

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научный журнал

Выпуск № 1 (32), 2022

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2010 г.

Выходит 4 раза в год

Учредитель и издатель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет».

Территория распространения — Российская Федерация.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА:

Главный редактор: Сафронов В. С., д-р техн. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора: Козлов В. А., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г. Е., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Буренин А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии
Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре

Гриднев С. Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Зверев В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Ефрюшин С. В., канд. техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет

Кирсанов М. Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Колчунов В. И., д-р техн. наук, проф., академик РААСН, Юго-Западный государственный университет

Леденев В. В., д-р техн. наук, проф., Тамбовский государственный технический университет

Михайлов В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный строительный университет, Вьетнам

Нугужинов Ж. С., д-р техн. наук, проф., Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития
Карагандинского государственного технического университета, Казахстан

Овчинников И. Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет

Пшеничкина В. А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет

Трещев А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РААСН, Тульский государственный университет

Турищев Л. С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Беларусь

Шимановский А. О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь

Шитикова М. В., д-р физ.-мат. наук, проф., советник РААСН, Воронежский государственный технический университет

Дизайн обложки - А.Р. Ефанов. Фото на обложке Юлии Батуриной,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

Журнал «Строительная механика и конструкции» включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписной индекс в «Каталоге периодических изданий. Газеты и журналы» ГК «Урал Пресс» - 66004

Физические лица могут оформить подписку в интернет-магазине «Деловая пресса»

<http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Дата выхода в свет 30.03.2022. Усл. печ. л. 13,3. Формат 60×84/8. Тираж 500 экз. Заказ №.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77 – 72895 от 22.05.2018 г.

Цена свободная

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ: 394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
(строительный факультет, кафедра строительной механики)

тел.: 8(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

ОТПЕЧАТАНО: отдел оперативной полиграфии издательства ФГБОУ ВО «ВГТУ»

394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

**STRUCTURAL MECHANICS
AND STRUCTURES**

**Scientific Journal
ISSUE № 1 (32), 2022**

- Structural mechanics and strength of materials
- Applied problems of mechanics of solid body under deformation
- Soil mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of bases and foundations of buildings and structures
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic effect on elastic systems
- Pilot and field observations of structures and materials

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since 2010

Issued 4 times a year

Founder and publisher – Voronezh State Technical University.
Territory of distribution — Russian Federation.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL:

Chief editor: Safronov V. S., Dr. of Tech. Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

The deputy chief editor: Kozlov V. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

Executive secretary: Gabrielyan G. E., PhD of Tech. Sc., Associate Prof.,
Voronezh State Technical University

EDITORIAL BOARD MEMBERS:

Burenin A. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., Corresponding Member of RAS, Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far Eastern Branch of RAS, Komsomolsk on Amur

Gridnev S. Yu., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University

Zverev V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Efryushin S. V., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University

Kirsanov M. N., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

Kolchunov V. I., Dr. of Tech. Sc., Prof., academician of RAACS, South-West State University

Ledenyov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Tambov State Technical University

Mikhailov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Nguen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National University of Civil Engineering, Socialist Republic of Vietnam

Nuguxhinov Zh. S., Dr. of Tech. Sc., Prof., Kazakh Multidisciplinary Reconstruction and Development Institute of Karaganda State Technical University, Republic of Kazakhstan

Ovchinnikov I. G., Dr. of Tech. Sc., Prof., Saratov State Technical University

Pshenichkina V. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Volgograd State Technical University

Trechshev A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Corresponding Member of RAACS, Tula State University

Turichshev L. S., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Polotsk State University, Republic of Belarus

Shimanovsky A. O., Dr. of Tech. Sc., Prof., Belarusian State University of Transport, Republic of Belarus

Shitikova M. V., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., adviser of RAACS, Voronezh State Technical University

Cover design by A.R. Efanov. Cover photo by Yulia Baturina,

<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

The journal "Structural mechanics and structures" is included into the list of peer-reviewed editions in which the results of dissertations for obtaining degrees of a Full Doctor and PhD are published

Subscription index in the «Catalog of periodicals. Newspapers and magazines» of the «Ural Press»
Group of Companies - 66004

Individuals can subscribe to it in the online store "Business Press" <http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Publication date 30.03.2022. Conventional printed sheets 13,3. Format 60×84/8. Numbers of copies 500. Order №.

Journal is registered by Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology and Mass Media (Roskomnadzor)

Registration certificate PI № FS 77 - 72895 or 22. 05. 2018 г.

Price is subject to change

ADDRESS OF EDITORIAL AND PUBLISHER OFFICE: 84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006, Russian Federation
(Faculty of construction, Department of Structural Mechanics)

Tel.: (473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

PRINTED: publishing department of operational printing of Voronezh State Technical University

84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006

12+

© Voronezh State Technical University, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

<i>Трещев А. А., Завьялова Ю. А., Лапина М. А.</i> Изгиб ортотропных пластин средней толщины с учетом зависимости материальных параметров от вида напряженного состояния.....	7
<i>Теличко В. Г.</i> Трещина сдвига при плоском напряженном состоянии начально изотропной пластинки из композитного материала с учетом наведенной деформационной анизотропии.....	29

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

<i>Курсанов М. Н.</i> Модель и аналитический расчет фермы пространственного шестигранного купола.....	39
<i>Лолов Д. С., Лилкова-Маркова С. В.</i> Динамическая устойчивость прямых труб с текущей жидкостью при температурном воздействии.....	48
<i>Kirsanov M. N.</i> Deformations and natural frequency spectrum of a planar regular truss with a triangular lattice.....	57

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Саражинский А. С., Ефрюшин С. В.</i> Анализ расчетных моделей платформенных стыков при проектировании конструкций объемно-блочных зданий.....	69
---	----

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

<i>Аль-Бухейти А. Я., Леденев В. В., Савинов Я. В., Умнова О. В.</i> Неблагоприятные процессы в грунтовых основаниях и их прогноз.....	82
---	----

ПРОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Ефрюшин С. В., Юрченко А. И., Рыдченко Д. Г.</i> Моделирование сварочного процесса при изготовлении таврового элемента в программном комплексе ANSYS.....	97
<i>Орлов А. С., Рубцова Е. Г., Сизинцев С. В.</i> А.М. Болдырев – ученый, педагог, руководитель.....	107
Правила оформления статей.....	115

CONTENTS

APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS OF SOLID BODY

UNDER DEFORMATION

Treschev A. A., Zavyalova Yu. A., Lapshina M. A.

Bending of orthotropic plates of medium thickness taking into account dependences of material parameters on the type of stress state..... 7

Telichko V. G.

Shear crack in the plane stress state of an initially isotropic plate made of composite of the material taking into account the induced deformation anisotropies..... 29

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF MATERIALS

Kirsanov M. N.

Model and analytical calculation of a spatial hexagonal dome truss..... 39

Lolov D. S., Lilkova-Markova S. V.

Dynamic stability of a straight pipe conveying fluid under thermal loads..... 48

Kirsanov M. N.

Deformations and natural frequency spectrum of a planar regular truss with a triangular lattice..... 57

CALCULATION AND DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

Sarazhinsky A. S., Efrushin S. V.

Analysis of calculation models of platform joints when designing industrialized construction with apartments modules..... 69

CALCULATION AND DESIGN OF BASES AND FOUNDATIONS OF BUILDINGS AND STRUCTURES

Al-Bukhaiti A. Ya., Ledenev V. V., Savinov Ya. V., Umnova O. V.

Adverse processes in soil bases and their prediction..... 82

STRENGTH OF JOINTS OF BUILDING STRUCTURE UNITS

Efrushin S. V., Yurchenko A. I., Rydchenko D. G.

Modeling of the welding process in the manufacture of a T-bar element in the ANSYS software package..... 97

Orlov A. S., Rubtsova E. G., Sizintsev S. V.

A.M. Boldyrev - scientist, teacher, mastermind..... 107

Requirements for articles to be published..... 115

**ИЗГИБ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ С УЧЕТОМ
ЗАВИСИМОСТИ МАТЕРИАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ОТ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО
СОСТОЯНИЯ**

А. А. Трещев¹, Ю. А. Завьялова², М. А. Лапшина³

Тульский государственный университет^{1,2,3}
Россия, г. Тула

¹ Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

² Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(950)-900-80-83, e-mail: zavyalova_yuliya95@mail.ru

³ Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-625-41-02, e-mail: mary51296@yandex.ru

Анализируется кольцевая пластина, относящаяся к классу пространственных конструкций средней толщины, для которых простейшие гипотезы Кирхгофа-Лява приводят к серьезным погрешностям. Данные элементы зачастую используются проектировщиками и конструкторами различных отраслей, включая строительство, для объектов и аппаратов специального назначения. Особое внимание подобные пластины привлекают в случае их возведения на основе ортотропных структур, материалы которых проявляют наведенную деформационную анизотропию. В представленной работе исследуются особенности влияния начальной материальной ортотропии на НДС кольцевой пластины при одновременном проявлении наведенной анизотропии деформационного характера в случае ее термостатического нагружения, которую принято характеризовать как влияние вида напряженного или деформированного состояний на механические свойства деформируемых тел. Нагрузка прикладывается к верхней плоскости кольца как равномерное давление, что сводит математическую модель к осесимметричному варианту. Из физических воздействий на деформируемую конструкцию учитывается только изменение температурных параметров эксплуатационной среды, контактирующей с плоскостями пластинки. При этом рассмотрен вариант установившегося перепада температур по толщине пластины, когда процесс изменения температуры в материале конструкции прекратился, а внешние термические параметры остаются неизменными. Такое обстоятельство позволило свести постановку задачи к несвязанному варианту термомеханики с разделением ее на две независимые – механическую и температурную.

Общепринятые модели термомеханики деформируемых тел дают отдаленное представление о напряженно-деформированных состояниях пространственных конструкций, материалы которых обладают анизотропией двух типов (изначальной и приобретаемой в процессе деформирования). При этом известные уравнения состояния, специально разработанные для расчета конструкций из таких материалов, имеют определенные недостатки и противоречивые ограничения. В представленной статье для расчетной модели используется авторский вариант применения нормированных векторных и тензорных пространств, на основе которых ранее были сформулированы уравнения состояния для ортотропных материалов, проявляющих деформационную анизотропию. С использованием принятой модели проведен комплекс численных расчетов параметров напряженно-деформированного состояния поперечно нагруженных пластин, эксплуатируемых в температурном поле. На основе проведенных расчетов выполнен анализ отдельных результатов проявления специфических свойств двойной анизотропии материала конструкции и предложены общие рекомендации.

Ключевые слова: кольцевая пластина, структурная ортотропия, деформационная анизотропия, градиент температур, несвязанная постановка задачи, нормированный тензор напряжений.

Введение

Уровень развития строительных технологий и проектирования конструкций сооружений позволил широко применять нетрадиционные материалы, получившие лет сорок назад название композитных, которые, как оказалось, обладают более высокими показателями жесткости и прочности. Как известно, структура композитных материалов состоит из матрицы и наполнителей или армирующих волокон из различных высокопрочных элементов. Многие из подобных композитов сформированы основами с различными наполнителями, которые в совокупности обладают специфическими физико-механическими свойствами, не согласующимися с традиционно проявляющимися у широко распространенных изотропных и анизотропных однородных материалов [1–11]. Однозначно, что эти композиты имеют структурную анизотропию преимущественно ортотропного класса, а также могут проявлять в процессе воздействия механических нагрузок зависимость деформационных свойств от вида напряженного состояния. Такие нетрадиционные свойства материалов позволяют их отнести к классу структурно-деформационной анизотропии [9–12]. Десятилетиями устоявшиеся подходы механики, сформировавшиеся в виде классических теорий, ограниченные рамками обобщенного закона Гука, а в нелинейном варианте – теории малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина [13] для композитных материалов создают непреодолимые препятствия для достижения требуемой точности расчета параметров НДС конструкций зданий, сооружений и приводят к ошибочной картине качественного представления. В связи с этим разумного исследователя данный факт наталкивает на идею о расчете несущих конструкций из указанных композиционных материалов и целиком остова сооружений, элементов, аппаратов по более точным теориям, которые соответствуют данным механических экспериментов и имеют минимальную погрешность. Абсолютно все известные уравнения состояния, целенаправленно сформулированные для применения к расчету конструкций из материалов с двойной анизотропией, не отвечают указанному требованию [14–22]. Обзор особенностей этих теорий с анализом их недостатков подробно представлен в монографиях [23, 24] и здесь не обсуждается, а все дальнейшие исследования базируются на авторском варианте уравнений деформационной теории [25, 26].

Известно, что все конструкции эксплуатируются не в стационарных условиях и инертных средах, поэтому неоднократно рассматривались вопросы о влиянии температурных перепадов [27–29] и агрессивных сред [30] на процессы деформирования сооружений. Влияние подобных факторов серьезно нарушает функционирование традиционных теорий расчета структурно ортотропных пластин, изготовленных из материалов, деформационные и прочностные характеристики которых зависят от вида реализуемого напряженного состояния [27–29]. К сожалению, задачи в комплексной постановке с учетом указанных воздействий окружающей среды рассматриваются в эпизодических исследованиях [23, 24], хотя уже давно установлено, что эти факторы необходимо внести в нормы проектирования, особенно для пространственных конструкций. Первостепенным по влиянию среды на НДС пространственных конструкций физическим фактором являются перепады температур. Учитывая, что ортотропные композитные материалы обладают повышенными жесткостями и прочностью по всем направлениям анизотропии, применение их в конструкциях широко распространено в сооружениях с применением пластинчатых элементов. Высокие деформационно-прочностные параметры подобных конструкций серьезно изменяют картину их напряженно-деформированного состояния при температурных колебаниях.

Представленные исследования ограничены простейшим вариантом кольцевых пластин, нагруженных равномерной нагрузкой. Вертикально нагруженные кольцевые пластины широко используются в элементах перекрытий специфических сооружений, например, смотровых площадок, вращающихся объемов (как на «седьмом небе») и других специальных сооружений. Очевидно, что подобные конструкции не свободны от внешних температурных

воздействий и колебаний их параметров, а это приводит к необходимости совместного рассмотрения механической и температурной задач.

Теоретически наиболее точной постановкой термомеханической задачи деформирования пластинчатых конструкций является связанная, когда изменение температуры влияет не только на величины деформаций, но и на механические свойства материала, а параметры НДС оказывают непосредственное воздействие на распределение температуры. Установлено, что некоторые анизотропные структуры проявляют склонность к взаимосвязанности температурных и механических полей, однако, как известно [27], этот эффект имеет место только в кратчайший период времени – до установления стационарного перепада температур в теле материала. После достижения стационарных условий связанность температурных и механических задач практически пропадает, что дает возможность рассматривать теплопередачу в пластинах с различными температурами на их поверхностях в форме несвязанной задачи термомеханики [27–29]. Это обстоятельство позволяет процесс теплопередачи в конструкциях с неравномерным нагревом при контакте с эксплуатационными средами считать происходящим в несвязанной форме задачи термоупругости.

1. Постановка задачи

Рассмотрим статическое состояние горизонтально расположенной кольцевой пластины, для которой толщину обозначим через h , радиус внешнего контура – R , внутреннего – a . Загружение пластинки принято вертикальной поперечной нагрузкой с равномерной по всей плоскости интенсивностью q . При этом исследование ее состояния ограничим моментом достижения установившегося перепада температур на противоположных плоскостях конструкции. Температурные изменения в пластинке будем считать происшедшими только по толщине. Структуру пластины примем с цилиндрической ортотропией, материал которой проявляет деформационную анизотропию. При данных физико-механических условиях общая задача сводится к осесимметричной. Поэтому формулировку всех уравнений термомеханики целесообразно выполнять, привязав исследуемый объект к цилиндрической системе координат r, θ, z . Причем параметры НДС пластины, подвергнутой соответствующему температурному воздействию, будут функциями одной радиальной координаты r . Ось z ориентируем вертикально вниз (в сторону развивающихся погибов), привязав начало координат цилиндрической системы к центру срединной плоскости в исходном положении (до деформирования). Таким образом, все три координатные оси совместим с главными направлениями ортотропии материала пластины.

Традиционно поперечно нагруженные пластины и оболочки принято классифицировать как тонкие, средней толщины и толстостенные. Для конструкций, выполненных на основе изотропных не отягощенных сложными физико-механическими свойствами материалов, более или менее были установлены приемлемые границы соотношений характерных размеров, соответствующих каждому классу пластин и оболочек. Гораздо сложнее обстоит дело с пространственными конструкциями, материалы которых обладают анизотропией разного уровня и вида. В этом случае заранее точно нельзя установить геометрические границы для класса тонких пластин, оболочек и средней толщины [31–33]. Поэтому изначально будем строить математическую модель термомеханики пластины, предполагая, что она не относится к классу тонких, но по расчетным параметрам НДС не противоречит условиям, относящим ее к конструкциям средней толщины. Данную модель сформулируем в рамках модифицированных гипотез Тимошенко. В последующем для определения границ применимости теории тонких пластин упростим эту модель до уровня теории Кирхгофа-Лява.

Первый вариант модели основан на следующих предположениях: а) нормаль к срединной плоскости после деформации поворачивается на угол ψ_r относительно оси r и ψ_θ

относительно оси θ ; б) вышележащие слои пластины практически не оказывают сколько-нибудь заметного давления на нижележащие по ее толщине, а поэтому при определении картины напряженного состояния напряжениями σ_z пренебрегаем, принимая их нулевыми [33]. В отличие от традиционных гипотез Тимошенко здесь строго не вводится для деформаций требование $e_z = 0$, то есть предполагается наличие сжимаемости пластины по толщине, когда величину этих деформаций можно определить из третьего уравнения связи компонентов тензоров деформаций и напряжений [23, 24, 27, 33]. Кроме того, существование осевой симметрии рассматриваемой задачи заметно упрощает первую гипотезу, сводя ее к наличию лишь одного угла поворота нормали к срединной поверхности сечений относительно только одной оси θ , то есть – к существованию ψ_θ при отсутствии угла поворота ψ_r .

Для второго варианта модели предполагается справедливость гипотез Кирхгофа-Лява, то есть первая гипотеза формулируется в классическом стиле: нормали к срединной плоскости пластины до ее деформирования сохраняют свою прямолинейную форму и ортогональность к изогнутой срединной поверхности после развития деформаций. Вторая гипотеза Кирхгофа-Лява и отказ от требования $e_z = 0$ полностью совпадает с предпосылками первой модели.

Таким образом, по условиям рассматриваемой задачи при малых прогибах в рамках первой модели справедливы следующие геометрические соотношения:

$$\begin{aligned} u_r(r, z) = u(r) + z \cdot \psi_\theta(r); \quad u_z(r, z) = w(r); \\ e_r = u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}; \quad e_\theta = u / r + z \cdot \psi_\theta / r; \quad \gamma_{rz} = w_{,r} + \psi_\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где u , w – радиальные перемещения и прогибы срединной плоскости; e_r , e_θ , $\gamma_{rz} = 2e_{rz}$ – относительные деформации в произвольной точке тела пластины.

Вторая модель позволяет упростить уравнения (1) до уровня следующих зависимостей:

$$e_r = \varepsilon_r + z \cdot \chi_r; \quad e_\theta = \varepsilon_\theta + z \cdot \chi_\theta, \quad (2)$$

где $\varepsilon_r = u_{,r}$; $\varepsilon_\theta = u / r$; $\chi_r = -\varphi_{,r} = -w_{,rr}$; $\chi_\theta = -\varphi / r = -w_{,r} / r$.

Уравнения состояния для структурно ортотропных материалов, приобретающих деформационную неоднородность в процессе нагружения конструкции определим на основе потенциала деформаций, представленного с использованием тензорного пространства нормированных напряжений, связанных с главными осями анизотропии [25, 26]:

$$\begin{aligned} W = 0,5(A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11})\sigma_{11}^2 + 0,5(A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22})\sigma_{22}^2 + \\ + 0,5(A_{3333} + B_{3333}\alpha_{33})\sigma_{33}^2 + [A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\sigma_{11}\sigma_{22} + \\ + [A_{2233} + B_{2233}(\alpha_{22} + \alpha_{33})]\sigma_{22}\sigma_{33} + [A_{3311} + B_{3311}(\alpha_{33} + \alpha_{11})]\sigma_{33}\sigma_{11} + \\ + 0,5(A_{1212}\tau_{12}^2 + A_{2323}\tau_{23}^2 + A_{3131}\tau_{31}^2), \end{aligned} \quad (3)$$

где $\alpha_{ij} = \sigma_{ij} / S$ – нормированные напряжения в главных осях ортотропии материала, ($i, j = 1, 2, 3$); $S = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 + 2\tau_{12}^2 + 2\tau_{23}^2 + 2\tau_{13}^2}$ – норма тензорного пространства; $\alpha_{ij}\alpha_{ij} = \alpha_{11}^2 + \alpha_{22}^2 + \alpha_{33}^2 + 2\alpha_{12}^2 + 2\alpha_{23}^2 + 2\alpha_{13}^2 = 1$ – условие нормировки тензорного пространства.

Применив процедуру дифференцирования по правилам Кастильяно к потенциалу (3), как это рекомендовано в работах [25, 26], приходим к необходимым уравнениям связи тензоров деформаций и напряжений для ортотропных материалов с деформационной анизотропией:

$$\begin{aligned}
e_{11} &= \{ (A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11}) + 0, 5[B_{1111}\alpha_{11}(1 - \alpha_{11}^2) - B_{2222}\alpha_{22}^3 - \\
&- B_{3333}\alpha_{33}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3 - B_{2323}\alpha_{23}^3 - B_{1313}\alpha_{13}^3] + B_{1122}\alpha_{22}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22}) + \\
&+ B_{1133}\alpha_{33}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{33}) - B_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22} + \alpha_{33}) \} \sigma_{11} + \\
&+ [A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})] \sigma_{22} + [A_{1133} + B_{1133}(\alpha_{11} + \alpha_{33})] \sigma_{33}; \\
e_{22} &= [A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})] \sigma_{11} + \{ (A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22}) + \\
&+ 0, 5[B_{2222}\alpha_{22}(1 - \alpha_{22}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 - B_{3333}\alpha_{33}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3 - \\
&- B_{1212}\alpha_{12}^3 - B_{2323}\alpha_{23}^3 - B_{1313}\alpha_{13}^3] + B_{1122}\alpha_{11}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22}) + \\
&+ B_{2233}\alpha_{33}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{22}\alpha_{33}) - B_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11} + \alpha_{33}) \} \sigma_{22} + \\
&+ [A_{2233} + B_{2233}(\alpha_{22} + \alpha_{33})] \sigma_{33}; \\
e_{33} &= [A_{1133} + B_{1133}(\alpha_{11} + \alpha_{33})] \sigma_{11} + [A_{2233} + B_{2233}(\alpha_{22} + \alpha_{33})] \sigma_{22} + \\
&+ \{ (A_{3333} + B_{3333}\alpha_{33}) + 0, 5[B_{3333}\alpha_{33}(1 - \alpha_{33}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 - \\
&- B_{2222}\alpha_{22}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3 - B_{2323}\alpha_{23}^3 - B_{1313}\alpha_{13}^3] + B_{1133}\alpha_{11}(1 - \alpha_{33}^2 - \alpha_{11}\alpha_{33}) + \\
&+ B_{2233}\alpha_{22}(1 - \alpha_{33}^2 - \alpha_{22}\alpha_{33}) - B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) \} \sigma_{33}; \quad (4) \\
\gamma_{12} &= \{ A_{1212} - (B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3 + B_{3333}\alpha_{33}^3) - 2[B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \\
&+ B_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22} + \alpha_{33}) + B_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11} + \alpha_{33})] \} \tau_{12}; \\
\gamma_{23} &= \{ A_{2323} - (B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3 + B_{3333}\alpha_{33}^3) - 2[B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \\
&+ B_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22} + \alpha_{33}) + B_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11} + \alpha_{33})] \} \tau_{23}; \\
\gamma_{13} &= \{ A_{1313} - (B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3 + B_{3333}\alpha_{33}^3) - 2[B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22}) + \\
&+ B_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22} + \alpha_{33}) + B_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11} + \alpha_{33})] \} \tau_{13}.
\end{aligned}$$

Видно, что уравнения (4) не противоречат общей канонической форме определяющих соотношений классической механики ортотропных деформируемых материалов [34], а деформационная анизотропия учитывается нелинейными слагаемыми в виде произведений констант B_{ijkl} на комбинации нормированных напряжений α_{pq} при естественном соблюдении симметрии нелинейного тензора податливости четвертого ранга $C_{ijkl}(\alpha_{pq})$.

Составляющие константы тензора податливостей A_{ijkl} , B_{ijkl} рекомендовано определять [25, 26] через технические параметры материала, устанавливаемые по результатам обработки одноосных экспериментов по растяжению и сжатию стандартных образцов, вырезанных по главным осям структурной ортотропии и опытов на сдвиг в главных плоскостях: $A_{kkkk} = (1/E_k^+ + 1/E_k^-) / 2$; $B_{kkkk} = (1/E_k^+ - 1/E_k^-) / 2$; $A_{ijij} = -(v_{ij}^+ / E_j^+ + v_{ij}^- / E_j^-) / 2$; $B_{ijij} = -(v_{ij}^+ / E_j^+ - v_{ij}^- / E_j^-) / 2$; $A_{ijij} = 1 / G_{ij}$; $v_{ij}^+ / E_j^+ = v_{ji}^+ / E_i^+$; $v_{ij}^- / E_j^- = v_{ji}^- / E_i^-$, где E_k^\pm , v_{ij}^\pm , G_{ij} – модули упругости и коэффициенты поперечной деформации по главным осям ортотропии и модули сдвига в главных плоскостях (знаки «плюс» соответствуют растяжению, «минус» – сжатию).

2. Системы разрешающих дифференциальных уравнений

Учитывая специфику механической части задачи и то, что на состояние конструкции накладывается температурный перепад, уравнения (4) для более общей первой модели необходимо преобразовать к виду:

$$e_r = C_{1111}\sigma_r + C_{1122}\sigma_\theta + \omega_r\Delta T; \quad e_\theta = C_{1122}\sigma_r + C_{2222}\sigma_\theta + \omega_\theta\Delta T; \quad \gamma_{rz} = C_{1313}\tau_{rz}, \quad (5)$$

$$\text{где } C_{1111} = (A_{1111} + B_{1111}\alpha_r) + 0, 5[B_{1111}\alpha_r(1 - \alpha_r^2) - B_{2222}\alpha_\theta^3] + B_{1122}\alpha_\theta(1 - \alpha_r^2 - \alpha_r\alpha_\theta);$$

$$C_{2222} = (A_{2222} + B_{2222}\alpha_\theta) + 0, 5[B_{2222}\alpha_\theta(1 - \alpha_\theta^2) - B_{1111}\alpha_r^3] + B_{1122}\alpha_r(1 - \alpha_\theta^2 - \alpha_r\alpha_\theta);$$

$$C_{1313} = A_{1313} - (B_{1111}\alpha_r^3 + B_{2222}\alpha_\theta^3) - 2B_{1122}\alpha_r\alpha_\theta(\alpha_r + \alpha_\theta);$$

$$C_{1122} = A_{1122} + B_{1122}(\alpha_r + \alpha_\theta); \quad \alpha_r = \sigma_r/S; \quad \alpha_\theta = \sigma_\theta/S; \quad S = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + 2\tau_{rz}^2};$$

ω_r, ω_θ – коэффициенты линейного температурного расширения ортотропного материала в направлениях вдоль осей координат r и θ , соответственно; ΔT – разность температур в точке материала по отношению к начальному термомеханическому состоянию.

В упрощенной второй модели рассматриваемых задач из системы уравнений (5) следует исключить третье для γ_{rz} , которые обращаются в нуль, а также упрощается выражение для $S = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2}$. При этом если требуется определить деформации e_z , то следует воспользоваться третьим уравнением системы (4), приведенным к виду:

$$e_z = (A_{1133} + B_{1133}\alpha_r)\sigma_r + (A_{2233} + B_{2233}\alpha_\theta)\sigma_\theta + \omega_z\Delta T,$$

где ω_z – коэффициент линейного температурного расширения материала вдоль оси z .

Для продолжения постановки задач зависимости между возникающими деформациями и возникающими напряжениями (5) следует обратить, что позволяет установить необходимые связи:

$$\sigma_r = D_{rr}e_r + D_{r\theta}e_\theta - \theta_{rT} - R_r; \quad \sigma_\theta = D_{r\theta}e_r + D_{\theta\theta}e_\theta - \theta_{\theta T} - R_\theta; \quad \tau_{rz} = D_{rz}\gamma_{rz} - R_{rz}, \quad (6)$$

$$\text{где } D_{rr} = C_{2222} / \Delta; \quad D_{\theta\theta} = A_{1111} / \Delta; \quad D_{r\theta} = -C_{1122} / \Delta; \quad D_{rz} = 1 / C_{1133};$$

$$\Delta = C_{1111}C_{2222} - C_{1122}^2; \quad R_r = D_{rr}T_r + D_{r\theta}T_\theta; \quad R_\theta = D_{\theta\theta}T_\theta + D_{r\theta}T_r; \quad R_{rz} = D_{rz}T_{rz};$$

$$T_r = \{B_{1111}\alpha_r + 0, 5[B_{1111}\alpha_r(1 - \alpha_r^2) - B_{2222}\alpha_\theta^3] + B_{1122}\alpha_\theta(1 - \alpha_r^2 - \alpha_r\alpha_\theta)\}\sigma_r +$$

$$+ B_{1122}(\alpha_r + \alpha_\theta)\sigma_\theta; \quad T_{rz} = -[(B_{1111}\alpha_r^3 + B_{2222}\alpha_\theta^3) + 2B_{1122}\alpha_r\alpha_\theta(\alpha_r + \alpha_\theta)]\tau_{rz};$$

$$T_\theta = \{B_{2222}\alpha_\theta + 0, 5[B_{2222}\alpha_\theta(1 - \alpha_\theta^2) - B_{1111}\alpha_r^3] + B_{1122}\alpha_r(1 - \alpha_\theta^2 - \alpha_r\alpha_\theta)\}\sigma_\theta +$$

$$+ B_{1122}(\alpha_r + \alpha_\theta)\sigma_r; \quad \theta_{rT} = C_{1111}\omega_r\Delta T + C_{1122}\omega_\theta\Delta T; \quad \theta_{\theta T} = C_{1122}\omega_r\Delta T + C_{2222}\omega_\theta\Delta T.$$

Во второй модели из непосредственного рассмотрения опускается третье уравнение из системы (6). Связи между напряжениями в точках пластины и ее перемещениями определяются из совместного рассмотрения уравнений (1), (2) и (6). Так, для первого варианта модели имеем

$$\sigma_r = D_{rr}(u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}) + D_{r\theta}(u/r + z \cdot \psi_\theta/r) - \theta_{rT} - R_r; \quad (7)$$

$$\sigma_\theta = D_{r\theta}(u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}) + D_{\theta\theta}(u/r + z \cdot \psi_\theta/r) - \theta_{\theta T} - R_\theta; \quad \tau_{rz} = D_{rz}(w_{,r} + \psi_\theta) - R_{rz},$$

а для второго

$$\sigma_r = D_{rr}(u_{,r} - z \cdot \varphi_{,r}) + D_{r\theta}(u/r - z \cdot \varphi/r) - \theta_{rT} - R_r;$$

$$\sigma_\theta = D_{r\theta}(u_{,r} - z \cdot \varphi_{,r}) + D_{\theta\theta}(u/r - z \cdot \varphi/r) - \theta_{\theta T} - R_\theta. \quad (8)$$

Очевидно, что какими бы сложными физическими свойствами ни обладали композитные материалы, НДС пластин, выполненных из них, не должны противоречить общим законам механики, каковыми являются классические уравнения равновесия [34]. Однако наличие деформационной анизотропии требует более полного учета возникающих усилий в рамках

точности принятых гипотез. Тогда для геометрически линейных задач, следуя условиям формулировки первой модели, статические уравнения сформулируем в виде:

$$N_{r,r} + (N_r - N_\theta) / r = 0; \quad M_{r,r} + (M_r - M_\theta) / r - Q_r = 0; \quad Q_{r,r} + Q_r / r = -q, \quad (9)$$

где N_r , N_θ – мембранные усилия в срединной плоскости пластины; M_r , M_θ – изгибающие моменты; Q_r – поперечная сила.

В рамках второй модели вместо третьего уравнения равновесия системы (9) поперечное усилие можно непосредственно определить, связав его с интенсивностью внешней поперечной нагрузки:

$$Q_r = -q \cdot (r^2 - a^2) / 2r. \quad (10)$$

Интегральные характеристики напряженного состояния, фигурирующие в уравнениях равновесия (9), определяются традиционным образом через интегрирование характерных напряжений по толщине пластины по правилам, соответствующим характеру действующих усилий:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz; \quad Q_r = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{rz} dz; \quad M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz. \quad (11)$$

Проинтегрировав зависимости (7) или (8) по правилам (11), можно получить уравнения связи усилий с перемещениями деформированной срединной поверхности пластины в двух вариантах, для которых выражения N_r и N_θ полностью совпадают и приводятся к виду:

$$N_r = K_{rr} u_{,r} + K_{r\theta} u / r - \varepsilon_{rT} - I_r; \quad N_\theta = K_{r\theta} u_{,r} + K_{\theta\theta} u / r - \varepsilon_{\theta T} - I_\theta, \quad (12)$$

а для моментов и поперечной силы первой модели представляются следующим образом:

$$M_r = P_{rr} \psi_{\theta,r} + P_{r\theta} \psi_\theta / r - \chi_{rT} - J_r; \quad M_\theta = P_{r\theta} \psi_{\theta,r} + P_{\theta\theta} \psi_\theta / r - \chi_{\theta T} - J_\theta; \quad (13)$$

$$Q_r = K_{rz} (w_{,r} + \psi_\theta) - I_{rz},$$

где $K_{rr} = D_{rr} h$; $K_{\theta\theta} = D_{\theta\theta} h$; $K_{r\theta} = D_{r\theta} h$; $K_{rz} = D_{rz} h$; $P_{rr} = D_{rr} h^3 / 12$; $P_{\theta\theta} = D_{\theta\theta} h^3 / 12$;

$$P_{r\theta} = D_{r\theta} h^3 / 12; \quad I_r = \int_{-h/2}^{h/2} R_r dz; \quad I_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} R_\theta dz; \quad I_{rz} = \int_{-h/2}^{h/2} R_{rz} dz; \quad J_r = \int_{-h/2}^{h/2} R_r z dz;$$

$$J_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} R_\theta z dz; \quad \varepsilon_{rT} = \int_{-h/2}^{h/2} \theta_{rT} dz; \quad \varepsilon_{\theta T} = \int_{-h/2}^{h/2} \theta_{\theta T} dz; \quad \chi_{rT} = \int_{-h/2}^{h/2} \theta_{rT} z dz; \quad \chi_{\theta T} = \int_{-h/2}^{h/2} \theta_{\theta T} z dz.$$

Для второго варианта модели моменты имеют другую форму записи:

$$M_r = -P_{rr} \varphi_{,r} - P_{r\theta} \varphi / r - \chi_{rT} - J_r; \quad M_\theta = -P_{r\theta} \varphi_{,r} - P_{\theta\theta} \varphi / r - \chi_{\theta T} - J_\theta, \quad (14)$$

а поперечная сила определится из выражения (10).

Имея зависимости усилий от перемещений (12) – (14) и рассматривая их совместно с уравнениями равновесия (9), (10), приходим к двум вариантам систем разрешающих дифференциальных уравнений, описывающих в рамках принятых выше гипотез поперечный изгиб пластин средней толщины и тонких. Очевидно, что первый вариант модели имеет наиболее общий характер и подходит к определению НДС обеих конструкций, а второй – только для тонких, границу применимости которого предстоит установить расчетным способом. Первый вариант уравнений имеет вид:

$$\begin{aligned} u_{,rr} + u_{,r} / r - K_{\theta\theta} u / (K_{rr} r^2) &= I_{r,r} / K_{rr} + (I_r - I_\theta) / (K_{rr} r) + (\varepsilon_{rT} - \varepsilon_{\theta T}) / (K_{rr} r); \\ w_{,rr} + \psi_{\theta,r} + w_{,r} / r + \psi_\theta / r &= (-q + I_{rz} / r + I_{rz,r}) / K_{rz}; \\ \psi_{\theta,rr} + \psi_{\theta,r} / r - (P_{\theta\theta} / P_{rr} r^2 + K_{rz} / P_{rr}) \psi_\theta - K_{rz} w_{,r} / P_{rr} &= \end{aligned} \quad (15)$$

$$= (J_{r,r} - I_{rz}) / P_{rr} + (J_r - J_\theta) / P_{rr}r + (\chi_{rT} - \chi_{\theta T}) / P_{rr}r,$$

а второй –

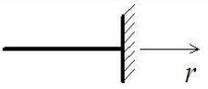
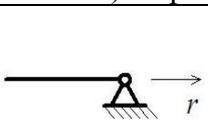
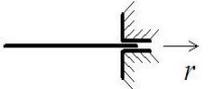
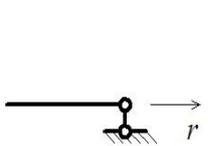
$$u_{,rr} + u_{,r}/r - K_{\theta\theta}u / (K_{rr}r^2) = I_{r,r}/K_{rr} + (I_r - I_\theta) / (K_{rr}r) + (\varepsilon_{rT} - \varepsilon_{\theta T}) / (K_{rr}r);$$

$$\varphi_{,rr} + \varphi_{,r}/r - P_{\theta\theta}\varphi / (P_{rr}r^2) = q \cdot (r^2 - a^2) / (2rP_{rr}) - (J_r - J_\theta) / (P_{rr}r) - J_{r,r}/P_{rr} - (\chi_{rT} - \chi_{\theta T}) / (P_{rr}r). \quad (16)$$

Для того чтобы механические части систем уравнений (15) и (16) были замкнуты, к ним необходимо добавить граничные условия, зависящие от условий опирания внутреннего и внешнего контуров пластин при $r = a$ и при $r = R$, которые представлены в табл. 1.

Таблица 1

Перечень граничных условий

а) жесткое защемление			
	Первый вариант модели	Второй вариант модели	(17)
	$\psi_\theta = 0; w = 0; u = 0.$	$\varphi = 0; w = 0; u = 0.$	
б) шарнирное закрепление			
	Первый вариант модели	Второй вариант модели	(18)
	$w = 0; u = 0;$ $M_r = 0 \Rightarrow \psi_{\theta,r} + P_{r\theta}\psi_\theta / P_{rr}r -$ $-\chi_{rT} / P_{rr} = J_r / P_{rr}.$	$w = 0; u = 0;$ $M_r = 0 \Rightarrow \varphi_{,r} + \varphi P_{r\theta} / (rP_{rr}) +$ $+\chi_{rT} / P_{rr} = -J_r / P_{rr}.$	
в) скользящая заделка №1			
	Первый вариант модели	Второй вариант модели	(19)
	$\psi_\theta = 0; w = 0;$ $N_r = 0 \Rightarrow u_{,r} + K_{r\theta}u / K_{rr}r -$ $-\varepsilon_{rT} / K_{rr} = I_r / K_{rr}.$	$\varphi = 0; w = 0;$ $N_r = 0 \Rightarrow u_{,r} + K_{r\theta}u / K_{rr}r -$ $-\varepsilon_{rT} / K_{rr} = I_r / K_{rr}.$	
г) скользящая заделка №2			
	Первый вариант модели	Второй вариант модели	(20)
	$\psi_\theta = 0; u = 0;$ $Q_r = 0 \Rightarrow K_{rz}(w_{,r} + \psi_\theta) = I_{rz}.$	$\varphi = 0; u = 0;$ $Q_r = 0 \Rightarrow P_{rr}(\varphi_{,rr} + \varphi_{,r}/r) -$ $-P_{\theta\theta}\varphi / r^2 = -(J_r - J_\theta) / r -$ $-J_{r,r} - (\chi_{rT} - \chi_{\theta T}) / r$	
д) свободное опирание			
	Первый вариант модели	Второй вариант модели	(21)
	$w = 0;$ $N_r = 0 \Rightarrow u_{,r} + K_{r\theta}u / K_{rr}r -$ $-\varepsilon_{rT} / K_{rr} = I_r / K_{rr};$ $M_r = 0 \Rightarrow \psi_{\theta,r} + P_{r\theta}\psi_\theta / P_{rr}r -$ $-\chi_{rT} / P_{rr} = J_r / P_{rr}.$	$w = 0;$ $N_r = 0 \Rightarrow u_{,r} + K_{r\theta}u / K_{rr}r -$ $-\varepsilon_{rT} / K_{rr} = I_r / K_{rr};$ $M_r = 0 \Rightarrow \varphi_{,r} + \varphi P_{r\theta} / (rP_{rr}) +$ $+\chi_{rT} / P_{rr} = -J_r / P_{rr}.$	

3. Температурная часть задачи

В первоначальный момент любая точка пластины имеет одинаковую температуру – T_0 . В дальнейшем, в процессе нагружения пластин, происходит их нагрев до стационарных температур на верхней поверхности T_1 , а нижней – T_2 , как показано на рис. 1. Перепад тем-

ператур между плоскостями пластин заметно изменяет распределение напряжений и деформаций в конструкции [28]. Как показано в работах [27 – 29], распределение температур устанавливается с учетом процесса теплопередачи через тело пластины и определяется в зависимости от физических параметров структурной ортотропии. Однако при рассмотрении варианта температурных изменений только по толщине пластины с установившейся разностью ΔT , являющейся функцией только одной координаты z , общее уравнение теплопроводности [27 – 29] сводится к простейшему варианту: $T_{,t} = a_3 T_{,33}$, где $a_3 = \lambda/c$ – параметр теплопроводности по оси z ; λ – коэффициент теплопроводности; c – удельная теплоемкость материала по объему; t – текущее время. Температурная часть исследований предполагает иметь начальные условия при $t = 0$, когда любая точка тела пластины имеет одинаковый температурный параметр T_0 . В конкретный момент времени $t = t_k$, благодаря линейному закону температурного распределения по толщине пластины, окончательно фиксируются T_1 и T_2 , которые поддерживаются неизменными при $T_1 > T_2$.

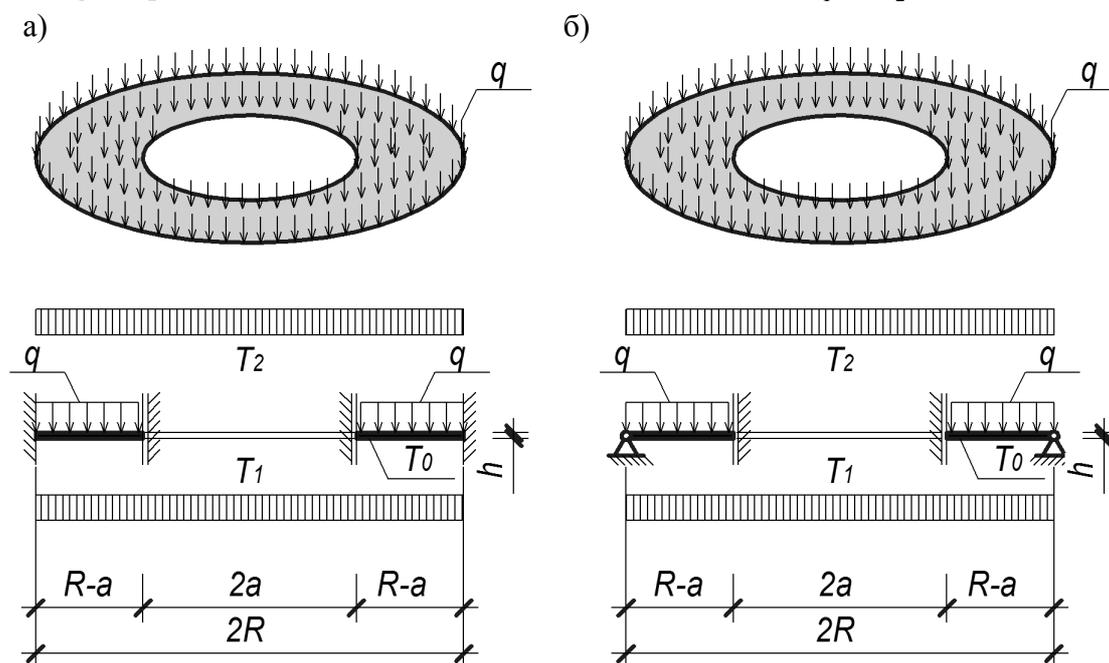


Рис. 1. Расчетная схема кольцевых пластин

Принимая во внимание значительные величины параметров теплопроводности для практически всех конструкционных материалов, можно утверждать, что для элементов пластин кинетические температурные процессы завершаются достаточно быстро, после чего устанавливается линейное равновесное распределение температур по их толщине [27 – 29]. Это дает возможность прийти к заключению о корректности разделения двух задач – механической и температурной – в момент достижения равновесного температурного перепада, при котором мгновенное значение температур в конкретной точке пластины с учетом перепада ΔT можно установить по линейному закону:

$$T(z) = (T_2 - T_1) z/h + (T_1 + T_2)/2 - T_0. \quad (22)$$

4. Полученные результаты расчета пластинок и их анализ

Рассмотрим напряженно-деформированное состояние кольцевых пластин, расчетные схемы которых приведены на рис. 1. Приняты пластины двух категорий: а) пластины средней толщины при $h = (1/8 \dots 1/5)r$; б) тонкие пластины при $h = (1/25 \dots 1/8)r$.

Принято, что пластины обладают структурной цилиндрической ортотропией, деформационные характеристики материала которых проявляют зависимость от вида напряженного состояния, то есть обладают деформационной анизотропией.

Закрепления пластин принимаются в двух вариантах: а) жесткое защемление по внешнему контуру (условия (17)), а по контуру отверстия – скользящая заделка (условия (20)) (рис. 1, а); б) шарнирное закрепление по внешнему контуру (условия (18)), а по контуру отверстия – скользящая заделка (условия (20)) (рис. 1, б).

Системы разрешающих уравнений изгиба пластин (12) – (14) сформулированы таким образом, что нелинейные компоненты сгруппированы в их правых частях. Такое представление предполагает применение метода «упругих решений» А.А. Ильюшина [13]. Ввиду специфической неоднородности дифференциальных уравнений (12) – (14) их решение предлагается проводить численно конечно-разностным методом [35]. Интегрирование функций по толщине пластин выполнялось также численно по правилам Симпсона. Итерационная процедура метода упругих решений ограничивалась после достижения разницы между последующими и предыдущими приближениями по максимальным напряжениям не более 0,1%, что достигается через 9 – 10 итераций. Решение получаемых систем алгебраических уравнений осуществлялось методом Гаусса. Все расчеты, выполненные на основе численных методов, проверялись на точность (погрешность не более 0,1% по напряжениям) и сходимость.

Рассматриваемая задача термоупругого поперечного изгиба кольцевых пластин выполнялась в момент времени t_k , когда установилось окончательное равновесное распределение температуры по толщине пластины. Габаритные размеры обеих категорий конструкций в плане принимались со следующими параметрами $R=1,0$ м; $a=0,5$ м, а толщина – $h=0,125$ м и $h=0,04$ м для пластин средней толщины и тонких, соответственно. Начальная температура по всему объему тела пластин принималась одинаковой $T_0=0$ °С, после завершения процесса теплопередачи и наступления равновесного стационарного распределения температуры по толщине пластин на верхней плоскости устанавливалась постоянная температура $T_2=10$ °С. Параметры температурного режима на нижней плоскости пластин и величины интенсивности распределенных поперечных нагрузок, прикладываемых к ним, приведены в табл. 2.

Таблица 2

Характеристики пластин

Характеристики	Пластины средней толщины		Тонкие пластины	
	Варианты опирания		Варианты опирания	
	условия (17), (20)	условия (18), (20)	условия (17), (20)	условия (18), (20)
$q, \text{МПа}$	5,0	1,5	0,6	0,15
T_1	+50 °С	+40 °С	+60 °С	+40 °С

В качестве материала для всех пластин принимался ортотропный стеклопластик [36], обладающий следующими физико-механическими характеристиками: а) модули упругости и сдвига $E_r^+ = 140$ ГПа, $E_r^- = 70$ ГПа; $E_\theta^+ = 280$ ГПа, $E_\theta^- = 140$ ГПа, $G_{rz} = 34, 45$ ГПа; б) коэффициенты поперечной деформации $\nu_{r\theta}^+ = 0,2$, $\nu_{r\theta}^- = 0,3$; в) параметры теплопроводности и линейного температурного расширения $a_3=0,444 \cdot 10^{-6}$ м²/сек, $\omega_r = 35 \cdot 10^{-7}$ С⁻¹, $\omega_\theta = 70 \cdot 10^{-7}$ С⁻¹ [2].

Ниже, на рис. 2–9, в графической интерпретации приведены характерные результаты расчетов пластин по первой модели с учетом поперечных сдвигов и двух вариантов опирания внешнего контура (см. рис. 1 и граничные условия (17), (18), (20)). При этом на рис. 2–5 представлены результаты расчета пластин средней толщины с жестко защемленным внешним контуром, а на рис. 6–9 – с шарнирно закрепленным. Результаты расчета тонких пластин

по второй модели здесь не приводятся, так как качественная картина распределения перемещений, напряжений и усилий подобна приведенным на рис. 2–9 для пластин средней толщины. Для удобства анализа на этих рисунках, характеризующих НДС конструкций, приняты следующие условные обозначения: **NeT** – результаты расчета на основе модели определяющих соотношений (4) с учетом возникающего перепада температур (задача нелинейной термоупругости); **Ne** – то же, но без учета перепада температур (задача нелинейной упругости); **KeT** – расчетные результаты задачи термоупругости, получаемые на основе обобщенного закона Гука для ортотропного материала с осредненными деформационными характеристиками (линейная задача классической термоупругости ортотропного тела); **Ke** – то же, но без учета возникающего температурного перепада (чисто механическая задача линейной упругости ортотропного тела). Величины, приведенные на рисунках, представлены в безразмерной форме.

