Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

Воронежский государственный
архитектурно-строительный университет

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
С.А. Колодяжный
«___»________________2013 г.

Дисциплина для учебного плана направления 271501.65 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей» специализации «Мосты»
Кафедра: строительной техники и инженерной механики
Регистрационный №: _________ Протокол № _____ от «___» _________20 __ г.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА»

Разработчик УМКД**:** д. физ.-мат. н. профессор Козлов В.А.

Воронеж, 2013

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой разработчика УМКД_____________/ ________________/

(подпись) (Ф.И.О.)

Протокол заседания кафедры № _____ от «___» __________________ 20 ___ г.

Заведующий выпускающей кафедрой _____________/ ___________________/

(подпись) (Ф.И.О.)

Протокол заседания кафедры № ______ от «___» _______________ 20__ г.

Председатель Методической комиссии факультета _________/ _____________/

(подпись) (Ф.И.О.)

Протокол заседания Методической комиссии факультета

№ __ от «__»__________20__г.

Начальник учебно-методического управления Воронежского ГАСУ

__________________/___________________ /

(подпись) (Ф.И.О.)

ФОРМА ДОКУМЕНТА О СОСТОЯНИИ УМК ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование элемента УМК	Наличие (есть, нет)	Дата утверждения после разработки	Потребность в разработке (обновлении) (есть, нет)
1	Примерная рабочая программа для дисциплин включенных в ГОС	есть		нет
2	Рабочая программа	есть		нет
3	Методические рекомендации для выполнения лабораторных работ	не предусмотрено учебным планом	-	-
4	Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям	есть		нет
5	Методические рекомендации к курсовому проектированию	не предусмотрено учебным планом	-	-
6	Варианты индивидуальных расчетных заданий и методические указания по их выполнению	есть		нет
7	Перечень экзаменационных вопросов во 2-м семестре	в рабочей программе		нет
8	Перечень экзаменационных вопросов в 3-м семестре	в рабочей программе		нет
9	Контролирующие материалы по дисциплине:			
	-тесты текущего и остаточного контроля знаний	есть		нет
	-тесты итогового контроля знаний	в рабочей программе		нет
10	Перечень технических средств, программного обеспечения и электронных учебников:			
	- электронные учебники	нет		нет
	-прикладные компьютерные программы и методические указания по использованию прикладных компьютерных программ	есть на электронном носителе (диске)		нет
	- видеоматериалы	нет		нет
	-аудиоматериалы	нет		нет
11	Учебники, учебные пособия, курс лекций, конспект лекций, подготовленные разработчиком УМКД	есть		нет
12	Оригиналы экзаменационных билетов	есть		нет
13	Методическое обеспечение самостоятельной работы и рекомендации по изучению дисциплины для студентов	есть		нет

Примерная рабочая программа

В процессе освоения курса теоретической механики студент формирует и демонстрирует следующие профессиональные компетенции:

- способность применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);
- способность приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-3);
- способность применять методы расчета и оценки прочности сооружений и конструкций на основе знаний законов статики и динами твердых тел, о системах тел, напряжениях и деформациях твердых и жидких тел (ПК-7).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать методы решения задач о равновесии и движении материальных тел;

уметь ставить и решать соответствующие конкретные задачи при равновесии и движении тел;

владеть навыками составления и решения уравнений равновесия и движения механических систем.

Обобщенная структура дисциплины с перечнем контролируемых учебных элементов

Наименование контролируемой темы	Описание элементов усвоения учебного материала *Студент должен:*	
1. Статика		
Плоская система сходящихся сил	**знать:** определение проекции вектора силы на ось, аналитический способ сложения сил	**уметь:** составлять уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил
Равновесие произвольной плоской системы сил	**знать:** виды связей и их реакции, понятие распределённой нагрузки, алгебраический момент силы и пары сил, условия равновесия плоской системы сил	**уметь:** составлять уравнения равновесия для произвольной плоской системы сил и определять неизвестные реакции связей
Равновесие составной конструкции	**знать:** метод решения задач на определение реакций связей составной конструкции	**уметь:** составлять уравнения равновесия для сил, приложенных к отдельным частям составной конструкции и ко всей
Расчёт плоских ферм	**знать:** методы расчёта усилий в стержнях плоской фермы	**уметь:** определять усилие в выбранном стержне
Трение	**знать:** понятие трение покоя и трение скольжения	**уметь:** определять состояние тела при заданной нагрузке (покой или скольжение), вычислять модуль силы трения

Равновесие произвольной пространственной системы сил	**знать:** понятие момента силы относительно оси, условия равновесия произвольной пространственной системы сил	**уметь:** составлять уравнения равновесия для произвольной пространственной системы сил и определять неизвестные реакции связей
Приведение системы сил к центру	**знать:** определение главного вектора и главного момента, простейшие виды системы сил	**уметь:** вычислять главный вектор и главный момент системы сил относительно центра приведения
Центр тяжести плоских фигур	**знать:** положения центров тяжестей простейших плоских фигур и методы определения положения центра тяжести произвольных плоских фигур	**уметь:** определять координаты центра тяжести плоских фигур
2. Кинематика		
Координатный способ задания движения точки	**знать:** формулы для определения скорости и ускорения точки при координатном способе задания её движения	**уметь:** вычислять проекции векторов скорости и ускорения на координатные оси, определять модули скорости и ускорения точки
Естественный способ задания движения точки	**знать:** формулы для определения скорости и ускорения точки при естественном способе задания её движения	**уметь:** вычислять модуль скорости, касательного, нормального и полного ускорений точки
Частные случаи движения точки	**знать:** законы равномерного и равнопеременного движений точки, особенности прямолинейного движения	**уметь:** правильно оценивать характер движения точки в указанных частных случаях
Вращательное и поступательное движения твёрдого тела	**знать:** определения поступательного и вращательного движений тела, их кинематические характеристики	**уметь:** определять скорость и ускорение любой точки тела, а также угловые скорость и ускорение при вращательном движении
Передача вращательного движения	**знать:** понятие передаточного числа, формулу отношения угловых скоростей при передаче вращений	**уметь:** определять скорость и ускорение любой точки, угловые скорости и ускорение тел, входящих в состав передаточных механизмов
Вычисление скоростей точек плоской фигуры и угловой скорости вращения	**знать:** определение и способы нахождения мгновенного центра скоростей плоской фигуры, методы определения скоростей точек этой фигуры	**уметь:** находить положение м.ц.с. плоской фигуры, определять угловую скорость её вращения и скорость любой точки
Вычисление скорости точки при сложном движении	**знать:** определение относительной, переносной и абсолютной скорости при сложном движении точки	**уметь:** определять модули относительной, переносной и абсолютной скоростей точки
Вычисление ускорений точки при сложном	**знать:** определение относительного, переносного,	**уметь:** определять модули относительного, переносного

движении	кориолисового и абсолютного ускорений при сложном движении точки	и кориолисова ускорений точки, направление вектора кориолисова ускорения
3. Динамика		
Первая, вторая задачи динамики	**знать:** законы динамики, решение первой и второй задач при прямолинейном и криволинейном движениях точки	**уметь:** составлять дифференциальные уравнения движения точки, определять требуемые величины из решения этих уравнений
Относительное движение точки	**знать:** дифференциальное уравнение относительного движения точки, понятие относительной, переносной и кориолисовой сил инерции	**уметь:** определять относительную, переносную и кориолисову силы инерции точки
Теорема об изменении количества движения точки	**знать:** определение количества движения точки, импульса силы, теорему об изменении количества движения точки	**уметь:** составлять с применением теоремы уравнение движения точки и находить из него требуемые величины
Теорема об изменении кинетической энергии точки	**знать:** определение кинетической энергии точки, формулы для работ сил тяжести и трения, теорему об изменении кинетической энергии точки	**уметь:** составлять с применением теоремы уравнение движения точки и находить из него требуемые величины
Теорема о движении центра масс и об изменении количества движения механической системы	**знать:** определение центра масс, количества движения системы, теоремы об движении центра масс и об изменении количества движения системы	**уметь:** вычислять перемещение и скорости отдельных тел, входящих в систему, её центра масс
Теорема об изменении кинетической энергии тела и системы	**знать:** формулы для кинетической энергии при поступательном, вращательном и плоском движениях тела, работы вращающего момента, теорему об изменении кинетической энергии системы	**уметь:** применять теорему к изучению движения тела или механической системы, вычислять кинетическую энергию тел
Дифференциальное уравнение вращения твёрдого тела	**знать:** теорему об изменении кинетического момента и вытекающее из неё дифференциальное уравнение вращения, формулы для осевых моментов инерции простейших тел	**уметь:** составлять дифференциальное уравнение вращения с определением из него требуемых величин
Принцип возможных перемещений	**знать:** понятие возможных перемещений и работ, принцип возможных перемещений	**уметь:** составлять уравнение возможных работ сил, приложенных к заданной конструкции, с определением искомых силовых факторов или реакций связей

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
Воронежский государственный архитектурно-строительный университет

УТВЕРЖДАЮ

Декан механико-автодорожного факультета

_________________ В.Г. Еремин

« ____ » ______________ 2011 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

дисциплины

«Теоретическая механика»

Направление подготовки – **271501.65 «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей»**

Специализация – **«Мосты»**

Квалификация (степень) выпускника – **специалист**

Нормативный срок обучения – **5 лет**

Форма обучения – **очная**

Автор программы:

д. физ.-мат. н., профессор _______________ В.А. Козлов

Программа обсуждена на заседании кафедры теоретической механики

« 11 » __мая____ 2011 года, протокол № 10

Зав. кафедрой д.ф.-м. н., профессор ____________________ В.Д. Коробкин

Воронеж – 2011

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. **Цели преподавания дисциплины**

Теоретическая механика является одной из фундаментальных общенаучных дисциплин физико-математического цикла. Изучение теоретической механики должно также дать тот минимум фундаментальных знаний в области механического взаимодействия, равновесия и движения материальных тел, на базе которых строится большинство специальных дисциплин инженерно-технического образования. Кроме того, изучение теоретической механики способствует расширению научного кругозора и повышению общей культуры будущего специалиста, развитию его мышления и становлению его мировоззрения.

1.2. **Задачи изучения дисциплины**

- Дать студенту первоначальные представления о постановке инженерных и технических задач, их формализации, выборе модели изучаемого механического явления.
- Привить навыки использования математического аппарата для решения инженерных задач в области механики.
- Освоить методы статического расчета конструкций и их элементов.
- Освоить основы кинематического и динамического исследования элементов строительных конструкций, строительных машин и механизмов.
- Развитие логического мышления и творческого подхода к решению профессиональных задач.

В итоге изучения курса теоретической механики студент должен знать основные понятия и законы механики и вытекающие из этих законов методы изучения равновесия и движения материальной точки, твердого тела и механической системы (в объеме основной части программы).

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП ВПО

Дисциплина «Теоретическая механика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла. Она обеспечивает логическую связь, во-первых, между физикой и математикой, применяя математический аппарат к описанию и изучению физических явлений, во-вторых, между естественнонаучными и общетехническими дисциплинами.

Требования к входным знаниям, умениям и готовностям обучающегося.

Студент должен знать: физические основы механики, элементы векторной алгебры, аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления; владеть навыками решения задач векторной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления и уметь применять полученные знания математики к решению задач теоретической механики.

Дисциплина «Теоретическая механика» является предшествующей для всех дисциплин профессионального цикла ООП. На материале курса теоретической механики базируются такие важные для общего инженерного образования дисциплины, как сопротивление материалов, строительная механика, механика грунтов, гидравлика и гидрология, основания и фундаменты транспортных сооружений, строительные конструкции и архитектура транспортных сооружений, надежность, грузоподъемность и усиление мостов.

3. ТРЕБОВАНИЯ К РЕЗУЛЬТАТАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В процессе освоения курса теоретической механики студент формирует и демонстрирует следующие профессиональные компетенции:

- способность применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования (ПК-1);
- способность приобретать новые математические и естественнонаучные знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ПК-3);
- способность применять методы расчета и оценки прочности сооружений и конструкций на основе знаний законов статики и динами твердых тел, о системах тел, напряжениях и деформациях твердых и жидких тел (ПК-7).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

знать методы решения задач о равновесии и движении материальных тел;

уметь ставить и решать соответствующие конкретные задачи при равновесии и движении тел;

владеть навыками составления и решения уравнений равновесия и движения механических систем.

4. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Общая трудоемкость дисциплины «Теоретическая механика» составляет 9 зачетных единиц.

Вид учебной работы	Всего часов	Семестры	
		2	3
Аудиторные занятия (всего)	**144**	**72**	**72**
В том числе:			
Лекции	72	36	36
Практические занятия (ПЗ)	72	36	36
Самостоятельная работа (всего)	**180**	**72**	**108**
В том числе:			
Расчетно-графические работы (РГР)	20	10	10
Задачи самоконтроля	88	26	62
Вид промежуточной аттестации - **экзамен**	72	36	36
Общая трудоемкость часы	**324**	**144**	**180**
зачетные единицы	**9**	**4**	**5**

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела
1	**2**	**3**
1.	Основные понятия, определения и теоремы статики.	Предмет механики. Статика, кинематика, динамика – разделы механики. Теоретическая механика как одна из фундаментальных физико-математических наук и научная база большинства областей современной техники. Значение механики для специалистов строительного профиля. Предмет статики. Основные понятия статики. Аксиомы статики. Виды связей, их реакции. Проекция силы на ось. Геометрический и аналитический способы сложения сил. Сходящиеся силы, их равнодействующая. Геометрическое условие равновесия системы сходящихся сил, аналитические условия равновесия. Равновесие трех непараллельных сил. Момент силы относительно точки (центра) как вектор. Понятие о паре сил. Момент пары как вектор. Теорема об эквивалентности пар. Свойства пары сил. Теорема о приведении произвольной системы сил к данному центру. Главный вектор и главный момент системы сил. Векторные условия равновесия произвольной системы сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
2.	Система сил, расположенных в одной плоскости.	Плоская система сходящихся сил, их равнодействующая. Геометрическое условие равновесия системы сходящихся сил, аналитические условия равновесия. Алгебраическое значение момента силы и пары сил. Распределенная нагрузка. Аналитические условия равновесия параллельной и произвольной плоской системы сил. Равновесие системы тел. Статически определимые и статически неопределимые системы. Понятие о ферме. Леммы о нулевых стержнях. Определение усилий в стержнях плоской фермы способом вырезания узлов и способом сечений (Риттера). Равновесие при наличии сил трения. Трение скольжения при покое (сцепление) и при движении. Коэффициент трения. Равновесие гибкой нити, формула Эйлера. Трение качения; коэффициент трения качения.
3.	Произвольная система сил. Центр тяжести твердых тел.	Момент силы относительно оси; зависимость между моментами силы относительно центра и относительно оси, проходящей через этот центр. Аналитические формулы для моментов силы относительно координатных осей. Вычисление главного вектора и главного момента произвольной системы сил. Частные случаи приведения произвольной системы сил; динамический винт. Уравнения центральной оси и линии действия равнодействующей системы сил. Аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил, случай параллельных сил. Приведение системы параллельных сил к равнодействующей. Центр параллельных сил; его радиус-вектор и координаты.

