анализ подходов к статическому расчёту «bending-active» систем приведён в [8].

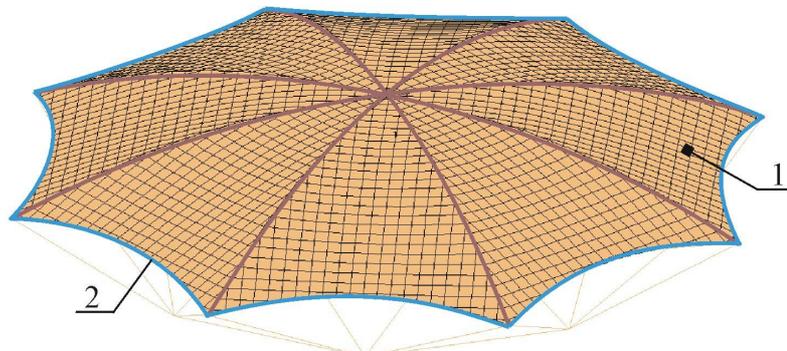


Рис. 2. Покрытие тентовой конструкции:
1 – мягкая оболочка, 2 – натягающий трос-подбор

В процессе длительной эксплуатации в мягких оболочках образуются повреждения, зачастую скрытые от обзора [9]. Повреждения в виде мелких разрывов возникают, в первую очередь, в перенапряжённых зонах у жёстких граней опорного каркаса и в районе точечных опор [10, 11]. Вместе с тем старение материала и дефекты изготовления оболочки приводят к появлению повреждений как в нагруженной внешней нагрузкой, так и в незагруженной зоне. Мелкие повреждения имеют тенденцию к быстрому увеличению, приводя оболочку в неработоспособное состояние и вызывая перенапряжения несущих элементов каркаса тентовой конструкции (рис. 3). Таким образом, проблема выявления повреждений мягкой оболочки на раннем этапе является важной и актуальной задачей.

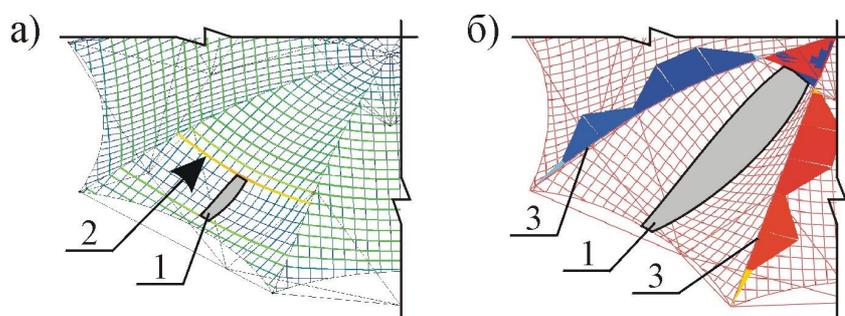


Рис. 3. Мягкая оболочка покрытия с повреждением:

а – начальная стадия повреждения; б – распространение повреждения по сектору покрытия; 1 – разрыв оболочки, 2 – перенапряжённая зона оболочки покрытия, 3 – перенапряжённые участки рёбер несущего каркаса

Постановка цели и задач. Целью работы является разработка математической модели, выявляющей повреждения мягкой оболочки покрытия тентовой конструкции на основе значений параметров напряжённо-деформированного состояния элементов несущего каркаса.

Основными задачами работы являются следующие:

- выбрать и обосновать параметры напряжённо-деформированного состояния элементов несущего каркаса, позволяющие выявить повреждение оболочки покрытия в условиях неравномерных внешних воздействий;
- предложить математическую модель в виде искусственной нейронной сети для обнаружения сектора покрытия, имеющего прорезь;
- предложить основные параметры математической модели и оценить её работоспособность.

Метод. Предлагается математическая модель для выявления повреждений мягкой оболочки покрытия тентовой строительной конструкции при помощи искусственной нейронной сети. Искусственные нейронные сети принадлежат методам машинного обучения. Они позволяют решать инженерные задачи, для которых аналитический подход сопряжён с существенными сложностями по причине неопределённости в исходных данных и наличия большого количества факторов с неизвестными взаимосвязями между собой.

Искусственные нейронные сети используются для приближённого анализа пространственных конструкций [12], для аппроксимирования сложных зависимостей и получения отсутствующих данных [13, 14], а также для поиска оптимальных параметров на стадии вариантного проектирования [13, 15]. Методы машинного обучения применяются для обнаружения повреждений железнодорожных мостов [16, 17] и для выявления аномалий в работе конструкций, возникающих вследствие внешних воздействий либо наличия внутренних дефектов [18, 19].

Искусственная нейронная сеть представляет собой нелинейную функцию, преобразующую входной вектор \vec{X} в выходной вектор \vec{Y} . Вектор \vec{X} включает параметры строительной конструкции, а вектор \vec{Y} содержит вероятности $P_i \in [0...1]$ того, что сектор покрытия $i \in [1...s]$ (рис. 4) имеет повреждение:

$$\vec{Y} = [P_1 \quad \dots \quad P_s]^T, \quad (1)$$

где s – число секторов покрытия.

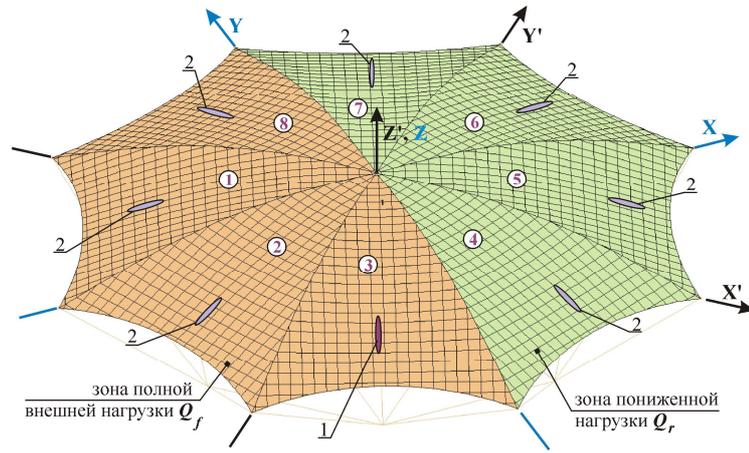


Рис. 4. Конструкция покрытия: 1 – повреждение мягкой оболочки, 2 – возможное местоположение повреждения; $X'Y'Z'$ и XYZ – оси глобальной и локальной систем координат соответственно; в кружках обозначены номера секторов покрытия в глобальной системе координат

Сеть состоит из входного слоя, ряда скрытых слоёв h и выходного слоя (рис. 5): $N_0 - N_1 \dots N_h - N_{h+1}$, где N_j – количество элементов (искусственных нейронов), принадлежащих слою j , $j \in [0 \dots (h+1)]$.

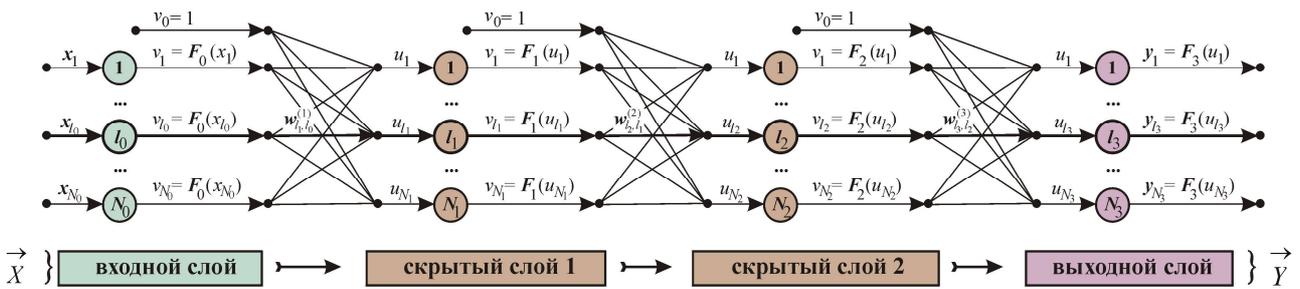


Рис. 5. Структура искусственной нейронной сети, содержащей два скрытых слоя

Каждый слой j получает на вход вектор $\vec{U}_j = [u_1 \dots u_{N_j}]^T$. Для входного слоя $\vec{U}_0 = \vec{X}$, в то время как для последующих k слоёв ($k \in [1 \dots (h+1)]$) вектора \vec{U}_k содержат взвешенную сумму результатов \vec{V}_{k-1} предшествующего слоя:

$$\vec{U}_k = [W^{(k)}] \cdot \vec{V}_{k-1} \quad (2)$$

где $W^{(k)}$ - матрица весовых коэффициентов размером $[N_k \times (N_{k-1} + 1)]$.

Вектор $\vec{V}_j = [v_0 \ v_1 \ \dots \ v_{N_j}]^T$ слоя сети j содержит свободный элемент $v_0 = 1.0$, а также компоненты, полученные применением соответствующей функции активации $F_j(u)$ к элементам вектора \vec{U}_j :

$$v_{l_j} = F_j(u_{l_j}), \quad (3)$$

где $l_j \in [1 \dots N_j]$.

Отбросив свободный элемент вектора V_{h+1}^{\rightarrow} последнего слоя сети, получаем искомым вектор \vec{Y} :

$$\vec{Y} = [y_1 \quad \dots \quad y_{N_{h+1}}]^T = V_{h+1}^{\rightarrow}. \quad (4)$$

Матрицы весовых коэффициентов $W^{(k)}$ находятся методом градиентного спуска с использованием массива данных Ω_{tr} . Для оценки работоспособности сети применяется массив Ω_{test} . Каждый массив, Ω_{tr} и Ω_{test} , состоит из множества пар векторов $\vec{X} \div \vec{D}$, где \vec{D} - правильный результат, который должна генерировать сеть в ответ на соответствующий входной вектор \vec{X} :

$$\vec{D} = [d_1 \quad \dots \quad d_s]^T, \quad (5)$$

где $d_i \in \{0, 1\}$ - индикатор наличия повреждения: $d_i = 1$, если i -й сектор покрытия имеет повреждение, и $d_i = 0$, если повреждение отсутствует, $i \in [1..s]$.

Элементы матриц $W^{(k)}$ инициализируются случайными значениями из диапазона $[-2...+2]/\sqrt{N_{k-1}}$ [20] и корректируются следующим образом:

$$[W^{(k)}] = [W^{(k)}] - \eta_k \cdot [\nabla E_q], \quad (6)$$

где ∇E_q - матрица частных производных функции ошибки E_q по весовым коэффициентам $W^{(k)}$, полученная для текущей комбинации векторов $\vec{X}_q \div \vec{D}_q$ из массива Ω ; η_k - величина шага (коэффициент обучения сети, [21]):

$$\eta_k = \frac{1}{N_{k-1} + 1}; \quad (7)$$

$$E_q = \frac{1}{N_{h+1}} \cdot \sum_{i=1}^{N_{h+1}} E_i^{(l)}; \quad (8)$$

где $E_i^{(l)}$ - расхождение между соответствующей парой элементов $y_i \div d_i$, принадлежащих векторам \vec{D}_q и \vec{Y}_q :

$$E_i^{(l)} = -d_i \cdot \ln[(1-\lambda) \cdot y_i + \lambda] - (1-d_i) \cdot \ln[1 - (1-\lambda) \cdot y_i], \quad (9)$$

где $\lambda = 0.01$ - параметр, ограничивающий рост ошибки.

Пары векторов выбираются из массива Ω_{tr} в случайном порядке. По исчерпанию массива Ω_{tr} производится расчёт средней ошибки сети с использованием массива Ω_{test} , элементы которого не применялись для расчёта весовых коэффициентов:

$$E = \frac{1}{C} \sum_{q=1}^C E_q, \quad (10)$$

где C - объём массива Ω (число пар векторов $\vec{X} \div \vec{D}$).

При необходимости производится новая корректировка матриц W на всём множестве Ω_{tr} , перемешанном случайным образом.

Абсолютные расхождения между векторами \vec{D} и \vec{Y} вычисляются из выражения:

$$\delta_{\max} = \max(|y_i - d_i|) \quad (11)$$

Результаты исследований. Рассмотрена тентовая конструкция, имеющая начальный пролёт $L = 12$ м и высоту $h = 1.15$ м (рис. 6). Число секторов покрытия (и рёбер верхнего пояса, разделяющих сектора) принято равным $s = 8$.

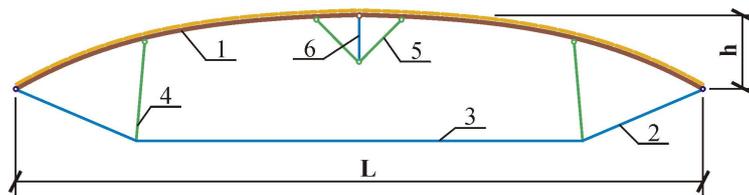


Рис. 6. Поперечный разрез исследуемой тентовой конструкции: обозначения – по рис. 1

Внешняя неравномерная нагрузка действует вертикально на поверхность покрытия: половина площади оболочки загружена полной нагрузкой $Q_f \in [0.5...1.5]$ кН/м², в то время как оставшаяся часть загружена пониженной нагрузкой $Q_r = k_r \cdot Q_f$, где $k_r \in [0...1]$ - коэффициент снижения нагрузки. Нагрузка связана с локальной системой координат XYZ (рис. 7), которая получена вращением относительно вертикальной оси Z' глобальной (неподвижной) системы координат $X'Y'Z'$. Глобальная система координат и одно из возможных положений локальной системы представлены на рис. 4.

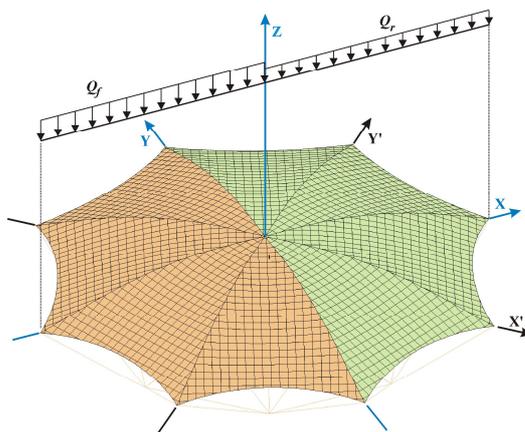


Рис. 7. Внешняя нагрузка в локальной системе координат

Предполагается, что мягкая оболочка покрытия может иметь повреждения (прорези) одного из секторов (рис. 4). На рис. 8 приведены эпюры изгибающих моментов M_w из плоскостей рёбер верхнего пояса несущего каркаса. Из рисунка видно, что повреждения покрытия вызывают появление пиков на эпюрах моментов. Вместе с тем распределение моментов M_w существенно зависит от местоположения повреждения и, как следствие, от расположения локальной системы координат XYZ , связанной с внешней нагрузкой.

Относительное местоположение локальной системы координат, необходимое для привязки повреждения в глобальной системе $X'Y'Z'$, выявляется отношениями k_{M_v} :

$$k_{M_v,i} = M^{(\beta)}_{v,i} / M^{(\gamma)}_{v,i}, \quad (12)$$

где $M^{(\beta)}_{v,i}$ и $M^{(\gamma)}_{v,i}$ - изгибающие моменты в плоскости ребра i верхнего пояса несущего каркаса в сечениях β и γ , $i = [1...s]$ (сечения обозначены на рис. 8,в).

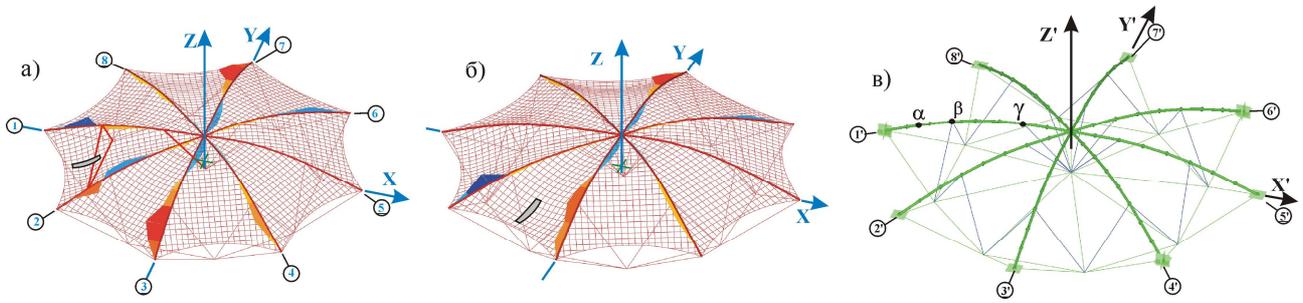


Рис. 8. Тентовая конструкция. Аксонометрическая схема, приведена нумерация рёбер в локальной и глобальной системах координат: а, б – повреждение покрытия и эпюры изгибающих моментов M_w в рёбрах верхнего пояса; в – обозначение расчётных сечений

Из графиков отношений k_{Mv} , построенных для различных коэффициентов снижения нагрузки k_r , видно, что $k_{Mv} > 1$ для рёбер, находящихся в зоне полной внешней нагрузки, и $k_{Mv} < 1$ для рёбер, находящихся в зоне пониженной нагрузки (рис. 9). Исключением является случай равномерного загрузения покрытия ($k_r = 1$), когда местоположение локальной системы координат не определено и может быть принято совпадающим с глобальной системой.

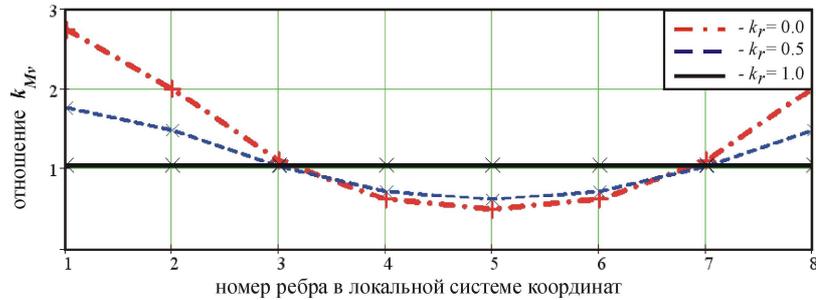


Рис. 9. Графики отношений k_{Mv} (12)

Для включения во входной вектор искусственной нейронной сети приняты изгибающие моменты из плоскости рёбер верхнего пояса в сечении α - $M^{(\alpha)}_{w,i}$ (обозначение сечений приведено на рис. 8) и отношения моментов в плоскости рёбер $k_{Mv,i}$:

$$\vec{\chi} = [M^{(\alpha)}_{w,1} \dots M^{(\alpha)}_{w,s}; k_{Mv,1} \dots k_{Mv,s}]^T. \quad (13)$$

Принята нейронная сеть, состоящая из двух скрытых слоёв ($h = 2$, рис. 5). Размеры вектора входных параметров $\vec{\chi}$ (13) и выходного вектора \vec{Y} (1) при $s = 8$ определяют число элементов (искусственных нейронов) входного и выходного слоёв сети: $N_0 = 2 \cdot s = 16$ и $N_3 = s = 8$. Число нейронов, принадлежащих скрытым слоям, принято: $N_1 = 16$, $N_2 = 12$.

Параметры $\vec{\chi}$ (13) отмасштабированы (нормализованы) в диапазон $[0.0 \dots 1.0]$ и включены во входные вектора \vec{X} :

$$X_{i_0} = [\chi_{i_0} - \min(\vec{\chi}_{i_0})] / [\max(\vec{\chi}_{i_0}) - \min(\vec{\chi}_{i_0})], \quad (14)$$

где $l_0 \in [1 \dots N_0]$ - индекс элемента текущего входного вектора; $\vec{\chi}_{l_0}$ - вектор, составленный из элементов l_0 всех векторов параметров $\vec{\chi}$, предназначенных для включения в массив Ω_{tr} .

Для входного слоя сети принята линейная функция активации:

$$F_0(u) = u. \quad (15)$$

Для остальных слоёв приняты функции активации сигмоидального типа (рис. 10).

Элементы векторов \vec{U}_1 (2) первого скрытого слоя сжимаются в диапазон $[-1.0 \dots 1.0]$ следующей функцией активации:

$$F_1(u) = \frac{2}{1 + e^{-\beta u}} - 1, \quad (16)$$

где $\beta = 3$ - параметр.

При этом степень трансформации \vec{U}_1 в \vec{V}_1 (3) зависит от удалённости элемента вектора \vec{U}_1 от среднего (нулевого) значения.

Для второго скрытого и выходного слоёв принята функция:

$$F_{2,3}(u) = \frac{1}{1 + e^{-\beta(u-0.5)}} \quad (17)$$

при $\beta = 3$ и $\beta = 10$ соответственно.

Данная функция центрирует результат относительно среднего значения искомой вероятности повреждения, равного 0.5, и обеспечивает необходимый диапазон вероятностей: $[0.0 \dots 1.0]$.

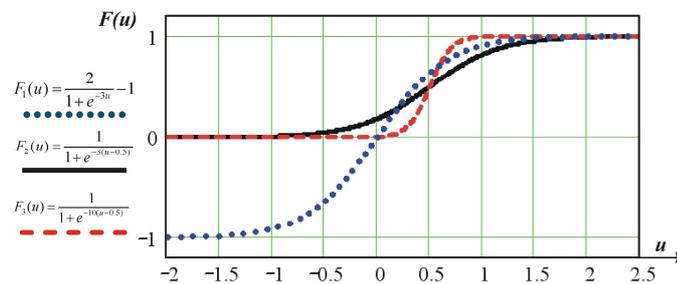


Рис. 10. Функции активации сигмоидального типа

Массивы Ω_{tr} и Ω_{test} , необходимые для расчёта матриц весовых коэффициентов $W^{(k)}$ и для оценки работоспособности сети, получены при помощи лицензионного программного комплекса нелинейного статического анализа строительных конструкций EASY-2020 [22].

Они включают $C_{tr} = 1500$ и $C_{test} = 300$ пар векторов $\vec{X} \div \vec{D}$ соответственно. При этом учтены различные внешние воздействия, моделируемые параметрами Q_f и k_r из соответствующих диапазонов, а также $s = 8$ вариантов расположения локальной системы координат XYZ , связанной с нагрузкой и поворачиваемой на $(360/s)$ градусов относительно глобальной оси Z' .

Средняя ошибка для тестовых данных из массива Ω_{test} составила $E = 2.4 \cdot 10^{-4}$ (10).

Абсолютные расхождения δ_{max} между заданными векторами \vec{D} и векторами \vec{Y} , сгенерированными сетью, вычислены из (11) и проиллюстрированы на рис. 11.

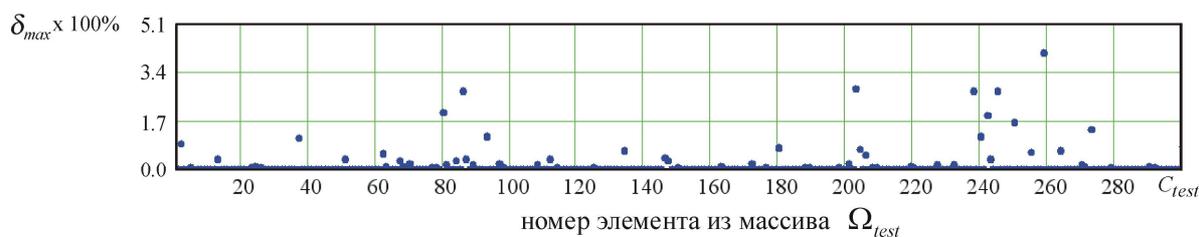


Рис. 11. Расхождения δ_{\max} для массива Ω_{test}

Расхождения δ_{\max} , умноженные на 100%, дают ошибки, выраженные в процентах, по отношению к размеру интервала $[0...1]$, которому принадлежат элементы y_i и d_i . Из рисунка видно, что данные расхождения не превышают 5% для всего массива тестовых данных Ω_{test} и 0.5% для большей части данных.

Выводы

1. Предложено применение математической модели в виде искусственной нейронной сети, прогнозирующей вероятности повреждений секторов мягкой оболочки покрытия тентовой строительной конструкции, относящейся к «bending-active»-системам.
2. Предложены основные параметры математической модели (число слоёв искусственной нейронной сети, количество элементов на каждом слое и тип функций активации).
3. Предложен набор параметров тентовой строительной конструкции, позволяющий выявить повреждённый сектор покрытия в глобальной (неподвижной) системе координат в условиях неравномерных внешних воздействий. Данные параметры включают значения изгибающих моментов из плоскости рёбер верхнего пояса и соотношения моментов в плоскости рёбер.
4. Произведена оценка работоспособности математической модели на тестовом наборе данных, который не применялся для расчёта её весовых коэффициентов. Максимальные расхождения в прогнозировании вероятности повреждения секторов покрытия не превышают 5%.
5. Работа вносит вклад в развитие автоматизированных систем мониторинга технического состояния строительных конструкций, позволяя обслуживающему персоналу оперативно предпринять корректирующие мероприятия.

Библиографический список

1. СП 384.1325800.2018. Конструкции строительные тентовые. Правила проектирования. – М.: Стандартинформ, 2018. – 23 с.
2. Goppert K. High tension tensile architecture. New stadium projects // Proc. of the VI International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures. Structural Membranes. Munich, Germany. 2013. P. 21-26. URL: <https://www.eccomas.org/wp-content/uploads/sites/15/2019/10/TC-PROCEEDINGS-2013-MEMBRANES.pdf>
3. Shaping tension structures with actively bent linear elements / T. Van Mele, L. De Laet, D. Veenendaal, M. Mollaert, P. Block // International Journal of Space Structures. – 2013. – Vol. 28. – № 3-4. – P. 127-135.
4. Chesnokov A.V., Mikhailov V.V., Dolmatov I.V. Bending-active dome-shaped structure // Proc. of the VIII international conference on textile composites and inflatable structures. Munich, Germany. 2017. P. 427 – 435. URL: <http://congress.cimne.com/membranes2017/frontal/Doc/Ebook2017.pdf>

5. Houtman R. There is no material like membrane material // Proc. of the TensiNet Symposium. – Brussel, Belgium, 2003. – P. 178-194.
6. Forster B., Mollaert M. European design guide for tensile surface structures. – Brussel, Belgium: TensiNet, 2004. – 354 p.
7. Lienhard J. Bending-active structures. Form-finding strategies using elastic deformation in static and kinematic systems and the structural potentials therein. – Stuttgart, Germany: Univ. Stuttgart, 2014. – 211 p.
8. Active bending, a review on structures where bending is used as a self-formation process / J. Lienhard, H. Alpermann, C. Gengnagel and J. Knippers // International Journal of Space Structures. – 2013. – Vol. 28. – № 3-4. – P. 187-196.
9. Defects of tensioned membrane structures (TMS) in the Tropics / C. Wang, H. Abdul-Rahman, L.C. Wood, F.A. Mohd-Rahim, N. Zainon and E. Saputri // Journal of Performance of Constructed Facilities. – 2015. – Vol. 29. – Issue 2. – 28 p. URL: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CF.1943-5509.0000530>
10. Monjo-Carrio J. Understanding and overcoming failures associated with architectural fabric structures // Fabric Structures in Architecture / Eds. J.I. Llorens. – Boston: Woodhead Publishing, 2015. – P. 241-256.
11. Fiuza A.P.L. Polymeric membranes in architecture. Principles and applications in temporary and permanent structures. Thesis to obtain the Master of Science Degree in Architecture. – Lisboa: Tecnico Lisboa, 2016. – 133 p.
12. Kaveh A., Dehkordi M.R. Neural networks for the analysis and design of domes // International Journal of Space Structures. Vol. 18, № 3. 2003. P.181 – 193. URL: <https://doi.org/10.1260/026635103322437463>
13. Kaveh A., Gholipour Y., Rahami H. Optimal design of transmission towers using genetic algorithm and neural networks // International Journal of Space Structures. – 2008. – Vol. 23.– № 1. – P. 1-19. URL: <https://doi.org/10.1260/026635108785342073>
14. Horr A.M., Asadsajadi S.R., Safi M. Design of large space structures with imperfection using ANN-based simulator // International Journal of Space Structures. – 2003. – Vol. 18. – № 4. – P. 235 – 255. URL: <https://doi.org/10.1260/026635103322987968>
15. Светашков П.А. Оптимизация пространственных конструкций на основе гибридной нейросетевой программы: дис. ... канд. техн. наук. – Красноярск, 2005. – 172 с.
16. Seleemah A.A., Abou-Rayyan A.M., Samy M. A neural network model for damage detection of El-Ferdan bridge // Proc. of the Fourth International Conference on Structural Stability and Dynamics // ICSSD, 2012. – 9 p.
17. Damage detection in railway bridges using machine learning: application to a historic structure / E.K. Chalouhia, I. Gonzalez, C. Gentileb, R. Karoumia // Proc. of the X-th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN // Procedia Engineering. – 2017. – № 199. – P. 1931-1936.
18. Surace C., Worden K., Tomlinson G. A novelty detection approach to diagnose damage in a cracked beam // Proc. of SPIE. – 1997. – Vol. 3089. – P. 947-953.
19. Hodge V.J., Austin J. A survey of outlier detection methodologies // Artificial Intelligence Review. – 2004. – № 22. – Issue 2. – P. 85-126.
20. Thimm G., Fiesler E. Neural network initialization // Proc. of IWANN. Sandoval, Malaga, 1995. – P. 533-542.
21. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
22. Easy 2020. Program Description. Technet GmbH, 2019. URL: <http://www.technet-gmbh.com>

References

1. Set of rules 384.1325800.2018. Structures are construction awning. Design rules. Moscow: Standartinform, 2018. 23 p.
2. Goppert K. High tension tensile architecture. New stadium projects. Proc. of the VI International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures. Structural Membranes. Munich, Germany. 2013. Pp. 21-26. URL: <https://www.eccomas.org/wp-content/uploads/sites/15/2019/10/TC-PROCEEDINGS-2013-MEMBRANES.pdf>
3. Van Mele T., De Laet L., Veenendaal D., Mollaert M., Block P. Shaping tension structures with actively bent linear elements. International Journal of Space Structures. 2013. Vol. 28. No. 3-4. Pp. 127-135.
4. Chesnokov A.V., Mikhailov V.V., Dolmatov I.V. Bending-active dome-shaped structure. Proc. of the VIII International Conference on Textile Composites and Inflatable Structures. Munich, Germany. 2017. Pp. 427-435. URL: <http://congress.cimne.com/membranes2017/frontal/Doc/Ebook2017.pdf>.
5. Houtman R. There is no material like membrane material. Proc. of the TensiNet Symposium. Brussel, Belgium. 2003. Pp. 178-194.
6. Forster B., Mollaert M. European design guide for tensile surface structures. Brussel, Belgium: TensiNet, 2004. 354 p.
7. Lienhard J. Bending-active structures. Form-finding strategies using elastic deformation in static and kinematic systems and the structural potentials therein. Stuttgart, Germany: Univ. Stuttgart, 2014. 211 p.
8. Lienhard J., Alpermann H., Gengnagel C. and Knippers J. Active bending, a review on structures where bending is used as a self-formation process. International Journal of Space Structures. 2013. Vol. 28. No. 3-4. Pp. 187-196.
9. Wang C., Abdul-Rahman H., Wood L.C., Mohd-Rahim F.A., Zainon N. and Saputri E. Defects of tensioned membrane structures (TMS) in the Tropics. Journal of Performance of Constructed Facilities. 2015. Vol. 29, Issue 2. 28 p. URL: <https://ascelibrary.org/doi/10.1061/%28ASCE%29CF.1943-5509.0000530>
10. Monjo-Carrio J. Understanding and overcoming failures associated with architectural fabric structures. Fabric Structures in Architecture. Eds. J.I. Llorens. Boston: Woodhead Publishing, 2015. Pp. 241-256.
11. Fiuza A.P.L. Polymeric membranes in architecture. Principles and applications in temporary and permanent structures. Thesis to obtain the Master of Science Degree in Architecture. Lisboa: Tecnico Lisboa, 2016. 133 p.
12. Kaveh A., Dehkordi M.R. Neural networks for the analysis and design of domes. International Journal of Space Structures. Vol. 18. No. 3. 2003. Pp. 181-193. URL: <https://doi.org/10.1260/026635103322437463>
13. Kaveh A., Gholipour Y., Rahami H. Optimal design of transmission towers using genetic algorithm and neural networks. International Journal of Space Structures. Vol. 23. No. 1. 2008. Pp. 1-19. URL: <https://doi.org/10.1260/026635108785342073>
14. Horr A.M., Asadsajadi S.R., Safi M. Design of large space structures with imperfection using ANN-based simulator. International Journal of Space Structures. Vol. 18. No. 4. 2003. Pp. 235 – 255. URL: <https://doi.org/10.1260/026635103322987968>
15. Svetashkov P.A. Optimization of spatial structures based on a hybrid neural network program. Diss. Of cand. tech. Sciences. Krasnoyarsk, 2005. 172 p.
16. Seleemah A.A., Abou-Rayan A.M., Samy M. A neural network model for damage detection of El-Ferdan bridge. Proc. of the Fourth International Conference on Structural Stability and Dynamics. ICSSD. 2012, 9 p.