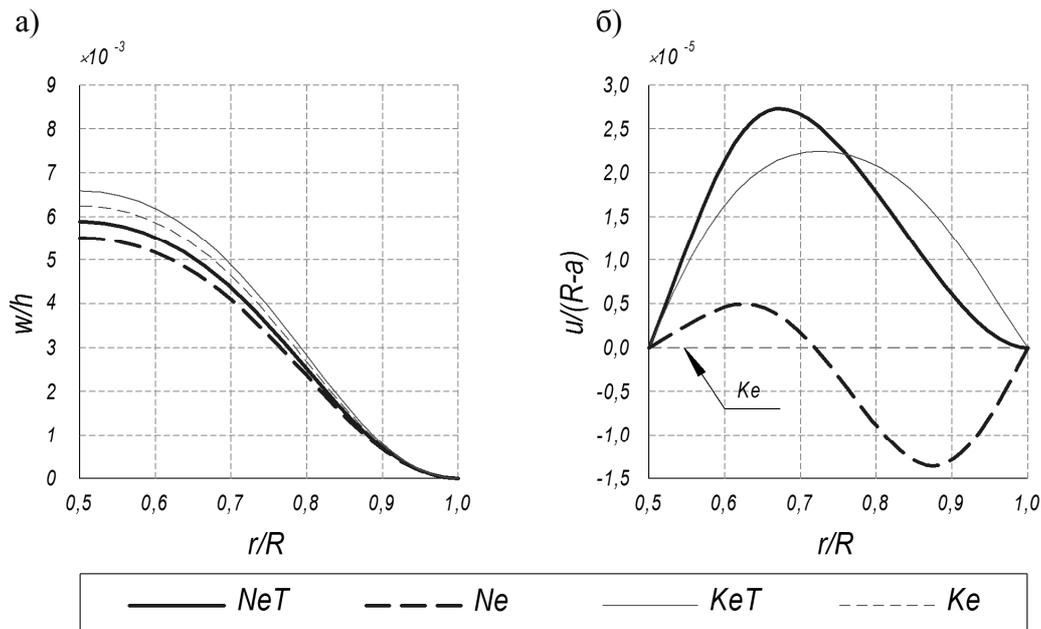


Рис. 2. Зависимость прогибов w (а) и горизонтальных перемещений u (б) срединной поверхности жестко защемленной внешним контуром пластины от радиальной координаты

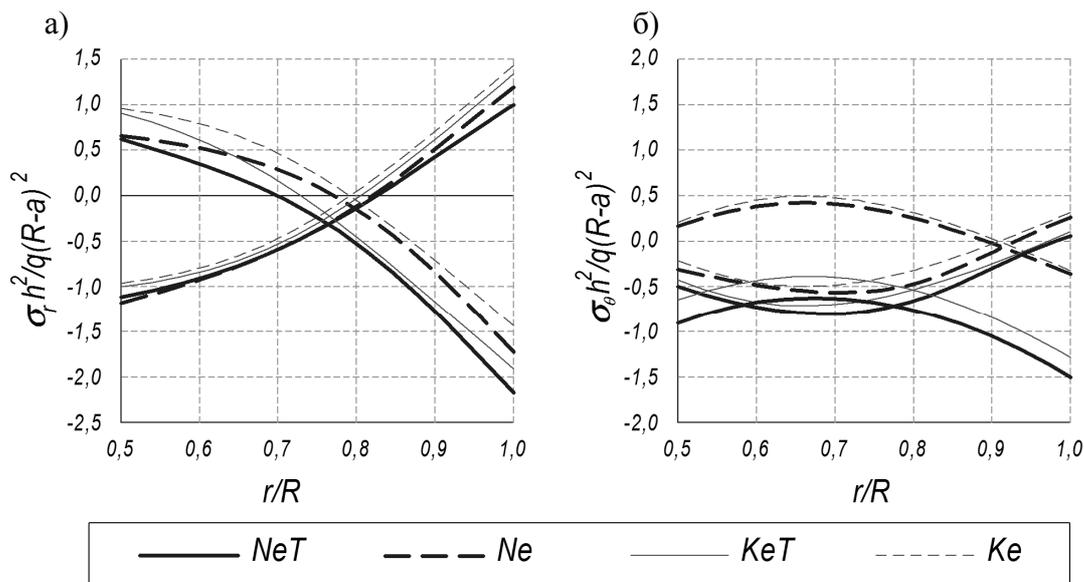


Рис. 3. Зависимость напряжений в крайних волокнах σ_r (а) и σ_θ (б) в жестко защемленной внешним контуром пластине от радиальной координаты

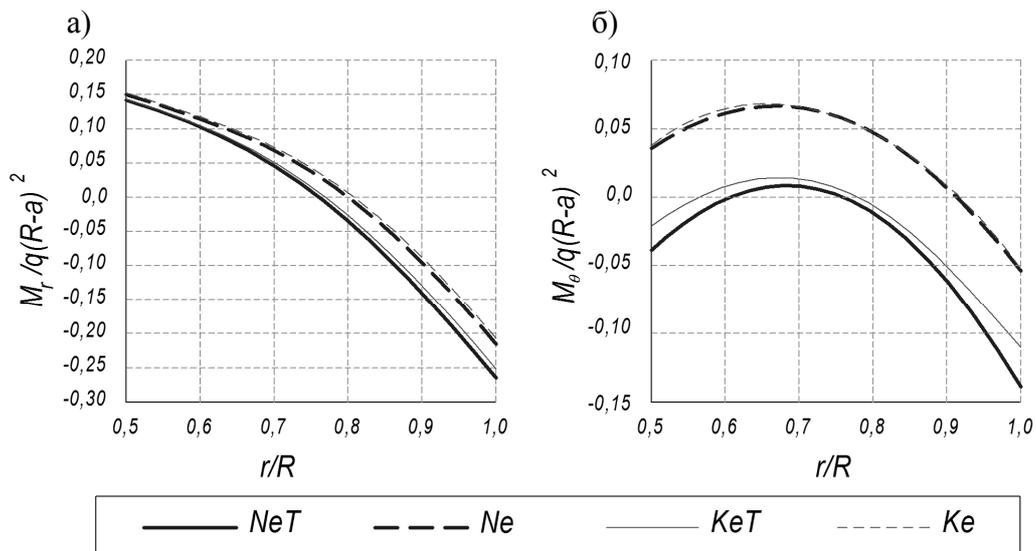


Рис. 4. Радиальное распределение изгибающих моментов M_r (а) и M_θ (б) в жестко защемленной внешним контуром пластине

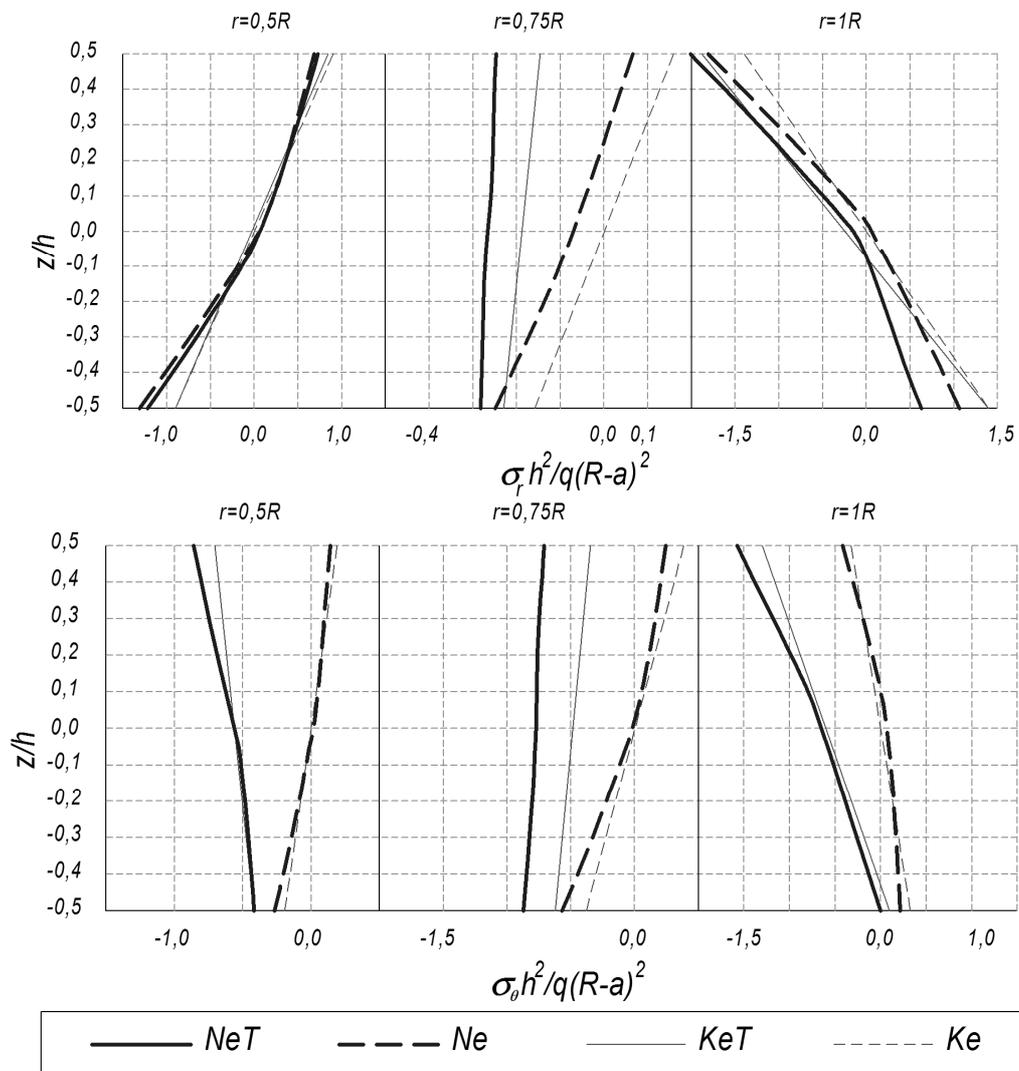


Рис. 5. Эпюры напряжений σ_r и σ_θ по толщине жестко защемленной внешним контуром пластины в характерных сечениях вдоль радиуса

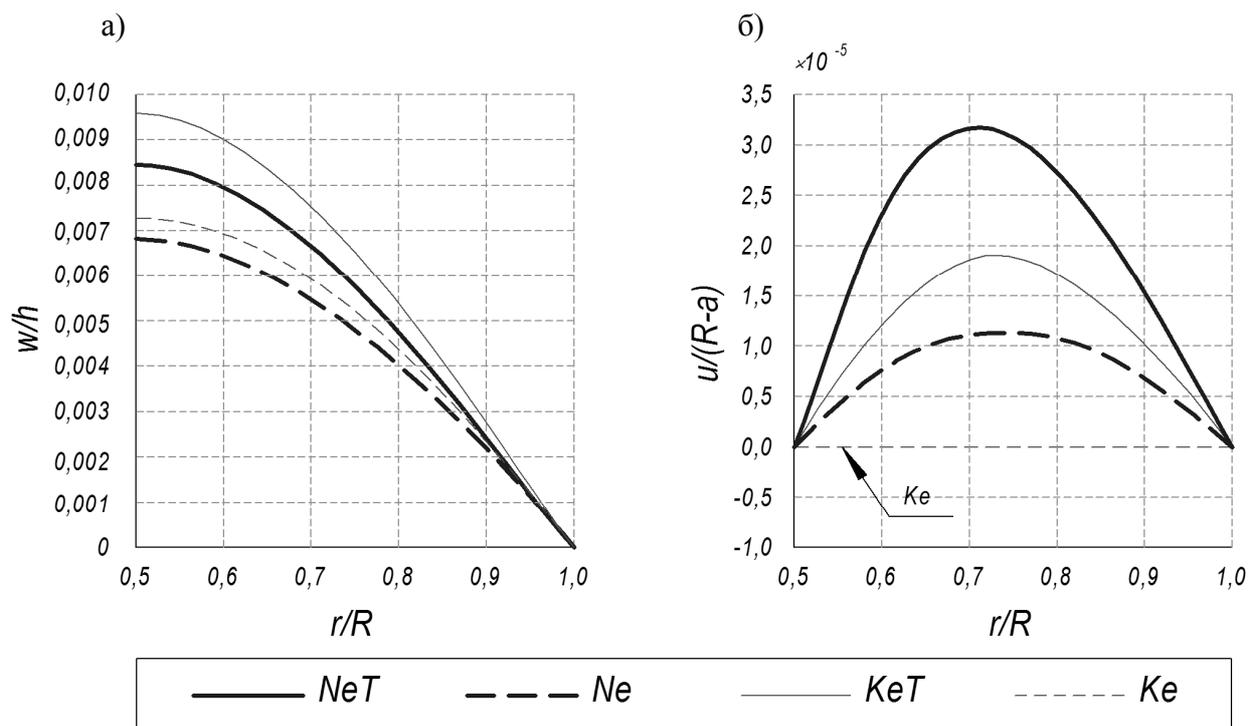


Рис. 6. Зависимость прогиба w (а) и горизонтальных перемещений u (б) срединной поверхности шарнирно закрепленной внешним контуром пластины от радиальной координаты

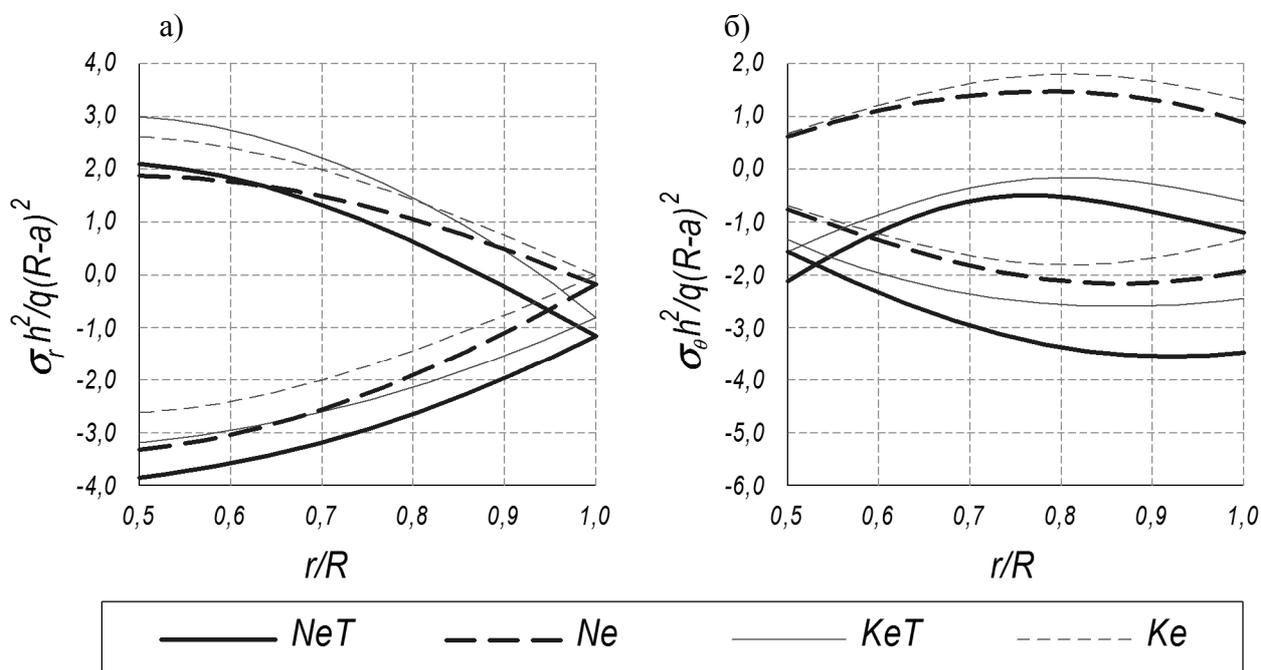


Рис. 7. Зависимость напряжений в крайних волокнах σ_r (а) и σ_θ (б) от радиальной координаты шарнирно закрепленной внешним контуром пластины

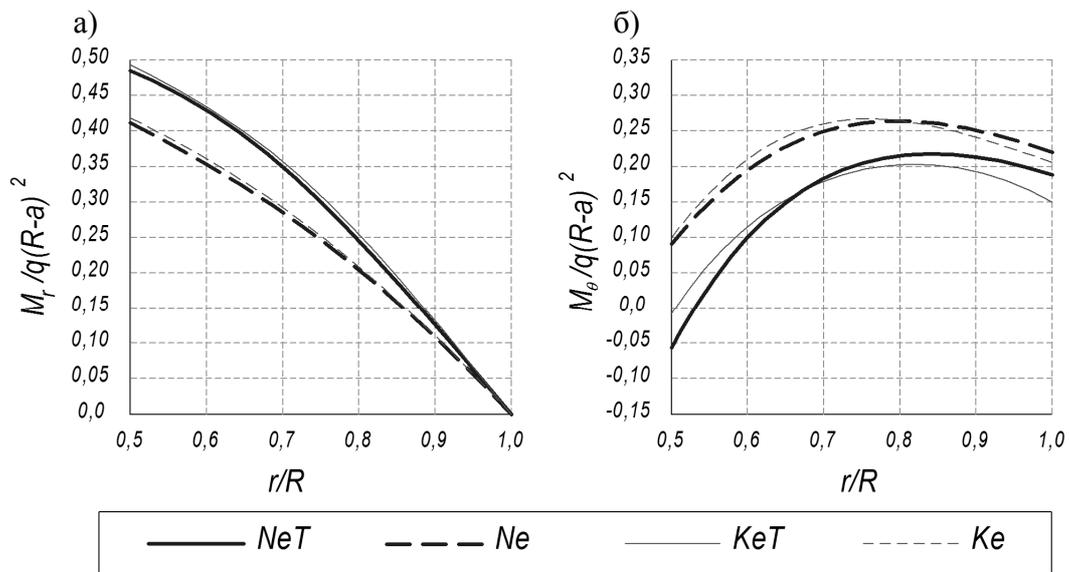


Рис. 8. Радиальное распределение изгибающих моментов M_r (а) и M_θ (б) в шарнирно закрепленной внешним контуром пластине

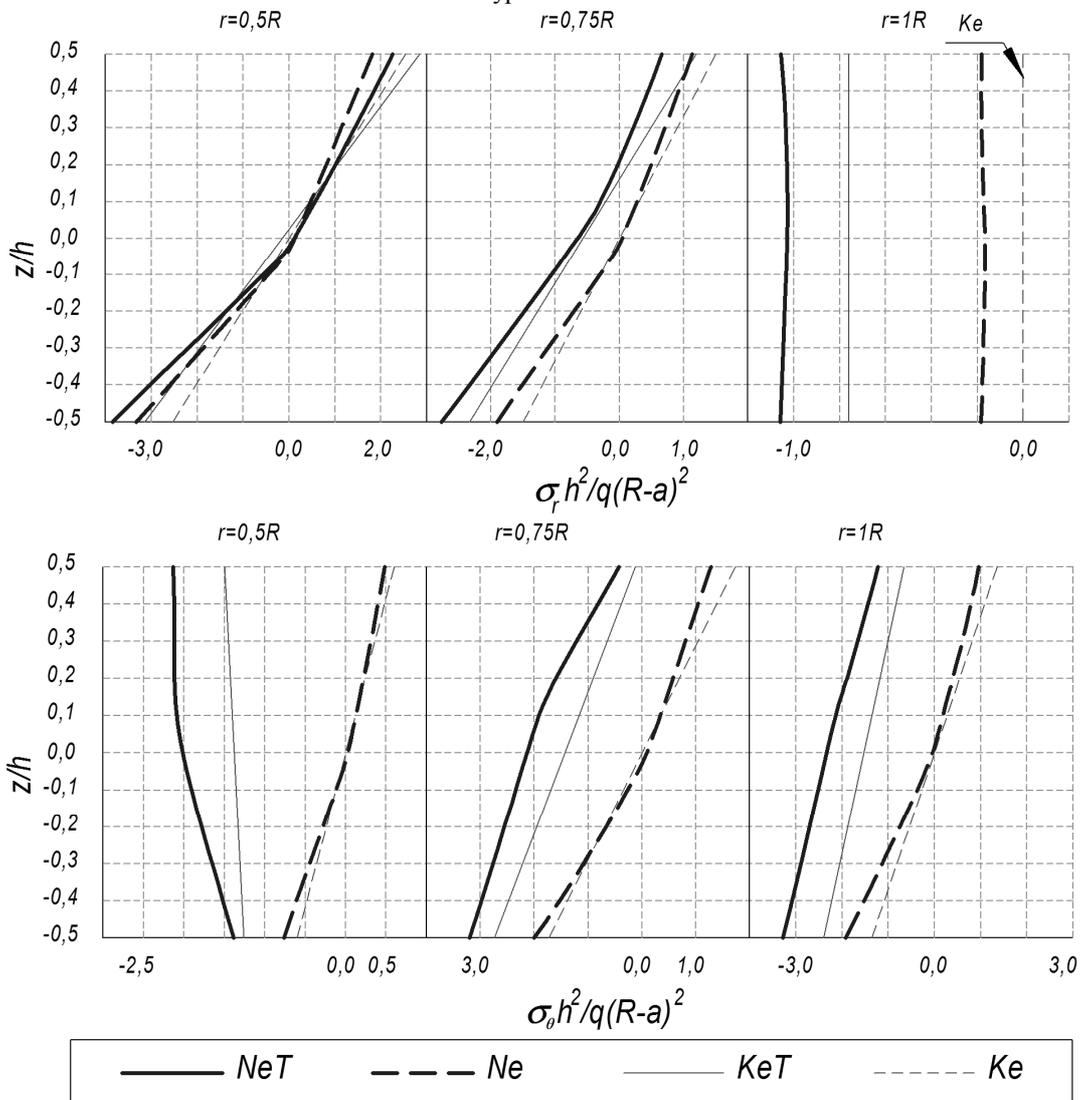


Рис. 9. Эпюры напряжений σ_r и σ_θ по толщине шарнирно закрепленной внешним контуром пластины в характерных сечениях вдоль радиуса

Для определения границ применимости теории тонких пластин (в рамках гипотез Кирхгофа) по отношению к модели пластин средней толщины (вариант Тимошенко), на рис. 10 представлены графики зависимости относительной погрешности вычисления максимальных прогибов в зависимости от соотношений толщин конструкции к радиусу ее внешнего контура. Сравнению подлежали расчеты пластин по второй модели (типа Кирхгофа, см. уравнения (16)) относительно результатов, полученных в рамках первой модели (типа Тимошенко, см. уравнения (15)). Сопоставление величин максимальных прогибов выбрано ввиду того, что они наиболее чувствительны к изменению толщины пластин, а приемлемая погрешность была принята не более 5%. Кроме того в процессе выполнения расчетов была проведена оценка влияния величины установившегося температурного перепада между плоскостями пластин на прогибы и максимальные нормальные напряжения, что продемонстрировано на рис. 11, 12.

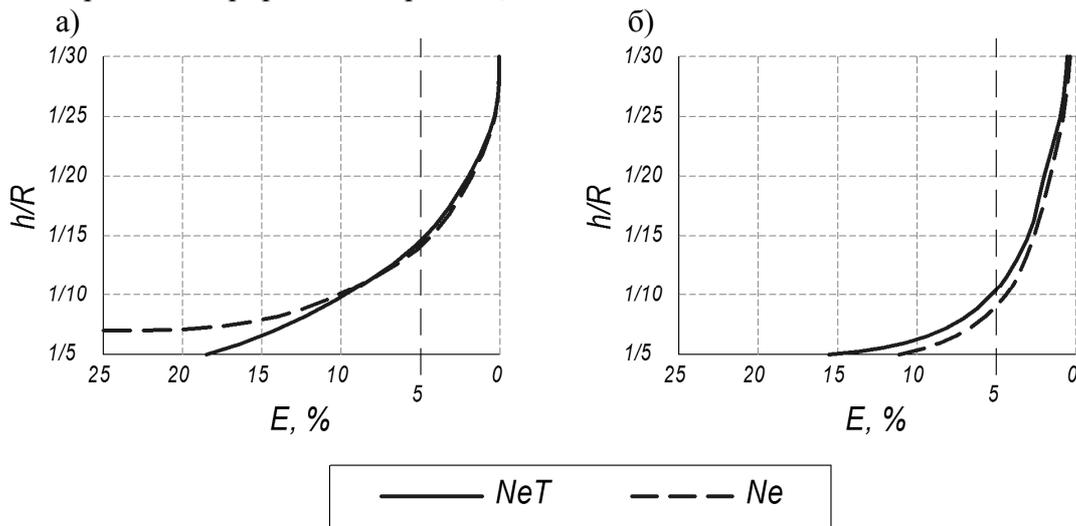


Рис. 10. Относительная погрешность E (%) вычисления прогибов с использованием гипотез Кирхгофа–Лява: а) для жестко защемленной по контуру пластины; б) для шарнирно закрепленной по контуру пластины

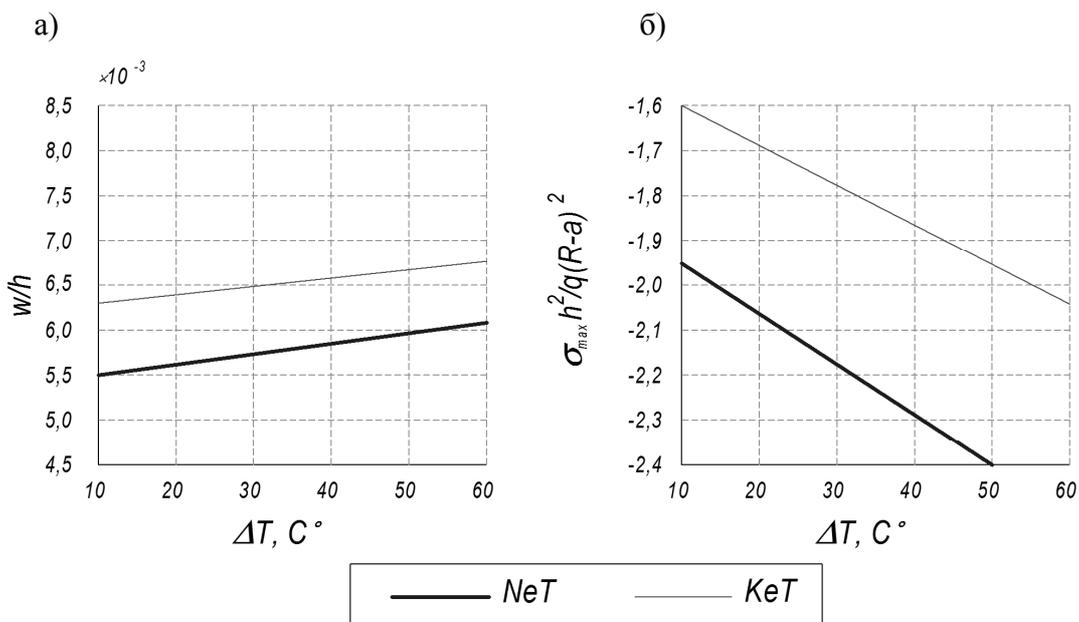


Рис. 11. Влияние установившихся перепадов температур ΔT между верхней и нижней плоскостями пластины с жестко защемленным контуром на максимальные прогибы w (а) и максимальные напряжения σ_{max}

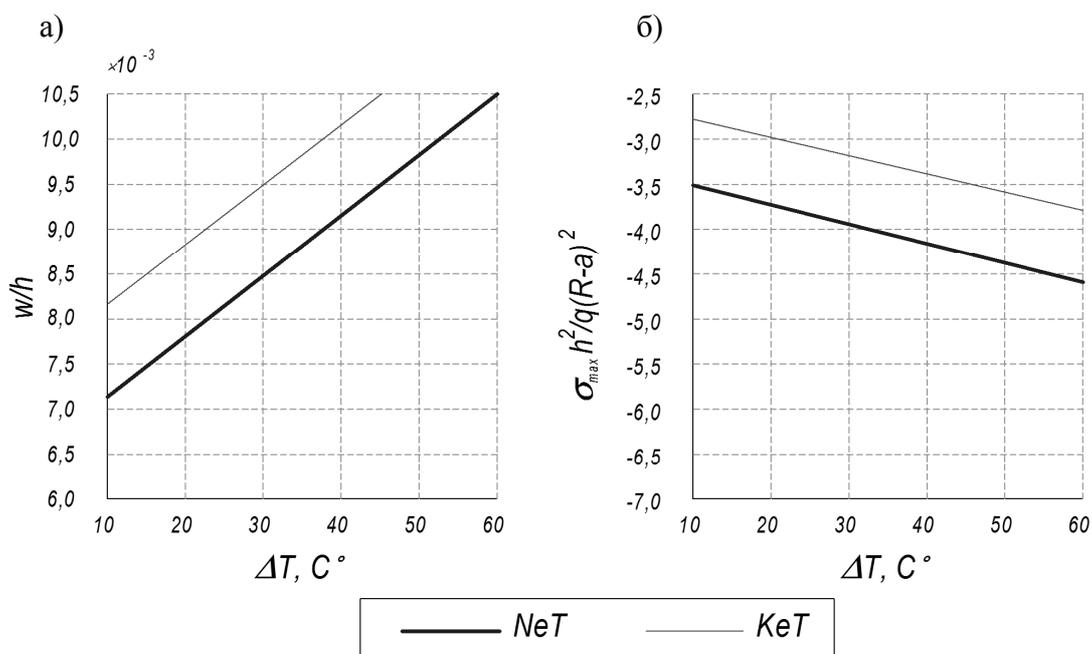


Рис. 12. Влияние установившихся перепадов температур ΔT между верхней и нижней плоскостями пластины с шарнирно закрепленным контуром на максимальные прогибы w (а) и максимальные напряжения σ_{\max}

Анализ функциональных зависимостей, приведенных на рис. 2 и 6, выявляет существенное влияние деформационной анизотропии и перепада температур на прогибы и горизонтальные перемещения срединной плоскости пластин. Так, для пластин средней толщины при назначенных условиях задачи расхождения в результатах расчета максимальных прогибов по различным теориям составляют: а) между Ne и NeT – 6% (при жестком защемлении внешнего контура) и 23% (при шарнирном закреплении внешнего контура); б) между Ke и KeT – 5% и 30%; в) между NeT и KeT – 13% и 15%; г) между Ne и Ke – 12% и 5%. Для модели тонких пластин различия в результатах расчета по тем же вариантам достаточно близки к оценкам, полученным для пластин средней толщины, а именно: а) 5% и 25%; б) 7% и 28%; в) 11% и 15%; г) 9% и 11%. При этом видно, что совместный учет перепадов температур и деформационной анизотропии свидетельствует о несколько больших погрешностях классической теории деформирования ортотропных пластин.

Влияние учета деформационной анизотропии материала конструкций на погрешность классических теорий изгиба ортотропных пластин более существенно сказывается в значениях максимальных напряжений и может достигать 28% и 45% (см. рис. 3, 5, 7, 9). При этом чувствительность материала к виду напряженного состояния приводит к нелинейному распределению напряжений по толщине пластин как с учетом поперечных сдвигов, так и рассчитанных с учетом гипотез Кирхгофа.

Значительно меньшее влияние деформационная анизотропия оказывает на величины изгибающих моментов для ортотропных пластин. Так погрешность пренебрежения свойствами разносопротивляемости материалов пластин для M_r и M_θ не превышает 1 – 5% (см. рис. 4, 8). Наряду с этим наличие температурных перепадов существенно меняет величины изгибающих моментов, так, для принятых условий эти изменения могут достигать 25% (см. рис. 4, 8).

Анализ погрешностей расчетов пластин с использованием геометрических гипотез Кирхгофа, приведенных на рис. 10, показывает, что приемлемая их величина при термоупругом деформировании конструкций с учетом анизотропии двух видов, может изменить традиционные границы применения теории тонких пластин. В частности, для жестко защемлен-

ных по внешнему контуру пластин гипотезы Кирхгофа-Лява допустимо применять при $h/R < 1/14 \dots 1/15$. При шарнирно опертых контурах интервал применимости гипотез Кирхгофа-Лява несколько расширяется, приближаясь к классическим ограничениям порядка $h/R < 1/11 \dots 1/8$. Кроме того, при наличии температурных перепадов дополнительно сужают диапазон применения теории тонких пластин еще больше уменьшая отношения h/R , чем для задач без учета температуры.

Рис. 11, 12 показывают, что с увеличением перепада температур прогибы пластин и абсолютные величины максимальных напряжений возрастают. Здесь следует отметить, что величина температурных перепадов более существенно проявляется в варианте модели *NeT*, нежели в варианте *KeT*. Рост температурного перепада на 10 °С увеличивает прогибы на 8-9%, а максимальные напряжения на 5-8%.

Выводы

Анализируя результаты расчетов ортотропных кольцевых пластин, выполненных из материалов, обладающих деформационной анизотропией, следует подчеркнуть, что учет их специфических свойств и температурных воздействий позволяет выявить ряд особенностей их напряженно-деформированного состояния, заключающихся в отдельных несоответствиях традиционным теориям. В частности установлены нелинейное распределение напряжений по толщине пластин и значительные различия в их максимальных величинах, по сравнению с данными классических теорий, а также в величинах прогибов. Кроме того, обнаружено наличие переменных границ отношения h/R , при которых возможно применение технической теории тонких пластин. В связи с чем для конкретных конструкций и материалов, из которых они изготовлены, рекомендуется выполнять предварительные расчеты для установления класса пластин (тонкие или средней толщины).

Библиографический список

1. Розе А.В., Жигулин И.Г., Душин М.Н. Трехармированные тканые материалы // Механика полимеров. – 1970. – № 3. – С. 471–476.
2. Каргин В.А. Энциклопедия полимеров. – М.: Советская энциклопедия, 1977. – Т. 3. – 1152 с.
3. О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчет / Е.В. Амелина и др. // ИВТ СО РАН: Вычислительные технологии. – 2015. – Т. 20. – №5. – С. 27–52.
4. Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов / Р.А. Каюмов, С.А. Луканкин, В.Н. Паймушин, С.А. Холмогоров // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157. – Кн. 4. – С. 112–132.
5. Калинин Ю.А., Боровикова С.М. Исследование физико-механических свойств хаотически наполненных стеклопластиков // Механика полимеров. – 1971. – №3. – С. 411–415.
6. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L.N. Shafigullin, A.A. Bobrishev, V.T. Erofeev, A.A. Treshchev, A.N. Shafigullina // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10. – № 23. – P. 43758–43762.
7. Sulfur composite technology from oil refinery waste / A.A. Ysupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, L.N. Shafigullin, A.V. Lakhno, A.A. Bobrishev // International Journal of Applied Engineering Research. – 2016. – Vol. 11. – Issue 5. – № 1. – P. 3057–3061.

8. Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications / A.A. Yusupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, A.A. Bobrishev, L.N. Shafigullin, G.R. Shayakhmetova // *Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences*. – 2016. – RJPBCS 7(4). – P. 1411–1419.
9. Hart P.E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young's modulus of graphite // *Carbon*. – 1972. – Vol. 10. – P. 233–236.
10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // *Journal of Thermal Stresses*. – 1981. – Vol. 4. – № 2. – P. 155–177.
11. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials / J.N. Reddy, C.W. Bert, Y.S. Hsu, V.C. Reddy // *Journal Mach. eng. sci.* – 1980. – Vol. 22. – № 6. – P. 297–304.
12. Спасская М.В., Трещев А.А. Термомеханическая задача для полой сферической оболочки из материала с усложненными свойствами // *Строительная механика и расчет сооружений*. – 2018. – № 5. – С. 58 – 65.
13. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.
14. Амбарцумян С.А. Основные уравнения и соотношения разномодульной теории упругости анизотропного тела // *Изв. АН СССР. МТТ*. – 1969. – №3. – С. 51–61.
15. Tabaddor F. Two-Dimensional Bi-Linear Orthotropic Elastic Materials // *Journal of Composite Materials*. – 1969. – Vol. 3. – P. 725–727.
16. Мкртчян Р.Е. Закон упругости для слоистого материала, разносопротивляющегося деформациям растяжения и сжатия // *Механика полимеров*. – 1978. – № 2. – С. 199–203.
17. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials // *AIAA Journal*. – 1980. – Vol. 18. – № 8. – P. 995–1001.
18. Bert C.W. Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // *AIAA Journal*. – 1981. – Vol. 19. – № 10. – P. 1342–1349.
19. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of Thick Beams of Multimodular Materials // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. – 1984. – Vol. 20. – P. 479–503.
20. Ломакин Е.В. Соотношения теории упругости для анизотропного тела, деформационные характеристики которых зависят от вида напряженного состояния // *Изв. АН СССР. МТТ*. – 1983. – №3. – С. 63–69.
21. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite Element Analysis of Laminated Anisotropic Beams of Bimodulus Materials // *Computers and Structures*. – 1984. – Vol. 18. – № 5. – P. 779–787.
22. Золочевский А.А. Напряженно-деформированное состояние в анизотропных оболочках из разномодульных композитных материалов // *Механика композитных материалов*. – 1986. – №1. – С. 166–168.
23. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. – М.- Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. – 326 с.
24. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности разносопротивляющихся материалов. – Тула: ТулГУ, 2020. – 359 с.
25. Описание деформирования ортотропных разносопротивляющихся материалов / А.А. Трещев, Ю.А. Монастырев, В.Д. Чибрикина, Ю.А. Завьялова, М.А. Лапшина // *Строительная механика и конструкции*. – 2019. – №1 (20). – С. 7 – 13.

26. Defining equations of deformation of materials with double anisotropy / A.A. Treshchev, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina, A.E. Gvozdev, O.V. Kuzovleva, E.S. Krupitsyn // *Chebyshevskii sbornik*. – 2021. – Vol. 22. – № 4. – P. 369 – 383.
27. Трещев А.А., Делягин М.Ю. Моделирование оболочки из изотропного разносопротивляющегося графита с помощью объемных конечных элементов с учетом связанности напряжений и температур // *Materials Physics and Mechanics*. – 2013. – Vol. 17. – № 1. – P. 59 – 70.
28. Коваленко А.Д. Термоупругость. – Киев: Вищ. шк., 1975. – 216 с.
29. Treshchev A.A., Lapshina M.A., Zavyalova Yu.A. Thermomechanical deformation of the orthotropic shell taking into account the deformation anisotropy // *E3S Web Conf.*, 2nd International Scientific Conference on Socio-Technical Construction and Civil Engineering (STCCE – 2021). – 2021. – Vol. 274. – P. 1 – 9.
30. Трещев А.А., Кузнецова В.О. Воздействие коррозионной водородосодержащей среды и анализ напряжённого состояния круговой оболочки цилиндрической формы из титанового сплава // *Химия, физика и механика материалов*. – 2020. – №4(27). – С. 79–93.
31. Батов П.А., Батырев К.Г., Матченко Н.М. Применение модифицированного пространства для расчета ортотропных пластин с использованием ANSYS и аналитических методов // *Сборник материалов 2-го Российско-Украинского симпозиума*. – Пенза: ПГУАС, 2002. – С. 165–167.
32. Батырев К.Г. Осесимметричная задача изгиба трансверсально изотропной пластины под действием поперечной нагрузки // *Известия Тульского государственного университета. Серия: Технология, механика и долговечность строительных материалов, конструкций и сооружений*. – Тула: ТулГУ, 2001. – Вып. 2. – С. 10 – 18.
33. Пикуль В.В. Механика оболочек. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – 536 с.
34. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
35. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1977. – 160 с.
36. Jones, R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression // *AIAA Journal*. – 1977. – Vol. 15. – № 1. – P. 16 – 25.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Тульской области для выполнения работ в сфере науки и техники, договор №ДС/284.

References

1. Rose A.V., Zhigulin I.G., Dushin M.N. Trekharmónica fabrics // *Mechanics of polymers*. 1970. No. 3. Pp. 471–476.
2. Kargin V.A. Encyclopedia of polymer. M.: Sovetskaya Entsiklopediya, 1977. Vol. 3. 1152 p.
3. On nonlinear deformation of carbon fiber plastics: experiment, model, calculation / E.V.Amelina [et al.] // *IVT SB RAS: Computational Technologies*. 2015. Vol. 20. No. 5. Pp. 27–52.
4. Kayumov R.A., Lukanin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Identification of mechanical characteristics of fiber-reinforced composites // *Scientific notes of the Kazan University. Physical and mathematical sciences*. 2015. Vol. 157. Book 4. Pp. 112–132.
5. Kalinka Yu.A., Borovikova S.M. Investigation of the physical and mechanical properties of chaotically filled fiberglass // *Mechanics of polymers*. 1971. No. 3. Pp. 411–415.
6. Shafigullin L.N., Bobrishev A.A., Erofeev V.T., Treshchev A.A., Shafigullina A.N. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehi-

- cle parts // International Journal of Applied Engineering Research. 2015. Vol. 10. No. 23. Pp. 43758–43762.
7. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Shafigullin L.N., Lakhno A.V., Bobrishev A.A. Sulfur composite technology from oil refinery waste // International Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11. Issue 5. No. 1. Pp. 3057–3061.
 8. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Bobrishev A.A., Shafigullin L.N., Shakhmetova G.R. Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications // Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. 2016. July-August. RJPBCS 7(4). Pp. 1411–1419.
 9. Hart P.E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young's modulus of graphite // Carbon. 1972. Vol. 10. Pp. 233–236.
 10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // Journal of Thermal Stresses. Apr. 1981. Vol. 4. No. 2. Pp. 155–177.
 11. Reddy J.N., Bert C.W., Hsu Y.S., Reddy V.C. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials // Journal Mach. eng. sci. 1980. Vol. 22. No. 6. Pp. 297–304.
 12. Spasskaya M.V., Treshchev A.A. Thermo-mechanical problem for a hollow spherical shell of material with complicated properties // Structural mechanics and calculation of structures. – M.: JSC research center of CONSTRUCTION", Tsniisk im. V. A. Kucherenko. – 2018. – No. 5. – Pp. 58 – 65.
 13. Ilyushin, A.A. Plasticity. M.: Izd-vo AS USSR, 1963. – 271 p.
 14. Ambartsumyan S.A. Basic equations and relations of the multi-module theory of elasticity of an anisotropic body // Izv. AS USSR. MSB. 1969. No. 3. Pp. 51–61.
 15. Tabaddor F. Two-Dimensional Bi-Linear Orthotropic Elastic Materials // Journal of Composite Materials. 1969. Vol. 3. Oct. Pp. 725–727.
 16. Mkrtchyan R.E. The law of elasticity for a layered material that is highly resistant to tensile and compression deformations // Mechanics of polymers. 1978. No. 2. Pp. 199–203.
 17. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials // AIAA Journal. 1980. Vol. 18. No. 8. Pp. 995–1001.
 18. Bert C.W., Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // AIAA Journal. 1981. Vol. 19. №10. Pp. 1342–1349.
 19. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of Thick Beams of Multimodular Materials // International Journal for Numerical Methods in Engineering. 1984. Vol. 20. Pp. 479–503.
 20. Lomakin E.V. Relations of the theory of elasticity for an anisotropic body, the deformation characteristics of which depend on the type of stress state // Izv. AS USSR. MSB. 1983. No. 3. Pp. 63–69.
 21. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite Element Analysis of Laminated Anisotropic Beams of Bimodulus Materials // Computers and Structures. 1984. Vol. 18. No. 5. P. 779–787.
 22. Zolochovsky A.A. Stress-strain state in anisotropic shells made of different-modulus composite materials // Mechanics of composite materials. 1986. No. 1. Pp. 166–168.
 23. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of materials with initial and induced sensitivity to the type of stress state. Defining relations. M.; Tula: RAACN; TulSU, 2016. 326 p.
 24. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of different resistant materials. Tula: TulSU, 2020. 359 p.
 25. Description of deformation of orthotropic different resistive materials / A.A. Treshchev, Yu.A. Monastyr'ev, V.D. Chibrikina, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina // Construction mechanics and structures. Voronezh: VSTU. 2019. No. 1(20). Pp. 7 – 13.

26. Defining equations of deformation of materials with double anisotropy / A.A. Treshchev, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina, A.E. Gvozdev, O.V. Kuzovleva, E.S. Krupitsyn // *Chebyshevskii sbornik*. 2021. Vol. 22. No. 4. Pp. 369 – 383.
27. Treshchev A.A., Delyagin M.Y. Modeling of the shell of isotropic graphite raznonapravleno by the three-dimensional finite elements, taking into account the connectedness of the stresses and of temperatures // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Vol. 17. No. 1. Pp. 59 – 70.
28. Kovalenko A.D. *Thermoelasticity*. Kiev: Vishcha. school, 1975. 216 p.
29. Treshchev A.A., Lapshina M.A., Zavyalova Yu.A. Thermomechanical deformation of the orthotropic shell taking into account the deformation anisotropy // *E3S Web Conf. Volume 274, 2021. 2nd International Scientific Conference on Socio-Technical Construction and Civil Engineering (STCCE – 2021)*. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202127403026>. Pp. 1 – 9.
30. Treshchev A.A., Kuznetsova V.O. The impact of a corrosive hydrogen-containing medium and the analysis of the stress state of a cylindrical circular shell made of titanium alloy // *Chemistry, physics and mechanics of materials. Voronezh: VSTU*. 2020. No.4(27). pp. 79 – 93.
31. Batov P.A., Batyrev K.G., Matchenko N.M. Application of modified space for calculation of orthotropic plates using ANSYS and analytical methods // *Collection of materials of the 2nd Russian-Ukrainian Symposium*. Penza: PGUAS. 2002. Pp. 165–167.
32. Batyrev K.G. Axisymmetric problem of bending a transversally isotropic plate under the action of a transverse load // *Izvestiya Tula State University. Series: Technology, mechanics and durability of building materials, structures and structures*. Tula: TulSU. 2001. Issue. 2. Pp. 10 – 18.
33. Pikul V.V. *Mechanics of shells*. Vladivostok: Dalnauka, 2009. 536 p.
34. Ambartsumyan S.A. *General theory of anisotropic shells*. M.: Nauka, 1974. 446 p.
35. Varvak P.M., Varvak L.P. *Method of grids in problems of calculation of building structures*. M.: Stroyizdat, 1977. 160 p.
36. Jones, R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression // *AIAA Journal*, 1977. Vol. 15. No. 1. Pp. 16 – 25.

**BENDING OF ORTHOTROPIC PLATES OF MEDIUM THICKNESS TAKING
INTO ACCOUNT DEPENDENCES OF MATERIAL PARAMETERS
ON THE TYPE OF STRESS STATE**

A. A. Treschev¹, Yu. A. Zavyalova², M. A. Lapshina³

Tula State University^{1,2,3}

Russia, Tula

¹ Corresponding member of RAACN, Dr. of Technical Sciences, Professor, head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel. +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

² Postgraduate student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel. +7(950)-900-80-83, e-mail: zavyalova_yuliya95@mail.ru

³ Postgraduate student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel. +7(905)-625-41-02, e-mail: mary51296@yandex.ru

An annular plate belonging to the class of medium-thickness spatial structures for which the simplest Kirchhoff-Love hypotheses lead to serious errors is analyzed. These elements are often used by designers and designers of various industries, including construction, for special-purpose facilities and apparatuses. Special attention is paid to

such plates in the case of their construction on the basis of orthotropic structures, the materials of which exhibit induced deformation anisotropy. In the present work, the features of the influence of the initial material orthotropy on the stress-strain state of the annular plate are investigated with the simultaneous manifestation of induced anisotropy of a deformational nature in the case of its thermal force loading, which is usually characterized as the influence of the type of stressed or deformed states on the mechanical properties of deformable bodies. The load is applied to the upper plane of the ring as a uniform pressure, which reduces the mathematical model to an axisymmetric variant. Of the physical effects on the deformable structure, only the change in the temperature parameters of the operating environment in contact with the planes of the plate is taken into account. At the same time, a variant of a steady temperature drop in the thickness of the plate is considered, when the process of temperature change in the material of the structure has stopped, and the external thermal parameters remain unchanged. This circumstance made it possible to reduce the formulation of the problem to an unrelated version of thermo-mechanics with its division into two independent ones – mechanical and temperature.

Generally accepted models of thermo-mechanics of deformable bodies give a distant idea of the stress-strain states of spatial structures, the materials of which have two types of anisotropy (initial and acquired in the process of deformation). At the same time, the well-known equations of state, specially developed for the calculation of structures made of such materials, have certain disadvantages and contradictory limitations. In the presented article, the author's version of the application of normalized vector and tensor spaces is used for the computational model, on the basis of which the equations of state for orthotropic materials exhibiting deformation anisotropy were previously formulated. Using the accepted model, a complex of numerical calculations of the parameters of the stress-strain state of transversely loaded plates operated in a temperature field was carried out. On the basis of the calculations carried out, the analysis of individual results of the manifestation of specific properties of the twofold anisotropy of the construction material is carried out and general recommendations are proposed.

Keywords: annular plate, structural orthotropy, deformation anisotropy, temperature gradient, unrelated problem statement, normalized stress tensor.