1	2	3
		Центр тяжести твердого тела; центр тяжести объема, площади, линии. Способы определения положений центров тяжести тел.
4.	Введение в кинематику. Кинематика точки.	Предмет кинематики. Задачи кинематики. Способы задания движения точки. Скорость и ускорение точки. Вычисление кинематических характеристик точки при различных способах задания ее движения. Частные случаи движения точки.
5.	Кинематика твердого тела.	Поступательное движение твердого тела, его свойства. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Угловая скорость и угловое ускорение тела. Скорость и ускорение точки твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси (скалярная и векторная формы). Передаточные механизмы. Плоскопараллельное (плоское) движение твердого тела. Уравнения движения плоской фигуры. Теорема о сложении скоростей при плоском движении, следствие. Мгновенный центр скоростей, частные случаи определения его положения. Теорема о сложении ускорений при плоском движении тела. Мгновенный центр ускорений, частные случаи его определения. Движение твердого тела, имеющего одну неподвижную точку. Углы Эйлера. Угловая скорость, угловое ускорение при сферическом движении тела. Скорости и ускорения точек тела, имеющего одну неподвижную точку. Уравнения движения свободного твердого тела. Скорости и ускорения точек свободно движущегося твердого тела.
6.	Сложное движение точки и твердого тела.	Абсолютное и относительное движение точки. Переносное движение. Теорема о сложении скоростей. Теорема Кориолиса о сложении ускорений. Определение ускорения Кориолиса. Сложение поступательных движений. Сложение вращений вокруг двух параллельных и пересекающихся осей. Сложение поступательного и вращательного движений.
7.	Введение в динамику. Динамика точки.	Законы динамики. Дифференциальные уравнения движения точки в декартовых координатах и в проекциях на оси естественного трехгранника. Две основные задачи динамики для материальной точки, их решения. Движение материальной точки под действием переменных сил. Движение точки по заданной неподвижной кривой. Математический маятник. Дифференциальные уравнения относительного движения. Количество движения материальной точки. Элементарный импульс силы. Импульс силы за конечный промежуток времени. Теорема об изменении количества движения точки в дифференциальной и в конечной формах. Момент количества движения материальной точки относительно центра и относительно оси. Теорема об изменении момента количества движения точки. Сохранение момента количества движения точки в случае действия центральной силы. Элементарная работа силы; аналитическое выражение элементарной работы. Работа силы на конечном перемещении точки. Работа силы тяжести, упругости, трения. Мощность. Кинетическая энергия материальной точки. Теорема об изменении кинетической энергии точки.

1	2	3
8.	Общие теоремы динамики механической системы. Динамика твердого тела.	Механическая система. Классификация сил, свойства внутренних сил. Масса системы. Центр масс; радиус-вектор и координаты центра масс. Дифференциальные уравнения движения механической системы. Теорема о движении центра масс системы. Закон сохранения движения центра масс. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения системы в дифференциальной и в конечной формах. Закон сохранения количества движения системы. Момент инерции системы и твердого тела относительно оси. Радиус инерции. Теорема о моментах инерции тела относительно параллельных осей. Осевые моменты инерции однородного тонкого стержня, тонкого круглого кольца, диска. Главный момент количества движения или кинетический момент механической системы относительно центра и относительно оси вращения. Теорема об изменении кинетического момента механической системы. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси. Физический маятник. Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твердого тела. Работа и мощность сил, приложенных к твердому телу, вращающемуся вокруг неподвижной оси, сопротивление при качении. Кинетическая энергия механической системы. Кинетическая энергия твердого тела при поступательном движении, при вращении вокруг неподвижной оси и при плоскопараллельном движении. Теорема об изменении кинетической энергии механической системы. Равенство нулю суммы работ внутренних сил в твердом теле. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.
9.	Принципы механики.	Сила инерции материальной точки. Принцип Даламбера для материальной точки и механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции. Динамические реакции, действующие на ось вращающегося твердого тела. Возможные перемещения системы. Число степеней свободы системы. Связи, их классификация. Идеальные связи. Принцип возможных перемещений. Принцип Даламбера-Лагранжа; общее уравнение динамики. Обобщенные координаты, скорости, силы. Условия равновесия системы в обобщенных координатах, уравнения Лагранжа.
10.	Основы теории колебаний и удара.	Свободные колебания материальной точки. Амплитуда, круговая частота, период и частота колебаний. Затухающие колебания точки при различном сопротивлении среды. Вынужденные колебания точки, явление резонанса. Малые свободные, затухающие и вынужденные колебания системы с одной степенью свободы. Прямой удар о неподвижную преграду. Прямой центральный удар двух тел. Потеря кинетической энергии при неупругом ударе двух тел.

5.2. Разделы дисциплины и междисциплинарные связи

№ п/п	Наименование обеспечиваемых (последующих) дисциплин	№№ разделов, необходимых для обеспечиваемых дисциплин									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	Сопротивление материалов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
2	Строительная механика	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
3	Механика грунтов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
4	Гидравлика и гидрология	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
5	Основания и фундаменты транспортных сооружений	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
6	Строительные конструкции и архитектура транспортных сооружений	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
7	Надежность, грузоподъемность и усиление мостов	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+

5.3. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	ПЗ	СРС	Всего час.
1	Основные понятия, определения и теоремы статики.	6	4	6	16
2	Система сил, расположенных в одной плоскости.	6	12	22	40
3	Произвольная система сил. Центр тяжести твердых тел.	6	6	12	24
4	Введение в кинематику. Кинематика точки.	4	3	7	14
5	Кинематика твердого тела.	10	7	17	34
6	Сложное движение точки и твердого тела.	4	4	8	16
7	Введение в динамику. Динамика точки.	10	12	26	48
8	Общие теоремы динамики механической системы. Динамика твердого тела.	10	8	34	52
9	Принципы механики.	8	12	28	48
10	Основы теории колебаний и удара.	8	4	20	32
	Всего	**72**	**72**	**180**	**324**

6. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ – не предусмотрено.

7. ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ

№ п.п.	№ раздела дисциплины	Тематика практических занятия	Кол-во часов
1	**2**	**3**	**4**
1	1	Аналитические условия равновесия плоской системы сходящихся сил.	2,0
2	1, 2	Геометрические условия равновесия плоской системы сходящихся сил. Метод вырезания узлов.	2,0
3	1, 2	Теорема о трёх силах. Условия равновесия параллельной системы сил.	1,0 1,0
4	2	Равновесие произвольной плоской системы сил.	2,0
5	2	Равновесие составных конструкций.	2,0
6	2	Самостоятельная работа по индивидуальным вариантам на тему: «Равновесие составных конструкций»	2,0
7	2	Расчёт плоских ферм.	2,0
8	2	Равновесие при наличии трения покоя, скольжения, качения.	2,0
9	3	Приведение системы сил к простейшему виду.	2,0
10	3	Равновесие произвольной пространственной системы сил.	2,0
11	3	Определение положения центров тяжести тел.	2,0
12	4	Определение скорости, ускорения точки, радиуса кривизны ее траектории.	2,0
13	5	Вращательное движение твёрдых тел. Передача вращательного движения.	2,0
14	4, 5	Самостоятельная работа по индивидуальным вариантам на тему: «Кинематический метод определения радиуса кривизны траектории движения точки. Передача вращательного движения».	2,0
15	5	Определение скоростей точек при плоском движении.	2,0
16	5	Сферическое движение твердого тела.	2,0
17	6	Сложное движение точки.	2,0
18	6	Сложное движение точки.	2,0
19	7	Первая задача динамики.	2,0
20	7	Вторая задача динамики в случае действия постоянных сил.	2,0
21	7	Вторая задача динамики в случае действия переменных сил.	2,0
22	7	Теоремы об изменении количества движения точки и момента количества движения точки.	2,0
23	7	Самостоятельная работа на тему: «Вторая задача динамики; теорема об изменении количества движения точки».	2,0
24	7	Теорема об изменении кинетической энергии точки.	2,0

1	**2**	**3**	**3**
25	8	Теорема о движении центра масс.	2,0
26	8	Теорема об изменении количества движения механической системы.	2,0
27	8	Теорема об изменении кинетической энергии твердого тела и механической системы.	2,0
28	8	Теорема об изменении кинетического момента механической системы. Дифференциальное уравнение вращения твердого тела вокруг неподвижной оси.	1,0 1,0
29	9	Принцип Даламбера для точки и механической системы.	2,0
30	9	Принцип возможных перемещений.	2,0
31	9	Общее уравнение динамики.	2,0
32	9	Применение общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы.	2,0
33	9	Обобщённые силы, их вычисление.	2,0
34	9	Уравнения Лагранжа второго рода.	2,0
35	10	Свободные, затухающие колебания точки.	2,0
36	10	Вынужденные колебания точки. Резонанс.	2,0

8. ТЕМАТИКА РАСЧЕТНО-ГРАФИЧЕСКИХ РАБОТ

№ п.п.	Наименование	Объём, с.
1	Расчёт плоских ферм: определение опорных реакций, усилий в стержнях фермы методом вырезания узлов и методом сквозных сечений (Риттера) с проверкой полученных результатов на ЭВМ.	3
2	Применение теоремы об изменении кинетической энергии к исследованию движения механической системы.	3

9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Вопросы для подготовки к экзамену во 2-м семестре

1. Аксиомы статики.
2. Связи и их реакции. Принцип освобождаемости от связей.
3. Проекция силы на ось. Сложение сил.
4. Равновесие системы сходящихся сил. Теорема о трёх силах.
5. Плоская система сил. Алгебраические моменты силы и пары. Распределённая нагрузка.
6. Уравнения равновесия плоской системы сил (3 формы).
7. Трение скольжения. Трение нити о цилиндрическую поверхность (формула Эйлера).
8. Трение качения.

9. Равновесие составных конструкций.
10. Плоские фермы. Леммы о нулевых стержнях. Расчёт плоских ферм (метод вырезания узлов и метод сечений).
11. Момент силы относительно центра (как вектор) и относительно оси.
12. Момент пары (как вектор). Теорема о сложении пар. Теорема об эквивалентности пар, вытекающие свойства пары.
13. Теорема Пуансо о параллельном переносе силы. Теорема о приведении системы сил к центру.
14. Условия равновесия системы сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей относительно центра и оси.
15. Аналитические формулы для момента силы относительно осей.
16. Вычисление главного вектора и главного момента пространственной системы сил.
17. Уравнения равновесия пространственной системы сил. Случай параллельных сил.
18. Приведение пространственной системы сил к простейшему виду.
19. Центральная ось системы сил.
20. Аналитические условия приведения системы сил к равнодействующей.
21. Центр тяжести твёрдого тела. Координаты центра тяжести для объёмных тел.
22. Координаты центра тяжести линии. Центр тяжести дуги окружности.
23. Координаты центра тяжести плоской фигуры. Центр тяжести треугольника, сектора круга.
24. Методы нахождения центра тяжести твёрдых тел. Статический момент площади плоской фигуры.
25. Способы задания движения точки.
26. Скорость и ускорение точки при векторном и координатном способах задания её движения.
27. Скорость и ускорение точки при естественном способе задания её движения.
28. Частные случаи движения точки.
29. Поступательное движение твёрдого тела, его свойства.
30. Вращательное движение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Частные случаи вращения твёрдого тела.
31. Скорости и ускорения точек вращающегося твёрдого тела (скалярная и векторная формы).
32. Передаточные механизмы.
33. Плоскопараллельное движение твёрдого тела.
34. Теорема о сложении скоростей при плоском движении твёрдого тела. Следствие (теорема о проекции скоростей двух точек твёрдого тела).
35. Мгновенный центр скоростей, его существование и единственность. Частные случаи определения мцс.
36. Теорема о сложении ускорений при плоском движении твёрдого тела.
37. Мгновенный центр ускорений, его определение по известным $\vec{a}_A, \omega, \varepsilon$.
38. Мгновенный центр ускорений, его определение по известным $\vec{a}_A, \vec{a}_B$.
39. Сферическое движение твердого тела.
40. Скорости точек тела при сферическом движении.
41. Теорема Ривальса.
42. Движение свободного твердого тела.
43. Сложное движение точки. Относительная и абсолютная производные от вектора.
44. Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки.
45. Теорема о сложении ускорений при сложном движении точки (теорема Кориолиса). Правило Жуковского определения направления ускорения Кориолиса.
46. Сложение вращений вокруг параллельных осей.
47. Сложение вращений вокруг пересекающихся осей.
48. Сложение поступательного и вращательного движений.