17. Chalouhia E.K., Gonzaleza I., Gentileb C., Karoumia R. Damage detection in railway bridges using machine learning: application to a historic structure. Proc. of the X-th International Conference on Structural Dynamics, EUROLYN. Procedia Engineering. No. 199. 2017. Pp. 1931-1936.
18. Surace C., Worden K., Tomlinson G. A novelty detection approach to diagnose damage in a cracked beam. Proc. of SPIE. Vol. 3089. 1997. Pp. 947-953.
19. Hodge V.J., Austin J. A survey of outlier detection methodologies. Artificial Intelligence Review. No. 22. Issue 2. 2004. Pp. 85-126.
20. Thimm G., Fiesler E. Neural network initialization. Proc. of IWANN. Sandoval, Malaga. 1995. Pp. 533-542.
21. Osovsky S. Neural networks for information processing. Moscow: Finance and statistics, 2002. 344 p.
22. Easy 2020. Program Description. Technet GmbH, 2019. URL: <http://www.technet-gmbh.com>

DAMAGE DETECTION IN THE SOFT SHELL OF THE FABRIC ROOF CONSTRUCTION OF BUILDINGS BY MEANS OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORK

A. V. Chesnokov¹, V. V. Mikhailov², I. V. Dolmatov³

Lipetsk State Technical University^{1,2,3}
Russia, Lipetsk

¹PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Building Manufacturing Department, Tel.: +7(4742)328233, e-mail: andrychess742@gmail.com

²Dr. of Tech. Sciences, Professor, Head of the Building Manufacturing Department, Tel.: +7(4742)328233, e-mail: mmvv46@rambler.ru

³Assistant of the Building Manufacturing Department, Tel.: +7(4742)328233, e-mail: dolmivv@yandex.ru

The problem of the damage detection in the soft shell of fabric building constructions is considered. Minor damages tend to grow in a short period of time. It results in transitioning the shell into inoperable state and causes over-stress of the bearer members of the framework. Consequently, the considered problem is practically important. Its proper solution helps maintenance personnel to take corrective measures in due time thus preventing progressive collapse of the fabric structure in the whole.

Artificial neural network is proposed for estimating the probabilities of damages of the roof's sectors. Neural networks belong to machine learning methods which are widely used in our days. They are applied for tackling complex problems which include hidden relations between the factors. Neural networks are used for estimation of the functional state of building structures. Thus, the considered problem is relevant. The method adopted for its solution is prospective from the scientific point of view.

The set of parameters of the fabric building construction which belongs to so-called 'bending-active'-systems is proposed in the present work. The parameters allow detecting the damaged roof sector subjected to non-uniform external loads. The main parameters of the artificial neural network are also given for obtaining reliable result. They include number of hidden layers in the network, number of elements belonging to the layers, and the type of the activation functions. Validation of the network by using the test dataset confirmed its efficiency.

The present work contributes to the development of automated systems of structural health monitoring of fabric roof constructions of buildings.

Keywords: soft shell, damage, artificial neural network, fabric building construction, bending-active-system.

ИССЛЕДОВАНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛОСКОГО СТАЛЬНОГО КАРКАСА ПРИ ПОСТОЯННОЙ И КРАНОВОЙ НАГРУЗКЕ

В. С. Варнавский¹, Г. Е. Габриелян², Д. С. Ненашев³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230, e-mail: mailVVS@inbox.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230,
e-mail: grayr2010@rambler.ru

³Магистрант кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230, e-mail: den_nenashev_99@mail.ru

Исследуется упругопластическое деформирование и находится несущая способность стального плоского каркаса на основе принципа предельного равновесия при совместном действии постоянной нагрузки от собственного веса конструкции и крановой нагрузки. Выполняется анализ результатов, полученных для выбранных расчётных схем. Дается обоснование достоверности численной схемы расчёта в применяемом методе. Расчёт выполняется с использованием ПК ЛИРА.

Ключевые слова: стальная рама, упругопластическое деформирование, принцип предельного равновесия, ПК ЛИРА

В данной работе рассматривается расчёт конструкции из упругопластической стали. Достоинством такого материала является довольно высокий пластический резерв сопротивления высоким сверхнормативным нагрузкам, появляющимся в экстремальных условиях эксплуатации.

В связи с этим основной целью работы является исследование упругопластического деформирования и нахождение несущей способности плоского рамного металлического каркаса при постоянной и крановой нагрузках на основе принципа предельного равновесия, допускающего появление пластических шарниров в сечениях стержневой конструкции [1,2]. Расчёт выполняется с использованием популярного в строительстве ПК ЛИРА. Данная работа посвящена совершенствованию полученных ранее результатов [3-7].

Исследуется металлический стержневой каркас одноэтажного производственного цеха. На конструкцию действует сочетание следующих нагрузок:

- 1) постоянной нагрузки, состоящей из собственного веса подкрановых балок, кровли и несущих конструкций;
- 2) временной крановой нагрузки, состоящей из вертикальной крановой нагрузки (в местах давления колес тележки крана) и горизонтальной крановой нагрузки (от торможения тележки крана).

Проблемой в физически нелинейном расчёте в отличие от линейно-упругого является необходимость доказательства достоверности численной схемы определения усилий в конструкции [8]. В ПК ЛИРА в упругопластическом расчёте используется пошаговое возрастание нагрузки. В связи с этим в нашем случае на достоверность численной схемы расчёта влияют два параметра: шаг нагружения; точность конечно-элементной сетки (КЭ-сетки) в расчётной схеме каркаса.

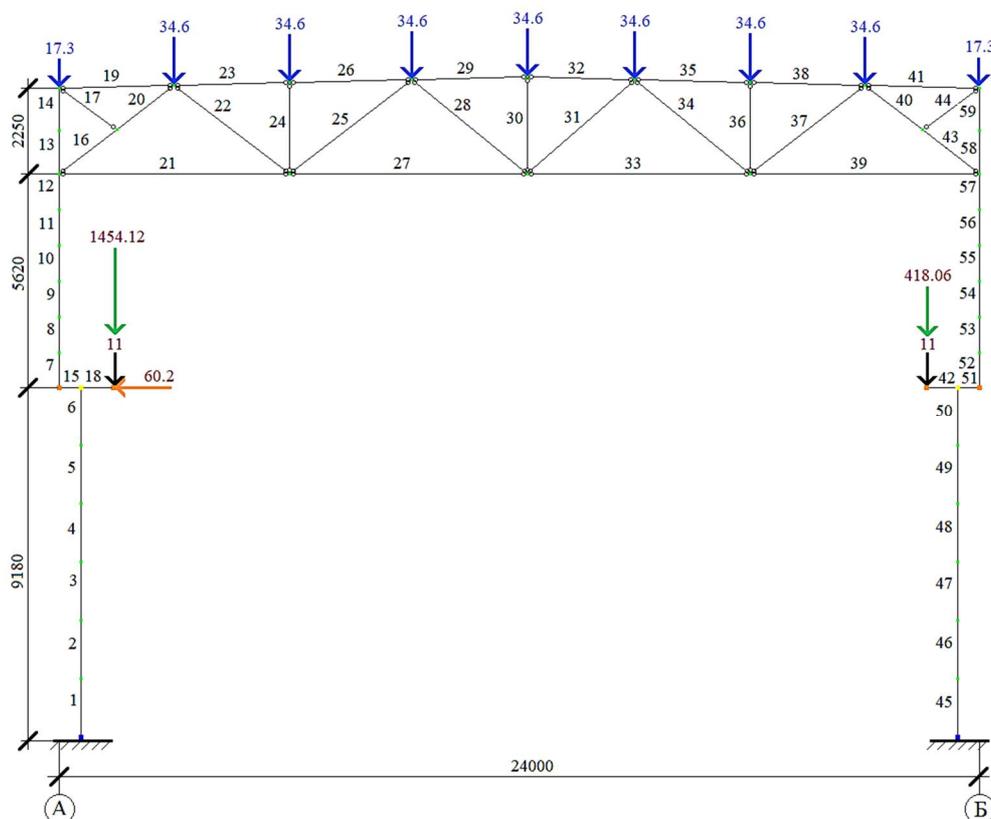
Поэтому с целью обоснования достоверности численной схемы расчёта был выполнен подбор конечно-элементной сетки и шага приращения нагрузки.

Затем по подобранным КЭ-сеткам и шагам нагружения были определены:

- 1) локализация и последовательность разрушения элементов конструкции в результате образования пластических шарниров в колоннах;
- 2) значения нагрузок, соответствующих предельному состоянию конструкции.

В ходе исследований были подобраны шаги нагружения, позволяющие получить достоверные результаты: $\Delta P = 0.02P_0$, $\Delta P = 0.01P_0$, $\Delta P = 0.005P_0$. Здесь через P_0 обозначена начальная крановая нагрузка для упругопластического расчёта, которая в свою очередь равна наибольшей расчётной нагрузке в линейно-упругом расчёте.

Расчёты проводились для четырёх конечно-элементных схем. На рис. 1-4 изображены четыре конечно-элементных разбиения, соответствующие расчётным схемам. Они обозначаются: КЭ-сетка №1, КЭ-сетка №2, КЭ-сетка №3 и КЭ-сетка №4. Применение разных КЭ-разбиений даёт возможность обосновать достоверность численной схемы решения.



Условные обозначения:

- нагрузка от веса покрытия;
- нагрузка от веса мостового кранового оборудования;
- нагрузка от веса подкрановых балок;
- нагрузка от торможения тележки крана.

Рис. 1. Нагрузки. Расчетная схема. КЭ-сетка №1

Ниже показаны эпюры внутренних усилий для инженерного физически линейного и физически нелинейного расчётов при одновременном действии собственной и крановой нагрузок. В инженерном расчёте использовались проектные значения постоянной и временной нагрузок.

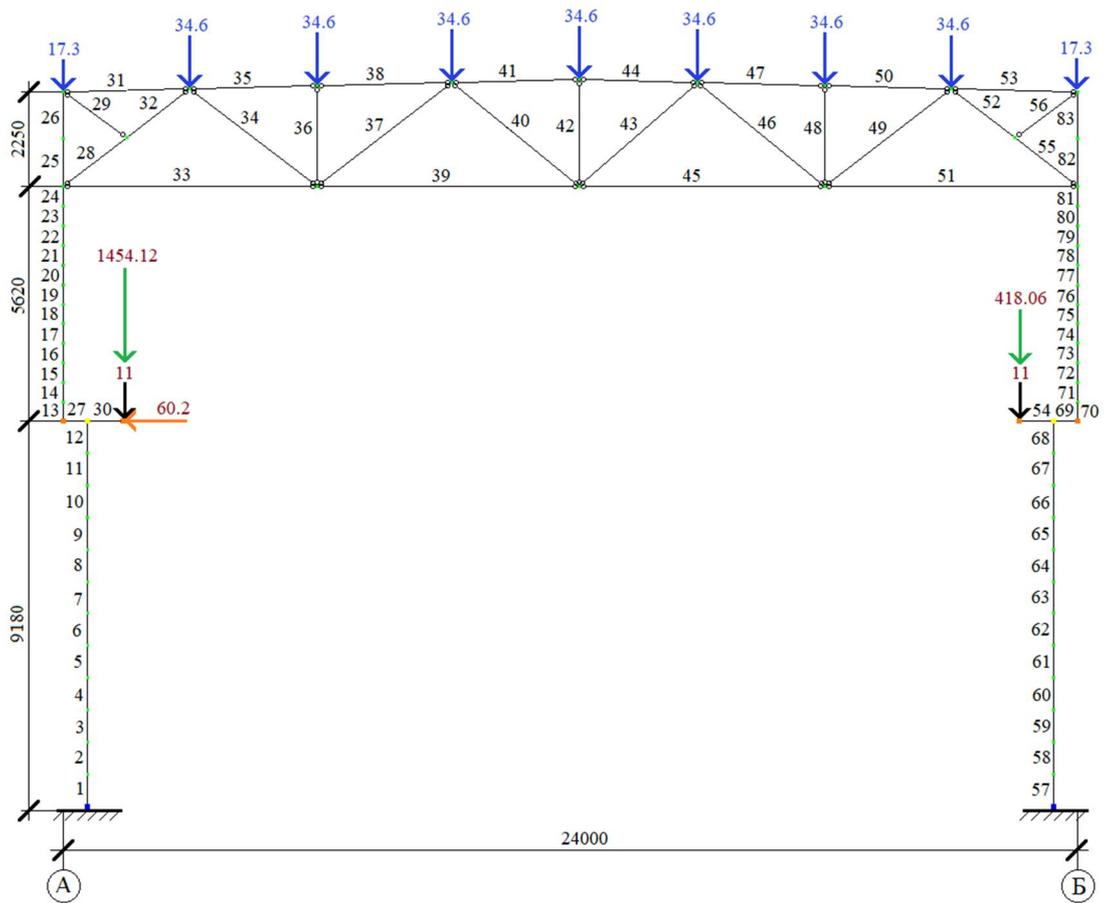


Рис. 2. Нагрузки. Расчетная схема. КЭ-сетка №2

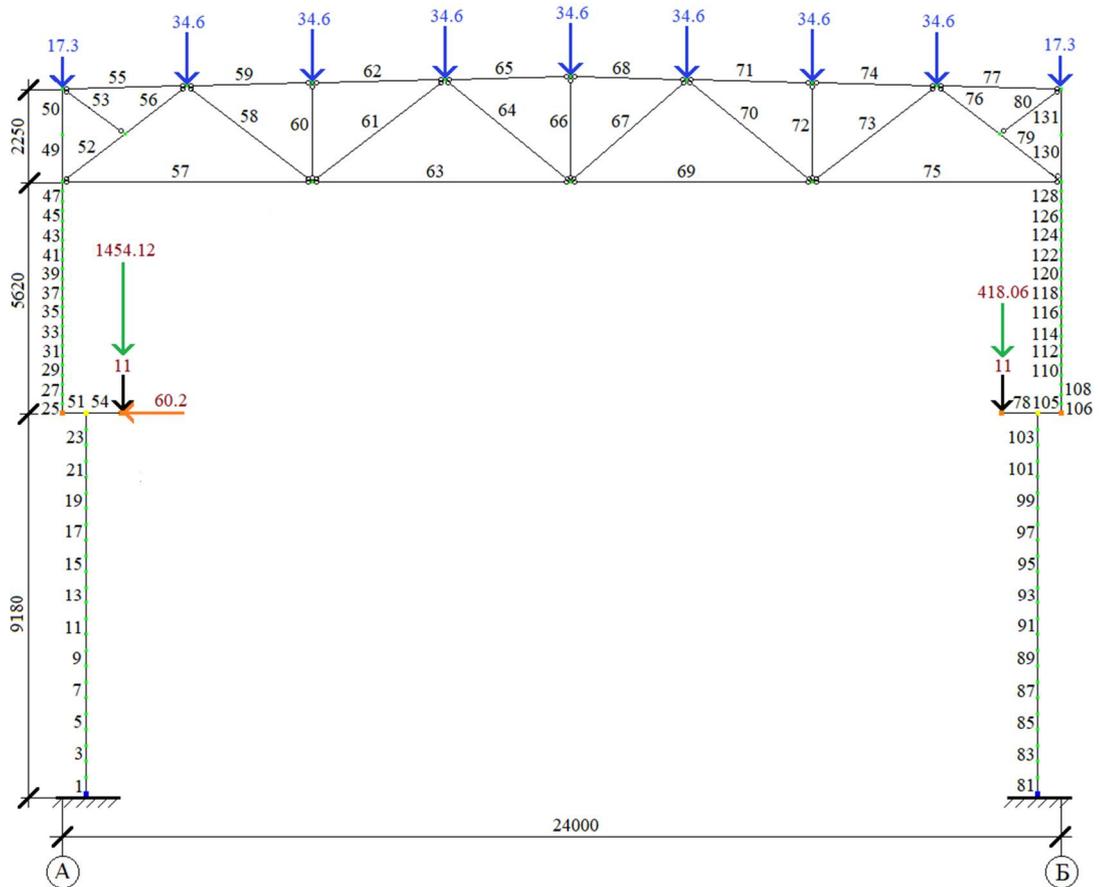


Рис. 3. Нагрузки. Расчетная схема. КЭ-сетка №3

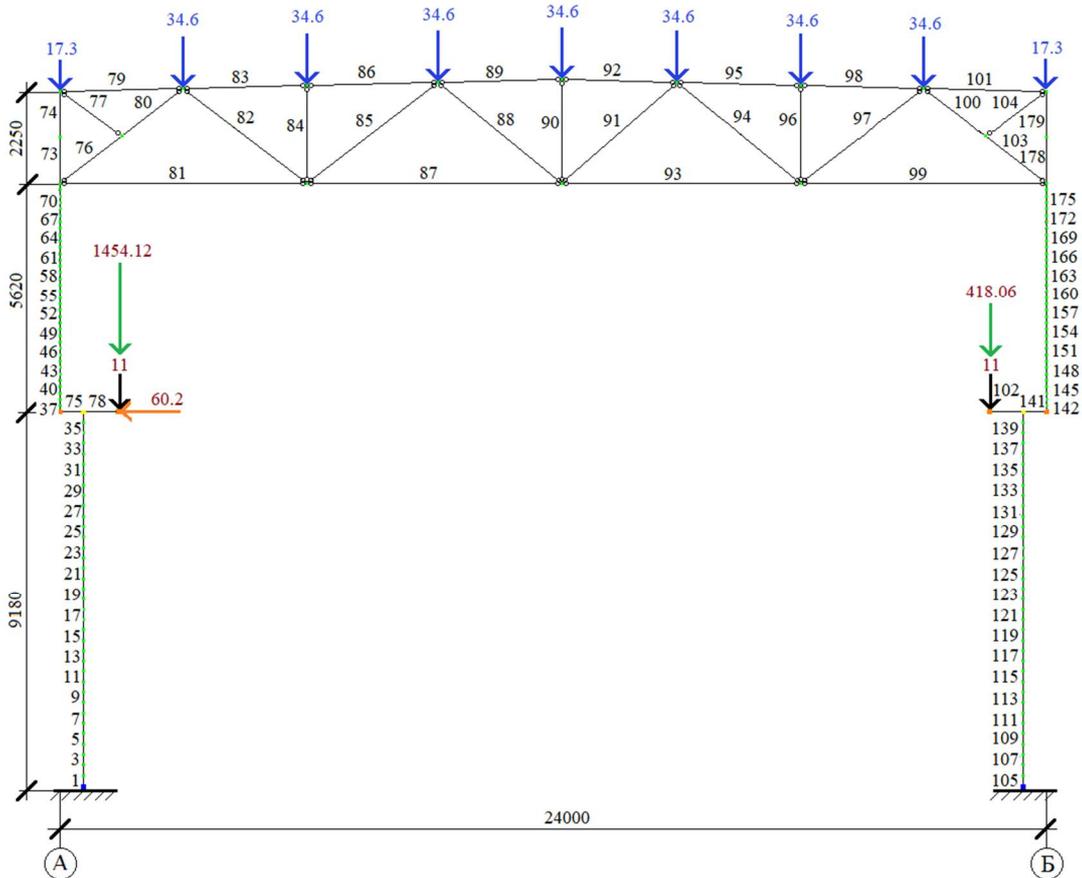


Рис. 4. Нагрузки. Расчетная схема. КЭ-сетка №4

В ходе расчёта конструкции с учётом пластических деформаций стали собственная нагрузка не меняется и равна проектной нагрузке из инженерного расчёта. Крановая нагрузка увеличивается до тех пор, пока не будет достигнуто разрушение каркаса. Эта нагрузка вычисляется в виде $P = k \cdot P_0$. Проектной нагрузке из инженерного расчета P_0 соответствует коэффициент $k = 1$. В ходе пластического расчета нарастание крановой нагрузки моделируется коэффициентом k .

Для линейно-упругого расчёта с КЭ-сеткой №2 эпюры продольных сил и изгибающих моментов показаны на рис. 5, 6 соответственно.

Для упругопластического расчёта эпюры внутренних усилий получены для момента наступления предельного состояния каркаса, а эпюра продольных сил N практически не зависит от применяемой КЭ-сетки и шага нагружения. Поэтому здесь представлена только одна эпюра продольных сил для КЭ-сетки №2 и шага нагружения $\Delta P = 0.01P_0$ на рис. 7. Качественный вид эпюр продольных сил N для упругого и упругопластического расчётов полностью совпадает.

Для упругопластического расчёта эпюры изгибающих моментов M для КЭ-сеток №1, 2, 3, 4 для шага нагружения $\Delta P = 0.01P_0$ показаны на рис. 8-11 соответственно.

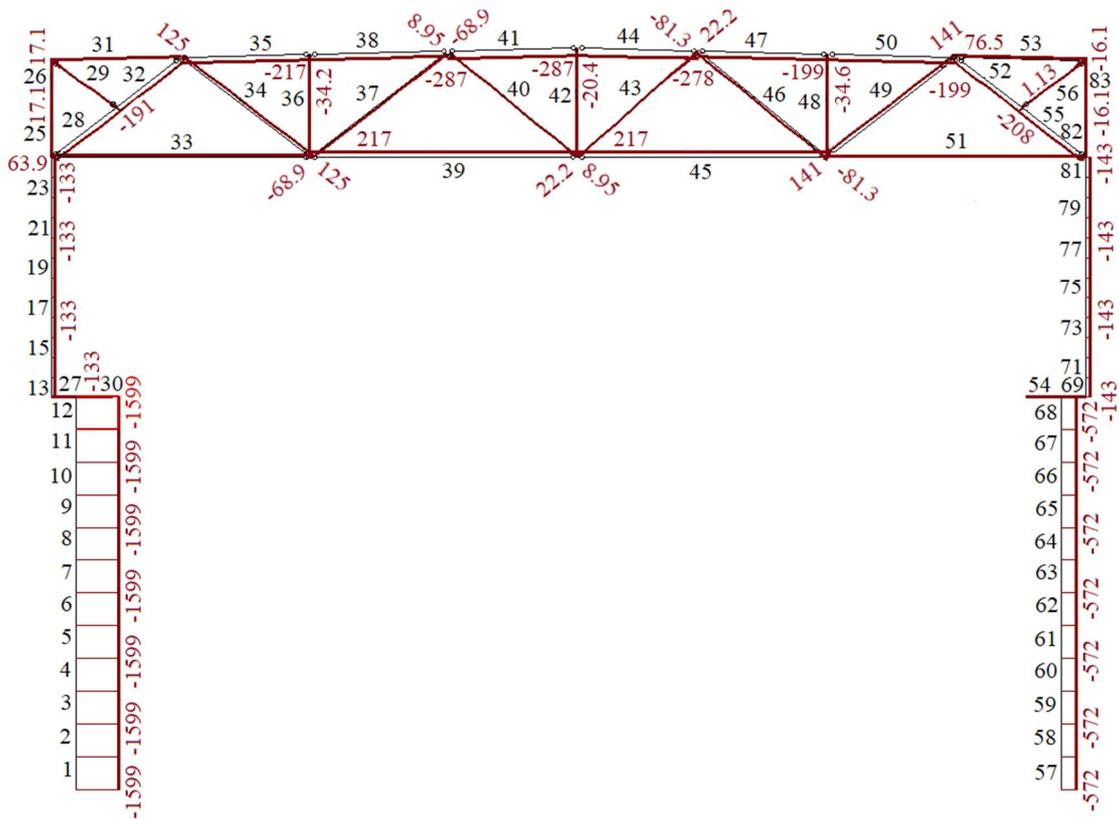


Рис. 5. Линейно-упругий расчет. КЭ-сетка №2. Эпюра продольных сил N, кН

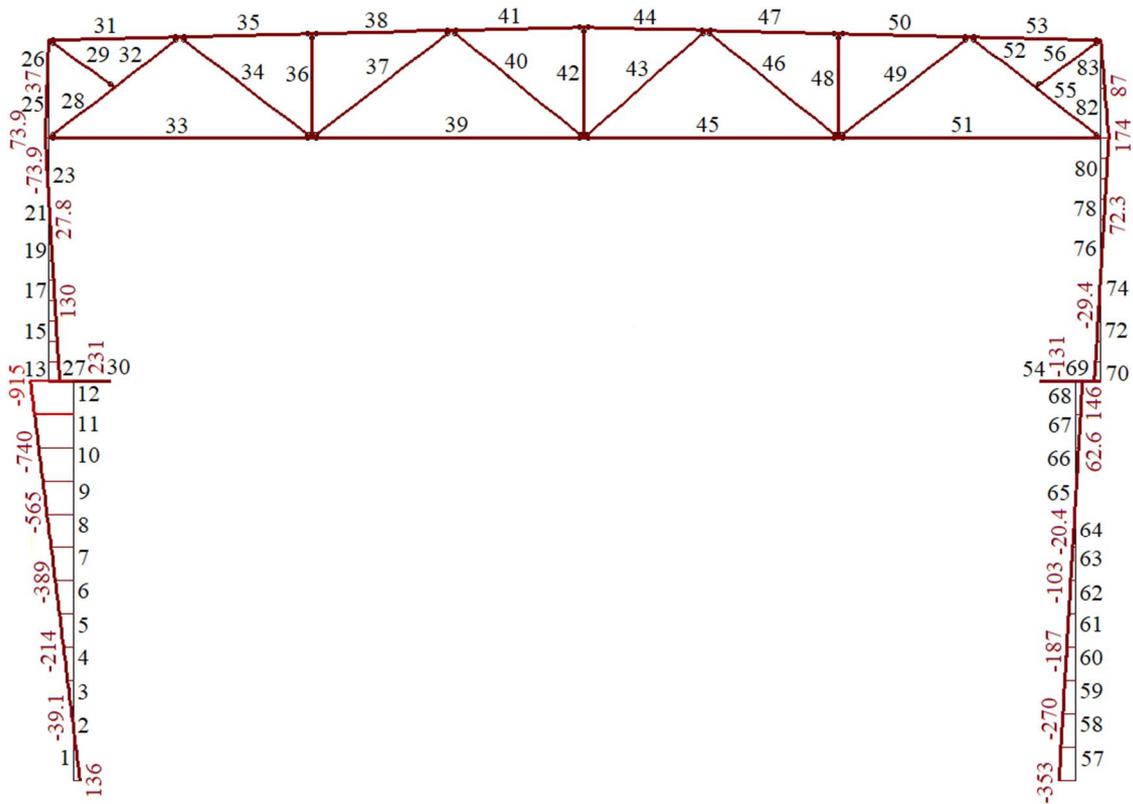


Рис. 6. Линейно-упругий расчет. КЭ-сетка №2. Эпюра изгибающих моментов M, кН·м

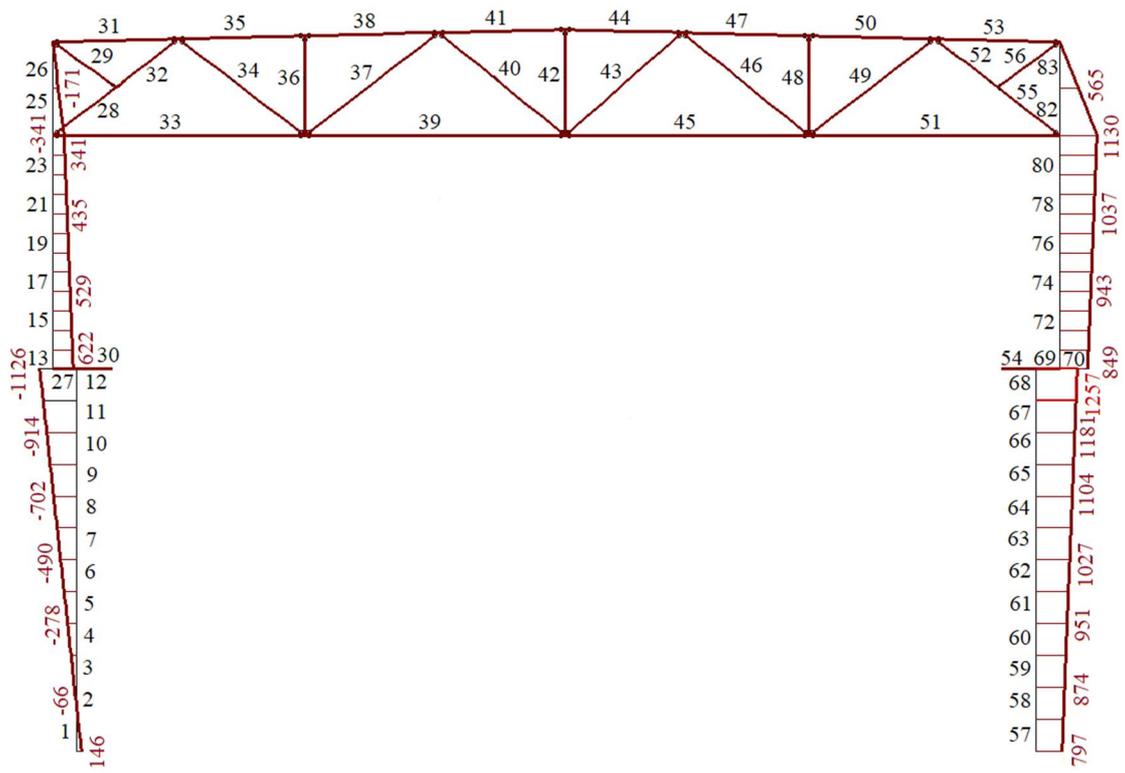


Рис. 9. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №2.
Шаг $\Delta P = 0,01P_0$. Эпюра изгибающих моментов M , кН·м

