

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию **Тран Зуй** «Численные методы анализа конечномерных аналогов многофазных эволюционных сетеподобных процессов переноса и волновых процессов», представленную на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы.** Проблематика развития аппарата математического моделирования и численного анализа сетеподобных эволюционных процессов в сетевых и сетеподобных носителях возникла достаточно давно – в начале 2000-х годов, когда окончательно сложилась теория дифференциальных уравнений с распределенными параметрами на графе, а затем и в сетеподобных областях. В последние же несколько лет особый интерес исследователей привлекли к себе многофазные сетеподобные процессы. Причиной тому явилась не только характерная топологическая особенность носителей процессов, структура которых (носителей) аналогична геометрическому графу с обязательным наличием мест ветвлений фрагментов носителя. В принятой терминологии – это узлы, если носителем является сеть, математическая модель которой определяется геометрическим графом, или узловые места, если носителем является пространственная сеть, математической моделью которой служит сетеподобная область, т.е. совокупность подобластей, попарно прилегающих друг к другу частями своих границ. Другой причиной явилась достаточно часто встречающееся на практике свойство многофазности, присущее изучаемым процессам, например, процессам переноса сплошных сред.

Указанные особенности инициирует изучение различного типа неклассических явлений переноса сплошных сред и им соответствующих волновых явлений, численные методы анализа конечномерных аналогов математических моделей которых находятся в поле зрения соискателя. Отдельно следует отметить, что численный анализ заметно усложняется при исследовании процессов переноса многофазных сплошных сред. К примеру, если для численного анализа процесса переноса однофазной среды любого рода (газ, нефть, теплота) достаточно использовать традиционные подходы численных методов анализа, базирующиеся на классе непрерывных функций, то для численного анализа потоковых явлений при переносе многофазных или дискретных сред (нефтегазовые смеси и их продукты, промышленные товары любого вида) требуется более широкий класс функций – класс интегрируемых функций, а значит, необходимо развитие численных методов для такого класса функций как инструмента анализа этих моделей. Такая

возможность осуществилась с появлением глубоких результатов в 2010 – 2020 годах по исследованию дифференциальных уравнений с распределенными параметрами на сетеподобных областях и начально-краевых задач для этих уравнений (серия работ В.В.Провоторова, О.А.Махиновой, Ю.А.Гнилицкой, А.С.Волковой, О.Р.Балабан) – усилился интерес исследователей к численным методам исследования конечно-разностных аналогов указанных задач. Таким образом, с появлением современного математического аппарата и численного инструментария открылась возможность более глубоко описывать физическую сущность сетеподобных процессов и более точно вести их численный анализ. В этом актуальном направлении соискатель сосредоточил свои усилия.

**Оценка структуры и содержания работы.** Диссертационная работа содержит введение, четыре главы, заключение, список цитированных источников и приложение. Структура текста работы представлена в соответствии с логической очередностью освящения получаемых результатов и их использования по мере необходимости.

Во **введении** автор обосновывает актуальность представленного исследования, описывает результаты предыдущих исследований данного научного направления, формулирует цель и задачи исследования, описывает научную новизну исследования вместе с теоретической и практической значимостью работы, здесь же указаны положения, выносимые на защиту и информация об апробации полученных результатов.

**Глава 1** исследования посвящена анализу общего подхода и методов, используемых при описании носителей сетеподобных процессов переноса и волновых процессов: приводится подробное описание одномерных и пространственных сетей, являющихся носителями различных видов и типов природных и искусственных сетеподобных процессов, а также приводится серия примеров математических моделей носителей сетеподобных эволюционных процессов с кратким описанием их свойств. Далее представлен общий подход построения математических моделей, адаптированный к описанию таких процессов в одномерных и многомерных носителях. Установлены отличительные особенности описания сетеподобных эволюционных процессов в местах ветвлений носителей. Подробно описаны основные сетеподобные и слоистые носители различных видов и представлены математические модели потоковых и волновых процессов в таких носителях, использующиеся в прикладных задачах естествознания. Приведено достаточное количество иллюстрирующих примеров, ориентированные на актуальные задачи прикладного характера.