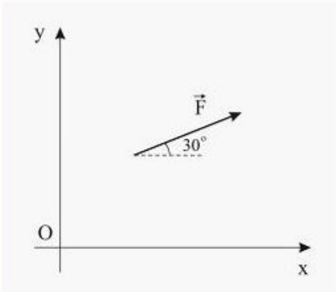
9.2. Вопросы для подготовки к экзамену в 3-м семестре

1. Законы динамики. Системы единиц.
2. Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки.
3. Две задачи динамики.
4. Движение точки по заданной неподвижной кривой.
5. Математический маятник.
6. Относительное движение точки.
7. Количество движения точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки.
8. Момент количества движения точки. Теорема об изменении момента количества движения точки. Следствия.
9. Работа силы. Мощность.
10. Работа силы тяжести, трения, упругости.
11. Кинетическая энергия точки. Теорема об изменении кинетической энергии точки.
12. Система материальных точек (определение, классификация сил, масса, центр масс).
13. Дифференциальные уравнения движения механической системы.
14. Теорема о движении центра масс. Следствия.
15. Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения механической системы. Следствия.
16. Моменты инерции твёрдого тела. Примеры.
17. Теорема о моменте инерции твёрдого тела относительно параллельных осей.
18. Кинетический момент системы. Теорема об изменении кинетического момента. Следствия.
19. Дифференциальное уравнение вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси.
20. Физический маятник.
21. Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твёрдого тела.
22. Работа вращающего момента. Сопротивление при вращении.
23. Кинетическая энергия механической системы. Кинетическая энергия тела при поступательном, вращательном и плоскопараллельном движениях тела. Теорема об изменении кинетической энергии системы.
24. Потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии.
25. Принцип Даламбера для точки.
26. Принцип Даламбера для механической системы.
27. Главный вектор и главный момент сил инерции.
28. Динамические реакции, действующие на ось вращающегося твёрдого тела.
29. Принцип возможных перемещений.
30. Общее уравнение динамики.
31. Обобщённые координаты, скорости, силы (и в случае потенциальных активных сил). Уравнения равновесия системы в обобщённых координатах.
32. Уравнения Лагранжа.
33. Уравнения Лагранжа в случае потенциальных активных сил.
34. Свободные колебания точки.
35. Затухающие колебания точки.
36. Вынужденные колебания точки.
37. Явление резонанса при вынужденных колебаниях точки.
38. Малые свободные колебания системы с одной степенью свободы.
39. Малые затухающие колебания системы с одной степенью свободы.
40. Малые вынужденные колебания системы с одной степенью свободы.
41. Прямой удар о неподвижную преграду.
42. Прямой центральный удар двух тел (удар шаров).
43. Потеря кинетической энергии при неупругом ударе двух тел.
44. Удар по вращающемуся телу.

9.3. Тесты контроля качества усвоения дисциплины (примерный вариант)

1

Дано: $\lvert \vec{F} \rvert = 12\sqrt{3}$кН.

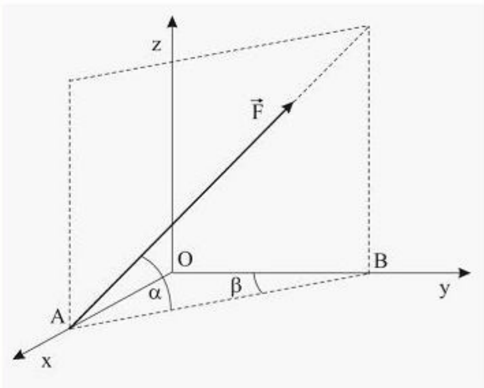


Проекция силы на ось Ox равна…

- 14 кН
- 12 кН
- 18 кН
- 16 кН

2

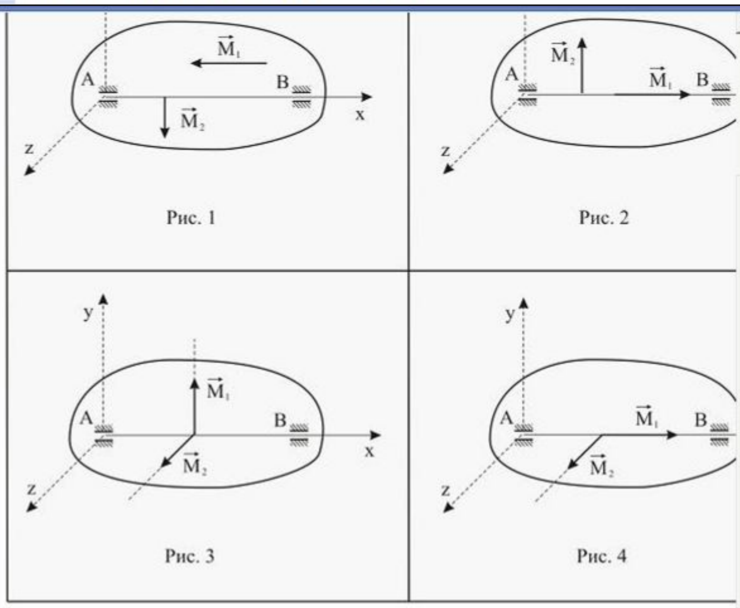
Дано: $F = 12$ кН; $OB = 1$ м; $\alpha = 60^o$; $\beta = 30^o$.



Момент силы относительно оси Oz равен…

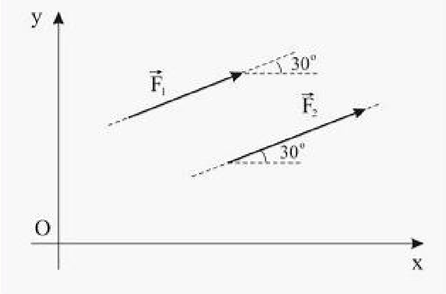
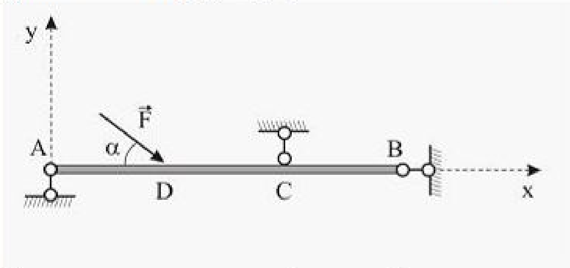
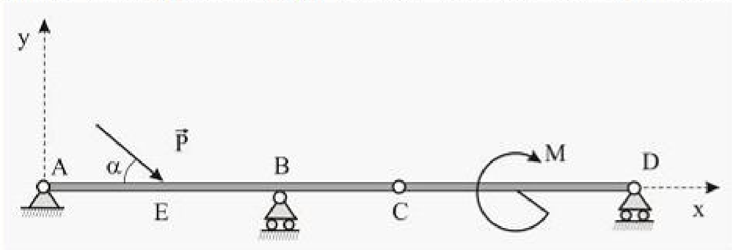
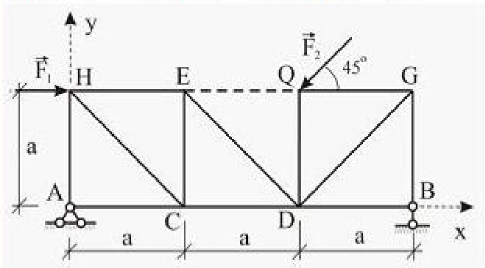
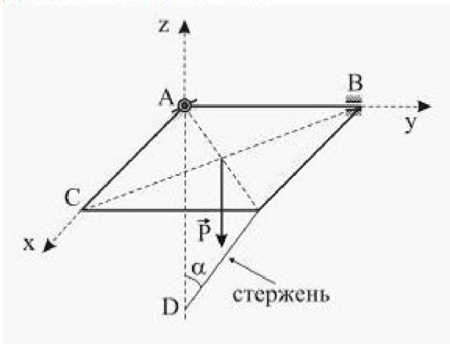
- 6 кНм
- 3кНм
- 4 кНм
- 5кНм

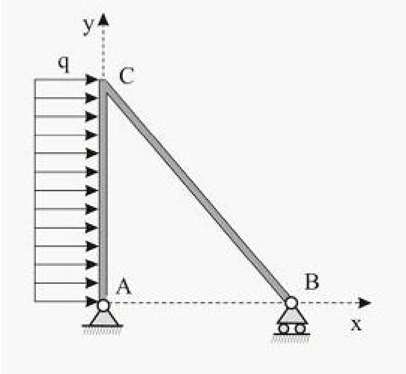
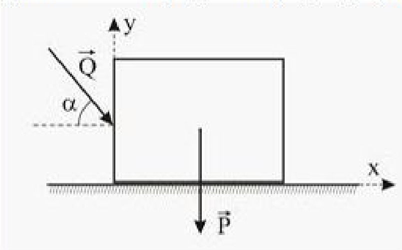
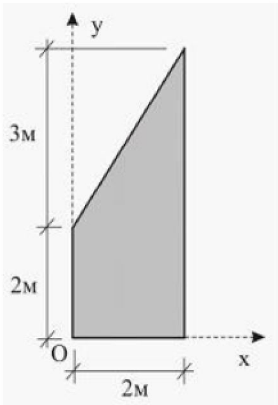
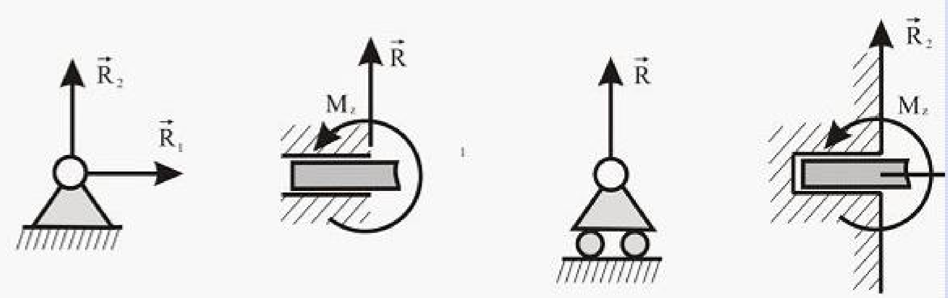
3

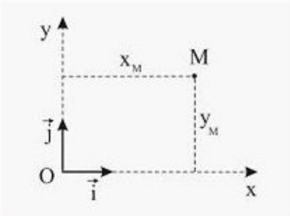
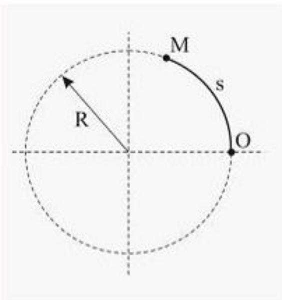
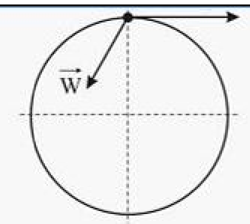
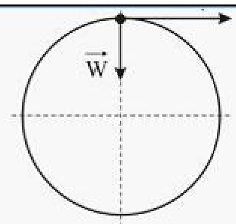
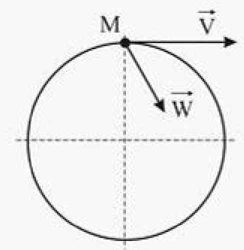
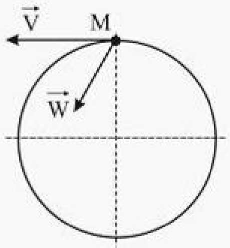


Тело, имеющее ось вращения-скольжения, может находиться в покое под действием двух пар сил, моменты которых изображённых на…

- Рис. 1
- Рис. 3
- Рис. 4
- Рис. 2

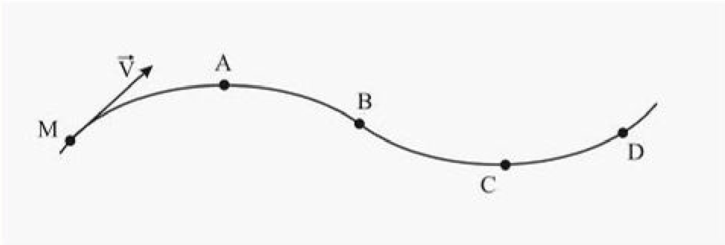
4	 Если $\lvert\vec{F}_1\rvert = 4$кН и $\lvert\vec{F}_2\rvert = 7$кН , то изображённая на рисунке система сил…	○ уравновешена ○ эквивалентна паре сил ○ эквивалентна динамическому в ○ имеет равнодействующую
5	Дано: $F = 10$ кН; $\alpha = 60^o$; $AD = DC = BC = 1$ м.  Проекция реакции опоры B на ось Ox равна…	○ -6 кН ○ -5 кН ○ -4 кН ○ -7 кН
6	Дано: $P = 24$ кН; $M = 4$ кНм; $\alpha = 30^o$; $AE = BE = BC = 1$ м; $CD = 2$ м.  Проекция на ось Oy силы реакции шарнира A равна…	○ 9 кН ○ 12 кН ○ 7 кН ○ 5 кН
7	Дано: $F_1 = 30$ кН; $F_2 = 30\sqrt{2}$ кН; $a = 1$ м.  Усилие в стержне, выделенном на чертеже пунктиром, равно…	○ -45 кН ○ -50 кН ○ -40 кН ○ -35 кН
8	Дано: $P = 15$ кН; $\alpha = 30^o$.  Модуль усилия в стержне равен...	○ $5\sqrt{3}$ кН ○ $6\sqrt{3}$ кН ○ $7\sqrt{3}$ кН ○ $8\sqrt{3}$ кН

9	Дано: $q = 12$ кН/м; $AB = AC = 2$ м.  Проекция на ось Oy силы реакции шарнира A равна…	○ -12 кН ○ -9 кН ○ -6 кН ○ -3 кН
10	Дано: $P = 10$ кН; $Q = 4$ кН; $\alpha = 30^o$; коэффициент трения $f = 0.2$.  Будет ли тело находиться в равновесии? Сила трения равна…	○ $F_{тр} = 2.4$ кН ; равнов ○ $F_{тр} = 2.4$ кН ; скольж ○ $F_{тр} = 2.2$ кН ; равнов ○ $F_{тр} = 2.2$ кН ; скольж
11	 Координата y_c центра тяжести однородной пластины равна…	○ $\frac{16}{7}$ м ○ $\frac{15}{7}$ м ○ 2 м ○ $\frac{13}{7}$ м
12	 Рис. 1 Рис. 2 Рис. 3 Рис. 4 Скользящая заделка изображена на…	○ Рис. 3 ○ Рис. 1 ○ Рис. 2 ○ Рис. 4

13	Задан закон движения точки в координатной форме: $x = 3\sqrt{2}\sin\frac{\pi t}{4}$ (м); $y = 4\sqrt{2}\cos\frac{\pi t}{4}$ (м).  Модуль скорости точки в момент времени $t_1 = 1$ с равен…	$\frac{\pi}{2}$ м/с $\frac{5\pi}{4}$ м/с $\frac{\pi}{4}$ м/с $\frac{3\pi}{4}$ м/с
14	Точка движется по окружности радиуса $R = 4$ м. Дуговая координата изменяется по закону  $s = 16\sin\frac{\pi t}{4}$ (м) Касательное ускорение точки в момент времени $t_1 = 1$ с равно…	$-\frac{\pi^2\sqrt{2}}{4}$ м/с^2 $-\frac{\pi^2\sqrt{2}}{2}$ м/с^2 $-\frac{\pi^2\sqrt{2}}{6}$ м/с^2 $-\frac{\pi^2\sqrt{2}}{8}$ м/с^2
15	 Рис. 1  Рис. 2  Рис. 3  Рис. 4 авномерному движению точки соответствует схема, изображённая на…	Рис. 3 Рис. 2 Рис. 4 Рис. 1

16

Точка M движется по заданной траектории равномерно.