ТРЕЩИНА СДВИГА ПРИ ПЛОСКОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ НАЧАЛЬНО ИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНКИ ИЗ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА С УЧЕТОМ НАВЕДЕННОЙ ДЕФОРМАЦИОННОЙ АНИЗОТРОПИИ

В. Г. Теличко

Тульский государственный университет

Россия, г. Тула

Канд. техн. наук, доцент кафедры строительства, строительных материалов и конструкций,
тел.: +7(952) 019-84-65, e-mail: katranv@yandex.ru

Окончательное разрушение твердого тела происходит путем распространения трещины, хотя в начальном состоянии без дефектов имеется, как правило, стадия деформирования, которая приводит к образованию дефектов, накоплению их и образованию макротрещины. Около конца трещины существует область, в которой происходят процессы ее образования и продвижения. В связи с этим значительный интерес для механики разрушения конструкций и их элементов представляет решение задач о распределении напряжений и деформаций около конца трещины при наличии дефектов материала в этой области, что позволяет, очевидно, получить дополнительную информацию о разрушении твердых тел и способствует исследованию механизмов разрушения для различных материалов, в том числе разномодульных и разносопротивляющихся. В качестве модельного материала в данной статье использован бетон, чье поведение описывается в рамках подхода, связанного с нормированными пространствами напряжений, как для начально изотропного разносопротивляющегося материала, чьи свойства существенно зависят от вида напряженного состояния. Рассмотрено решение модельной задачи о плоском напряженном состоянии тонкой пластинки из изотропного разносопротивляющегося материала с повреждением в форме трещины поперечного сдвига. Получены разрешающие уравнения, решение которых строится в рамках метода малого параметра. Приводятся эпюры напряжений вблизи конца трещины для двух вариантов расчета.

Ключевые слова: повреждаемость, трещина, трещина поперечного сдвига, бетон, метод малого параметра, дефекты, изотропный материал, разносопротивляемость.

Введение. Теория деформирования материалов с усложненными свойствами относительно молодая ветвь механики деформируемого твердого тела. Ее становление можно отнести к середине шестидесятых годов прошлого столетия. За прошедший период времени был предложен и рассмотрен весьма широкий спектр различных моделей учета свойств для разносопротивляющихся и дилатирующих материалов. И хотя за указанный период интенсивного развития механики материалов, учитывающей чувствительность их механических характеристик к виду напряженного состояния, было предложено достаточно большое количество работоспособных определяющих соотношений разносопротивляющихся сред, базирующихся на различных технических гипотезах и теоретических предпосылках, оказалось, что физическая природа этого явления недостаточно исследована, а существующие теории далеко не всегда отражают реальное механическое поведение материалов [1 – 5].

Одной из возможных причин зависимости деформационных характеристик материалов от вида напряженного состояния могут быть дефекты типа пор и трещин. Это означает, что в начально бездефектном материале имеется стадия деформирования, которая приводит

к образованию дефектов, их накоплению, слиянию и может приводить к образованию макроскопической трещины [6 – 8].

В данной статье, на основе полученной в работах Н.М. Матченко и А.А. Трещева формы потенциала деформаций для нелинейных изотропных материалов, сформулированы уравнения состояния разносопротивляющихся материалов для плоского напряженного состояния [1, 2]. С использованием указанных определяющих соотношений для изотропных разносопротивляющихся материалов, чувствительных к виду напряженного состояния, полученных в рамках подхода, связанного с нормированными пространствами напряжений, а также методики исследования трещинообразования для материалов, чьи свойства зависят от вида напряжённого состояния, предложенной в работах А.В. Березина [9], получено разрешающее дифференциальное уравнение, описывающее плоское напряженное состояние тонкой пластинки с учетом повреждаемости в форме трещины поперечного сдвига.

Решение данного класса задач представляет собой значительный интерес для механики разрушения, так как позволяет исследовать процессы, протекающие около конца трещины при наличии повреждений в этой области, что позволяет, очевидно, получить дополнительную информацию о форме разрушения твердого тела и способствует исследованию механизмов разрушения для разносопротивляющихся материалов чувствительных к виду напряженного состояния.

Таким образом, можно заключить, что задача об исследовании плоского напряженного состояния полубесконечной тонкой пластины из разносопротивляющегося материала, чувствительного к виду напряженного состояния, с учетом повреждаемости в форме трещины сдвига (поперечного сдвига) является актуальной и важной задачей современной механики.

Постановка задачи. В представленной работе рассматривается задача об осесимметричном напряженно-деформированном состоянии тонкой пластинки шириной b и бесконечной длины с учетом наличия трещины поперечного сдвига со свободными от усилий берегами [9]. В качестве граничных условий задавались значения функции и ее производных в зависимости от полярного угла θ раскрытия трещины, как показано ниже. В работе проводится сравнение результатов расчета по предложенной модели с результатами расчета на основе физических соотношений, принятых в классической теории (без учета разносопротивляемости). Проведен анализ учета влияния свойств разносопротивляемости материалов и наличия повреждаемости (в виде трещины сдвига) на напряженно-деформированное состояние тонкой пластинки, находящейся в плоском напряженном состоянии.

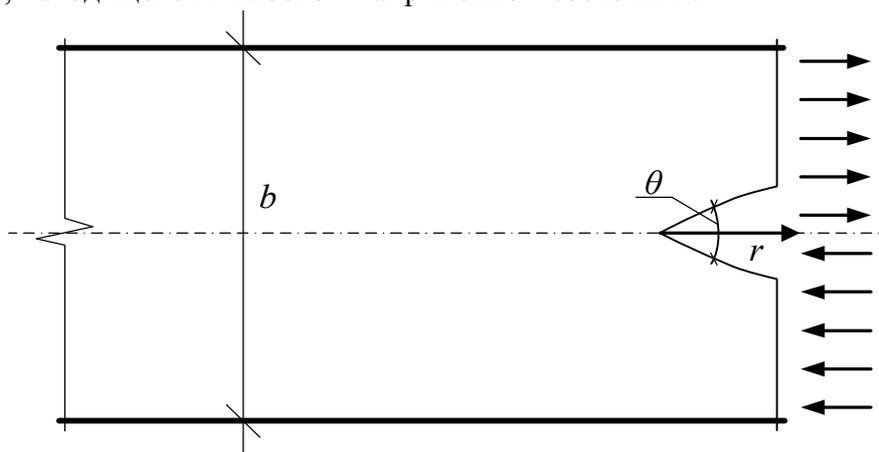


Рис. 1. Схема модельной задачи пластины в плоском напряженном состоянии

Здесь (см. рис. 1) r – расстояние от конца трещины. Ввиду симметрии геометрии задачи для ее решения удобно воспользоваться полярной системой координат с центром в конце трещины. Пластинка считается ограниченной по торцам абсолютно жесткими и гладкими

плоскостями. В качестве материала для решения модельной задачи принят бетон с пределом прочности на сжатие $R^- = 28,4$ МПа [1].

Для решения поставленной задачи, имеем следующие граничные условия: при $\theta = 0$, $f(\theta = 0) = f''(\theta = 0) = 0$, $f'(\theta = 0) = 1$; при $\theta = \pi$, $f(\theta = \pi) = f'(\theta = \pi) = 0$, где $f(\theta)$ – функция, учитываемая в функции напряжений и зависящая только от полярного угла, угла раскрытия трещины.

Методика расчета. Как показали ранее проведенные эксперименты по решению задач механики деформируемого твердого тела и строительной механики для изотропных материалов чувствительных к виду напряженного состояния, определение их механического поведения можно проводить, используя потенциал W_1 , предложенный в работах [1 – 3]. Данный потенциал позволяет эффективно и достаточно просто сформулировать физические зависимости между напряжениями и деформациями для существенно нелинейных изотропных материалов с разными механическими характеристиками на растяжение и сжатие [10 – 12].

На первом этапе представим определяющие соотношения для изотропного тела с указанными выше свойствами. Для этого воспользуемся ранее полученными соотношениями для этой задачи [11].

$$\{e\} = [A]\{\sigma\}, \quad (1)$$

где

$$[A] = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & A_{14} & A_{15} \\ & A_{22} & A_{26} & A_{24} & A_{25} \\ & & A_{66} & A_{64} & A_{65} \\ sim & & & A_{44} & A_{45} \\ & & & & A_{55} \end{bmatrix}; \quad (2)$$

$$A_{11} = \{2(R_1 + 2R_2)/3 + R_3\xi(1 - \xi^2)/3 + R_4[\xi(2 - \eta^2) + 4(\sigma_{11} - 2\sigma_{22})/9S_0] + R_5[\eta \cos 3\varphi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22}/S_0]\}/3;$$

$$A_{12} = \{2(R_1 - R_2)/3 + (R_3 + R_4/3)\xi + R_5[\cos 3\varphi(1 - \xi) - \sqrt{2}\xi]\}/3;$$

$$A_{16} = (2R_4/3 + \sqrt{2}R_5)\tau_{12}/3S_0; \quad A_{26} = A_{16};$$

$$A_{14} = (2R_4/3 + \sqrt{2}R_5)\tau_{13}/3S_0;$$

$$A_{15} = 2(R_4/3 - \sqrt{2}R_5)\tau_{23}/3S_0;$$

$$A_{22} = \{2(R_1 + 2R_2)/3 + R_3[\xi(1 - \xi^2)/3 + R_4[\xi(2 - \eta^2) + 4(\sigma_{22} - 2\sigma_{11})/9S_0] + R_5[\eta \cos 3\varphi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{11}/S_0]\}/3;$$

$$A_{24} = 2(R_4/3 - \sqrt{2}R_5)\tau_{13}/3S_0;$$

$$A_{25} = (2R_4/3 + \sqrt{2}R_5)\tau_{23}/3S_0;$$

$$A_{66} = 2\{2R_2 - R_3\xi^3 + R_4[\xi(2 - \eta^2) - (\sigma_{11} + \sigma_{22})/3S_0] + R_5[\sqrt{2}\eta(\sigma_{11} - \sigma_{22})/2 - \eta^3 \cos 3\varphi]\}/3;$$

$$A_{64} = \sqrt{2}R_5\tau_{23}/S_0; \quad A_{65} = \sqrt{2}R_5\tau_{13}/S_0;$$

$$A_{44} = 2\{2R_2 - R_3\eta^3 + R_4[\xi(2 - \eta^2) - (\sigma_{11} + \sigma_{22})/3S_0] + R_5[\sqrt{2}\eta(\sigma_{11} - 2\sigma_{22})/2 - \eta^3 \cos 3\varphi]\}/3;$$

$$A_{45} = \sqrt{2}R_5\tau_{12}/S_0;$$

$$A_{55} = 2\{2R_2 - R_3\eta^3 + R_4[\xi(2 - \eta^2) - (\sigma_{11} + \sigma_{22})/3S_0] + R_5[\sqrt{2}\eta(\sigma_{22} - 2\sigma_{11})/2 - \eta^3 \cos 3\varphi]\}/3.$$

Здесь R_i – константы потенциала деформаций W_1 ; S_0 – модуль вектора полного напряжения на октаэдрической площадке; ξ , η – гармонические функции, которые трактуются как нормированные нормальные и касательные напряжения на октаэдрической площадке; φ – фаза напряжений; $A_e \dots E_e$ и $A_p \dots E_p$ – константы, определяемые из экспериментов.

$$\{R\} = \left\{ \begin{array}{l} A_e + n(A_p \sigma^2 + C_p \tau^2 + B_p \xi \sigma^2 + D_p \xi \tau^2 + E_p \eta \tau^2 \cos 3\varphi)^{n-1} A_p \\ C_e + n(A_p \sigma^2 + C_p \tau^2 + B_p \xi \sigma^2 + D_p \xi \tau^2 + E_p \eta \tau^2 \cos 3\varphi)^{n-1} C_p \\ B_e + n(A_p \sigma^2 + C_p \tau^2 + B_p \xi \sigma^2 + D_p \xi \tau^2 + E_p \eta \tau^2 \cos 3\varphi)^{n-1} B_p \\ D_e + n(A_p \sigma^2 + C_p \tau^2 + B_p \xi \sigma^2 + D_p \xi \tau^2 + E_p \eta \tau^2 \cos 3\varphi)^{n-1} D_p \\ E_e + n(A_p \sigma^2 + C_p \tau^2 + B_p \xi \sigma^2 + D_p \xi \tau^2 + E_p \eta \tau^2 \cos 3\varphi)^{n-1} E_p \end{array} \right\}. \quad (3)$$

Таким образом, могут быть записаны определяющие соотношения для изотропных разносопротивляющихся материалов [1] в матричном виде. Эти определяющие соотношения будут положены в основу разрешающих уравнений, которые учитывают возникновение трещины сдвига.

В зависимости от условий рассматриваемой задачи о плоском напряженном состоянии компоненты тензора напряжений τ_{13} , τ_{23} , σ_{33} и соответствующие компоненты тензора деформаций обращаются в нуль. Принимая во внимание условия поставленной задачи, определяющие соотношения перепишем в следующем виде:

$$e_{11} = A_{11}\sigma_{11} + A_{12}\sigma_{22}; \quad e_{22} = A_{12}\sigma_{11} + A_{22}\sigma_{22}, \quad e_{12} = A_{66}\tau_{12}. \quad (4)$$

Для исследования распределения напряжений и деформаций у конца трещины в зависимости от полярного угла θ (угол раскрытия трещины) в случае плоского напряженного состояния выполним ряд шагов: 1) введем полярные координаты с центром в конце трещины (r, θ) ; 2) введем функцию напряжений $\chi(r, \theta)$.

Поскольку в данном исследовании не рассматривается та область трещины, где реализуется асимптотика, то функция напряжений примет вид $\chi(r, \theta) = r^{3/2} f(\theta)$ [9].

Воспользуемся дифференциальными уравнениями напряжений, приведенными в монографии А.В. Березина для трещин сдвига в телах, характеристики которых зависят от вида напряженного состояния [9]:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2}; \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2}; \quad \sigma_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta}. \quad (5)$$

Деформации удовлетворяют условию совместности, которое в полярных координатах имеет вид:

$$2 \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \varepsilon_{r\theta}}{\partial \theta} \right) = \frac{\partial^2 \varepsilon_r}{\partial \theta^2} - r \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial \theta} + r \frac{\partial^2 (r \varepsilon_\theta)}{\partial r^2}. \quad (6)$$

Тогда уравнения равновесия удовлетворяются автоматически.

$$e_r = A_{11} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} \right) + A_{12} \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \right),$$

$$e_\theta = A_{12} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \chi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \theta^2} \right) + A_{22} \left(\frac{\partial^2 \chi}{\partial r^2} \right), \quad \varepsilon_{r\theta} = A_{66} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial \chi}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \chi}{\partial r \partial \theta} \right). \quad (7)$$

Полученные выражения для деформаций (7) подставляем в уравнение совместности деформаций (6):

$$-\frac{A_{11}f^{(IV)}(\theta)}{\sqrt{r}} + A_{11}\sqrt{r}f'''(\theta) + \left(-\frac{A_{66}}{2\sqrt{r}} - \frac{3A_{11}}{2\sqrt{r}} - \frac{A_{12}}{2\sqrt{r}}\right)f''(\theta) + \left(\frac{3A_{11}\sqrt{r}}{2} + \frac{3A_{12}\sqrt{r}}{4}\right)f'(\theta) + \left(\frac{3A_{12}}{8\sqrt{r}} + \frac{3A_{22}}{16\sqrt{r}}\right)f(\theta) = 0. \quad (8)$$

или

$$f^{(IV)}(\theta) - r \cdot f'''(\theta) + \frac{3}{2}f''(\theta) + \frac{A_{12}}{2A_{11}}f''(\theta) + \frac{A_{66}}{2A_{11}}f''(\theta) - \frac{3}{2}r \cdot f'(\theta) - \frac{3A_{12}r}{4A_{11}}f'(\theta) - \frac{3}{8}\frac{A_{12}}{A_{11}}f(\theta) - \frac{3A_{22}}{16A_{11}}f(\theta) = 0. \quad (9)$$

В работе [9] показано, что для такого вида уравнений удобно применять метод малого параметра для эффективного нахождения решения.

Уравнение (9) можно переписать в виде, рекомендованном в работах [9, 13, 14] для удобного нахождения решения, так чтобы первое приближение по методу малого параметра находилось элементарно или было известно заранее (b – малый параметр):

$$f^{(IV)}(\theta) + \frac{5}{2}f''(\theta) + \frac{9}{16}f(\theta) = b \left(r \cdot f'''(\theta) + f''(\theta) - \frac{A_{12}}{2A_{11}}f''(\theta) - \frac{A_{66}}{2A_{11}}f''(\theta) + \frac{3}{2}r \cdot f'(\theta) + \frac{3A_{12}r}{4A_{11}}f'(\theta) + \frac{3}{8}\frac{A_{12}}{A_{11}}f(\theta) + \frac{3A_{22}}{16A_{11}}f(\theta) + \frac{9}{16}f(\theta) \right). \quad (10)$$

Решение уравнения (10) будем искать в виде [11, 12]:

$$f(\theta) = f_0(\theta^*) + bf_1(\theta^*) + b^2f_2(\theta^*) + \dots; \theta = \theta^*(1 + g_1b + g_2b^2 + \dots).$$

Для трещины поперечного сдвига со свободными от усилий берегами $f(\pi) = f'(\pi) = 0$, $f(0) = f''(0) = 0$, а также нормируем согласно условию $f'(0) = 1$, получим уравнения, которым будут удовлетворять $f_i(\theta)$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) [9]:

$$f^{(IV)} + \frac{5}{2}f'' + \frac{9}{16}f = 0, \quad f^{(IV)}_1 + \frac{5}{2}f''_1 + \frac{9}{16}f_1 = bg_1 \left(r \cdot f''' + f'' - \frac{A_{12}}{2A_{11}}f'' - \frac{A_{66}}{2A_{11}}f'' + \frac{3}{2}r \cdot f' + \frac{3A_{12}r}{4A_{11}}f' + \frac{3}{8}\frac{A_{12}}{A_{11}}f + \frac{3A_{22}}{16A_{11}}f + \frac{9}{16}f \right). \quad (11)$$

Нулевое приближение будет $f_0(\theta) = \frac{1}{2} \left(\sin \frac{3}{2}\theta + \sin \frac{1}{2}\theta \right)$. Для первого приближения

$$f_1(\theta^*) = A_1 \cos \frac{\theta^*}{2} + B_1 \cos \frac{3\theta^*}{2} + C_1 \sin \frac{\theta^*}{2} + D_1 \sin \frac{3\theta^*}{2} + \left. \begin{aligned} & -3 \cos \frac{\theta^*}{2} \int_0^{\theta^*} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta + 3 \sin \frac{\theta^*}{2} \int_0^{\theta^*} \Omega_1 \cos \frac{\theta}{2} d\theta + \\ & + \cos \frac{3\theta^*}{2} \int_0^{\theta^*} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta - \sin \frac{3\theta^*}{2} \int_0^{\theta^*} \Omega_1 \cos \frac{3\theta}{2} d\theta. \end{aligned} \right\} = 0.$$

Здесь:

$$\Omega_1 = bg_1 \left(r \cdot f''' + f'' - \frac{A_{12}}{2A_{11}}f'' - \frac{A_{66}}{2A_{11}}f'' + \frac{3}{2}r \cdot f' + \frac{3A_{12}r}{4A_{11}}f' + \frac{3}{8}\frac{A_{12}}{A_{11}}f + \frac{3A_{22}}{16A_{11}}f + \frac{9}{16}f \right).$$

Учитывая граничные условия, получим $A_1 = B_1 = 0$. В первом приближении:

$$\begin{aligned}
f(\theta) &= f_0\left(\frac{\theta}{1+g_1b}\right) + bf_1\left(\frac{\theta}{1+g_1b}\right) = \left(C_0 + bC_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \times \\
&\quad \times \sin \frac{\theta}{2(1+g_1b)} + \left(D_0 + bD_1 + b/3 \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta \right) \times \\
&\quad \times \sin \frac{3\theta}{2(1+g_1b)} - b \cos \frac{\theta}{2(1+g_1b)} \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta + b/3 \cos \frac{3\theta}{2(1+g_1b)} \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta.
\end{aligned} \tag{12}$$

Из разложений граничных условий и условия нормировки в ряды по b , учитывая только нулевые и первые степени b , имеем:

$$\begin{aligned}
C_0 &= D_0 = \frac{1}{2}, \quad C_1 = \frac{1}{4}g_1 - \frac{3}{4} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{1}{4} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta, \\
D_1 &= \frac{1}{4}g_1 + \frac{1}{4} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{1}{12} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta, \\
g_1 &= \frac{2}{3\pi} \Omega_1(\pi) + \frac{1}{2\pi} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta.
\end{aligned} \tag{13}$$

Учитывая, что $C_1 = (2 - 3\pi)/8g_1$, $D_1 = (1 + 2\pi)/8g_1$:

$$\begin{aligned}
f(\theta) &= \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\frac{\theta}{(1+g_1b)}} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \sin \frac{\theta}{2(1+g_1b)} + \left(\frac{1}{2} + b \frac{1+2\pi}{8} g_1 - \frac{b}{3} \int_0^{\frac{\theta}{(1+g_1b)}} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta \right) \times \\
&\quad \times \sin \frac{3\theta}{2(1+g_1b)} - b \cos \frac{\theta}{2(1+g_1b)} \int_0^{\frac{\theta}{(1+g_1b)}} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta + \frac{b}{3} \cos \frac{3\theta}{2(1+g_1b)} \int_0^{\frac{\theta}{(1+g_1b)}} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta.
\end{aligned} \tag{14}$$

Соответственно, выражения для напряжений будут:

$$\sigma_r = \frac{C_0 r^{-1/2}}{(1+g_1b)} = \left\{ \begin{aligned} &\frac{5+12g_1b}{4} \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \sin \frac{\theta}{2(1+g_1b)} - \\ &- \frac{7-4g_1b}{4} \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \sin \frac{3\theta}{2(1+g_1b)} - \\ &- \frac{b(2+6g_1b)}{4} \cos \frac{\theta}{2(1+g_1b)} \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{b(1-g_1b)}{4} \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta - \\ &- \frac{b(1-g_1b)}{4} \int_0^{\theta/(1+g_1b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta + \frac{3b}{4} \Omega_1 \left[\frac{\sin \frac{\theta}{(1+g_1b)} - \sin \frac{3\theta}{(1+g_1b)}}{\cos \frac{\theta}{(1+g_1b)} - \cos \frac{\theta}{(1+g_1b)}} \right] + \\ &+ \frac{b}{4} \Omega_1' \left[2 - 3 \cos \frac{\theta}{(1+g_1b)} + \cos \frac{3\theta}{(1+g_1b)} - 3 \sin \frac{\theta}{(1+g_1b)} + \sin \frac{3\theta}{(1+g_1b)} \right] \end{aligned} \right\};$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{3}{4} C_0 r^{-1/2} = \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \sin \frac{\theta}{2(1+g_1 b)} + \\ & + \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \sin \frac{3\theta}{2(1+g_1 b)} - \\ & - b \cos \frac{\theta}{2(1+g_1 b)} \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta + \frac{b}{3} \cos \frac{\theta}{2(1+g_1 b)} \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta \end{aligned} \right\};$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{C_0 r^{-1/2}}{4(1+g_1 b)} = \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{1}{2} + b \frac{2-3\pi}{8} g_1 + b \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta \right) \cos \frac{\theta}{2(1+g_1 b)} + \\ & + \left(1 - b \frac{2-3\pi}{8} g_1 - b/3 \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta \right) \cos \frac{3\theta}{2(1+g_1 b)} + \\ & + b \sin \frac{\theta}{2(1+g_1 b)} \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{\theta}{2} d\theta - b \sin \frac{3\theta}{2(1+g_1 b)} \int_0^{\theta/(1+g_1 b)} \Omega_1 \sin \frac{3\theta}{2} d\theta + \\ & + \frac{b}{4} \Omega_1' \left[2 - 3 \cos \frac{\theta}{(1+g_1 b)} + \cos \frac{3\theta}{(1+g_1 b)} - 3 \sin \frac{\theta}{(1+g_1 b)} + \sin \frac{3\theta}{(1+g_1 b)} \right] \end{aligned} \right\}.$$

Аналогично могут быть записаны выражения для деформаций.

Результаты расчета. В ходе выполнения исследования, была решена модельная задача о плоском напряженном состоянии тонкой пластинки из изотропного разнсопротивляющегося материала с повреждением в форме трещины поперечного сдвига. Для бетона $R = 28,4$ МПа константы имеют следующие значения [1]:

$$\begin{aligned} n &= 2,75; & A_e &= 6,533 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}; & B_e &= 9,961 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}; & C_e &= 1,090 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}; \\ D_e &= 3,493 \cdot 10^{-5} \text{ МПа}; & E_e &= 8,829 \cdot 10^{-6} \text{ МПа}; & A_p &= 1,682 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{(1-2n)/n}; \\ B_p &= 1,609 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{(1-2n)/n}; & C_p &= 1,376 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{(1-2n)/n}; & D_p &= 2,008 \cdot 10^{-3} \text{ МПа}^{(1-2n)/n}; \\ E_p &= 1,412 \cdot 10^{-4} \text{ МПа}^{(1-2n)/n}. \end{aligned}$$

На рис. 2, 3 показаны результаты расчета напряжений вблизи кончика трещины (при $r = 0,05$) для двух вариантов расчета: с учетом теории деформирования разнсопротивляющихся материалов и без учета разнсопротивляемости.

Анализируя полученные результаты, показанные на рис. 2-3, заметим, что при учете эффекта разнсопротивляемости и чувствительности материала к виду напряженного состояния наблюдается значительное снижение уровня возникающих напряжений вблизи конца трещины, причем эта разница явно зависит от угла раскрытия трещины (полярного угла) θ .

На рис. 2 для напряжений σ_r разница достигает 290% в сжатой зоне и 17% в растянутой в зависимости от полярного угла θ (в радианах). На рис. 3 для напряжений σ_{θ} разница достигает 15% процентов в зависимости от величины полярного угла θ (в радианах). Здесь же, для напряжений $\sigma_{r\theta}$, разница в сжатой зоне достигает 31%, в растянутой 86% процентов в зависимости от величины полярного угла θ (в радианах), кроме того имеются качественные различия в полученных результатах. Полученные эффекты в целом согласуются с характером результатов численных исследований, приведенных в работе [9].

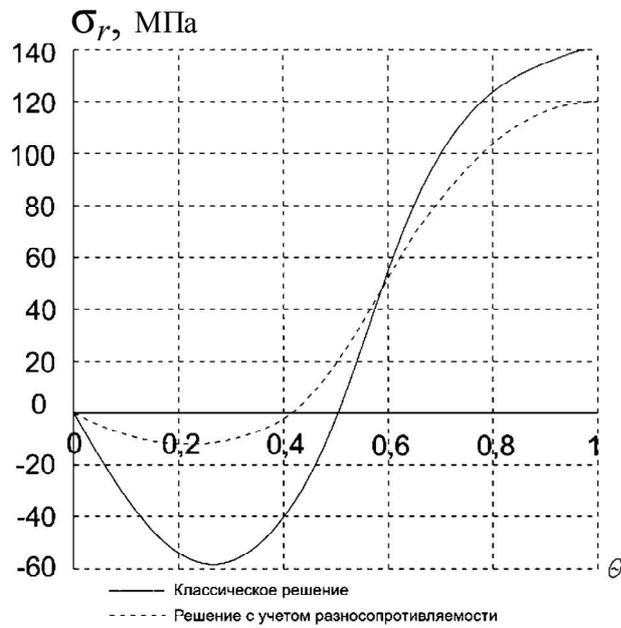


Рис. 2. Напряжения $\sigma_r(\theta)$ вблизи конца трещины

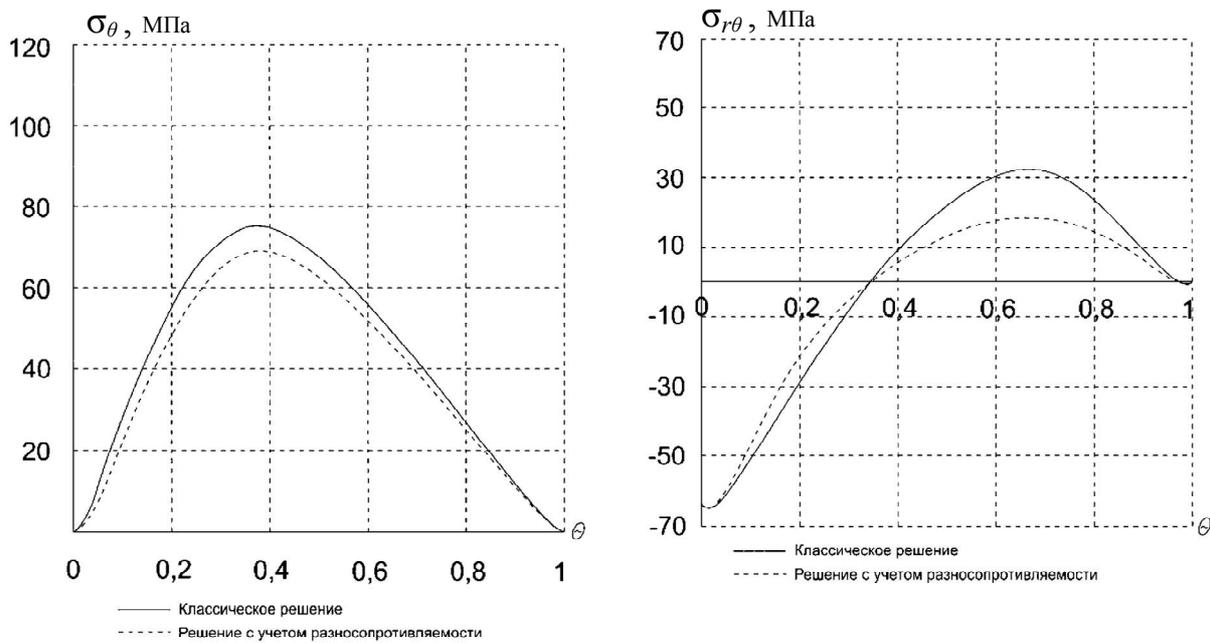


Рис. 3. Напряжения $\sigma_\theta(\theta)$ и $\sigma_{r\theta}(\theta)$ вблизи конца трещины

Выводы. Описанная в работе методика расчета пластин с учетом наличия дефектов позволяет выполнять расчеты тонких пластинок из изотропного разнородного материала чувствительного к виду напряженного состояния с повреждением в форме трещины поперечного сдвига. Результаты проведенных исследований подтверждают, что учет эффекта разнородности является весьма важным для задач механики разрушения. Показано, что учет чувствительности к виду напряженного состояния оказывает весьма существенное влияние на параметры напряженно-деформированного состояния в зоне развития трещины сдвига. Материалы данной статьи могут дать дополнительную информацию о разрушении твердых тел и будут полезны для изучения процесса разрушения разнородных материалов в форме трещинообразования.

Библиографический список

1. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной или наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. – Москва – Тула: РААСН – ТулГУ, 2016. – 328 с.
2. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности разносопротивляющихся материалов. – Тула: ТулГУ, 2020. – 359 с.
3. Матченко Н.М., Толоконников Л.А., Трещев А.А. Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 2. Нелинейные соотношения // Изв. РАН. МТТ. – 1999. – № 4. – С. 87–95.
4. Трещев А.А., Теличко В.Г. The theory of deformation of reinforced concrete spatial structures. – М.: Изд-во РААСН; Тула: Изд-во ТулГУ, 2019. – 385 с.
5. Treschev A.A., Bobrishev A.A., Shafigullin L.N. Constitutive relations for isotropic materials allowing quasi-linear approximation of the deformation law // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. – Vol. 481, 012014. – P. 1–7.
6. Сопротивление деформированию и разрушению изотропных графитовых материалов в условиях сложного напряженного состояния / А.В. Березин, Е.В. Ломакин, В.И. Строков, В.Н. Барабанов // Проблемы прочности. – 1979. – №2. – С. 60–65.
7. Березин А.В., Пономарев П.Л. Трещины поперечного и продольного сдвига в разномодульных дилатирующих средах // Изв. АН СССР. Сер. Механика твердого тела. – 2002. – №3. – С. 127–135.
8. Березин А.В. Трещины в разносопротивляющихся дилатирующих материалах // Упругость и неупругость. – М.: Изд-во Моск. гос. ун-та, 2011. – С. 304–307.
9. Березин А.В. Влияние повреждений на деформационные и прочностные характеристики твердых тел. – М.: Наука, 1990. – 134 с.
10. Трещев А.А. Изотропные пластины и оболочки, выполненные из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния: монография. – М.; Тула: РААСН; Изд-во ТулГУ, 2013. – 249 с.
11. Теличко В.Г., Трещев А.А. Гибридный конечный элемент для расчета плит и оболочек с усложненными свойствами // Изв. вузов. Сер. Строительство. – 2003. – № 5 (533). – С. 17–23.
12. Теличко В.Г., Золотов Н.В. Прочность многоэтажного здания из монолитного железобетона с учетом разносопротивляемости и повреждаемости материала // Строительство и реконструкция. – 2018. – № 6 (80). – С. 22–31.
13. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация (в прикладной математике и механике). – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 222 с.
14. Григолюк Э.И., Шалашилин В.И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолж. решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. – М.: Наука, 1988. – 230 с.

References

1. Treshchev A.A. The theory of deformation and durabilities for the materials with a primary and induced sensitivity to a kind of a stress conditon. Determining correlations / A.A.Treschev. – М.; Tula; RAACS; TSU, 2016. – 236 p.
2. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of different resistant materials. Tula: TulSU, 2020. 359 p.
3. Matchenko N.M., Tolokonnikov L.A., Treschev A.A. Constitutive ratios of isotropic differently resisting media. Part 2. Nonlinear relations // Izv. RAN. MTT. 1999. No. 4. Pp. 87–95.
4. Treschev A.A., Telichko V.G. The theory of deformation of reinforced concrete spatial structures. М.: RAASN Publishing House; Tula: Publishing House of TulGU, 2019. 385 p.

5. Treschev A.A., Bobrishev A.A., Shafigullin L.N. Constitutive relations for isotropic materials allowing quasi-linear approximation of the deformation law // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering 481 (2019) 012014. 2019. Pp. 1–7
6. Berezin A.V., Lomakin E.V., Stokov V.I., Barabanov V.N. Resistance to Deformation and Fracture of Isotropic Graphite Materials under Complex Stressed Conditions, *Probl. strength*. 1979. No. 2. Pp. 60–65.
7. Berezin A.V., Ponomarev P.L. Transverse and longitudinal shear cracks in dilating media of different modulus // *Izv. Academy of Sciences of the USSR. Mechanics of a rigid body*. 2002. No. 3. Pp. 127–135.
8. Berezin A.V. Cracks in differently resisting dilating materials // *Elasticity and inelasticity*. M.: Publishing House of Moscow. state university 2011. Pp. 304–307.
9. Berezin A.V. The effect of damage on the deformation and strength characteristics of solids. M.: Nauka, 1990. 134 p.
10. Treschev A.A. Isotropic plates and shells made of stress-sensitive materials: monograph. M.; Tula: RAASN; Publishing house of TulGU, 2013. 249 p.
11. Telichko V.G., Treschev A.A. Hybrid Finite Element for Calculation of Plates and Shells with Complicated Properties // *Izv. universities. Building*. 2003. No. 5 (533). Pp. 17–23.
12. Telichko V.G., Zolotov N.V. Strength of a multi-storey building made of monolithic reinforced concrete, considering the resistance and damage of the material // *Construction and Reconstruction*. 2018. No. 6 (80). Pp. 22–31.
13. Shalashilin V.I., Kuznetsov E.B. The method of continuation of the solution with respect to a parameter and the best parametrization: In *applied mathematics and mechanics*. M.: Editorial URSS, 1999. 222 p.
14. Grigolyuk E.I., Shalashilin V.I. Problems of Nonlinear Deformation: Method. cont. solutions with respect to a parameter in nonlinear. problems of mechanics of a solid deformable body. M.: Nauka, 1988. 230 p.

SHEAR CRACK IN THE PLANE STRESS STATE OF AN INITIALLY ISOTROPIC PLATE MADE OF COMPOSITE OF THE MATERIAL TAKING INTO ACCOUNT THE INDUCED DEFORMATION ANISOTROPIES

V. G. Telichko

Tula State University

Russia, Tula

PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction, Building Materials and Structures, tel.: +7(952)-019-84-65, e-mail: katranv@yandex.ru

The final destruction of a solid body occurs by crack propagation, although in the initial state without defects there is, as a rule, a deformation stage, which leads to the formation of defects, their accumulation and the formation of a macrocrack. Near the end of the crack, there is a region in which the processes of formation and propagation of the crack take place. In this regard, of considerable interest for the mechanics of fracture of structures and their elements is the solution of problems on the distribution of stresses and strains near the end of the crack in the presence of material defects in this area, which obviously allows obtaining additional information about the fracture of solids and contributes to the study of mechanisms destruction for various materials, including multi-modulus and multi-resistance. Concrete is used as a model material in this article, whose behavior is described within the framework of the approach associated with normalized stress spaces, as for an initially isotropic differently resistive material, whose properties significantly depend on the type of stress state. The solution of the model problem of the plane stress state of a thin plate of isotropic differently resisting material with damage in the form of a transverse shear crack is considered. Resolving equations are obtained, the solution of which is constructed with within the framework of the small parameter method. Stress diagrams near the end of the crack are given for two calculation options.

Keywords: damageability, crack, transverse shear crack, concrete, small parameter method, defects, isotropic material, different resistance.

DOI 10.36622/VSTU.2022.32.1.003

УДК 624.04

МОДЕЛЬ И АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ФЕРМЫ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ШЕСТИГРАННОГО КУПОЛА

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

Предлагается схема статически определимой фермы шестигранного купола с опорами на два ряда внешнего контура. Выводятся формулы для расчета усилий в наиболее сжатых и растянутых стержнях в зависимости от числа панелей. Приводится картина распределения усилий по стержням конструкции. Рассмотрен алгоритм вывода формулы для прогиба купола под действием вертикальной нагрузки. Использована формула Максвелла-Мора. Нагрузка равномерно распределена по узлам фермы либо приложена к вершине купола. Вывод основывается на индуктивном обобщении последовательности решения для конструкций с увеличивающимся числом панелей. Коэффициенты искомых формул вычисляются как общие члены последовательностей коэффициентов в частных решениях. Решение уравнений равновесия узлов и все преобразования производятся в программе, написанной на языке системы символьной математики Maple. Найдены линейные асимптотики решений.

Ключевые слова: пространственная ферма, купол, индукция, Maple, асимптотика, прогиб

Введение. В большинстве конструкций легких покрытий общественных зданий, промышленных и торговых предприятий чаще всего используют ферменные конструкции. Такие конструкции удобны, недороги в сборке, долговечны и допускают многовариантность.

Расчет деформаций, прочности и устойчивости ферменных конструкций традиционно ведется в численной форме с использованием специальных компьютерных программ методом конечных элементов [1, 2]. При этом существуют и аналитические решения, применяемые для упрощенных моделей статически определимых сооружений [3, 4]. Ценность таких расчетов зависит от широты охвата рассматриваемого класса конструкций. В частности, при расчете регулярных ферм учет числа панелей в расчетной формуле существенно расширяет область применимости формулы и позволяет кроме того проводить анализ оптимальности проектируемой конструкции, например, выбором соотношения длины панели и числа панелей в сооружении. Вопросы существования и расчета статически определимых регулярных плоских и пространственных стержневых конструкций впервые рассмотрены в работах Р. Хатчинсона и Н. Флека [5, 6]. Схемы регулярных плоских ферм и формулы для расчета их прогиба под действием различных нагрузок собраны в справочнике автора [7]. Расчетные формулы получены методом индукции в системе символьной математики Maple. Известны также отдельные аналитические решения задач статики для плоских регулярных ферм [8-11]. Расчет прогиба пространственных ферм в аналитической форме, как правило, сложнее [12]. В [13, 14] по методу Донкерлея выведены формулы для нижней границы первой частоты собственных колебаний плоских статически определимых ферм.

В настоящей работе предлагается новая схема регулярной статически определимой конструкции пространственного покрытия. Ставится задача вывести аналитические зависимости деформаций фермы от числа панелей. Полученные формулы могут быть использованы для оценки численных решений, особенно для сооружений с большим числом элементов, для которых в численных расчетах появляется неизбежная погрешность накопленных ошибок округления.

Схема конструкции. Основой конструкции является шестигранная стержневая пирамида в форме купола. Пирамида опирается на основание из двух стержневых контуров. Внешний контур из $6n$ стержней длиной a опирается на стойки высотой $2h$. Внутренний контур имеет высоту h и опорные стойки по всей длине, кроме угловых точек. Контур соединены $6(2n-1)$ раскосами длиной $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. Узел A закреплен на две дополнительные горизонтальные связи. Узел B имеет одну такую связь. Общее число стержней конструкции, включая связи и стойки, равно $n_s = 36n - 15$. Из уравнений равновесия $K = 12n - 5$ внутренних узлов конструкции в проекции на оси координат можно найти усилия во всех стержнях, опорных стойках и связях. Конструкция фермы статически определимая. Расчет будем проводить в системе Maple, позволяющей получать как численное решение, так и решение в символьной форме.

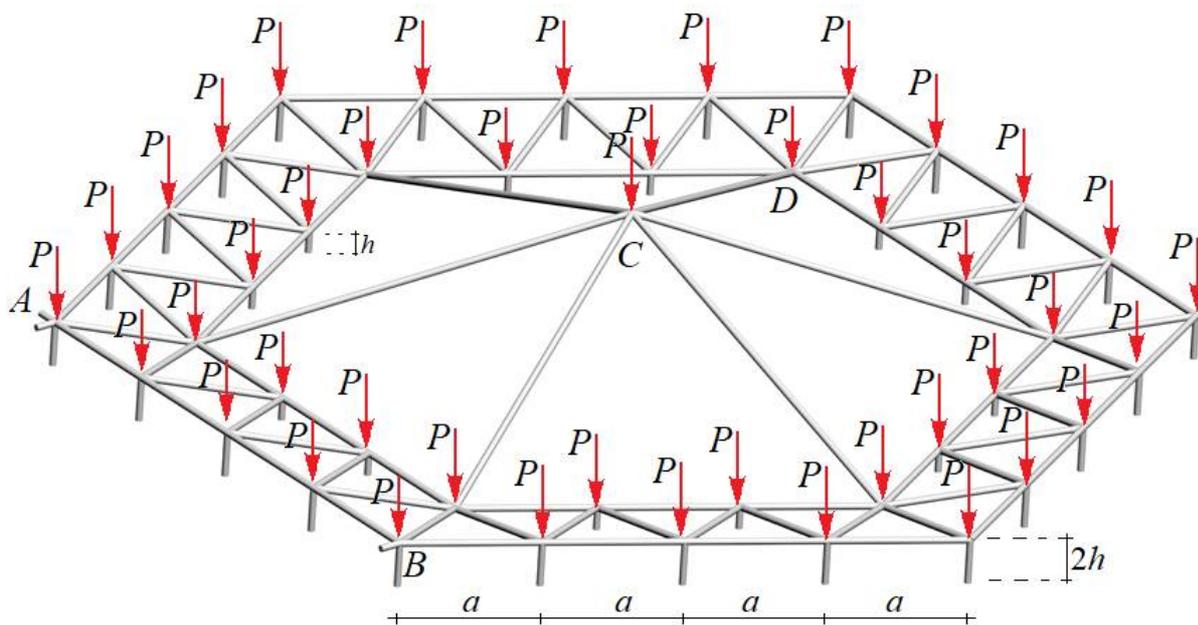


Рис. 1. Равномерно распределенная узловая нагрузка, $n=4$

Расчет усилий. Начало координат выбирается на оси симметрии конструкции на уровне внутреннего контура. Ввод координат в программу [15] производится с учетом круговой периодичности фермы.

Координаты узлов внешнего контура имеют вид (рис. 2):

$$\begin{aligned} x_{i+jn} &= L \cos \phi - a(i-1) \cos \beta, \\ y_{i+jn} &= L \sin \phi + a(i-1) \sin \beta, \\ z_{i+jn} &= h, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 0, \dots, 5, \end{aligned}$$

где $L = na$, $\phi = j\pi/3$, $\beta = \pi/3 - \phi$.

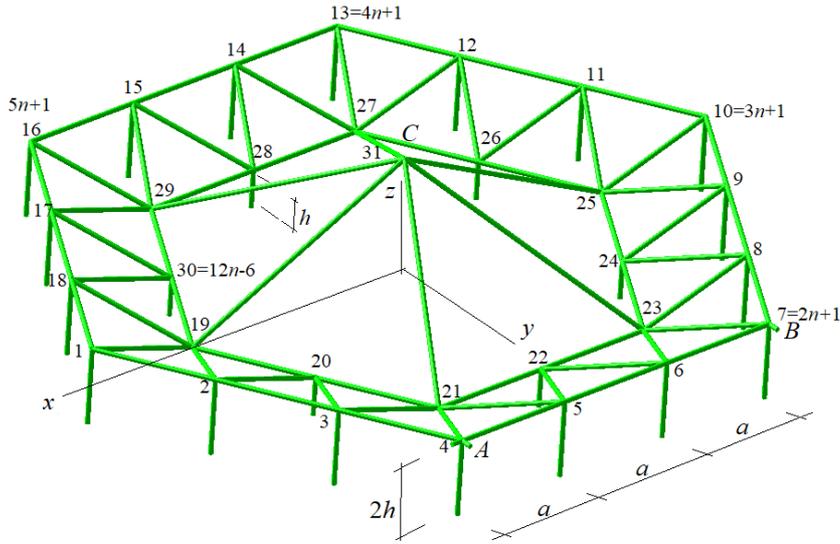


Рис. 2. Нумерация узлов фермы, $n=3$

Координаты шарниров меньшего (нижнего) контура:

$$\begin{aligned} x_{i+j(n-1)+6n} &= (L-a) \cos \phi - a(i-1) \cos \beta, \\ y_{i+j(n-1)+6n} &= (L-a) \sin \phi + a(i-1) \sin \beta, \\ z_{i+j(n-1)+6n} &= 0, \quad i = 1, \dots, n-1, j = 0, \dots, 5. \end{aligned}$$

Вершина купола C имеет следующие координаты:

$$x_{12n-5} = y_{12n-5} = 0, \quad z_{12n-5} = 2(n-1)h.$$

Координаты шарниров, к которым крепятся снизу опорные стойки внешнего контура:

$$x_{i+12n-5} = x_i, \quad y_{i+12n-5} = y_i, \quad z_{i+12n-5} = -h, \quad i = 1, \dots, 6n.$$

Координаты нижних шарниров стоек внутреннего контура:

$$\begin{aligned} x_t &= x_{i+(5+j)n-j+2}, \quad y_t = x_{i+(5+j)n-j+2}, \quad z_t = -h, \\ t &= i + 18n - 5 + (n-2)(j-1), \quad i = 1, \dots, n-2, j = 1, \dots, 6. \end{aligned}$$

Для определения порядка соединения стержней в шарнирах введем ориентированные списки вершин концов стержней Φ_i , $i = 1, \dots, n_s$. Аналогично задаются графы в дискретной математике. Стержни внешнего контура, например, задаются списками: $\Phi_i = [i, i+1]$, $i = 1, \dots, 6n-1$, $\Phi_{6n} = [6n, 1]$. Стержни внутреннего контура:

$$\Phi_{i+6n} = [i+6n, i+6n+1], \quad i = 1, \dots, 6n-7, \quad \Phi_{12n-6} = [12n-6, 6n+1].$$

Остальные стержни нумеруются аналогично.

Элементы матрицы коэффициентов системы линейных уравнений равновесия узлов \mathbf{G} вычисляются по данным координат и спискам концов стержней:

$$g_{x,i} = (x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad g_{y,i} = (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad g_{z,i} = (z_{\Phi_{i,1}} - z_{\Phi_{i,2}}) / l_i, \quad i = 1, \dots, n_s + 3,$$

где $l_i = \sqrt{(x_{\Phi_{i,1}} - x_{\Phi_{i,2}})^2 + (y_{\Phi_{i,1}} - y_{\Phi_{i,2}})^2 + (z_{\Phi_{i,1}} - z_{\Phi_{i,2}})^2}$ — длина стержня с номером i . В число стержней включаются и подпорные угловые стержни в вершинах A и B . Матрица

коэффициентов заполняется по строкам. Каждые три строки соответствуют направляющим косинусам усилий с осями x, y, z соответственно:

$$G_{3\Phi_{i,1}-2,i} = g_{x,i}, \quad G_{3\Phi_{i,1}-1,i} = g_{y,i}, \quad G_{3\Phi_{i,1},i} = g_{z,i},$$

$$G_{3\Phi_{i,2}-2,i} = -g_{x,i}, \quad G_{3\Phi_{i,2}-1,i} = -g_{y,i}, \quad G_{3\Phi_{i,2},i} = -g_{z,i}.$$

Знак минус появляется за счет того, что вектор усилия, приложенный к узлу на одном конце стержня, противоположно направлен вектору усилия, приложенному к узлу на другом конце стержня.

Система уравнений равновесия узлов записывается в матричном виде $\mathbf{GS} = \mathbf{T}$, где \mathbf{S} вектор-столбец всех усилий в конструкции, включая и реакции опор. Длина вектора \mathbf{S} равна n_s . Такая же длина у вектора нагрузок \mathbf{T} . Проекция на ось x внешних сил, приложенных на узел i , записывается в элементы этого вектора T_{3i-2} , на ось y — в элементы T_{3i-1} . Вертикальные силы содержатся в элементах T_{3i} , $i = 1, \dots, K$. Решение матричного уравнения в символьной форме быстрее всего в системе Maple выполняется методом обратной матрицы: $\mathbf{S} = \mathbf{G}^{-1}\mathbf{T}$.

Распределение усилий по стержням конструкции в случае равномерной вертикальной узловой нагрузки представлено на рис. 3.