**Глава 2** посвящена вопросам развития приближенных аналитических методов исследования математических моделей, обоснованию неклассических численных методов для численного анализа сетеподобных эволюционных процессов в сетеподобных и слоистых носителях: разрабатывается метод полной дискретизации по временной и пространственной переменным моделей применительно к различного типа

сетеподобных и слоистых носителей, анализируются аппроксимации дифференциальных выражений моделей, формируются двухслойные и трехслойные разностные схемы для сетеподобных эволюционных процессов. Для анализа полученных разностных схем используется класс суммируемых функций. Отдельно детально описаны разностные отношения и аппроксимации временных дифференциальных выражений для основных типах сетеподобных носителей: сети без ветвлений и с ветвлениями (различные комбинации простейшей сети с сетями-звезда). Осуществлен достаточно глубокий анализ погрешностей аппроксимаций и двух-трехслойных симметричных и несимметричных разностных схем в одномерных и многомерных (трехмерных) областях.

**Глава 3** посвящена обоснованию разностных схем эволюционных процессов в сетеподобных и слоистых носителях, которое заключается в анализе устойчивости двухслойных и трехслойных разностных схем. Рассмотрены схемы с весовыми параметрами и с фиксированными весовыми параметрами для процессов переноса и волновых процессов. Представлены алгоритмы вычислений по указанным схемами и рекомендации для их использования. Выводы к главе содержат рекомендации для применения разработанных вычислительных алгоритмов.

**Глава 4** представляет подробное описание программного комплекса (совокупность структурированных модулей с различной функциональной направленностью), содержащего серию проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента с использованием серии тестовых задач: частные задачи анализа многофазных эволюционных сетеподобных тепловых, гидродинамических потоковых процессов и явлений, а также задачи переноса сплошных сред в слоистой области. Эти задачи находятся в сфере научных интересов вузов и предприятий, использующие результаты данной диссертационной работы. Анализ адекватности численных методов и алгоритмов осуществлялся при сравнении результатов решения тестовых задач с их известными аналитическими решениями. Численные результаты главы в достаточной степени оснащены и иллюстрированы графической интерпретацией количественных характеристик тестовых задач.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

**Приложение** содержит количественные результаты численных расчетов тестовых задач в виде числовых таблиц, листинги проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента с подробным пользовательским описанием.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций.** Обоснованность научных положений и выводов диссертационного исследования обеспечивается корректным использованием методов теории математического моделирования пространственно-распределенных объектов, теории алгоритмов, теории графов,

приближенных аналитических методов исследования математических моделей, сопоставлением полученных соискателем результатов с данными ведущих ученых в исследуемом научном направлении, сравнительным анализом теоретических выводов с результатами вычислительного эксперимента на серии тестовых задач, ориентированных на прикладные задачи анализа сетевых потоковых явлений гидродинамики и теплопереноса, а также задач теории волновых процессов в сетевых упругих конструкциях. Последнее подтверждает эффективность разработанных алгоритмов решения поставленных задач прикладного характера с применением современных компьютерных технологий.

**Достоверность и новизна полученных результатов.** Достоверность научных результатов и выводов диссертационной работы подтверждается корректно проведенными теоретическими исследованиями в рамках теории моделирования различного типа процессов, анализом результатов вычислительного эксперимента, сравнительным анализом полученных в работе результатов с известными в периодической печати результатами российских и зарубежных исследователей по представляемой тематике, реализацией результатов в учебном процессе ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» в рамках образовательной программы по направлению 01.04.01 «Математика» при проведении спецкурсов по дисциплинам «Математические модели гидродинамики» и подготовке магистерских выпускных квалификационных работ, использованием при разработке спецкурсов Института математики, механики и информатики Тамбовского государственного университета и ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж). На специализированные программные средства получены свидетельства о государственной регистрации Российской Федерации

В диссертационном исследовании достигнуты следующие результаты, характеризующиеся научной новизной:

– предложена модификация подхода к реализации численных методов анализа многофазных эволюционных процессов различного типа, отличающаяся возможностью адекватного описания неклассических динамических свойств процессов и явлений в местах ветвления сложноструктурированных носителей;

– разработана формализация к построению конечно-разностных аналогов начально-краевых задач многофазных эволюционных процессов, отличающаяся наличием особенностей разветвленной структуры носителей процессов;

– разработаны формальные средства построения разностных схем для конечно-разностных аналогов многофазных эволюционных процессов, отличающиеся наличием свойств ветвлений носителей процессов;

– предложен подход анализа устойчивости (условной устойчивости) и сходимости соответствующих разностных схем, алгоритмы для реализации

таких схем, отличительной особенностью которых является общность использования для разностных схем иных процессов;

– предложена структура программного комплекса численного анализа, отличающаяся реализацией механизмов построения программных систем численного анализа в соответствии с описаниям характера ветвлений сетеподобных носителей исследуемых процессов и учитывающая свойство многофазности этих процессов.