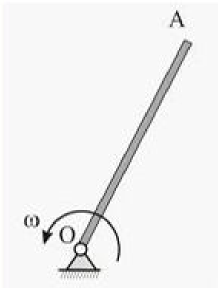


Ускорение точки равно нулю в пункте…

- ○ A
- ○ D
- ○ C
- ○ B

17

Дано: $OA = 1$ м. Угловая скорость кривошипа изменяется по закону $\omega = 4t$ (рад/с).

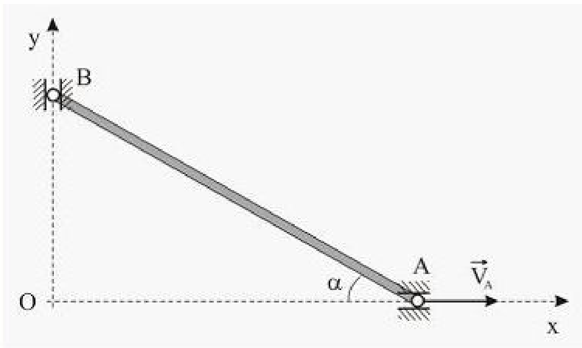


Нормальное ускорение точки A в момент времени $t_1 = 1$ с равно…

- ○ 16 м/с^2
- ○ 12 м/с^2
- ○ 14 м/с^2
- ○ 10 м/с^2

18

Ползун A в данный момент времени имеет скорость $V_A = 4$ м/с; $\alpha = 60^o$.

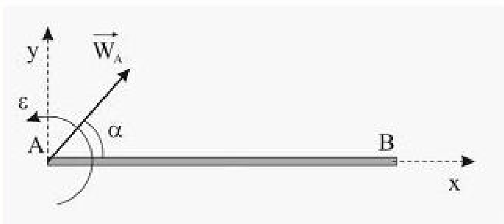


Скорость ползуна B равна…

- ○ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ м/с
- ○ $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ м/с
- ○ $\frac{7\sqrt{3}}{3}$ м/с
- ○ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ м/с

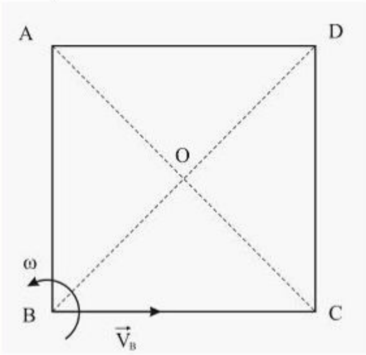
19

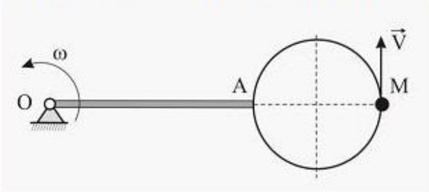
В данный момент времени известны ускорение точки A стержня, совершающего плоское движение: $W_A = 4\sqrt{3}$ м/с^2; $\alpha = 60^o$, его угловая скорость $\omega = 3$ рад/с и угловое ускорение $\varepsilon = 1$рад/с^2; $AB = 1$ м.

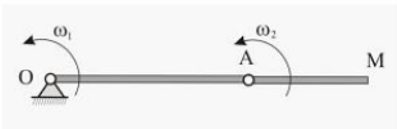


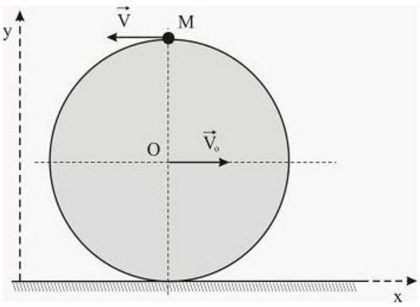
Проекция на ось Oy ускорения точки B стержня равна…

- ○ $W_{By} = 5$ м/с^2
- ○ $W_{By} = 4$ м/с^2
- ○ $W_{By} = 6$ м/с^2
- ○ $W_{By} = 7$ м/с^2

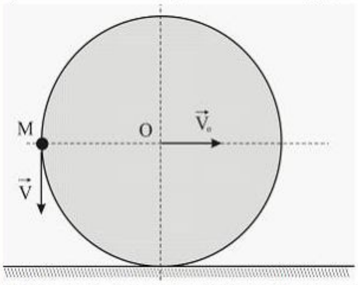
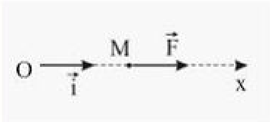
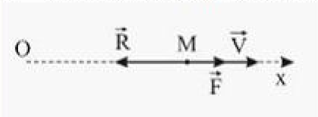
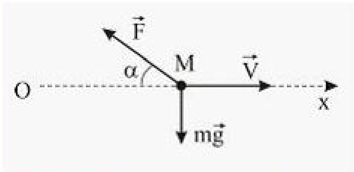
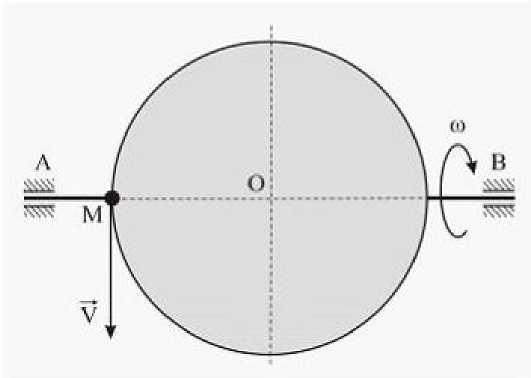
<table>
<tr>
<td>20</td>
<td>Известны направление и модуль скорости точки B квадрата и его угловая скорость $\omega = \frac{|\vec{V}_B|}{a}$, где a - сторона квадрата.


Мгновенный центр скоростей квадрата находится в…</td>
<td>точке O
точке C
точке A
точке D</td>
</tr>
<tr>
<td>21</td>
<td>Кривошип OA длины OA = 2 м вращается с постоянной угловой скоростью ω = 2 рад/с. К
концу кривошипа жёстко прикреплено проволочное кольцо радиуса R = 1 м. По кольцу
движется точка M с постоянной относительной скоростью V = 6 м/с.


Модуль абсолютной скорости точки M равен…</td>
<td>10 м/с
4 м/с
8 м/с
6 м/с</td>
</tr>
<tr>
<td>22</td>
<td>Кривошип OA = 3 м вращается с постоянной угловой скоростью ω_1 = 4 рад/с. К концу кривошипа при помощи шарнира прикреплён стержень AM = 2 м. Угловая скорость стержня
AM по отношению к системе отсчёта, жёстко связанной со стержнем OA, постоянна и
равна ω_2 = 2 рад/с.


В тот момент, когда стержни OA и AM расположены вдоль одной прямой, модуль относительного ускорения точки M равен…</td>
<td>6 м/с^2
9 м/с^2
8 м/с^2
10 м/с^2</td>
</tr>
<tr>
<td>23</td>
<td>Колесо радиуса R = 2 м катится без скольжения. Скорость центра постоянна и равна
V_o = 6 м/с. Точка M движется по ободу диска с постоянной скоростью V = 4 м/с.


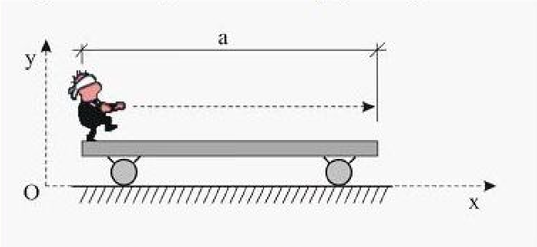
Модуль переносного ускорения точки M равен...</td>
<td>18 м/с^2
14 м/с^2
12 м/с^2
16 м/с^2</td>
</tr>
</table>

24	Колесо радиуса $R = 3$ м катится без скольжения. Скорость центра постоянна и равна $V_o = 6$ м/с. Точка M движется по ободу диска с постоянной скоростью $V = 8$ м/с.  Модуль и направление ускорения Кориолиса точки M правильно указаны на позиции…	○ $32\,м/с^2$; направлен вдоль OM от M к O ○ $16\,м/с^2$; направлен перпендикулярно плоскости чертежа ○ $16\,м/с^2$; направлен перпендикулярно плоскости чертежа ○ $32\,м/с^2$; направлен вдоль OM от O к M
25	Материальная точка массой $m = 10$ кг движется по оси Ox под действием силы F согласно уравнению $x = 5\sin \pi t$ (м).  Наибольшее значение силы F, действующей на точку, равно…	○ $30\pi^2$ Н ○ $50\pi^2$ Н ○ $10\pi^2$ Н ○ $20\pi^2$ Н
26	Материальная точка массой $m = 30$ кг движется по прямой под действием постоянной силы $F = 10$ Н и силы сопротивления, пропорциональной скорости $R = 5V$ (Н).  Максимальная скорость точки равна:	○ 6 м/с ○ 2 м/с ○ 4 м/с ○ 3 м/с
27	Точка M массы m движется по горизонтальной прямой под действием силы $\vec{F}$ и силы тяжести.  Дифференциальное уравнение движения имеет вид…	○ $m\ddot{x} = F\cos\alpha$ ○ $m\ddot{x} = -F\cos\alpha$ ○ $m\ddot{x} = mg + F\sin\alpha$ ○ $m\ddot{x} = -F\sin\alpha$
28	Диск радиуса $R = 2$ м вращается с постоянной угловой скоростью $\omega = 4$ рад/с. По ободу диска движется точка M с постоянной относительной скоростью $V = 3$ м/с. Масса точки $m = 2$ кг.  Модуль силы инерции Кориолиса равен…	○ 24 Н ○ 32 Н ○ 16 Н ○ 48 Н

29

Человек, масса которого $m_2 = 60$кг , переходит с одного края платформы на другой. Масса платформы $m_1 = 240$кг ; длина $a = 5$ м . В начальный момент времени система покоилась.

Сопротивление движению платформы не учитывается.



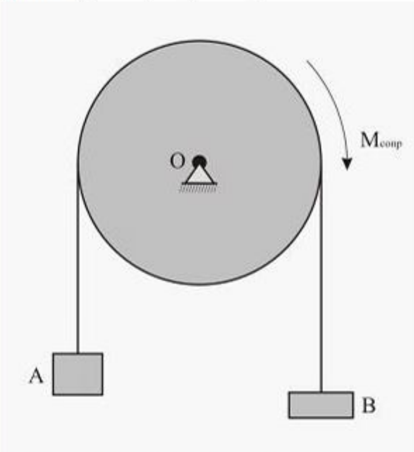
Проекция перемещения платформы на ось Ox равна…

- 1.0 м
- − 1.0 м
- 1.4 м
- − 1.4 м

30

Система приводится в движение силой тяжести груза A .

Дано: $m_A = 8$кг; $m_B = 6$кг; $r = 2$м .

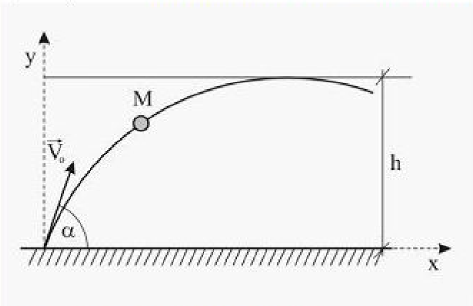


Чтобы движение было равномерным, момент сопротивления должен быть равен…

- $M_{вр} = 6g$ Нм
- $M_{вр} = 4g$ Нм
- $M_{вр} = 8g$ Нм
- $M_{вр} = 10g$ Нм

31

Тело брошено с поверхности Земли под углом $\alpha = 60^o$ к горизонту с начальной скоростью $V_o = 4\sqrt{g}$ м/с . Сопротивление воздуха не учитывается.

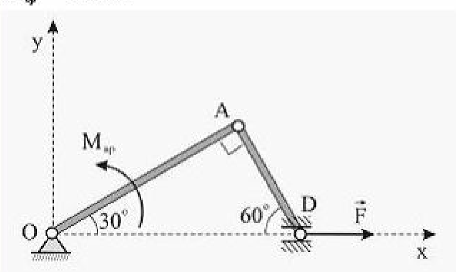


Максимальная высота, на которую поднимется тело, равна…

- 10 м
- 4 м
- 8 м
- 6 м

32

К кривошипу $OA = 1$м кривошипно-шатунного механизма приложен вращающий момент $M_{вр} = 2$кНм .