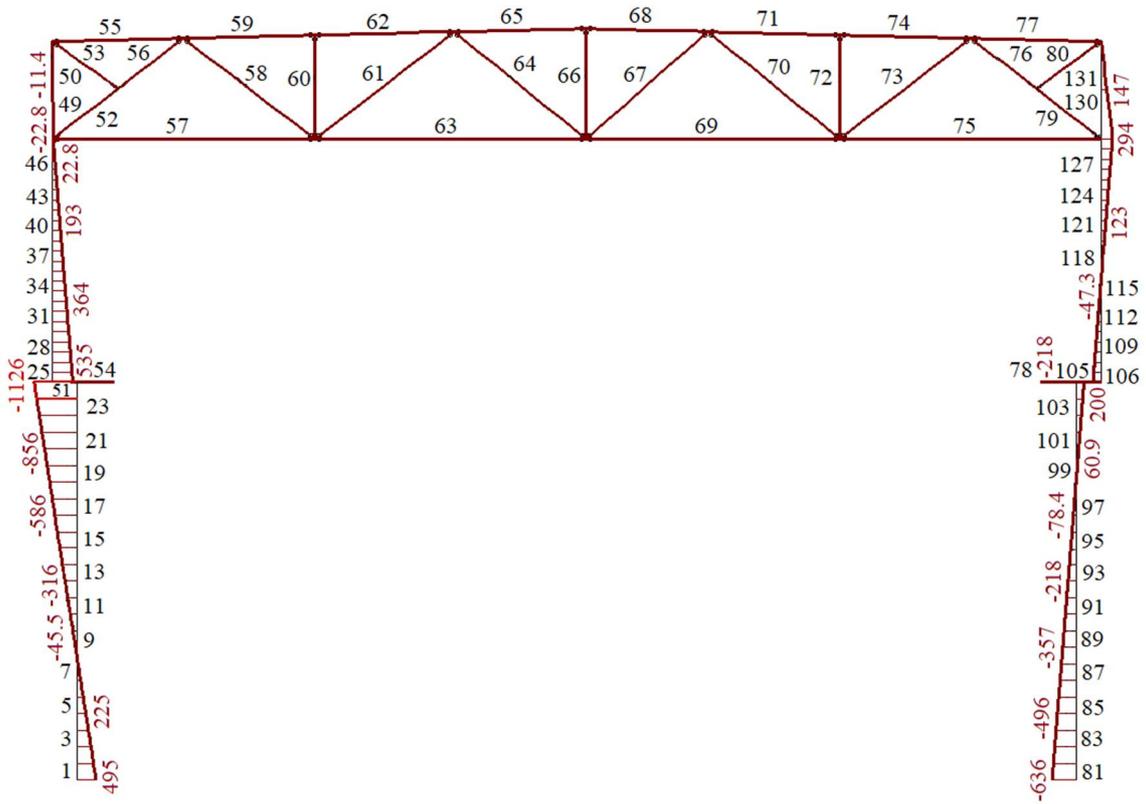


Рис. 10. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №3.
Шаг $\Delta P = 0,01P_0$. Эпюра изгибающих моментов M , кН·м

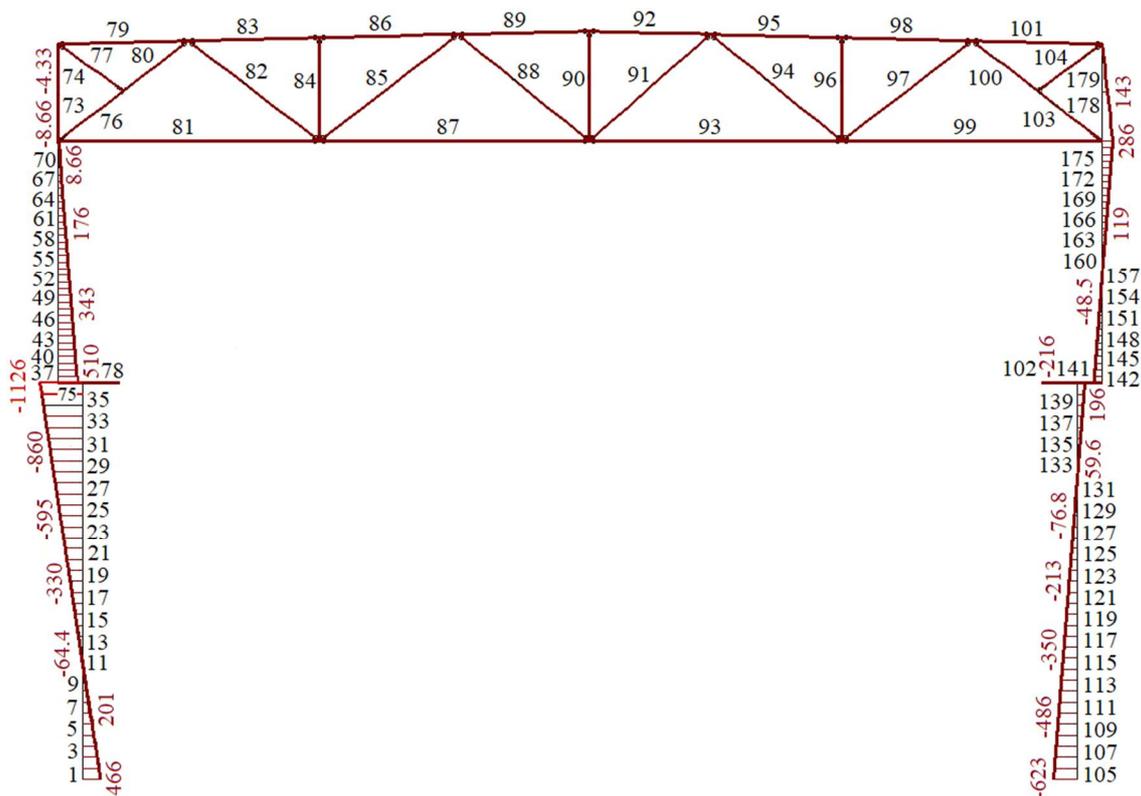


Рис. 11. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №4.
Шаг $\Delta P = 0,01P_0$. Эпюра изгибающих моментов M , кН·м

В ходе исследований было установлено, что качественный вид и значения эпюр изгибающих моментов M существенно зависят от выбора КЭ-сетки. Мы считаем, что эпюры M для КЭ-сеток №1 и №2 (рис. 8,9) являются неточными по следующим причинам:

1. На правой колонне вид эпюр из упругопластического расчёта принципиально качественно, то есть во виду, отличается от соответствующих эпюр из линейно-упругого расчёта.
2. Значения на эпюрах моментов из упругопластического расчёта на правой менее нагруженной колонне в наиболее нагруженных сечениях и в целом по колонне даже выше, чем на левой более нагруженной колонне.
3. Известно, что в нелинейных расчётах, как правило, более точные результаты достигаются на более плотных КЭ-сетках.

Из рассмотрения эпюр моментов для КЭ-сеток №3 и №4 можно отметить:

1. На обеих колоннах вид эпюр из упругопластического расчёта качественно совпадает с соответствующими эпюрами из линейно-упругого расчёта.
2. Значения на эпюрах моментов из упругопластического расчёта на правой, менее нагруженной, колонне заметно ниже, чем на левой, более нагруженной, колонне.
3. Был проведён дополнительный расчёт для ещё более плотной сетки с шагом нагружения $\Delta P = 0.01P_0$, в результате которого были получены аналогичные эпюры моментов, близкие к эпюрам M для КЭ-сеток №3, №4.

На основе изложенного можно сделать вывод, что обеспечена сходимость результатов расчёта по параметру – плотность КЭ-сетки. Следовательно, эпюры моментов, полученные для КЭ-сеток №3 и №4 можно считать качественно достоверными.

Для всех четырёх КЭ-сеток было изучено влияние шага нагружения на результаты расчёта. На рис. 11-13 изображены эпюры моментов для шагов $\Delta P = 0.02P_0$, $\Delta P = 0.01P_0$, $\Delta P = 0.005P_0$ для КЭ-сетки №4. Различие в значениях моментов в характерных сечениях для различных шагов нагружения не превышает 1 – 3%. Это говорит о достижении сходимости результатов расчёта по параметру – шаг нагружения.

На рис. 14 указаны местоположение разрушения элементов и образования пластических шарниров и номера, соответствующие последовательности их возникновения. Пластические шарниры образуются в верхней части нижней ветви левой колонны в зоне наибольших изгибающих моментов. В результате эта часть колонны превращается в механизм, что приводит к полному разрушению всего каркаса, т. е. к полной потере его несущей способности.

В таблице приведены номера разрушаемых конечных элементов и значения нагрузочного коэффициента k для исследуемых трёх КЭ-сеток №2, №3, №4 и трёх шагов нагружения $\Delta P = 0.02P_0$, $\Delta P = 0.01P_0$, $\Delta P = 0.005P_0$.

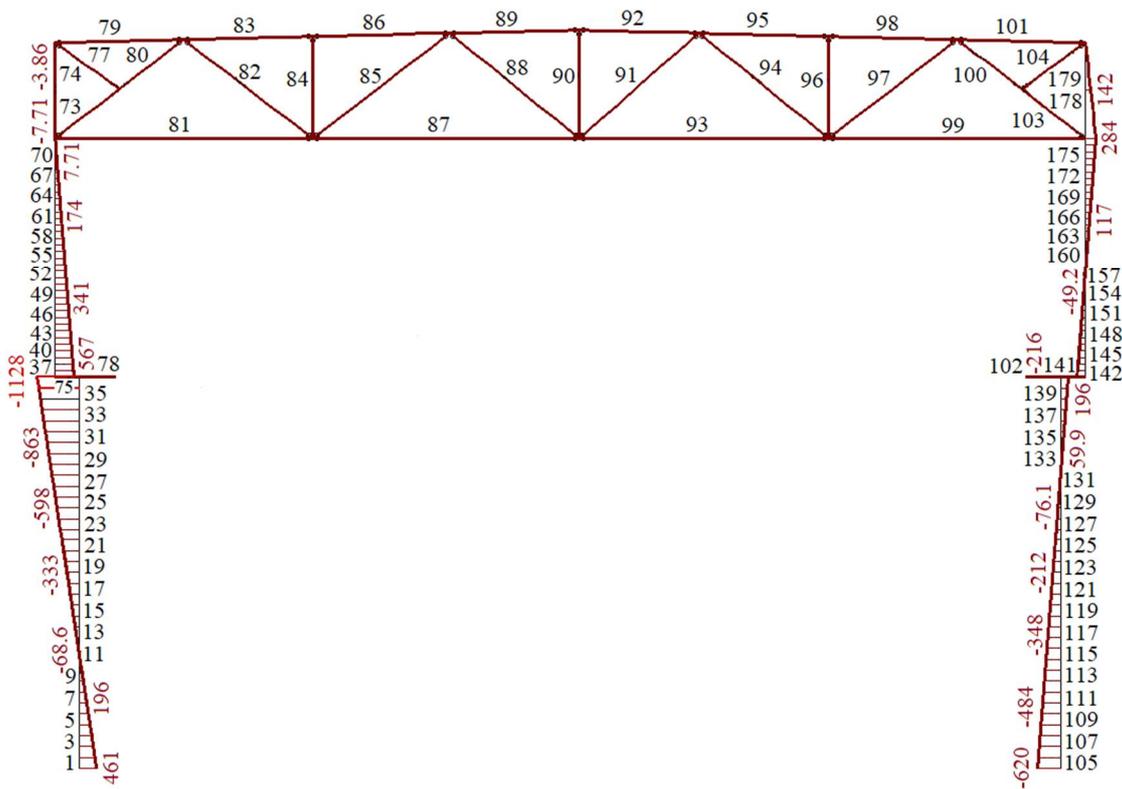


Рис. 12. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №4.
Шаг $\Delta P = 0,02P_0$. Эпюра изгибающих моментов M , кН·м

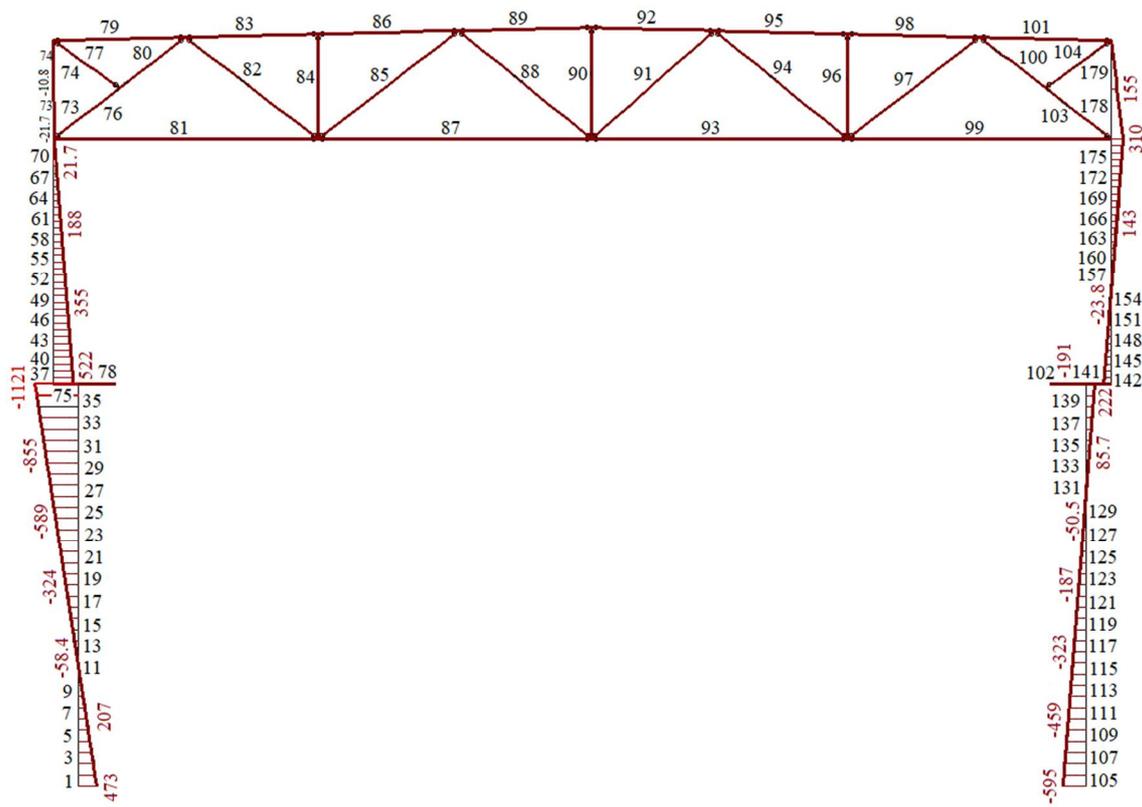


Рис. 13. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №4.
Шаг $\Delta P = 0,005P_0$. Эпюра изгибающих моментов M , кН·м

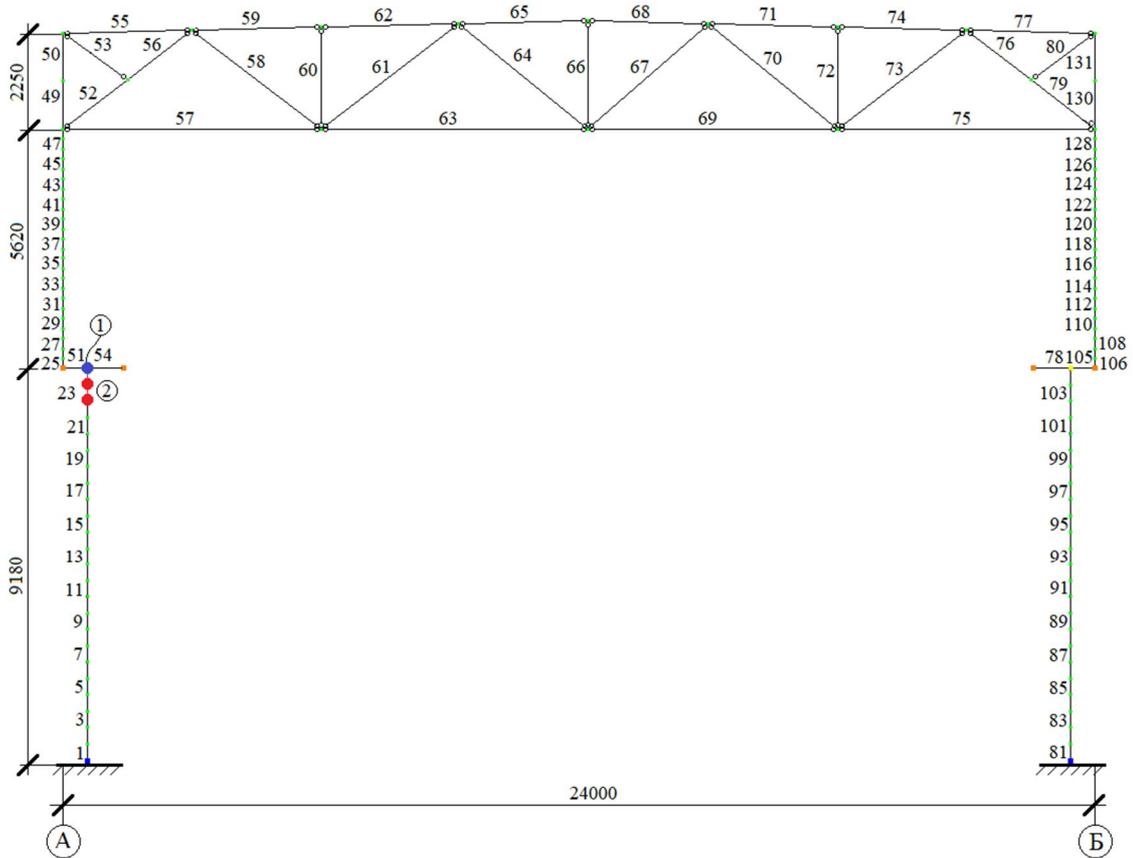


Рис. 14. Упругопластический расчет. КЭ-сетка №3. Шаг $\Delta P = 0,01P_0$.
Местоположение и последовательность образования пластических шарниров

Разрушаемые КЭ и значения коэффициента к

Шаг нагрузки ΔP	КЭ-сетка №2		КЭ-сетка №3		КЭ-сетка №4	
	Коэффициент к для разрушающей нагрузки, где $P = k \cdot P_0$	Номера разрушаемых КЭ и их узлы	Коэффициент к для разрушающей нагрузки, где $P = k \cdot P_0$	Номера разрушаемых КЭ и их узлы	Коэффициент к для разрушающей нагрузки, где $P = k \cdot P_0$	Номера разрушаемых КЭ и их узлы
1	2	3	4	5	6	7
0,02P ₀	1,360	12 (1)	1,360	24 (1)	1,360	36 (1)
	1,480	11 (1) 12 (2)	1,420	23 (1) 24 (2)	1,400	35 (1) 36 (2)
	1,370	12 (1)	1,370	24 (1)	1,370	36 (1)
0,01P ₀	1,470	79 (1,2)	1,420	23 (1) 24 (2)	1,400	35 (1) 36 (2)
		80 (1,2)				
		81 (1,2)				
		82 (2)				
0,005P ₀	1,445	12 (1)	1,370	24 (1)	1,370	36 (1)
		77 (1) 78 (1,2) 79 (1,2) 80 (1,2) 81 (1,2) 82 (2)				
			1,430	23 (1) 24 (2)	1,405	35 (1) 36 (2)

Из анализа результатов, представленных в таблице, можно сделать следующие выводы:

1. Наиболее точные результаты получены для расчётов с использованием КЭ-сетки №3 и КЭ-сетки № 4. Местоположение и порядок возникновения в колонне пластических шарниров для этих двух КЭ-сеток при всех трёх шагах нагружения полностью совпадают.

2. Обе КЭ-сетки №3 и №4 дают близкие предельные нагрузки, соответствующие двум стадиям нагружения. Различие в предельных нагрузках, вычисленных при разных шагах нагружения, не превышает 1%.

В результате проведенных исследований были получены следующие результаты:

1. Выполнен расчётный анализ стального каркаса одноэтажного промышленного здания с учётом пластических деформаций материала. Произведена оценка достоверности численной схемы расчёта.

2. Установлены локализация и порядок разрушения элементов конструкции с учётом возникновения в них пластических шарниров, ведущих к исчерпанию несущей способности.

3. Определена предельная нагрузка, соответствующая предельному состоянию всего стального каркаса.

Библиографический список

1. Ржаницын А.Р. Строительная механика: учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1982. – 400 с.
2. Строительная механика: Программы и решения задач на ЭВМ: учеб. пособие для вузов / Р.П. Каркаускас, А.А. Критинис, Ю.Ю. Аткачиюнас и др; под общ. ред. А.А. Чираса. – М.: Стройиздат, 1990. – 360 с.
3. Варнавский В.С., Поворин А.С. Определение несущей способности металлического рамного каркаса с применением программного комплекса Ли́ра // Строительная механика и конструкции. – 2011. – № 2 (3). – С. 113-121.
4. Варнавский В.С., Болотов А.О. Численное исследование несущей способности металлической рамы на основе программного комплекса Ли́ра // Строительная механика и конструкции. – 2014. – № 1 (8). – С. 117-125.
5. Варнавский В. С., Габриелян Г.Е., Мартынова М.М. Расчёт плоского стального каркаса на статическую нагрузку с учётом пластических деформаций материала // Строительная механика и конструкции. – 2018. – № 3 (18). – С. 51-60.
6. Варнавский В.С., Габриелян Г.Е., Востриков В.В. Расчёт плоского стального каркаса на постоянную и временную нагрузку с учётом пластических деформаций материала // Строительная механика и конструкции. – 2019. – № 3 (22). – С. 76-86.
7. Варнавский В.С., Габриелян Г.Е., Востриков В.В. Расчётный анализ распределения усилий в металлическом рамном каркасе с учётом пластических деформаций материала // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 1 (28). – С. 76-86.
8. Сеницын С.Б. Строительная механика в методе конечных элементов стержневых систем: учеб. пособие для техн. вузов. – М.: Изд-во Ассоциации строит. вузов, 2002. – 320 с

References

1. Rzhantsyn A. R. Construction mechanics: textbook. M.: High School, 1982. 400 p.
2. Karkauskas R.P., Cretinism A.A., Atkochiunas Yu.Yu. Construction mechanics: Computer programs and problem solving: textbook for universities. ed. A.A. Chiras. M.: Stroyizdat, 1990. 360 p.

3. Varnavsky V.S., Povorin A.S. Determination of the bearing capacity of a metal frame with the use of the Lira software package. *Construction Mechanics and Structures*. Vol. 2. No. 3. 2011. Pp. 113-121.
4. Varnavsky V.S., Bolotov A.O. Numerical study of the bearing capacity of a metal frame based on the Lira software package. *Construction Mechanics and Structures*. Vol. 1. No. 8. 2014. Pp. 117-125.
5. Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Martynova M.M. Calculation of a flat steel frame for static load taking into account plastic deformations of the material. *Construction Mechanics and Structures*. Vol. 3. No. 18. 2018. Pp. 51-60.
6. Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Vostrikov V.V. Calculation of a flat steel frame for a constant and temporary load taking into account plastic deformations of the material. *Construction mechanics and structures*. Vol. 3. No. 22. 2019. Pp. 76-86.
7. Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Vostrikov V.V. Computational analysis of the distribution of forces in a metal frame taking into account plastic deformations of the material. *Construction Mechanics and Structures*. Vol. 1. No. 28. 2021. Pp. 76-86.
8. Sinitsyn S.B. *Construction mechanics in the method of finite elements of rod systems: textbook*. M.: Publishing House of the Association of Construction Universities, 2002. 320 p.

INVESTIGATION OF ELASTIC-PLASTIC DEFORMATION OF A FLAT STEEL FRAME UNDER CONSTANT AND CRANE LOAD

V. S. Varnavsky¹, G. E. Gabrielyan², D. N. Nenashev³

Voronezh State Technical University^{1,2,3}
Russia, Voronezh

¹PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230, e-mail: mailVVS@inbox.ru

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230, e-mail: grayr2010@rambler.ru

³MA Student of the Department of Structural Mechanics, e-mail: den_nenashev_99@mail.ru, Tel.: +7(473)2715230

The elastic-plastic deformation is investigated and the bearing capacity of a flat steel frame is found on the basis of the principle of ultimate equilibrium under the combined action of a constant load from its own weight of the structure and crane load. The analysis of the results obtained for the selected calculation schemes is performed. The substantiation of the reliability of the numerical calculation scheme in the applied method is given. The calculation is performed using PC LIRA.

Keywords: steel frame, elastic-plastic deformation, the principle of ultimate equilibrium, design-computational complex LIRA.

НАДЕЖНОСТЬ СТРОПИЛЬНОЙ ФЕРМЫ ПОКРЫТИЯ ИЗ ТОНКОСТЕННЫХ ПРОФИЛЕЙ «МОЛОДЕЧНО»

В. С. Сафронов¹, П. Ун²

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.: +7 (473) 2715230, e-mail: vss22@mail.ru

²Магистрант кафедры строительной механики, тел.: + 7(950)7703116; e-mail: phangavuthun@gmail.com

Описываются методика и алгоритм расчета параметров надежности стальной стропильной фермы из тонкостенных замкнутых профилей типа «Молодечно» с учетом разброса прочностных характеристик материалов, действующих нагрузок, размеров конструкции.

Приводятся результаты численных исследований зависимостей логарифмических показателей надежности фермы от совместного действия постоянных и временных нагрузок для двух вариантов расчетной схемы конструкции с учетом и без учета изгибной жесткости элементов.

Ключевые слова: стропильная ферма, тонкостенные профили «Молодечно», статическое нагружение, показатели надежности, графики зависимости логарифмического показателя надежности несущей конструкции покрытия.

Введение

При проектировании многоэлементных несущих систем зданий и сооружений производственного и гражданского назначения рекомендуется осуществлять проверку устойчивости запроектированных конструкций при аварийных расчетных ситуациях на возможность прогрессирующего обрушения [1]. В большинстве алгоритмов, используемых для различных конструкций из стали и железобетона, применяются ситуационные детерминированные статические подходы с поочередным удалением несущих элементов рассматриваемых несущих систем. Такие алгоритмы обладают существенными недостатками, не позволяющими учесть случайную изменчивость параметров несущих элементов и действующих нагрузок [2].

Эффективные алгоритмы расчетов на прогрессирующее обрушение могут быть построены на основе современных достижений теории надежности и теории риска несущих строительных конструкций из различных материалов [3-5].

Первые алгоритмы вероятностного расчета апробированы применительно к мостовым сооружениям на железных и автомобильных дорогах [6-8]. В статье [9] такой подход применялся к косым железобетонным мостам, а в публикации [10] он использовался для висячего трубопроводного перехода. Особенности применения указанных алгоритмов рассмотрены в статьях [11-12].

В данной работе описывается методика вероятностной оценки прочности стропильной металлической фермы из гнутых тонкостенных замкнутых профилей типа «Молодечно» [13].

1. Описание объекта исследования

Объектом исследования в настоящей статье является известково-газовое отделение производственного предприятия в г. Воронеже, представляющее собой отдельно стоящее одноэтажное здание, прямоугольное в плане с размерами 40,2x30,0 м (рис. 1).



Рис. 1. План расположения несущих элементов производственного здания

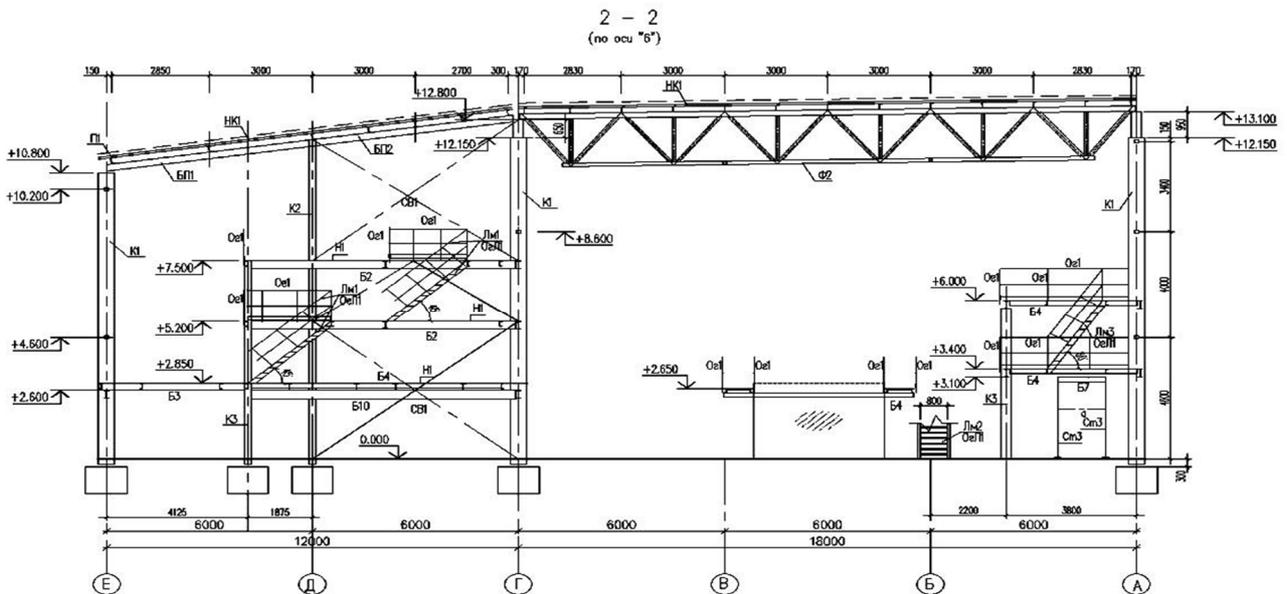


Рис. 2. Поперечный разрез несущей системы производственного здания

Поперечный разрез несущей системы рассматриваемого одноэтажного здания высотой до верха парапета 19,6 м представлен на рис. 2. Кровля здания односкатная с уклоном ската 6 градусов.