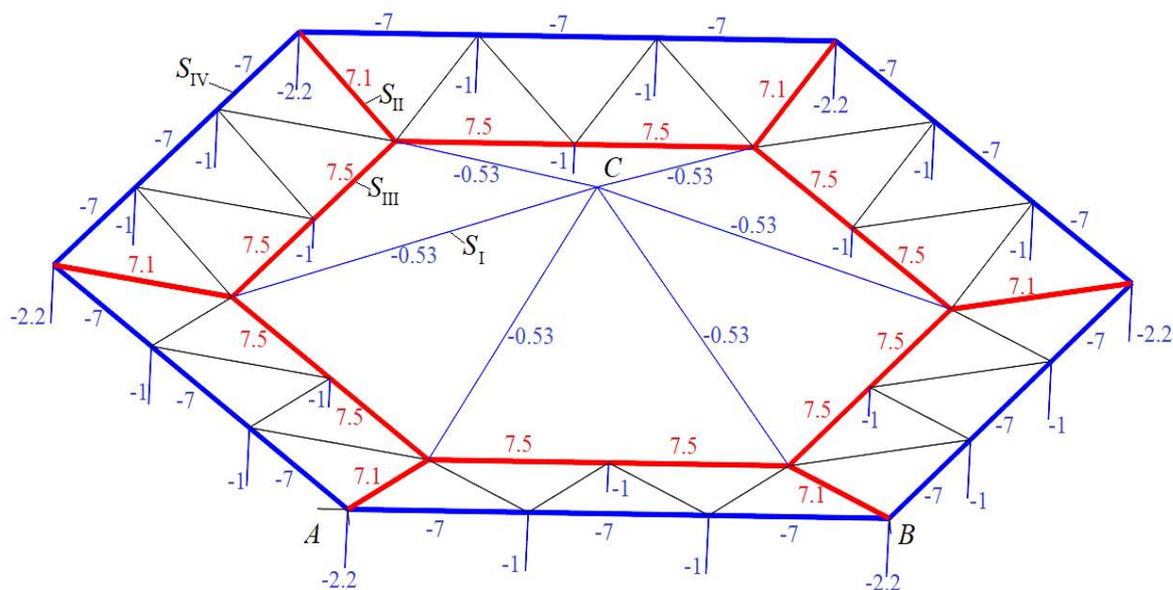


Рис. 3. Распределение усилий в стержнях фермы, $n=3$

Значения усилий отнесены к силе P и округлены до двух значащих цифр. Для наглядности синим цветом выделены сжатые стержни (их усилия меньше нуля). Красным цветом помечены растянутые стержни. Раскосы, соединяющие контуры — кроме угловых, при такой нагрузке не напряжены. Именно через угловые раскосы напряжение передается от стержней купола и внутреннего контура — к внешнему.

Наиболее сжатые элементы оказались на внешнем контуре. Наиболее растянутые элементы находятся на внутреннем контуре. Интересно отметить, что ни распределение усилий, ни сами усилия не зависят от числа панелей. Такие же усилия и реакции опор будут в ферме с другим числом панелей (рис. 4).

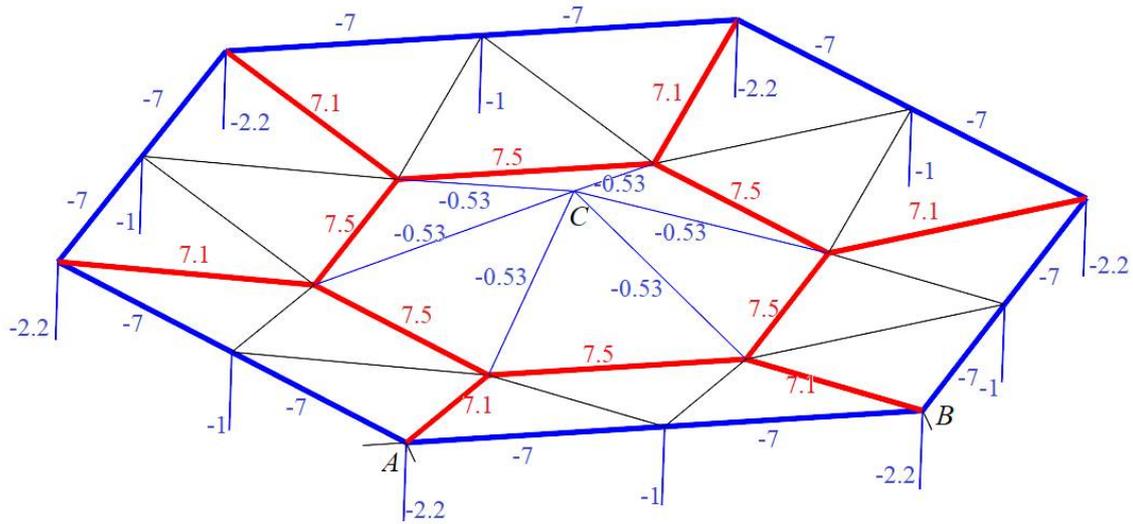


Рис. 4. Распределение усилий в стержнях фермы, $n=2$

По результатам расчета усилий в аналитической форме можно вывести формулы для усилий в характерных стержнях. Сжимающие усилия в стержнях купола по результату решения системы уравнений равновесия не зависят от числа панелей $S_I = -Pd / (12h)$, где $d = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. Растягивающие усилия в угловых раскосах: $S_{II} = 7Pc / (6h)$, усилия стержней внутреннего контура $S_{III} = 5Pa / (4h)$, усилия во внешнем контуре $S_{IV} = 7Pa / (6h)$. Усилия во всех опорных стойках на внешнем контуре, кроме угловых, равны $-P$. Усилия стоек на внутреннем контуре также равны $-P$. Реакции опор в угловых стойках не зависят от размеров фермы и вычисляются по формуле $R_{coner} = 13P / 6$. При этом полученное решение легко проверить, записав сумму проекций на ось z всех реакций опор внешних сил, приложенных к $K = 12n - 5$ узлам конструкции:

$$6(n-1) \cdot P + 6(n-2) \cdot P + 6R_{coner} - (12n-5) \cdot P = 0.$$

Расчет прогиба. Прогиб конструкции в вершине C от действия распределенной нагрузки вычислим по формуле Максвелла - Мора:

$$\Delta_n = \sum_{j=1}^{n_s} \frac{S_j s_j l_j}{EF}, \quad (1)$$

где l_j — длина стержня, S_j — усилие от действия нагрузки, s_j — усилие от единичной вертикальной силы, приложенной к узлу C , в котором вычисляется прогиб, EF — продольная жесткость стержней. Последовательный расчет прогиба ферм с различным числом панелей n дает следующие формулы:

$$\Delta_2 = P(101a^3 + 28c^3 + 52h^3 + d^3) / (24h^2 EF),$$

$$\Delta_3 = P(87a^3 + 14c^3 + 26h^3 + d^3) / (12h^2 EF),$$

$$\Delta_4 = P(247a^3 + 28c^3 + 52h^3 + 3d^3) / (24h^2 EF),$$

$$\Delta_5 = P(80a^3 + 7c^3 + 13h^3 + d^3) / (6h^2 EF),$$

$$\Delta_6 = P(393a^3 + 28c^3 + 52h^3 + 5d^3) / (24h^2 EF), \dots$$

Операторы системы компьютерной математики Maple позволяют вычислить общие члены последовательностей коэффициентов при степенях a^3, c^3, d^3, h^3 и получить следующую итоговую формулу зависимости прогиба от числа панелей и размеров конструкции

$$\Delta_n = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3 + C_4 d^3) / (h^2 EF), \quad (2)$$

где

$$C_1 = (73n - 45) / 24, C_2 = 7 / 6, C_3 = 13 / 6, C_4 = (n - 1) / 24. \quad (3)$$

По сравнению с известными аналогичными решениями, даже для плоских ферм [7–11, 15], решение получилось на редкость простым. Два коэффициента линейно зависят от числа панелей, а два вообще постоянные. В данном случае для получения общих членов последовательностей не обязательно использовать операторы Maple. Это упрощение объясняется, по-видимому, уже замеченной особенностью напряженного состояния конструкции, не зависящего от числа панелей (рис. 3, рис. 4).

Формула для прогиба угловой (не опертой на стойку) точки D внутреннего контура (рис.1) находится аналогичным образом. Соответствующие коэффициенты (2) для прогиба весьма близки к формулам (3) и имеют вид:

$$C_1 = (29n - 15) / 24, C_2 = 7 / 6, C_3 = 13 / 6, C_4 = 0. \quad (4)$$

Кривые, иллюстрирующие эти решения, построены на рисунке 5 для безразмерного прогиба $\Delta' = \Delta_n EF / (P_{sum} L)$, где $P_{sum} = P(12n - 5)$ при $L = na = 50\text{m}$.

Кривые имеют асимптоты, значения которых можно вычислить средствами Maple:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Delta'_C = h / (288L), \lim_{n \rightarrow \infty} \Delta'_D = 0.$$

Заключение. Предложена новая схема статически определимой пространственной фермы купольного типа. Подобная схема покрытия может быть использована в конструкциях цирков, аэровокзалов, складов. Простые и легко проверяемые расчетные формулы, справедливые при любом числе панелей, обеспечивают надежную проверку численных решений и применимы для предварительной оценки проектируемых сооружений.

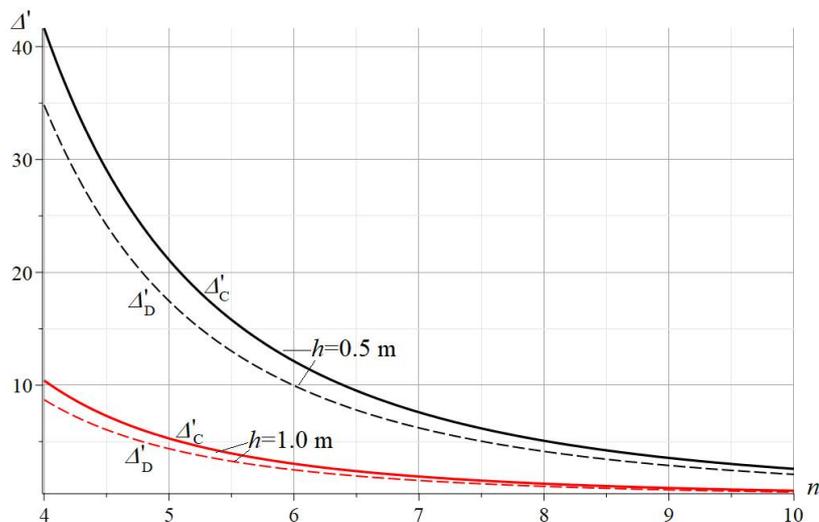


Рис. 5. Зависимости безразмерных прогибов в вершине C и узле D от числа панелей

Библиографический список

1. Козлов А.В., Козлов В.А. Напряженно-деформированное состояние составной конструкции с учетом податливости на сдвиг между железобетонной плитой и стальной балкой // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №2 (29). С. 48–61.
2. Ефрюшин С.В., Ефанов А.Р. Оценка эффективности применения легких стальных тонкостенных конструкций в башенных сооружениях // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №3 (30). С. 26–48.
3. Goloskokov, D.P., Matrosov, A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. *Applied Mathematical Sciences*. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com <http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211> (date of application: 17.06.2020).
4. Goloskokov, D.P., Matrosov, A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 // *Proceedings*. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.
5. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. Microarchitected cellular solids — The hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
6. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. The structural performance of the periodic truss // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
7. Kirsanov M. N. *Planar Trusses: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing, 2019. 206 p.
8. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // *AlfaBuild*. 2021. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
9. Kitaev, S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple // *Postulat*. 2018. 5–1. Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477> (date of application: 3.03.2021).
10. Ilyushin, A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame // *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). Pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.
11. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №2 (29). С. 29–37.
12. Kirsanov M.N. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions // *Construction of Unique Buildings and Structures*; 2021. 98 Article No 9805. doi: 10.4123/CUBS.98.5
13. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss; 2021; *AlfaBuild*; 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
14. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4

15. Buka-Vaivade, K., Kirsanov, M.N., Serdjuks, D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels // Vestnik MGSU. 2020. (4). Pp. 510–517. doi:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517

References

1. Kozlov A.V., Kozlov V.A. Stress-strain state of a composite structure taking into account shear compliance between a reinforced concrete slab and a steel beam. *Stroitel'naya Mekhanika i Konstruktsii*. 2021. No. 2 (29). pp. 48–61.
2. Efrushin S.V., Efanov A.R. Evaluation of the effectiveness of the use of light steel thin-walled structures in tower structures. *Stroitel'naya mekhanika i konstruktsii*. 2021. No. 3 (30). pp. 26–48.
3. Goloskokov, D.P., Matrosov, A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. *Applied Mathematical Sciences*. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com<http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211> (date of application: 17.06.2020).
4. Goloskokov, D.P., Matrosov, A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings. 2015. Pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.
5. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
6. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
7. Kirsanov M. N. *Planar Trusses: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing, 2019. 206 p.
8. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels; 2021. *AlfaBuild*. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
9. Kitaev, S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple. *Postulat*. 2018. 5–1. Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477> (date of application: 3.03.2021).
10. Ilyushin, A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame. *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). Pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.
11. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a planet externall statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruktsii*. 2021. No. 2 (29). pp. 29–37.
12. Kirsanov M.N. Deformations And Spatial Structure Vibrations Frequency of The Rectangular Contour Type Cover: Analytical Solutions; 2021; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 98 Article No 9805. doi: 10.4123/CUBS.98.5
13. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss; 2021; *AlfaBuild*; 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1

14. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
15. Buka-Vaivade, K., Kirsanov, M.N., Serdjuks, D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. Vestnik MGSU. 2020. (4). Pp. 510–517. doi:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517

MODEL AND ANALYTICAL CALCULATION OF A SPATIAL HEXAGONAL DOME TRUSS

M. N. Kirsanov

National Research University «MPEI»
Russia, Moscow

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics
and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

A scheme of a statically determined truss of a hexagonal dome with supports on two rows of the outer contour is proposed. Formulas are derived for calculating the forces in the most compressed and stretched rods depending on the number of panels. A picture of the distribution of forces on the rods of the structure is given. The algorithm for deriving the formula for the deflection of the dome under the action of a vertical load is considered. The Maxwell – Mohr formula is used. The load is evenly distributed over the truss nodes or applied to the top of the dome. The conclusion is based on an inductive generalization of the solution sequence for structures with an increasing number of panels. The coefficients of the desired formulas are calculated as common members of the sequences of coefficients in particular solutions. The solution of equilibrium equations for nodes and all transformations are performed in a program written in the language of the Maple symbolic mathematics system. Linear asymptotics of solutions are found.

Keywords: spatial truss, dome, induction, Maple, asymptotics, deflection

**ДИНАМИЧЕСКАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ПРЯМЫХ ТРУБ С ТЕКУЩЕЙ
ЖИДКОСТЬЮ ПРИ ТЕМПЕРАТУРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ**Д. С. Лолов¹, С. В. Лилкова-Маркова²Университет архитектуры, строительства и геодезии^{1,2}
Болгария, г. София

¹Д-р техн. наук, доцент кафедры технической механики, тел.: +359(2)9635245/767, e-mail: dlolov@yahoo.com²Д-р техн. наук, профессор кафедры технической механики, тел.: +359(2)9635245/657,
e-mail: lilkovasvetlana@gmail.com

Трубопроводы утечки жидкости используются в космической отрасли, в ядерных реакторах, в газопроводах, в наноконструкциях. Ряд ученых изучали динамическую устойчивость таких труб с теоретической и экспериментальной точек зрения. Скорость жидкости, при которой достигается потеря устойчивости из-за флаттера, является критической. Величина этой скорости важна при динамических исследованиях трубопроводов с текучим флюидом.

В данной статье исследовано влияние температурного воздействия на динамическую устойчивость прямой трубы, проводящей жидкость. Статическая схема трубы представляет собой балку с ограниченными горизонтальными и вертикальными перемещениями на обоих концах. Скорость транспортируемой жидкости постоянна. Приведено дифференциальное уравнение функции поперечных смещений точек от оси балки. В его решении применен метод Галеркина. Характеристическое уравнение представлено в матричной форме. Для решения этого уравнения использовался подход, который значительно сокращает время расчета. Дифференциальные уравнения сводятся к системе первого порядка. Система уравнений преобразуется и записывается в матричной форме. Показано, что корнями характеристического уравнения являются собственные значения задачи, записанные в матричной форме.

Показаны результаты для конкретной трубы с жидкостью с заданными геометрическими и физическими характеристиками. Температурная нагрузка и критическая скорость жидкости рассматриваются как параметры задачи. После численного решения было установлено, что температурная нагрузка влияет на колебательные характеристики трубы, а также на ее критическую скорость.

Ключевые слова: устойчивость, критическая скорость, жидкость, температурная нагрузка, труба

Введение. Динамическая устойчивость трубопроводов с жидкостью изучалась рядом исследователей. Paidoussis [1] – один из самых продуктивных авторов книг и статей по этой теме. Лилкова-Маркова и Лолов в [2] представляют свои исследования в различных областях по данной теме. Ritto и другие в [3] предлагают другой подход к численному решению этой проблемы. Взаимодействие жидкости со структурой изучается также в нанотрубках [4]. Веденеев и Порошина в [5] представляют критерий устойчивости безграничной однородной трубки с жидкостью. В [6] изучается влияние температурной нагрузки на устойчивость соединения, поддерживаемого на обоих концах трубы с текущей жидкостью. Применяется метод дифференциального возведения в квадрат.

В [7] исследованы устойчивость и бифуркация трубы с пульсирующей жидкостью и температурной нагрузкой. Определены критическая скорость жидкости и частота круговых колебаний. Рассмотрена разветвительная труба от энергоблока [8]. Доказано, что от температурной нагрузки на одних участках поперечного сечения возникают сжимающие напряжения, а на других – растягивающие. Атеен и другие в [9] проводили эксперименты на медных трубах, проводящих жидкость при различных температурах. Получены основные характеристики колебаний для нескольких случаев опирания трубы.

В [10] представлен динамический анализ трубопроводов тепловой нагрузки. Проведено численное исследование критической скорости жидкости и частоты круговых колебаний. Для определения разницы между температурами жидкости и внешней поверхности трубы было проведено численное моделирование в [11]. Исследовано [12] численное и экспериментальное влияние температурной нагрузки на течение жидкости.

Работа [13] посвящена влиянию температурной нагрузки на свободные колебания трубы с протекающей жидкостью на обоих концах. Рассмотрены два случая - без упругого основания Винклера и с ним. Исследовано влияние циклических механических и температурных нагрузок на предизолированные трубы в [14]. Fakhar в [15] исследовал нанокompозитную трубку с протекающей жидкостью. Определена критическая скорость жидкости в зависимости от влияния температуры. В [16] была исследована тепловая трубка с паровым инжектором. Было обнаружено, что колебания с большой амплитудой возникают при более низких температурах.

В данной статье исследовано влияние температуры на сопротивление трубопроводов, представлены численные исследования для трубопровода с постоянной скоростью жидкости.

Постановка задачи. Исследованная труба с протекающим флюидом показана на рис. 1. Скорость жидкости постоянна.

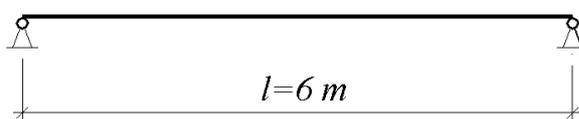


Рис. 1. Статическая схема исследованной трубы

Дифференциальное уравнение для функции поперечных перемещений оси трубы имеет вид [6]:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_f V^2 + EA\alpha T) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2m_f V \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

где m_f и m_p – масса жидкости на единицу длины трубопровода и масса трубопровода на единицу длины соответственно; E – модуль линейной упругости материала; I , A – момент инерции и площадь поперечного сечения трубы; α – коэффициент линейного теплового расширения материала; T – температура трубы; V – скорость жидкости.

При выводе уравнения (1) силой гравитации пренебрегаем. Исследуется устойчивость системы вне вертикальной плоскости. Транспортируемая жидкость является несжимаемой и невязкой.

Подход Эйлера долгое время был единственным в теории устойчивости упругих систем. Но оказывается, что его можно использовать только для изучения статической потери устойчивости, а не для объяснения явления в целом. Если система нагружена неконсервативными силами, она теряет устойчивость не только в дивергентной, но и во флаттерной формах. Под действием только консервативных сил потеря устойчивости имеет лишь дивергентную форму.

Это требует, чтобы исследование устойчивости упругих систем, подверженных неконсервативным силам, проводилось с использованием динамического подхода, описанного Болотиным в [17] и Волмиром в [18]. Этот подход основан на изучении колебаний системы вокруг положения равновесия. Возможно также применение метода

динамической энергии, предложенного Х. Лейфольцем в [19]. Подход Эйлера можно рассматривать как частный случай динамического метода. Поскольку трубопроводы подвержены действию неконсервативных силовых систем, они должны быть испытаны на динамическую потерю устойчивости. Это можно сделать согласно методике, описанной ниже. Отправной точкой для этого является решение уравнения (1).

Наиболее часто используемый метод решения этого дифференциального уравнения - метод Галёркина. Особенно подходит спектральный метод Галёркина. В отличие от традиционного подхода Галёркина, здесь используются ортогональные функции для базовых функций в приближенном решении. Это значительно повышает точность решения, а также позволяет избежать плохо определенных матриц. Возможны следующие варианты выбора ортогональных функций:

- собственные функции формы, которые являются решением такой задачи;
- ряды Фурье;
- полиномы Лагранжа;
- полиномы Чебышева.

Применяется метод Галёркина и ищется функция w в виде

$$w(x, t) = \sum_{i=1}^n y_i(x) z_i(t), \quad (2)$$

где $z_i(t)$ – неизвестные функции, а $y_i(x)$ – базовые функции, удовлетворяющие граничным условиям трубы.

$x \in [0, l]$, при этом координата $x = 0$ относится к левому концу трубы, а $x = l$ – к правому концу.

Для выбора основных функций целесообразно использовать функции формы трубки, содержащей неподвижную жидкость ($V=0$), удовлетворяющие граничным условиям. Тогда даже при небольшом количестве основных функций, участвующих в решении, получаются точные результаты. Этот метод подходит для различных типов опор труб - регулярного или неравномерного размещения опор и также может быть использован для трубопроводов на упругих опорах.

Применен матричный метод исследования динамической устойчивости трубопровода, предложенный Ву и Шихом в [20]. Он подходит для проверки устойчивости труб с неравномерным размещением опор или труб на упругих опорах. Для основных функций в методе Галёркина используются функции формы трубки, содержащей неподвижную жидкость.

Матричный метод учитывает тот факт, что для трубы, содержащей неподвижную жидкость, дифференциальное уравнение, описывающее её поперечные колебания, имеет вид:

$$EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + (m_f + m_p) \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (3)$$

Решение этого уравнения представляется в следующем виде:

$$w(x, t) = y(x) e^{i\omega t}, \quad (4)$$

где $y(x)$ – функция формы трубы. Эта функция представляет значение амплитуды $w(x, t)$, ω – соответствующая круговая частота, i – мнимая единица.

Подстановка (4) в (3) приводит к

$$y^{IV}(x) = \lambda^4 y(x) \quad (5)$$

В нем параметр λ имеет вид:

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{(m_f + m_p)\omega^2}{EI}} \quad (6)$$

(2) не является точным решением (1). Следовательно, после замены (2) в (1) получается функция ошибок $R(x, t)$:

$$R(x, t) = \sum_{i=1}^n \left[EI y_i^{IV} z_i + (m_f V^2 + EA\alpha T) y_i^{II} z_i + 2m_f V y_i^I \dot{z}_i + (m_f + m_p) y_i \ddot{z}_i \right]. \quad (7)$$

Согласно методу Галёркина поиск неизвестных функций $z_i(t)$ осуществляется по условию минимизации функции ошибок $R(x, t)$ в области $x \in [0, l]$, где l – длина трубы. Для этого необходимо:

$$\int_0^l R(x, t) y_k(x) dx = 0 \quad k = 1, \dots, n \quad (8)$$

После записи условия ортогональности функции ошибок всем базовым функциям получается система из n дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций. После преобразований получается следующая матричная запись этой системы уравнений:

$$\sum_{i=1}^n \int_0^l \left[EI y_i^{IV} z_i + (m_f V^2 + EA\alpha T) y_i^{II} z_i + 2m_f V y_i^I \dot{z}_i + (m_f + m_p) y_i \ddot{z}_i \right] y_k dx = 0 \quad \text{за } k = 1, \dots, n \quad (9)$$

Для ее решения применен матричный метод. Труба разделена на участки длиной Δx . Учитываются следующие зависимости для функций формы:

$$\int_0^l y_i y_k dx = \begin{cases} 0, & k \neq i \\ \{y_i\}^T \{y_k\} \Delta x, & k = i \end{cases} \quad (10)$$

$$\int_0^l y_i^I y_k dx = \{y_i^I\}^T \{y_k\} \Delta x; \quad (11)$$

$$\int_0^l y_i'' y_k dx = \frac{1}{EI} \{M_i\}^T \{y_k\} \Delta x. \quad (12)$$

В выражениях (10), (11) и (12) имеем следующее:

$\{y_i\}$ - вектор, содержащий смещения точек от оси трубы, соответствующей i -й собственной форме в случае неподвижной жидкости. В (10) учтена ортогональность собственных форм;

$\{y_i^I\}$ - вектор, содержащий вращения точек от оси трубы, соответствующей i -й собственной форме в случае неподвижной жидкости.

$\{M_i\}$ - вектор, содержащий изгибающие моменты точек от оси трубы, соответствующей i -й собственной форме в случае неподвижной жидкости.

В уравнении (9) учтены зависимости (10), (11) и (12) и получена система n дифференциальных уравнений относительно неизвестных функций $z_i(t)$:

$$\sum_{i=1}^n \left\{ (m_f + m_p) \{y_i\}^T \{y_k\} \ddot{z}_i + 2m_f V \{y_i^I\}^T \{y_k\} \dot{z}_i + \left[EI \gamma_i^4 \{y_i\}^T \{y_k\} + \frac{1}{EI} (m_f V^2 + EA \alpha T) \{M_i\}^T \{y_k\} \right] z_i \right\} \Delta x = 0 \quad (13)$$

Систему уравнений (13) можно записать в матричной форме

$$[M] \ddot{z}_i + [C] \dot{z}_i + [K] z_i = 0 \quad (14)$$

Элементы этих матриц вычисляются по формулам:

$$M_{ii} = (m_f + m_p) \{y_i\}^T \{y_k\} \Delta x, \quad M_{ik} = 0 \quad (i \neq k) \quad (15)$$

$$C_{ik} = 2m_f V \{y_i^I\}^T \{y_k\} \Delta x \quad (16)$$

$$K_{ik} = \frac{1}{EI} (m_f V^2 + EA \alpha T) \{M_i\}^T \{y_k\} \Delta x + E_{ik} \quad (17)$$

$$E_{ik} = EI \lambda_i^4 \Delta x, \quad E_{ik} = 0 \quad (i \neq k). \quad (18)$$

Характеристическое уравнение системы (14) получается из условия:

$$\det[X] = 0, \quad (19)$$

где члены определителя определяются по следующей формуле:

$$X_{ik} = \lambda^2 M_{ik} + \lambda C_{ik} + K_{ik}. \quad (20)$$

По типу корней λ характеристического уравнения (20) можно определить, находится ли система в устойчивом равновесии или нет.

Система «труба-жидкость» устойчива, если действительная часть корней характеристического уравнения отрицательна. Корни характеристического уравнения зависят от следующих величин: масс трубы и жидкости, жесткости трубы, скорости проводимой жидкости V и температуры трубы T . В зависимости от (19) может быть определена критическая скорость V_{cr} проводимой жидкости, при которой система теряет устойчивость.

Решение уравнения (19) представляет собой сложную задачу определения собственных значений системы даже с помощью современных компьютерных технологий и доступных программных продуктов.

Следующий подход можно использовать для определения собственных значений, что приводит к сокращению времени вычислений. Для этого система (14) преобразуется в систему дифференциальных уравнений первого порядка путем ввода новой функции q .

$$\{q\}^T = \{q_1 = z_1; \dots; q_n = z_n; q_{n+1} = \dot{z}_1; \dots; q_{2n} = \dot{z}_n\} \quad (21)$$

Преобразованная система дифференциальных уравнений приобретает следующий вид:

$$\begin{vmatrix} C & M \\ M & 0 \end{vmatrix} \{\dot{q}\} + \begin{vmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{vmatrix} \{q\} = 0 \quad (22)$$

Корни характеристического уравнения (22) являются собственными значениями следующей задачи поиска собственных значений и собственных векторов:

$$\left(\lambda \begin{vmatrix} C & M \\ M & 0 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{vmatrix} \right) \{u\} = 0 \quad (23)$$

В (23) с $\{u\}$ обозначен собственный вектор системы.

Эту проблему легко решить с помощью ряда математических программных продуктов.

Численные исследования. Приняты следующие характеристики исследуемой системы:

$E = 2.06 \times 10^8 \text{ kN} / \text{m}^2$; $\rho_f = 1000 \text{ kg} / \text{m}^3$ - объемная плотность транспортируемой жидкости; $\rho_p = 7850 \text{ kg} / \text{m}^3$ - объемная плотность материала трубы; $\alpha = 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$

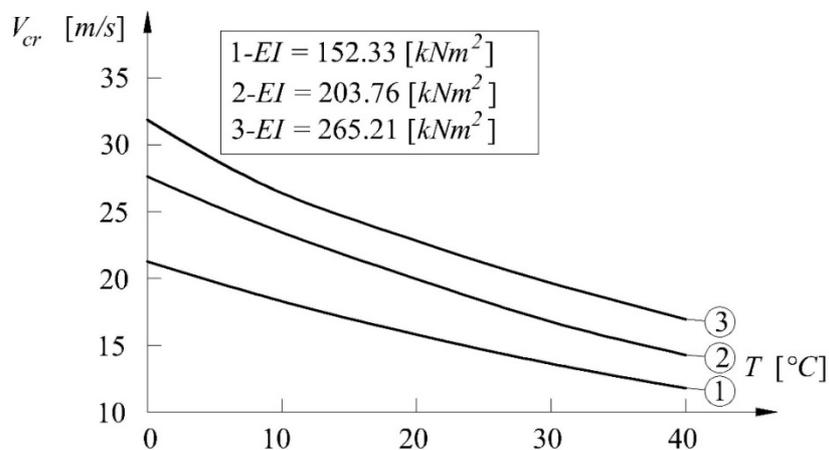


Рис. 2. Зависимость критической скорости от температуры

Заключение. Результаты показывают, что повышение температуры трубы T приводит к снижению критической скорости транспортируемой жидкости V_{cr} . Из графика рис. 2 видно, что по мере уменьшения жесткости трубы ее устойчивость также уменьшается.

Исследования показывают, что температурная нагрузка играет важную роль в устойчивости системы и должна учитываться при проектировании трубопроводов.

Библиографический список

1. Paidoussis M.P. *Slender Structures and Axial Flow*: Elsevier Science, 2014. – 888 p.
2. Лилкова-Маркова С., Лолов Д. Устойчивост на тръби с протичащ флуид. – София: ABC Техника, 2016. – 124 с.
3. Dynamic stability of a pipe conveying fluid with an uncertain computational model / T. Ritto, C. Soize, A. Rochinha, R. Sampaio // *Journal of Fluids and Structures*. – 2014. – Vol. 49. – P. 412-426 (DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2014.05.003).
4. Лолов Д., Лилкова-Маркова С. Расчет критической скорости флюида, протекающего в однослойной углеродной нанотрубке в полимерной матрице // *Вестник ПНИПУ. Сер. Механика*. – 2019. – № 4. – С.114-119.
5. Веденеев В., Порошина А.Б., Устойчивость упругой трубки, содержащей неньютоновскую жидкость и имеющей локально ослабленный участок // *Труды Математического института им. В.А.Стеклова*. – 2018. – № 300. – С. 42-64.
6. Qian Q., L. Wang Q., Instability of simply supported pipes conveying fluid under thermal loads // *Mechanics research communications*. – 2009. – Vol. 36. – № 3. – P. 413-417 (DOI: 10.1016/j.mechrescom.2008.09.011).
7. Demin Z., Baoshan L., Local Bifurcation Analysis of Parameter-Excited Resonance of Pipes under Thermal Load // *Transactions of Tianjin University*. – 2015. – Vol. 21. – P. 324-332 (DOI: 10.1007/s12209-015-2489-6).
8. Extremal Thermal Loading of a Bifurcation Pipe / B. Kraszewski, G. Bzymek, P. Ziółkowski, J. Badur // *Scientific Session on Applied Mechanics X. AIP Conf. Proc.* – 2077. – P. 020030-1–020030-9 (DOI: 10.1063/1.5091891).
9. Ameen K., Al-Dulaimi M., Hatem A., Experimental Study of Vibration on Pipe Conveying Fluid at Different End Conditions for Different Fluid Temperatures // *Engineering and Technology Journal*. – 2019. – Vol. 37. – Part A. N. 12 (DOI: 10.30684/etj.37.12A.3).
10. Dynamic analysis of a fluid-conveying pipe under axial tension and thermal loads / J. Gu, B. Daib, Y. Wang, M. Li, M. Duan // *Ships and Offshore Structures*. – 2016. – Vol. 12. – № 2. P. 1-14 (DOI: 10.1080/17445302.2015.1135564)
11. Gorman J., Sparrow W., Abraham J., Differences between measured pipe wall surface temperatures and internal fluid temperatures // *Case Studies in Thermal Engineering*. – 2013. – Vol. 1. – P. 13-16 (DOI: 10.1016/j.csite.2013.08.002).
12. The Influence of Fluid Temperature on the Entrance Length of Developing Flow in the Upstream Pipe of Measuring Devices / M. Alashker, M. Elrefaie, I. Shabaka, G. Mohamed // *International Journal of Science and Engineering Applications*. – 2019. – Vol. 8. – № 4. – P. 124-130 (DOI: 10.7753/IJSEA0804.1004).
13. Mouloud D., Samir Z., Djilali B. Effect of Thermal Load on Vibration of Clamped-Clamped Pipe Carrying Fluid // *Journal of Engineering and Applied Sciences*. – 2020. – Vol. 15. – № 23. – P. 3708-3712.
14. Doyle L., Weidlich I., Effects of thermal and mechanical loads on polyurethane pre-insulated pipes // *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. – 2020. – Vol. 44. – № 1. – P. 1-13 (DOI: 10.1111/ffe.13347).

15. Fakhar M., Fakhar A., Tabatabaei H. Nanotechnology efficacy on improvement of acute velocity in fluid-conveying pipes under thermal load // *International Journal of Hydromechanics*. 2021. – Vol. 4. – № 2. – P. 142-154 (DOI: 10.1504/IJHM.2021.116956)
16. Investigation of temperature oscillations in a novel loop heat pipe with a vapor-driven jet injector / L. Liu, X. Yang, B. Yuan, J. Wei // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2021. – Vol. 179. – P. 121672.
17. Bolotin V. End deformations of flexible pipelines // *Trudy Moskovskogo Energeticheskogo Instiuta*. – 1956. Vol. 9. – P. 272-291.
18. Volmir S. Stability of deformable systems. – Moscow: Nauka, 1967 – 1977.
19. Leipholz H., Stability of elastic systems // *Alphen an den Rijn: Sijthoff & Noordhoff*, 1980.
20. Wu S., Shih Y., Dynamic analysis of a multispans fluid-conveying pipe subjected to external load // *Journal of Sound and Vibration*. – 2001. – Vol. 239. – P. 201-215.

References

1. Paidoussis M.P. Slender Structures and Axial Flow: Elsevier Science, 2014. 888 p.
2. Lilkova-Markova S., Lolov D. Stability on a test with a counter fluid. Sofia: ABC Technique, 2016. 124 p.
3. Ritto T., Soize C., Rochinha A., Sampaio R. Dynamic stability of a pipe conveying fluid with an uncertain computational model. *Journal of Fluids and Structures*. Vol. 49. 2014. Pp. 412-426. (DOI: 10.1016/j.jfluidstructs.2014.05.003).
4. Lolov D., Lilkova-Markova S. Calculation of the critical velocity of a fluid flowing in a single-layer carbon nanotube in a polymer matrix. *Bulletin of PNRPU. Ser. Mechanics*. No. 4. 2019. Pp. 114-119.
5. Vedenev V., Poroshina A. B. Stability of an elastic tube containing a non-Newtonian fluid and having a locally weakened section. *The Labors of Mathematical Institution named after V.A. Steklov*. No. 300. 2018. Pp. 42-64.
6. Qian Q.L., Wang Q., Instability of simply supported pipes conveying fluid under thermal loads. *Mechanics Research Communications*. Vol. 36. No. 3. 2009. Pp. 413-417. (DOI: 10.1016/j.mechrescom.2008.09.011).
7. Demin Z., Baoshan L. Local Bifurcation Analysis of Parameter-Excited Resonance of Pipes under thermal load. *Transactions of Tianjin University*. Vol. 21. 2015. Pp. 324-332. (DOI: 10.1007/s12209-015-2489-6).
8. Kraszewski B., Bzymek G., Ziółkowski P., Badur J. Extreme Thermal Loading of a Bifurcation Pipe. *Scientific Session on Applied Mechanics X. AIP Conf. Proc.* 2077.-P. 020030-1–020030-9 (DOI: 10.1063/1.5091891).
9. Ameen K., Al-Dulaimi M., Hatem A. Experimental study of vibration on pipe conveying fluid at different end conditions for different fluid temperatures. *Engineering and Technology Journal*. Vol. 37. Part A. No. 12. 2019. (DOI: 10.30684/etj.37.12A.3).
10. Gu J., Daib B., Wang Y., Li M., Duan M. Dynamic analysis of a fluid-conveying pipe under axial tension and thermal loads. *Ships and Offshore Structures*. Vol. 12. No. 2. 2016. Pp. 1-14. (DOI: 10.1080/17445302.2015.1135564).
11. Gorman J., Sparrow W., Abraham J. Differences between measured pipe wall surface temperatures and internal fluid temperatures. *Case Studies in Thermal Engineering*. Vol. 1. 2013. Pp. 13-16. (DOI: 10.1016/j.csite.2013.08.002).
12. Alashker M., Elrefaie M., Shabaka I., Mohamed G. The influence of fluid temperature on the entrance length of developing flow in the upstream pipe of measuring devices. *International Journal of Science and Engineering Applications*. Vol. 8. No. 4. 2019. Pp. 124-130. (DOI: 10.7753/IJSEA0804.1004).

13. Mouloud D., Samir Z., Djilali B. Effect of thermal load on vibration of clamped-clamped pipe carrying fluid. *Journal of Engineering and Applied Sciences*. Vol. 15. No. 23. 2020. Pp. 3708-3712.
14. Doyle L., Weidlich I., Effects of thermal and mechanical loads on polyurethane pre-insulated pipes. *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*. Vol. 44. No. 1. 2020. Pp. 1-13. (DOI: 10.1111/ffe.13347).
15. Fakhar M., Fakhar A., Tabatabaei H. Nanotechnology efficacy on the improvement of acute velocity in fluid-conveying pipes under thermal load. *International Journal of Hydromechanics*. Vol. 4. No. 2. 2021. Pp. 142-154. (DOI: 10.1504/IJHM.2021.116956).
16. Liu L., Yang X., Yuan B., Wei J. Investigation of temperature oscillations in a novel loop heat pipe with a vapor-driven jet injector. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. Vol. 179. 2021. P. 121672.
17. Bolotin V. End deformations of flexible pipelines. *The Labors of Moscow Energetic Institute*. Vol. 9. 1956. Pp. 272-291.
18. Volmir S. *Stability of deformable systems*. Moscow: Nauka, 1967-1977.
19. Leipholz H., *Stability of elastic systems*. Alphen an den Rijn: Sijthoff & Noordhoff, 1980.
20. Wu S., Shih Y., Dynamic analysis of a multi-span fluid-conveying pipe subjected to external load. *Journal of Sound and Vibration*. Vol. 239. 2001. Pp. 201-215.

DYNAMIC STABILITY OF A STRAIGHT PIPE CONVEYING FLUID UNDER THERMAL LOADS

D. S. Lolov¹, S. V. Lilkova-Markova²

University of Architecture, Civil Engineering and Geodesy^{1,2}
Bulgaria, Sofia

¹Dr. of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Technical Mechanics, Tel. +359(2)9635245/767 e-mail: dlolov@yahoo.com

²Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Technical Mechanics, Tel. +359(2)9635245/657 e-mail: lilkovasvetlana@gmail.com

Pipes conveying fluid are broadly used in the space industry, in nuclear reactors, in gas pipelines, in nanostructures. A number of scientists have studied the dynamic stability of such pipes from a theoretical and experimental point of view. The fluid velocities at which flutter buckling occurs are critical. The magnitude of this velocity is important in dynamic studies of fluid-conveying pipelines. This article investigates the effect of temperature load on the dynamic stability of a straight pipe conveying fluid. The static scheme of the pipe is a beam with restricted horizontal and vertical displacements at both of its ends. The velocity of the transported fluid is constant. The Galerkin method was applied for the solution of the differential equation, describing the transverse vibrations of the pipe. The characteristic equation is presented in matrix form. To solve this equation, an approach was applied that significantly reduces the calculation time. Differential equations are reduced to a first-order differential equation system. The system of differential equations is transformed and rewritten in a matrix form. It is shown that the roots of the characteristic equation are obtained by solving the generalized first order eigenvalue problem. Results are shown for a pipe conveying fluid with specified geometric and physical characteristics. The temperature load and the critical velocity of the fluid are considered as parameters of the problem. After a numerical solution, it was found that the temperature load affects the vibrational characteristics of the pipe, as well as its critical velocity.

Keywords: stability, critical velocity, fluid, temperature load, pipe.

DEFORMATIONS AND NATURAL FREQUENCY SPECTRUM OF A PLANAR REGULAR TRUSS WITH A TRIANGULAR LATTICE

M. N. Kirsanov

National Research University «MPEI»
Russia, Moscow

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

The formula for the dependence of the deflection of a statically determined frame-type truss on the number of panels is derived by induction in the Maple computer mathematics system. A uniform and concentrated load on the upper belt is considered. A picture of the distribution of forces on the truss rods is given. The Dunkerley method is used to find a lower analytical estimate of the first oscillation frequency under the assumption that the truss mass is uniformly distributed over the nodes. Generalization of the solution to an arbitrary number of panels is carried out by induction. The solution is compared with the numerical solution for the entire frequency spectrum found using the Maple eigenvalues operator. The high accuracy of the obtained estimate is noted, which grows with the increase in the number of panels. In the set of spectra of regular trusses of various orders, spectral isolines and spectral constants are found. The error of the analytical estimate, which is a formula with coefficients in the form of polynomials in the number of panels not higher than the sixth order, does not exceed 24%. When the number of panels is more than eight, the estimation error is less than 5%.

Key words: truss, frame, Dunkerley method, oscillations, fundamental frequency, induction, isoline, Maple

Introduction

In most static calculations of building structures, numerical methods are used [1-3]. The development of methods of symbolic mathematics makes it possible to obtain analytical results as well. Such solutions are often reduced to some algorithms implemented in the systems Maple, Mathematica, Derive, Reduce, etc., but do not give compact calculation formulas [4,5]. The most difficult task is the derivation of simple calculation formulas that are valid not for anyone's construction, but a certain class. These classes include regular constructions containing periodically repeating elements in their structure. In trusses, for example, such a group can be a separate panel. The problems of the existence of statically determinate regular trusses were dealt with by Hutchinson R.G. and Fleck N.A. [6,7]. Some solutions for deflections of planar trusses of a regular type were obtained in [8-12], for spatial ones in [13]. These solutions are obtained by the inductive generalization of a series of analytical solutions with obtaining common terms of sequences of coefficients in the calculation formulas. A set of solutions for truss deflections and shifts of supports under various loads of beam, frame, arch, and cantilever trusses is contained in the reference book [14].

As a rule, in the dynamic calculations of building structures, the spectra of natural frequencies are used, and above all, the first frequency. Much less is known about analytical solutions for truss oscillation frequencies. This is primarily because the frequency equations in such problems are algebraic equations that have a high order and are not solvable in elementary functions. However, there are approximate estimates for the first frequency, which allow not only analytical solutions but also their generalizations to an arbitrary order of the regular construction [15–19]. An exact solution for the lower bound for the first frequency of a planar truss was obtained in [20].

This paper proposes analytical solutions for planar truss deflection and first frequency estimation. The frequency spectrum of natural oscillations is investigated

Calculation of forces and deflections

A frame-type truss (Fig. 1) has $2n$ panels in the crossbar and two panels each in the side parts. Truss panels are made up of equilateral triangles with side a . Truss height is $3h = 3a\sqrt{3}/2$. The left support of the truss is a movable hinge, the right one is fixed. The total number of bars, including the three bars modeling the supports, is $\eta = 8n + 22$.

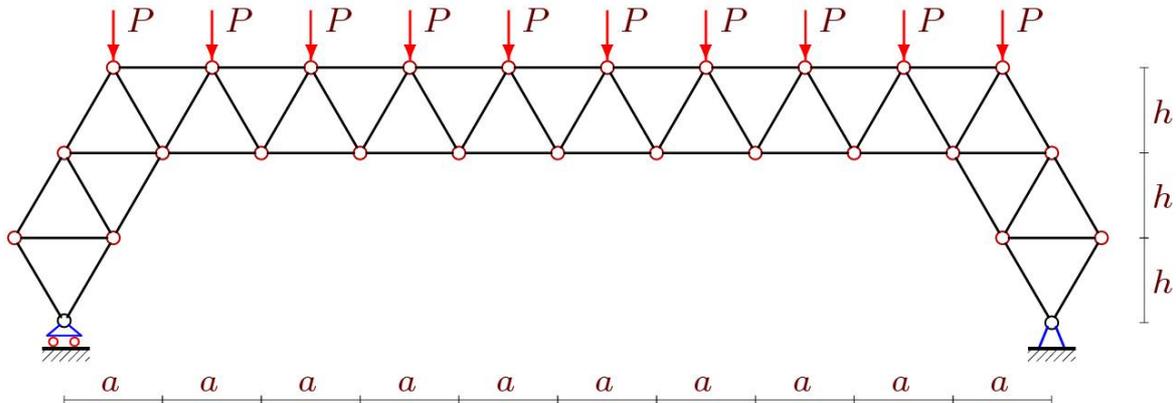


Fig. 1. The truss scheme $n=4$

Let us calculate the forces in the truss rods from the action of a uniform nodal load on the crossbar of the upper chord. All calculations and transformations will be carried out in analytical form in the Maple system according to the program [21]. We number the nodes (Fig. 2) and set their coordinates. The origin of coordinates is located in the movable support A. Here is the corresponding fragment of the program in the Maple language:

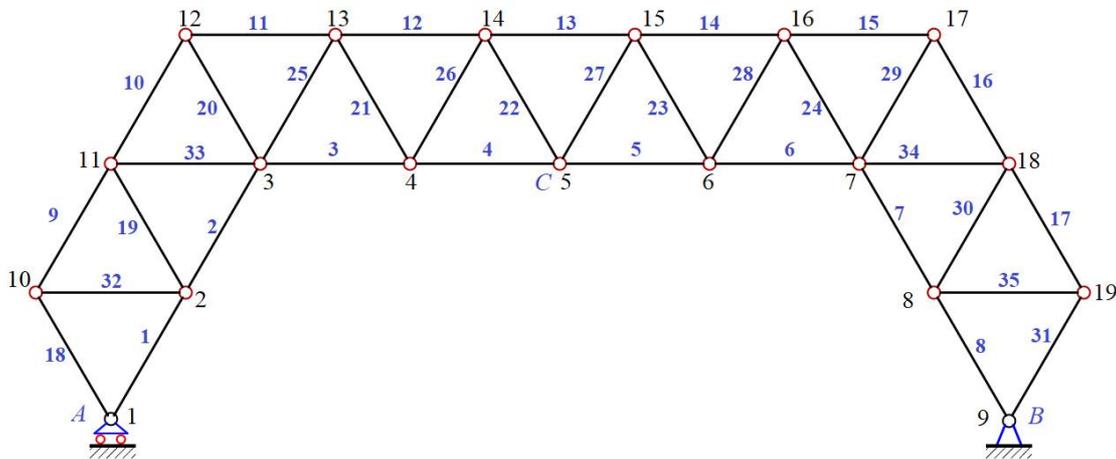


Fig. 2. Numbering of nodes and rods of the truss, $n=2$

```

for i to 3 do
  x[i]:=a*i/2-a/2;y[i]:=h*i-h;
  x[i+2*n+2]:=a*i/2+a/2+2*n*a;  y[i+2*n+2]:=3*h-h*i;
end:
for i to 2*n-1 do
  x[i+3]:=a*i+a;  y[i+3]:=2*h;
end:

```

```

for i to 2 do
  x0:=(x[i+1]+x[i])/2;          y0:=(y[i+1]+y[i])/2;
  x[i+2*n+5]:=x0-h*sqrt(3)/2;  y[i+2*n+5]:=y0+h/2;
  x0:=(x[i+3+2*n]+x[i+2+2*n])/2; y0:=(y[i+3+2*n]+y[i+2+2*n])/2;
  x[i+9+4*n]:=x0+h*sqrt(3)/2;  y[i+9+4*n]:=y0+h/2;
end:
for i to 2*n+2 do
  x[i+2*n+7]:=-a/2+a*i; y[i+2*n+7]:=3*h;
end:

```

The order of connection of rods at the nodes will be specified by special lists $\mathbf{T}[i]$, where i is the number of the rod, containing the numbers of the ends of the corresponding rods. For example, the lower belt is set like this:

```

for i to 2*n+4 do T[i]:=[i,i+1]; end:

```

The supports are modeled by rods of length f . Based on these data, the coefficients of the matrix of equilibrium equations of nodes in projections on the coordinate axes are calculated. Vector \mathbf{B} on the right side of the system in odd elements contains projections of nodal loads on the x -axis, in even elements — on the vertical y -axis. In this case:

```

for i from 2*n+8 to 4*n+9 do B[2*i]:=-P; end;

```

Let us present the results of the force calculation. The distribution of forces on the rods $a = 3\text{m}$, $f = 1\text{m}$ is shown in Figure 3. Compressed rods are highlighted in blue, stretched rods are highlighted in red. The thickness of the segments of the rods is conditionally proportional to the modules of the corresponding forces. The force value is related to the value of the nodal load P and rounded up to two digits.