При равновесии в заданном положении модуль силы $\vec{F}$ приложенной к ползуну равен…

- 4 кН
- 1кН
- 3кН
- 2 кН

10. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

10.1. Основная литература

1. Яблонский А.А. Курс теоретической механики. Статика. Кинематика. Динамика: учеб. пособие: рек. МО РФ / А.А. Яблонский, В.М. Никифорова. – 14-е изд., испр. – М.: Интеграл-Пресс, 2007. – 603 с.
2. Мещерский И.В. Задачи по теоретической механике: учеб. пособие. 50-е изд., стер. / И.В. Мещерский; под ред. В.В. Пальмова, Д.Д. Меркина. — СПб.: издательство «Лань», 2010. – 448 с.
3. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике: Учеб. пособие для студ. вузов. / Под ред. Яблонского А.А. – 15-е издание, стер. – М.: Издательство «Интеграл – Пресс», 2006. – 382 с.
4. Сборник коротких задач по теоретической механике: учеб. пособие. 3-е изд., стер. / Под ред. О.Э. Кепе. – СПб.: издательство «Лань», 2009. – 368 с.
5. Применение теоремы об изменении кинетической энергии и общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы с одной степенью свободы: задания и метод. указания по теоретической механике для студентов 2 курса строит. спец. / Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т; сост.: В.Д. Коробкин, А.В. Черных, В.Н. Горячев. – Воронеж, 2004. – 29 с. (№ 591)

10.2. Дополнительная литература

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб.: рек. МО РФ / С.М. Тарг. – 17-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2007. – 415 с.
2. Бать М.И. и др. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 1. Статика и кинематика: учеб. пособие. 11-е изд., стер. / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – СПб.: издательство «Лань», 2010. – 672 с.
3. Бать М.И. и др. Теоретическая механика в примерах и задачах. Том 2. Динамика: учеб. пособие. 9-е изд., стер. / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон. – СПб.: издательство «Лань», 2010. – 640 с.
4. Теоретическая механика. Статика. Практикум: учеб. пособие / В.А. Акимов [и др.]; под общ. ред. проф. А.В. Чигарева. – Минск: Новое знание; М.:ЦУПЛ, 2010. – 452 с.
5. Теоретическая механика. Динамика. Практикум: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 1. Динамика материальной точки / В.А. Акимов [и др.]; под общ. ред. проф. А.В. Чигарева и доц. Н.И. Горбача. – Минск: Новое знание; М.:ЦУПЛ, 2010. – 528 с.
6. Теоретическая механика. Динамика. Практикум: учеб. пособие. В 2 ч. Ч. 2. Динамика материальной системы. Аналитическая механика / В.А. Акимов [и др.]; под общ. ред. проф. А.В. Чигарева и доц. Н.И. Горбача. – Минск: Новое знание; М.:ЦУПЛ, 2010. – 863 с.
7. Произвольная плоская система сил: задания и метод. указания по теоретической механике для самостоятельной работы студ. 1 курса строит. спец. / Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т; сост.: А.В. Черных, Р.Х. Биджиев, И.Ш. Алирзаев. – Воронеж, 2007. – 12 с. (№ 870)
8. Кинематика: метод. указания для самостоятельной работы студ. 1 курса строит. спец. / Воронеж. гос. арх.-строит. ун-т; сост.: В.Д. Коробкин, В.Н. Горячев. – Воронеж, 2007. – 15 с. (№ 498)

10.3. Учебно-методическое обеспечение в электронном виде и Интернет-ресурсы

Статика. Кинематика. Динамика: экспресс-курс лекций по основным разделам теоретической механики (для студ. инженерно-строит. спец.); сост.: В.А. Козлов. – Воронеж, 2011.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы:

1) http://elibrary.ru
2) http://www.knigafund.ru
3) http://www.fepo.ru

11. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Поточные лекционные аудитории, оснащенные современными техническими средствами обучения (ТСО). Компьютерные классы.

12. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

В качестве основной используется традиционная технология изучения материала, предполагающая живое общение преподавателя и студента. Все виды деятельности студента должны быть обеспечены доступом к учебно-методическим материалам (учебникам, учебным пособиям, методическими указаниями к выполнению расчетно-графических работ). Учебные материала должны быть доступны в печатном виде и, кроме того, могут быть представлены в электронном варианте и представляться на CD и (или) размещаться на сайте учебного заведения.

Курс разделен на три традиционных раздела – статика, кинематика и динамика, каждый из которых, в свою очередь, разделяется на модули, соответствующие основным разделам дисциплины. В середине изучения каждого раздела в аудитории проводится самостоятельная работа по индивидуальным вариантам. Изучение статики и динамики сопровождается выполнением соответствующей расчетно-графической работы (РГР). При защите выполненной РГР студент должен продемонстрировать как знание теоретических вопросов данного блока, так и навыки решения соответствующих задач. Выполнение самостоятельных работ и защита РГР являются формой промежуточного контроля знаний по данному разделу.

В процессе самостоятельной работы студент закрепляет полученные знания и навыки, выполняя домашние задания по каждой теме модуля. В качестве итогового контроля предусмотрен экзамен в третьем семестре по тестам, содержащим задания по всем трем разделам курса теоретической механики.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению подготовки 271501.65 – «Строительство железных дорог, мостов и транспортных тоннелей», специализация «Мосты».

Руководитель основной
образовательной программы

_______________________________________ ____________ __________________
(занимаемая должность, ученая степень и звание) (подпись) (инициалы, фамилия)

Рабочая программа одобрена учебно-методической комиссией **механико-автодорожного факультета**

« ____ » ______________ 2011 г., протокол № ______ .

Председатель ______________________________ ____________ __________________
(ученая степень, звание) (подпись) (инициалы, фамилия)

Эксперт

______________________ ______________ ____________ ________________
(место работы) (занимаемая должность) (подпись) (инициалы, фамилия)

Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

1. № 658 «Расчет составных конструкций», контрольные задания для самостоятельной работы студентов дневной формы обучения строительных специальностей.
2. № 498 «Кинематика», методические указания для самостоятельной работы студентов 1-го курса строительных специальностей.
3. № 245 «Кинематический анализ многозвенного механизма», методические указания и контрольные задания для студентов дневной формы обучения инженерно-строительных специальностей.

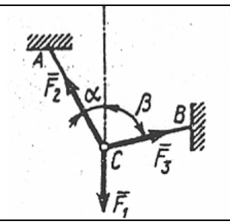
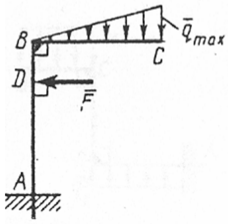
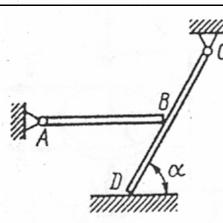
Варианты индивидуальных расчетных заданий и методические указания по их выполнению

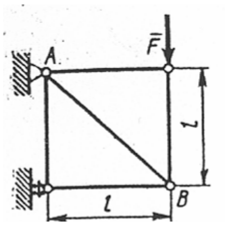
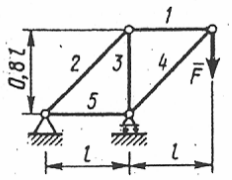
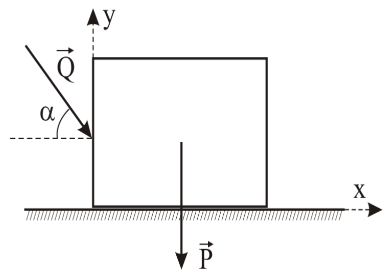
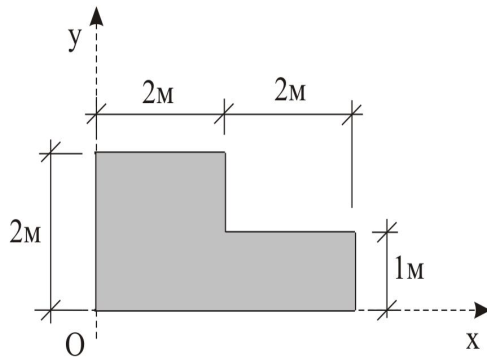
1. № 408 «Статический расчет плоских ферм», методические указания и контрольные задания для студентов дневной формы обучения инженерно-строительных специальностей.
2. № 591 «Применение теоремы об изменении кинетической энергии и общего уравнения динамики к исследованию движения механической системы с одной степенью свободы», задания и методические указания по теоретической механике для студентов второго курса строительных специальностей.

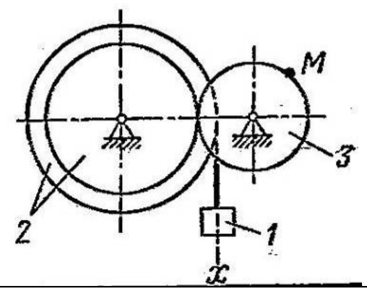
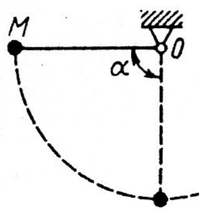
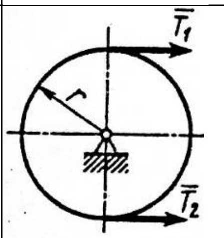
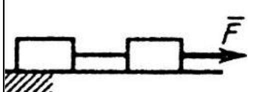
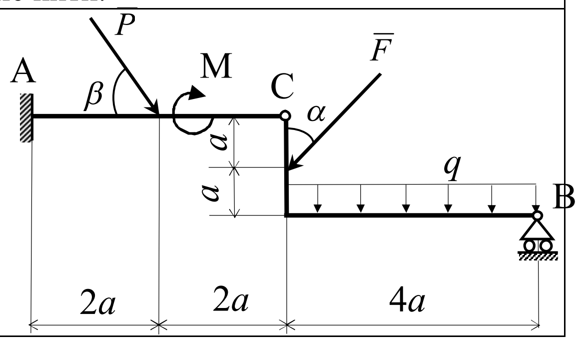
Контролирующие материалы по дисциплине

Тесты текущего и остаточного контроля знаний

(примерные варианты)

Равновесие плоской системы сходящихся сил	 Определить модуль силы $\bar F_3$ натяжения троса BC, если известно, что натяжение троса AC равно $F_2 = 15$ Н. В положении равновесия углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 75^\circ$.
Равновесие произвольной плоской системы сил	 Определить модуль силы $\bar F$, при которой момент в заделке A равен 300 Н · м, если интенсивность распределенной нагрузки $q_{\max} = 400$ Н/м, размеры $AB = 3$ м, $BD = 1$ м, $BC = 2{,}4$ м.
Равновесие сил, приложенных к составной конструкции	 Однородная горизонтальная балка AB, вес которой 3 кН, в точке B свободно опирается на балку CD. Определить в кН силу воздействия балки CD на основание в точке D, если расстояние $BD = BC$, угол $\alpha = 60^\circ$. Весом балки CD пренебречь.

Расчет плоских ферм	(метод вырезания узлов)  Определить усилие в стержне AB. Сила $F =$ $= 600$ Н. (метод сквозных сечений)  Определить усилие в стержне 3. Сила $F =$ $= 540$ Н.
Равновесие с учетом силы трения	Дано: $P = 10$ кН; $Q = 4$ кН; $\alpha = 30^o$; коэффициент трения $f = 0.2$. Будет ли тело находиться в равновесии? Сила трения равна… 
Определение координат центра тяжести плоских фигур	Координата x_c центра тяжести однородной пластины равна… 
Кинематика точки	По заданным уравнениям движения $x = 4\cos(\pi t/3) + 2$ см; $y = 4\sin(\pi t/3)$ см определить траекторию движения и найти в момент времени t=1 с скорость, ускорение и радиус кривизны траектории движения точки.

Передаточные механизмы	При заданном уравнении движения груза 1 $x = 10 + 100t^2$ см определить при t=2 с скорость и ускорение точки M. $R_2 = 60$ см, $r_2 = 45$ см, $r_3 = 36$ см. 
1-я и 2-я задачи динамики	Материальная точка массой m = 25 кг начала движение из состояния покоя по горизонтальной прямой под действием силы F = $20t$ Н, которая направлена по той же прямой. Определить путь, пройденный точкой за 4 с.
	Материальная точка движется по криволинейной траектории под действием силы, тангенциальная составляющая которой F_τ = =$0{,}2t^2$, а нормальная составляющая F_n = 8 Н. Определить массу точки, если в момент времени t = 10 с её ускорение a = 0,7 м/с^2.
Теоремы динамики точки	Материальная точка движется вертикально вверх под действием только силы тяжести. Определить, через какое время эта точка достигнет максимальной высоты, если её начальная скорость v_0 = 9,81 м/с.
	 Материальная точка M массой m подвешена на нити длиной OM= = 0,4 м, отведена на угол α = 90^0 и отпущена без начальной скорости. Определить скорость точки в нижнем положении.
Дифференциальное уравнение вращения твердого тела	 Определить угловое ускорение диска массой m = =50 кг, радиуса r = 0,3 м, если натяжение ведущей и ведомой ветвей ремня соответственно равны T_1 = $2T_2$ = 100 Н. Радиус инерции диска относительно оси вращения i_z = 0,2 м.
Принцип Даламбера	 Два одинаковых тела массой 1 кг каждый соединены между собой нитью и движутся по горизонтальной плоскости под действием силы F = 40 Н. Коэффициент трения скольжения f= =0,1. Определить натяжение нити.
Принцип возможных перемещений	**№ 1** a=5 м, α=30^0, β=45^0, F=45 кН, P=30 кН, M=35 кН·м, q=4 кН/м. ***M_A - ?*** 

Тесты итогового контроля знаний

Вариант представлен в рабочей программе.

Перечень технических средств и программного обеспечения

На электронном носителе (диске) представлены программы:

1. FERMA05, FERMA55, предназначенные для проверки результатов выполнения индивидуальных расчетно-графических заданий по расчету опорных реакций и усилий в стержнях плоских ферм.
2. PLITA, предназначенная для выполнения проверочных расчетов при выполнении самостоятельной работы по теме равновесие произвольной пространственной системы сил (определение усилий в стержнях, поддерживающих прямоугольную плиту).