Конструктивная схема здания – показанный на рис. 3 рамно-связевой металлический каркас. Колонны каркаса – из прокатных широкополочных двутавров, балки перекрытий и площадок – из прокатных двутавров и швеллеров.

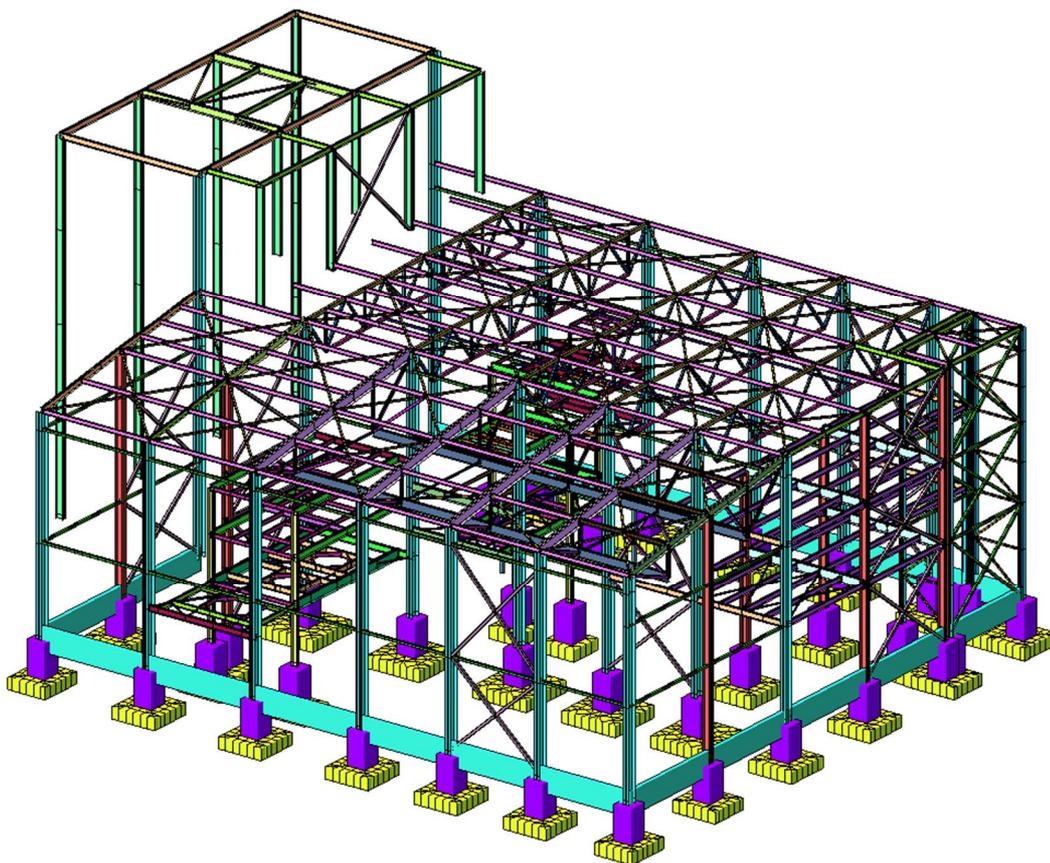


Рис. 3. Аксонометрическое изображение несущего каркаса производственного здания

В качестве несущей конструкции покрытия: в осях «А»-«Г» – фермы пролетом 18 м из гнутых замкнутых профилей прямоугольного и квадратного сечения по типовому проекту серии 1.460.3-14 Молодечненского завода металлических конструкций [14]; в осях «Г»-«Е» – балки покрытия, которые выполнены из прокатных двутавров и крепятся к колоннам шарнирно. Прогонь состоит из швеллеров, горизонтальные связи – из квадратных труб.

Общая геометрическая неизменяемость обеспечена жестким диском, сформированным горизонтальными связями по покрытию и профилированным настилам. Пространственная жесткость рамы в ее плоскости обеспечивается жестким сопряжением колонн с фундаментами, а из плоскости – системой вертикальных и горизонтальных связей. Несущий каркас производственного корпуса опирается на монолитные железобетонные столбчатые фундаменты на естественном основании, фундамент печи – свайный ростверк, сваи – буровые.

2. Методика вероятностного расчета надежности стропильной фермы

В рассматриваемом одноэтажном здании промышленного назначения наиболее важными несущими конструкциями являются металлические стропильные фермы покрытия,

выполненные по типовому проекту серии 1.460.3-14, разработанному ГПИ Ленпроектсталь-конструкция [14].

Для построения методики оценки надежности металлических ферм покрытия воспользуемся следующими положениями теории надежности строительных конструкций [3-5]:

- статистические характеристики прочности металла стропильной фермы представляются случайными величинами, которые подчиняются нормальному закону распределения с параметрами, принимаемыми в зависимости от рекомендуемых СП 16.13330-2017 «Стальные конструкции» нормативных сопротивлений и коэффициентов надежности по материалу;

- составляющие усилий от действия постоянных и временных нагрузок считаются гауссовскими случайными величинами. Математические ожидания приняты равными их нормативным значениям по проектным данным. Среднеквадратические отклонения действующих нагрузок вычисляются по рекомендуемым СП 20.3330-2016 «Нагрузки и воздействия» коэффициентам надежности по нагрузкам для обеспеченности $P=0,95$.

В численных исследованиях расчеты усилий в элементах стропильной фермы выполнялись с использованием линейно деформируемой стержневой конечно-элементной расчетной схемы в двух вариантах:

- без учета изгибной жесткости стержней несущей конструкции (модель **фермы**);
- с учетом изгибной жесткости стержней несущей конструкции (модель **рамы**).

В первом случае критерием для определения параметров надежности приняты нормальные усилия в стержнях, а во втором – суммарные нормальные напряжения при изгибе и сжатии (растяжении) в наиболее нагруженных волокнах тонкостенных замкнутых профилей. Учет снижения несущей способности для первого варианта расчетной схемы выполнялся с помощью зависящего от гибкости коэффициента продольного изгиба.

Алгоритм вычислений для параметров разброса действующих нагрузок в численных исследованиях по основному нормативному сочетанию выполнялся без учета корреляции между нагрузками по методике, изложенной в [13].

В расчетах сначала определялись количественные показатели надежности для каждого i -го стержня рассматриваемой несущей конструкции в соответствии с принятыми для различных моделей параметров T_i по формулам:

1. Характеристика безопасности:

$$\beta_i = \frac{m_{T_{\text{пред}}} - m_{T_{\text{max}}}}{\sqrt{\sigma_{T_{\text{пред}}}^2 + \sigma_{T_{\text{max}}}^2}}. \quad (1)$$

2. Вероятность отказа:

$$Q_i = 0,5 - \Phi(\beta_i), \quad (2)$$

где $\Phi(\beta_i)$ – функция Лапласа;

Математические ожидания расчетных параметров $m_{T_{\text{пред}}}$ принимались в соответствии с нормативным сопротивлением материала несущей конструкции, а среднеквадратическое отклонение $\sigma_{T_{\text{пред}}}$ принималось различным по заданному варианту коэффициента вариации материала.

После завершения вероятностных расчетов для всех « n » стержней несущей конструкции вероятность отказа Q_K конструкции в целом определялась в соответствии с теоремой последовательного произведения независимых случайных событий из выражения:

$$Q_K = 1 - \prod_1^n (1 - Q_i), \quad (3)$$

На завершающем этапе вероятностных расчетов определяется логарифмический показатель надежности всей фермы в целом по формуле:

$$\rho_K = \lg(1/Q_K). \quad (4)$$

Описанная выше методика может эффективно применяться как при проектировании несущих конструкций новой кровли зданий промышленного назначения, так и для оценки текущего состояния после длительной эксплуатации сооружения. В последнем случае имеется возможность учета дефектов, вызванных коррозией металла при неблагоприятном воздействии агрессивных сред.

3. Результаты численных исследований надежности типовой конструкции

Представленная выше методика исследования надежности металлической стропильной фермы апробирована на примере типовой конструкции из гнутых замкнутых профилей прямоугольного и квадратного сечения, изготавливаемых Молодечненским заводом металлических конструкций [14]. Геометрические размеры рассматриваемой фермы пролетом 18 м представлены на рис. 3. Там же показаны поперечные сечения всех несущих элементов в соответствии с сортаментом стандартных профилей

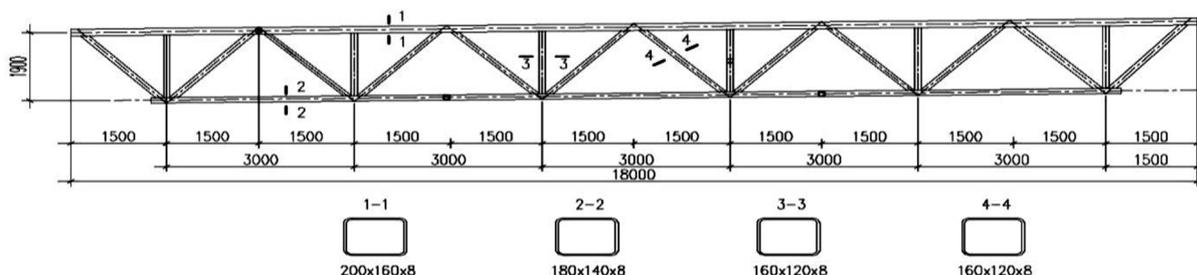
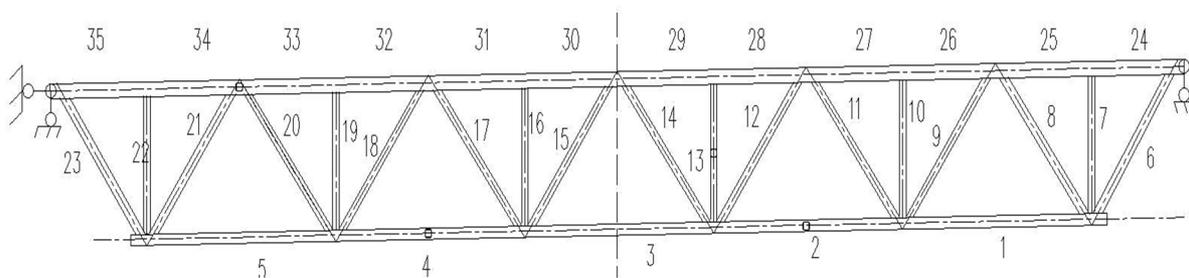


Рис. 4. Геометрические размеры рядовой стропильной фермы покрытия

Статические расчеты представленной на рис. 4 стропильной фермы по основному сочетанию действующих нагрузок, включающих собственный вес ферм, кровли с утеплителем и снеговые нагрузки, при осуществлении численных исследований выполнялись с помощью плоской стержневой конечно-элементной расчетной схемы с нумерацией отдельных стержней, показанной на рис. 5.

Рис. 5. Стержневая конечно-элементная расчетная схема с нумерацией стержней



Геометрические характеристики поперечных сечений стержней на симметричной относительно среднего узла верхнего пояса половине рассматриваемой стропильной фермы приведены в табл. 1. Эти данные использованы при выполнении вероятностных расчетов по двум расчетным схемам несущей конструкции в виде шарнирной стержневой системы (**ферма**) и жесткой стержневой системы (**рама**).

Геометрические характеристики сечения стержней

Элемент фермы	Номер стержня	Размеры в мм	Площадь в см ²	Расчетные длины в м	Радиусы инерции в см	Моменты сопротивления в см ³
Верхний пояс	24	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
	25	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
	26	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
	27	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
	28	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
	29	200x160x8	55	1.50	7,50	297,5
Нижний пояс	1	180x140x8	49	3	6,68	230,2
	2	180x140x8	49	3	6,68	230,2
	3	180x140x8	49	3	6,68	230,2
Раскосы	6	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	8	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	9	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	11	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	12	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	14	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
Стойки	7	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	10	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3
	13	160x120x6	42	1.9	58,5	171,3

Определение максимальных расчетных усилий в стержнях от совместного действия нагрузок, от собственного веса несущей конструкции и кровли, а также от снеговых нагрузок на покрытие здания осуществлялось с помощью линий влияния в вычислительном комплексе ЛИРА.

В расчетах приняты следующие параметры действующих расчетных значений нагрузок и соответствующе СП 20.3330-2016 «Нагрузки и воздействия» величины коэффициентов надежности по нагрузкам:

- от собственного веса стропильной фермы – $q_{ф}=0,145$ кН/м, $\gamma_f=1,1$;
- от конструкции кровли – $q_{кр}=4,43$ кН/м², $\gamma_f=1,3$;
- от снега на покрытие – $q_{сн}=1,27$ кН/м², $\gamma_f=1,4$.

Расчетное сопротивление металла для стропильных ферм принималось в соответствии с типовым проектом серии 1.460.3-14 для Молодечненской конструктивной формы [14] пролетом 18 м равным $R=320$ МПа

Промежуточные и итоговые результаты вероятностных расчетов для оценки надежности несущей конструкции приведены при задании коэффициента вариации прочности материала несущей конструкции равным $v_R=0,08$ для конечно-элементной модели **фермы** в табл. 2, а для модели **рамы** – в табл. 3.

В указанных таблицах представлены для каждого из стержней на одной из симметричных половин конструкции расчетные усилия в этом элементе, а также статистические характеристики (математические ожидания и среднеквадратические отклонения) определяющих максимальных и предельных параметров напряженного состояния. В последних правых столбцах приведенных ниже таблиц даны вычисленные для каждого из стержней характеристики безопасности и логарифмические показатели в белах.

Полученные по данным табл. 2 и 3 зависимости логарифмических показателей рассматриваемой стропильной фермы в целом в зависимости от коэффициента вариации прочности материала графически показаны на рис. 6.

Таблица 2

Количественные показатели надежности стержней по расчетной модели фермы

Элемент фермы	Номер стержня	Расчетное усилие N_i , кН	Среднее расчетного усилия m_{Ni} , кН	Стандарт расчетного усилия σ_{Ni} , кН	Среднее предельного усилия m_{Ri} , кН	Стандарт предельного усилия σ_{Ri} , кН	Характеристика безопасности β_i	Логарифмический показатель надежности ρ_i
Верхний пояс	24	-550	446	46.	2026	162	9.37	11.8
	25	-550	446	46.3	2026	162	9.37	11.8
	26	-1191	966	100	2026	162	5.56	7.29
	27	-1191	966	100	2026	162	5.56	7.29
	28	-1517	1230	127	2026	162	3.85	3.77
	29	-1517	1230	127	2026	162	3.85	3.77
Нижний пояс	1	906	735	76.5	1805	144	6.54	8.36
	2	1398	1134	117	1805	144	3.60	2.36
	3	1552	1259	130	1805	144	2.80	1.45
Раскосы	6	789	640	66.5	1547	124	6.45	9.36
	8	-589	478	49.7	1547	124	8.02	9.60
	9	450	365	37.7	1547	124	9.14	12.3
	11	-334	270	28.2	1547	124	10.1	11.4
	12	189	154	15.8	1547	124	11.2	11.8
	14	-57	46	4.84	1547	124	12.1	12.0
Стойки	7	-100	81	8.57	1547	124	11.8	11.2
	10	-101	82	8.70	1547	124	11.8	12.3
	13	-101	82	8.70	1547	124	11.8	12.3

Таблица 3

Количественные показатели надежности стержней по расчетной модели рамы

Элемент рамы	Номер стержня	Расчетное усилие N_i , кН	Расчетное усилие M_i , кНм	Среднее расчетного напряжения $m_{\sigma i}$, МПа	Стандарт расчетного напряжения $\sigma_{\sigma i}$, МПа	Среднее предельного напряжения m_{Ri} , МПа	Стандарт предельного напряжения σ_{Ri} , МПа	Характеристика безопасности β_i	Логарифмический показатель надежности ρ_i
Верхний пояс	24	-547	12.2	115	16	368	29	8.09	12.33
	25	-556	8.9	107	15	368	29	8.24	12.31
	26	-1186	14	215	29	368	29	9.23	11.84
	27	-1193	11.4	208	29	368	29	9.31	11.76
	28	-1514	14	263	36	368	29	9.66	11.52
	29	-1516	12.1	258	35	368	29	9.70	11.50
Нижний пояс	1	905	12.4	195	27	368	29	3.49	3.61
	2	1396	9.9	268	37	368	29	2.15	1.80
	3	1550	7.9	286	39	368	29	1.84	1.48
Раскосы	6	784	3.6	170	23	368	29	3.98	4.46
	8	-577	0.7	116	16	368	29	8.92	12.23
	9	441	5.7	113	15	368	29	5.11	6.80
	11	-327	3.2	79	11	368	29	8.10	12.32
	12	186	4.9	59	8	368	29	6.18	9.51
	14	-56	3.7	28	4	368	29	7.18	12.46
Стойки	7	-101	-9.8	-27	-4	368	29	8.37	12.29
	10	-101	-6.6	-12	-2	368	29	8.14	12.32
	13	-100	-1.9	10	1	368	29	7.79	12.12

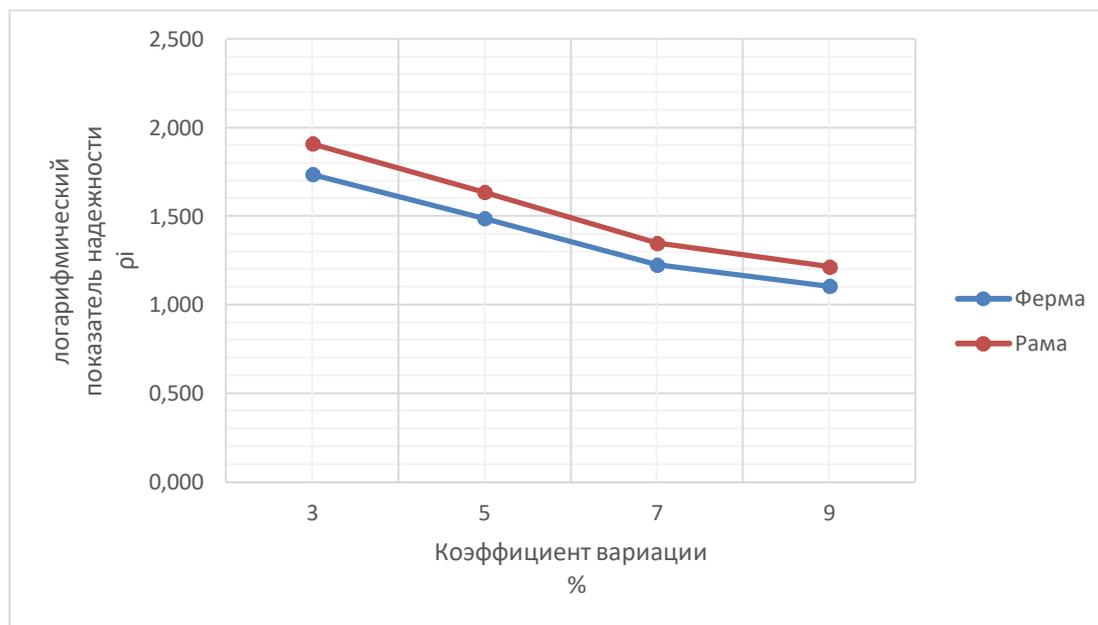


Рис. 6. Графики зависимости логарифмических показателей надежности конструкции от коэффициента вариации прочности материала стержней

Анализ представленных в табл. 2-3 и на рис. 6 данных численных исследований надежности типовой стропильной фермы по предложенной в данном исследовании методике показывает следующие особенности эксплуатации несущих конструкций из гнутых замкнутых профилей прямоугольного и квадратного сечения

- Характеристики надежности и логарифмические показатели отдельных стержней несущей конструкции существенно различаются. Наименее надежными являются элементы нижнего пояса вблизи середины пролета, где логарифмические показатели при коэффициенте вариации $v_R=0,08$ не превышают величины $\rho_i=2,0$. Для обеспечения безопасной эксплуатации эти элементы следует усилить.

- Логарифмические показатели надежности несущей типовой стропильной фермы в расчетах на основе шарнирно-стержневой системы модели близки к аналогичным параметрам, полученным с помощью жесткой стержневой модели. Это объясняется малым влиянием на усилия жесткости соединения в узлах.

Выводы

Исходя из проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

- предложенная и апробированная вероятностная методика оценки надежности металлических стропильных ферм из гнутых замкнутых профилей прямоугольного и квадратного сечения типа «Молодечно» может эффективно применяться как при проектировании новых покрытий зданий производственного назначения, так и при обследовании длительно эксплуатируемых зданий с повреждениями от коррозии;

- для использования предложенной методики в целях оценки надежности ослабленных коррозией тонкостенных стропильных конструкций потребуется её развитие для учета возможных явлений локальной потери устойчивости сжатых элементов.

Библиографический список

1. СП 385132800.2018. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. – Минрегионразвития РФ, 2017.

2. ГОСТ 27.751-2014. Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения. – 8 с.
3. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. – М., 2010. – 252с.
4. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций. – М.: Изд-во АСВ, 2008.
5. Синицын А.П. Расчет конструкций на основе теории риска. – М., Стройиздат, 1985. – 304 с.
6. Алгоритм расчета реконструируемых плитно-балочных конструкций, усиленных железобетонной накладной плитой / В.С. Сафронов, Е.Н. Петреня, А.А. Петранин, С.Д. Степанов // Известия высших учебных заведений. Сер.Строительство. – 1998. – № 11-12 (479-480). – С. 31-35
7. Барченков А.Г., Котуков А.Н., Сафронов В.С. Применение корреляционной теории для динамического расчета мостов // Строительная механика и расчет сооружений. – 1970. –№ 4. – С.43-48.
8. Сафронов В.С., Черников А.В. Деформационный расчет составных изгибаемых железобетонных стержневых элементов// Строительная механика и ции. - 2018. –№ 3(18).- С. 81-92.
9. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Оценка влияния косины пролетных строений железобетонных мостов на риск разрушения нормальных сечений балок с ненапрягаемым армированием от изгибающего момента // Строительная механика и ции. - 2012. – № 1 (4). - С. 85-91.
10. Сафронов В.С., Суханова Ю.А Прочностной анализ несущих конструкций висячего трубопровода через реку Ока в г. Орле // Строительная механика и конструкции. – 2010. – № 1 (1). – С. 61-66.
11. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Применение теории риска для оценки вероятности трещинообразования при стесненном кручении железобетонных мостовых балок // Механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов: сб. ст. по материалам 7-й междунар. науч. конф.: в 2 т. - Воронеж, 2013. - С. 31-38.
12. Барченкова Н.А., Сафронов В.С., Калгин А.Ю. Анализ прочности длительно эксплуатируемого одноэтажного здания и рекомендации по его усилению // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: материалы XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 12-15.
13. Вероятностный анализ надежности разрезного деревянного автодорожного моста В.С. Сафронов, Г.Е. Габриелян, Д.А. Киселев, А.В. Антипов // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 3 (30). – С. 49-60.
14. Типовой проект серии 1.460.3-14. Стальные конструкции покрытий производственных зданий пролетами 18, 24 и 30м с применением замкнутых профилей прямоугольного сечения типа «МОЛОДЕЧНО» ГПИ Ленпроектстальконструкция. – Ленинград, 1981. – 135с.

References

1. Set of Rules 385132800.2018. Protection of buildings and structures from progressive collapse. Ministry of Regional Development of the Russian Federation, 2017.
2. Federal Standard 27.751-2014. Reliability of building structures and foundations. Basic provisions. 8 p.
3. Raiser V.D. Theory of reliability of structures. M., 2010. 252 p.
4. Lychev A.S. Reliability of building structures. M.: Publishing house ASV, 2008.
5. Sinitsyn A.P. Calculation of structures based on risk theory. M.: Stroyizdat, 1985. 304 p.

6. Safronov V.S., Petrenya E.N., Petranin A.A., Stepanov S.D. Algorithm for calculating reconstructed slab-and-beam structures reinforced with a reinforced concrete overlay slab. News of Higher Educational Institutions. Construction. No. 11-1(479-480). 1998. Pp. 31-35.
7. Barchenkov A.G., Kotukov A.N., Safronov V.S. Application of correlation theory for dynamic calculation of bridges. Structural Mechanics and Calculation of Structures. No. 4. 1970. Pp. 43-48.
8. Safronov V.S., Chernikov A.V. Deformation calculation of composite bending reinforced concrete rod elements. Structural Mechanics and Constructions. No. 3(18). 2018. Pp. 81-92.
9. Safronov V.S., Domanov D.I. Evaluation of the influence of the pitch of the span structures of reinforced concrete bridges on the risk of destruction of the normal sections of beams with non-stressed reinforcement from the bending moment. Structural Mechanics and Constructions. No. 1(4). 2012. Pp. 85-91.
10. Safronov V.S., Sukhanova Yu.A. Strength analysis of supporting structures of a hanging pipeline across the Oka River in Orel. Structural Mechanics and Constructions. No. 1(1). 2010. Pp. 61-66.
11. Safronov V.S., Domanov D.I. Application of risk theory to assess the probability of cracking under constrained torsion of reinforced concrete bridge beams. In the collection: Fracture Mechanics of Concrete, Reinforced Concrete and Other Building Materials. Collection of Articles Based On the Materials of The 7th International Scientific Conference: in two volumes. 2013. Pp. 31-38.
12. Barchenkova N.A., Safronov V.S., Kalgin A.Yu. Analysis of the strength of a long-term operated one-story building and recommendations for its strengthening. In the Collection: Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry. Proceedings of the XIX International Scientific and Technical Conference. 2018. Pp. 12-15.
13. Safronov V.S., Gabrielyan G.E., Kiselev D.A., Antipov A.V. Probabilistic analysis of the reliability of a split wooden road bridge. Structural Mechanics and Constructions. No. 3(30). 2021. Pp. 49-60.
14. Standard project series 1.460.3-14. Steel structures for covering industrial buildings with spans of 18, 24 and 30 m using closed profiles of rectangular section of the MOLODECHNO type. GPI Lenprojectstalkonstruksiya. Leningrad, 1981. 135 p.

RELIABILITY OF THE ROOF TRUSS FROM THIN-WALL PROFILES "MOLODECHNO"

V. S. Safronov¹, P. Un²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230, e-mail: vss22@mail.ru

²MA Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(950)7703116; e-mail: phangavuthun@gmail.com

The method and algorithm for calculating the reliability parameters of a steel truss from thin-walled closed profiles of the Molodechno type are described, taking into account the spread in the strength characteristics of materials, acting loads, and dimensions of the structure.

The results of numerical studies of the dependencies of the logarithmic indicators of the truss reliability on the combined action of permanent and temporary loads are presented for two variants of the design scheme of the structure with and without taking into account the bending stiffness of the elements.

Keywords: roof truss, thin-walled profiles "Molodechno", static loading, reliability indicators, graphs of the dependence of the logarithmic index on the bearing spans of the span in the middle sections.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.012

УДК 624.042 :699.885

АПРОБАЦИЯ РАЗРАБОТАННОЙ МЕТОДИКИ НАТУРНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПРОЛЕТНОГО СТРОЕНИЯ ПРИ ПОВЫШЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

С. Ю. Гриднев¹, И. С. Подлесных²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}

Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2714230;
e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

²Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +79038513595; e-mail: 94igor@mail.ru

Статья посвящена апробированию ранее разработанной авторами методики температурного воздействия от влияния солнечной радиации на напряженно-деформированное состояние (НДС) пролетного строения с ортотропной плитой. Проведены инструментальные измерения прогибов главных балок в жаркое время года. С помощью конечно-элементного комплекса исследовано НДС несущих элементов пролетного строения для каждого случая воздействия солнечной радиации с учетом инструментально измеренных температур. Определены границы удовлетворительного совпадения результатов расчетов, полученных на основании инструментальных измерений прогибов и деформаций главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации и расчета в программе метода конечных элементов.

Ключевые слова: пролетное строение, ортотропная плита, главные балки, солнечная радиация, натурные измерения, прогибомер, распределение температуры

Введение. Под воздействием высоких температур механические свойства строительных материалов изменяются. Одним из основных источников нагрева строительных конструкций является нагрев от воздействия солнечных лучей. Например, металлическое пролетное строение автодорожного моста ежегодно воспринимает перепады температур при неравномерном нагревании элементов. При влиянии на металл значительных температур уменьшаются пределы упругости, текучести и прочности. Поэтому температурные и климатические воздействия, меняющиеся со временем в зависимости от текущей температуры воздуха и положения солнца, необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации строительных конструкций.

Выполнен анализ научных публикаций по теме исследования. В статьях [1-2] отмечена необходимость учета влияния солнечной радиации при проектировании пролетных строений. Зарубежные авторы в статьях [3-4] исследовали прочность мостовых конструкций под воздействием температурных нагрузок.

Авторами в работах [5-7] выполнен анализ НДС сталежелезобетонного пролетного строения от совместного действия солнечной радиации и временной нагрузки с позиции сохранности дорожной одежды, взаимного влияния деформирования пролетного строения и дорожной одежды. В статье [8] проведены натурные измерения температуры элементов находящегося в эксплуатации пролетного строения с ортотропной плитой. Разработана конечно-элементная модель пролетного строения, включающая слои дорожной одежды и позволяющая учитывать неравномерность распределения температуры. Выполнено

© Гриднев С. Ю., Подлесных И. С., 2022

сопоставление результатов расчетов НДС, полученных по рекомендациям нормативных документов и на основании натуральных измерений. В работах [9,10] исследуются особенности распределения температурного поля на поверхности элементов пролетного строения при эксплуатации при близких к нулю отрицательных температурах. Статья [11] посвящена верификации результатов натуральных измерений при экстремально высоких температурах с использованием двух измерительных приборов. В [12] выполнен сравнительный расчет НДС пролетного строения от влияния солнечной радиации в разное время года. В статье [13] обобщены положения методики выполнения натуральных измерений и даны рекомендации по выполнению расчета НДС. В работе [14] выполнен первый этап экспериментальных исследований прогибов и деформаций главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации и определен характер изменения НДС пролетного строения в течение дня. С помощью разработанной конечно-элементной модели выполнен расчет НДС для каждого случая воздействия солнечной радиации с учетом экспериментально полученных температур элементов пролетного строения. Сопоставлены результаты, полученные на основании экспериментальных исследований и теоретических расчетов. В работе [15] выполнен сравнительный анализ особенностей воздействия солнечной радиации на НДС пролетных строений с железобетонной и ортотропной плитами.