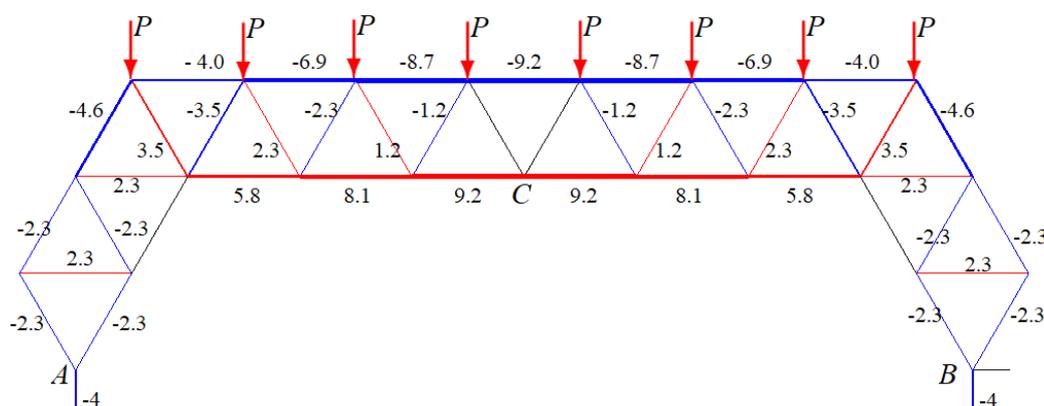


Fig. 3. Distribution of forces in the rods, $n=3$

The lower crossbar, as expected, is stretched, the upper one is compressed. The upper rods of the side parts in the lower chord are unloaded.

Deflections

Truss deflection is calculated using the Maxwell – Mohr formula

$$\Delta_n = \sum_{i=1}^n S_i^{(1)} S_i^{(P)} l_i / (EF).$$

Here $S_i^{(1)}$ — is the force in the rod i from the action of a single vertical force on the node in which the deflection is measured, l_i — is the length of the rod i , E is the modulus of elasticity of the rods, F is their cross-sectional area. The rigidity of the rods is assumed to be the same.

Solving the deflection problem in analytical form for $n=1, 2, 3, \dots$, we successively obtain:

$$\begin{aligned}\Delta_1 &= P(18a + 2f) / EF, \\ \Delta_2 &= P(63a + 3f) / EF, \\ \Delta_3 &= P(172a + 4f) / EF, \\ \Delta_4 &= P(1175a/3 + 5f) / EF, \\ \Delta_5 &= P(782a + 6f) / EF, \dots\end{aligned}$$

If the common term of the sequence of coefficients at f is obvious, then the common term of the sequence 18, 63, 172, 1175/3, 782 is found using the operators of the Maple system.

Thus, we have the following dependence of the deflection on the number of panels

$$\Delta_n = P((5n^4 + 20n^3 + 43n^2 + 61n + 33)a / 9 + (n+1)f) / EF.$$

Similarly, we find the deflection of the truss from the action of the vertical concentrated force P at the node C

$$\Delta_n = P((8n^3 + 24n^2 + 49n + 48)a / 9 + f) / (2EF).$$

Under the action of a vertical load, the left movable bearing receives a displacement δ . If in formula (1) we understand $S_i^{(1)}$ the forces in the rods from the action of a single horizontal force on node A , then as a result of induction on ten analytical solutions, we obtain the following value of the horizontal displacement of support A from the action of a uniform vertical load

$$\delta_n = 2Pa\sqrt{3}(10n^3 + 30n^2 + 59n + 27) / EF.$$

The spectrum of natural frequencies

The inertial properties of the truss are modeled by the masses concentrated in the nodes, the masses of the rods are neglected. Let us assume that the vibrations of the loads are vertical. The number of degrees of freedom of the system in this case is equal to the number of nodes $N = 4n + 11$.

The differential equations for the oscillations of a system of N weights have the form:

$$\mathbf{J}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_N \mathbf{Y} = 0, \quad (1)$$

where \mathbf{D}_N is the stiffness matrix, $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ is the vector of vertical displacements of loads, $\mathbf{J}_N = m\mathbf{I}_N$ is the diagonal matrix of inertia, \mathbf{I}_N is the identity matrix, $\ddot{\mathbf{Y}}$ is the vector of accelerations of nodes with masses. The inverse of the stiffness matrix \mathbf{D}_N is the compliance matrix \mathbf{B}_N , whose elements are calculated using the Mohr integral:

$$b_{i,j} = \sum_{\alpha=1}^n S_{\alpha}^{(i)} S_{\alpha}^{(j)} l_{\alpha} / (EF). \quad (2)$$

Here $S_{\alpha}^{(i)}$ — is the force in the rod α from the action of a unit vertical force at node i , l_{α} — is the length of the rod α . Multiply (1) on the left by the matrix \mathbf{B}_N . Taking into account the

identity $\ddot{\mathbf{Y}} = -\omega^2 \mathbf{Y}$, where is ω — the natural frequency of oscillations, we obtain the equation $-\omega^2 m \mathbf{B}_N \mathbf{Y} + \mathbf{Y} = 0$.

The problem was reduced to the problem of the eigenvalues $\lambda = 1 / (m\omega^2)$ of the matrix \mathbf{B}_N . In the general case, such a problem can only be solved numerically. The approximate solution according to the Dunkerley method [22] for the lower estimate of the first vibration frequency ω_D is expressed in terms of the vibration frequencies of individual loads in the marked nodes:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{k=1}^N \omega_k^{-2}, \quad (3)$$

where ω_k is the partial frequency of oscillations of the mass m located at the truss node. When calculating the partial frequency, equation (1) takes the form of a scalar form: $m \ddot{y}_k + d_k y_k = 0$, where d_k is the stiffness coefficient, y_k is the mass displacement, and \ddot{y}_k is the acceleration. Hence, the oscillation frequency of one load (partial frequency) has the form: $\omega_k = \sqrt{d_k / m}$. The stiffness coefficient is calculated using the Mohr integral: $\delta_k = 1 / d_k = \sum_{\alpha=1}^n (\tilde{S}_\alpha^{(k)})^2 l_\alpha / (EF)$. It is denoted here: $\tilde{S}_\alpha^{(k)}$ — forces in the rod with the number α from the action of a single vertical force applied to the node where the mass with the number α is located. From (3) follows:

$$\omega_D^{-2} = m \sum_{k=1}^N \delta_k = m \Delta_n. \quad (4)$$

Sequentially calculating the coefficient Δ_n , we obtain

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{25(4a + f)}{2EF}, \\ \Delta_2 &= \frac{1638a + 181f}{12EF}, \\ \Delta_3 &= \frac{10709a + 567f}{32EF}, \\ \Delta_4 &= \frac{217240a + 6111f}{300EF}, \\ \Delta_5 &= \frac{151993a + 2487f}{108EF}, \dots \end{aligned} \quad (5)$$

General view of the solution for the coefficient Δ_n :

$$\Delta_n = (C_1 a + C_2 f) / (EF(n+1)^2) \quad (6)$$

We find the coefficients in this formula by generalizing the corresponding coefficients in (5). Direct application of the Maple operators does not work in this case. In order to find the common members of the sequences of coefficients for a and f , it was necessary to choose the form of their denominators depending on n . As a result, we have

$$\begin{aligned} C_1 &= (512n^6 + 3072n^5 + 9680n^4 + 21600n^3 + 34133n^2 + 29103n + 9900) / 5490, \\ C_2 &= (32n^3 + 180n^2 + 265n + 123) / 12. \end{aligned} \quad (7)$$

From here, taking into account (3) and (4), we obtain the final formula for the lower limit of the first natural oscillation frequency of the truss:

$$\omega_D = (n+1) \sqrt{\frac{EF}{m(C_1 a + C_2 f)}}. \quad (8)$$

To estimate the approximate analytical solution (8) with coefficients (7), we compare (8) with the first frequency of the entire frequency spectrum obtained from the numerical solution of the problem of oscillation of a system with N degrees of freedom. To find the eigenvalues of a matrix \mathbf{B}_N , you can use the Maple *Eigenvalues* operator. The graph (Fig. 4) compares the dependence curves of the first frequency ω_1 obtained numerically and ω_D by formula (8). The curves are very close, and after $n=5$ they practically coincide. It is assumed: $EF = 0.5 \cdot 10^6 \text{ kH}$, $m = 400 \text{ kg}$, $a = 2 \text{ m}$, $f = 1 \text{ m}$. The relative error $\varepsilon = (\omega_1 - \omega_D) / \omega_1$ decreases with an increase in the number of panels (Fig. 5). For more rigid supports (supports modeled by rods of shorter length f), the error is slightly larger.

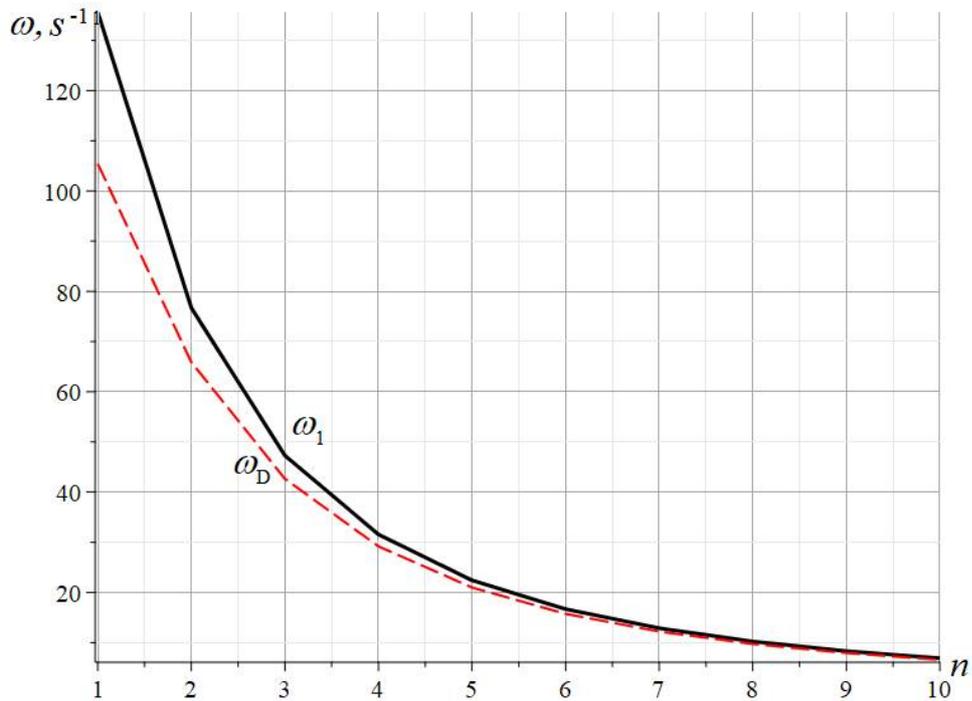


Fig. 4. Frequency dependence on the number of panels

The resulting formulas can be used to estimate the fundamental frequency of truss oscillations with a very large number of rods. The accuracy of the numerical calculation with an increase in the number of panels naturally (due to the accumulation of rounding errors) decreases, while the accuracy of the obtained analytical solution increases.

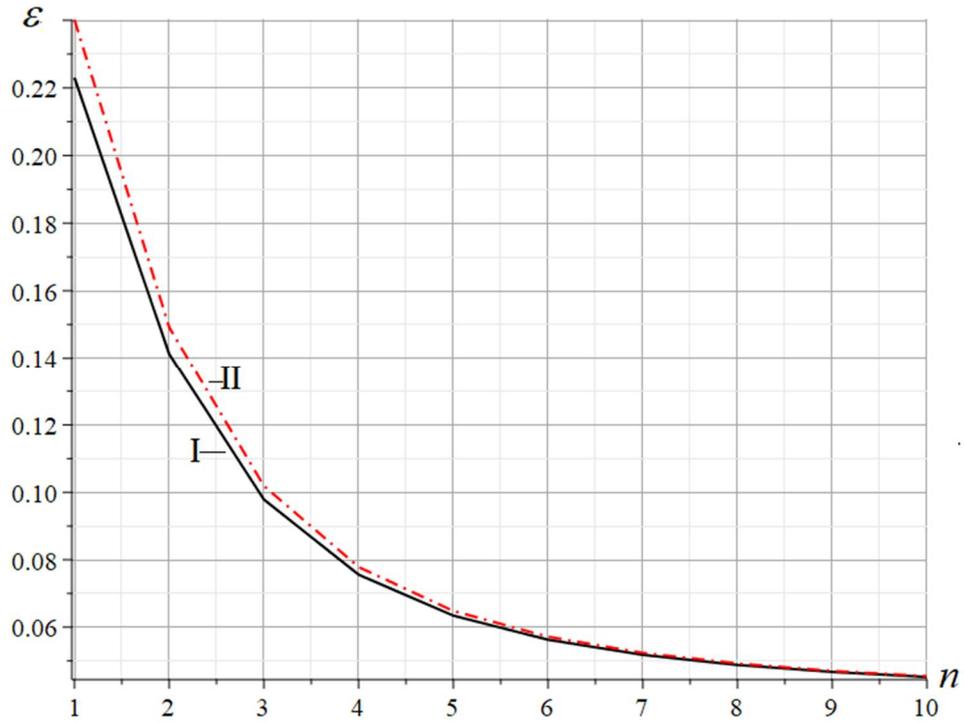


Fig. 5. Dunkerley estimation error depending on the number of panels.
I — $f = 1\text{m}$; II — $f = 0.25\text{ m}$

The solution error, depending on the number of panels, varies from 4% to 24% for a truss with one panel in half a crossbar or 14% with two panels.

The upper estimate of the lowest frequency by the Rayleigh method is also known [18, 19]. The Rayleigh method gives even greater accuracy, but the analytical solution is too cumbersome.

Isolines of natural frequency spectra

To assess the accuracy of the analytical solution according to Dunkerley, all frequencies of the spectra of trusses of various orders were calculated. During the analysis of the spectra, a feature of the frequency distribution over the spectra was noticed (Fig. 6). The spectra of trusses with the number of panels n from 1 to 10 in half of the crossbar are constructed for the same truss parameters as the graphs in Figure 4. The points of the spectrum (frequency) of each truss are conditionally connected by broken lines. There is some order in the frequency distribution pattern. First, the higher frequencies of each spectrum are almost the same and form four distinct groups. The first group of two higher frequencies is located around the frequency 1420 s^{-1} , the second — around the frequency 1190 s^{-1} . Second, each truss (except $n = 1$) has the same number of multiple frequencies. *Spectral isolines* can be distinguished in the spectra (Fig. 7). The isoline with the number $\{1\}$ consists of the highest (last in the spectrum, ordered in ascending order) truss frequencies of various orders. The isolines with the number $\{2\}$ connect the penultimate frequencies in the spectrum. In the general case, the isoline $\{v\}$ of the set of regular trusses of orders consists of frequencies ω_{N+1-v} , where $N = 4n + 11$ is the number of degrees of freedom of the truss of order n or the number of the last frequency in the spectrum.

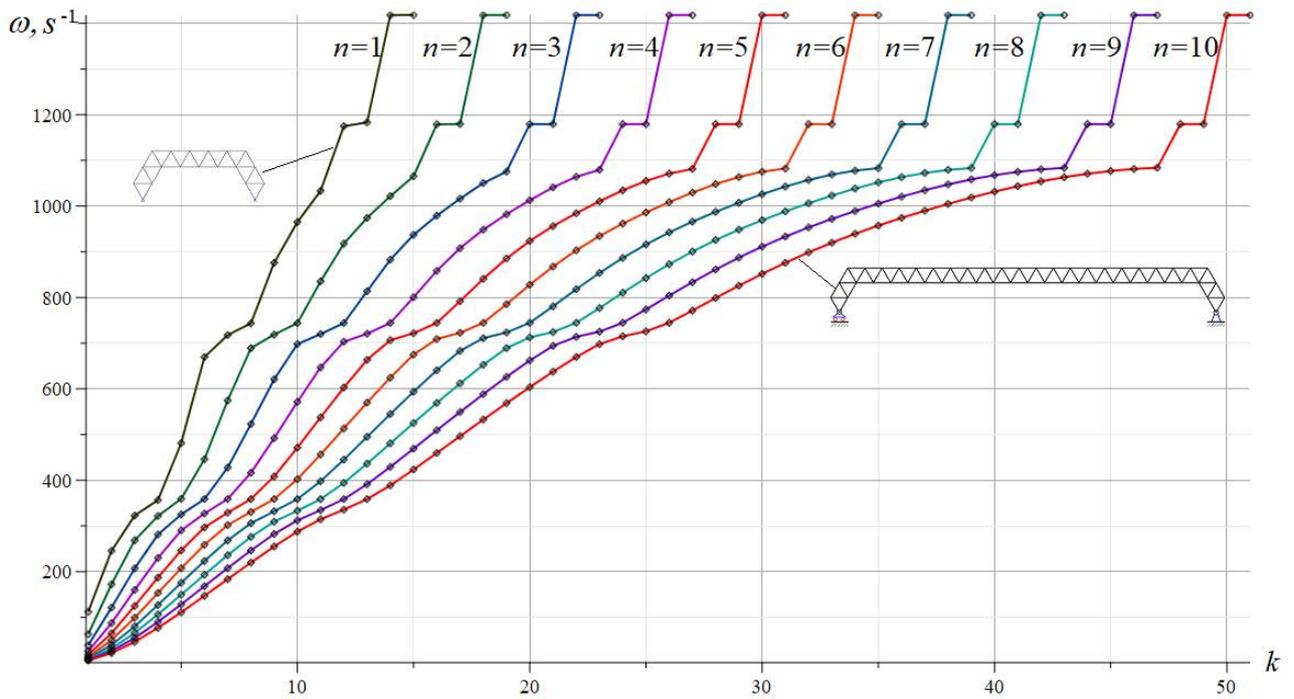


Fig. 6. Frequency spectra of regular trusses

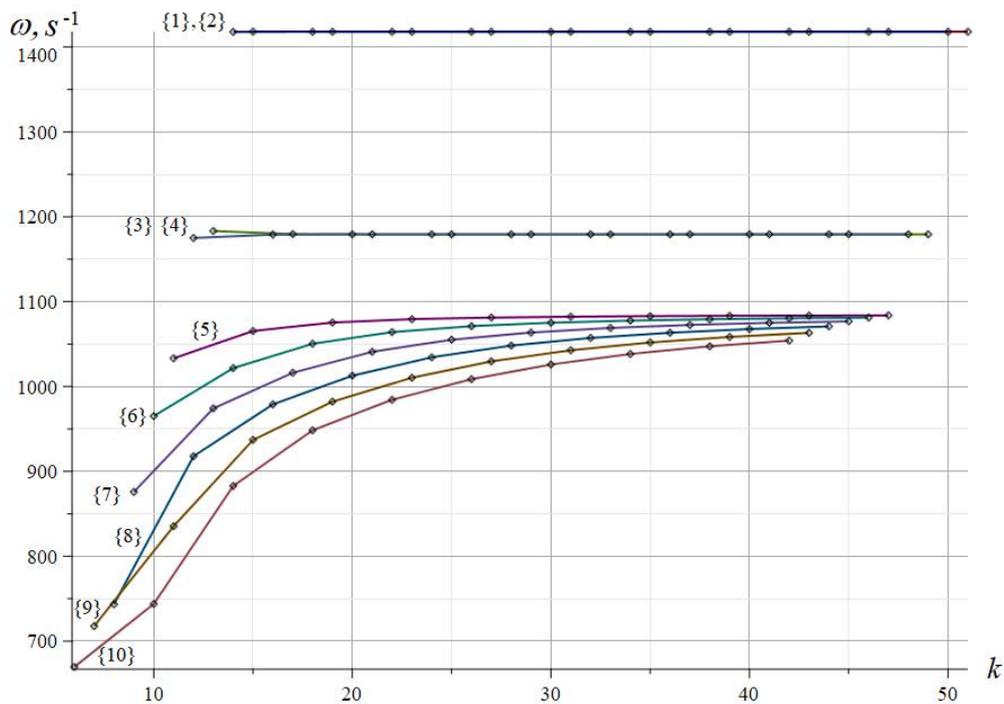


Fig. 7. Isolines of the spectra of regular trusses of various orders

Isolines {5} - {10} asymptotically tend to some constant frequency. Isolines {1}-{4}, starting from some number, are *spectral constants*. The spectra of spatial regular trusses were studied in [23].

Conclusion

The considered truss has one very important property. All rods in it have the same length. In fact, this is a two parametric system. One parameter is the length of the rod, the other is the number of panels n in half the length of the crossbar. Despite this, the obtained analytical solutions are not

much simpler than solutions for systems with three or more parameters. A similar composite truss without taking into account the compliance of supports and with an arbitrary number not only in the crossbar, but also in the side parts, was studied in [14, p. 84]

Analytical estimates of deflection and vibration frequencies for practical engineers do not require additional computer calculations and can serve as an approximate solution for designed structures and for checking the accuracy of numerical solutions. A distinctive feature of the Dunkerley frequency estimate in this work is its high accuracy. In spatial systems [23], such an accuracy cannot be obtained. As a rule, the accuracy of the lower estimate of the first frequency of natural oscillations of spatial systems [23] is about 50%, which forces us to use the upper Rayleigh estimate in such problems, which has a more cumbersome form.

This work was financially supported by the Russian Science Foundation 22-21-00473.

References

1. Cao L., Liu J., Chen Y.F. Vibration performance of arch prestressed concrete truss girder under impulse excitation. *Engineering Structures*. 2018. 165. Pp. 386–395. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.03.050.
2. Zhang X., Li Q., Wang Y., Wang Q. Vibration of a U-shaped steel – concrete composite hollow waffle floor under human-induced excitations. *Advances in Structural Engineering*. 2020. 23(14). Pp. 2996–3008. DOI:10.1177/1369433220927278. 3.
3. Li J., Zhang R., Liu J., Cao L., Chen Y.F. Determination of the natural frequencies of a prestressed cable RC truss floor system. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*. 2018. 122. Pp. 582–590. DOI:10.1016/j.measurement.2017.08.048.
4. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. *Applied Mathematical Sciences*. 2016. 10(54). DOI:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com/http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 17.06.2020).
5. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings. 2015. Pp. 382–385. DOI:10.1109/SCP.2015.7342169.
6. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. DOI:10.1002/zamm.200410208.
7. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756–782. DOI:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
8. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels. *Science Almanac*. 2017. 28(2–3). Pp. 268–271. DOI:10.17117/na.2017.02.03.268. URL: <http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.268.pdf> (date of application: 9.05.2021).
9. Kitaev S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple. *Postulat*. 2018. 5–1. Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477> (date of application: 3.03.2021).
10. Ilyushin A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame. *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). Pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.

11. Arutyunyan V.B. Calculation of the deflection of a statically indeterminate beam truss. *Postulat*. 2018. 6(6). URL: <http://vuz.exponenta.ru/1/ar18.pdf>.
12. Dai Qiao; Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels; 2021; AlfaBuild; 17 Article No 1701. DOI: 10.34910/ALF.17.1
13. Kirsanov M.N., Zaborskaya N. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. 71(3). DOI:10.18720/MCE.71.7.
14. Kirsanov M. N. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing, 2020. 178 p.
15. Low K.H. A modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000. 42(7). Pp. 1287–1305. DOI:10.1016/S0020-7403(99)00049-1.
16. Trainor P.G.S., Shah A.H., Popplewell, N. Estimating the fundamental natural frequency of towers by Dunkerley's method. *Journal of Sound and Vibration*. 1986. 109(2). Pp. 285–292. DOI:10.1016/S0022-460X(86)80009-8.
17. Levy C. An iterative technique based on the Dunkerley method for determining the natural frequencies of vibrating systems. *Journal of Sound and Vibration*. 1991. 150(1). Pp. 111–118. DOI:10.1016/0022-460X(91)90405-9.
18. Mochida Y., Ilanko S. On the Rayleigh-Ritz Method, Gorman's Superposition Method and the exact Dynamic Stiffness Method for vibration and stability analysis of continuous systems. *Thin-Walled Structures*. 2021. 161. Pp. 107470. DOI:10.1016/j.tws.2021.107470.
19. Low K.H. Natural frequencies of a beam-mass system in transverse vibration: Rayleigh estimation versus eigenanalysis solutions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003. 45(6–7). Pp. 981–993. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2003.09.009.
20. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss; 2021; AlfaBuild; 20 Article No 2001. DOI: 10.34910/ALF.20.1
21. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuk D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. (4). Pp. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
22. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. Vol. 92. Article No 9204 DOI: 10.18720/CUBS.92.4
23. Kirsanov M., Vorobyev O. Calculating of a spatial cantilever truss natural vibration frequency with an arbitrary number of panels: analytical solution; 2021; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 94 Article No 9402. DOI: 10.4123/CUBS.94.2

Библиографический список

1. Cao L., Liu J., Chen Y.F. Vibration performance of arch prestressed concrete truss girder under impulse excitation. *Engineering Structures*. 2018. 165. Pp. 386–395. DOI:10.1016/j.engstruct.2018.03.050.
2. Zhang X., Li Q., Wang Y., Wang Q. Vibration of a U-shaped steel – concrete composite hollow waffle floor under human-induced excitations. *Advances in Structural Engineering*. 2020. 23(14). Pp. 2996–3008. DOI:10.1177/1369433220927278. 3.
3. Li J., Zhang R., Liu J., Cao L., Chen Y.F. Determination of the natural frequencies of a prestressed cable RC truss floor system. *Measurement: Journal of the International Measurement Confederation*. 2018. 122. Pp. 582–590. DOI:10.1016/j.measurement.2017.08.048.
4. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. *Applied Mathematical Sciences*. 2016. 10(54). DOI:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com/http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 17.06.2020).

5. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 - Proceedings. 2015. Pp. 382–385. DOI:10.1109/SCP.2015.7342169.
6. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. DOI:10.1002/zamm.200410208.
7. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756–782. DOI:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
8. Rakhmatulina A.R., Smirnova A.A. The dependence of the deflection of the arched truss loaded on the upper belt, on the number of panels. *Science Almanac*. 2017. 28(2–3). Pp. 268–271. DOI:10.17117/na.2017.02.03.268. URL: <http://ucom.ru/doc/na.2017.02.03.268.pdf> (date of application: 9.05.2021).
9. Kitaev S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple. *Postulat*. 2018. 5–1. Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477> (date of application: 3.03.2021).
10. Ilyushin A. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame. *Structural mechanics and structures*. 2019. 3(22). Pp. 29–38. URL: https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41201106_54181191.pdf.
11. Arutyunyan V.B. Calculation of the deflection of a statically indeterminate beam truss. *Postulat*. 2018. 6(6). URL: <http://vuz.exponenta.ru/1/ar18.pdf>.
12. Dai Qiao; Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels; 2021; AlfaBuild; 17 Article No 1701. DOI: 10.34910/ALF.17.1
13. Kirsanov M.N., Zaborskaya N. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. 71(3). DOI:10.18720/MCE.71.7.
14. Kirsanov M. N. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing, 2020. 178 p.
15. Low K.H. A modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000. 42(7). Pp. 1287–1305. DOI:10.1016/S0020-7403(99)00049-1.
16. Trainor P.G.S., Shah A.H., Popplewell, N. Estimating the fundamental natural frequency of towers by Dunkerley’s method. *Journal of Sound and Vibration*. 1986. 109(2). Pp. 285–292. DOI:10.1016/S0022-460X(86)80009-8.
17. Levy C. An iterative technique based on the Dunkerley method for determining the natural frequencies of vibrating systems. *Journal of Sound and Vibration*. 1991. 150(1). Pp. 111–118. DOI:10.1016/0022-460X(91)90405-9.
18. Mochida Y., Ilanko S. On the Rayleigh-Ritz Method, Gorman’s Superposition Method and the exact Dynamic Stiffness Method for vibration and stability analysis of continuous systems. *Thin-Walled Structures*. 2021. 161. Pp. 107470. DOI:10.1016/j.tws.2021.107470.
19. Low K.H. Natural frequencies of a beam-mass system in transverse vibration: Rayleigh estimation versus eigenanalysis solutions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2003. 45(6–7). Pp. 981–993. DOI:10.1016/j.ijmecsci.2003.09.009.
20. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss; 2021; AlfaBuild; 20 Article No 2001. DOI: 10.34910/ALF.20.1
21. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. (4). Pp. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517

22. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 DOI: 10.18720/CUBS.92.4
23. Kirsanov M., Vorobyev O. Calculating of a spatial cantilever truss natural vibration frequency with an arbitrary number of panels: analytical solution; 2021; Construction of Unique Buildings and Structures; 94 Article No 9402. DOI: 10.4123/CUBS.94.2

ДЕФОРМАЦИИ И СПЕКТР СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ ПЛОСКОЙ РЕГУЛЯРНОЙ ФЕРМЫ С ТРЕУГОЛЬНОЙ РЕШЕТКОЙ

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

Формула зависимости прогиба статически определимой фермы рамного типа от числа панелей выводится методом индукции в системе компьютерной математики Maple. Рассмотрена равномерная и сосредоточенная нагрузка на верхний пояс. Приведена картина распределения усилий по стержням фермы. Методом Донкерлея найдена аналитическая оценка снизу первой частоты колебаний в предположении, что масса фермы равномерно распределена по узлам. Обобщение решения на произвольное число панелей производится методом индукции. Решение сравнивается с численным решением для всего спектра частот, найденного при помощи оператора решения задачи о собственных числах Eigenvalues системы Maple. Отмечается высокая точность полученной оценки, растущая с увеличением числа панелей. В множестве спектров регулярных ферм различного порядка обнаружены спектральные изолинии и спектральные константы. Погрешность аналитической оценки, представляющей формулу с коэффициентами в виде полиномов по числу панелей не выше шестого порядка, не превышает 24%. При числе панелей больше восьми погрешность оценки меньше 5%.

Ключевые слова: ферма, рама, метод Донкерлея, колебания, основная частота, индукция, Maple, изолинии, спектральные константы

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2022.32.1.006

УДК 624.046.5: 69.059.2: 699.88

АНАЛИЗ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ ПЛАТФОРМЕННЫХ СТЫКОВ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ КОНСТРУКЦИЙ ОБЪЕМНО-БЛОЧНЫХ ЗДАНИЙ

А. С. Саражинский¹, С. В. Ефрюшин²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(904) 211-40-22, e-mail: sarazhinskijandrew@gmail.com

²Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)341-52-66,
e-mail: ooo.stroyнаука@mail.ru

Анализ литературы, посвященной расчетным моделям объемно-блочных конструктивных систем, показывает, что по сравнению с работами по расчету панельных зданий, исследований по объемно-блочным зданиям недостаточно, поэтому работы в этом направлении имеют свою актуальность. Для того чтобы проектировать и выполнять прочностные расчеты объемно-блочных конструктивных систем, исследовать различные варианты объемно-планировочных и конструктивных решений, нужно иметь хорошо обоснованную расчетную математическую модель. Расчетную модель объемно-блочных конструктивных систем необходимо начать рассматривать с модели платформенного стыка, через который объемные блоки опираются друг на друга по высоте здания.

В работе приводятся практические выводы и рекомендации по выбору расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем. Опыт проделанных расчетов может быть использован при проектировании объемно-блочных зданий.

Ключевые слова: объемно-блочное домостроение, варианты расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем, ПК «Лира-САПР».

Объемно-блочное домостроение – быстрый и экономичный способ возведения зданий. Монолитные здания обладают преимуществами свободной планировки и повышенной этажности, но имеют высокую стоимость и трудоемкость строительства. Потребность в бюджетном жилье, возводимом в короткие сроки, привела к определению крупнопанельного домостроения в массовый сегмент строительной отрасли. В объемно-блочном домостроении так же, как и в панельном домостроении процессы изготовления строительных конструкций осуществляются в заводских условиях, далее на строительной площадке происходит их монтаж. Конструктивная схема объемно-блочных зданий состоит из отдельных объемных блоков, которые устанавливаются, рядом и друг на друга. При этом каждый блок представляет собой законченный конструктивный элемент, обладающий определенной прочностью для восприятия нагрузки от лежащих выше блоков. Пространственная жесткость объемно-блочных зданий обеспечивается совместной работой системы столбов объемных блоков, образующих перекрестную систему стен и горизонтальных плит перекрытий. Объединение в общую пространственную систему производится стальными сварными связями на закладных деталях, устанавливаемых в плоскости перекрытий, а также путем замоноличивания горизонтальных и вертикальных

© Саражинский А. С., Ефрюшин С. В., 2022

швов между блоками. Объемные блоки устанавливаются друг на друга через растворный шов. Для того чтобы проектировать и выполнять прочностные расчеты объемно-блочных конструктивных систем, исследовать различные варианты объемно-планировочных и конструктивных решений, нужно иметь хорошо обоснованную расчетную математическую модель. Расчетную модель объемно-блочных конструктивных систем необходимо начать рассматривать с модели горизонтального стыка, через который объемные блоки опираются друг на друга по высоте здания.

Существует три типа объемных блоков: тип «колпак», тип «стакан», тип «лежащий стакан». Для анализа расчетных моделей платформенных стыков рассмотрим объемные блоки типа «колпак» производства ООО «Выбор-ОБД» – призматическую оболочку, имеющую пять граней (четыре стены и потолок). Размеры объемных блоков в плане – 6000х3550 мм, высота – 2760 мм, стены толщиной 100 мм, плита перекрытия толщиной 160 мм. Класс бетона по прочности на сжатие не ниже В20. Объемный блок типа «колпак» производства ООО «Выбор-ОБД» показан на рис. 1.



Рис. 1. Конструкция объемного блока «Выбор-ОБД»

Анализ литературы посвященной расчетным моделям объемно-блочных конструктивных систем, показывает, что по сравнению с работами по расчету панельных зданий, исследований по объемно-блочным зданиям недостаточно, поэтому работы в этом направлении имеют свою актуальность. При разработке расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем за основу приняты рекомендации пособия по проектированию жилых зданий [1]. В пособие [1] вошли рекомендации по проектированию панельных зданий из нормативных документов, а также методики, основанные на результатах проведенных экспериментов. Историю развития подходов к расчету крупнопанельных зданий можно проследить из нормативных документов [2], [3], [4]. Практика применения рекомендаций для расчета крупнопанельных зданий приведены в статьях [5], [6]. За основу данной работы были приняты устоявшиеся инженерные практики расчета крупнопанельных зданий.

Анализ трудов по расчету крупнопанельных зданий определил различные варианты расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем:

- 1) расчетная модель в виде «эквивалентного столба»;
- 2) расчетная модель в виде дискретных связей конечной жесткости: двухузловые конечные элементы;
- 3) расчетная модель в виде специальных конечных элементов горизонтального стыка ПК «Ли́ра-САПР».

Модель в виде «эквивалентного столба». Модель в виде «эквивалентного столба» – упрощенный подход к моделированию объемно-блочных зданий, в которых работа горизонтального стыка учитывается путем снижения жесткости «столбов» [3,7]. Податливость горизонтального стыка «размазывается» по всей высоте стены в пределах этажа, а блоки опираются друг на друга шарнирно, в ПК «Ли́ра-САПР» шарниры назначаются расшивкой узлов с объединением перемещений по X, Y, Z. Модель не учитывает податливость горизонтального стыка сдвигу.

Податливость горизонтального стыка при сжатии учитывается путем использования приведенного модуля упругости стены, вычисляемого по формуле:

$$E = \frac{1}{\frac{1}{E_{\delta,i}} + \frac{\lambda_{c,i}}{h_{эм}}} \quad (1)$$

$E_{\delta,i}$ – расчетный модуль упругости материала стены;

$\lambda_{c,i}$ – коэффициент податливости при сжатии горизонтального растворного шва;

$h_{эм}$ – высота этажа.

«Эквивалентным столбом» будет столб из объемных блоков, поставленных друг на друга. Вычислим приведенную жесткость для стен такого «столба» при высоте этажа $h_{эт}=2.78$ м. Необходимо определить податливость растворного шва согласно приложению А [8].

Исходные данные: растворный шов М200 ($R_m=19.6$ МПа) толщиной 20 мм. Материал объемного блока – бетон класса В20. Результаты расчета коэффициента податливости растворного шва λ_m ($\lambda_{m,t}$) приведены в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициент податливости растворного шва λ_m ($\lambda_{m,t}$), мм³/Н

Тип воздействия / значение сжимающего напряжения	$\sigma_m \leq 1,15R_m^{2/3}$	$2R_m^{2/3} \geq \sigma_m > 1,15R_m^{2/3}$
Кратковременная нагрузка	0.0041	0.0138
Длительная нагрузка	0.0083	0.0275

Для платформенного горизонтального стыка, в котором сжимающая нагрузка передается через опорный участок плиты перекрытия и растворный шов, уложенный между плитой и стеной объемного блока, коэффициент податливости при сжатии вычисляется по формуле:

$$\lambda_{c,pl} = \left(\lambda_m + \frac{h_{pl}}{E_{pl}} \right) \frac{A}{A_{pl}} \quad (2)$$

Высота опорной части плиты перекрытия $h_{pl}=160$ мм. Начальный модуль упругости бетона опорной части плиты перекрытия $E_{pl}=27500$ МПа, $E_{pl,t}=7237$ МПа (влажность 40-75%). Площадь горизонтального сечения стены (погонный метр) – $A=0.1$ м². Площадь платформенного участка стыка, через который передается сжимающее напряжение, $A_{pl}=0.1$

м². Результаты расчета коэффициента податливости при сжатии горизонтального растворного шва $\lambda_{c,pl}$ ($\lambda_{c,pl,t}$) приведены в табл. 2. Результаты расчета приведенного модуля упругости стен объемного блока Е приведены в табл. 3.

Таблица 2

Коэффициент податливости при сжатии горизонтального растворного шва $\lambda_{c,pl}$ ($\lambda_{c,pl,t}$), мм³/Н

Тип воздействия / значение сжимающего напряжения	$\sigma_m \leq 1,15R_m^{2/3}$	$2R_m^{2/3} \geq \sigma_m > 1,15R_m^{2/3}$
Кратковременная нагрузка	0.01	0.0196
Длительная нагрузка	0.03	0.05

Таблица 3

Приведенный модуль упругости стен объемного блока Е, МПа

Тип воздействия / значение сжимающего напряжения	$\sigma_m \leq 1,15R_m^{2/3}$	$2R_m^{2/3} \geq \sigma_m > 1,15R_m^{2/3}$
Кратковременная нагрузка	25025	23034
Длительная нагрузка	6713	6404

Для моделирования опирания объемных блоков друг на друга задаётся цилиндрический шарнир. Для этого назначаются группы объединения перемещений (по линейным степеням свободы X, Y, Z) между верхним узлом нижнего блока (общий узел стены и плиты объемного блока) и нижним узлом верхнего блока (узел стены объемного блока). Расчетная модель «эквивалентного столба» в ПК «Ли́ра-САПР» показана на рис. 2.

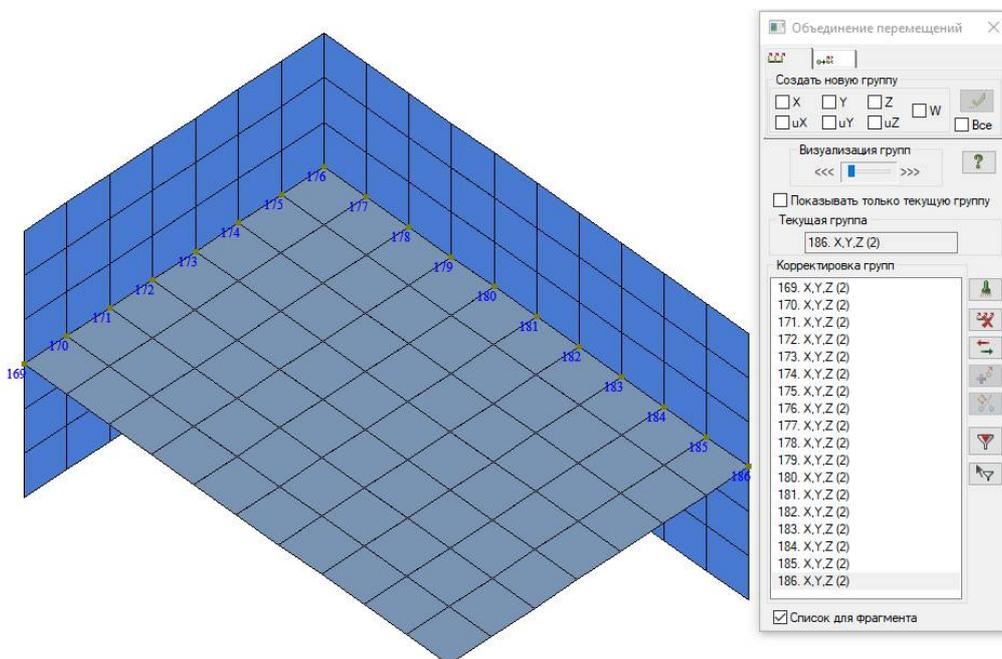


Рис. 2. Модель «эквивалентного столба» (указаны номера групп объединения перемещений)

Расчетная модель в виде дискретных связей конечной жесткости: двухузловые конечные элементы. Данный метод можно считать более точным в силу детального

моделирования, позволяющего учесть локальные эффекты, получить распределение напряжений и перемещений по каждому элементу здания. В научных исследованиях и литературе этот метод рекомендуется применять при расчете панельных зданий. Предлагаются различные способы вычисления податливости для платформенных стыков [5,6]. Наиболее достоверным следует считать способ, приведенный в пособии [1]. Согласно пособию коэффициент податливости горизонтального стыка при сжатии определяют в зависимости от конструктивного типа стыка. Для платформенного горизонтального стыка, в котором сжимающая нагрузка передается через опорный участок плиты перекрытия и растворный шов, уложенный между плитой и стеной объемного блока, коэффициент податливости при сжатии определяется по формуле (2), результат указан в табл. 2. Податливость при сдвиге горизонтального растворного шва можно определить по формуле:

$$\lambda_{\tau,m} = t_m / G_m, \quad (3)$$

где G_m – модуль сдвига раствора;

t_m – толщина растворного шва, мм.

Модуль сдвига раствора G_m допускается определять, как для мелкозернистого бетона соответствующего класса, и принимать равным $0.4 \cdot E_b$. Модуль сдвига раствора марки М200 определяется по [9] раздел 6.1, как для мелкозернистого бетона класса В15 группы А - естественного твердения:

$G_m = 0.4 \cdot 19500 = 7800$ МПа (при кратковременном нагружении);

$G_{m,t} = 0.4 \cdot 19500 / (1 + 3.4) = 1772.7$ МПа (при длительном нагружении, влажность 40-75%).

Податливость плиты перекрытия при сдвиге в своей плоскости будет значительно меньше податливости растворных швов, а потому в расчете податливости стыка ей можно пренебречь.

Податливость горизонтального растворного шва при сдвиге будет равна:

$$\lambda_{\tau,m} = t_m / G_m = 20 / 7800 = 0.00256 \text{ мм}^3/\text{Н};$$

$$\lambda_{\tau,m,t} = t_m / G_{m,t} = 20 / 1772.7 = 0.01128 \text{ мм}^3/\text{Н}.$$

Жесткость стыка определяют как отношение площади платформенного участка A_{pl} к податливости при сжатии $\lambda_{c,con}$ ($\lambda_{c,con,t}$) – в вертикальном направлении Z, к податливости при сдвиге $\lambda_{\tau,m}$ ($\lambda_{\tau,m,t}$) – в горизонтальном направлении X, Y. Полученные значения жесткости распределяются между жесткостями конечных элементов упругих связей (КЭ-55 ПК «Лира-САПР») пропорционально длинам участков платформенных стыков, которые они моделируют. Схема площадей участков платформенного стыка для КЭ-55 показана на рис. 3. Результат расчета жесткости стыка приведен в табл. 4. На рис. 4 изображена расчетная схема платформенного стыка: плоские элементы связаны между собой в узлах упругими связями. Так как модель состоит только из плоских элементов, то необходимо будет учесть толщину плит перекрытия высотой конечных элементов упругих связей.

Таблица 4

Жесткость КЭ-55 - моделирование платформенного стыка

Тип стыка	Жесткость в вертикальном направлении Z, МН/м				Жесткость в горизонтальном направлении X, Y, МН/м	
	$\sigma_m \leq 1,15 R_m^{2/3}$		$2 R_m^{2/3} \geq \sigma_m > 1,15 R_m^{2/3}$		Кратковременное	Длительное
	Кратковременное	Длительное	Кратковременное	Длительное		
Платформенный стык с $A=0.0295 \text{ м}^2$	2950	983	1505	590	11523	2615
Платформенный стык с $A=0.0345 \text{ м}^2$	3450	1150	1760	690	13477	3059
Платформенный стык с $A=0.032 \text{ м}^2$	3200	1067	1633	640	12500	2837

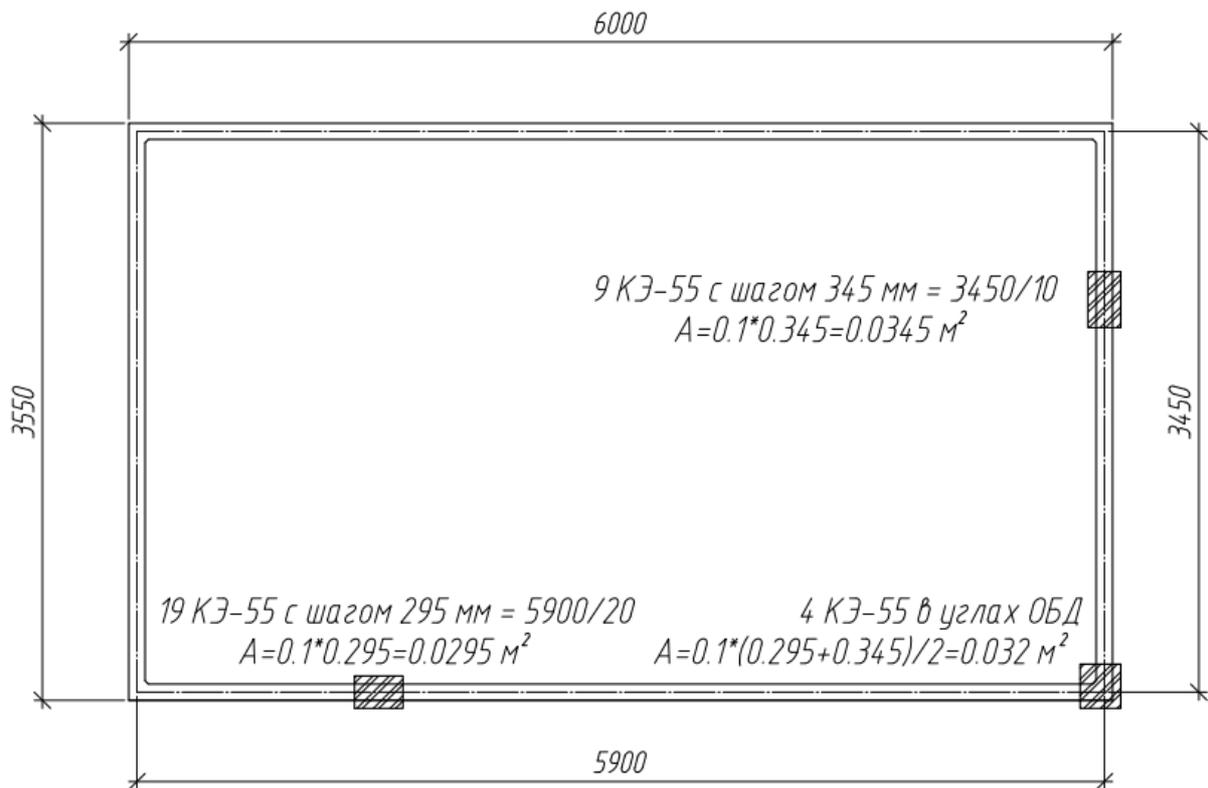


Рис. 3. Схема площадей участков платформенного стыка для КЭ-55

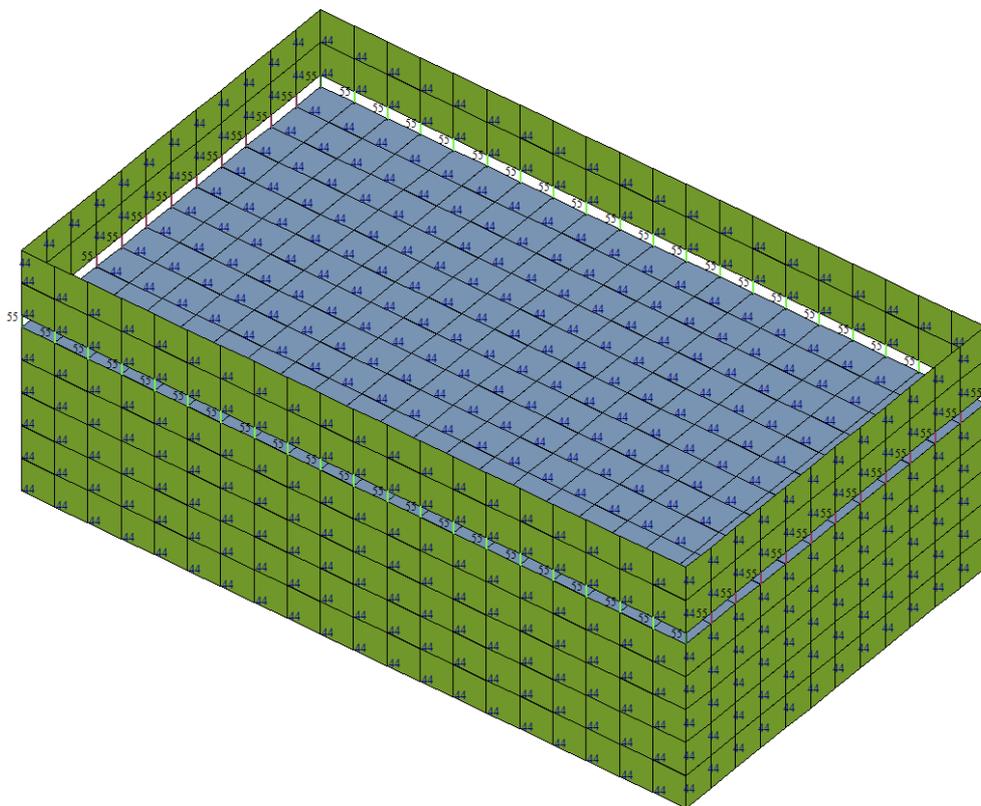


Рис. 4. Модель платформенного стыка - КЭ-55 (указаны типы КЭ)

Расчетная модель в виде специальных конечных элементов горизонтального стыка ПК «Ли́ра-САПР». Моделирование платформенного стыка осуществляется с помощью специальных конечных элементов – конечные элементы платформенного стыка (КЭ-58, КЭ-59), моделирующие работу стыка панелей при расчете конструкций крупнопанельных зданий, имеют три степени свободы узлов – линейные перемещения по X, Y, Z. Вертикальная жесткость задается с помощью модуля упругости, который вычисляется исходя из податливости при сжатии, толщины и высоты платформенного стыка. Модуль упругости можно определить по формуле:

$$E = \frac{R_Z \cdot H_{КЭ}}{A_{pl}} = \frac{H_{КЭ}}{\lambda_{c,pl}}, \quad (4)$$

где R_Z – жесткость стыка в вертикальном направлении;

$\lambda_{c,pl}$ – податливость при сжатии 1 пог.м. стыка, см. табл. 2 (при кратковременном нагружении);

$\lambda_{c,pl,t}$ – податливость при сжатии 1 пог.м. стыка, см. табл. 2 (при длительном нагружении);

$H_{КЭ}$ – высота стыка (высота конечного элемента, с помощью которого моделируется платформенный стык).