На этом же диске представлены два текстовых файла с методическими указаниями по использованию указанных прикладных компьютерных программ.

Конспект лекций

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ (СТАТИКА)

Предмет механики.

Механика – это наука о механическом движении и взаимодействии материальных тел. Круг проблем, рассматриваемых в механике, очень велик и с развитием этой науки в ней появился целый ряд самостоятельных областей, связанных с изучением механики твердых тел, жидкостей и газов. К этим областям относятся теория упругости, теория пластичности, гидромеханика, аэромеханика, газовая динамика и ряд разделов так называемой прикладной механики, в частности: сопротивление материалов, статика сооружений, теория механизмов и машин, гидравлика, а также многие специальные инженерные дисциплины. Однако во всех этих областях используют многие понятия и методы, общие для всех областей механики. Рассмотрение этих общих понятий, законов и методов и составляет ***предмет теоретической механики***.

Статика, кинематика, динамика – разделы механики.

Теоретическая механика делится на три части: статику, кинематику и динамику.

Статика - это раздел теоретической механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил.

Кинематика – это раздел механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве с геометрической точки зрения, вне связи с силами, определяющими это движение.

Динамика – раздел механики, в котором изучается движение материальных тел в пространстве в зависимости от действующих на них сил.

Предмет статики

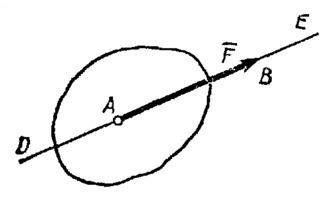
Статика - это раздел теоретической механики, в котором излагается общее учение о силах и изучаются условия равновесия материальных тел, находящихся под действием сил, т.е. это раздел теоретической механики, в котором рассматриваются задачи на равновесие систем сил. Под *равновесием* понимается состояния покоя по отношению к другим телам, например к земле.

Материальное тело, размеры которого в рассматриваемых конкретных условиях можно не учитывать, называют *материальной точкой.*

Системой материальных точек (или механической системой) называется такая совокупность материальных точек, в которой положение и движение каждой точки зависят от положения и движения других точек этой системы.

Абсолютное твердое тело называется тело, расстояния между каждыми двумя точками которого остаются неизменными.

Сила – мера механического взаимодействия тел. Сила векторная величина, характеризуется тремя элементами: числовым значением (модулем), направлением и точкой приложения. Ед. измерения – ньютон, $1H = 1\frac{кг \cdot м}{c^2}$, 1кН (килоньютон)= 10^3 Н.



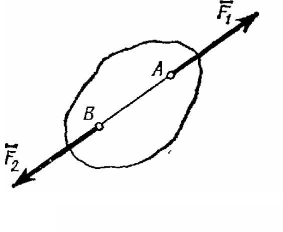
Силу, как и все другие векторные величины, будем обозначать буквой с чертой над нею (например, $\overline{F}$), а модуль силы — символом $\left|\overline{F}\right| = F$, точка А является точкой приложения силы. Прямая DE, вдоль которой направлена сила, называется линией действия силы.

Система сил называется совокупность нескольких сил, действующих на данное тело. Если одну систему сил, действующих на свободное твердое тело, можно заменить другой системой, не изменяя при этом состояния покоя или движения, в котором находится тело, то такие две системы сил называются *эквивалентными.* Сила, эквивалентная некоторой системе сил, называется *равнодействующей* данной системы сил. Сила, равная равнодействующей по модулю, прямо противоположная ей по направлению и действующая вдоль той же прямой, называется *уравновешивающей* силой.

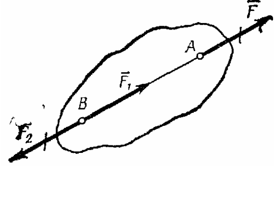
Силы, действующие на данное тело (или систему тел), можно разделить на внешние и внутренние. *Внешними* называются силы, которые действуют на это тело (или на тела системы) со стороны других тел, а *внутренними* — силы, с которыми части данного тела действуют друг на друга.

1. Аксиомы (законы) статики

1) *Аксиома инерции.* Под действием взаимно уравновешивающихся сил материальная точка (тело) находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно.

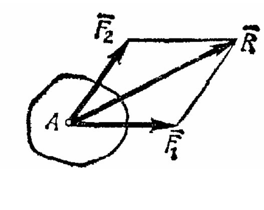


2) *Аксиома равновесия двух сил.* Две силы, приложенные к абсолютно твердому телу, будут уравновешены тогда и только тогда, когда они равны по модулю ($F_1 = F_2$), действуют по одной прямой и направлены в противоположные стороны ($\overline{F}_1 = -\overline{F}_2$).



3) *Аксиома присоединения и исключения уравновешивающихся сил.* Действие системы сил на абсолютно твердое тело не изменится, если к ней прибавить или отнять уравновешенную систему сил.

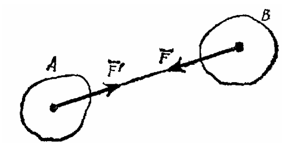
Следствие. Действие силы на абсолютно твёрдое тело не изменится, если перенести точку приложения силы вдоль ее линии действия. Т.е. сила, приложенная к абсолютно твёрдому телу – скользящий вектор.



4) *Аксиома параллелограмма сил.* Равнодействующая двух пересекающихся сил приложена в точке их пересечения и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах. $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$;

$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$, ($\alpha$ – угол между векторами сил).

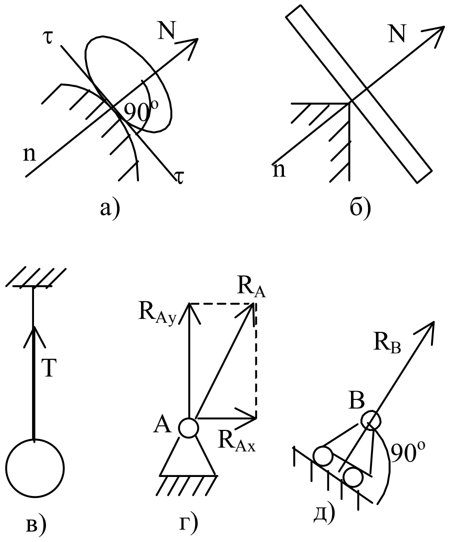
5) А*ксиома равенства действия и противодействия (3-й закон Ньютона)*. Всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие.



$F = F'$, $\overline{F} = -\overline{F'}$

6) П*ринцип отвердевания*. Равновесие сил, приложенных к деформирующемуся телу, сохраняется при его затвердевании (условия равновесия являются здесь необходимыми, но не достаточными).

2. Связи и их реакции. Принцип освобождаемости от связей



Тело называется *<u>свободным</u>,* если его перемещения ничем не ограничены. Тело, перемещение которого ограничено другими телами, называется *<u>несвободным</u>*. Тела, ограничивающие перемещения данного тела, называются *<u>связями</u>*. Силы, с которыми связи действуют на данное тело, называются *<u>реакциями связей</u>*.

<u>Принцип освобождаемости</u>: всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если действие связей заменить их реакциями, приложенными к телу.

<u>Основные типы связей</u>:

а) опора на идеально гладкую поверхность – реакция поверхности направлена по нормали к ней, т.е. перпендикулярно касательной – нормальная реакция;

б) одна из соприкасающихся поверхностей является точкой (угол), реакция направлена по нормали к другой поверхности;

в) нить – реакция направлена вдоль нити к точке подвеса;

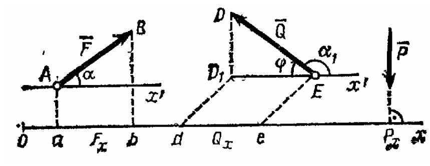
г) цилиндрический шарнир (шарнирно-неподвижная опора) – реакция может иметь любое направление в плоскости, при решении задач заменяется двумя взаимно перпендикулярными составляющими;

д) цилиндрическая шарнирно-подвижная опора (шарнир на катках) – реакция направлена перпендикулярно опорной плоскости;

е) невесомый стержень (обязательно невесомый) – реакция направлена вдоль стержня;

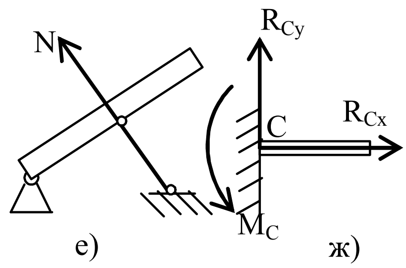
ж) жёсткая заделка (заделанная в стену балка) – возникает произвольно направленная реакция – сила и реактивный момент, также неизвестный по направлению. Реакция раскладывается на две составляющие.

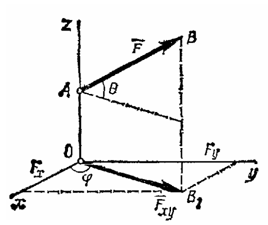
3. Проекция силы на ось и плоскость



Проекция силы на ось есть алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси. Если этот угол острый, проекция положительна, если тупой — отрицательна, а если сила перпендикулярна оси, ее проекция на ось равна нулю.

$$F_x = F\cos\alpha,\ Q_x = Q\cos\alpha_1 = -Q\cos\varphi,\ P_x = 0.$$



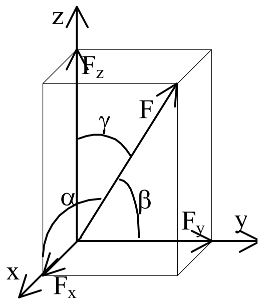


Проекцией силы $\overline{F}$ на плоскость *Oxy* называется вектор $\overline{F}_{xy}$, заключенный между проекциями начала и конца силы $\overline{F}$ на эту плоскость. $F_{xy} = F\cos\theta$.

$$F_x = F_{xy}\cos\varphi = F\cos\theta\cos\varphi,\ F_y = F_{xy}\sin\varphi = F\cos\theta\sin\varphi,$$

Силы можно задавать не только при помощи векторов, но и аналитический, с помощью проекций силы на координатные оси. Пользуемся правой системой координат, т.е. такой, в которой кратчайшее совмещение оси *Ox* с *Oy* происходит, если смотреть с положительного конца оси *Oz*, против хода часовой стрелки.

Для пространственной системы: $\vec{F} = F_x \cdot \vec{i} + F_y \cdot \vec{j} + F_z \cdot \vec{k}$,



$F_x = F\cos\alpha;\ F_y = F\cos\beta;\ F_z = F\cos\gamma;$

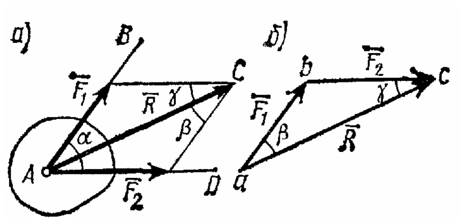
$$\boxed{F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}};$$

$$\boxed{\cos\alpha = \frac{F_x}{F}; \cos\beta = \frac{F_y}{F}; \cos\gamma = \frac{F_z}{F}}.$$

4. Сложение сил

Геометрический способ сложения сил

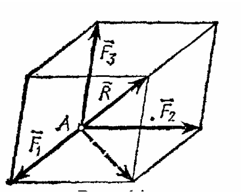
1. *Сложение двух сил.*



Геометрическая сумма $\bar{R}$ двух сил F_1 и F_2 находится по правилу параллелограмма или построением силового треугольника изображающего одну из половин этого параллелограмма.

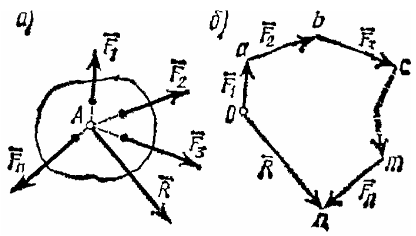
$$\bar{R} = \bar{F}_1 + \bar{F}_2,\ R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$$

2. *Сложение трех сил, не лежащих в одной плоскости.*



Геометрическая сумма $\bar{R}$ трех сил $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$, не лежащих в одной плоскости, изображается диагональю параллелепипеда, построенного на этих силах (правило параллелепипеда). В справедливости этого убеждаемся, применяя последовательно правило параллелограмма.

3. *Сложение системы сил.*



Геометрическая сумма (главный вектор) любой системы сил определяется или последовательным сложением сил системы по правилу параллелограмма, или построением силового многоугольника. Второй способ является более простым и удобным. Для нахождения этим способом суммы сил $\bar{F}_1$, $\bar{F}_2$, $\bar{F}_3$, …, $\bar{F}_n$, откладываем от произвольной точки O вектор $\overline{Oa}$, изображающий в выбранном масштабе силу F_1, от точки a — вектор $\overline{ab}$ изображающий силу $\bar{F}_2$, от точки b — вектор $\overline{bc}$, изображающий силу $\bar{F}_3$, и т. д.; от конца m предпоследнего вектора откладываем вектор $\overline{mn}$, изображающий $\bar{F}_n$. Соединяя начало первого вектора с концом последнего, получаем вектор $\overline{On} = \bar{R}$ изображающий геометрическую сумму или главный вектор слагаемых сил: $\bar{R} = \sum \bar{F}_k$.

Аналитический способ сложения сил.

Силы можно складывать и аналитически с помощью проекций этих сил на координатные оси. При этом проекция вектора суммы на какую-нибудь ось равна алгебраической сумме проекций слагаемых на ту же ось. $\vec{R}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$ -> $R_x=\sum F_{ix}$; $R_y=\sum F_{iy}$; $R_z=\sum F_{iz}$; $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2}$.

Если силы расположены в одной плоскости, то $R_x=\sum F_{ix}$; $R_y=\sum F_{iy}$; $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2}$.