На первом этапе погодные условия не позволили провести натурные измерения в области высоких температур. Для получения более детальной картины был выполнен второй этап исследования в диапазоне высоких температурах. В данной статье описан порядок проведения второго этапа натуральных измерений в жаркий день лета с целью выявления особенностей НДС пролетного строения с ортотропной плитой.

Цели исследования:

1. Провести второй этап инструментальных измерений температуры и прогибов главных балок под воздействием солнечного излучения при высоких температурах с применением разработанной и апробированной методики.
2. Используя ранее разработанную конечно-элементную модель пролетного строения, произвести сравнительный расчет напряженно-деформированного состояния на основе экспериментально полученных данных.
3. Выявить особенности НДС при высоких температурах при инструментальных измерениях и численных расчетов

Используемая методика натуральных измерений. В качестве объекта исследований выступает металлическое пролетное строение с ортотропной плитой автодорожного моста в Воронежской области. Пролетное строение длиной 43,1 м включает в себя две главные балки 2,4 м, металлическую ортотропную плиту толщиной 12 мм и шириной 11,34 м, а также продольные и поперечные вертикальные связи. Многослойная одежда проезжей части включает в себя гидроизоляцию, нижний слой из литого и верхний слой из плотного горячего асфальтобетона. Конструкция исследуемого пролетного строения с ортотропной плитой представлена на рис. 1.

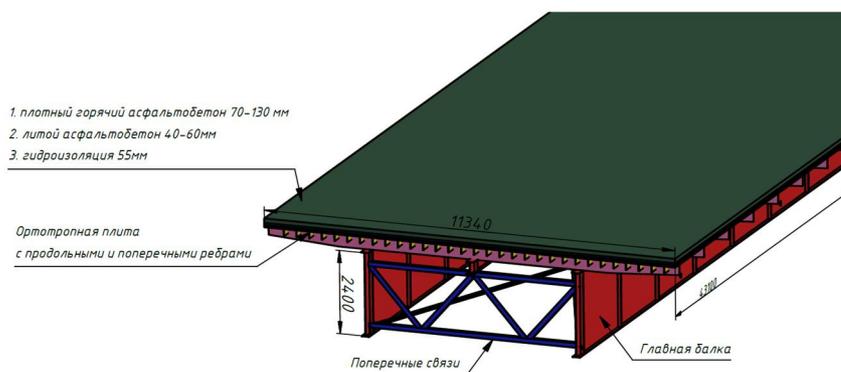


Рис. 1. Конструкция исследуемого пролетного строения

Общая методика выполняемых натуральных измерений подробно изложена в статье [14]. Здесь приведем только основные её положения. Первый этап испытаний на объекте проводился в течение светового дня 21 июля 2020 года. Были проведены замеры температуры в элементах пролетного строения и выполнены инструментальные измерения прогибов главных балок при различных температурах воздуха и положениях солнца. Измерения проводились при помощи прогибомеров и деформометров, установленных на главных балках, испытывающих неравномерный нагрев в течение дня. С помощью разработанной и ранее апробированной конечно-элементной модели выполнен расчет НДС для каждого случая воздействия солнечной радиации с учетом экспериментально полученных температур элементов пролетного строения. Сопоставление результатов, полученных на основании экспериментальных исследований и теоретических расчетов, показало в большинстве случаев их удовлетворительное совпадение. Выявлены наиболее неблагоприятные случаи воздействия солнечной радиации на перемещения главных балок.

Второй этап натуральных измерений был выполнен в один из самых жарких дней лета (19 июля 2021 года). На пролетном строении проведены замеры температуры главных балок и дорожной одежды и измерения прогибов характерных сечений главных балок при меняющихся с 8:00 до 18:00 температуре воздуха, освещенности и положении солнца. На рис. 2 приведены графики изменения температуры в течение дня.

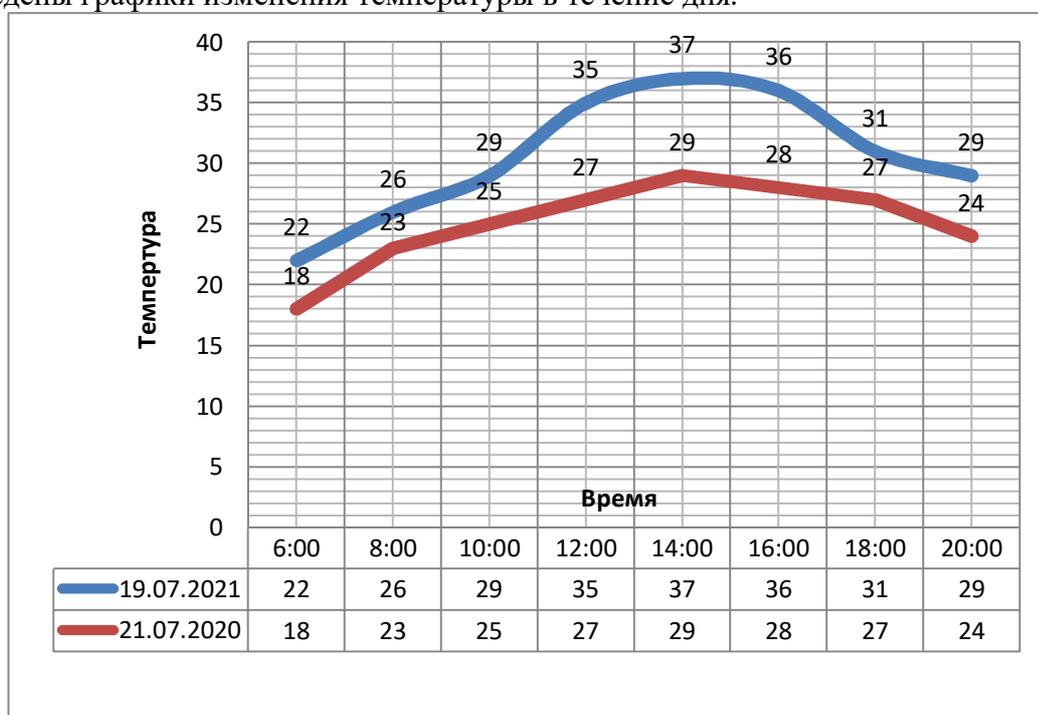


Рис. 2. График изменения температуры в течение дня

Измерение температуры выполнялось с использованием бесконтактного пирометра «Мегеон 16400». Для верификации показаний применялся контактный термометр «Мультиметр РМ838». Прогибы главных балок измерялись прогибомерами 6-ПАО системы Максимова. На каждом этапе измерялась температура в 9 точках асфальтобетонного покрытия пролетного строения и в 6 точках по высоте главных балок при различных температурах воздуха и положениях солнца. Прогибомеры и деформометры устанавливались на нижнем поясе двух главных балок в 1/4 длины пролетного строения. В летнее время года асфальтобетонное покрытие и левая главная балка Б1 находятся под интенсивным воздействием солнечной радиации. Вторая главная балка Б2 находится в тени и солнечная радиация не оказывает на нее воздействия.

Схема точек, в которых производились замеры температуры и схема расположения измерительных приборов, показаны на рис. 3.

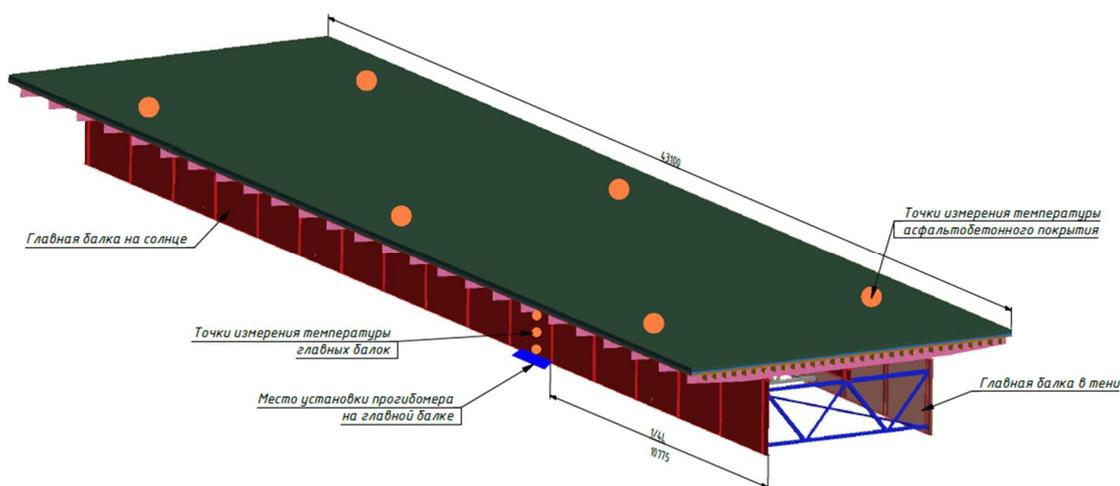


Рис. 3 Схема расположения измерительных приборов на пролетном строении

Важно отметить, что пролетное строение является внутренне многократно статически неопределимой системой, которая наиболее чувствительна к изменению температуры.

По результатам натурных измерений построены сравнительные диаграммы изменения температуры в элементах пролетного строения двух этапов. Диаграмма сравнения температуры асфальтобетонного покрытия на двух этапах представлена на рис. 4.

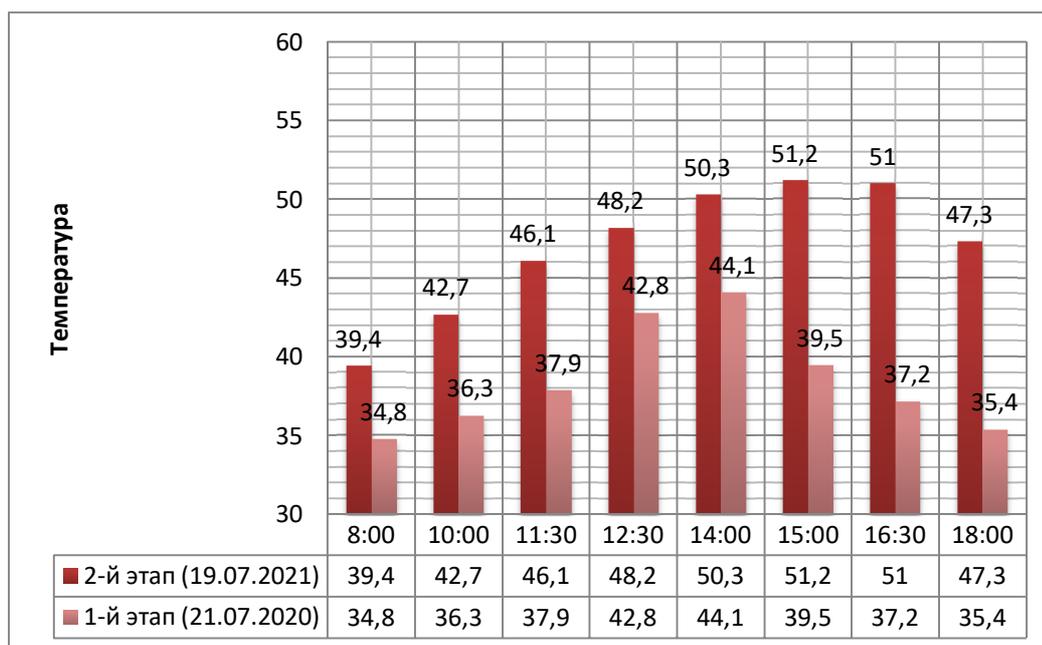


Рис. 4. Диаграмма сравнения температур асфальтобетонного покрытия на двух этапах натурных измерений

Максимальная температура в асфальтобетонном покрытии и в самый жаркий день лета была зафиксирована в 15:00 и составила 51,2 °С. В течение светового дня температура в верхнем слое дорожной одежды изменилась на 30,9%.

Диаграмма сравнения температур главной балки Б1 на солнце на двух этапах представлена на рис. 5.

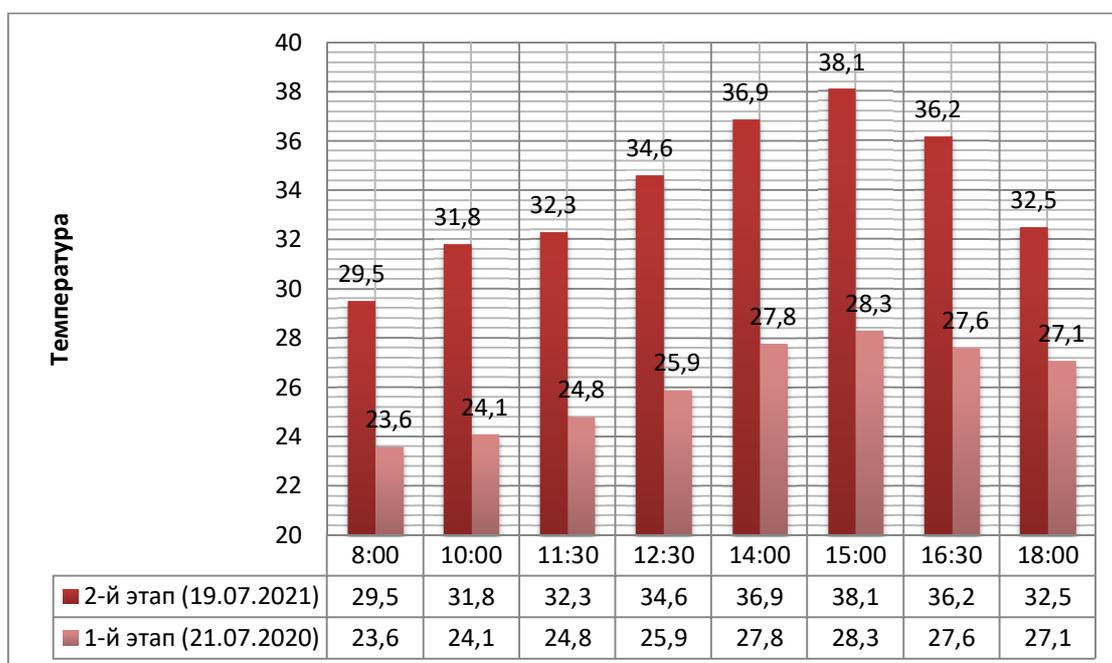


Рис. 5. Диаграмма сравнения температур главной балки Б1 на солнце на двух этапах

Диаграмма сравнения температур главной балки в тени Б2 на двух этапах представлена на рис. 6.

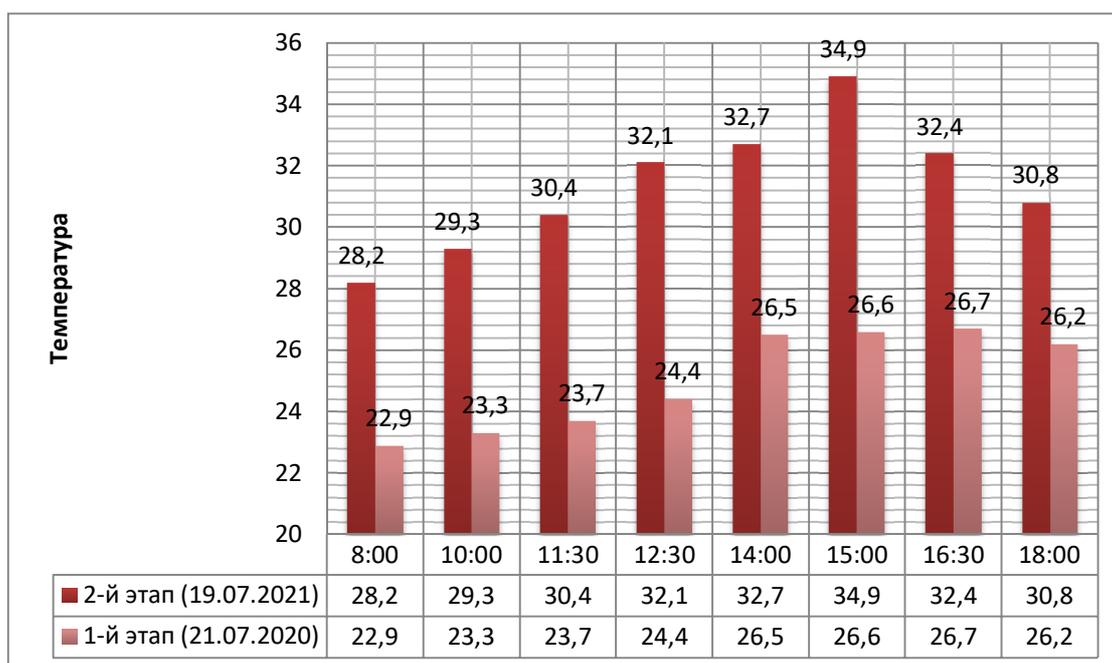


Рис. 6. Диаграмма сравнения температур главной балки в тени Б2 на двух этапах

Изменение температуры в главных балках в течение дня имеет схожий характер на двух этапах натуральных измерений. На двух этапах измерения пикового значения нагрева достигла главная балка на солнце Б1 в 15:00. На втором этапе главная балка Б1 нагрелась до 38,1 °С. Перепад температуры в одинаковый момент времени между главными балками незначительный и составил 8,4%.

В настоящее время в основных нормативных документах по проектированию пролетных строений [18] недостаточно внимания уделено температурным воздействиям от влияния солнечной радиации. Результаты численных исследований в работе [8] позволили установить, что учет неравномерного распределения температуры, вызванный влиянием

солнечной радиации, при выполнении расчетов в ряде случаев приводит к расхождению с результатами расчетов в соответствии с рекомендациями нормативных документов.

Графики изменения прогибов главной балки Б1, находящейся на солнце в течение дня, полученные на основании двух этапов натурных измерений, представлены на рис. 7.

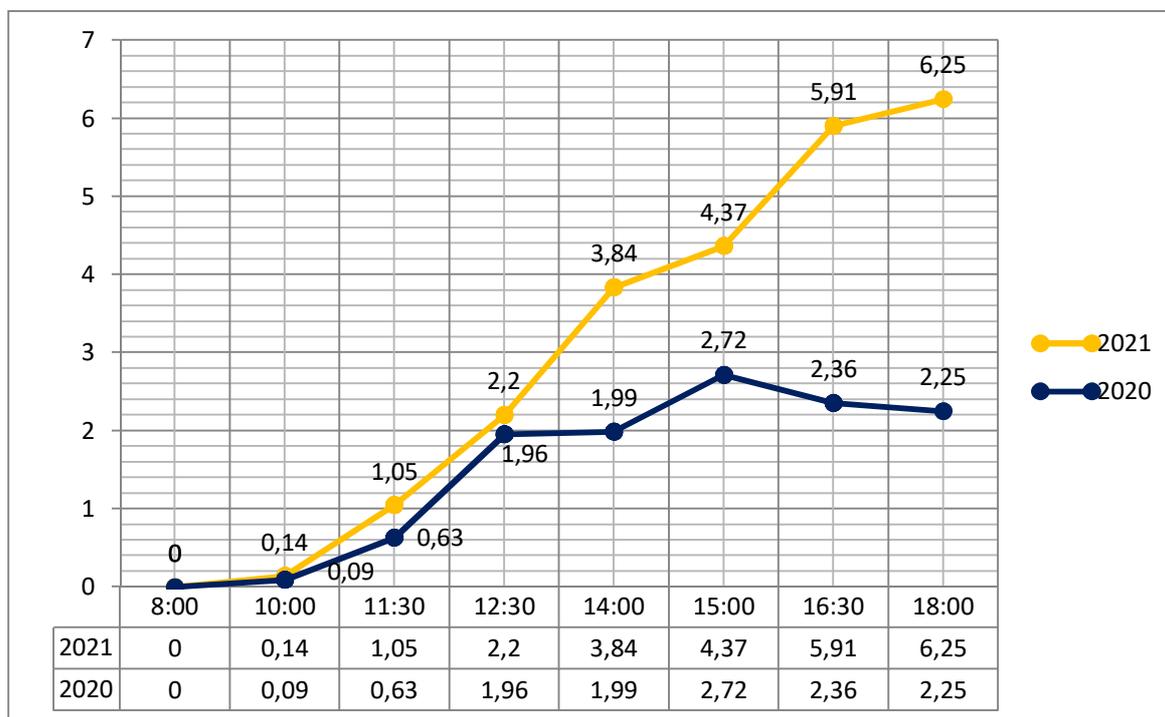


Рис. 7. График изменения прогибов главной балки Б1 на солнце в течение дня

Графики изменения прогибов главной балки Б2, находящейся в тени в течение дня, полученные на основании двух этапов натурных измерений, представлены на рис. 8.

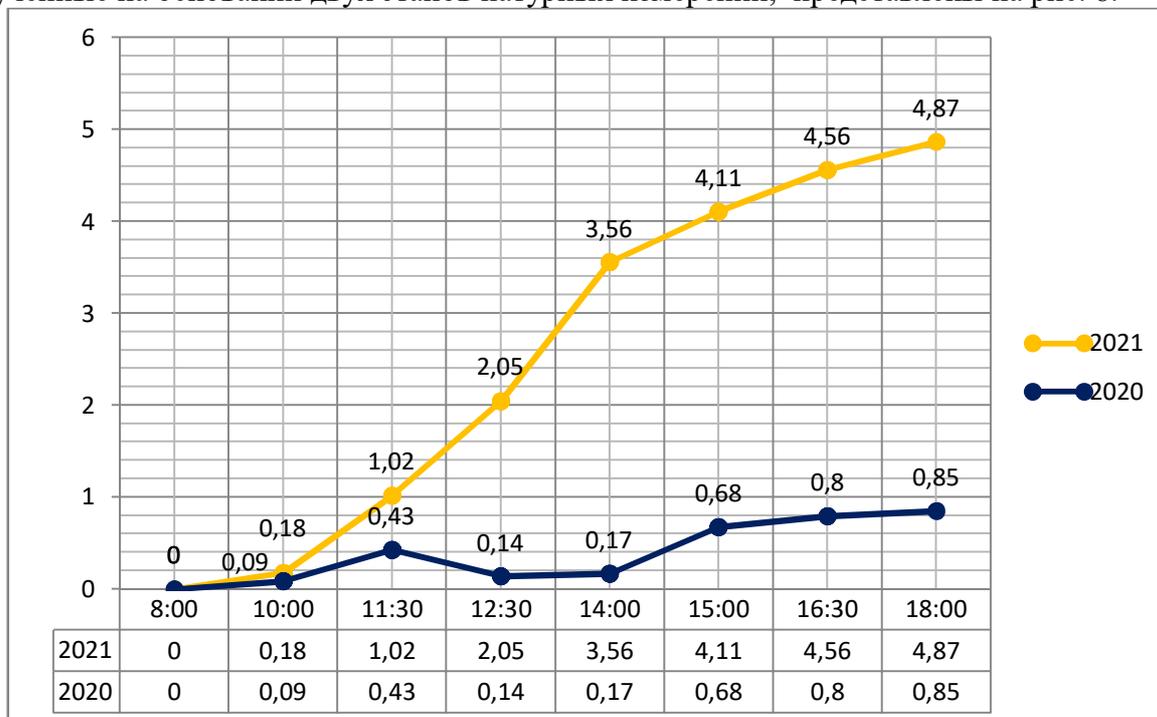


Рис. 8. График изменения прогибов главной балки Б2 в тени в течение дня

Максимальное перемещение в течение дня главной балки Б1 в 2021 году составило 6,25 мм, что на 22,08% больше, чем перемещение главной балки Б2. Из особенностей можно отметить, что в первой половине дня на обоих этапах измерения наблюдается сходимость перемещений главных балок. Далее на втором этапе можно увидеть резкое увеличение перемещений по сравнению с первым этапом.

Результаты численных исследований. Для верификации значений прогибов, полученных при натурных исследованиях, был выполнен сравнительный расчет напряженно-деформированного состояния несущих элементов пролетного строения моста в комплексе «ПК Лира САПР». Конечно-элементная (КЭ) модель включает в себя слои дорожной одежды и позволяет учитывать неравномерное распределение температуры по высоте поперечного сечения мостового сооружения. Характер распределения температуры в слоях дорожной одежды определен с помощью программного комплекса для моделирования тепловых полей ELCUT Student. Подробное описание КЭ модели и результаты определения распределения температуры в слоях дорожной одежды с помощью программы ELCUT было представлено в [13, 14].

Под действием температур механические свойства металлических несущих конструкций меняются незначительно. Однако асфальтобетонное покрытие находится под длительным воздействием прямых солнечных лучей, что приводит к изменению механических свойств дорожной одежды. Фрагмент с характеристиками материалов, используемых для одежды ездового полотна на мостах, представлены в таблице [16,17].

Модули упругости материалов для одежды ездового полотна

Материал	Модуль упругости, МПа при температуре		
	0 ⁰ С	+10 ⁰ С	+20 ⁰ С
Плотный а/б тип Б	6000	3200	800
ЩМА	10700	5400	2400
Литой асфальтобетон	7500	4400	2500

При выполнении расчета метода конечных элементов (МКЭ) были получены перемещения и напряжения элементов пролетного строения. Проведен сравнительный анализ результатов расчета. Графики перемещений главных балок, полученные по результатам инструментальных измерений и численных расчётов в среде КЭ комплекса для каждого случая воздействия солнечной радиации, показаны на рис. 9-11.

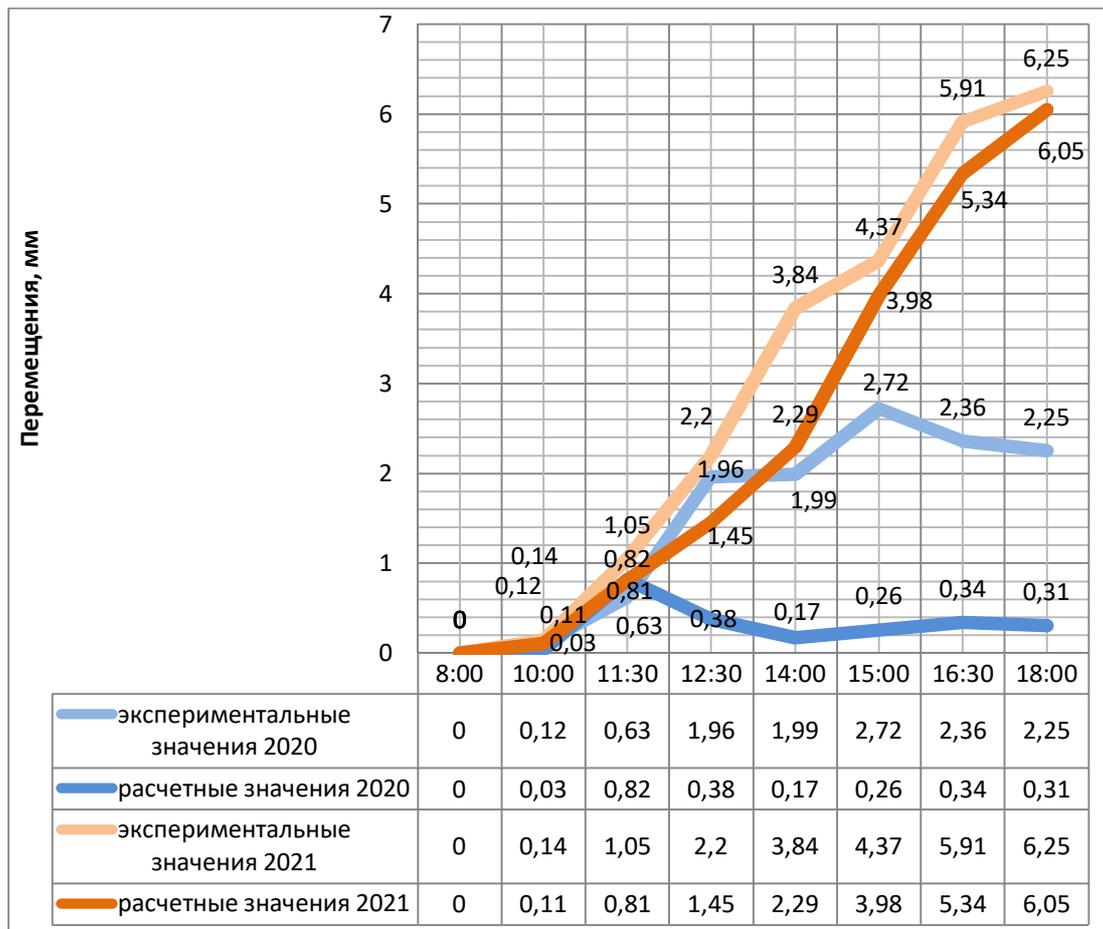


Рис. 9. Графики перемещений главной балки Б1 по результатам инструментальных измерений и численных расчётов

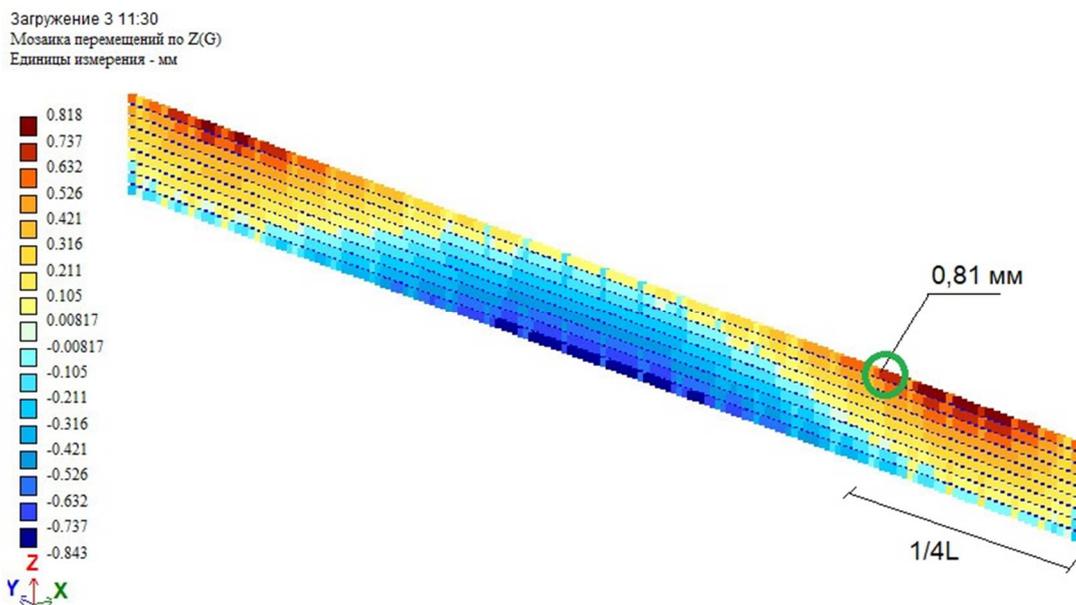


Рис. 10. Расчетные перемещения главной балки Б1 во втором этапе натуральных измерений

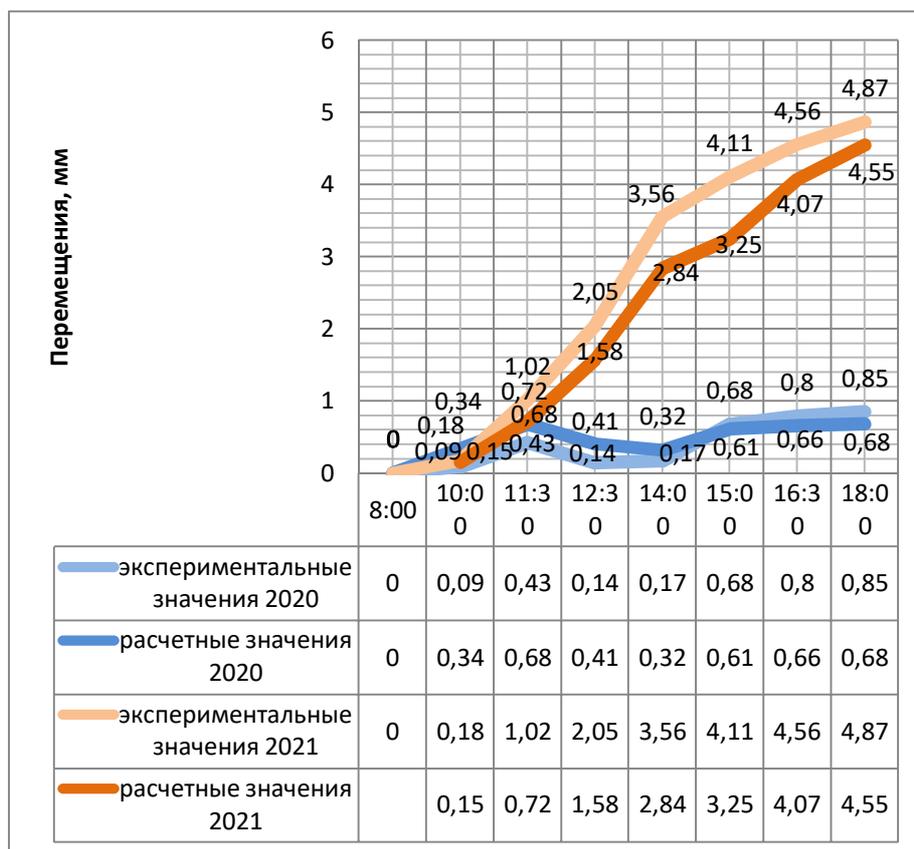


Рис. 11. Графики перемещений главной балки Б2 по результатам инструментальных измерений и численных расчётов

В первой половине дня прогибы имеют схожий характер на обоих этапах натуральных измерений, при этом экспериментальные значения близки к расчетным значениям. Так как во второй половине дня температура воздуха на втором этапе выше на 27,6%, чем на первом, то перемещения балок существенно возрастают. При этом разница между экспериментальными прогибами и расчетными прогибами главной балки на солнце и в тени не превышает 0,86 мм, что удовлетворительно в условиях данной работы.