Сдвиговая (горизонтальная) жесткость задается с помощью модуля сдвига, который вычисляется из полученной сдвиговой жесткости стыка и высоты пластин:

$$G = G_m \cdot \frac{H_{КЭ}}{t_m} \quad (5)$$

где G_m – модуль сдвига раствора (при кратковременном нагружении);

$G_{m,t}$ – модуль сдвига раствора (при длительном нагружении);

t_m – высота растворного шва (высота стыка $H_{КЭ}$).

Результаты расчета характеристик жесткости КЭ, моделирующих платформенный стык ($H_{КЭ}=160/2+20=100$ мм) приведены в табл. 5. Расчетная модель платформенного стыка – КЭ-59 в ПК «Ли́ра-САПР» показана на рис. 5.

Таблица 5

Характеристики жесткости КЭ, моделирующих платформенный стык

Тип стыка	Жесткость в вертикальном направлении Z, МН/м				Жесткость в горизонтальном направлении X, Y, МН/м	
	$\sigma_m \leq 1,15 R_m^{2/3}$		$2 R_m^{2/3} \geq \sigma_m > 1,15 R_m^{2/3}$		Кратковременное	Длительное
	Кратковременное	Длительное	Кратковременное	Длительное		
Платформенный стык	10000	3333	5102	2000	39063	8865

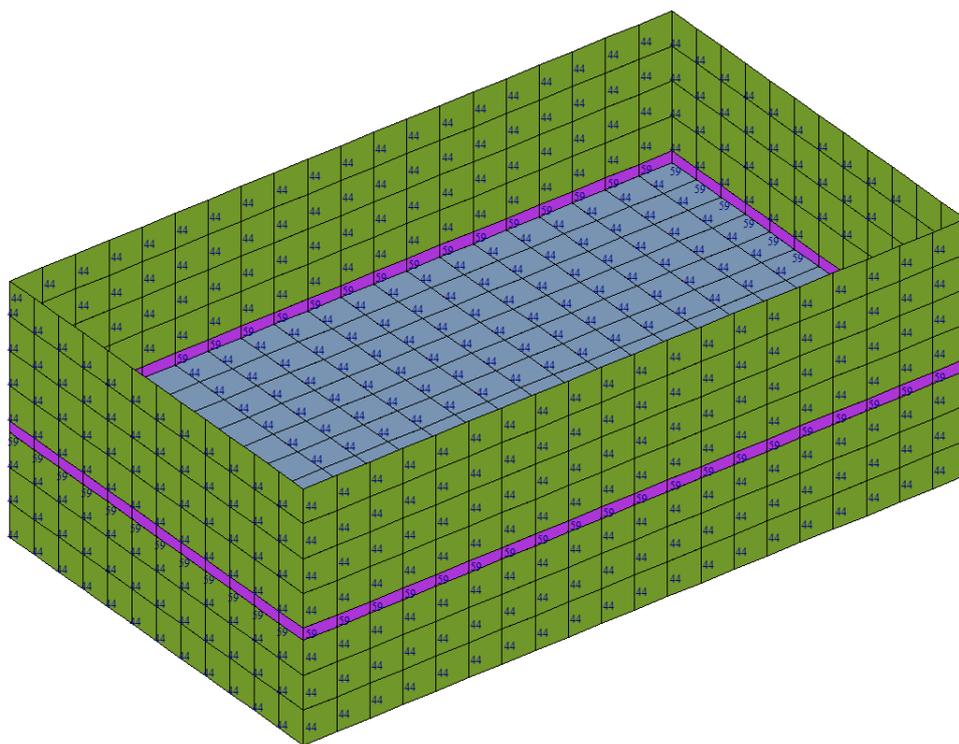


Рис. 5. Модель платформенного стыка - КЭ-59 (указаны типы КЭ)

Сравнительный анализ. Для сравнения вариантов расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем был смоделирован столб, собранный по высоте из 20 объемных блоков. Были приняты жесткостные характеристики, соответствующие кратковременным нагрузкам и условию $\sigma_m \leq 1,15 R_m^{2/3}$. Расчетные схемы для сравнения вариантов расчетной модели платформенного стыка показаны на рис. 6. Первый столб (первый вариант) – модель в виде специальных конечных элементов горизонтального стыка ПК «Лира-САПР», второй столб (второй вариант) – модель в виде дискретных связей конечной жесткости: двухузловые конечные элементы, третий столб (третий вариант) – модель в виде «эквивалентного столба».

Собственный вес

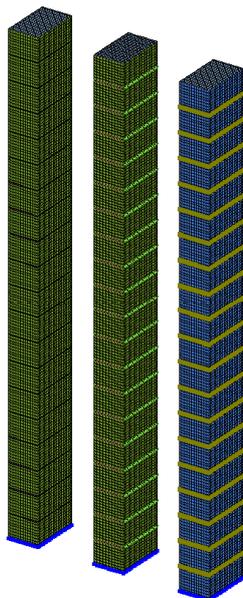


Рис. 6. Расчетные схемы для сравнения вариантов расчетной модели платформенного стыка

Заданы следующие нагрузки:

- Загрузка 1 – собственный вес (с коэффициентом надежности 1.1);
- Загрузка 2 – полы и перегородки (0.25 т/м^2 на плиты перекрытия);
- Загрузка 3 – полезная (0.195 т/м^2 на плиты перекрытия);
- Загрузка 4 – ветер по X (0.05 т/м^2 в торец плит перекрытия);
- Загрузка 5 – ветер по Y (0.05 т/м^2 в торец плит перекрытия).

Задано расчетное сочетание нагрузок РСН-1: сумма загрузок 1, 2 и 3. Результаты – перемещения в уровне верхней части столбов показаны на рис. 7-9.

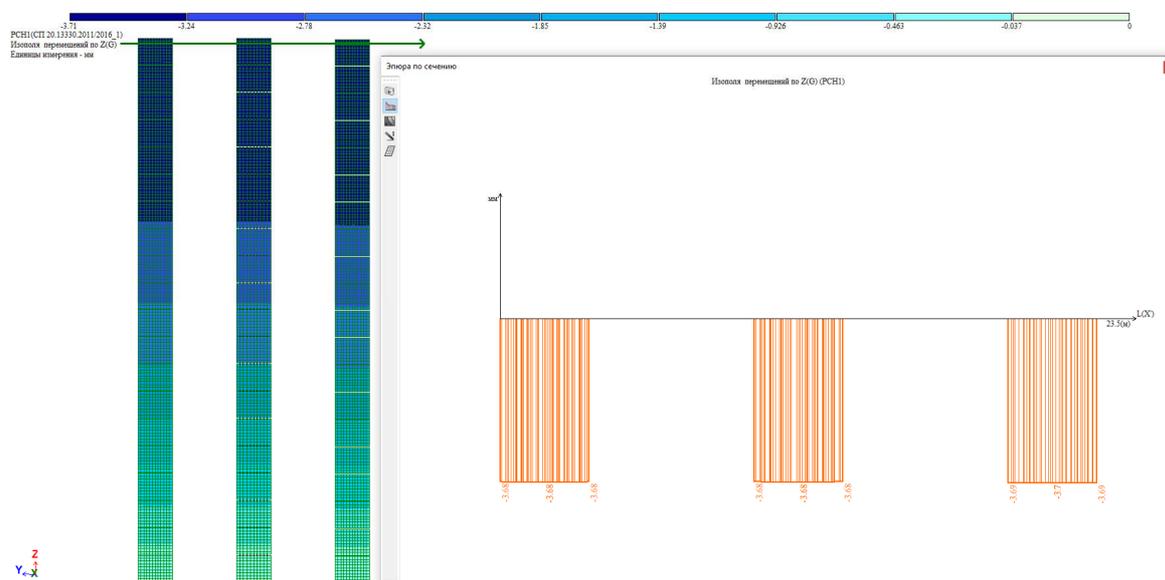


Рис. 7. Вертикальные перемещения верхней части столбов объемных блоков по Z от РСН-1

Перемещения верхней части столбов объемных блоков вариантов моделирования 1 и 2 идентичны, а вариант 3 дает разницу в 0.5%, что вполне допустимо.

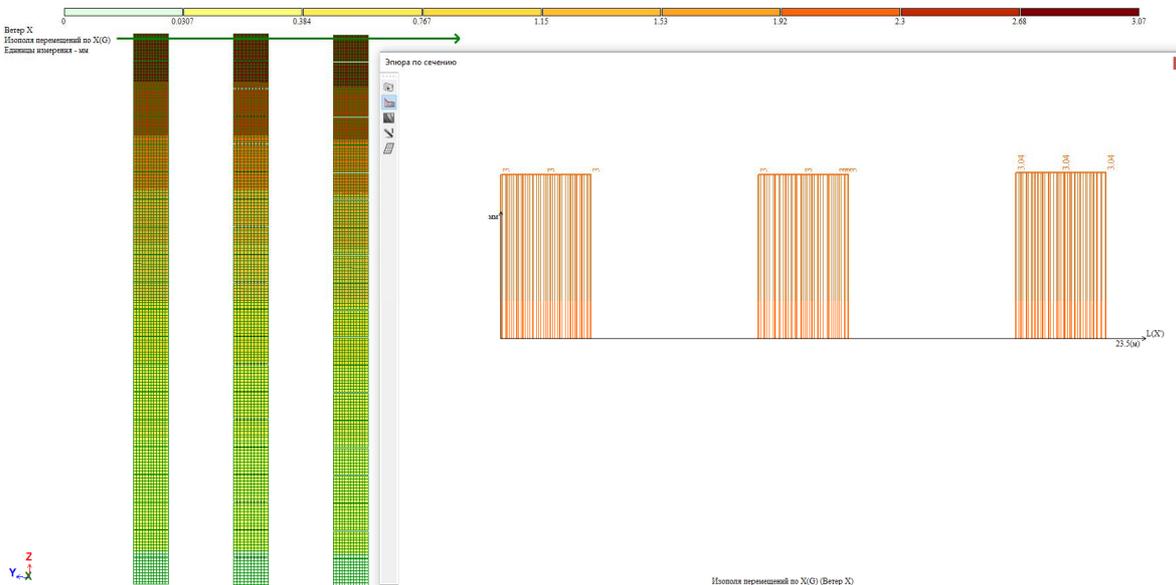


Рис. 8. Горизонтальные перемещения верхней части столбов объемных блоков по X от загрузки 4 (ветер по X)

Перемещения верхней части столбов объемных блоков вариантов моделирования 1 и 2 идентичны, а вариант 3 дает разницу в 1.3%, что вполне допустимо.

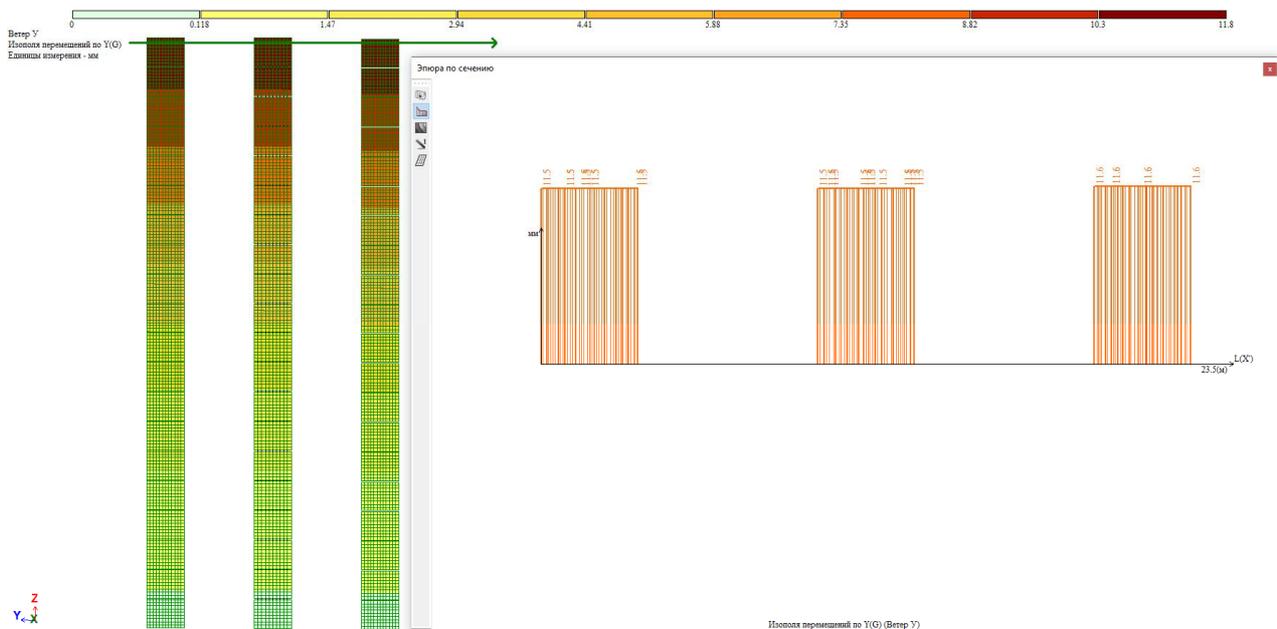


Рис. 9. Горизонтальные перемещения верхней части столбов объемных блоков по Y от загрузки 5 (ветер по Y)

Перемещения верхней части столбов объемных блоков вариантов моделирования 1 и 2 идентичны, а вариант 3 дает разницу в 0.87%, что вполне допустимо.

На рис. 10 показаны деформации столбов объемных блоков от загрузки 5 (ветер по Y) – форма перемещений столбов объемных блоков трех вариантов моделирования платформенного стыка идентичная.

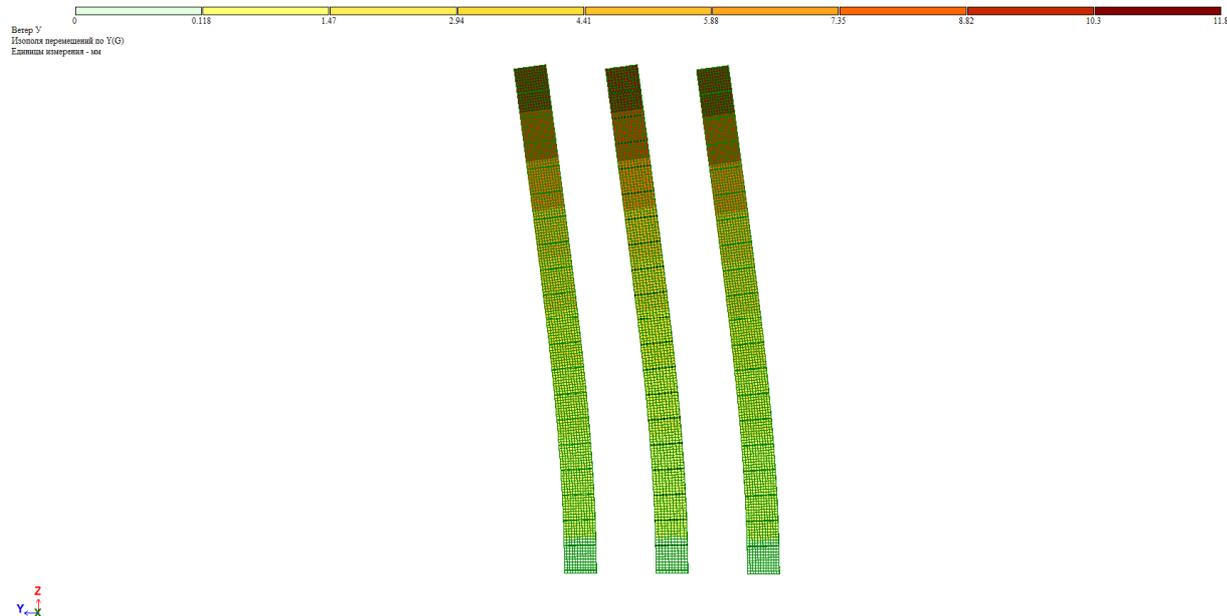


Рис. 10. Деформации столбов объемных блоков от загрузки 5 (ветер по Y)

Результаты – усилия N_y и M_y в блоках «первого» этажа показаны на рис. 11, 12.

Продольное усилие N_y (вертикальное усилие): в варианте 1 наблюдается более равномерное распределение продольного усилия N_y по стене блока, в вариантах 2 и 3 наблюдается скачкообразное распределение с концентрацией продольного усилия N_y в углах

блока. По числовому значению продольного усилия N_y максимальная разница составляет 2.4% (вариант 1 с вариантом 3), что вполне допустимо.

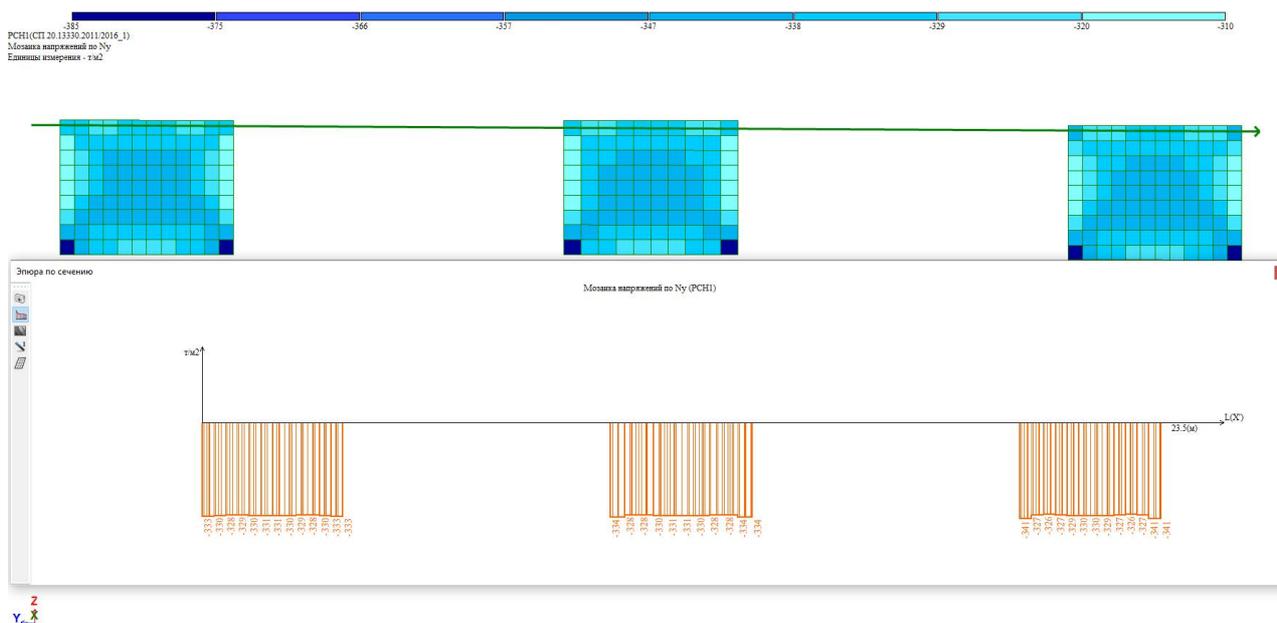


Рис. 11. Продольное усилие N_y

Изгибающий момент M_y : во всех вариантах распределение изгибающего момента M_y по стене блока имеет схожую картину. По числовому значению изгибающего момента M_y максимальная разница составляет 6.7% (вариант 1, 2 с вариантом 3), причиной этого является сдерживающий эффект объединения перемещений в горизонтальных направлениях (X и Y).

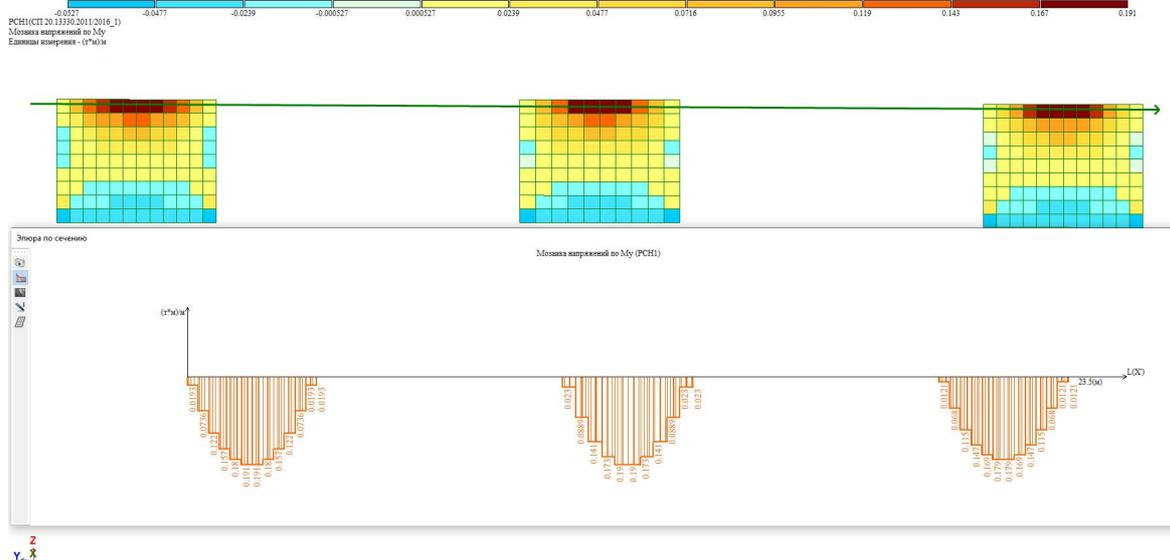


Рис. 12. Изгибающий момент M_y

Выводы. Деформации столбов объемных блоков трех вариантов моделирования платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем идентичны. Перемещения имеют разницу 1.3% и менее, что вполне допустимо и объясняется погрешностью в математических вычислениях. Усилия N_y в блоках «первого» этажа трех вариантов моделирования платформенного стыка дают разницу 2.4%, что вполне допустимо, но модель

со специальными конечными элементами горизонтального стыка ПК «Ли́ра-СА́ПР» характеризуется более равномерным распределением продольного усилия N_u по стене блока, по сравнению с двумя другими вариантами моделирования, в которых угловая жесткость стыка больше рядовой. Усилия M_u дают разницу 6.7%, вызванную сдерживающим эффектом объединения перемещений в горизонтальных направлениях, распределение изгибающего момента M_u по стене блока имеет схожую картину в трех вариантах моделирования платформенного стыка.

Окончательное решение о выборе расчетной модели платформенного стыка объемно-блочных конструктивных систем ввиду несущественных различий будет приниматься инженером-расчетчиком самостоятельно. Расчетная модель в виде специальных конечных элементов горизонтального стыка ПК «Ли́ра-СА́ПР» имеет преимущества наименьших трудозатрат в составлении расчетной модели, однородности жесткости платформенного стыка по периметру стен объемного блока, учитывает сдвиговую жесткость из плоскости стены объемного блока.

Библиографический список

1. Пособие по проектированию жилых зданий/ЦНИИЭП жилища Госкомархитектуры. Вып. 3. Конструкции жилых зданий (к СНиП 2.08.01-85). – М.: Стройиздат, 1989. – 304 с.
2. СН 321-65. Указания по проектированию конструкций крупнопанельных жилых домов. – М.: Издательство литературы по строительству, 1966. – 164 с.
3. Пособие по расчету крупнопанельных зданий. Вып. 1. Характеристики жесткости стен, элементов и соединений крупнопанельных зданий. – М.: Стройиздат, 1974. – 40 с.
4. ВСН 32-77. Инструкция по проектированию конструкций панельных жилых зданий. – М.: Стройиздат, 1978. – 180 с.
5. Шапиро Г.И., Гасанов А.А., Юрьев Р.В. Расчет зданий и сооружений в МНИИТЭП // Промышленное и гражданское строительство. – 2007. - № 6. – С. 31-33.
6. Шапиро Г.И., Юрьев Р.В. К вопросу о построении расчетной модели панельного здания // Промышленное и гражданское строительство. – 2004. – №12. – С. 32-33.
7. Рекомендации по расчету многоэтажных зданий панельно-блочной и объемно-блочной конструктивных систем с учетом особенностей пространственной работы / НИИСК Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1984. – 104 с.
8. СП 335.1325800.2017. Крупнопанельные конструктивные системы. – М.: Стандартинформ, 2018. – 89 с.
9. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Стандартинформ, 2019. – 150 с.

References

1. Manual for the design of residential buildings. TsNIIEP housing of the State Committee for Architecture. Issue. 3. Structures of residential buildings (to SNiP 2.08.01-85). M.: Stroyizdat, 1989. 304 p.
2. SN 321-65. Guidelines for the design of structures for large-panel residential buildings. M.: Publishing house of literature on construction, 1966. 164 p.
3. Handbook for the calculation of large-panel buildings. Issue. 1. Stiffness characteristics of walls, elements and joints of large-panel buildings. M.: Stroyizdat, 1974. 40 p.
4. VSN 32-77. Instructions for the design of structures of panel residential buildings. M.: Stroyizdat, 1978. 180 p.
5. Shapiro G.I., Gasanov A.A., Yuriev R.V. Calculation of buildings and structures in MNIITEP. Industrial and Civil Construction. No. 6. 2007. Pp. 31-33.

6. Shapiro G.I., Yuriev R.V. On the issue of constructing a design model of a panel building. Industrial and Civil Construction. No. 12. 2004. Pp. 32-33.
7. Recommendations for the calculation of multi-storey buildings of panel-block and volumetric-block structural systems, taking into account the features of spatial work. NIISK Gosstroy USSR. M.: Stroyizdat, 1984. 104 p.
8. Set of Rules 335.1325800.2017. Large-panel structural systems. M.: Standartinform, 2018. 89 p.
9. Set of Rules 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. M.: Standartinform, 2019. 150 p.

ANALYSIS OF CALCULATION MODELS OF PLATFORM JOINTS WHEN DESIGNING INDUSTRIALIZED CONSTRUCTION WITH APARTMENTS MODULES

A. S. Sarazhinsky¹, S. V. Efryushin²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(904)2114022, e-mail: sarazhinskijandrew@gmail.com

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(910)3415266, e-mail: ooo.stroynauka@mail.ru

An analysis of the literature on the calculation models of volume-block structural systems shows that, compared with the work on the calculation of panel buildings, research on volumetric-block buildings is not enough, therefore, work in this direction is relevant. In order to design and perform strength calculations of volume-block structural systems, to explore various options for space-planning and design solutions, it is necessary to have a well-founded computational mathematical model. The design model of volume-block structural systems should be considered from the model of the platform joint, through which the volume blocks rest on each other along the height of the building. The paper provides practical conclusions and recommendations for choosing a design model for a platform joint of bulk-block structural systems. The experience of the performed calculations can be used in the design of volume-block buildings.

Keywords: industrialized construction with apartments modules, options of the calculation model of the platform joint of volume-block structural systems, PC "Lira-SAPR".

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2022.32.1.007

УДК 624.02

НЕБЛАГОПРИЯТНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ГРУНТОВЫХ ОСНОВАНИЯХ И ИХ ПРОГНОЗ

А. Я. Аль-Бухейти¹, В. В. Леденев², Я. В. Савинов³, О. В. Умнова⁴

Тамбовский государственный технический университет^{1,2,4}
Россия, г. Тамбов

ООО СП «Мостострой»³
Россия, г. Тамбов

¹Аспирант кафедры конструкций зданий и сооружений, тел.: +79004938460; e-mail: al_bukhaiti@mail.ru

²Д-р техн. наук, профессор кафедры конструкций зданий и сооружений, тел.: +7(4752) 639417,
e-mail: kzis@mail.tstu.ru

³Канд. техн. наук, инженер по качеству, тел.: +79957307609, savinov.yv@mail.ru

⁴Канд. техн. наук, заведующий кафедрой конструкций зданий и сооружений, тел.: +7(4752)630380,
e-mail: umnova.ov@mail.tstu.ru

Рассмотрен ряд проблем, возникающих при анализе и проектировании грунтовых оснований. Показана целесообразность прогнозирования некоторых из них. Описаны неблагоприятные процессы и явления, приводящие к авариям зданий и сооружений. Даны примеры из практики.

Отмечено резкое снижение механических и деформационных характеристик грунтов основания и материалов подземных конструкций вследствие воздействия нефтепродуктов, технологических растворов, агрессивных веществ. Приведены результаты численного моделирования.

Ключевые слова: грунты основания, здания и сооружения, деформации и разрушения, техническое обследование, прогнозирование, рекомендации.

Введение

Проведенные авторами многочисленные технические обследования грунтовых оснований, фундаментов, несущих строительных конструкций, зданий и сооружений показали, что принятые при проектировании исходные данные о режимах работы машин и механизмов, нагрузках и воздействиях, физико-механических характеристиках грунтов основания и материалов, жесткости конструкций, узлов сопряжений, зданий и сооружений впоследствии отличаются от фактических [5,7,12,13].

Нарушаются конструктивные требования и требования по ограничению напряжений, деформаций, перемещений, колебаний, а также по безопасности объектов.

Сформулированные проблемы могут вызывать споры и резкие возражения.

С нашей точки зрения, имеются проблемы по проектированию и эксплуатации несущих строительных конструкций, зданий и сооружений. Незнание их и низкая ответственность являются причинами аварий, нарушения эксплуатационных качеств и снижение долговечности [14-16].

Рассматриваемые проблемы

1. **Повышение влажности грунтов основания.** Как известно, фундаменты мелкого заложения располагаются в пределах зоны аэрации, в которой сезонно изменяются

влажность и температура. Тогда их величины в определённом месте будут зависеть от времени отбора проб. При этом разница может быть значительной. Во время проектирования, строительства и эксплуатации, например, влажность может изменяться значительно. При производстве земляных работ и устройстве котлована в зависимости от его ориентации, погодных условий, технологических схем могут происходить затопление, увлажнение и высыхание, замерзание и оттаивание, уплотнение и разуплотнение машинами, выветривание (например, мергеля в 14-м микрорайоне г. Курска).

Влажность грунтов является одной из важнейших характеристик глинистого и некоторых видов песчаного оснований [2].

Прочностные характеристики c (удельное сцепление) и φ (угол внутреннего трения) могут резко варьироваться (особенно c) с изменением влажности. Пылеватые пески в водонасыщенном состоянии при динамических нагрузках склонны к разжижению.

Такой случай произошёл при строительстве пивоваренного завода в Курске. Котлован площадью 1 га и глубиной около 4 м после выполнения основных строительно-монтажных работ заполняли послойно песком с уплотнением катками. Песок оказался в водонасыщенном состоянии и уплотнение стало невозможным из-за проявления эффекта разжижения.

Проследим за обычно распространённой практикой возможного изменения влажности грунта в период строительства и эксплуатации любого объекта. Возьмем, к примеру, возведение здания с фундаментами мелкого заложения (ленточный, отдельный, плитный). В пределах активной зоны сезонно изменяются температура и влажность. Время проведения инженерно-геологических изысканий может быть случайным, т.е. как влажным периодом, так и сухим. Это выносит значительную погрешность в определении исходных данных для проектирования фундаментов.

В период отрыва котлована и устройства фундаментов влажность грунтов ниже дна котлована может существенно измениться, например, вследствие осадков (дождь, снег), стекания воды с окружающей территории, солнечной жаркой или морозной погоды и значительно отличаться от исходной при изыскании.

Следующий период изменения влажности – строительный (выше нулевой отметки). Наблюдения показали, что вода в грунт постоянно поступает до завершения работ по благоустройству. Это объясняется тем, что ряд строительных технологических процессов связан с большими расходами воды. Одновременно добавляются и атмосферные осадки.

В период эксплуатации построенного объекта происходит значительное увеличение влажности и ее неравномерности по площади из-за утечек воды из водонесущих коммуникаций, а также затенение территории вокруг здания при устройстве покрытия или же посадке растительности с интенсивным поливом.

При эксплуатации производственного здания в грунт в больших объемах поступают технологические растворы. Они обычно агрессивные и перемешиваются с поступающими с низу грунтовыми водами (подтопление территорий). Приведём примеры: 1) при техническом обследовании производственного корпуса на территории АО «Пигмент» водный раствор продуктов производства был вскрыт на глубине 60 см ниже отмостки; 2) Воронежский вагоноремонтный завод: для выяснения причин появления трещин в стенах был отрыт приямок. На глубине 55 см ниже отмостки вскрыт водный раствор нефтепродуктов. Как оказалось, на некотором расстоянии от завода находились резервуары с нефтепродуктами. Их давно разобрали, но грунт вокруг был насыщен ими, что и привело к снижению прочностных характеристик основания.

Рассмотрим следующий пример влияния повышенной влажности.

Обследованные дома Аль-Бухейти (а), Аль-Кибси (б) и Аль-Маори (в) (рис. 1) расположены в историческом районе Дауде, исторической части города Саны столицы

Йемена. Они являются памятниками старой архитектуры и примечательны тем, что средний дом и дом, расположенный справа, накренились друг к другу.

Анализ характера деформирования домов Аль-Кибси и Аль-Маори показал, что произошел их поворот в продольном направлении как блоков, имеющих значительно большую жесткость, чем жесткость основания. Вследствие этого в домах не обнаружено трещин. Кроме того, пластичность кладочного раствора на основе глины-сырца приводит к поглощению энергии деформирования. Периодический ремонт, в том числе оштукатуривание, скрывают реальную картину деформирования домов. Каждый из рядом расположенных трех домов построен около 100 лет назад, магазин Аль-Кибси 50 лет, магазин Аль-Маори - 10 лет.

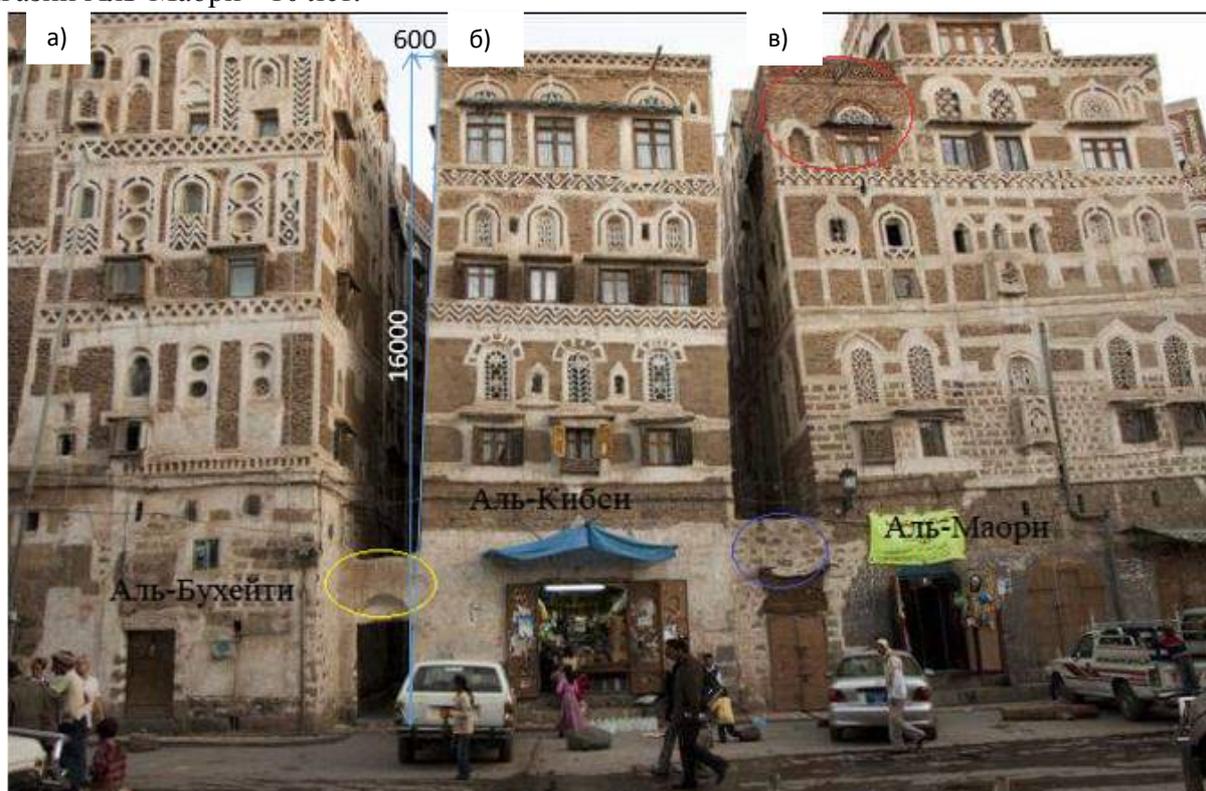


Рис. 1. Дома Аль-Бухейти (а), Аль-Кибси (б), Аль-Маори (в) (Йемен-Сана); взаимное влияние зданий Аль-Кибси и Аль-Маори

Причиной крена дома Аль-Кибси является постоянное замачивание грунтов в промежутке между домами Аль-Кибси и Аль-Маори.

Участок между домами Аль-Кибси и Аль-Бухейти вымощенная камнем аллея, где обеспечивался отвод дождевых вод. Проход между деформированными домами Аль-Кибси и Аль-Маори долгие годы не имел твердого покрытия, достаточной инсоляции и проветривания. Немного глубже, по ходу внутрь квартала, был земляной двор, который содержал закопанные резервуары для воды. Возникали утечки воды в грунт. В конце прошлого века на их месте возвели покрытое плиткой помещение (магазин), который полностью перегородил собой переулок.

В течение долгого времени жильцы замечали отклонение только дома Аль-Кибси, но около 20-ти лет назад стал развиваться крен дома Аль-Маори в направлении дома Аль-Кибси. После постройки между ними магазина с полом из плитки и затенения территории грунт оставался в водонасыщенном состоянии долгие годы. Известно, что при этом резко снижаются механические характеристики грунтов, в особенности удельное сцепление и модуль деформации. Состояние грунтов с пониженными механическими свойствами

наблюдается как в проходе, так и под примыкающими к нему фундаментами деформированных домов. В качестве примера приведем результаты численного моделирования НДС рассмотренных выше домов (рис. 1).

Выполнено моделирование напряженного состояния системы “основание-фундамент-здание”, приведены картины распределения перемещений и напряжений грунтов оснований (рис. 2).

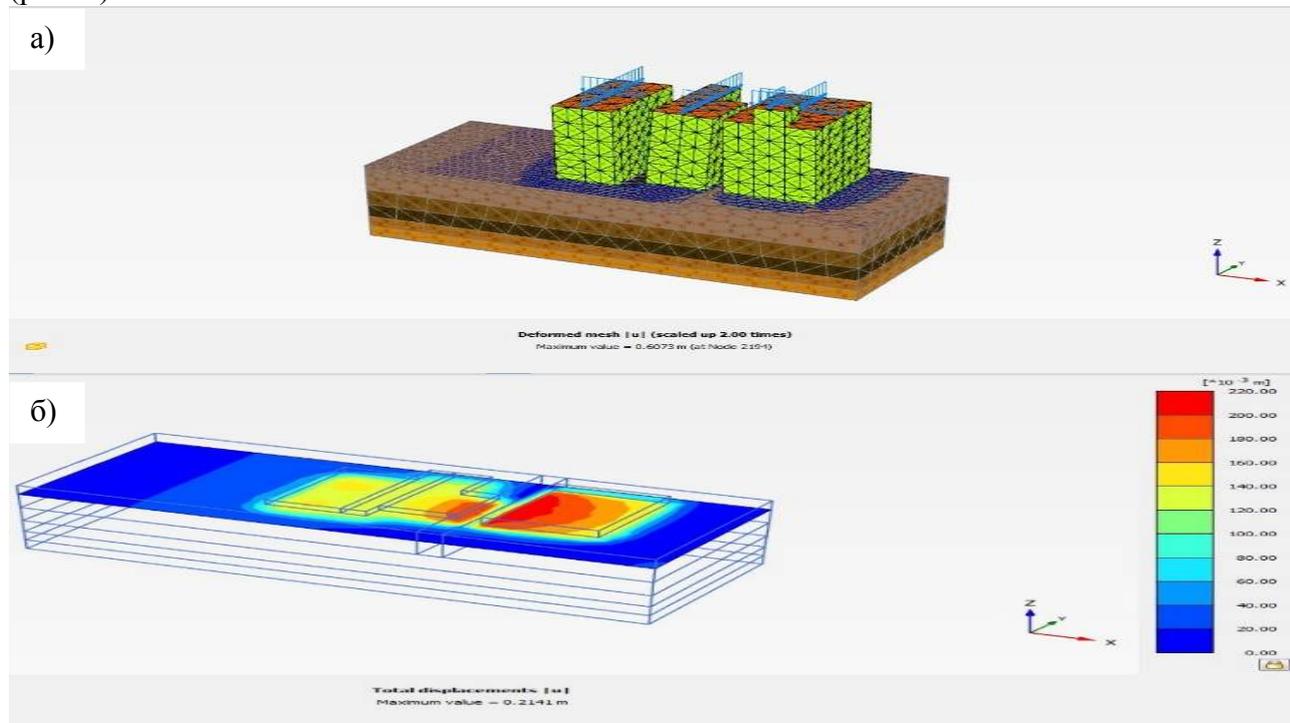


Рис. 2. Расчетная модель основания и зданий (а) зоны максимальных перемещений грунта и зоны слабого грунта (б)

Подтопление территорий. Наблюдается всюду. Последствия – повреждение зданий и сооружений, снижение долговечности, нарушения технологического процесса. Фиксируются и скорости подъема вод. Известны тяжелые аварии, например, при строительстве объектов в Волгодонске. При изысканиях уровень грунтовых вод часто находится на глубинах более 20 м, а через 10..30 лет выше подошвы фундаментов.

После строительства крупных промышленных комплексов грунтовые воды куполообразно поднимаются, подтапливают объекты и примыкающие территории, разрушая подземные конструкции и нарушая технологический процесс. Возрастает гибкость конструктивных систем. Растворы от разных цехов перемешиваются, возникают высокие гидродинамические давления, фильтрационные размывы (Курск, цирк на 2000 мест).

Обследование ряда жилых зданий в Тамбове показало, что в подвалах либо постоянная сырость, либо находится вода. С ростом интенсивности и грузоподъемности движения транспорта механические характеристики грунтов ещё больше снижаются.

В ряде случаев при плохой вертикальной планировке территории, например, (кооперативный техникум в Тамбове) вода много лет скапливалась во дворе и мигрировала в грунты основания. Неудовлетворительное состояние систем водоотведения и изношенность сетей (в стране около 65%) являются источниками повышения влажности грунтов и подтопления территории [5].

Видимо, необходимо прогнозировать развитие ситуации во времени, хотя сделать это чрезвычайно сложно из-за большого числа влияющих факторов, включая человеческий, как это отмечал Г. Шпет, известный немецкий специалист по теории надёжности.

Приведём ещё поучительный пример. Для Воронежского фармацевтического завода сделали пристройку на расстоянии 12 м от торца. В ней поставили компрессоры. Грунт под ними находился в водонасыщенном состоянии. Верхняя переходная галерея жёстко связала главный корпус с пристройкой. После пуска в эксплуатации вентиляторов произошла значительная осадка пристройки. В результате стальные балки галереи, жёстко заделанные в торцовую кирпичную стену существующего здания, значительно повредили её. Вследствие этого балки основного здания пришлось опереть на дополнительные стальные опоры, поставленные на отдельные фундаменты.

Воздействия новых (точечных) зданий вблизи существующих часто приводит к повреждениям последних. На практике часто устраивают котлованы с вертикальными откосами, удерживаемыми ограждающими стенками. При проектировании стенок возникают значительные осложнения в виду учета многих факторов.

Ниже приведены примеры численного исследования НДС грунтового массива и конструкции ограждающей стенки, рассмотрены два конструктивных решения ограждения котлована: стена (рис. 3) и стенка с анкером (рис. 4).

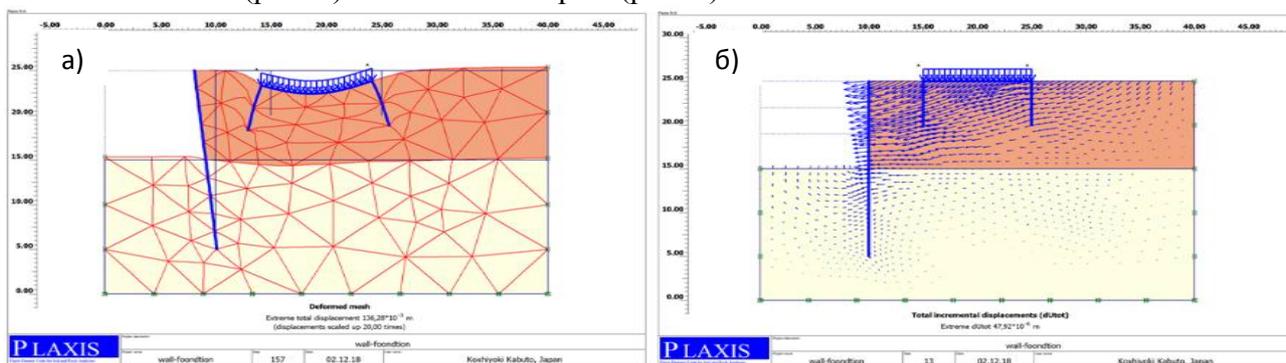


Рис. 3. Напряжено-деформированное состояние основания при возведении здания вблизи глубокого котлована с ограждающей стенкой: сетка из конечных элементов (а), полные перемещения (б)

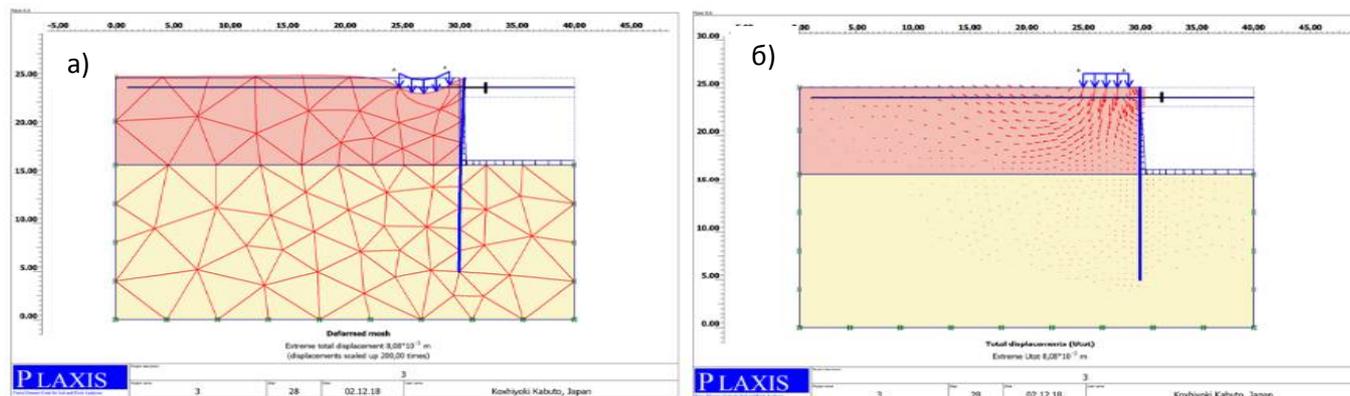


Рис. 4. Напряжено-деформированное состояние основания при возведении здания вблизи глубокого котлована с ограждающей стенкой (с анкером): сетка из конечных элементов (а), полные перемещения (б)

2. Деформации грунтовых насыпок и подсыпок. Следствием этого является провал отмосток, полов, дорог, разрыв подземных и наземных коммуникаций, в результате приостанавливают работу предприятий, проведение учебных занятий, культурно-массовых мероприятий и другое. Затраты при этом огромные, а основная причина заключается в том, что земляные работы низкооплачиваемые, плохо контролируемые, трудоёмкие, методы контроля качества несовершенны [2,6,7].