5. Равновесие системы сходящихся сил

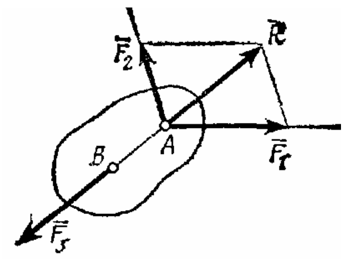
Сходящимися называются силы, линии действия которых пересекаются в одной точке. *Равнодействующая* сходящихся сил равна геометрической сумме (главному вектору) этих сил и приложена в точке их пересечения $\vec{R}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i$. Для равновесия системы сходящихся сил, приложенных к твердому телу, необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая этих сил были равны нулю

1. *Геометрическое условие равновесия*. Для равновесия системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы силовой многоугольник, построенный из этих сил, был замкнутым.

2. *Аналитические условия равновесия*. $R=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2}=0 \Leftrightarrow R_x=0$, $R_y=0$, $R_z=0$.

Следовательно, для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций этих сил на каждую из трех координатных осей были равны нулю. $\sum F_{ix}=0$; $\sum F_{iy}=0$; $\sum F_{iz}=0$. Для плоской системы только первые 2 уравнения.

3. *Теорема о трех силах*: *Если твердое тело находится в равновесии под действием трех непараллельных сил, лежащих в одной плоскости, то линии действия этих сил пересекаются в одной точке.*



Для доказательства теоремы рассмотрим сначала какие-нибудь две из действующих на тело сил, например $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$. Так как по условиям теоремы эти силы лежат в одной плоскости и не параллельны, то их линии действия пересекаются в некоторой точке А. Приложим силы $\overline{F_1}$ и $\overline{F_2}$ в этой точке и заменим их равнодействующей R. Тогда на тело будут действовать две силы: сила R и сила $\overline{F_3}$, приложенная в какой-то точке В тела. Если тело при этом находится в равновесии, то силы R и сила $\overline{F_3}$, должны быть направлены по одной прямой, т.е. вдоль АВ. Следовательно, линия действия силы $\overline{F_3}$ тоже проходит через точку А, что и требовалось доказать.

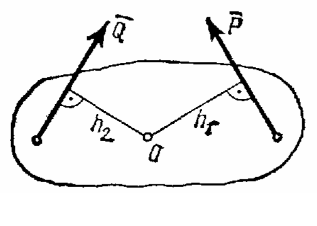
Обратное утверждение места не имеет, т. е. если линии действия трех сил пересекаются в одной точке, то тело под действием этих сил может и не находиться в равновесии; следовательно, теорема выражает только необходимое условие равновесия тела под действием трех сил.

6. Плоская система сил. Алгебраические моменты силы и пары

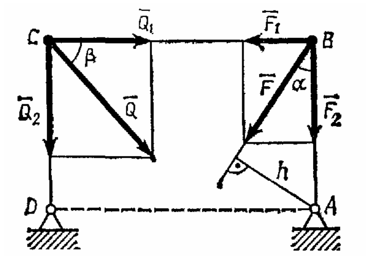
Плоская система сил – это система сила, расположенных как угодно в одной плоскости.

Определение. Алгебраический момент силы $\overline{F}$ относительно центра О равен взятому с соответствующим знаком произведению модуля силы на ее плечо, т. е.

$$m_O(\overline{F})=\pm Fh,$$



где плечо h – это длина перпендикуляра, опущенного из центра O на линию действия данной силы. При этом в правой системе координат, принятой в механике, момент считается положительным, когда сила стремится повернуть тело вокруг центра O против хода часовой стрелки, и отрицательным — когда по ходу часовой стрелки. Так, для сил, изображенных на рис.: $m_O(\overline{P}) = Ph_1$, $m_O(\overline{Q}) = -Qh_2$.



Пример. Найти моменты сил $\overline{F}$ и $\overline{Q}$ относительно точки А, если $AB=a$, $AD=b$ и углы α, β известны.

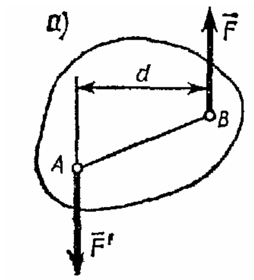
Решение. Опустив из точки А перпендикуляр на линию действия силы $\overline{F}$, найдем плечо $h = a\sin\alpha$; тогда с учетом знака $m_A(\overline{F}) = Fa\sin\alpha$.

Для силы $\overline{Q}$ проще не находить плечо, а разложить $\overline{Q}$ на составляющие $\overline{Q}_1$ и $\overline{Q}_2$ для которых плечи будут соответственно равны $AB=a$ и $AD=b$. Тогда с учетом знаков: $m_A(\overline{Q}) = m_A(\overline{Q}_1) + m_A(\overline{Q}_2) = -Q_1a + Q_2b$. Но $Q_1 = Q\cos\beta$, $Q_2 = Q\sin\beta$ окончательно

$$m_A(\overline{Q}) = Q(b\sin\beta - a\cos\beta)$$

Выражение в скобках и является плечом силы $\overline{Q}$, что не сразу видно.

Заметим, что $m_A(\overline{F})$ можно тоже найти, разложив силу $\overline{F}$ на составляющие $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_2$. Тогда $m_A(\overline{F}) = m_A(\overline{F_1}) = (F\sin\alpha)a$, так как $m_A(\overline{F_2}) = 0$.

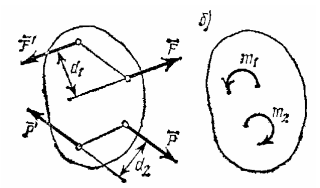


<u>*Парой сил*</u> называется система двух равных по модулю, параллельных и направленных в противоположные стороны сил, действующих на абсолютно твердое тело. Пара сил не имеет равнодействующей, однако силы пары не уравновешиваются, т.к. они не направлены по одной прямой. Пара сил стремится произвести вращение твердого тела, к которому применена.

Плоскость, проходящая через линии действия пары сил, называется плоскостью действия пары. Расстояние d между линиями действия сил пары называется плечом пары.

<u>*Алгебраический момент пары*</u> равен взятому с соответствующим знаком произведению модуля одной из сил пары на её плечо:

$$m = \pm Fd$$



Правило знаков здесь такое же, как для момента силы. Так, для изображенной на рис. пары $\overline{F}$, $\overline{F'}$ момент $m_1 = Fd_1$, а для пары $\overline{P}$, $\overline{P'}$ момент $m_2 = -Pd_2$ Поскольку пара сил характеризуется только ее моментом, то на рисунках пару изображают часто просто дуговой стрелкой, показывающей направление поворота пары (как на рис. б)

7. Уравнения равновесия плоской системы сил

Для плоской системы сил три формы аналитических условий равновесия:

1. **Основная форма условий равновесия**.

$\overline{R} = 0$ => $R_x = 0$, $R_y = 0$; $\overline{M_O} = 0$

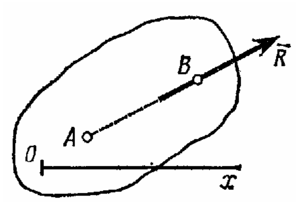
Но $R_x = \sum F_{kx} = 0$, $R_y = \sum F_{ky} = 0$, $\overline{M_O} = \sum m_O(\overline{F_k}) = 0$.

Следовательно, для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух координатных осей и *сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, были равны нулю.*

2. Вторая форма условий равновесия: *для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно каких-нибудь двух центров А и В и сумма их проекций на ось Ox, не перпендикулярную прямой АВ, были равны нулю*:

$$\sum m_A(\overline{F}_k)=0,\ \sum m_B(\overline{F}_k)=0,\ \sum F_{kx}=0.$$

Необходимость этих условий очевидна, так как если любое из них не выполняется, то или $\overline{R}\neq 0$, или $M_A\neq 0$ ($M_B\neq 0$) и равновесия не будет. Докажем их достаточность. Если для данной системы сил выполняются только первые два из условий то для нее $M_A=0$ и $M_B=0$. Такая система сил иметь равнодействующую $\overline{R}$, одновременно проходящую через точки А и В (рис.). Но по третьему условию должно быть $R_x=\sum F_{kx}=0$. Так как ось Ox проведена не перпендикулярно к АВ, то последнее условие может быть выполнено, только когда R=0, т. е. когда имеет место равновесие.



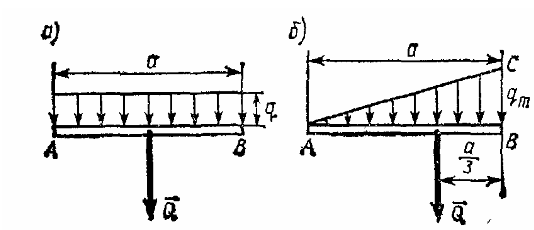
3. **Третья форма условий равновесия (уравнения трех моментов):** *для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно любых трех центров А, В и С, не лежащих на одной прямой, были равны нулю:*

$$\sum m_A(\overline{F}_k)=0,\ \sum m_B(\overline{F}_k)=0,\ \sum m_C(\overline{F}_k)=0.$$

Необходимость этих условий, как и в предыдущем случае, очевидна. Достаточность условий следует из того, что если при одновременном выполнении этих условий данная система сил не находилась бы в равновесии, то она должна была бы приводиться к равнодействующей, одновременно проходящей через точки А, В и С, что невозможно, так как эти точки не лежат на одной прямой. Следовательно, при выполнении этих условий имеет место равновесие.

8. Распределенная нагрузка

В инженерных расчетах часто приходится встречаться с нагрузками, распределенными вдоль данной поверхности по тому или иному закону. Рассмотрим некоторые простейшие примеры распределенных сил, лежащих в одной плоскости.



Плоская система распределенных сил характеризуется ее интенсивностью *q*, т. е. значением силы, приходящейся на единицу длины нагруженного отрезка. Измеряется интенсивность в ньютонах, деленных на метры (Н/м).

1) *Силы, равномерно распределенные вдоль отрезка прямой* (рис а). Для такой системы сил интенсивность *q* имеет постоянное значение. При статических расчетах эту систему сил можно заменить равнодействующей $\overline{Q}$. По модулю $Q=aq$. Приложена сила *Q* в середине отрезка *АВ*.

2) *Силы, распределенные вдоль отрезка прямой по линейному закону (рис. б).*

Примером такой нагрузки могут служить силы давления воды на плотину, имеющие наибольшее значение у дна и падающие до нуля у поверхности воды. Для этих сил интенсивность q является величиной переменной, растущей от нуля до максимального значения q_m. Равнодействующая $\overline{Q}$ таких сил определяется аналогично равнодействующей сил тяжести, действующих на однородную треугольную пластину *ABC*. Так как вес однородной пластины пропорционален ее площади, то, по модулю,

$$Q = 0{,}5aq_m$$

Приложена сила Q на расстоянии *a/3* от стороны *BC* треугольника *ABC*.

9. Трение скольжения

При стремлении сдвинуть одно тело по поверхности другого в плоскости соприкосновения тел возникает *сила трения* $F_{тр}$ (или сила сцепления), которая может принимать любые значения от нуля до значения $F_{пр}$, называемого *предельной силой трения*.

Приложенная к телу сила трения направлена в сторону, противоположную той, куда действующие на тело силы стремятся его сдвинуть.

Предельная сила трения численно равна произведению статического коэффициента трения на нормальную реакцию:

$$F_{пр} = f_0 N$$

Статический коэффициент трения f_0— величина безразмерная; он определяется опытным путем. Значение предельной силы трения не зависит от размеров соприкасающихся при трении поверхностей.

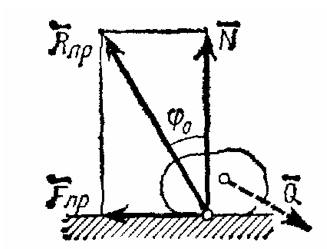
При равновесии $F_{тр} \le F_{пр}$ или $F_{тр} \le f_0 N$

Равновесие, имеющее место, когда $F_{тр} = F_{пр}$, будем называть *предельным равновесием.*

При движении сила трения направлена в сторону, противоположную движению, и равна произведению динамического коэффициента трения на нормальное давление:

$$F_{тр} = f\,N$$

Динамический коэффициент трения скольжения f также является величиной безразмерной и определяется опытным путем.



Реакция реальной (шероховатой) связи слагается из двух составляющих: из нормальной реакции $\overline{N}$ и перпендикулярной ей силы трения $\overline{F_{тр}}$. Следовательно, полная реакция $\overline{R}$ будет отклонена от нормали к поверхности на некоторый угол. При изменении силы трения от нуля до $\overline{F_{пр}}$ сила $\overline{R}$ изменяется от $\overline{N}$ до $\overline{R_{пр}}$, а ее угол с нормалью растет от нуля до некоторого предельного значения φ_0.(рис.). Наибольший угол φ_0 называется *углом трения*. Из чертежа видно, что

$$tg\varphi_0 = F_{пр} / N$$

Так как $F_{пр} = f_0 N$, то отсюда находим следующую связь между углом трения и коэффициентом трения: $tg\varphi_0 = f_0$.

При аналитическом решении задач с учетом силы трения реакцию шероховатой связи изображают двумя ее составляющими $\overline{N}$ и $\overline{F_{пр}}$. Затем составляют обычные уравнения равновесия и присоединяют к ним равенство $F_{пр} = f_0 N$ (при движении тела $F_{тр} = f\,N$) из этой системы и определяют искомые величины.

10. Трение нити о цилиндрическую поверхность

Рассмотрим нить, переброшенную через цилиндрическую поверхность и касающуюся этой поверхности по дуге *AB*, которой соответствует угол *α*. Если к одному концу нити приложена сила $\overline{P}$, то уравновешивающая её сила $\overline{Q}$, приложенная к другому концу нити определяется формулой Эйлера

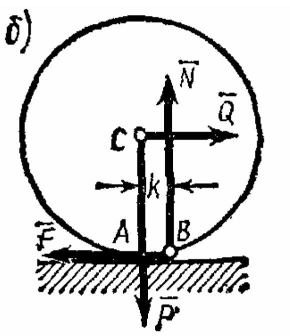
$$Q = Pe^{-f_0 \alpha},$$

где f_0 - коэффициент трения нити о цилиндрическую поверхность. При отсутствии трения $f_0 = 0$ и $Q = P$.

