

## ОТЗЫВ

официального оппонента на диссертацию **Хоанг Ван Нгуена** «Численный анализ математических моделей сетеподобных эволюционных процессов», представленную на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

**Актуальность темы.** В последние несколько лет особый интерес исследователей вызывает развитие аппарата математического моделирования и численного анализа эволюционных процессов в сетевых и сетеподобных носителях. Причиной тому явилась характерная топологическая особенность таких носителей – структура их аналогична геометрическому графу с наличием мест ветвлений линейных фрагментов носителя (в авторской терминологии – это узлы или узловые места носителя).

Именно эта особенность сетеподобного носителя инициирует появление различного типа неклассических потоковых явлений переноса сплошных сред и им соответствующим волновым явлениям, математическое описание которых является главной задачей исследователя. Задача математического описания сетеподобных эволюционных процессов заметно усложняется в случае, когда изучается перенос многофазных сплошных сред или дискретных сред, а также в случае анализа волновых свойств сложносочлененных упругих конструкций из композиционных материалов. К примеру, если для численного анализа процесса переноса однофазной среды любого рода (газ, нефть, теплота) достаточно использовать традиционные подходы численных методов анализа, базирующиеся на классе непрерывных функций, то для математического описания и анализа потоковых явлений при переносе многофазных или дискретных сред (нефтегазовые смеси и их продукты, товары) требуется использование более широкого класса функций – класса интегрируемых функций, а значит, необходима и разработка новых математических методов моделирования сетеподобных процессов и развитие численных методов как инструмента анализа этих моделей.

Такая возможность появилась, когда в начале 2000-х годов была логически завершена качественная теория обыкновенных дифференциальных уравнений на сетях, а в 2010–2018 годах вышла серия работ отечественных математиков (Покорный Ю.В., Провоторов В.В., Боровских А.В. и др.) по дифференциальным уравнениям в частных производных с распределенными параметрами на сетеподобных областях и начально-краевым задачам для них.

Таким образом, с появлением современного математического аппарата и инструментария открылась возможность более глубоко описывать физиче-

скую сущность сетеподобных процессов и более точно вести их численный анализ. В этом актуальном направлении соискатель сосредоточил свои усилия.

### **Структура и содержания работы**

Диссертационная работа содержит введение, четыре главы, заключение, список цитированных источников и приложение (168 стр. без приложений). Структура текста работы представлена в соответствии с логической очередностью освящения получаемых результатов и их использования.

Во **введении** автор обосновывает актуальность представленного исследования и описывает результаты предыдущих исследований данного научного направления, формулирует цель и задачи исследования, обосновывает научную новизну и теоретическую и практическую значимость работы. Здесь же указаны положения, выносимые на защиту, и информация об апробации полученных результатов.

**Глава 1** посвящена анализу общего подхода и методов, используемых при математическом описании носителей сетеподобных процессов: приводится подробное описание одномерных и пространственных сетей, являющихся носителями различных видов и типов природных и искусственных сетеподобных процессов, а также приводится серия примеров математических моделей носителей сетеподобных эволюционных процессов с кратким описанием их свойств. Далее представлен общий подход построения математических моделей, адаптированный к описанию таких процессов для одномерных и многомерных носителей. Установлены отличительные особенности описания сетеподобных эволюционных процессов в узловых местах (местах ветвлений) носителей, которые учитываются при математическом описании сетеподобных процессов. Детально описаны основные сетеподобные носители различных видов и представлены математические модели потоковых и волновых явлений в сетеподобных носителях. Приведены примеры математических моделей, ориентированных на актуальные задачи прикладного характера.

**Глава 2** посвящена развитию приближенных аналитических методов исследования математических моделей, обоснованию неклассических численных методов для анализа сетеподобных эволюционных процессов в сетеподобных носителях: разработан метод полудискретизации по временной переменной применительно к различного типа сетеподобных носителей, анализируются аппроксимации дифференциальных выражений моделей, формируются дифференциально-разностные схемы. При этом рассматриваются схемы для сетеподобных эволюционных процессов со сложной внутренней реологией носителей процессов. Для анализа дифференциально-разностных схем используется класс интегрируемых (суммируемых) функций. Подробно описаны разностные соотношения и аппроксимации временных дифференциальных соотношений на основных типах сетеподобных носителей: сеть без ветвлений (простейшая сеть), сеть с ветвлениями (сеть-звезда) и комбинации простейшей сети с сетями-звезда).

Проведен достаточно глубокий анализ погрешностей аппроксимаций и установлены условия устойчивости и сходимости дифференциально-разностных схем. Введением весовых параметров для таких схем сформировано множество устойчивых дифференциально-разностных схем.

**Глава 3** посвящена собственно численному анализу математических моделей сетеподобных эволюционных процессов с различными типами сетеподобных носителей. Подробно изучены модели потоковых и волновых явлений в местах ветвления одномерных и многомерных фрагментов сетеподобных носителей. В дифференциально-разностных аналогах математических моделей использованы явные и неявные двухслойные и трехслойные разностные схемы по временной переменной, приведены соответствующие алгоритмы вычислений по указанным схемам. Особое внимание уделено построению спектральных характеристик (системы собственных чисел и обобщенных собственных функций) эллиптического оператора исходной дифференциальной системы. Выводы к главе содержат рекомендации для применения разработанных вычислительных алгоритмов.