Анализ результатов численных расчетов второго этапа натуральных измерений

1. Температура воздуха и интенсивность воздействия солнечной радиации влияет на перемещения главных балок. На втором этапе натуральных измерений в жаркое время года максимальные перемещения главной балки на солнце на 4 мм выше, чем на первом этапе.

2. В утреннее время по результатам первого и второго этапа инструментальных измерений наблюдается сходимость результатов перемещений главных балок. В дневное время наблюдается резкий рост перемещений главных балок на втором этапе.

3. На обоих этапах измерения характер изменения перемещения главных балок подтверждается расчетом МКЭ. При этом лучшее совпадение наблюдается в первой половине дня, где разница не превышает 0,3 мм. С повышением температуры в течение дня сходимость ухудшается и составляет 2,46 мм.

Заключение

1. Выявлены особенности изменения НДС пролетного строения в течение дня в летнее время года на основе анализа результатов двух этапов натуральных измерений температуры и прогибов несущих элементов.

2. Разработанная методика позволила выявить значительные дополнительные напряжения в элементах пролетного строения при учете неравномерного распределения температуры, вызванного влиянием солнечной радиации

3. Выявлены неблагоприятные временные и температурные области воздействия солнечной радиации, при которых возникают максимальные перемещения главных балок

4. Определены границы удовлетворительного совпадения результатов расчетов, полученных на основании инструментальных измерений прогибов и деформаций главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации и расчета в программе метода конечных элементов

Библиографический список

1. Мишутин В.О. Необходимость учета температурных деформаций при проектировании и строительстве мостовых конструкций // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – № 3 (43). – С. 203-208.
2. Безбабичева О.И., Бильченко А.В., Кислов А.Г. Прогнозирование температурных напряжений в фасадных балках мостовых конструкций // Наука и прогресс транспорта. Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. – 2010. – №33. – С. 28-31.
3. Temperature Analysis of a Long-Span Suspension Bridge Based on Field Monitoring and Numerical Simulation / Linren Zhou, Yong Xia, James M. W. Brownjohn, Ki Young Koo // Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 1.
4. Effects of Solar Temperature Gradient on Long-Span Concrete Box Girder during Cantilever Construction / Xu Ming Song, Hani Melhem, Jun Li, Qing Yuan Xu, Li Jun Cheng // Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 3.
5. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Барченкова Н.А. Анализ влияния солнечной радиации на напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонного пролетного строения автодорожного моста // Интернет журнал «Транспортные сооружения». – 2018. – №2. <https://t-s.today/PDF/12SATS218.pdf> (доступ свободный). DOI: 10.15862/12SATS218
6. Гриднев С.Ю., Подлесных, И.С. Влияние солнечной радиации на сохранность верхнего слоя дорожной одежды сталежелезобетонного пролетного строения // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 34-36.
7. Гриднев С.Ю., Подлесных, И.С. Распределение температуры по высоте поперечного сечения сталежелезобетонного пролетного строения автодорожного моста // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 36-36.
8. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying Regulatory Documents for Solar Radiation Level Control When Estimating Stress-Strain State of the Spans Based on the Ortho-tropic Slab // The 24th International Scientific Conference MECHANIKA-2019. – 2019. – P. 116-122.
9. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Влияние неравномерного нагрева на распределение напряжений в элементах пролетного строения с ортотропной плитой // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 108-110.
10. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Особенности температурного поля в элементах пролетного строения автодорожного моста при близких к нулю отрицательных температурах // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 110-112.
11. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Скалько Ю.И. Уточнение напряженно-деформированного состояния пролетного строения с ортотропной плитой при учете солнечной радиации // Транспортные сооружения. – 2019. – № 4. – <https://t-s.today/PDF/15SATS419.pdf> (доступ свободный).

12. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an orthotropic plate / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, Yu.I. Skalko, A.V. Rezunov // Archives for Technical Sciences. – 2020. – № 23. – P. 59-66.
13. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Методика измерения температурного поля пролетного строения с ортотропной плитой при воздействии солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии сб. материалов XXI Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2020. – С. 62-68.
14. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab // IOP CONFERENCE SERIES: MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING. – 2020. – С. 012001.
15. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the exposure of solar radiation / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, A.V. Rezunov, R.A. Mukhtarov // E3S Web of Conferences. 24. 24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment", FORM 2021", 2021. – С. 03020.
16. Телегин М.А., Овчинников И.Г. Дорожная одежда на ортотропных плитах мостов // Дорожная держава. – 2011. – № 35. – С. 34-39.
17. Овчинников И.Г., Зинченко Е.В., Кужель В.Н. Анализ конструкций дорожной одежды (мостового полотна), применяемых в мостостроении // Дороги. Инновации в дорожном строительстве. – 2011. – №52. – С. 52-55.
18. СНиП 2.05.03-84* (СП 35.13330.2011) Мосты и трубы (Актуализированная редакция) / Минрегионразвития РФ. – М.: ОАО «ЦПП», 2011. – 339 с.

References

1. Mishutin V.O. The need to take into account temperature deformations in the design and construction of bridge structures. Modern Technologies. System Analysis. Modeling. No. 3(43). 2014. Pp. 203-208.
2. Bezbabicheva O.I., Bilchenko A.V., Kislov A.G. Prediction of temperature stresses in facade beams of bridge structures. Science and Progress of Transport. Bulletin of the Dnepropetrovsk National University of Railway Transport. No. 33. 2010. Pp. 28-31.
3. Zhou Linren, Xia Yong, Brownjohn James M.W., Koo Ki Young. Temperature Analysis of a Long-Span Suspension Bridge Based on Field Monitoring and Numerical Simulation. Journal of Bridge Engineering. Vol. 21. Issue 1. 2016.
4. Xu Ming Song, Hani Melhem, Jun Li, Qing Yuan Xu, Li Jun Cheng. Effects of Solar Temperature Gradient on Long-Span Concrete Box Girder during Cantilever Construction. Journal of Bridge Engineering. Vol. 21. Issue 3. 2016.
5. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Analysis of the influence of solar radiation on the stress-strain state of the steel-reinforced concrete superstructure of the road bridge. Online Journal "Transport Facilities". No. 2. 2018. <https://t-s.today/PDF/12SATS218.pdf> (free access). DOI: 10.15862/12SATS218
6. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Influence of solar radiation on the safety of the upper layer of the road pavement of the steel-reinforced concrete span structure. Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Coll. Materials of The XIX Intern. Sci.-Tech. Conf. Tula, 2018. Pp. 34-36.
7. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Temperature distribution along the height of the cross section of the steel-reinforced concrete span structure of the road bridge. Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Collection of Articles. Materials of The XIX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula, 2018. Pp. 36-36.
8. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying regulatory documents for solar radiation level control when estimating stress-strain state of the spans based on the orthotropic slab. The 24th International Scientific Conference MECHANIKA-2019. Pp. 116-122.

9. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Influence of uneven heating on the distribution of stresses in the elements of a span structure with an orthotropic plate. Actual Problems of Construction, Construction Industry and Architecture: Collection of Articles. Materials XX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula, 2019. Pp. 108-110.
10. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Peculiarities of the temperature field in the elements of the span structure of the road bridge at negative temperatures close to zero. Actual Problems of Construction, Construction Industry and Architecture: Collection of Articles. Materials XX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula, 2019. Pp. 110-112.
11. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Skalko Yu.I. Refinement of the stress-strain state of a span structure with an orthotropic slab taking into account solar radiation. Transport Structures. No. 4. 2019. <https://t-s.today/PDF/15SATS419.pdf> (free access).
12. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Skalko Yu.I., Rezunov A.V. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an orthotropic plate. Archives for Technical Sciences. No. 23. 2020. Pp. 59-66.
13. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Method for measuring the temperature field of a span structure with an orthotropic slab under the influence of solar radiation. Actual Problems of Construction and The Construction Industry. Materials XXI Intern. Sci. Tech. Conf. Tula, 2020. Pp. 62-68.
14. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. P. 012001.
15. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Rezunov A.V., Mukhtarov R.A. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the exposure of solar radiation. E3S Web of Conferences. 24. 24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment", FORM 2021", 2021. P. 03020.
16. Telegin M.A., Ovchinnikov I.G. Road pavement on orthotropic slabs of bridges. Road Power. No. 35. 2011. Pp. 34-39.
17. Ovchinnikov I.G., Zinchenko E.V., Kuzhel V.N. Analysis of pavement structures (bridge deck) used in bridge construction. Roads. Innovations in Road Construction. No. 52. 2011. Pp. 52-55.
18. SNiP 2.05.03-84* (SP 35.13330.2011) Bridges and pipes (updated edition). Ministry of Regional Development of the Russian Federation. M.: JSC "TsPP", 2011. 339 p.

APPROBATION OF THE DEVELOPED METHODOLOGY OF FULL-SCALE MEASUREMENTS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF THE SPAN UNDER INCREASED EXPOSURE TO SOLAR RADIATION

S. Yu. Gridnev¹, I. S. Podlesnykh²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹ Dr. of Tech. Sciences, Professor of The Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2714230, e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

² Postgraduate Student of The Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(903)8513595, e-mail: 94igor@mail.ru

The article is devoted to testing the previously developed by the authors method of temperature exposure from the influence of solar radiation on the stress-strain state of the span with an orthotropic plate. Instrumental measurements of deflections of the main beams in the hot season were carried out. With the help of a finite element complex, the stress-strain state of the load-bearing elements of the span was studied for each case of exposure to solar radiation, taking into account instrumentally measured temperatures. The limits of satisfactory coincidence of the results of calculations obtained on the basis of instrumental measurements of deflections and deformations of the main beams of the span under the influence of solar radiation and calculation in the program of the finite element method are determined.

Keywords: span, orthotropic plate, main beams, solar radiation, full-scale measurements, deflection meter, temperature distribution.

**ВЛИЯНИЕ АРМИРОВАНИЯ НА НЕСУЩЮЮ СПОСОБНОСТЬ
И ДЕФОРМАТИВНОСТЬ ОСНОВАНИЙ, ПОДВЕРЖЕННЫХ
ЦИКЛИЧЕСКИМ НАГРУЗКАМ**

В. М. Антонов¹, В. В. Леденев², И. А. Аль-Накди³

Тамбовский государственный технический университет^{1,2,3}

Россия, г. Тамбов

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры «Конструкции зданий и сооружений», тел.: +7(920) 2308699,
e-mail: antonov280562@mail.ru

²Д-р техн. наук, профессор кафедры «Конструкции зданий и сооружений», тел.: +7(920) 4763939,
e-mail: kzis@nnn.tstu.ru

³Аспирант кафедры «Конструкции зданий и сооружений», тел.: +7(977) 8538173,
e-mail: iabdulmonem2017@gmail.com

Представлены результаты штамповых испытаний в пространственном лотке с жесткими боковыми стенками. На штамп передавались статические и циклические вертикальные центральные и внецентренные нагрузки. В опытах использовали армированное и неармированное песчаное основание. Переменными параметрами являлись начальная ступень передачи циклической нагрузки, ее значение, эксцентриситет приложения нагрузки, смещение армирующего элемента относительно центральных осей.

Постановка задачи. Проведение экспериментальных и численных исследований армированных оснований на действие циклической нагрузки с получением функциональных зависимостей между влияющими параметрами нагружения и армирования.

Результаты. Увеличение абсолютного значения циклической нагрузки привело к возрастанию несущей способности армированного основания и снижению значений деформаций за счет уплотнения основания в период цикла. При внецентренном приложении нагрузки наибольшие значения несущей способности получены при расположении армирующего элемента в зоне действия максимальных касательных напряжений. Максимум наблюдался при смещении армирующего элемента в сторону действия нагрузки при совпадении оси арматурной сетки с осью действия нагрузки. Несущая способность по сравнению с неармированным основанием возросла в 2-3 раза. Практически идентичные значения деформаций получены по данным экспериментов и при использовании программного комплекса Plaxis –3D v20.

Выводы. Армирование, как показали проведенные испытания, оказывает заметное влияние на прочность и деформативность оснований фундаментов, и это должно быть учтено при проектировании и строительстве.

Ключевые слова: пространственный лоток, основание, штамп, армирующие элементы, ступенчато-возрастающая нагрузка, циклическая нагрузка, осадка, предельная нагрузка, эксперименты, численные исследования.

Введение. Среди многих способов усиления грунтовых оснований широко используют армирование объектов разного назначения (плотины, насыпи и выемки дорог, основания зданий и сооружений) разными материалами (сталь, дерево, бетон, железобетон, композиты, кирпич, щебень) и изделиями (листы, сетки, блоки, сваи) [22,24]. На такие сооружения действуют самые разнообразные нагрузки: статические, динамические,

температурные, деформационные, кратковременные, длительные, комбинированные, знакопеременные, случайные и др. [23]. На практике часто встречаются и более сложные случаи нагружения, например, циклическое. Исследований в этом направлении проводилось мало.

В перспективе объемы армированных оснований и сооружений будут возрастать [1-18], совершенствоваться конструктивно-технологические решения с оптимальным достижением заданных показателей [19]. Для этого необходимы экспериментально-теоретические исследования армированных оснований, изучение причин преждевременных повреждений и аварий, анализ опыта возведения эффективных армированных сооружений.

В лаборатории «Механики грунтов» ТГТУ более 30 лет проводятся исследования напряженно-деформированного состояния грунтовых оснований, армированных различными материалами при действии различной системы сил.

В статье представлены результаты лабораторных экспериментов по оценке влияния коэффициента асимметрии цикла (пояснения см. ниже), расположения армирующего элемента (сетки), величин эксцентриситетов приложения силы e и сетки e_s на несущую способность основания и перемещения модели фундамента при действии статических и циклических нагрузок.

Методика постановки и проведения экспериментов

Целью лабораторных опытов являлось получение данных для совершенствования проектирования армированных оснований.

В задачи экспериментов входило следующее:

- разработка программы, методики и состава экспериментов;
- определение функциональных зависимостей между влияющими параметрами: величиной и эксцентриситетом статической и циклической нагрузки, размерами и расположением арматурных сеток, плотностью песчаного основания; исследование характера деформирования и разрушения армированных оснований;
- сравнение полученных данных с расчетными, полученными МКЭ.

Эксперименты проводили в двух пространственных металлических лотках с жесткими боковыми стенками – лоток 1 с размерами ($h \times b \times l$) 55x55x70 см и лоток 2 с размерами 100x85x180 см. Нагрузка на модель фундамента - стальной штамп - передавалась рычагами с соотношением плеч (1:5) и (1:10) соответственно. Для измерения усилий и перемещений использовали также аттестованные динамометры сжатия и индикаторы часового типа ИЧ – 10. Приборы крепили к независимой от лотков реперной раме.

В качестве модели фундамента использовали жесткий металлический штамп диаметром, $d_{st} = 120$ мм; толщиной $t_{st} = 10$ мм с гладкой контактной поверхностью с пазами по верху для фиксации эксцентриситета силы.

Основанием штампа являлся мелкозернистый песок из Красненского карьера г. Тамбова. Песок просеивали до однородного по крупности состояния (табл. 1) [21].

Таблица 1

Зерновой состав песка

Размер частиц, мм	2	1	0,5	0,25	0,1	Менее 0,1
Зерновой состав, %	0	0,4	1	89,8	8,6	0,2

Песок в воздушно-сухом состоянии отсыпали в лотке слоями по 50 мм и уплотняли равномерно по площади и глубине до $\rho = 1,53 \text{ г/см}^3$. Качество укладки песка контролировали режущим кольцом и протарированным плотномером - стальным конусом с углом при вершине 30° . Осредненные характеристики основания приведены в табл. 2. [20].

Таблица 2

Основные характеристики песчаного основания

Наименование	Ед. измерения	Количество
Плотность твердых частиц грунта, ρ_s	г/см ³	2,5
Плотность в сухом состоянии, ρ_d	г/см ³	1,37
Пористость, $n = (\rho_s - \rho_d) / \rho_s \cdot 100\%$	%	45,2
Коэффициент пористости $e = (\rho_s - \rho_d) / \rho_d$	-	0,824
Степень плотности, $Y_D = (e_{\max} - e_0) / (e_{\max} - e_{\min})$	-	3,3
Степень неоднородности гранулометрического состава $C_u = d_{60} / d_{10}$	-	2,13
Угол естественного откоса при $\rho = 1,53 \text{ г/см}^3$	град	32,6
Угол внутреннего трения при $\rho = 1,53 \text{ г/см}^3$	град	26,5
Удельное сцепление при $\rho = 1,53 \text{ г/см}^3$	кПа	2,3
Модуль деформации при $\rho = 1,53 \text{ г/см}^3$		
- компрессионный	МПа	20,1
- штамповый	МПа	1,340

На требуемой глубине устанавливали армирующий элемент - сетку размером ($L_s * B_s$) (рис. 1).

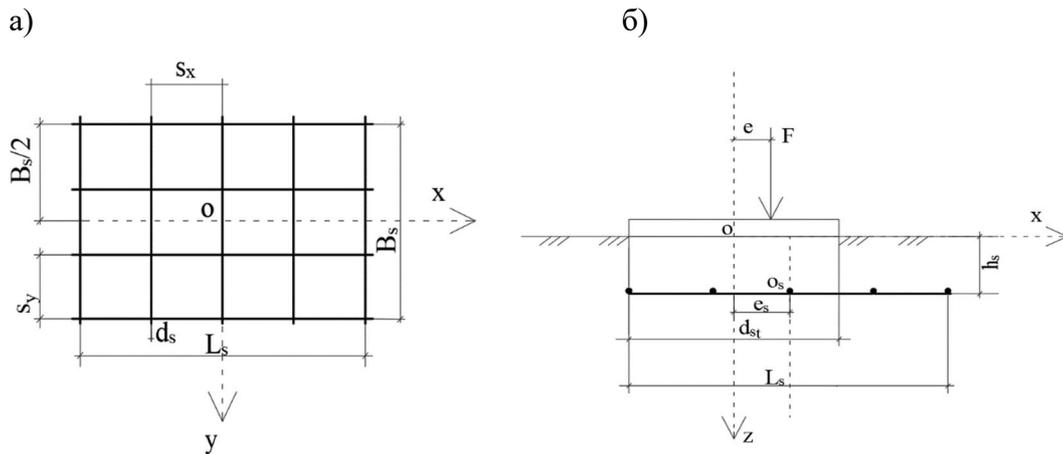


Рис. 1. Арматурная сетка (а), штамп с установленной сеткой (б); e - эксцентриситет силы, e_s - эксцентриситет сетки

Обозначения и параметры используемые в статье:

- круглый стальной штамп диаметром $d_{st} = 120$ мм; радиус $2r_{st} = d_{st}$; толщина штампа $t_{st} = 10$ мм; $\bar{t}_{st} = t_{st} / d_{st} = 10 / 120 = 0,0803$;

- стальные сетки (рис. 1, а); размеры; $C_1 : L_s = d_{st}; B_s = 1,5d_{st}$; $C_2 : L_s = B_s = d_{st}$; диаметры стержней $d_{sx} = d_{sy} = 4$ мм, расстояние между стержнями $s_x = s_y = 35$ мм; относительное заглубление сетки: $h_{s1} = 0,1d_{st}$; $\bar{h}_{s1} = h_{s1} / d_{st} = 0,1$; $h_{s2} = 0,2d_{st}$; $\bar{h}_{s2} = h_{s2} / d_{st} = 0,2$; эксцентриситет сетки $e_{sy} = e_s$, относительной эксцентриситет $\bar{e}_{s1} = e_{s1} / r_{st} = 0,15$, $\bar{e}_{s2} = e_{s2} / r_{st} = 0,3$;

- нагрузки: F_i - текущая величина, F_u - разрушающая, $\bar{F} = F_i / F_u$ - уровень статической нагрузки, $\bar{F}_c = F_c / F_u$ - уровень циклической нагрузки; $r = F_{\min c} / F_{\max c}$ коэффициент асимметрии цикла; $\bar{s} = s / s_u$ - уровень осадки штампа; $s_0 = s / d_{st}$ - относительная осадка; p - давление под подошвой штампа; относительные эксцентриситеты силы $e_{o1} = e_1 / r_{st} = 0,15$; $e_{o2} = e_2 / r_{st} = 0,3$.

В первой серии экспериментов величина нагрузки доводилась до требуемой ступени, с которой начиналось циклирование, и составляла $F_i = 0,2; 0,4; 0,6; 0,8$ от предварительно установленной разрушающей F_u . По достижению заданной величины F_i проводилось 10 циклов нагрузка-разгрузка продолжительностью по 10 сек. После каждого цикла нагрузку выдерживали 20 мин и затем продолжали испытания по принятой схеме. Далее проводилось последующее ступенчатое нагружение до разрушения основания. Величина циклической нагрузки F_c также изменялась в пределах (0,2...0,8) от разрушающей. По окончании циклических нагружений осуществлялось статическое ступенчатое нагружение до разрушения основания. В опытах на циклическое нагружение $F_{\min c} = F_i$ - величина нагрузки, с которой начинался цикл, $F_{\max c} = F_i + F_c$ - максимальная. Для армирования использовалась сетка C_1 .

Результаты экспериментов. Графики зависимости осадок за время цикла от уровней циклических нагрузок приведены на рис. 2 и 3, а при $p = \text{const} = 0,128$ МПа для армированного основания в табл. 3.

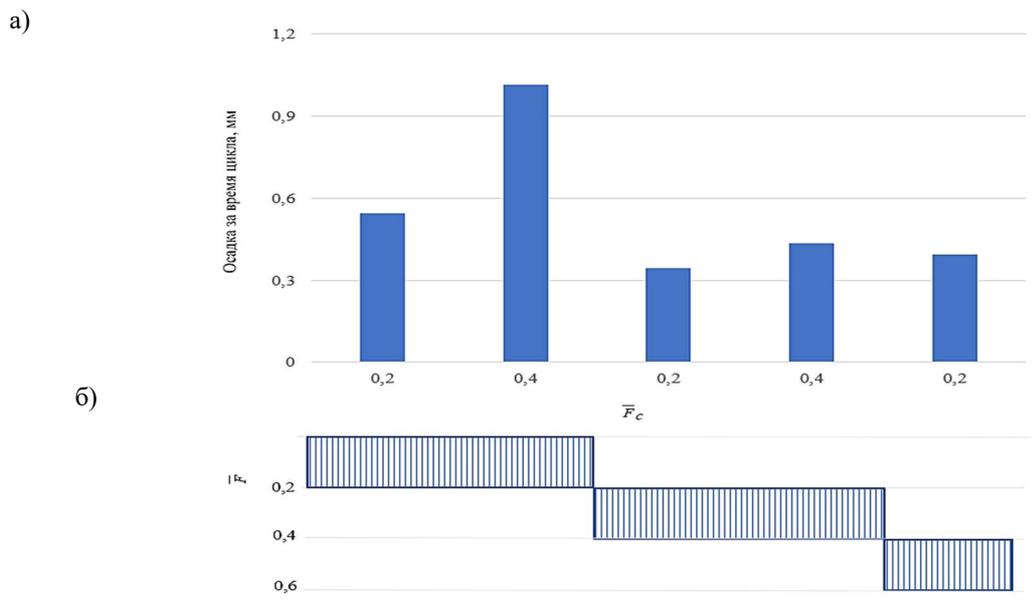


Рис. 2. Значения осадок за время цикла для неармированного основания при разных значениях \bar{F}_c (а), начальная ступень нагрузки, с которой начиналось циклирование \bar{F} (б)

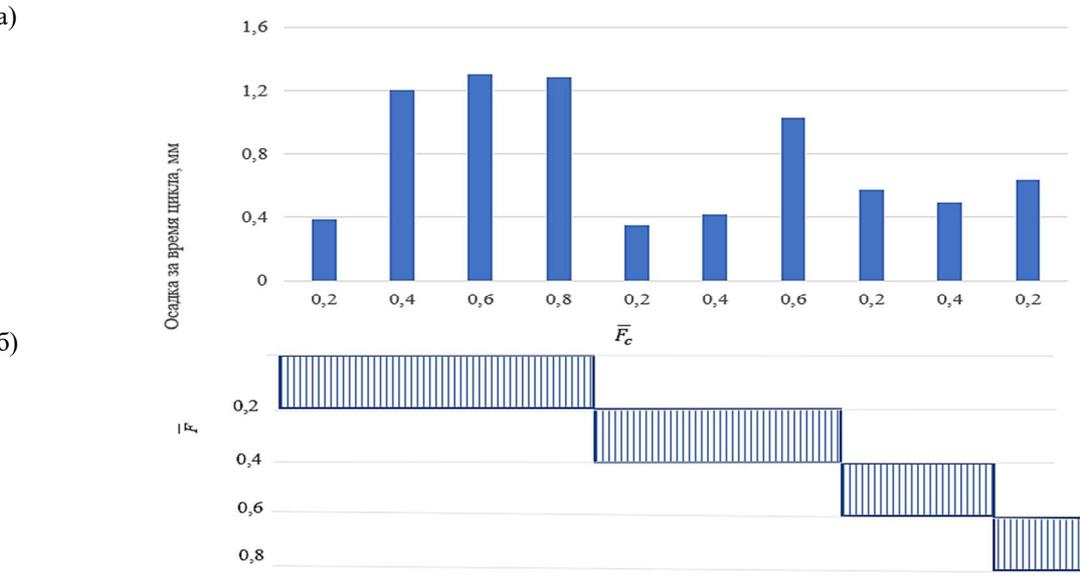


Рис. 3. Величины осадок за время цикла для армированного основания при разных значениях \bar{F}_c (а), начальная ступень нагрузки, с которой начиналось циклирование \bar{F} (б)

Таблица 3

Величины осадок при давлении под подошвой штампа, $p = 0,128$ МПа

\bar{F}	0,2				0,4			0,6		0,8
\bar{F}_c	0,2	0,4	0,6	0,8	0,2	0,4	0,6	0,2	0,4	0,2
s , мм	27,3	25,72	24,6	19,9	24,7	21,5	19,2	26,9	20,6	28,9

В табл. 4 приведены результаты опытов для армированного и неармированного оснований при различных величинах коэффициентов асимметрии цикла.

Таблица 4

Пределные величины давлений на грунт и осадок

\bar{F}	\bar{F}_c	r	p_u , МПа	s_u , мм	p_{us} , МПа	s_{us} , мм	$\frac{p_{us}}{p_u}$	$\frac{s_{us}}{s_u}$
0,2	0,2	0,5	0,07	24,66	0,132	27,3	1,88	1,1
0,2	0,4	0,33	0,086	27,3	0,141	28,4	1,63	1,04
0,2	0,6	0,25	Разрушение		0,141	26,6	-	-
0,2	0,8	0,2			0,154	26,1	-	-
0,4	0,2	0,66	0,079	26,1	0,132	24,7	1,67	0,94
0,4	0,4	0,5	0,075	16,1	0,145	26,2	1,93	1,6
0,4	0,6	0,4	Разрушение		0,154	26,4	-	-
0,6	0,2	0,75	0,07	17,4	0,128	27,4	1,82	1,57
0,6	0,4	0,6	Разрушение		0,154	28,9	-	-
0,8	0,2	0,8			0,128	28,9	-	-

В следующей серии экспериментов к штампу прикладывалась статическая и циклическая центральная и внецентренная нагрузки с эксцентриситетом, $e_{o1} = 0,15$ и $e_{o2} = 0,3$. Основание из песка формировалось аналогично предыдущим испытаниям.