В Курске построили цех шиноремонтного завода. Здание каркасное одноэтажное без подвала глубиной заложения 4 м. Обратную засыпку котлована выполнили тем же насыпным грунтом, точнее, производственным мусором, что и вынули, толщиной 3 м. Сделали бетонный пол толщиной 20 см, полагая, что он обеспечит нормальные условия эксплуатации

при «мокрой» технологии. Через некоторое время пол стал раскалываться на отдельные куски с разным наклоном. Под ним основание просело. Комиссия пришла к заключению, что ремонт цеха нецелесообразен, производство необходимо остановить и договариваться с одноимёнными предприятиями в других городах для выпуска необходимой продукции, а цех демонтировать.

Таких примеров много, и количество их растёт. В ряде случаев ситуация осложняется воздействием фильтрационных потоков (механической суффозией). Образуются подземные полости, в которые проваливаются машины и строения.

Трудно качественно подготовить основание на месте оврагов. После чистки оврагов от мусора, растительности, чернозёма производится (по проекту) послойная укладка грунта с уплотнением и контролем плотности.

Наблюдения за процессом укладки грунта в овраги в Тамбове, Воронеже, Курске показали, что работам не придаётся серьёзного внимания. К примеру, когда в Воронеже строили объект крупного концерна, в состав инженерной подготовки территории входила засыпка большого оврага. Приезжали вереницей тяжело гружёные самосвалы, высыпали грунт, а бульдозеры методом надвига сдвигали его, уплотняя собственным весом. Здесь же производился контроль плотности режущими кольцами. Ясно, что потенциальные осадочные деформации будут значительными, особенно в средней части оврага. Эпюры дополнительных осадок от самоуплотнения и уплотнения будут проходить по вогнутой цилиндрической поверхности. В расчётах это не учитывается. В Курске овраг располагался под запланированным зданием второй очереди трикотажной фабрики. Риск аварии высок.

Прогнозируемые возможные последствия строительства на оврагах - многолетние неравномерные деформации объектов с просадками полов, развитием трещин, сдвигом конструкций, нарушением технологических процессов и т.д.

Таким образом, необходимы всесторонние экспериментально-теоретические исследования НДС зданий с основанием с переменной по площади жёсткостью с учётом развития реологических процессов; разработка комплекса конструктивных мероприятий.

Ярким примером является трехкорпусное двухэтажное здание детского сада по ул. Рабочая, 4 а (рис. 5). Согласно схеме инженерно-геологического районирования территории г. Тамбова оно находится на второй надпойменной террасе р. Цна в районе в районе III-Г₁-А₁ с уровнем грунтовых вод глубже 10 м, с северной стороны от р. Студенец. Район содержит участок III-Г₁-А₁-4₂, который является полностью засыпанным руслом ручья «Гаврюшка». Остался лишь фрагмент его устья на ул. Московской.

Выполнено моделирование напряженного состояния системы «основание-фундамент-здание». В качестве примера приведены картины распределения перемещений и напряжений (рис. 5).

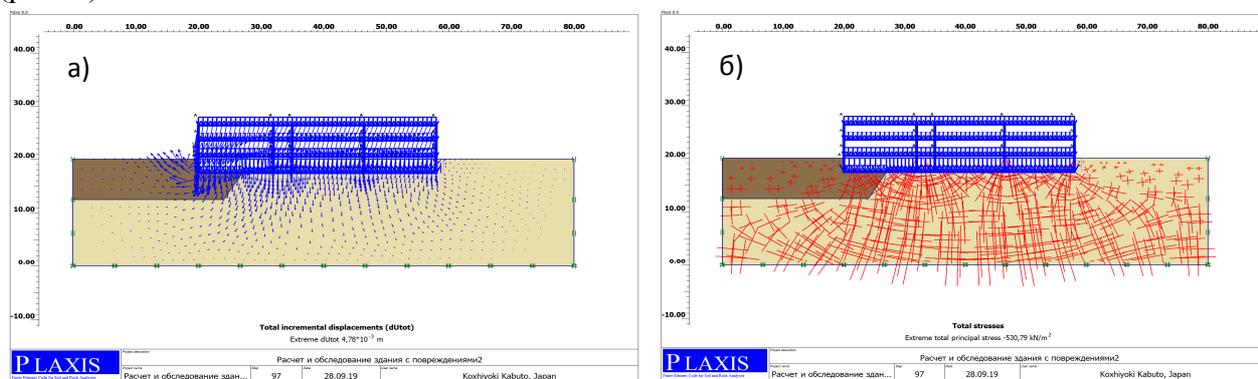


Рис. 5. Распределение перемещений (а) и напряжений (б) в основании здания со слабым слоем

3. Переработка берегов водохранилищ - очередная сложная проблема прогнозирования: с какой скоростью будет смещаться береговая линия, на каком безопасном расстоянии можно строить и как изменится гидрогеологический режим в грунтах в прибрежной полосе.

Около 20 лет тому назад крупными учёными проводилась независимая экспертная оценка смещения береговой линии построенного водохранилища через конкретный промежуток времени. Данные специалистов оказались близкими и практически совпали с данными наблюдений.

Задача осложняется и тем, что заметные климатические изменения, в том числе, и техногенные, могут существенно повлиять на скорость волны, длину разбега, т.е. необходим прогноз изменения расчётной ситуации.

4. «Загрязнение» грунтов и грунтовых вод может производиться нефтепродуктами, технологическими растворами, агрессивными веществами, радиоактивными отходами, бактериями, микробами, пластиками, удобрениями, блуждающими токами, вибрациями и т.д. С одной стороны, это всё больше и больше влияет на жизнь и здоровье людей, животных, и растительный мир, а с другой - на строительные материалы и конструкции, снижая срок службы, ухудшая экологическую ситуацию. Особую тревогу вызывает разрушение плодородного слоя земли.

Проектирование, строительство, эксплуатация, демонтаж объектов и переработка отходов - всё должно находиться в поле зрения архитекторов, строителей и технологов.

Многочисленными исследованиями, в том числе и выполненными нашими сотрудниками, показано отрицательное воздействие нефтепродуктов на механические характеристики грунтов. Резко снижается удельное сцепление глинистых грунтов, угол внутреннего трения песчаных грунтов, их структурная прочность. Для грунтов разрушение происходит в виде сдвига, при «загрязнении» резко снижается сопротивление сдвигу, а вибрации усугубляют этот процесс. Кроме того, агрессивные воды и грунты вызывают ускоренный процесс коррозионного разрушения конструкций. В ряде случаев коррозионные повреждения приводят к увеличению гибкости стен, появлению в них трещин, сползанию плит и перемычек. Фундаменты оказываются настолько повреждены, что ремонт их нецелесообразен, так как необходимо понижать уровень воды под очень большими площадями объектов, а это технически трудно выполнимо.

5. Моделирование развития процессов, явлений и их последствий. В расчетах преимущественно используют модели Винклера и линейно-деформируемой среды. Первая - не учитывает распределительной способности грунтов. Вторая, наоборот, их преувеличивает. В 1962 г. в сборнике научных трудов МИСИ крупнейшими учеными были предложены модели П.Л. Пастернака, В.З. Власова и Н.Н. Леонтьева, Г.К. Клейна, К.Е. Егорова, Н.А. Цытовича, И.И. Кандаурова и др., которые представляли собой попытки усовершенствовать уже существующие. В настоящее время за рубежом часто используют модель П.Л. Пастернака [3,4,11].

В последующие годы был предложен ряд моделей, учитывающих реологические особенности материалов, но их мало применяют на практике.

Совершенствование моделей грунтовых оснований – сложный аналитический процесс обобщений. Ю.А. Россихин и М.В. Шитикова (ВГТУ) в течение многих лет осуществляли этот процесс. Полученная ими реологическая модель отличается ясным построением и широкими возможностями.

При численных расчетах часто принимают модели без обоснования, не имея глубоких знаний о работе материала, о процессах деградации, начальных дефектах и напряжениях, реальных величинах отдельных параметров, о предвестниках разрушения.

Это очередная проблема – обеспечение требований по прочности, устойчивости, трещиностойкости, жесткости, надежности, живучести, долговечности, недопущения

прогрессирующего разрушения. Для решения этих и многих других задач необходимы глубокие знания при базовом строительном образовании. К примеру, характер контактных напряжений, схемы армирования, деформирования и разрушения фундамента мелкого заложения при одних и тех же условиях, но для моделей Винслера и линейно-деформируемой среды будут отличаться.

Необходимо учитывать и развитие различных процессов и явлений во времени, включая конструктивно-технологические особенности работы систем, материалов, узлов соединений, наличие дефектов, повреждений, нормативных и экспериментальных требований.

6. Взаимное влияние близко построенных объектов. Более 20 лет на кафедре «Конструкции зданий и сооружений» производились исследования в следующих направлениях [6,7,12,16-20]:

- техническое обследование зданий, поврежденных вследствие пристройки, надстройки, ранее близко построенных;
- экспериментальные лабораторные исследования;
- лабораторные экспериментальные исследования с незаглубленными и заглубленными жесткими круглыми штампами при разных схемах нагружения и расположения моделей;
- численные исследования взаимного влияния с подробным изучением НДС основания, основания и здания.

Как отмечалось выше, в периоды строительства и эксплуатации наблюдаются значительные изменения (ухудшения) условий эксплуатации, характеристик материалов, развиваются неблагоприятные процессы и явления, что необходимо учитывать.

В перспективе планируется исследовать характер НДС основания в следующих случаях:

- изменение условий эксплуатации во времени;
- увеличение влажности и «загрязненности» грунтов и грунтовых вод;
- комбинация развивающихся во времени неблагоприятных процессов и факторов;
- оптимизация технологии и организации работ.

Пример результатов перемещений грунта основания отражен на рис. 6.

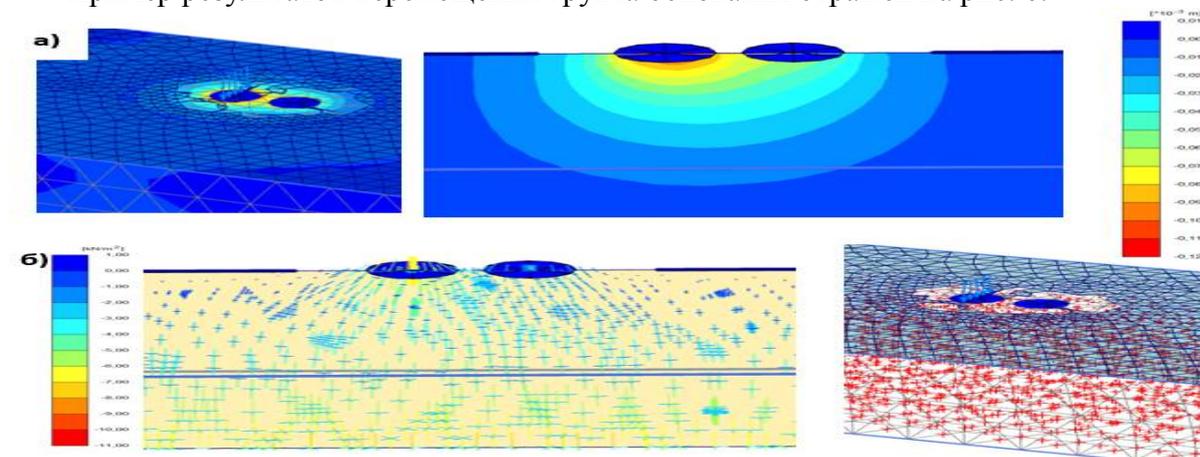


Рис. 6. Напряженно-деформированное состояние основания при взаимном влиянии рядом расположенных фундаментов: сетка из конечных элементов (а), полные перемещения (б), при $\rho=1,5 \text{ г/см}^3$, $\delta=0^\circ$, $D=200 \text{ мм}$, $e_0=0$, $L=250 \text{ мм}$, $F=4,8 \text{ кН}$ (статическая)

7. Геологические процессы [1,8-10,14], к которым относят прежде всего тектонику плит (дрейф континентов). Идею высказали А. Вегенер, А. Холмс, А.Д. Тойт. Механику дрейфа исследовал А. Надаи. Выделены сейсмические пояса и основные семь плит Евразии, Африки, Северной Америки, Южной Америки, Тихого океана, Индо-Австралии и Антарктиды и примерно столько же более мелких плит.

Источниками энергии для тектоники плит являются радиоактивность; тепло, выделяемое при фазовых превращениях, например, переход базальта в эклогит; гравитационное оседание, например, железа из мантии в ядро; тепло кристаллизации железа на границе внешнего и внутреннего ядра; воздействие на твердые оболочки Земли лунных и солнечных приливов.

Предполагают еще около десяти причин движения плит, не связанных с конвенцией. Плиты разъезжаются в разные стороны, сталкиваются друг с другом, проскальзывают относительно друг друга по трансформным разгонам. Складчатые горные сооружения являются вытянутыми поясами смятия при тектонических надвигах плит.

Землетрясение – мгновенная разрядка напряжений, медленно накапливающихся в определенных участках Земли [1,8,9,14]. Причинами их являются: образование тектонических разрывов, вулканизм, искусственное возбуждение и суммарное воздействие различных факторов. Известны случаи возникновения разрушительных землетрясений после устройства водохранилищ, закачки растворов в сверхглубокие скважины.

По архивным данным сильные землетрясения происходили и в Москве. Имеются предвестники возможных землетрясений на Кавказе. Землетрясение 1988 г. было предсказано группой ученых из Сибири по величинам предельных пластических деформаций соприкасающихся плит. Оно потом произошло с большей интенсивностью, чем принято в нормах. Кроме того, вблизи атомной электростанции оказался и тектонический разлом.

В связи с тенденциями высотного строительства опасными будут считаться и районы с меньшей интенсивностью, чем принято сейчас в 7 баллов и выше. Таким образом, почти при всех видах геологических процессов необходимы прогнозы развития неблагоприятных явлений.

Геологические процессы действуют как на поверхности Земли, так и в земной коре. Интенсивность их и характер проявления изменяются во времени. Источниками геологических процессов являются тепло от Солнца, гравитационные процессы, вращение Земли вокруг своей оси; тепло, выделяемое Землей, гравитационная дифференциация вещества Земли и др. Процессы делят на эндогенные (внутренние) и экзогенные (внешние).

К первым относят магнетизм, тектонические движения, тектонические нарушения, землетрясения, метаморфизм.

Ко вторым: выветривание; деятельность ветра, поверхностных и подземных вод, ледников, океанов, морей, озер, болот, оврагообразования, процессы в районах многолетней мерзлоты.

Значительное воздействие на горные породы оказывают такие экзогенные процессы, как физические и химические выветривания, происходящие при непосредственном воздействии солнечных лучей, колебаний температуры воздуха, замерзания и оттаивания, насыщения водой и высыхания. Этот процесс ускоряется если минералы разного цвета и с разными коэффициентами линейного и объемного расширения.

К химическим процессам выветривания относятся растворение, гидролиз, окисление, гидратация. При строительстве в Курске 14-го микрорайона осматривали котлованы для одних и тех же домов с интервалом в неделю. Грунты основания – мергель. За неделю на дне котлована образовался слой пыли из разложившегося мергеля, толщиной 10 см. в ряде районах, например у с. Эксталь в Тамбовской области происходят оползневые процессы.

По данным А. Гликмана, на юге Тамбовской области с большой вероятностью находятся тектонические разломы, а на юге Воронежской области имеются карстовые воронки и пещеры.

Так, при строительстве в две очереди комбината минеральных удобрений в г. Павловске Воронежской области сложилась такая ситуация:

• положительные стороны: есть ж/д узел, сырье, резерв рабочих, места сбыта продукции;

• отрицательные стороны: на выбранных площадках, расположенных в 7 км от реки Дон на границе между 20 м слоем песка и подстилающим слоем известняка, встречаются карстовые воронки объемом до 200 м³.

Были рассмотрены два варианта инженерной подготовки территории: 1) осуществить взрывы, вследствие которых воронки заполнятся песком, и 2) отыскивать по сгущающейся сетке воронки и через скважины заполнять их цементно-песчаным раствором. Этот вариант был осуществлен. Первый вариант имел тот недостаток, что при взрыве произойдет разуплотнение песка на большей части территории.

В ряде случаев неблагоприятные процессы и явления являются спусковыми механизмами возникновения и развития различных повреждений и аварий: изменение геометрии объекта, развития трещин, подвижки плит перекрытий и перемычек, изменения расчётных схем и жесткостей, нарушения технологических процессов, сбоев в режимах работ машин и механизмов, разрывы коммуникаций и др. Опасны неравномерные перемещения фундаментов, часто происходящие с разными скоростями и являющимся следствием развития реологических процессов.

В [5] дан анализ инженерно-геологических целевой территории Тамбова и деформирования трех зданий по ул. Советской 156, 158 с пристройкой. Здания расположены на второй надпойменной террасе р. Цна с северной стороны от р. Студенец. Данный район включает участок III-Г1-А1-21 (рис. 7, а), где замечают просадочные делювиальные лессовидные суглинки Ld(2t)III. Модуль деформации уплотняющихся в течение 80-ти лет просадочных грунтов находится в пределах (4...6) МПа.

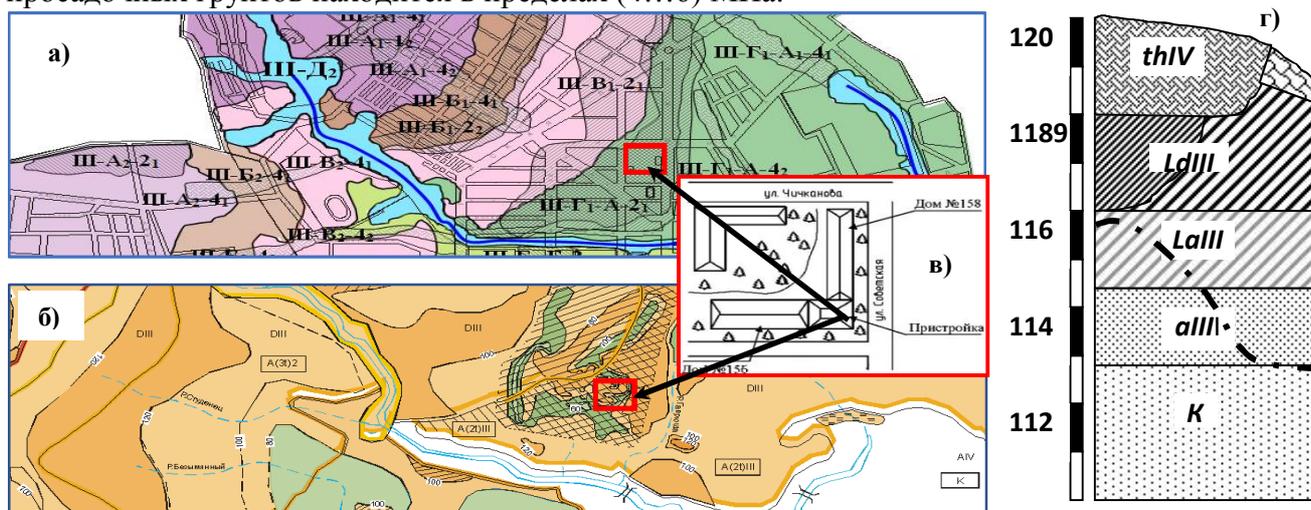


Рис. 7. Инженерно-геологическое районирование центральной части г. Тамбова: а) фрагмент схемы микрорайонирования; б) фрагмент схемы районирования по модулю деформации; в) план рассматриваемой группы зданий; г) литологическая колонка II надпойменной террасы (2t)

В качестве примера выполнено 3D-моделирование напряженного состояния системы “основание-фундамент-здание” в расчетной программе «Plaxis 3D» (рис. 8). В результате расчетов получены картины распределения полей перемещений и напряжений в грунтах оснований (НДС) (рис. 9). При моделировании построены отдельные конечно-элементные модели зданий на грунтах с реальными характеристиками.

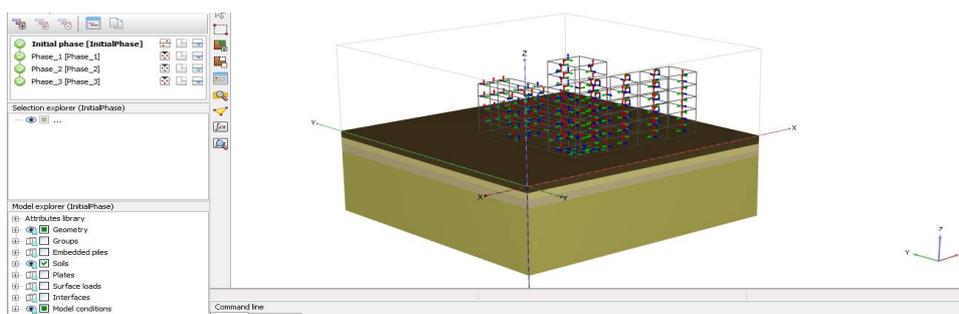


Рис. 8. Построение 3Д модели в программе «Plaxis 3D»

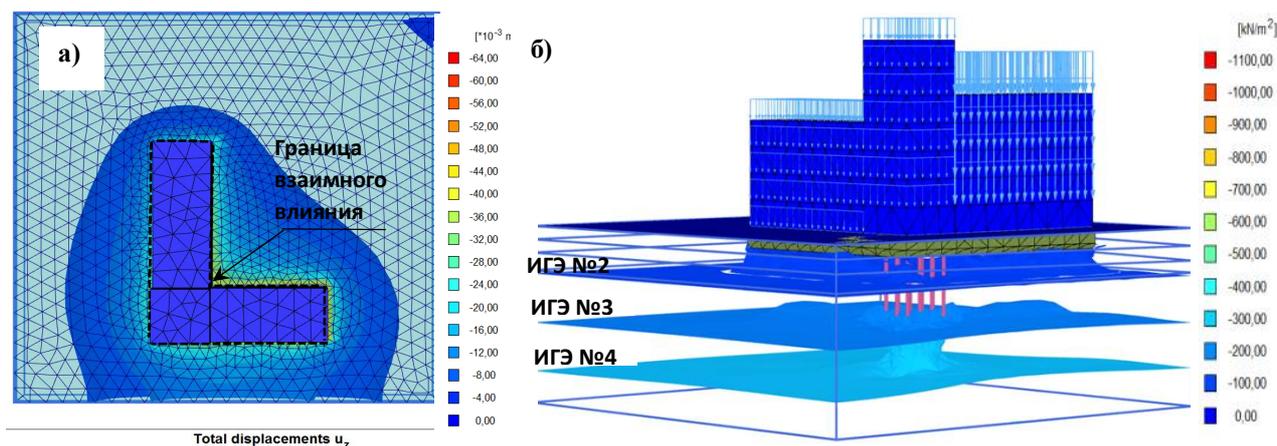


Рис. 9. Результаты расчета НДС грунтов оснований фундаментов программе «Plaxis 3D»: а) вид сверху зоны взаимного влияния; б) вертикальные перемещения u_z

8. **Инженерно-хозяйственная деятельность человека.** Эту деятельность в настоящее время сравнивают по значимости с естественными геологическими процессами. Сюда можно отнести «загрязнение» воздуха, воды, земель, сельхозугодий; накопление во всем мире огромного количества разных видов оружия; уничтожения природных ресурсов; изменение климата, ускорение развития неблагоприятных процессов.

Так, повышение температуры в районах вечной мерзлоты привело к неожиданным повреждениям зданий, построенных по принципу сохранения грунтов оснований в мёрзлом состоянии. Возрастают ветровые и гололёдные нагрузки и т.д.

9. **Гидронамыв территорий.** Во многих городах и посёлках вблизи центральной части протекают реки, ручьи, каналы. С одной их стороны расположены затапливаемые весной незастроенные в виду сложных грунтовых условий площади. Эти территории привлекательны для дальнейшего развития города или посёлка. Во многих городах при разливах рек большие площадки с домами затапливаются каждый год.

Для исправления ситуации эффективен гидронамыв песчаного грунта. Положительный опыт имеется как в нашей стране (рис. 10 а, б), так и за рубежом. К примеру, в Курске на подготовленной этим способом площади высотой 5 м построен совместно с итальянцами кожевенный завод с использованием фундаментов-оболочек конструкции А.Н. Тетиора, в Воронеже - левобережный микрорайон.



Рис. 10. Левобережный микрорайон г. Воронеж (<https://yandex.ru/images/search>) (а), проект «Группа ЛСР» в южной части намывных территорий Васильевского острова г. Санкт-Петербург (б) (<https://ktostroy.ru/news/276022/>)

Важной проблемой является оценка механических характеристик такого основания. Крупные исследования структурообразования проводились под руководством Н.Я. Денисова (МИСИ). Повышение модуля деформации до двух раз наблюдалось в течение года. Показано, что начало строительных работ следует согласовывать с прогнозируемыми величинами механических характеристик.

Эффект самоупрочнения намытого песка исследован нами в Курске. Стальной конус высотой 250 мм с углом при вершине 30° периодически вдавливали в грунт на одну и ту же глубину. Отмечено, что со временем требовалось больше груза. В.М. Алексеев и Г.А. Липсон (ВИСИ) установили эффект повышения структурной прочности песка под водой путём выдергивания грузом ранее помещенной рифленной вертикальной пластины. В многочисленных лабораторных опытах с послойно уплотнённым маловажным мелкозернистым песком и с сохранением влажности также отличали повышение прочности во времени.

Необходимы дальнейшие исследования этого эффективного способа инженерной подготовки территории и, в первую очередь, процесса структурообразования и изменения структурной прочности во время строительства и эксплуатации, а также требуется разработка реологической модели для намытого песка.

10. Гидроизоляция подземных конструкций и объектов. При проектировании следует учитывать возможность повышения влажности основания или подтопления, сроки службы конструкций и гидроизоляционных покрытий, сопротивление растяжению и адгезии, а также их предельные величины.

В практике, как правило, не учитывают сложность и ответственность гидроизоляционных работ.

Примером может служить восстановление горизонтальной гидроизоляции при строительстве в Воронеже на водохранилище музея. Вода капиллярно поднималась по стенам вверх на 6 м. Необходимо было по верху фундамента по контуру стен сделать гидроизоляцию из жидкого стекла толщиной 50 мм. Для устройства такого зазора нужно было надземную часть здания установить на отдельные опоры. Работы проводились при консультации Е. А. Сорочана (НИИОСП).

Таким образом, проектирование гидроизоляции – сложная контактная многофакторная задача с учётом процесса старения и развития реологических процессов. Сложен и механизм разрушения, который может происходить по нескольким схемам и критериям. Срок службы гидроизоляции часто значительно меньше, чем конструкций.

На практике иногда происходят аварии при совместном действии нескольких неблагоприятных факторов. Например, при анализе прогрессирующего разрушения тепличного комбината в Липецке (Д.С. Богоявленский и В.В. Леденёв) выявлены ошибки

пяти подрядных организаций: при подготовке насыпного основания, устройстве фундаментов, узлов сопряжения рам с фундаментами, установке связей, воспринимающих распоры.

Выводы

1. В период строительства объекта и его эксплуатации происходят значительные изменения величин исходных данных, развиваются неблагоприятные процессы и явления.

2. Эта гипотеза была подтверждена анализом результатов технических обследований, наблюдениями, экспериментами и численными исследованиями. Приведены примеры.

3. Показана необходимость прогноза развития неблагоприятных процессов и явлений, их последствий, например, путем разработки и совершенствования реологических моделей для систем, конструктивных элементов, материалов, грунтов оснований и окружающей среды.

4. Одной из основных задач при строительстве различных подземных и надземных объектов в сложных инженерно-геологических условиях (просадка, набухание, растворение, суффозия, грунтовые воды, пещеры, провалы, ослабления и др.) является предотвращение прогрессирующего разрушения. Комплексные исследования в этом направлении проводятся в разных странах.

5. В расчётах целесообразно использовать расширенный комплекс характеристик [1, 2, 8-10,14], учитывающий многообразие свойств грунтов, описанных в отчётах по изысканиям.

Библиографический список

1. Аллисон А., Палмер Д. Геология: пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 568с.
2. Болдырев Г.Г. Методы определения механических свойств фундаментов. Состояние вопроса: монография / Г.Г. Болдырев. – Пенза: ПГУАС, 2008. – 696с.
3. Гарагаш Б.А. Надежность пространственных регулируемых систем «основание - сооружение» при неравных деформациях основания: 2 т. – М.: Изд-во АСТ, 2012. – Т. 1. –416 с.
4. Горбунов-Посадов М.М., Маликова Т.А. Расчет конструкций на упругом основании. – 2-е изд. – М.: Стройиздат, 1973. – 627 с.
5. Высокая изменчивость деформативных свойств грунтов как основная причина повреждений каменных зданий в г. Тамбове / А.Б. Даниш, В.В. Леденев, Я.В. Савинов, А.Я. Аль- Бухейти / Строительная механика и конструкции. – 2019. – № 2 (21). С. 98-108.
6. Леденев В.В. Несущая способность и перемещения заглубленных фундаментов при действии плоской системы сил: дис. ... д-ра техн. наук. – Воронеж, 1998. – 495 с.
7. Леденев В.В., Скрылёв В.И. Аварии, разрушения и повреждения. Причины, последствия и предупреждения: монография. – Тамбов: Изд-во ФГБОУ ВО «ТГТУ», 2017. – 445с.
8. Ломтадзе В.Д. Инженерная геология. Специальная инженерная геология. – Л.: Недра, 1978. – 466 с.
9. Ломтадзе В.Д. Инженерная геология. Инженерная петрология. 2-е изд. – Л.: Недра, 1984. – 511с.
10. Осипов В.И., Бурова В.Н., Кардифова Е.А. Методические основы оценки уязвимости объектов капитального строительства урбанизированных территорий опасных геологических процессов // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2016. – №6. – С.32-36.
11. Пшеничкин А.П. Основы вероятностно-статической теории взаимодействия сооружения с неоднородными грунтовыми основаниями: монография. – 2-е изд. – Волгоград: ВолгГАСУ, 2010. – 336 с.

12. Савинов Я.В. Основные причины повреждения несущих стеновых конструкций и рекомендации по их предотвращению на примере г. Тамбов: дис. ... канд. техн. наук. – Воронеж: ВГАСУ, 2003. – 215 с.
13. Сафронов В.С., Суханов Ю.А. Прочностной анализ несущих конструкций висячего трубопровода через реку Ока в г. Орле // Строительная механика и конструкции. – 2010. – Т.1. – №1. – С.61-66
14. Справочник геотехника. Основания, фундаменты и подземные сооружения / под общ. ред. В.А.Ильичёва и Р.А.Мангушева. – 2-е изд. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 1040 с.
15. Управление программами строительства подземных объектов / В.И. Теличенко, Е.А. Король, П.Б. Каган, Д.С. Конюхов. – М.: Изд-во АСВ, 2010. – 296 с.
16. Шулятьев О.А. Основания и фундаменты высотных зданий. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 392с.
17. Survey of the damaged closely located buildings in the historical part of the Sanaa city (Yemen) / AL-Bukhaiti Ali Yahya Nasser, V.V. Ledenyov, Ya.V. Savinov, O.V. Umnova, Jawad ahmed Mohammed hamash // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. 2020. – P. 913 022017.
18. Research of the additional building influence on the foundation in a stress superposition existing along the radius zone / Al-Bukhaiti Ali Yahya Nasser, Yaya Keita, V V Ledenyov, Ya V Savinov, O V Umnova // IOP Conf. Ser.: Mater. Sci. Eng. – 2021. – P. 1083 012014.
19. Dinakar K.N., Prasad S.K. Effect of deep excavation on adjacent buildings by diaphragm wall technique using PLAXIS // Journal of mechanical and civil engineering (JOSR-JNCE). – P. 26-32.
20. Modern principles of strategic planning for the central part development in Tambov/ Ya.V. Savinov, V.V. Ledenyov, Ali Yahya Nasser Al-Bukhaiti, Yaya Keita, Olga Umnova // E3S Web of Conferences. – 2021. – Vol. 281. – P. 01035.

References

1. Allison A., Palmer D. Geology (Translated from English). М.: Mir, 1984. 568 p.
2. Boldyrev G.G. Methods for determining the mechanical properties of foundations. Penza: PSUAC, 2008. 696 p.
3. Garagash B.A. Reliability of spatial adjustable systems "base - structure" with unequal deformations of the base. Vol. 1. М.: AST, 2012. 416 p.
4. Gorbunov-Posadov M.M., Malikova T.A. Calculation of structures on an elastic foundation. 2nd ed. М.: Stroyizdat, 1973. 627 p.
5. Danish A.B., Ledenev V.V., Savinov Ya.V., Al-Bukheyti A.Ya. High variability of soil deformation properties as the main cause of damage to stone buildings in Tambov. Structural Mechanics and Constructions. No. 2(21). 2019. Pp. 98-108.
6. Ledenev V.V. Bearing capacity and displacement of buried foundations under the action of a flat system of forces: Dis. Dr. of Tech. Sciences. Voronezh, 1998. 495 p.
7. Ledenev V.V., Skrylev V.I. Accidents, destruction and damage. Causes, consequences and warnings: monograph. Tambov: Publishing House of FGBOU VO "TSTU", 2017. 445p.
8. Lomtadze V.D. Engineering geology. Special engineering geology. L.: Nedra, 1978. 466 p.
9. Lomtadze V.D. Engineering geology. Engineering petrology. 2nd ed. L.: Nedra, 1984. 511 p.
10. Osipov V.I., Burova V.N., Kardifova E.A. Methodological bases for assessing the vulnerability of capital construction objects of urbanized territories of hazardous geological processes. Foundations, Bases and Soil Mechanics. No. 6. 2016. Pp. 32-36.

11. Pshenichkin A.P. Fundamentals of the probabilistic-static theory of the interaction of a structure with inhomogeneous soil foundations: monograph. 2nd ed. Volgograd: VolgGASU, 2010. 336 p.
12. Savinov Ya.V. The main causes of damage to load-bearing wall structures and recommendations for their prevention on the example of the city of Tambov: Dis. Cand. of Tech. Sciences. Voronezh: VGASU, 2003. 215 p.
13. Safronov V.S., Sukhanov Yu.A. Strength analysis of load-bearing structures of a hanging pipeline across the Oka River in the city of Orel. Structural Mechanics and Constructions. Vol. 1. No. 1. 2010. Pp. 61-66.
14. Ilyichev V.A. and Mangushev R.A. Handbook of Geotechnics. Foundations, Bases and Underground Structures. 2nd ed. M.: Publishing House of ASV, 2016. 1040 p.
15. Telichenko V.I., Korol E.A., Kagan P.B., Konyukhov D.S. Management of programs for the construction of underground facilities. M.: Publishing House ASV, 2010. 296 p.
16. Shulyatiev O.A. Bases and foundations of high-rise buildings. M.: Publishing House of ASV, 2016. 392 p.
17. Al-Bukhaiti Ali Yahya Nasser, Ledenyov V.V., Savinov Ya.V., Umnova O.V., Jawad Ahmed Mohammed Hamash. Survey of the damaged closely located buildings in the historical part of the Sanaa city (Yemen). IOP Conf. Ser.: Mater. sci. Eng. 2020. P. 913 022017.
18. Al-Bukhaiti Ali Yahya Nasser, Yaya Keita, Ledenyov V.V., Savinov Ya.V., Umnova O.V. Research of the additional building influence on the foundation in a stress superposition existing along the radius zone. IOP Conf. Ser.: Mater. sci. Eng. 2021. P. 1083 012014.
19. Dinakar K.N., Prasad S.K. Effect of deep excavation on adjacent buildings by diaphragm wall technique using PLAXIS. Journal of Mechanical and Civil Engineering (JOSR-JNCE). Pp. 26-32.
20. Savinov Ya.V., Ledenyov V.V., Ali Yahya Nasser Al-Bukhaiti, Yaya Keita, Olga Umnova. Modern principles of strategic planning for the central part development in Tambov. E3S Web of Conferences. Vol. 281. 2021. P. 01035.

ADVERSE PROCESSES IN SOIL BASES AND THEIR PREDICTION

A. Ya. Al-Bukhaiti¹, V. V. Ledenev², Ya. V. Savinov³, O. V. Umnova⁴

Tambov State Technical University^{1,2,4}
LLC JV "Mostostroy"³

Russia, Tambov

¹Postgraduate student of the Department of Constructions of Buildings and Structures,
tel.: +7(900)4938460, e-mail: al_bukhaiti@mail.ru

²Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Constructions of Buildings and Structures,
tel.: +7(4752) 639417, e-mail: kzis@mail.tstu.ru

³PhD of Technical Sciences, Quality Engineer,
tel.: +7(995)7307609, savinov.yv@mail.ru

⁴PhD of Technical Sciences, Head of the Department of Constructions of Buildings and Structures, tel.:
+7(4752)630380, e-mail: umnova.ov@mail.tstu.ru

A number of problems arising in the analysis and design of soil foundations are considered. The expediency of predicting some of them is shown. The unfavorable processes and phenomena leading to accidents of buildings and structures are described. Examples from practice are given.

A sharp decrease in the mechanical and deformation characteristics of the foundation soils and materials of underground structures due to the impact of petroleum products, technological solutions, and aggressive substances was noted. The results of the numerical simulation are presented.

Keywords: foundation soils, buildings and structures, deformation and destruction, technical survey, prediction, recommendations.

ПРОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2022.32.1.008

УДК 624.07:624-2/-9

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВАРОЧНОГО ПРОЦЕССА ПРИ ИЗГОТОВЛЕНИИ ТАВРОВОГО ЭЛЕМЕНТА В ПРОГРАММНОМ КОМПЛЕКСЕ ANSYS

С. В. Ефрюшин¹, А. И. Юрченко², Д. Г. Рыдченко³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}

Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7 (910) 341-52-66,
e-mail: ooo.stroynauka@mail.ru

²Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7 (906) 672-16-12 e-mail: yurchenko.andrey1997@gmail.com

³Старший преподаватель кафедры строительной механики, тел.: +7(952) 558-37-77,
e-mail: rydchenko.dg@yandex.ru

Объектом исследования является тавровое соединение двух металлических пластин сварным однопроходным швом. Цель исследования: численное моделирование процесса сварки для определения возникающих перемещений и внутренних усилий в свариваемых элементах (коробления конструкции), связанных с температурными воздействиями.

Ключевые слова: моделирование сварочного процесса, термодинамика, коробление конструкций, ANSYS.

Сварка тонколистовых деталей из высокопрочной стали сопровождается изменением геометрии сборки после сварки. Это связано с потерей устойчивости конструкции ввиду малой толщины деталей и возникающих напряжений в сварных соединениях вследствие теплового нагружения деталей сварочной дугой и структурных превращений, сопровождаемых изменением объема получаемой структуры.

В условиях промышленного производства металлических конструкций значительную часть временных ресурсов и трудоемкости занимает правка готового элемента, коробление которого происходит во время сварочного процесса в результате температурного воздействия. Расчётный прогноз указанных последствий сварки позволил бы выработать технологические приёмы, снижающие этот эффект.

В данной работе рассматривается численное моделирование сварного соединения металлических пластин, размерами 200x100x5 однопроходным швом с использованием программного комплекса ANSYS (рис. 1). Целью этого этапа исследования является анализ возможности прогнозирования перемещений для последующего сравнительного анализа с реальными образцами соединяемых элементов и развития данного направления исследований для формирования перечня мероприятий, уменьшающих коробление конструкции.

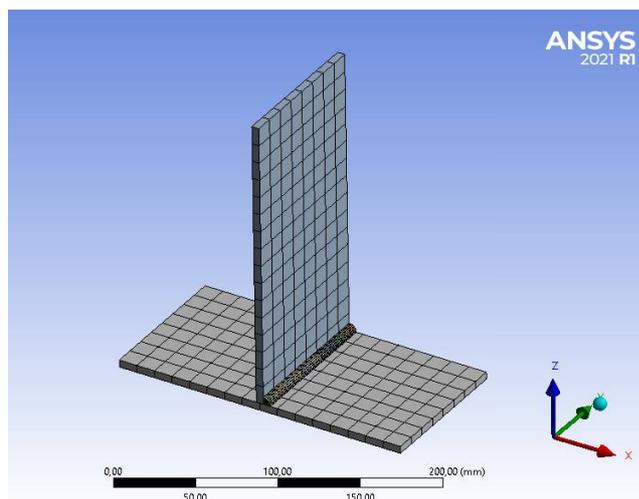


Рис. 1. Расчетная модель в ПК ANSYS

Для решения данной задачи необходимо решать связанную задачу термоупругости (значение модуля упругости металла зависит от температуры), согласно методикам, описанным в [6], и аналогично расчету, приведенному в [5].

Реализуется двухэтапный метод расчета:

1. **Термодинамическая задача** - результат термодинамической задачи в виде температурного поля в заданном временном интервале передается во второй этап.
2. **Задача теории упругости** - результатом решения являются изополя перемещений и внутренних остаточных напряжений в свариваемых элементах и сварном шве.

Термодинамическая задача

Согласно [7] и [8] в качестве используемых элементов в программном комплексе ANSYS принимаются SOLID90 - тетраэдр, имеющий 20 степеней свободы (степень свободы каждого узла - температура) (рис. 2).

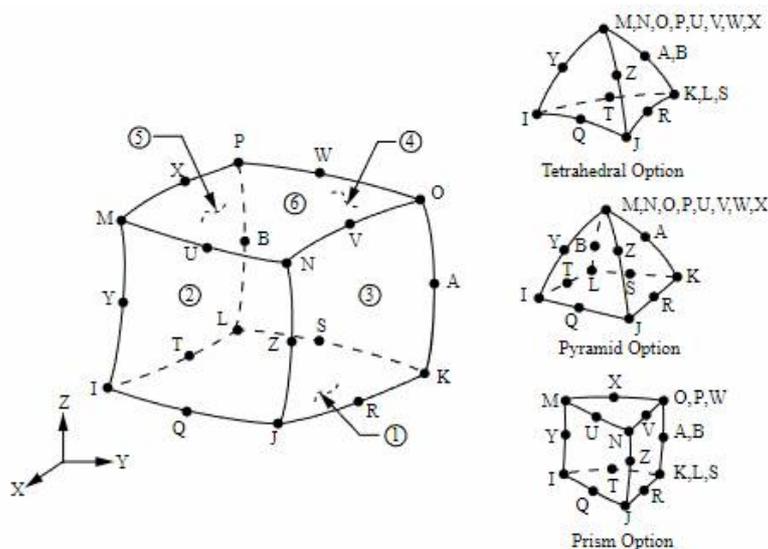


Рис. 2. Элемент термодинамической задачи SOLID90

Граничными условиями термодинамической задачи являются следующие:

1. Общее время сварочного процесса – 30 с.
2. Общее время на охлаждение конструкций – 300 с.
3. Температура окружающей среды – 22 °С.
4. Температура плавления металла при сварочном процессе – 1200 °С.
5. Конвекция – уравнение конвекции задается в качестве граничного условия на поверхность свариваемых элементов (см. рис. 3).

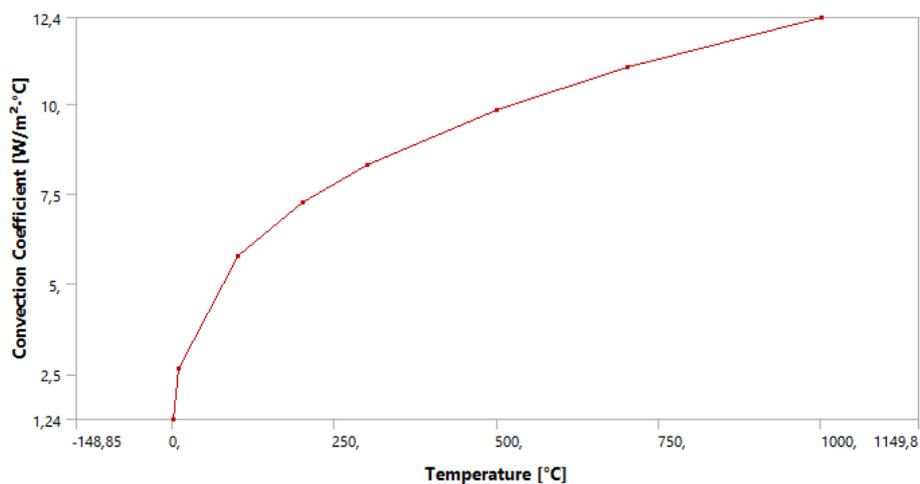


Рис. 3. График конвекции на поверхности свариваемых элементов

6. Контакт на поверхности свариваемых элементов – без трения (рис. 4).

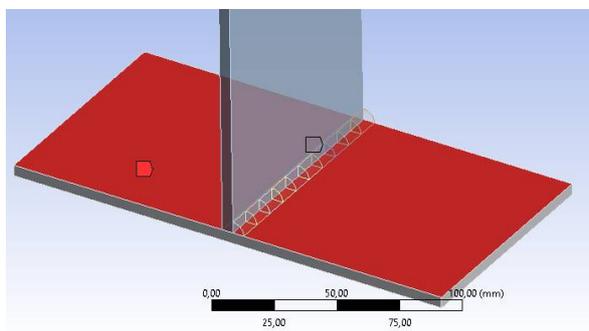


Рис. 4. Контакт на поверхности свариваемых элементов

7. Контакт на поверхности сварного шва и элементов конструкций – жесткий (рис. 5).

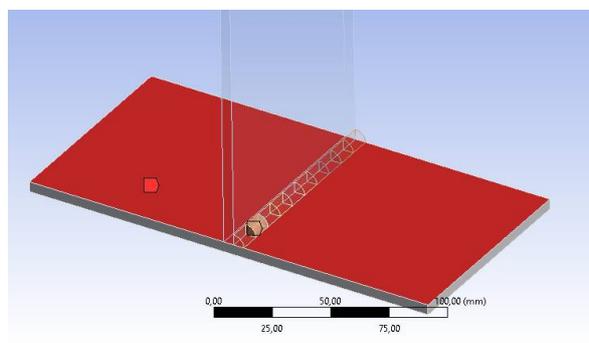


Рис. 5. Контакт на поверхности сварного шва и элементов конструкций

Для моделирования динамического температурного воздействия и последовательного наложения связей между элементами свариваемой конструкции применяется методика «рождения-смерти» конечного элемента, описанная в [8].

Технология «рождения и смерти» элемента позволяет активировать и деактивировать состояние элемента на определённом шаге решения.

В результате деактивации элемента происходит следующее:

- обнуляются векторы нагрузок, включая массу, демпфирование, удельную теплоемкость и другие подобные атрибуты;
- масса и энергия деактивированных элементов не учитываются в характеристиках модели;

Деактивация также приводит к сбросу деформации элемента.

Аналогично, при активации элементов не происходит добавления их в модель, они просто реактивируются. При активации элементов жесткость, масса, нагрузки и т.д. возвращаются к их исходным значениям. Активация происходит без записи истории деформации (аккумулирования теплоты и т.д.). Тем не менее тепловые деформации рассчитываются для вновь активированных элементов на основе текущей температуры шага и начальной температуры, а, следовательно, новорожденные элементы с тепловыми нагрузками могут иметь начальное преднапряжённое состояние.

В некоторых обстоятельствах статус «рождения и смерти» элемента может зависеть от определённого расчетного параметра, такого как температура, напряжение или деформация.

В данном исследовании параметром «рождения» конечного элемента служит температурное воздействие, равное температуре плавления металла при сварочном процессе.

Время, затрачиваемое на рождение группы конечных элементов – отношение общего времени сварочного процесса к количеству групп конечных элементов, на которые разбивается сварной шов

Результатом расчета является график распределения температур (рис. 6).