**Глава 4** представляет подробное описание программного комплекса (совокупность структурированных модулей с различной функциональной направленностью), содержащего серию проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента с использованием серии тестовых задач (частные задачи анализа эволюционных сетеподобных тепловых, гидродинамических и волновых потоковых явлений), которые характерны научной тематике вуза, где выполнена работа. Эти же задачи находятся и в сфере научных интересов иных вузов и предприятий, использующие результаты данной диссертационной работы. Анализ эффективности численных методов и реализующих их алгоритмов осуществлялся сравнением результатов решения полученных с их помощью результатов на тестовых задачах, для которых известны точные (аналитические) решениями. Глава содержит подробные рекомендации использования явных и неявных разностных дифференциально-разностных схем по временной переменной, особое внимание уделено сфере использования и применимости трехслойной неявной разностной дифференциально-разностной схемы.

Оппонент особо отмечает тот факт, что программный комплекс реализован в отечественной современной системе программирования PascalABC.Net, разработанной в институте математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, это делает программный продукт санкционно независимым. Сказанное подтверждается представленными свидетельствами о регистрации программ.

**В заключении** сформулированы основные результаты диссертационного исследования.

**Приложение** содержит результаты численных расчетов тестовых задач в виде таблиц, листинги проблемно-ориентированных программ для проведения вычислительного эксперимента с подробным пользовательским описанием.

**Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций.** Обоснованность научных положений и выводов диссертационного исследования обеспечивается корректным использованием методов теории математического моделирования пространственно-распределенных объектов, теории алгоритмов, теории графов, приближенных аналитических методов исследования математических моделей, сопоставлением полученных соискателем результатов с известными ранее, сравнительным анализом теоретических выводов с результатами вычислительного эксперимента на серии тестовых задач, ориентированных на прикладные задачи анализа сетевых потоковых явлений гидродинамики и теплопереноса, а также задач теории волновых процессов в сетевых упругих конструкциях.

**Достоверность и новизна полученных результатов.** Достоверность результатов диссертационной работы подтверждается проведенными теоретическими исследованиями в рамках теории моделирования различного типа процессов, анализом результатов вычислительного эксперимента – апробацией представленных моделей и алгоритмов в инженерной практике крупного отечественного промышленного предприятия Акционерное общество «Конструкторское бюро химавтоматики» (АО КБХА, г. Воронеж), а также публикациями автора в рецензируемых изданиях из перечня ВАК и изданиях, индексируемых в базах Web of Sciens и Scopus. Полученные результаты диссертационного исследования докладывались на научных семинарах, российских и международных конференциях в период с 2019 по 2023 годы.

Перечисленные ниже основные научные результаты диссертации являются новыми.

1. Разработано универсальное математическое описание сетеподобных носителей для различных типов (видов) природных и искусственных сетеподобных эволюционных процессов, с использованием формализмов дифференциально-разностных систем.

2. Указаны достаточные условия корректности предложенных математических моделей сетеподобных эволюционных процессов, предложены новые подходы к построению аппроксимаций по временной переменной (метод полу-дискретизации по временной переменной) применительно к указанным моделям с учетом характерных реологических особенностей сетевых носителей процессов.

3. Представлен анализ различных типов аппроксимаций дифференциальных выражений по временной переменной. Описаны условия изменения весовых параметров дифференциально-разностных схем, гарантирующих устойчивость двухслойных и трехслойных дифференциально-разностных схем

4. Сформированы и обоснованы алгоритмы численных методов анализа математических моделей сетеподобных эволюционных процессов, осуществлен сравнительный анализ алгоритмов и представлены рекомендации по их реализации.

5. Разработан программный комплекс, реализующий вычислительные алгоритмы количественного описания характеристик и свойств сетеподобных эволюционных процессов с учетом характерных реологических особенностей сетевых носителей. Проведен анализ результатов численного моделирования на базе вычислительного эксперимента, применительно к прикладным задачам промышленного характера.

**Теоретическая значимость работы.** Диссертационная работа характеризуется наличием теоретических результатов, которые естественным образом сопутствуют новым принципам исследования сетеподобных эволюционных процессов. К таковым относится использование двухслойных и трехслойных устойчивых дифференциально-разностных схем при численном анализе природных и искусственных эволюционных потоковых, волновых или иных явлений в сетеподобных носителях различных типов. Следующие результаты имеют теоретическую значимость:

- универсальное математическое описание (математическое моделирование) сетеподобных эволюционных процессов,
- новые подходы к построению разностных моделей указанных процессов, учитывающих отличительную особенность носителей процессов, которая определена их сложной реологией,
- методы формирования устойчивых (условно устойчивых) вычислительных дифференциально-разностных схем, приемлемых для конструктивного численного анализа различного типа задач сетеподобных эволюционных процессов.