Результаты экспериментов и расчётов приведены в табл. 5.

Таблица 5

Сравнение опытных и расчётных данных

Относительный эксцентриситет, e_o	Разрушающая нагрузка F_u , Н	Пределные величины осадок s_u , мм		
		эксперименты	расчёты	
			Plaxis-3D	Midas GTS NX
0	845	11,04	11,5	7,99
0,15	604	13,8	13	9,75
0,30	422	13,2	11	9,6

В продолжение этой серии экспериментов основание армировали сеткой. Армирующий элемент-сетку C_2 устанавливали под штампом на глубинах $\bar{h}_{s1} = 0,1$ или $\bar{h}_{s2} = 0,2$. Смещение сетки относительно центра штампа принимали $\bar{e}_{s1} = 0,15$ или $\bar{e}_{s2} = 0,3$ (рис. 1). Результаты опытов и расчётов приведены в табл. 6 и на рис. 4.

Предельные величины статических нагрузок на армированные основания
и осадок штампа

Эксцентриситеты		Предельная нагрузка на армир. основ., F_{us} , Н	Предельные осадки штампа, мм	
относительные, e_o	относительные, \bar{e}_s		эксперименты	расчёты по Midas GTS NX
$\bar{h}_{s1} = 0,1$				
0,15	0	1250	13,3	12,1
	0,15	1550	18,9	14,2
	0,30	1550	14,6	14,4
0,3	0	800	11,8	7,5
	0,15	1050	10,42	13,4
	0,30	1100	16,6	9,9
$\bar{h}_{s2} = 0,2$				
0,15	0	1050	13	14
	0,15	1500	23,3	20,2
	0,30	1500	15,7	19,8
0,3	0	650	7,9	8,4
	0,15	1050	12,36	13,25
	0,30	1100	12,8	13,7

На рис. 4 представлена зависимость нагрузка – осадка для неармированного основания при статической передаче центральной и внецентренной нагрузки.

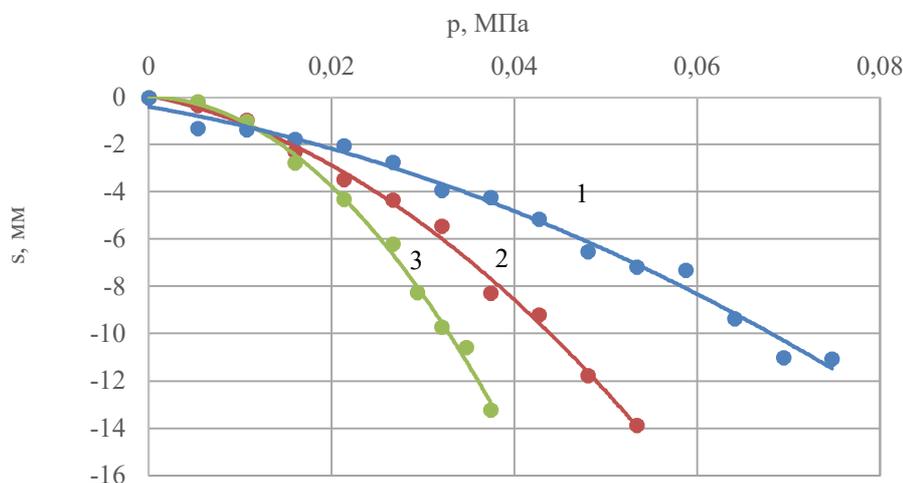


Рис. 4. Зависимость осадки штампа от давления при внецентренном приложении нагрузки для неармированного основания при e_o : 1-0; 2-0,15; 3-0,30

На следующем этапе исследований рассматривали циклическое приложение нагрузки. Нагрузку доводили до $\bar{F} = 0,6$ и передавали 20 циклов. После этого ступенями увеличивали нагрузку до разрушения основания.

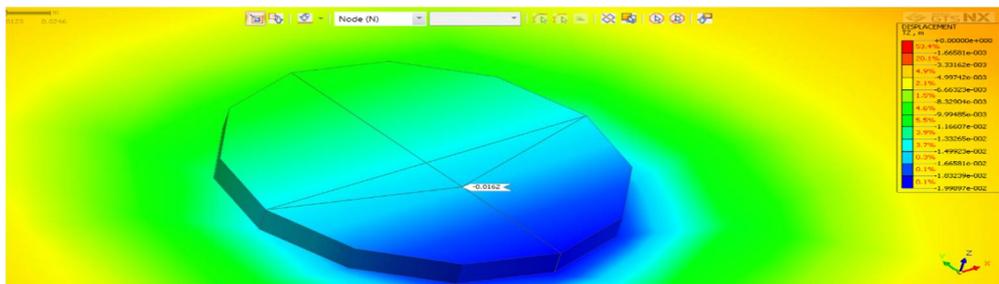
В табл. 7 приведено сравнение результатов опытов и моделирования по значениям осадки, соответствующих разрушающей нагрузке.

Предельные величины циклических нагрузок на армированные основания
и осадок штампов

Эксцентриситеты		Предельная нагрузка на армир. основ., F_{usc} , Н	Предельные осадки штампа, мм	
относительные, e_{oc}	относительные, \bar{e}_{sc}		эксперименты	расчёты по Midas GTS NX
$\bar{h}_{s1} = 0,1$				
0,15	0	1300	14,7	17
	0,15	1400	18,75	17,8
	0,30	1500	18,9	17
0,3	0	900	8,9	10,75
	0,15	1050	12,59	10,7
	0,30	1100	15,3	13,25
$\bar{h}_{s2} = 0,2$				
0,15	0	1050	12,59	10,4
	0,15	1200	14,4	11,9
	0,30	1500	17,9	14,7
0,3	0	750	13,8	14,9
	0,15	950	14,91	18,2
	0,30	1050	13,8	10,1

Для сравнения с экспериментальными данными было использовано моделирование с помощью конечно-элементных программных комплексов Plaxis-3D v20 и Midas GTS NX. Максимальная несущая способность и минимальная осадка получены при совпадении центров приложения силы и тяжести сетки ($e_o = \bar{e}_s = 0,3$) (рис. 5 и 6).

а)



б)

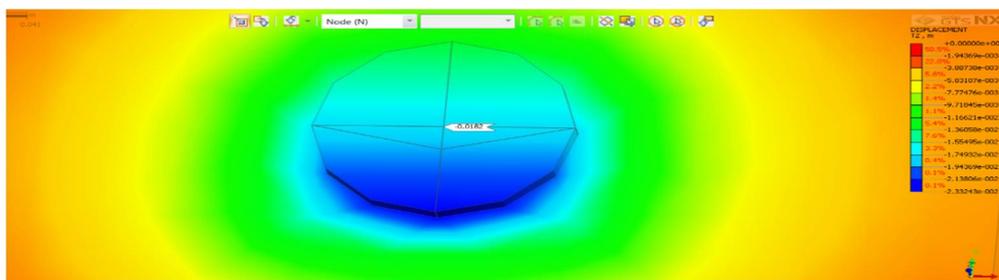


Рис. 5. Деформация основания штампа при разрушающей статической нагрузке по результатам моделирования в программном комплексе Midas GTS NX при: $e_o = 0,3$; $\bar{h}_S = 0,2$ и $\bar{e}_S = 0$ (а); 0,15 (б). F_{us} (Н): 750 (а), 950 (б)

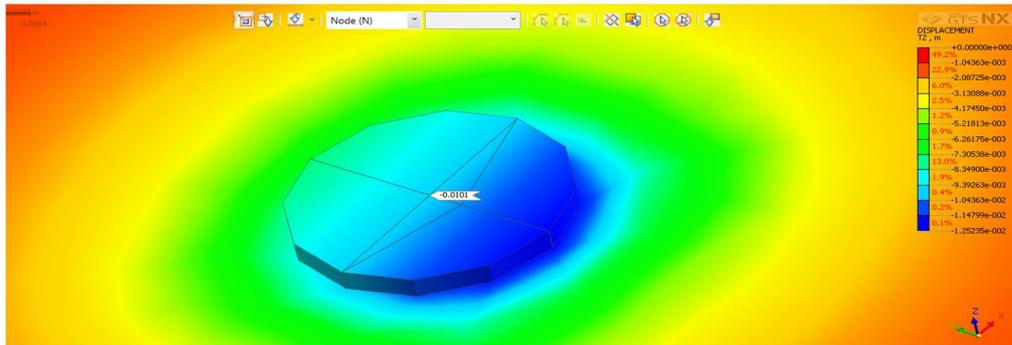
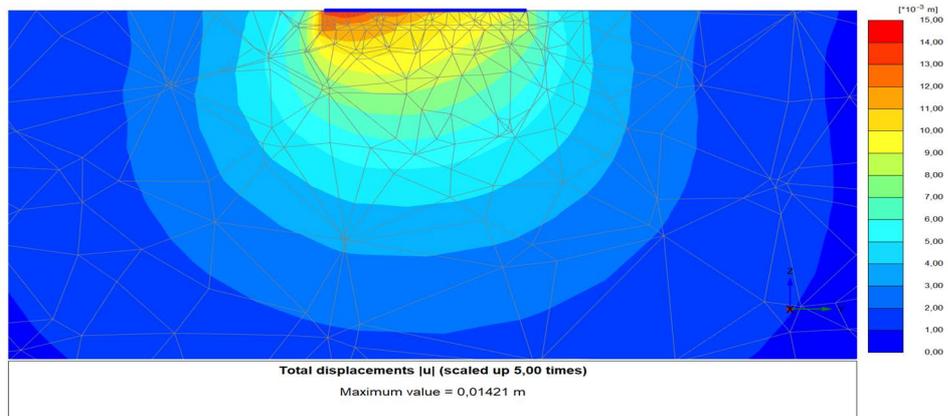


Рис. 6. Деформация основания штампа при разрушающей статической нагрузке по результатам моделирования в программном комплексе Midas GTS NX при: $e_o = 0,3$; $\bar{e}_s : 0,3$; $\bar{h}_s = 0,2$; и $F_{us} = 1050$ Н

Изолинии распределения полных деформаций в основании штампа при циклической нагрузке $p = 0,088$ МПа по результатам моделирования в программном комплексе Plaxis-3D v20, $s = 14,2$ мм при $\bar{e}_{s1} = 0,15$, $s = 17,7$ мм при $\bar{e}_{s2} = 0,3$ показаны на рис.7.

а)



б)

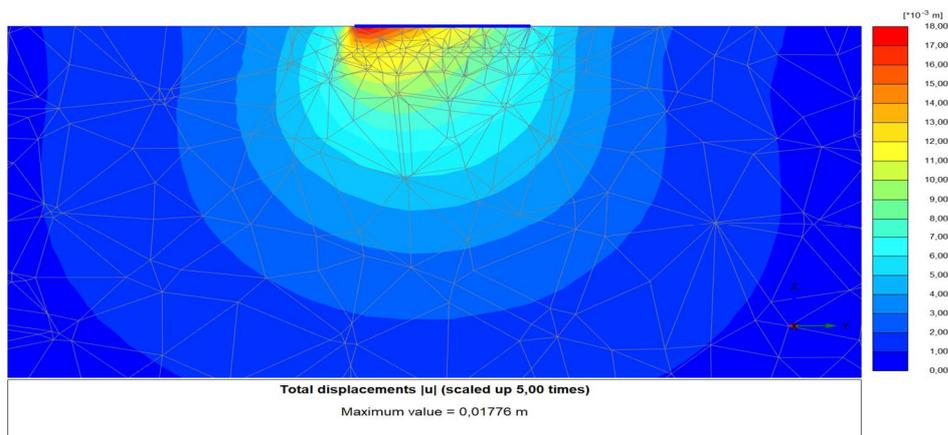


Рис. 7. Изолинии распределения деформаций в основании штампа при давлении $p = 0,088$ МПа, относительное расстояние до арматуры $\bar{h}_s = 0,2$; эксцентриситет силы $e_o = 0$ (по результатам моделирования в программном комплексе Plaxis-3D v20, $\bar{e}_{s1} = 0,15$ (а), и $\bar{e}_{s2} = 0,3$ (б))

Выводы

1. При внецентренном приложении статической нагрузки на неармированное основание практически идентичные значения деформаций получены по данным экспериментов и расчетов с использованием программного комплекса Plaxis –3D v20.
2. Наибольшие значения несущей способности получены при расположении армирующего элемента в зоне действия максимальных касательных напряжений на относительном расстоянии $\bar{h}_s = 0,2$ от подошвы штампа. Максимальное давление на основание наблюдалось при смещении армирующего элемента в сторону действия нагрузки, а максимальная несущая способность при совпадении оси арматурной сетки с осью действия нагрузки. Несущая способность по сравнению с неармированным основанием возрастала до трех раз. Расчетные значения деформаций, полученные при использовании программного комплекса Plaxis –3D v20, были близки к экспериментальным.
3. Увеличение абсолютного значения циклической нагрузки привело к возрастанию несущей способности армированного основания и снижению деформаций за счет уплотнения основания в период цикла. Чем меньше начальная ступень передачи циклирующей нагрузки, тем больше суммарная осадка за время цикла. С уменьшением коэффициента асимметрии цикла возрастала несущая способность и осадка за период цикла. Для неармированного основания такой тенденции не наблюдалось.

Библиографический список

1. Abu-Farsakh M., Chen Q., Sharma R. An experimental evaluation of the behavior of footings on geosynthetic-reinforced sand // *Soils and Foundations*. – 2013. – Vol. 53. – Issue 2. – P. 335-348.
2. Alawaji H.A. Settlement and bearing capacity of geogrid-reinforced sand over collapsible soil // *Geotextiles and Geomembranes*. – 2001. – Vol. 19. – Issue 2. – P. 75-88.
3. Antonov, V.M. and Al-Naqdi, I.A. Use of program ANSYS in the analysis of interaction between a rigid foundation and reinforced soil // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2020. – Vol. – 786. – No. 1. – P. 012060.
4. Antonov V.M., Al-Naqdi I.A. Experimental study of the influence of sand base reinforcement on the development of deformations under static and cyclic loading // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2020. – Vol. 918. – No. 1. – P. 012008.
5. Ashmawy A.K., Bourdeau P.L. Geosynthetic-reinforced soils under repeated loading: a review and comparative design study // *Geosynthetics International*. – 1995. – Vol. 2. – Issue 4. – P. 643-678.
6. Azzam W.R., Nasr A.M. Bearing capacity of shell strip footing on reinforced sand // *Journal of advanced research*. – 2015. – Vol. 6. – Issue 5. – P. 727-737.
7. Basudhar P.K., Saha S., Deb K. Circular footings resting on geotextile-reinforced sand bed. *Geotextiles and Geomembranes*. – 2007. – Vol. 25. – Issue 6. – P. 377-384.
8. BS 8006. Strengthened/ reinforced soils and other fills. BSJ, 1995. – 162 p.
9. Chakraborty M., Kumar J. Bearing capacity of circular foundations reinforced with geogrid sheets // *Soils and Foundations*. – 2014. – Vol. 54. – Issue 4. – P. 820-832.
10. Chen, Q. and Abu-Farsakh, M., Ultimate bearing capacity analysis of strip footings on reinforced soil foundation // *Soils and Foundations*. – 2015. – Vol. 55. – Issue 1. – P. 74-85.

11. Cicek E., Guler E., Yetimoglu T. Effect of reinforcement length for different geosynthetic reinforcements on strip footing on sand soil // *Soils and Foundations*. – 2015. – Vol. 55. – Issue 4. – P. 661-677.
12. The bearing-capacity of a strip foundation on geogrid-reinforced sand / K.H. Khing, B.M. Das, V.K. Puri, E.E. Cook, S.C. Yen // *Geotextiles and Geomembranes*. – 1993. – Vol. 12. – Issue 4. – P. 351-361.
13. Latha G.M., Somwanshi A. Bearing capacity of square footings on geosynthetic reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes*, – 2009. – Vol. 27. – Issue 4. – P. 281-294.
14. Effect of discrete fibre reinforcement on soil tensile strength / J. Li, C. Tang, D. Wang, X. Pei, B. Shi // *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. – 2014. – Vol. 6 Issue 2. – P. 133-137.
15. Madhav M.R., Poorooshab H.B. A new model for geosynthetic reinforced soil. *Computers and Geotechnics*. – 1988. – Vol. 6. – Issue 4. – P. 277-290.
16. Raghavendra H.B. Analysis of soil-reinforcement interaction in reinforced soil beds // *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Ground Improvement*. – 2008. – Vol. 161. – Issue 1. – P. 9-15.
17. Analytical modeling of geogrid reinforced soil foundation / R. Sharma, Q. Chen, M. Abu-Farsakh, S. Yoon // *Geotextiles and Geomembranes*. – 2009. – Vol. 27. – Issue 1. – P. 63-72.
18. Load-settlement response of shallow square footings on geogrid-reinforced sand under cyclic loading / J.Q. Wang, L.L. Zhang, J.F. Xue, Y. Tang // *Geotextiles and Geomembranes*. – 2018. – Vol. 46. – Issue (5). – P. 586-596.
19. Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств грунтов. Состояние вопроса. – Пенза: Изд-во ПГУАС, 2008. – 696 с.
20. ГОСТ 12248.1-2020. Грунты. Определение характеристик прочности методом одноплоскостного среза.
21. ГОСТ 25100-2020. Грунты. Классификация.
22. Методы строительства армогрунтовых конструкций / В.Г. Офрихтер, А.Б. Пономарёв, В.И. Клевеко, К.В. Решетникова. – М.: Изд-во АСВ, 2013. – 152 с.
23. СП 22.13330.2016. Основания зданий и сооружений.
24. Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения / под общ. ред. В.А. Ильичёва и Р.А. Мангушева. – Изд. второе, доп. и перераб. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 1040 с.

References

1. Abu-Farsakh M., Chen Q. and Sharma R. An experimental evaluation of the behavior of footings on geosynthetic-reinforced sand. *Soils and Foundations*. Vol. 53. Issue 2. 2013. Pp. 335-348.
2. Alawaji H.A. Settlement and bearing capacity of geogrid-reinforced sand over collapsible soil. *Geotextiles and Geomembrane*. Vol. 19. Issue 2. 2001. Pp. 75-88.
3. Antonov V.M. and Al-Naqdi I.A. Use of program ANSYS in the analysis of interaction between a rigid foundation and reinforced soil. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 786. No. 1. 2020. P. 012060.
4. Antonov V.M. and Al-Naqdi I.A. Experimental study of the influence of sand base reinforcement on the development of deformations under static and cyclic loading. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 918. No. 1. 2020. P. 012008.
5. Ashmawy A.K. and Bourdeau P.L. Geosynthetic-reinforced soils under repeated loading: a review and comparative design study. *Geosynthetics International*. Vol. 2. Issue 4. 1995. Pp. 643-678.

6. Azzam W.R. and Nasr A.M. Bearing capacity of shell strip footing on reinforced sand. *Journal of advanced research*. Vol. 6. Issue 5. 2015. Pp. 727-737.
7. Basudhar P.K., Saha S. and Deb K. Circular footings resting on geotextile-reinforced sand bed. *Geotextiles and Geomembranes*. Vol. 25. Issue 6. 2007. Pp. 377-384.
8. BS 8006. Strengthened reinforced soils and other fills. BSJ, 1995. 162 p.
9. Chakraborty M. and Kumar J. Bearing capacity of circular foundations reinforced with geogrid sheets. *Soils and Foundations*. Vol. 54. Issue 4. 2014. Pp. 820-832.
10. Chen Q. and Abu-Farsakh M. Ultimate bearing capacity analysis of strip footings on reinforced soil foundation. *Soils and Foundations*. Vol. 55. Issue 1. 2015. Pp. 74-85.
11. Cicek E., Guler E. and Yetimoglu T. Effect of reinforcement length for different geosynthetic reinforcements on strip footing on sand soil. *Soils and Foundations*. Vol. 55. Issue 4. 2015. Pp. 661-677.
12. Khing K.H., Das B.M., Puri V.K., Cook E.E. and Yen S.C. The bearing-capacity of a strip foundation on geogrid-reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes*. Vol. 12. Issue 4. 1993. Pp. 351-361.
13. Latha G.M. and Somwanshi A. Bearing capacity of square footings on geosynthetic reinforced sand. *Geotextiles and Geomembranes*. Vol. 27. Issue 4. 2009. Pp. 281-294.
14. Li J., Tang C., Wang D., Pei X. and Shi B. Effect of discrete fibre reinforcement on soil tensile strength. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*. Vol. 6. Issue 2. 2014. Pp. 133-137.
15. Madhav M.R. and Poorooshab H.B. A new model for geosynthetic reinforced soil. *Computers and Geotechnics*. Vol. 6. Issue 4. 1988. Pp. 277-290.
16. Raghavendra H.B. Analysis of soil-reinforcement interaction in reinforced soil beds. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers-Ground Improvement*. Vol. 161. Issue 1. 2008. Pp. 9-15.
17. Sharma R., Chen Q., Abu-Farsakh M. and Yoon S. Analytical modeling of geogrid reinforced soil foundation. *Geotextiles and Geomembranes*. Vol. 27. Issue 1. 2009. Pp. 63-72.
18. Wang J.Q., Zhang L.L., Xue J.F. and Tang Y. Load-settlement response of shallow square footings on geogrid-reinforced sand under cyclic loading. *Geotextiles and Geomembranes*. Vol. 46. Issue 5. 2018. Pp. 586-596.
19. Boldyrev G.G. *Methods for determining the mechanical properties of soils*. Question status. Penza: PGUAS Publishing House, 2008. 696 p.
20. Federal standard 12248.1-2020. Soils. Determination of strength characteristics by the single-plane cut method.
21. Federal standard 25100-2020. Soils. Classification.
22. Ofrichter V.G., Ponomarev A.B., Kleveko V.I., Reshetnikov K.V. *Methods of construction of reinforced soil structures*. M.: Publishing House of ASV, 2013. 152 p.
23. Set of rules 22.13330.2016 *Foundations of buildings and structures*.
24. Ilyichev V.A. and Mangushev R.A. *Handbook of geotechnics. Foundations, bases and underground structures*. 2nd Ed. M.: Publishing House of ASV, 2016. 1040 p.

INFLUENCE OF REINFORCEMENT ON THE BEARING CAPACITY AND DEFORMABILITY OF BASES SUBJECTED TO CYCLIC LOADS

V. M. Antonov¹, V. V. Ledenev², I. A. Al-Naqdi³

Tambov State Technical University ^{1,2,3}
Russia, Tambov

¹PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Department of Construction of Buildings and Structures, Tel.: +7(920)2308699, e-mail: antonov280562@mail.ru

²Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Construction of Buildings and Structures, Tel.: +7(920)4763939, e-mail: kzis@nnn.tstu.ru

³Postgraduate Student of the Department of Construction of Buildings and Structures, Tel.: +7(977) 8538173, e-mail: iabdulmonem2017@gmail.com

Abstract. The results of plate tests in a dimensional tray with rigid side walls are presented. Static and cyclic centric and eccentric loads were transmitted to the plate. In the experiments, reinforced and unreinforced sand bases were used. The variable parameters were the initial stage of the cyclic load transfer, its value, the eccentricity of the load application, the displacement of the reinforcing element.

Problem statement. Conducted experimental and numerical studies of reinforced bases on the effect of cyclic loading with obtaining functional dependencies between the influencing parameters of loading and reinforcement.

Results. An increase in the absolute value of the cyclic load led to an increase in the bearing capacity of the reinforced base and a decrease in the values of deformations due to the compaction of the base during the cycle. When the load is applied eccentrically, the highest values of the load-bearing capacity are obtained when the reinforcing element is located in the zone of maximum tangential stresses. The maximum was observed when the reinforcing element shifted in the direction of the load action, when the axis of the reinforcement grid coincided with the axis of the load action. The load-bearing capacity has increased 2-3 times compared to the unreinforced base. Almost identical values of deformations were obtained from experimental data and using the Plaxis -3D v20 software package.

Conclusions. Reinforcement, as the tests had shown, has a noticeable effect on the strength and deformability of the foundations and this should be taken into account during design and construction.

Keywords: spatial tray, base, plate, reinforcing elements, step-increasing load, cyclic load, settlement, limit load, experiments, numerical studies.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ СЛОЕВ ОСНОВАНИЙ ФУНДАМЕНТОВ СООРУЖЕНИЙ И ДОРОЖНЫХ ОДЕЖД НА МОДИФИЦИРОВАННЫХ ГЛИНИСТЫХ ГРУНТАХ

О. Б. Кукина¹, О. А. Волокитина², В. В. Волков³, Д. И. Шуваев⁴, А. С. Чунихина⁵

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»^{1,2,3,4,5}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры химии и химической технологии материалов, тел.: +7(910)3452888, e-mail: u00136@vgasu.vrn.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования автомобильных дорог и мостов, тел.: +7(910)3497256, e-mail: dixi.o@mail.ru

³Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)22402587, e-mail: kotlac@yandex.ru

⁴Студент строительного факультета группы МИОФ 201, тел.: +7(905)0529275, e-mail: Lepiord@yandex.ru

⁵Аспирант, ассистент кафедры строительных конструкций, оснований и фундаментов им. проф.

Ю.М. Борисова, тел.: +7(951)8650250, e-mail: rd708@mail.ru

В статье рассматривается расчет напряженно-деформированного состояния сформированного слоя из глинистых грунтов и дробленых минеральных материалов, остатков поэлементного демонтажа зданий и сооружений. Предметом данного научного исследования является механизм структурообразования в модифицированных глинистых грунтах с последующим определением физико-механических показателей образцов из модифицированных грунтов. На основе расчетной схемы грунтовой подушки, сформированной при модифицировании глинистого грунта минеральными обломками шлакоблоков и гашеной извести, произведен расчет напряженно-деформированного состояния оптимальной толщины грунтовой подушки с заданными параметрами. Предложен механизм структурообразования композита, получены его физико-механические свойства, подобраны оптимальные геометрические параметры модифицированной грунтовой подушки обломками шлакоблока и гашеной извести.

Ключевые слова: проектирование конструктивных слоев дорожных одежд, закрепление грунта, дисперсные строительные материалы, шлакоблок, контактно-конденсационное твердение, безобжиговые технологии, грунтовые подушки.

Введение. При строительстве зданий и сооружений используются основания, опирающиеся на грунты скального и нескального происхождения. Первые отличаются своей монолитностью, однородностью и начальной прочностью, вызванной плотными связями между частицами. Вторые содержат частицы различных размеров и составов, часто являются обломочными и не имеют жёстких связей [1], и в основном на территории нашей страны большая часть грунтов – глинистая (к ним относятся глины, супеси, суглинки и лессы).

Вышеуказанные грунты имеют малую несущую способность и для строительства сооружений на таких «слабых» грунтах необходимо повышение их прочности, морозостойкости и снижения деформируемости. Это производится на основе механизма укрепления структурных связей.

С одной стороны, технологии укрепления грунтов – это многогранная проблема и следует учитывать агрегатный, минералогический и микроагрегатный состав глинистого грунта, а в силу природы их образования они неоднородны. Необходимо для каждого типа грунтов подбирать свой, индивидуальный, способ.

В то же время это – возможность развития инновационных подходов и модернизации уже существующих методов укрепления грунтовых оснований [2].

Анализ литературных данных. Способы укрепления грунтов разделяются на физические, химические и механические. Механический – укрепление грунта различными

армирующими элементами. Физический – укрепление грунта с помощью воздействия полей сил разной природы. Химический – улучшение свойств грунта за счёт обработки их растворами различных химических соединений. Авторами данного исследования выбран метод укрепления грунтов при проведении строительных работ оснований дорожных конструкций на основе введения модификаторов различной природы: в виде заполнителей, химически активных компонентов.

Анализ применяемых методик и материалов, влияющих на укрепление грунтов, а также факторы, ограничивающие применение грунтов и возможные пути улучшения их свойств, показаны в табл. 1.

Таблица 1

Факторы, влияющие на укрепление грунтов, ограничение применения грунтов и возможные пути улучшения их свойств

Факторы	Требования к ограничению применения грунта или другого местного материала	Пути улучшения грунта или материала
Степень раздробленности (дисперсности)	При обработке в смесительных установках – обломки не менее 40 мм. При обработке в грунтосмесительных машинах – не менее 25	Добавка фракций в песчаные, песчано-глинистые смеси, например, молотого шлака
Ёмкость обмена и состава обменных катионов	В зависимости от состава вяжущих материалов вводится ограничение по ёмкости, обмену и составу обменных катионов	Состав обменных катионов изменяется путём добавки $\text{Ca}(\text{OH})_2$, CaCl_2 , NaOH , Na_2CO_3 или других веществ, с учётом применяемых вяжущих материалов
Минералогический состав	Не допускается укреплять тяжёлые суглинки или глины, содержащие пирит более 1% или монтмориллонит более 50% в общей массе грунта или укрепляемого материала	Добавка легкорастворимых солей, ПАВ или других соединений, нейтрализующих действие отдельных минералов в результате образования защитных плёнок на их поверхности и повышения адгезии вяжущих материалов
рН среды	В зависимости от применения вяжущих материалов и добавок других веществ вводятся ограничения на минимальное и максимальное значение рН	При подборе составов смесей определяется среда, оптимальная для применения вяжущих материалов. Для получения оптимального значения рН вводят различные добавки
Наличие легкорастворимых солей	В зависимости от применяемых вяжущих вводят ограничение на содержание легкорастворимых солей	Путём добавок солей, образующих водонерастворимые соединения
Наличие органики	В зависимости от состава органики и применяемого вяжущего вводятся те или иные ограничения в содержании этих веществ	Нейтрализация химическими добавками, например, $\text{Ca}(\text{OH})_2$, FeCl_3

Использование формируемых полускальных пород из укрепленного грунта имеет немало преимуществ, выраженных в широком охвате различных грунтов, снижении стоимости строительства, в уменьшении сроков строительства, простоте, относительно высокой прочности и стойкости (в зависимости от необходимых показателей), податливости и решения ряда проблем инженерной геологии, физико-химической механики, проектирования составов грунтовых смесей, конструкций оснований дорожных одежд, фундаментов зданий и сооружений.

Инженерные расчёты механики деформируемого твердого тела опираются на постулат о том, что между механическими характеристиками изделия и материала, из которого оно изготовлено, существует однозначная предсказуемая связь, опирающаяся на теоретические и экспериментальные основы [3]. Учитывая то, как формируется содержимое объёма, занимаемого силовой частью конструкции [4], возникает вопрос однородности и сплошности материалов, которые используются при расчете конструкций из традиционных материалов.

Информация об исследованиях параметров напряжённо-деформированного состояния конструкций, построенных на обломочном материале, разрозненна и, соответственно, не систематизирована. Как правило, эти исследования проводят, опираясь на натурные испытания конструкций, вплоть до их разрушения. При этом для определения параметров прочности и жёсткости используется подход, актуальный в рамках гипотез об однородности и сплошности материала [5-10].