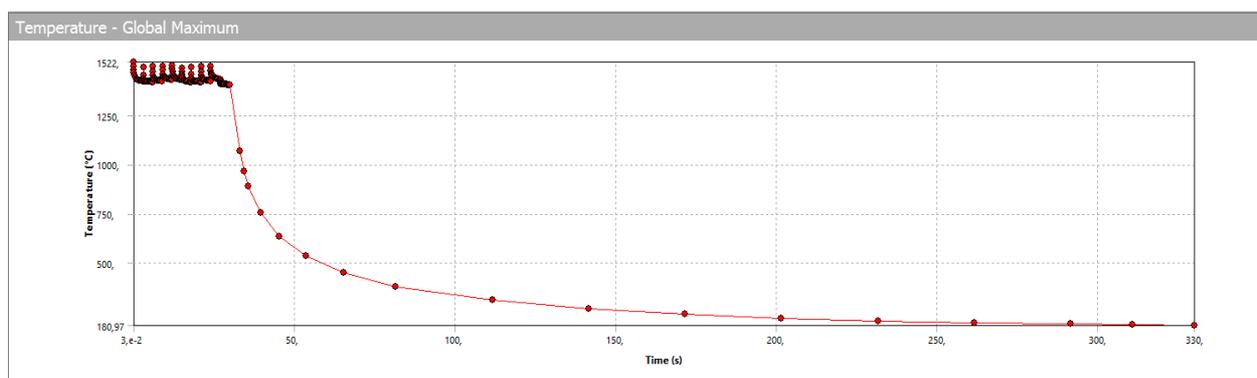
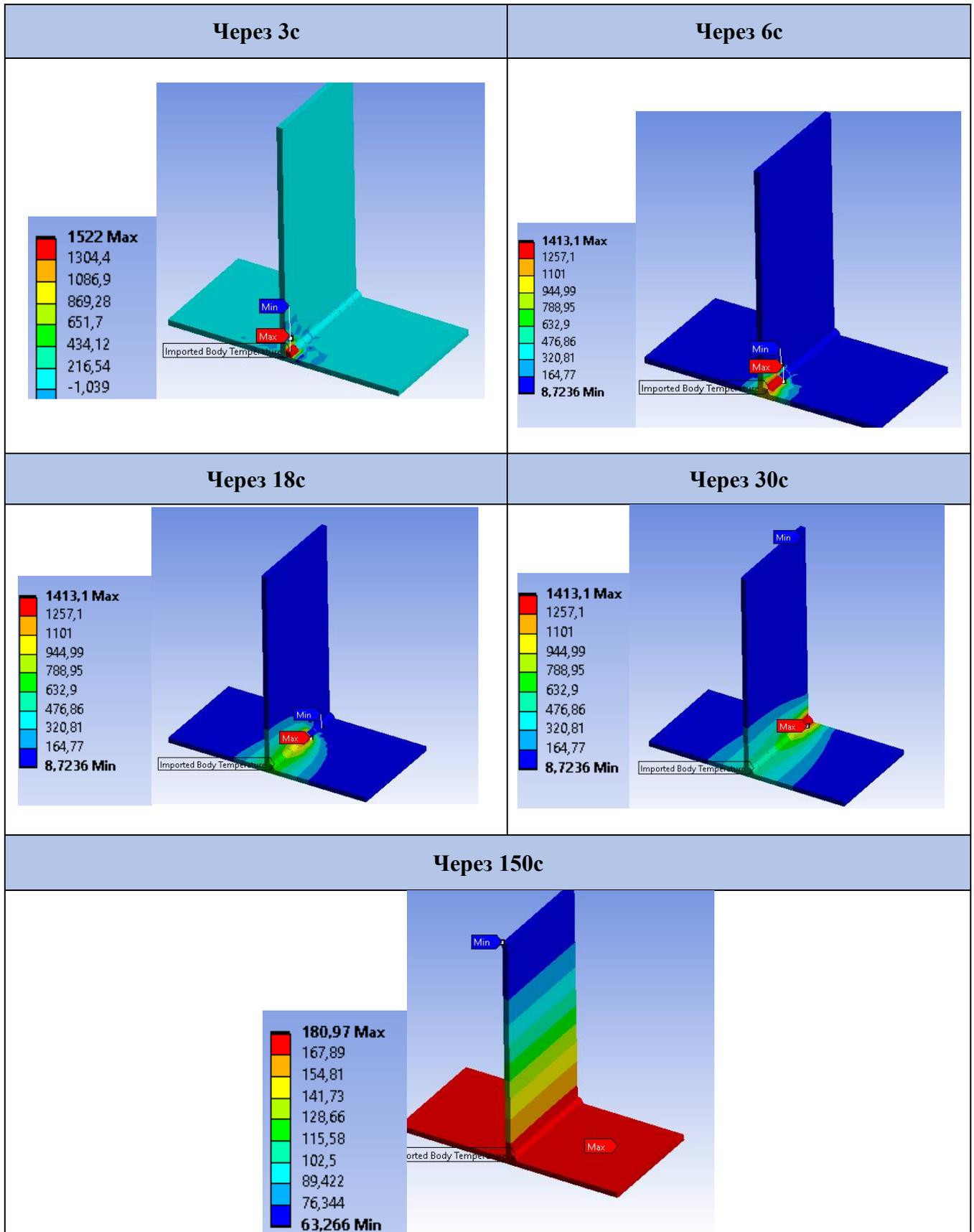


Рис. 6. График распределения температур

Распределение температуры на поверхности пластин во времени от начала сварочного процесс в результате решения термодинамической задачи приведены в табл. 1

Таблица 1

Распределение температуры на поверхности пластин во времени от начала сварочного процесса в результате решения термодинамической задачи



Задача теории упругости

Согласно [8] в качестве используемых элементов в программном комплексе ANSYS принимаются SOLID185 - тетраэдр, имеющий 24 степеней свободы (степень свободы каждого узла – перемещения UX, UY, UZ).

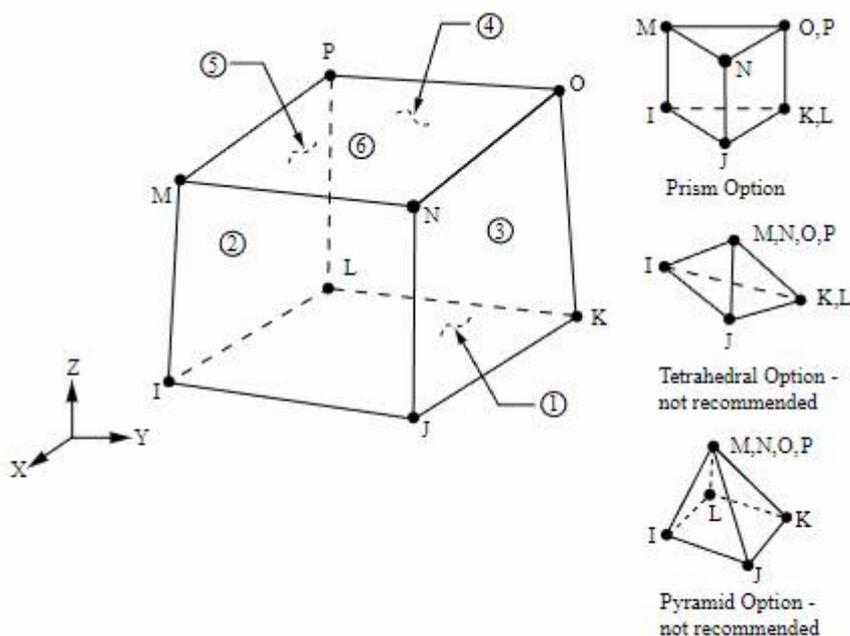


Рис. 7. Конечный элемент задачи теории упругости SOLID185

В качестве граничных условий принимается закрепление одного узла свариваемого элемента конструкций по трем направлениям перемещений UX, UY, UZ.

В качестве нагрузки на элементы прикладывается изменяющееся во времени температурное поле, являющееся результатом термодинамической задачи.

Модуль упругости материала принимается зависимым от температуры согласно [1] (рис. 8).

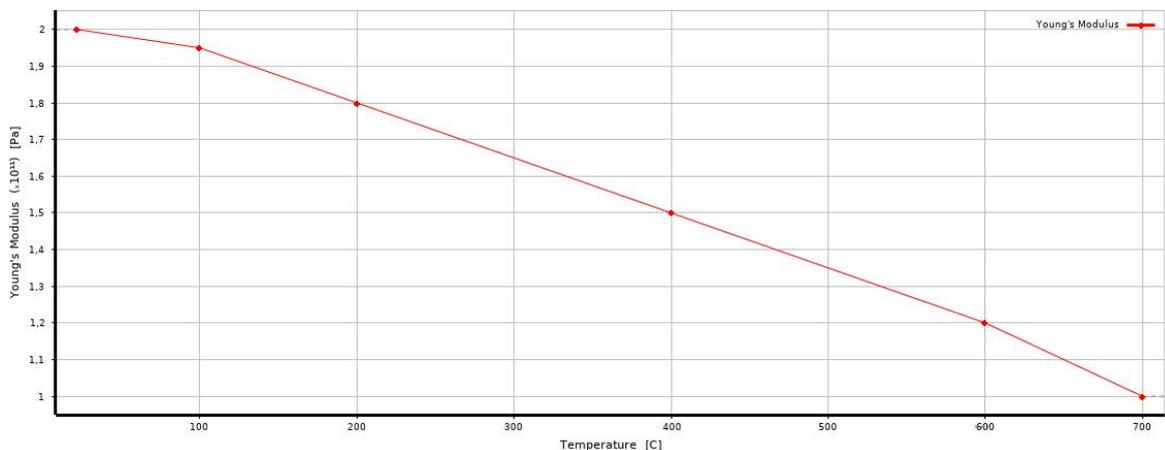
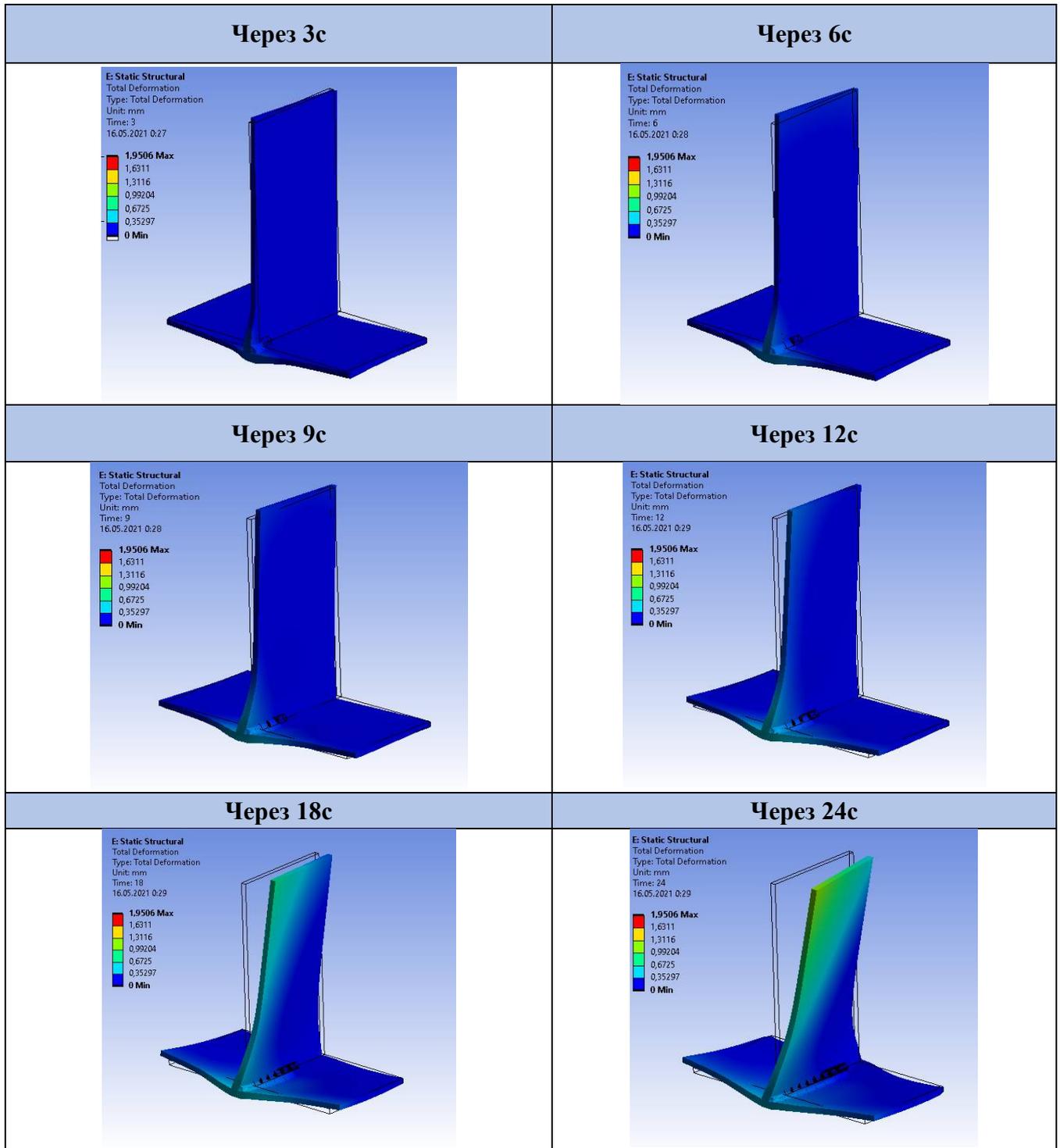


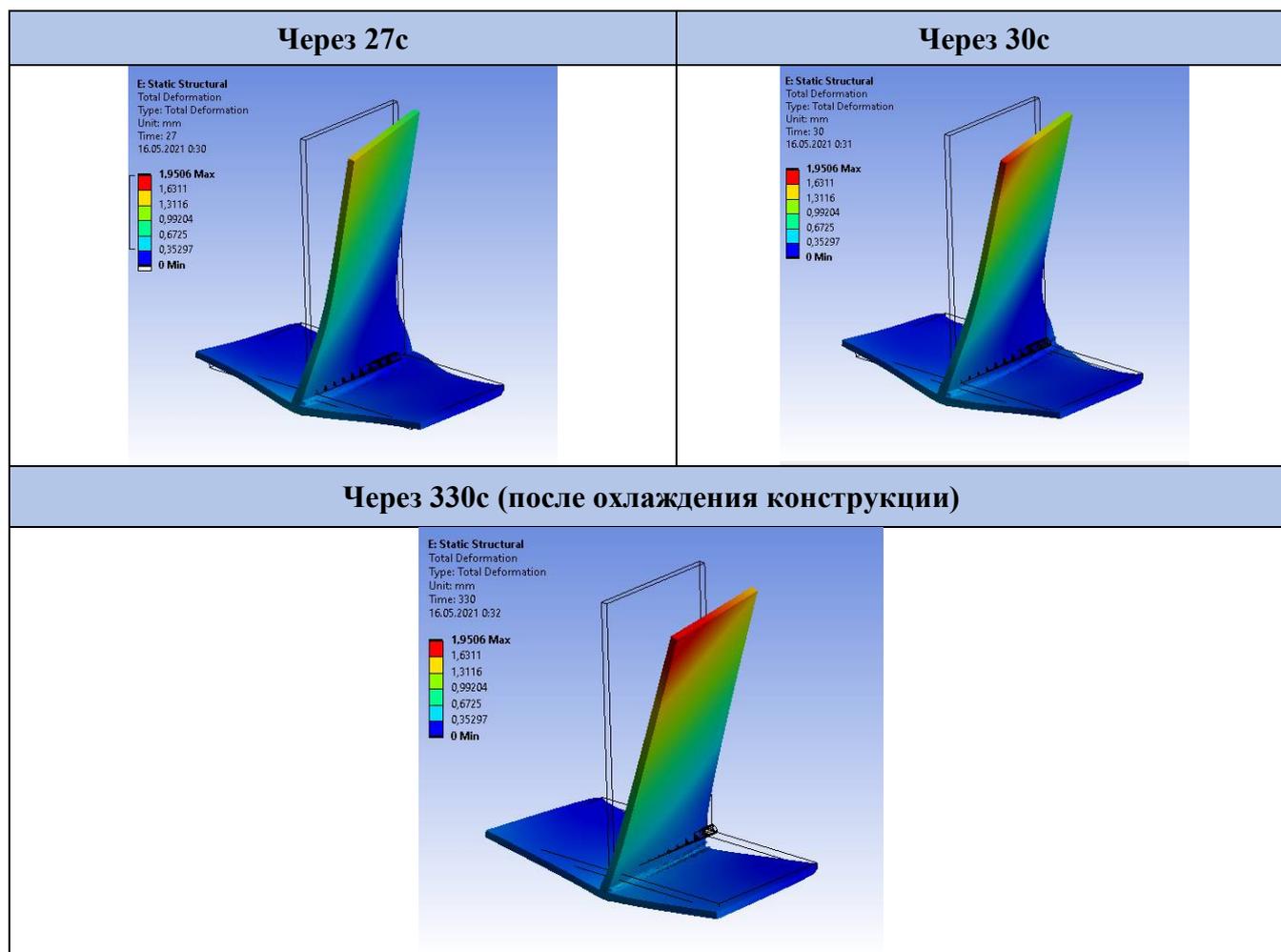
Рис. 8. Зависимость модуля упругости от температуры

Распределение перемещения пластин во времени от начала сварочного процесса в результате решения задачи теории упругости, а также остаточные перемещения после охлаждения конструкции приведены в табл. 2.

Таблица 2

Распределение перемещения пластин во времени от начала сварочного процесса в результате решения задачи теории упругости





Внутренние остаточные напряжения в свариваемых элементах и сварном шве после окончания сварочного процесса и охлаждения конструкции приведены на рис. 9.

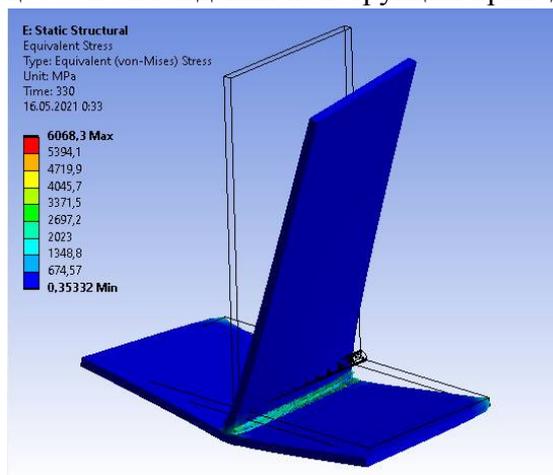


Рис. 9. Внутренние остаточные напряжения в свариваемых элементах и сварном шве после окончания сварочного процесса и охлаждения конструкции

По результатам расчета после остывания получена картина общих остаточных деформаций, которые характеризуют изменение размера всей конструкции и искривлению ее геометрической оси.

В результате численного моделирования сварного соединения металлических пластин, размерами 200x100x5 однопроходным швом с использованием программного комплекса ANSYS были получены следующие данные:

- максимальное перемещение точек пластин – 1,95 мм;
- эквивалентное напряжение после охлаждения конструкции в сварном шве – 6068,3 МПа.

Горизонтальная пластина испытывала изгиб в процессе формирования сварного шва. Вертикальная пластина была подвержена консольному изгибу за счет формирования сварного шва только вдоль одной грани и кручению, возникающему в результате того, что время температурного воздействия на пластину в каждом рассматриваемом участке уменьшается к концу сварного шва, таким образом, первый участок рассматриваемого сварного шва испытывает максимальное время температурного воздействия. Сжимающие нормальные напряжения возникли у поверхностей пластин, в которых происходила сварка, что в свою очередь соответствует распределению усилий, описанных в [1,2]. В результате этого за счет консольного изгиба с кручением вертикальной пластины точка с максимальным перемещением располагается на грани, максимально удаленной от сварного шва.

Внутренние остаточные напряжения сконцентрированы в сварном шве, что в свою очередь также соответствует теоретическим данным согласно [1,2].

В ходе исследования было рассмотрено моделирование сварочного процесса для определения возникающих перемещений свариваемых элементов (коробления конструкции), связанных с температурными воздействиями, а также внутренних усилий, возникающих в процессе соединения пластин.

В результате проведенного моделирования сварочного процесса можно сделать вывод о возможности использования данной двухэтапной методики получения перемещений элементов свариваемой конструкции для последующего сравнительного анализа с реальными образцами соединяемых элементов и развития данного направления исследований для формирования перечня мероприятий, уменьшающих коробление конструкции.

Внедрение математического моделирования процессов сварки с помощью ANSYS позволит значительно сократить затраты на опытное производство, повысить качество выпускаемой продукции, решить сложные технологические задачи, на преодоление которых, как правило, уходит много времени.

Библиографический список

1. Теория сварочных процессов / под ред. В.В. Фролова. – М.: Высш. шк., 1988. – 559 с.
2. Багрянский К.В., Добротина З.А., Хренов К.К. Теория сварочных процессов – М.: Высш. шк., 1976. – 424 с.
3. Каплун А.Б., Морозов Е.М., Олферьева М.А. ANSYS в руках инженера: Практическое руководство. – М.: «Либроком», 2015. – 272 с.
4. Основы работы в ANSYS 17 / Н.Н. Федорова, С.А. Вальгер, М.Н. Данилов, Ю.В. Захарова. – М.: ДМК Пресс, 2017. – 210 с.
5. Биленко Г.А., Хайбрахманов Р.У. Компьютерное моделирование в SYSWELD для анализа деформаций сварных конструкций. – URL:<https://www.plm-ural.ru/materials/kompyuternoe-modelirovanie-v-sysweld-dlya-analiza-deformaciy-svarnykh-konstrukciy> (Дата обращения 14.01.2022).

6. Судник В.А., Ерофеев В.А. Математическое моделирование технологических процессов сварки в машиностроении, 1987. – 55 с.
7. Чернов А.В. Решение задач теплообмена в ANSYS Workbench. – URL: <https://sapr.ru/article/15606> (Дата обращения 08.01.2022).
8. Б/А Руководство по основным методам проведения анализа в программе Ansys. – 399с. – URL: <http://www.ans.com.ru> (Дата обращения 05.02.2022).

References

1. Frolov V.V., Volchenko V.N., Yampolsky V.M., Vinokurov V.A., Parakhin V.A., Ermolaeva V.I., Makarov E.L., Grigoryants A.G., Gavriilyuk V.S., Ship V.V. Theory of welding processes. M.: High School, 1988. 559 p.
2. Bagryansky K.V., Dobrotina Z.A., Khrenov K.K. Theory of welding processes. M.: High School, 1976. 424 p.
3. Kaplun A.B., Morozov E.M., Olferyeva M.A. ANSYS in the hands of an engineer: a practical guide. M.: "Librocom", 2015. 272 p.
4. Fedorova N.N., Valger S.A., Danilov M.N., Zakharova Yu.V. Fundamentals of work in ANSYS 17. M.: DMK Press, 2017. 210 p.
5. Bilenko G.A., Khaybrakhmanov R.U. Computer modeling in SYSWELD for analysis of deformations of welded structures. URL:<https://www.plm-ural.ru/materials/kompyuternoe-modelirovanie-v-sysweld-dlya-analiza-deformatsiy-svarnykh-konstruktsiy> (Accessed 14.01.2022)
6. Sudnik V.A., Erofeev V.A. Mathematical modeling of welding processes in mechanical engineering. 1987. 55 p.
7. Chernov A.V. Solving heat transfer problems in ANSYS Workbench. URL: <https://sapr.ru/article/15606> (Accessed 08.01.2022)
8. B/A Guide to the basic methods of analysis in the program Ansys. 399 p. URL: <http://www.ans.com.ru> (Accessed 05.02.2022)

MODELING OF THE WELDING PROCESS IN THE MANUFACTURE OF A T-BAR ELEMENT IN THE ANSYS SOFTWARE PACKAGE

S. V. Efrushin¹, A. I. Yurchenko², D. G. Rydchenko³

Voronezh State Technical University^{1,2,3}
Russia, Voronezh

¹PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(910)3415266, e-mail: ooo.stroynauka@mail.ru

²Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(906)6721612, e-mail: yurchenko.andrey1997@gmail.com

³Assistant Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel. +7(952) 558-37-77, e-mail: rydchenko.dg@yandex.ru

The object of the study is a T-joint of two metal plates with a welded single-pass seam. The purpose of the study: numerical modeling of the welding process to determine the resulting displacements and internal forces in the welded elements (warping of the structure) associated with temperature influences.

Keywords: modeling of welding process, thermodynamics, warping of structures, ANSYS.

А.М. БОЛДЫРЕВ – УЧЕНЫЙ, ПЕДАГОГ, РУКОВОДИТЕЛЬ

А. С. Орлов¹, Е. Г. Рубцова², С. В. Сизинцев³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(473)271-59-24, e-mail: alex@mk.vrn.ru.

²Канд. техн. наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(910)3455320, e-mail: u00568@vgasu.vrn.ru

³Ассистент кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(980)2493275, e-mail: sizincev.1991@mail.ru

Приводятся краткие биографические сведения из жизни Заслуженного деятеля науки Российской Федерации, член-корреспондента РААСН, доктора технических наук, профессора А.М. Болдырева, длительное время проработавшего на кафедре металлических конструкций и сварки в строительстве (сейчас кафедра металлических и деревянных конструкций) и внесшего значительный вклад в развитие вуза и кафедры. Проанализированы основные направления научно-технических исследований, представлены некоторые научные и методические публикации.

Ключевые слова: структура сварных соединений, модифицирование сварных швов, импульсные воздействия, наномодифицирование, взаимодействие разнородных материалов.



29 октября 2021 года ушел из жизни выдающийся ученый, талантливый педагог, известный организатор высшей школы, профессор Александр Михайлович Болдырев, почти 40 лет проработавший на кафедре металлических конструкций и сварки в строительстве (в настоящее время кафедра металлических и деревянных конструкций) Воронежского государственного технического университета (ВИСИ, ВГАСА, ВГАСУ).

Александр Михайлович родился 20 сентября 1932 года в селе Елань-Колено Воронежской области. После окончания школы учился в Московском авиационном технологическом институте по специальности «Технология сварочного производства». Потом в 1955-1964 гг. по госраспределению работал на заводах Министерства авиационной промышленности в г. Запорожье и в г. Воронеж, пройдя путь от бригадира сварщиков до старшего технолога. В 1964 г. поступил в аспирантуру Московского авиационного технологического института, а в 1966 г. успешно защитил кандидатскую диссертацию на тему «Повышение плотности металла шва при аргонодуговой сварке сплава АМгб» по специальности 05.167 – «Машины и технология сварочного производства».

После успешной защиты кандидатской работы А.М. Болдырев по путевке Минвуза РСФСР был направлен на преподавательскую работу в Воронежский политехнический институт, где проработал с июля 1966 по февраль 1982 г., занимая должности старшего преподавателя, доцента, профессора, заведующего кафедрой оборудования и технологии сварочного производства, декана механико-технологического факультета. В 1978 году в МВТУ им. Н.Э. Баумана защитил докторскую диссертацию на тему «Управление кристаллизацией металла шва при сварке плавлением». Решением ВАК СССР от 4 мая 1979 г. присуждена уче-

ная степень доктора технических наук, а 2 ноября 1979 г. присвоено ученое звание профессора по кафедре «Оборудование и технология сварочного производства».

1 марта 1982 г. приказом Минвуза РСФСР А.М. Болдырев был назначен ректором Воронежского инженерно-строительного института, которым руководил до 13 ноября 2002 г. (до окончания контракта с Рособразованиём). С его приходом в ВИСИ значительно активизировалась научно-исследовательская работа и был существенно модернизирован учебный процесс. В сложнейших социально-экономических условиях 90-х годов вуз не только сохранил, но и увеличил свой научно-педагогический потенциал, укрепил материально-техническую базу.

Значительно выросло количество научно-педагогических работников с учеными степенями и званиями (например, число докторов наук и профессоров увеличилось с 14 в 1982 г. до 79 в 2002 г.). Три профессора ВИСИ, в том числе и А.М. Болдырев, были избраны в Российскую академию архитектуры и строительных наук (РААСН), более 30 профессоров стали членами негосударственных академий различных научных направлений. Был открыт ряд новых специальностей и специализаций, создана кафедра «Сварка в строительстве» (сейчас кафедра металлических и деревянных конструкций), под руководством Александра Михайловича впервые разработан и утвержден Госкомвуза РФ учебный план специальности «Промышленное и гражданское строительство» со специализацией «Сварка в строительстве» и впервые в стране с 1986-87 учебного года организованы подготовка и выпуск специалистов ПГС по этой специализации. Впервые в истории вуза были открыты докторские советы по 7 научным специальностям, значительно вырос объем научно-исследовательских работ по программам Рособразования и РААСН.

Комплексный подход к совершенствованию учебного процесса позволил обеспечить качественную подготовку специалистов, выпускаемых вузом. Открытие филиалов кафедр в проектных и строительных организациях обеспечило хорошую практическую подготовку выпускников и закрепление их на производстве. Вуз в числе первых трех строительных учебных заведений России в 2001 году получил аккредитацию Международного института инженеров строительства (г. Лондон). За годы работы А.М. Болдырева ректором непрерывно повышался статус вуза – от академии (1993 г.) до университета (2000 г.). Университет по рейтингу в эти годы входил в пятерку ведущих строительных вузов России и стал головным в области строительного образования в Центрально-Черноземном регионе. Значительно активизировалась работа по внедрению результатов научных исследований в производство. В этот период в вузе были разработаны и реализованы в строительной отрасли Воронежской области прогрессивные конструкции из эффективных и огнестойких материалов, налажено массовое производство разработанного в ВИСИ нового высокоэффективного строительного материала – газосиликата, начали применяться новые высокоэффективные покрытия автомобильных дорог с использованием местных дорожно-строительных материалов и др.

А.М. Болдырев – известный в стране и за рубежом специалист в области сварочного производства, чья научная деятельность отличалась высоким уровнем и тщательной глубокой проработкой теоретических положений, неординарностью решения сложных материаловедческих задач. Александр Михайлович – автор более 200 научных трудов, 20 авторских свидетельств и патентов РФ, 5 монографий и 6 учебников. Помимо сугубо научных статей (для специалистов) публиковались и научно-популярные статьи, где в доступной форме, ярким и образным языком излагались основные исторические факты из области применения сварки, рассказывалось об ученых и практиках, внесших значительный вклад в становление и развитие сварочной науки [1, 2].

Сфера научных интересов А.М. Болдырева была весьма разносторонней и охватывала не только фундаментальные проблемы повышения качества сварных соединений, но и вопросы, посвященные их надежности, а также закономерности взаимодействия разнородных

материалов и практические задачи по сварке проблемных на тот момент алюминиевых и титановых сплавов, вопросы сертификации и аттестации сварочного производства, непрерывного образования специалистов строительной отрасли, экологические аспекты нейтрализации вредных выбросов промышленных предприятий и многое другое. Но, несмотря на значительную широту и разнонаправленность научных исследований, основным и «любимейшим детищем» было главное для него научное направление – управление формированием структуры сварных швов в процессе кристаллизации сварочной ванны.

В 50-60 гг. прошлого века из-за активного внедрения сплавов на основе алюминия в авиастроении возникла задача получения плотных качественных швов при сварке алюминиевых сплавов, которая потребовала срочного эффективного решения. Сплавы системы алюминий-магний (магналии) обладают высокой коррозионной стойкостью, легкостью, высокой твердостью и прочностью, устойчивостью к вибрациям и работоспособностью при криогенной температуре, но при их сварке существует проблема устранения тугоплавкого оксида алюминия, который образуется практически мгновенно на свариваемых деталях и на присадочном материале. Эти оксиды способствуют образованию сварных дефектов в виде пор и неметаллических включений, ухудшающих качество сварного шва. Столкнувшись с практическими задачами сварки алюминия А.М. Болдырев, являясь в то время работником авиапрома, начал поиск оптимальных решений, которые в дальнейшем отразились в ряде самых первых научных публикаций в области сварки: использование контактной сварки [3], аргонодуговой сварки [4], применение вакуумных установок и контроль технологии [5]. Но самый лучший результат по получению беспористых швов показало электролитическое полирование присадочной проволоки с целью очистки от окислов непосредственно перед сваркой [6]. Решение было изящным и простым, поэтому нашло применение в технологии автоматической сварки алюминиевых сплавов. Исследования поведения алюминиевых сплавов при сварке легли в основу кандидатской диссертации Александра Михайловича, которая была благожелательно воспринята сварочным сообществом.

Работа над повышением качества сварных швов привела А.М. Болдырева к идее о возможности непосредственного влияния на процесс кристаллизации металла сварного шва с целью получения наиболее благоприятной структуры. Были исследованы различные способы механического, химического, термического воздействия на сварочную ванну (низкочастотная или ультразвуковая вибрация, микролегирование, импульсный ввод тепла, колебания теплового источника в пространстве, электромагнитное перемешивание и др. [7]) и сделан вывод, что самым эффективным средством измельчения структуры металла сварного шва является введение в расплав готовых центров кристаллизации – тугоплавких частиц – модификаторов [8].

Главной проблемой, возникающей при эксплуатации сварных строительных металлических конструкций, является внезапное хрупкое разрушение без видимых предварительных деформаций. К основным охрупчивающим факторам сварных соединений относятся: крупнозернистая структура металла шва и укрупнение зерна в околошовной зоне (ОШЗ), остаточные сварочные напряжения, дефекты в виде пор, микротрещин, неметаллических включений и др. Решение этой проблемы А.М. Болдырев видел в том, чтобы получить мелкозернистую структуру сварных швов, особенно при изготовлении и монтаже мостовых и строительных металлоконструкций за счет воздействия на кристаллизацию сварного шва. Изначально было предложено с целью измельчения зерна использовать магнитные воздействия на сварочную ванну (1969 г.), которые были исследованы и практически подтверждены. Большое количество научных работ А.М. Болдырева того времени посвящено эффекту магнитного воздействия на процессы кристаллизации сварных швов [9, 10, 11]. К исследованиям влияния магнитных полей на сварные швы в разное время подключались и ученики Александра

Михайловича, возникло целое направление с выходом на кандидатские и докторскую диссертационные работы:

- Биржев В.А. Повышение проплавливающей способности сварочной дуги с помощью продольного магнитного поля. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.04.05, Воронеж, 1982.

- Григораш В.В. Управление кристаллизацией металла шва с целью повышения технологической прочности сварных соединений. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.03.06, Москва, 1989.

- Черных А.В. Повышение производительности дуговой сварки угловых швов конструкций из низколегированных сталей. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.03.06, Липецк, 1992.

- Биржев В.А. Теоретические и технологические основы повышения производительности дуговой сварки и наплавки во внешнем аксиальном магнитном поле. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.03.06, Липецк, 1997.

- Померанцев А.С. Повышение производительности автоматической однопроходной дуговой сварки под флюсом стыковых соединений из низколегированных сталей в переменном (50 Гц) магнитном поле. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.03.06, Ростов-на-Дону, 2003.

Со временем А.М. Болдырев, не изменяя своему генеральному направлению, приходит к выводу, что одним из самых эффективных способов измельчения структуры сварного шва является введение тугоплавких частиц в роли готовых центров кристаллизации сварочной ванны [12]. Существуют разные методы ввода модификатора в сварочную ванну. У коллектива во главе с А.М. Болдыревым имеется свой уникальный способ, основанный на создании модифицирующего комплекса - макрочастицы с модификатором. Это направление успешно развивается в работах отечественных и зарубежных ученых (В.В. Головкин, К.В. Князьков, З.А. Коротаева, Е.А. Кривошопова, Г.Г. Крушенко, В.И. Лысак, В.В. Москвичев, В.А. Полубояров, С.Н. Решетникова, Г.Н. Соколов, А.Н. Черепанов и др.). И в 2017 г. под руководством Александра Михайловича аспирант Д.А. Гущин демонстрирует на защите научную работу, посвященную модифицированию сварных швов при сварке низколегированных сталей под флюсом. Работа является не только образцово-показательной, о чем сообщили в совете при МГТУ им. Н.Э. Баумана, но и идет в ногу со временем и проблематикой современного сварочного производства (наномодифицирование), несмотря на то, что основана на авторском свидетельстве 1977 года, в котором предложен свой эффективный метод введения модификатора непосредственно в сварочную ванну, минуя столб дуги, в смеси с металлическим порошком или проволоочной крошкой, которая выполняет роль микрохолодильников [13]. Д.А. Гущин в том же году успешно защитился:

- Гущин Д.А. Повышение эффективности модифицирования металла шва при сварке низколегированной стали под флюсом с металлохимической присадкой. Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.02.10, Москва, 2017.

В последние годы жизни Александр Михайлович продолжал работать в направлении получения мелкозернистой структуры сварных швов, были опубликованы научные работы, опережающие свое время, например, об использовании в качестве наномодификатора сварочной ванны новейших разработок в области углеродных наноструктур, таких как графен и углеродные нанотрубки [14, 15].

Нередко изначально небольшие исследования в рамках грантов или научно-исследовательских работ разрастались до фундаментальных исследований с финансированием Минобрнауки и новых научных направлений. Так произошло с разработкой и изучением новых строительных материалов с металлическими матрицами – металлобетонов, которые

предполагалось использовать как радиационнотойкие материалы для хранилищ ядерных отходов [16, 17]. Тщательная проработка теоретического и практического материала привела к новому научному направлению в области строительного материаловедения на кафедре, а ученицу Александра Михайловича к защите диссертационной работы:

- Рубцова Е.Г. Исследование особенностей формирования соединений между металлической матрицей и неметаллическим наполнителем при создании металлобетонных композиций. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: 05.23.05, Воронеж, 2000.

За десятилетия плодотворной исследовательской, управленческой и преподавательской работы под руководством А.М. Болдырева подготовлена целая плеяда педагогов-ученых: 4 доктора наук, 11 кандидатов наук. До последних дней Александр Михайлович вел активную научную и учебную деятельность, проводил занятия со студентами и магистрантами, работал с аспирантом, писал научные статьи и отзывы на диссертационные работы. Все, кто в разное время с ним работал, отмечали неизменную доброжелательность, внимательность, простоту в общении. Мы, ученики, в любое время приходили в ректорский кабинет со своими проблемами, приносили статьи и результаты исследований и всегда Александр Михайлович нас выслушивал, статьи обязательно просматривал и редактировал (чаще всего по несколько раз), тщательно выверял авторефераты и тексты диссертаций, добиваясь ясности изложения и точности формулировок. Организовывал участие в конференциях разных уровней, на которых знакомил своих учеников с научными деятелями. Это была замечательная школа для нас, начинающих ученых-исследователей.

А.М. Болдырев был абсолютно, кристально честен и иногда с грустью показывал, как используют в своих научных трудах или статьях другие исследователи результаты его исследований, по «невнимательности» не ссылаясь на приоритет автора. Был очень строг в отношении научных работ коллег, всегда тщательно изучал присланные авторефераты, указывая в отзывах большое количество замечаний и рекомендаций (иной раз самого разного характера), но окончательный вердикт был всегда положительным.

Александр Михайлович отличался феноменальной работоспособностью и системностью, неиссякаемой энергией и преданностью науке, твердостью характера и абсолютным неприятием лжи. До последних дней жил и работал по расписанию: ранним утром шел в бассейн университета, затем на кафедру на работу. Следует отметить и скромность в быту: за все годы административной работы ни дворцов, ни яхт у Александра Михайловича так и не появилось, зато был авторитет и в строительном, и в сварочном сообществах, неизменные любовь, уважение и благодарность учеников.

В рамках небольшой научной статьи сложно раскрыть и показать все грани многогранной личности Болдырева Александра Михайловича, мы попытались рассказать о некоторых, основных, вехах в его жизни и научной работе. И, по нашему убеждению, уникальное научное наследие, которое оставил Александр Михайлович, еще неоднократно будет пересматриваться и осмысливаться и исследователями его биографии и, конечно же, учениками.

Библиографический список

1. Болдырев А.М., Рыжков Ф.Н. Солнце в твоих руках: Рассказ о профессии сварщика. – Воронеж : Центр.-Чернозем. кн. изд-во, 1974. – 63 с.
2. Болдырев А.М. В третье тысячелетие – с самой мирной профессией! // Строитель. – № 6-9. – С. 1-2.
3. Болдырев А.М. Точечная сварка на шовных машинах // Авиационная промышленность. – № 11. – 1963. – С. 36-41.

4. Болдырев А.М., Никифоров Г.Д. Повышение плотности сварных соединений алюминия и его сплавов в условиях аргоно-дуговой сварки // Сварка в среде защитных и активных газов: сб. (всесоюзный) МДНТП им. Дзержинского. – М., 1965. – С. 102-107.
5. Болдырев А.М., Антонов Е.Г. Изготовление сварных конструкций с вакуумно-плотными швами из сплава АМг6 // Материалы Всесоюзного совещания по сварке плавлением металлов малых толщин. – Киев, 1965. – С. 6-11.
6. Болдырев А.М., Никифоров Г.Д., Букуров В.И. Электролитическое полирование проволоки // Инф. листок Средне-Волжского СНХ. – Куйбышев, 1966. – С. 12-17.
7. Болдырев А.М., Дорофеев Э.Б., Антонов Е.Г. Управление кристаллизацией металла при сварке плавлением // Сварочное производство. – 1971. – № 6. – С. 35-37.
8. Болдырев А.М., Григораш В.В. Проблемы микро- и наномодифицирования швов при сварке строительных металлоконструкций // Нанотехнологии в строительстве. – 2011. – № 3. – С. 45-52.
9. Болдырев А.М., Дорофеев Э.Б., Биржев В.А. Моделирование движения расплава сварочной ванны под действием электромагнитных сил // Итоги научно-исследовательских работ. – Воронеж: ВПИ, 1973. – С.299-302.
10. Болдырев А.М., Дорофеев Э.Б., Антонов Е.Г. Влияние внешнего магнитного поля на кристаллизацию и технологическую прочность при аргоно-дуговой сварке // Сварочное производство. – 1974. – № 9. – С. 14-16.
11. Болдырев А.М., Биржев В.А., Черных А.В. Управление глубиной проплавления при дуговой сварке и наплавке с помощью продольного переменного магнитного поля // Сварочное производство. – 1993. – № 6. – С.30-31.
12. Болдырев А.М., Петров А.С., Дорофеев Э.Б. Исследование путей повышения эффективности модификаторов в сварочной ванне // Тезисы докладов межотраслевой республиканской научно-технической конференции. – Вильнюс, 1977. – Ч. 1. – С. 40-42.
13. Способ электродуговой сварки / А.М. Болдырев, Э.Б. Дорофеев, А.С. Петров, Т.И. Глазьева // Авторское свидетельство СССР № 584996: В 23К9/00, Бюллетень изобретений. – 1977. – № 47.
14. Наномодифицирование – эффективный способ формирования мелкозернистой структуры металла шва. Часть I. Факторы, определяющие стойкость сварного шва против охрупчивания / А.М. Болдырев, С.В. Сизинцев, В.Г. Санников, В.Ф. Першин // Нанотехнологии в строительстве. – 2020. – Т. 12. – № 3. – С. 160-165.
15. Наномодифицирование – эффективный способ формирования мелкозернистой структуры металла шва. Часть II. Повышение эффективности наноинкуляторов в сварочной ванне / А.М. Болдырев, С.В. Сизинцев, В.Г. Санников, В.Ф. Першин // Нанотехнологии в строительстве. – 2020. – Т. 12. – № 4. – С. 197-203.
16. Болдырев А.М., Орлов А.С., Рубцова Е.Г. Особенности формирования соединений между металлической матрицей и неметаллическим наполнителем при создании металлобетонов // Вестник Отделения строительных наук Российской академии архитектуры и строительных наук. – 1999. – № 2. – С. 81-87.
17. Болдырев А.М., Орлов А.С., Рубцова Е.Г. Металлобетон – новый антирадиационный материал // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. 2000. – № 9 (20). – С. 8-10.

References

1. Boldyrev A.M., Ryzhkov F.N. The sun in your hands: A story about the profession of a welder. Voronezh: Central-Chernozem. publishing house, 1974. 63 p.

2. Boldyrev A.M. In the third millennium - with the most peaceful profession! Builder. No. 69. Pp. 1-2.
3. Boldyrev A.M. Spot welding on seam machines. Aviation Industry. No. 11. 1963. Pp. 36-41.
4. Boldyrev A.M., Nikiforov G.D. Increasing the density of welded joints of aluminum and its alloys under conditions of argon-arc welding. Welding in the environment of protective and active gases: MDNTP named after Dzerzhinsky. M., 1965. Pp. 102-107.
5. Boldyrev A.M., Antonov E.G. Manufacture of welded structures with vacuum-tight welds from alloy AMg6. Proceedings of the All-Union Conference on Fusion Welding of Small Thickness Metals. Kyiv, 1965. Pp. 6-11.
6. Boldyrev A.M., Nikiforov G.D., Bukurov V.I. Electrolytic polishing of wire. Inf. Sheet of the Middle Volga SNKh. Kuibyshev, 1966. Pp. 12-17.
7. Boldyrev A.M., Dorofeev E.B., Antonov E.G. Control of metal crystallization during fusion welding. Welding Production. No. 6. 1971. Pp. 35-37.
8. Boldyrev A.M., Grigorash V.V. Problems of micro- and nano-modification of welds in weld pool under the action of electromagnetic forces. Results of scientific research. Voronezh: VPI, 1973. Pp. 299-302.
9. Boldyrev A.M., Dorofeev E.B., Birzhev V.A. Simulation of the movement of the melt of the weld pool under the action of electromagnetic forces // Results of scientific research. - Voronezh: VPI, 1973. - Pp. 299-302.
10. Boldyrev A.M., Dorofeev E.B., Antonov E.G. Influence of an external magnetic field on crystallization and technological strength in argon-arc welding. Welding Production. No. 9. 1974. Pp. 14-16.
11. Boldyrev A.M., Birzhev V.A., Chernykh A.V. Control of the penetration depth in arc welding and surfacing using a longitudinal variable magnetic field. Welding Production. No. 6. 1993. Pp. 30-31.
12. Boldyrev A.M., Petrov A.S., Dorofeev E.B. Investigation of ways to improve the efficiency of modifiers in the weld pool. Abstracts of Reports of the Interbranch Republican Scientific and Technical Conference. Vilnius, 1977. Part 1. Pp. 40-42.
13. Boldyrev A.M., Dorofeev E.B., Petrov A.S., Glazyev T.I. Method of electric arc welding. Author's Certificate of the USSR No. 584996: B 23K9/00. Bulletin of inventions. No. 47. 1977.
14. Boldyrev A.M., Sizintsev S.V., Sannikov V.G., Pershin V.F. Nanomodification is an effective way to form a fine-grained structure of the weld metal. Part I. Factors that determine the resistance of a welded joint against embrittlement. Nanotechnologies in Construction. Vol. 12. No. 3. 2020. Pp. 160-165.
15. Boldyrev A.M., Sizintsev S.V., Sannikov V.G., Pershin V.F. Nanomodification is an effective way to form a fine-grained structure of the weld metal. Part II. Improving the efficiency of nanoinoculators in the weld pool. Nanotechnologies in Construction. Vol. 12. No. 4. 2020. Pp. 197-203.
16. Boldyrev A.M., Orlov A.S., Rubtsova E.G. Features of the formation of joints between a metal matrix and a non-metallic filler when creating metal concretes. Bulletin of the Department of Building Sciences of the Russian Academy of Architecture and Building Sciences. No. 2. 1999. Pp. 81-87.
17. Boldyrev A.M., Orlov A.S., Rubtsova E.G. Metal concrete - a new anti-radiation material. Building Materials, Equipment, Technologies of the XXI Century. No. 9(20). 2000. Pp. 8-10.

A.M. BOLDYREV - SCIENTIST, TEACHER, MASTERMIND

A. S. Orlov¹, E. G. Rubtsova², S. V. Sizintsev³

Voronezh State Technical University^{1,2,3}
Russia, Voronezh

¹Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(473)2715924, e-mail: alex@mk.vrn.ru.

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(910)3455320, e-mail: u00568@vgasu.vrn.ru

³Assistant of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(980)2493275, e-mail: sizincev.1991@mail.ru

Brief biographical information from the life of the Honored Scientist of the Russian Federation, Corresponding Member of the RAASN, Doctor of Technical Sciences, Professor A.M. Boldyrev, who worked for a long time at the Department of Metal Structures and Welding in Construction (now the Department of Metal and Wooden Structures) and made a significant contribution to the development of the university and the department. The main directions of scientific and technical research are analyzed, some scientific and methodological publications are presented.

Keywords: structure of welded joints, modification of welds, pulsed effects, nanomodification, the interaction of dissimilar materials.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

1. К рассмотрению принимаются научные статьи общим объемом от 8 до 16 страниц. Материал статьи следует представить в редакцию в электронном и печатном виде.
2. Формат страницы – А4. Поля: верхнее – 2, нижнее – 3, правое и левое – 2 см.
Шрифт текста – Times New Roman с одинарным интервалом. Размер шрифта основного текста – 12 пт. Аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, информация об авторах – 10 пт. Абзацный отступ – 1,25 см.
3. Структура статьи:
 - 3.1. УДК (приводится в левом верхнем углу);
 - 3.2. Название статьи (шрифт – 12 пт., жирный);
 - 3.3. Имя, отчество, фамилия автора (-ов);
 - 3.4. Сведения об авторе(-ах): ученая степень, ученое звание, занимаемая должность, место работы, город, контактная информация;
 - 3.5. Аннотация (основная информация о статье и полученных результатах исследования; требуемый объем аннотации – от 100 до 250 слов);
 - 3.6. Ключевые слова (основные понятия, рассматриваемые в статье);
 - 3.7. Текст статьи;
 - 3.8. Библиографический список (на русском и английском языках);
 - 3.9. Пункты 3.2–3.6 на английском языке. Предлагаемый перевод должен полностью соответствовать тексту на русском языке;
 - 3.10. Сведения о финансировании (если есть).
4. Основной текст статьи должен быть структурирован (введение, постановка задачи, методы исследования, результаты, выводы или заключение и т.п.).
5. Рисунки и таблицы располагаются по мере их упоминания в тексте. Рисунки в виде ксерокопий из книг и журналов, а также плохо отсканированные не принимаются.
6. Ссылки на литературу в статье указываются в квадратных скобках (например, [1]).
Библиографический список приводится в конце статьи (по порядку упоминания в тексте) и оформляется по ГОСТ Р 7.05-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Самоцитирование не более 30 %.
7. Для публикации статьи необходимо выслать на почтовый адрес редакции внешнюю рецензию. Обращаем внимание авторов на то, что наличие внешней рецензии не отменяет внутреннего рецензирования и не является основанием для принятия решения о публикации.
8. Все представленные в редакцию материалы проверяются в программе «Антиплагиат». Автор несет ответственность за научное содержание статьи и гарантирует оригинальность представляемого материала.
9. Редакция имеет право производить сокращения и редакционные изменения текста рукописи.

ПО ВСЕМ ВОПРОСАМ,
СВЯЗАННЫМ С ПУБЛИКАЦИЕЙ СТАТЕЙ, ОБРАЩАТЬСЯ:

главный редактор – Сафронов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, проф.,
зам. главного редактора – Козлов Владимир Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ответственный секретарь – Габриелян Грайр Егишеевич, канд. техн. наук, доцент.

Почтовый адрес редакции: 394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ком. 2211.
Тел./факс: +7(473)271-52-30, e-mail: vss22@mail.ru.