Теоретические результаты работы используются при чтении и разработке новых специальных курсов в учебном процессе математического факультета ФГБОУ ВО «Воронежский государственный университет» в рамках специалитета «Прикладная математика». Эти же результаты могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых ФГБОУ ВО «Тамбовский государственный технический университет», ФГБОУ ВО «Петербургский государственный университет» (факультет прикладной математики-процессов управления) и других научных центрах соответствующих научных направлений.

**Практическая значимость работы.** Основная практическая ценность исследования состоит в использовании разработанных методов численного анализа сетеподобных эволюционных процессов с носителями сложной реологии для решения актуальных прикладных задач массо- и теплопереноса многофазных сред по анизотропным носителям, а также при численном анализе возникающих при этом волновых явлений. Следующие результаты имеют практическую значимость:

- эффективные алгоритмы численных методов анализа эволюционных потоковых и волновых явлений в носителях со сложной реологией, сравнительный анализ алгоритмов, рекомендации по их реализации применительно к конкретным задачам прикладного характера,

– программный комплекс, реализующий вычислительные алгоритмы для количественного описания характеристик и свойств потоковых и волновых явлений (температурных полей, скоростей потоков, колебаний различного происхождения в зависимости от исходных данных) с учетом неклассических характерных структурных особенностей сетевых носителей процессов.

Практические результаты работы в виде разработанного программного комплекса для численного анализа сетевых потоковых явлений использованы в научных исследованиях ВУНЦ ВВС «Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина» (г. Воронеж) и АО «Конструкторское бюро химавтоматики» (АО КБХА, г. Воронеж). Оппонент полагает, что возможно использование этого программного комплекса и на других промышленных объектах, производящих или транспортирующих газожидкостные продукты.

### Замечания по тексту диссертации

1. В представлениях (4.1) и (4.6) дифференциально-разностных систем (стр. 113 и 115, соответственно) выражения  $Lu$  и  $Lu$  следует заменить на  $Lu(k)$ .
2. На страницах 120 и 123 диссертационной работы для задач переноса сплошной среды по сети вводится начальная функция  $\varphi$  (соотношения (4.17) и (4.27)); следовало бы пояснить принцип выбора этих функций с указанием их свойств.
3. В соотношении (4.129) диссертационной работы на стр. 155 должна использоваться дифференциально-разностная трехслойная схема, а не дифференциально-разностная двухслойная схема, как это указано в тексте.
4. В тексте автореферата при представлении результатов численного анализа тестовых задач практического содержания (стр. 15–18) следовало бы пояснить выбор типа исходных параметров.
5. Текст диссертации не проиграл бы, а только выиграл, если бы автор использовал общеупотребимые понятия **вершина графа, ребро графа и т.п.**, а также упомянул широкий класс дискретных задач переноса в классических графовых сетях (в частности теория ресурсных сетей (О.П. Кузнецов, Л.Ю. Жиликова).

Указанные недостатки, а также опечатки технического характера, присутствующие в текстах диссертационной работы и автореферата, не влияют на результаты исследования и её положительную оценку оппонентом.

### Заключение

Диссертационное исследование Хоанг Ван Нгуена является завершённой научно-квалификационной работой, в которой предложен принципиаль-

но новый подход к численному моделированию сетеподобных эволюционных процессов, возникающих в сетеподобных носителях, и численный анализ этих процессов. Тематика исследования является актуальной и соответствует паспорту заявленной специальности. Результаты работы имеют теоретическое и прикладное значения, достаточно полно отражены в 18 публикациях, в том числе в 4 публикациях в журналах из Перечня ВАК, 4 статьи в журналах, входящих в международные базы научного цитирования Web of Science и Scopus. Текст автореферата правильно и полно отражает содержание диссертации.

В тексте диссертационной работы даны необходимые ссылки на используемые источники и авторов.

Методология и структура диссертационной работы полностью отвечают трем основным компонентам специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Диссертационная работа В.Н. Хоанга «Численный анализ математических моделей сетеподобных эволюционных процессов» соответствует требованиям «Положения о присуждении ученых степеней», предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата технических наук по специальности 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,  
доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры алгебры и дискретной  
математики института математики,  
механики и компьютерных наук  
Южного Федерального университета,  
Заслуженный работник ВШ РФ

Я.М. Ерусалимский

06 ноября 2023 г.

Личную подпись Я.М. Ерусалимского удостоверяю.

Директор института математики,

М  
наук и

компьютерных  
наук, доцент

А.В. Карякин  
16.11.2023

Яков Михайлович Ерусалимский

Служебный адрес: 344090, г.Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова 8-А, к. 204 Институт математики, механики и компьютерных наук ЮФУ

Телефон: 8 903 43 28 664 E-mail: [erusim@mail.ru](mailto:erusim@mail.ru) , [ymerusalimskiy@sfedu.ru](mailto:ymerusalimskiy@sfedu.ru)