Предметом настоящего исследования является расчет напряженно-деформированного состояния конструкции, опирающейся на модифицированный слой глинистых грунтов, сформированных с применением обломков каменных материалов, получившихся при поэлементном демонтаже зданий и сооружений. Задачами данного исследований является:

- объяснение механизмов структурообразования в модифицированных глинистых грунтах;
- определение физико-механических показателей образцов модифицированных грунтов;
- создание расчетной схемы грунтовой подушки, полученной при модифицировании глинистого грунта каменными обломками шлакоблока и гашеной извести;
- расчет оптимальной толщины грунтовой подушки в заданном напряженно-деформированном состоянии.

Научная новизна заключается в применении комплексного подхода к реализации технологии закрепления глинистых грунтов и расчету напряженно-деформированного состояния сформированных грунтовых подушек, используемых при устройстве оснований дорожных одежд, конструкций оснований фундаментов зданий и сооружений. Системный и комплексный подход сочетает в себе оценку энергетического состояния модифицированных композитов на основе глинистых грунтов, возможности формирования композитов по безобжиговой технологии с учетом поверхностных явлений адсорбции, изоморфизма кристаллов взаимодействующих твердых частиц, эпитаксии на границе раздела фаз и другие характеристики, определяемые физико-химической механикой, строительной механикой и методами математического моделирования расчета напряженно-деформированного состояния слоев грунтовых подушек.

Рабочая гипотеза. Прочность сформированного слоя основания, подверженного нагрузке, связана с энергией связи между частицами формируемого материала. При формировании полусухих смесей, состоящих из дисперсных минеральных строительных материалов, между частицами с гидратными оболочками возникает расклинивающее давление – избыточное давление (1):

$$\pi(h) = p - p_0, \text{ Дж/м}^2 \quad (1)$$

С термодинамической точки зрения расклинивающее давление есть частная производная энергии Гиббса по толщине межфазной прослойки (2):

$$\pi(h) = - \left(\frac{\partial G}{\partial h} \right)_{T,p,\mu}, \quad (2)$$

где π – расклинивающее давление, Дж/м², h – толщина межфазной прослойки, м, G – энергия Гиббса, кДж/моль, T – температура, К, p – давление, Па, μ – химический потенциал Дж/моль (часть свободной энергии, приходящаяся на 1 моль любого химического элемента при постоянных давлении, температуре и массе других веществ).

В процессе прессования полусухих формовочных смесей, составленных из полидисперсных материалов, происходит контактно-конденсационное твердение. С уменьшением толщины межфазного пространства, заполненного растворами электролитов у наноразмерных частиц (коллоидов) происходит деформация диффузной части двойного электрического слоя (рис. 1) [11].

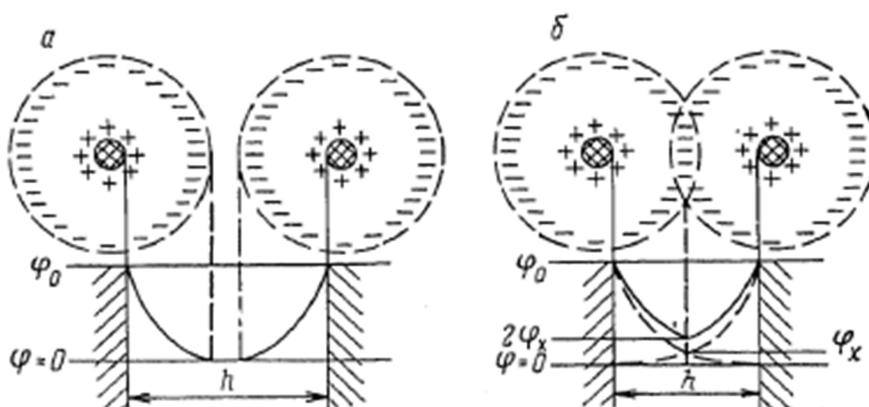


Рис. 1. Изменение электрического потенциала φ между двумя одноименно заряженными частицами при неперекрывающихся (а) и перекрывающихся (б) двойных электрических слоях

Распределение объемной плотности заряда в двойном электрическом слое определяется зависимостью (3)

$$p = -\varepsilon\varepsilon_0\chi^2\varphi. \quad (3)$$

При этом увеличивается число коагуляционных и кристаллизационных контактов, происходит сращивание кристаллических поверхностей взаимодействующих частиц [11]. Возникающие внутренние силы и напряжения приводят к объединению материала, формованию.

Материалы и методы исследований. В данном исследовании применялись обломки шлакоблока, получившегося при поэлементном демонтаже зданий и сооружений. Данные об этом материале представлены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристика обломков шлакоблока, получившегося при поэлементном демонтаже зданий и сооружений

Название пробы	рН при температуре (20±5) °С	рН при температуре 70 °С	Минералогический состав	Водопоглощение (%)
Шлакоблок (ШБ)	10	11	CaCO ₃ – Кальцит CaB ₃ O ₃ (OH) ₅ ·4H ₂ O – четырехводный пентагидроборат кальция	9

Технологически применяемый наполнитель сушился в климатической камере и подвергался измельчению в шаровой мельнице в течение 40 – 60 мин. После измельченный шлакоблок просеивали через сито фракцией 0,08 мм. Глина подвергалась диспергированию циклическим процессом фазового замораживания-оттаивания. Образцы формировались в следующей последовательности. Глина, шлакоблок (табл. 2) и известь-пушонка смешивались в определенных пропорциях, представленных в табл. 3, добавлялась вода, объем которой определялся количеством наполнителя, его водопоглощением, процентным содержанием извести и временем прессования.

Таблица 3

№ состава	Состав	Общая масса (М) и массовые доли компонентов	Масса компонентов, г
№1 40кН/3мин.	Глина - Гл1 Шлакоблок – ШБ Известь	М = 228г Глина - 65% Известь-пушонка – 5% Влажность – 14% Шлакоблок – 30%	130 10 28 60

Затем полусухая сырьевая смесь формовалась на гидравлическом прессе МС-500.

Результаты исследований. Некоторые характеристики прессованных образцов модифицированного глинистого грунта представлены в табл. 4.

Таблица 4

Средние результаты испытываемых образцов

Метка состава	Состав	Средняя масса образца, г	Средний объем образца, см ³	Средняя плотность образца, г/см ³
1	Глина - Гл1 Шлакоблок – ШБ Известь	228	98	2,32

Результаты физико-механических испытаний прессованных образцов модифицированного глинистого грунта на универсальной электромеханической системе INSTRON 5982 представлены в табл. 5.

Таблица 5

Результаты физико-механических испытаний прессованных образцов модифицированного глинистого грунта

Метка состава	Диаметр [мм]	Площадь [мм ²]	Максимум Нагрузки [кН]	Напряжение при сжатии [МПа]	Деформация при сжатии [%]	Модуль (Автоматический) [МПа]
1	50,00	1963,50	4,46	2,27	2,10	274,22

Для моделирования работы полученных материалов были выполнены численные расчеты напряженно-деформированного состояния в ПК Midas GTS системы «фундамент - грунтовая подушка из модифицированного каменными обломками шлакоблока и гашеной извести - слабый грунт», представленной на рис. 2. Внешние габариты схемы 22,0 x 32,0 м. Грунт основания задан упруго-пластичной моделью Мора-Кулона, а фундамент и грунтовая подушка – упругой моделью.

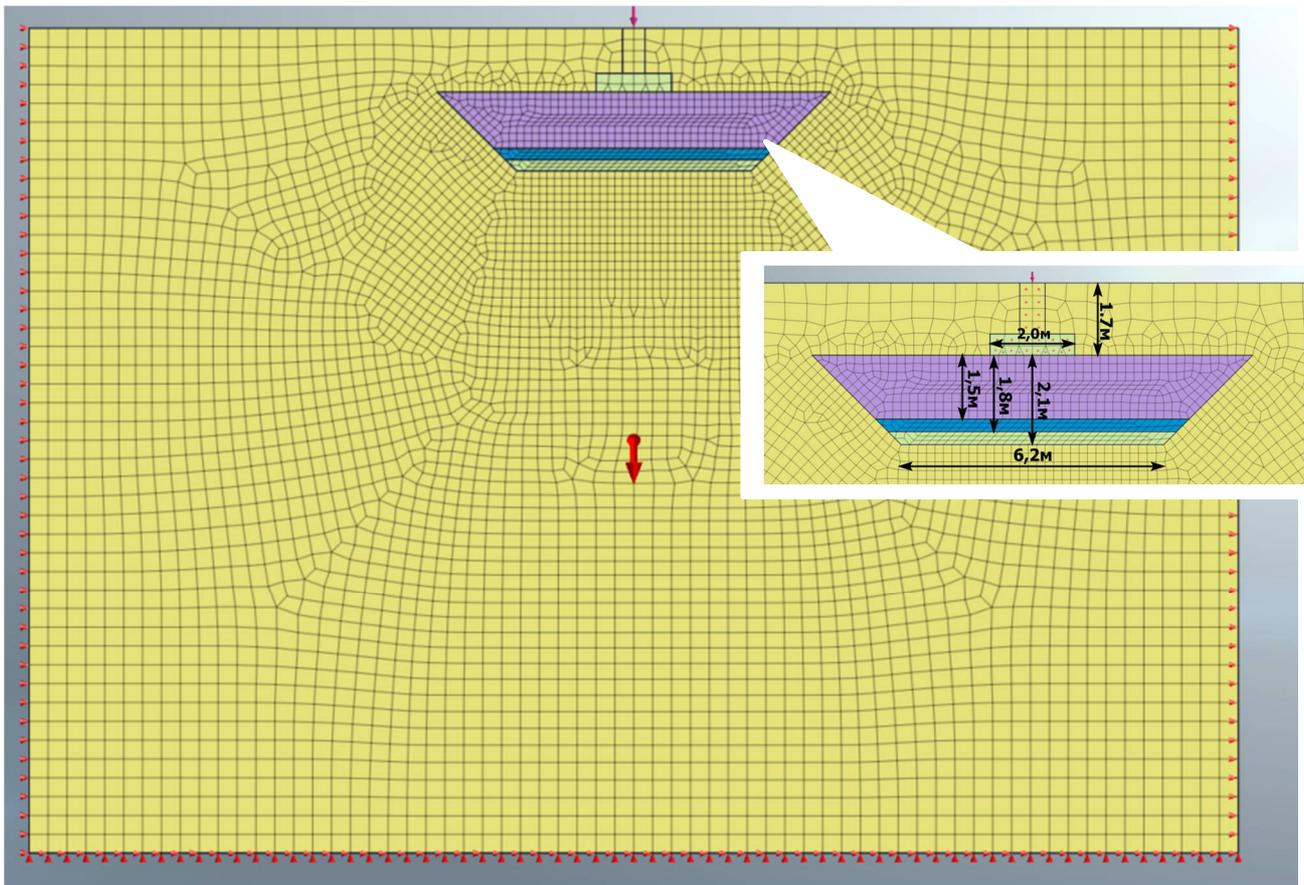


Рис. 2. Общий вид расчетной схемы

Основанием выбран грунт со следующими физико-механическими характеристиками: угол внутреннего трения $\varphi_{II}=18^\circ$, удельное сцепление $C_{II}=15$ кПа, модуль деформации $E=4$ МПа, коэффициент поперечной деформации $\nu=0,4$; удельный вес $\gamma_{II}=16$ кН/м³.

Характеристики фундамента:

модуль упругости $E=27,5 \cdot 10^3$ МПа, коэффициент поперечной деформации $\nu=0,2$, удельный вес $\gamma=25$ кН/м³.

Характеристики грунтовой подушки, полученной при модифицировании глинистого грунта:

модуль упругости $E=272,22$ МПа, коэффициент поперечной деформации $\nu=0,25$, удельный вес $\gamma=23,2$ кН/м³.

Расчет выполнен в три стадии:

Стадия 1. Моделирование начального природного напряженного состояния грунтового массива;

Стадия 2. Устройство грунтовой подушки и фундамента;

Стадия 3. Приложение нагрузки ступенями с шагом 60 кН.

Поиск оптимальной высоты грунтовой подушки

В ходе численного эксперимента были составлены 4 расчетные схемы:

- 1) фундамент на естественном слабом основании (рис. 3);
- 2) фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 1,5$ м (рис. 4);
- 3) фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 1,8$ м (рис. 5);
- 4) фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 2,1$ м (рис. 6).

Деформации по оси Y при максимальной нагрузке в 600кН

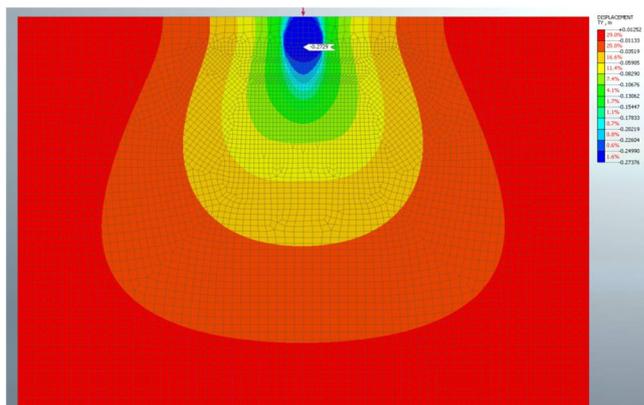


Рис. 3. Фундамент на естественном основании

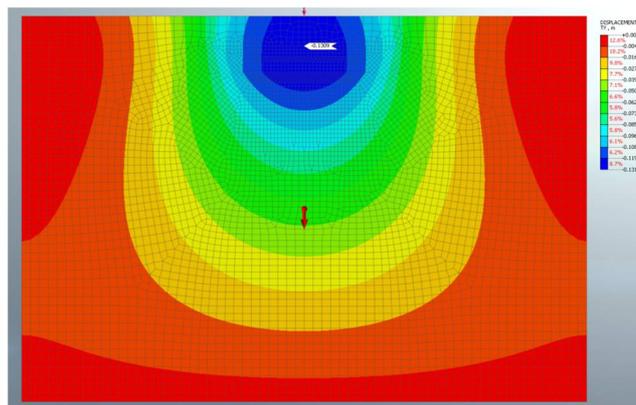


Рис. 4. Фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 1,5$ м

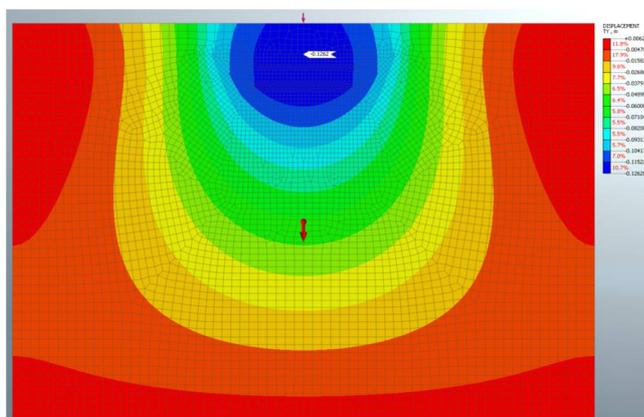


Рис. 5. Фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 1,8$ м

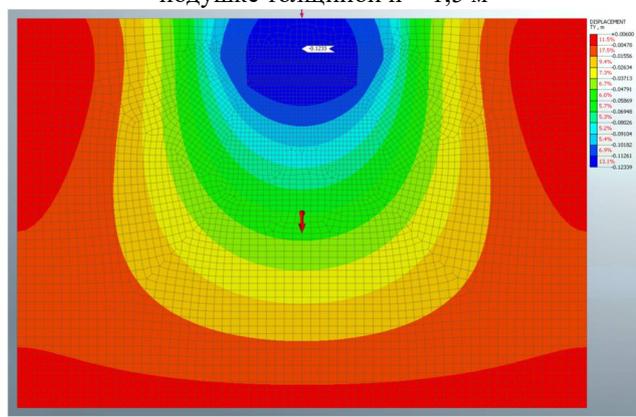


Рис. 6. Фундамент на модифицированной грунтовой подушке толщиной $h = 2,1$ м

Обсуждение результатов. Для сравнения результатов была выбрана точка по центру подошвы фундамента. Результаты численного эксперимента были сведены в табл. 6.

Таблица 6

Результаты расчета деформаций для различных нагрузок, приложенных по центру подошвы фундамента

Нагрузка, кН	Перемещения по оси Y (осадка), м						
	На естественном основании	При подушке $h=1,5$ м	%	При подушке $h=1,8$ м	%	При подушке $h=2,1$ м	%
1	2	3	4	5	6	7	8
60	0,0238	0,0302	26,89	0,0313	31,51	0,0325	36,55
120	0,0428	0,0414	3,27	0,0418	2,34	0,0426	0,47
180	0,0626	0,0526	15,97	0,0524	16,29	0,0526	15,97
240	0,0840	0,0637	24,17	0,0629	25,12	0,0627	25,36
300	0,1081	0,0749	30,71	0,0734	32,10	0,0728	32,65
360	0,1356	0,0861	36,50	0,0839	38,13	0,0829	38,86
420	0,1660	0,0973	41,39	0,0945	43,07	0,0929	44,04
480	0,1992	0,1085	45,53	0,1050	47,29	0,1030	48,29
540	0,2348	0,1197	49,02	0,1156	50,77	0,1132	51,79
600	0,2729	0,1309	52,03	0,1262	53,76	0,1233	54,82

Примечание. Процентное сравнение выполнено относительно схемы на естественном основании.

Результаты работы получены с использованием научного оборудования Центра коллективного пользования имени профессора Ю. М. Борисова (проект №075-15-2021-662).

Выводы. При проектировании конструктивных слоев оснований фундаментов сооружений и дорожных одежд на модифицированных глинистых грунтах важно, чтобы частицы извести и глины высокой дисперсности заполняли пространство между частицами кремнезема, создавая оптимальные толщины водных пленок. В условиях повышенного давления, возникающего при нагружении, образуются совместные плоскости кристаллизации, приводящие к появлению Ван-дер-Ваальсовых сил взаимодействия. Твердение происходит по механизму эпитаксии (контактно-конденсационное твердение).

Результаты численного эксперимента показали наличие консолидации грунтового массива. Показано наличие оптимальных геометрических параметров грунтовой подушки из модифицированного каменными обломками шлакоблока и гашеной извести. Анализ напряженно-деформированного состояния конструктивного слоя показал уменьшение прогиба фундаментного основания, данное решение позволяет снизить осадку от 24 до 54 % по сравнению с аналогичной схемой на естественном основании из немодифицированного глинистого грунта.

Результаты проделанной работы подтверждают многочисленные исследования авторов [12] по получению строительных материалов и изделий по безобжиговым технологиям.

Требования действующих норм не рекомендуют применять в качестве основания грунты с низкими прочностными и деформационными характеристиками. Данное решение позволяет использовать ленточный фундамент в сложных инженерно-геологических условиях и выполнить условие пункта г.1 СП 22.13330.2016 «Основания зданий и сооружений» о максимальной осадке здания и сооружения.

Библиографический список

1. Укрепленные грунты (свойства и применение в дорожном и аэродромном строительстве) / В.М. Безрук, И.Л. Гурячков, Т.М. Луканина, Р.А. Агапова. – М.: Транспорт, 1982. – 231 с.
2. Игошева Л.А., Гришина А.С. Обзор основных методов укрепления грунтов основания // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Сер. Строительство и архитектура. – 2016. – Т. 7. – №2. – С. 5-21.
3. Пат. RU 2 192 517 С2, МПК E02D 3/12. Способ укрепления грунтов: № 2001103825/03; заявл. 2001.02.12; опубл. 2002.11.10 / Шильникова Г.П., Жданова С.М., Воронин В.В.; заявитель и патентообладатель Дальневосточный государственный университет путей сообщения.
4. Пат. RU 2 455 414 С1, МПК E01C 7/36. Способ изготовления строительного материала и способ строительства оснований автодорог и наземных сооружений на его основе № 2010150132/03; заявл. 2010.12.08; опубл. 2012.07.10 / Мырнин В.А.; заявитель и патентообладатель В.А. Мырнин.
5. Пат. RU 2400593, МПК E01C7/36. Грунтовая смесь: № 2009123941/03; заявл. 2009.06.23; опубл. 2010.09.27/ Булдаков С.И., Свиридов В.В., Свиридов А.В., Чудинов С.А.; заявитель и патентообладатель государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования Уральский государственный лесотехнический университет. -
6. Пат. RU 2373321, МПК E01C7/36. Дорожная полимерцементогрунтовая смесь № 2008119886/03; заявл. 2008-05-19; опубл. 2009-11-20 / Прокопец В.С., Голубева Е.А.; заявитель и патентообладатель В.С. Прокопец

7. Пат. RU 2324784, МПК E01C 7/36, E02D 3/12. Способ получения укрепленного грунтового материала: № 2006141403/03; заявл. 2006.11.23; опубл. 2008.05.20 / Дубина М.М.; заявитель и патентообладатель М.М. Дубина.
8. Пат. RU 2305149, МПК E01C7/36. Смесь для устройства нижних слоев основания дорожных одежд: № 2005119068/03; заявл. 2005-06-20; опубл. 2007-08-27 / Ланко А.В., Кочерга В.Г., Кораблева Т.А., Тарасевич А.П.; заявитель и патентообладатель А.В. Ланко, В.Г. Кочерга, Т.А. Кораблева, А.П. Тарасевич, Ростовский государственный строительный университет.
9. Пат. RU 2281356, МПК E01C7/36, E02D3/12. Состав для стабилизации грунта и способ его использования в дорожном строительстве № 2005102664/03; заявл. 2005-02-03; опубл. 2006-08-10 / Буваев А.Ю., Проворнов С.Ю., Тараненко С.И.; заявитель и патентообладатель А.Ю. Буваев, С.Ю. Проворнов, С.И. Тараненко.
10. Пат. RU 2119010, МПК E02D 3/12, E01C 7/36. Грунтовая смесь: № 97106001/03; заявл. 1997.04.14; опубл. 1998.09.20 / Добров Э.М., Емельянов С.Н., Кочеткова Р.Г.; заявитель и патентообладатель Э.М. Добров, С.Н. Емельянов Р.Г. Кочеткова.
11. Фролов Ю.Г. Курс коллоидной химии. Поверхностные явления и дисперсные системы: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Химия, 1988. – 464 с.
12. Безобжиговые строительные материалы из отвального фосфогипса: монография / А.А. Абраменко, С.Н. Золотухин, О.Б. Кукина, В.В. Волков, А.В. Еремин, В.П. Волокитин, О.А. Волокитина. – Saarbrücken, 2020. - 109 с.

References

1. Bezruk V.M., Guryachkov I.L., Lukanina T.M., Agapova R.A. Reinforced soils (properties and application in road and airfield construction). М.: Transport, 1982. 231 p.
2. Igosheva L.A., Grishina A.S. Review of the main methods of strengthening the foundation soils. Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Construction and architecture. Vol. 7. No. 2. 2016. Pp. 5-21.
3. Shilnikova G.P., Zhdanova S.M., Voronin V.V. Pat. RU 2 192 517 C2, IPC E02D 3/12. Soil strengthening method: No. 2001103825/03. Dec. 2001.02.12, publ. 2002.11.10. Applicant and Patent Holder Far Eastern State University of Railways.
4. Mymrin V.A. Pat. RU 2 455 414 C1, IPC E01C 7/36. Method for the manufacture of building material and method for the construction of road foundations and ground structures based on it6 No. 2010150132/03. Dec. 2010.12.08, publ. 2012.07.10. Applicant and Patent Holder V.A. Mymrin.
5. Buldakov S.I., Sviridov V.V., Sviridov A.V. Pat. RU 2400593, IPC E01C7/36. Soil mixture: No. 2009123941/03. Dec. 2009.06.23, publ. 2010.09.27. Chudinov S.A. Applicant and Patent Holder State Educational Institution of Higher Professional Education Ural State Forestry University.
6. Prokopets V.S., Golubeva E.A. Pat. RU 2373321, IPC E01C7/36. Road polymer-cement-soil mix 6 No. 2008119886/03. Dec. 2008-05-19, publ. 2009-11-20. Applicant and Patent Holder V.S. Prokopets.
7. Dubina M.M. Pat. RU 2324784, IPC E01C 7/36, E02D 3/12. Method for obtaining reinforced soil material: No. 2006141403/03; dec. 2006.11.23; publ. 2008.05.20. Applicant and Patent Holder M.M. Dubina.
8. Lanko A.V., Kocherga V.G., Korableva T.A., Tarasevich A.P. Pat. RU 2305149, IPC E01C7/36. Mix for the device of the lower layers of the base of pavement: No. 2005119068/03. Dec. 2005-06-20, publ. 2007-08-27 Applicant and Patent Holder A.V. Lanko, V.G. Kocherga, T.A. Korableva, A.P. Tarasevich, Rostov State University of Civil Engineering.
9. Buvaev A.Yu., Provornov S.Yu., Taranenko S.I. Pat. RU 2281356, IPC E01C7/36, E02D3/12. Composition for soil stabilization and method of its use in road construction6

- No. 2005102664/03. Dec. 2005-02-03, publ. 2006-08-10. Applicant and Patent Holder A.Yu. Buvaev, S.Yu. Provornov, S.I. Taranenko.
10. Dobrov E.M., Emelyanov S.N., Kochetkova R.G. Pat. RU 2119010, IPC E02D 3/12, E01C 7/36. Ground mix: No. 97106001/03, Dec. 1997.04.14, publ. 1998.09.20. Applicant and Patent Holder E.M. Dobrov, S.N. Emelyanov, R.G. Kochetkova.
11. Frolov Yu.G. Course of colloid chemistry. Surface phenomena and disperse systems: a textbook for universities. 2nd ed., revised. and additional. M.: Chemistry, 1988. 464 p.
12. Abramenko A.A., Zolotukhin S.N., Kukina O.B., Volkov V.V., Eremin A.V., Volokitin V.P., Volokitina O.A. Non-firing building materials from waste phosphogypsum: monograph. Saarbrücken, 2020. 109 p.

DESIGN OF STRUCTURAL LAYERS OF STRUCTURES FOUNDATIONS AND PATHWAYS ON MODIFIED CLAY SOILS

O. B. Kukina¹, O. A. Volokitina², V. V. Volkov³, D. I. Shuvaev⁴, A. S. Chunikhina⁵

Voronezh State Technical University^{1,2,3,4,5}
Russia, Voronezh

¹PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Chemistry and Chemical Technology of Materials, Tel.: +7(910)3452888, e-mail: u00136@vgasu.vrn.ru

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Designing Highways and Bridges, Tel.: +7(910)3497256, e-mail: dixi.o@mail.ru

³PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(910)22402587, e-mail: kotlac@yandex.ru

⁴Student of the Department of Civil Engineering, Tel.: +7(905)0529275, e-mail: Lepiord@yandex.ru

⁵Postgraduate Student, Assistant of the Department of Building Structures, Bases and Foundations named after Prof. Yu.M. Borisov, Tel.: +7(951)8650250, e-mail: rd708@mail.ru

The article discusses the calculation of the stress-strain state of the formed layer of clay soils and crushed mineral materials, the remains of element-by-element dismantling of buildings and structures. The subject of this scientific research is the mechanism of structure formation in modified clay soils with subsequent determination of the physical and mechanical parameters of samples from modified soils. On the basis of the design scheme of the soil cushion formed during the modification of clay soil with mineral fragments of cinder blocks and slaked lime, the stress-strain state of the optimal thickness of the soil cushion with the specified parameters was calculated. The mechanism of structure formation of the composite is proposed, its physical and mechanical properties are obtained, the optimal geometric parameters of the modified soil pad with cinder block fragments and slaked lime are selected.

Keywords: design of structural layers of pavements, soil stabilization, dispersed building materials, cinder block, contact-condensation hardening, non-firing technologies, soil cushions.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

1. К рассмотрению принимаются научные статьи общим объемом от 8 до 16 страниц. Материал статьи следует представить в редакцию в электронном и печатном виде.
2. Формат страницы – А4. Поля: верхнее – 2, нижнее – 3, правое и левое – 2 см.
Шрифт текста – Times New Roman с одинарным интервалом. Размер шрифта основного текста – 12 пт. Аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, информация об авторах – 10 пт. Абзацный отступ – 1,25 см.
3. Структура статьи:
 - 3.1. УДК (приводится в левом верхнем углу);
 - 3.2. Название статьи (шрифт – 12 пт., жирный);
 - 3.3. Имя, отчество, фамилия автора (-ов);
 - 3.4. Сведения об авторе(-ах): ученая степень, ученое звание, занимаемая должность, место работы, город, контактная информация;
 - 3.5. Аннотация (основная информация о статье и полученных результатах исследования; требуемый объем аннотации – от 100 до 250 слов);
 - 3.6. Ключевые слова (основные понятия, рассматриваемые в статье);
 - 3.7. Текст статьи;
 - 3.8. Библиографический список (на русском и английском языках);
 - 3.9. Пункты 3.2–3.6 на английском языке. Предлагаемый перевод должен полностью соответствовать тексту на русском языке;
 - 3.10. Сведения о финансировании (если есть).
4. Основной текст статьи должен быть структурирован (введение, постановка задачи, методы исследования, результаты, выводы или заключение и т.п.).
5. Рисунки и таблицы располагаются по мере их упоминания в тексте. Рисунки в виде ксерокопий из книг и журналов, а также плохо отсканированные не принимаются.
6. Ссылки на литературу в статье указываются в квадратных скобках (например, [1]).
Библиографический список приводится в конце статьи (по порядку упоминания в тексте) и оформляется по ГОСТ Р 7.05-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Самоцитирование не более 30 %.
7. Для публикации статьи необходимо выслать на почтовый адрес редакции внешнюю рецензию. Обращаем внимание авторов на то, что наличие внешней рецензии не отменяет внутреннего рецензирования и не является основанием для принятия решения о публикации.
8. Все представленные в редакцию материалы проверяются в программе «Антиплагиат». Автор несет ответственность за научное содержание статьи и гарантирует оригинальность представляемого материала.
9. Редакция имеет право производить сокращения и редакционные изменения текста рукописи.

ПО ВСЕМ ВОПРОСАМ,
СВЯЗАННЫМ С ПУБЛИКАЦИЕЙ СТАТЕЙ, ОБРАЩАТЬСЯ:

главный редактор – Сафронов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, проф.,
зам. главного редактора – Козлов Владимир Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ответственный секретарь – Габриелян Грайр Егишеевич, канд. техн. наук, доцент.

Почтовый адрес редакции: 394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ком. 2211.
Тел./факс: +7(473)271-52-30, e-mail: vss22@mail.ru.