**Теоретическая значимость работы.** Диссертационная работа характеризуется наличием теоретических результатов, которые естественным образом сопутствуют новым принципам исследования сетеподобных эволюционных процессов. К таковым относится использование двухслойных и трехслойных устойчивых разностных схем при численном анализе природных и искусственных многофазных эволюционных сетеподобных процессов переноса и волновых процессов в сетеподобных носителях различных типов.

Следующие результаты имеют теоретическую значимость:

– анализ устойчивости предложенных двухслойных и трехслойных разностных схем дискретных аналогов многофазных эволюционных сетеподобных процессов переноса и волновых процессов, который является важным вкладом в развитие теории устойчивости разностных схем,

– новые алгоритмы, описывающие различного типа явления в местах ветвления сетевых носителей и определяющих выбор балансных соотношений в этих местах, способные стать теоретическим инструментом для формирования информативной базы математического описания аналогичных явлений иных сетеподобных процессов, например, кровотоков и волновых эффектов в сердечно-сосудистой системы живого организма, сетевых клеточных метаболизмов различного типа.

**Практическая значимость работы.** Разработанные алгоритмы применимы к задачам транспортировки нефти и нефтепродуктов по магистральным и сетевым трубопроводам, а также к анализу волновых процессов при этом возникающих. Эти же алгоритмы адаптированы к анализу композиционных материалов (композитов), которые, имея слоистую внутреннюю структуру носителя тепловых и волновых процессов, являются частным случаем сетеподобных процессов. Разработанный программный комплекс используется в научных исследованиях, проводимых ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет», ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный университет», ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет» (факультет прикладной математики-процессов управления), а также может быть использован при решении прикладных задач технического характера, определяемых научным направлением концерна «Созвездие» (г. Воронеж), и в научно-исследовательских организациях, занимающихся разработкой средств

численного анализа сложноструктурированных физических и искусственных процессов.

### **Замечания по тексту диссертации**

1. Из текста диссертации не понятно в чем заключаются особенности символьного описания в местах ветвления сетеподобного носителя процесса. И чем они отличаются от общепринятого символьного описания подобных процессов.
2. Рис. 1.5, 1.6 и 1.10 (стр.26-28) дублируют рис. 2.1, 2.2 и 2.3.
3. В работе на стр. 83 утверждается, что устойчивость дискретных аналогов, рассматриваемых в работе процессов, определяет их стабильность. Не понятно, что автор понимает под термином «стабильность процесса»?
4. На рис. 4.5 (модуль работы комплекса по разностной схеме) показано, что решение уравнений модели может быть получено с использованием явных и неявных разностных схем. Однако в работе неявные разностные схемы решения краевых задач не рассматриваются.
5. Во всех приведенных примерах (раздел 4.3) не приведены условия, обеспечивающие получение их устойчивых решений, хотя в диссертации этому посвящена 3 глава.

Указанные недостатки, а также опечатки технического характера, присутствующие в текстах диссертационной работы и автореферата, не влияют на результаты исследования и не снижают ценности работы.

### **Заключение**

Диссертационное исследование Тран Зуя является завершенной научно-квалификационной работой, в которой предложен принципиально новый подход к численному моделированию сетеподобных эволюционных процессов, возникающих в сетеподобных носителях, и численный анализ этих процессов. Тематика исследования является актуальной и соответствует паспорту заявленной специальности. Результаты работы имеют теоретическое и прикладное значения, достаточно полно отражены в 18 публикациях, в том числе в 6 публикациях в журналах из Перечня ВАК РФ, 2 статьи в журналах, входящих в международные базы научного цитирования Web of Science и Scopus, получено 4 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ. Текст автореферата правильно и полно отражает содержание диссертации.

В тексте диссертационной работы даны необходимые ссылки на используемые источники и авторов. Язык и стиль текстов диссертации и автореферата соответствуют современным общепринятым нормам по специальности. Методология, структура диссертационной работы полностью


отвечают трем основным компонентам специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа Тран Зуя «Численные методы анализа конечномерных аналогов многофазных эволюционных сетеподобных процессов переноса и волновых процессов» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

27 мая 2024 года

**Официальный оппонент:**

Доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры  
«Информационных и управляющих систем»  
Воронежского государственного  
университета инженерных технологий



**С.Г. Тихомиров**

Сергей Германович Тихомиров  
Рабочий адрес: 394036, ВГУИТ, г. Воронеж,  
пр. Революции, д. 19, ауд. 322.  
Телефон: +7 980 5555554  
E-mail: [tikhomirov\\_57@mail.ru](mailto:tikhomirov_57@mail.ru)