Из формулы видно, что увеличивая угол α, т.е. навивая нить, можно значительно уменьшить силу $\overline{Q}$, необходимую для уравновешивания силы $\overline{P}$. Эта же формула определяет отношение натяжений P ведущей и Q ведомой частей ремня, равномерно вращающего шкив, если проскальзывание ремня по шкиву отсутствует.

11. Трения качения

<u>Трением качения</u> называется сопротивление, возникающее при качении одного тела по поверхности другого.



Фактически вследствие деформаций тел касание их происходит вдоль некоторой площадки AB (рис. б). При действии силы $\overline{Q}$ интенсивность давления у края A убывает, а у края B возрастает. В результате реакция $\overline{N}$ оказывается смещенной в сторону действия силы $\overline{Q}$. С увеличением $\overline{Q}$ это смещение растет до некоторой предельной величины k. Таким образом в предельном положении на каток будут действовать пара $\overline{Q_{пр}}$, $\overline{F}$ с моментом $Q_{пр}R$ и уравновешивающая ее пара $\overline{N}$, $\overline{P}$ с моментом Nk. Из равенства моментов находим

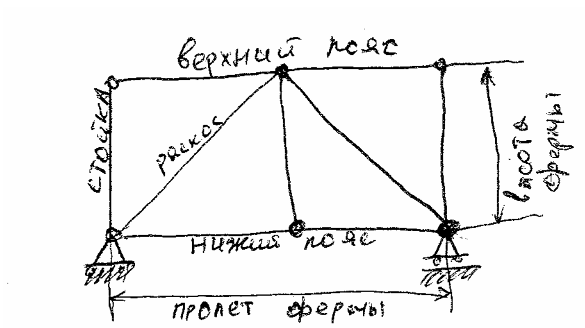
$$Q_{пр} = (k/R)N.$$

Величина k называется коэффициентом трения качения. Измеряют величину k обычно в сантиметрах. Отношение k/R для большинства материалов значительно меньше статического коэффициента трения f_0. Этим объясняется то, что в технике, когда это возможно, стремятся заменить скольжение качением (колеса, катки, шариковые подшипники и т. п.).

12. Плоские фермы. Леммы о нулевых стержнях

<u>Фермой</u> называется жесткая конструкция из прямолинейных стержней, соединенных на концах шарнирами. Если все стержни фермы лежат в одной плоскости, ферму называют *плоской*. Места соединения стержней фермы называют ***узлами.***

Стержни плоской фермы, расположенные по верхнему контуру, образуют *верхний пояс*, а расположенные по нижнему контуру – *нижний пояс фермы*. Вертикальные стержни называют



стойками, а наклонные – *раскосами*. Все внешние нагрузки к ферме прикладываются только в узлах. При расчете фермы трением в узлах и весом стержней (по сравнению с внешними нагрузками) пренебрегают или распределяют веса стержней по узлам. Тогда на каждый из стержней фермы будут действовать две силы, приложенные к его концам, которые при равновесии могут быть направлены только вдоль стержня. Следовательно, можно считать, что стержни фермы работают только на растяжение или на сжатие.

В жестких плоских фермах число стержней k и число узлов n связаны соотношением

$$k = 2n - 3$$

При меньшем числе стержней ферма не будет жесткой, а при большем числе она будет статически неопределимой.

Леммы о нулевых стержнях

Усилия в отдельных стержнях загруженной фермы могут оказаться равными нулю. Такие стержни принято называть *нулевыми*.

Лемма 1. Если в ненагруженном узле плоской фермы сходятся два стержня, то усилия в этих стержнях равны нулю.

Лемма 2. Если в ненагруженном узле плоской фермы сходятся три стержня, из которых два расположены на одной прямой, то усилия в третьем стержне равно нулю. Усилия в первых двух стержнях равны между собой.

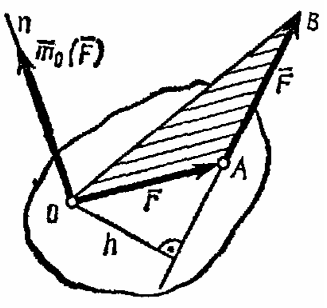
Лемма 3. Если в узле плоской фермы сходятся два стержня и к узлу приложена внешняя сила, линия действия которой совпадает с осью одного из стержней, то усилия в этом стержне равно по модулю приложенной силе, а усилия в другом стержне равно нулю.

13. Расчет плоских ферм.

Расчет фермы сводится к определению опорных реакций и усилий в ее стержнях. Причем опорные реакции можно найти обычными методами статики, рассматривая ферму как твердое тело. Усилия в стержнях определяются с помощью метода вырезания узлов или метода Риттера (сечений).

1. Метод вырезания узлов**.** При этом методе мысленно вырезают узлы фермы и прикладывают к ним соответствующие внешние силы и реакции стержней и составляют уравнения равновесия сходящихся сил, приложенных к каждому узлу ($\sum F_{kx} = 0$, $\sum F_{ky} = 0$). Условно предполагают, что все стержни растянуты, т.е реакция стержней направлены от узлов. Если в результате вычислений получат ответ со знаком минус, то это значит, что соответствующий стержень сжат. Последовательность рассмотрения узлов определяется обычно условием, что число неизвестных сил, приложенных к узлу, не должно превышать числа уравнений равновесия, т.е. двух. Если вычисления правильные, то многоугольники сил, приложенных к узлам, должны быть замкнутыми.
2. Метод Риттера (сечений). Этим методом удобно пользоваться для определения усилий в отдельных стержнях фермы, в частности для проверочных расчетов. Идея метода состоит в том, что ферму разделяют на две части сечением, проходящим через три стержня, в которых (или в одном из которых) требуется определить усилия, и рассматривают равновесие одной из этих частей. Действие отброшенной части заменяют соответствующими силами, направляя их вдоль разрезанных стержней от узлов. Затем составляют уравнения моментов сил, действующих на рассматриваемую часть фермы, относительно точки пересечения двух рассеченных стержней, усилия в которых на данном этапе не определяются. Это точка пересечения называется точкой Риттера. Если точка Риттера находится в бесконечности, т.е. стержни параллельны, то составляют уравнение проекций сил, приложенных к рассматриваемой части фермы, на ось перпендикулярную этим параллельным стержням.

14. Момент силы относительно центра (как вектор)



Рассмотрим силу $\overline{F}$, приложенную к телу в точке *A*. Из некоторого центра *O* опустим перпендикуляр на линию действия силы $\overline{F}$, длину h этого перпендикуляра называют плечом силы $\overline{F}$ относительно центра *O;* $\overline{r}$ это радиус–вектор точки *A*, проведенный из точки *O*.

Определение. Моментом силы $\overline{F}$ относительно центра О называется приложенный в центре О вектор $\overline{m}_0(\overline{F})$, модуль которого равен произведению модуля F силы на ее плечо h и который направлен перпендикулярно плоскости, проходящей через центр О и силу, в ту сторону, откуда сила видна стремящейся повернуть тело вокруг центра О против хода часовой стрелки.

Момент силы характеризует вращательный эффект силы. Согласно этому определению $\left|\overline{m}_0(\overline{F})\right| = Fh = 2S_{OAB}$, т.к. $S_{OAB} = AB\dfrac{h}{2} = \dfrac{Fh}{2}$. Измеряется момент силы в ньютон·метрах (Н·м).

Найдем формулу, выражающую вектор $\overline{m}_0(\overline{F})$. Для этого рассмотрим векторное произведение $\overline{OA}\times\overline{F}$ векторов $\overline{OA}$ и $\overline{F}$.

$$\left|\overline{OA}\times\overline{F}\right| = 2S_{OAB} = \left|\overline{m}_0(\overline{F})\right|.$$

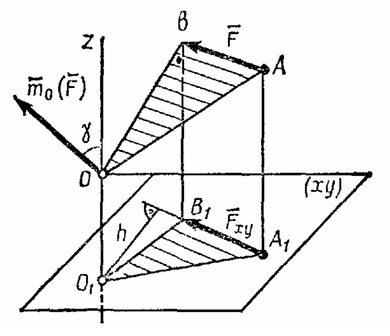
Направлен вектор $\overline{OA}\times\overline{F}$ перпендикулярно плоскости OAB в ту сторону, откуда кратчайшее совмещение $\overline{OA}$ с $\overline{F}$ (если их отложить от одной точки) видно происходящим против хода часовой стрелки, т. е. так же, как вектор $\overline{m}_0(\overline{F})$. Следовательно, векторы $\overline{OA}\times\overline{F}$ и $\overline{m}_0(\overline{F})$ совпадают и по модулю, и по направлению, и, как легко видеть, по размерности, т. е. выражают одну и ту же величину. Отсюда

$$\overline{m}_0(\overline{F}) = \overline{OA}\times\overline{F} \text{ или } \overline{m}_0(\overline{F}) = \overline{r}\times\overline{F}.$$

Таким образом, момент силы $\overline{F}$ относительно центра О равен векторному произведению радиуса-вектора $\overline{r} = \overline{OA}$, проведенного из центра О в точку А, где приложена сила, на саму силу.

Свойства момента силы: 1) момент силы относительно центра не изменяется при переносе точки приложения силы вдоль ее линии действия; 2) момент силы относительно центра О равен нулю или когда сила равна нулю, или когда линия действия силы проходит через центр О (плечо равно нулю).

15. Момент силы относительно оси



Проекция вектора $\overline{m}_O(\overline{F})$, т. е. момента силы $\overline{F}$ относительно центра О, на какую-нибудь ось z, проходящую через этот центр, называется моментом силы $\overline{F}$ относительно оси z, т. е.

$$m_z(\overline{F}) = \left|\overline{m}_O(\overline{F})\right|\cos\gamma$$

где $m_z(\overline{F})$ — момент силы $\overline{F}$ относительно оси *z*; γ — угол между вектором $\overline{m}_O(\overline{F})$ и осью *z*. Из определения следует, что $m_z(\overline{F})$ является величиной алгебраической.

Проведем через произвольную точку O_1 оси *z* (рис.) плоскость *xy*, перпендикулярную этой оси, и спроектируем ΔOAB на эту плоскость. Так как вектор $\overline{m}_O(\overline{F})$ перпендикулярен плоскости *OAB,* а ось *z* перпендикулярна плоскости $O_1A_1B_1$ то угол γ, как угол между нормалями к названным плоскостям, является углом между этими плоскостями. Т.е. $S_{O_1A_1B_1} = S_{OAB}\cos\gamma$ и

$$2S_{O_1A_1B_1} = 2S_{OAB}\cos\gamma = \left|\overline{m}_O(\overline{F})\right|\cos\gamma = m_z(\overline{F})$$

С другой стороны, $2S_{O_1A_1B_1} = F_{xy}h = \left|m_{O_1}(\overline{F_{xy}})\right|$ следовательно

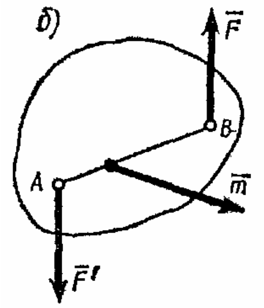
$$m_z(\overline{F}) = \pm F_{xy}h$$

Таким образом, *момент силы* $\overline{F}$ *относительно оси z равен алгебраическому моменту проекции этой силы на плоскость, перпендикулярную оси z, взятому относительно точки* O_1 *пересечения оси с этой плоскостью.*

Момент силы относительно оси будет иметь знак плюс, когда с положительного конца оси поворот, который стремится совершить сила $\overline{F_{xy}}$, виден происходящим против хода часовой стрелки, и знак минус — когда по ходу часовой стрелки.

Момент силы относительно оси равен нулю, если сила и ось лежат в одной плоскости (либо сила параллельна оси, либо линия действия силы пересекает ось).

16. Момент пары. Теорема о сложении пар



Определение. *Моментом пары сил называется вектор* $\overline{m}$*, модуль которого равен произведению модуля одной из сил пары на ее плечо и который направлен перпендикулярно плоскости действия пары в ту сторону, откуда пара видна стремящейся повернуть тело против хода часовой стрелки.* $m = Fd$.

Отсюда, следует, что момент пары равен моменту одной из ее сил относительно точки приложения другой силы:

$$\overline{m} = \overline{AB} \times \overline{F} = \overline{m}_A(\overline{F}) \text{ или } \overline{m} = \overline{m}_B(\overline{F'})$$

Теорема о сложении пар. *Система пар, действующих на абсолютно твердое тело, эквивалентна одной паре с моментом, равным геометрической сумме моментов слагаемых пар.*

Доказательство теоремы очевидно, так как по определению момент пары сил – это вектор, а векторы можно складывать:

$$\overline{M} = \overline{m_1} + \overline{m_2} + \ldots + \overline{m_n} = \sum \overline{m_k}.$$

Из полученного результата легко найти условие равновесия системы пар, действующих на твердое тело: при равновесии должно быть $\overline{M} = 0$ или $\sum \overline{m_k} = 0$.

17. Теорема об эквивалентности пар, вытекающие свойства пары

Теорема. *Две пары сил, имеющие одинаковые моменты, эквивалентны друг другу.*

Из теоремы следует свойства пары сил:

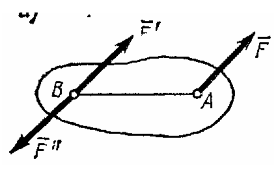
1) *пару, не изменяя оказываемого ею на твердое тело действия, можно переносить куда угодно в плоскости действия пары,* поворачивать ее плечо на любой угол;

2) *у данной пары, не изменяя оказываемого ею на твердое тело действия, можно произвольно менять модули сил или длину плеча, сохраняя неизменным ее момент.*

3) *пару, не изменяя оказываемого ею на твердое тело действия, можно перенести из данной плоскости в любую другую плоскость, параллельную данной.*

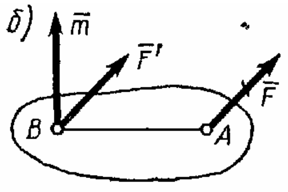
Таким образом, вектор момента пары сил является свободным вектором.

18. Теорема Пуансо о параллельном переносе силы.



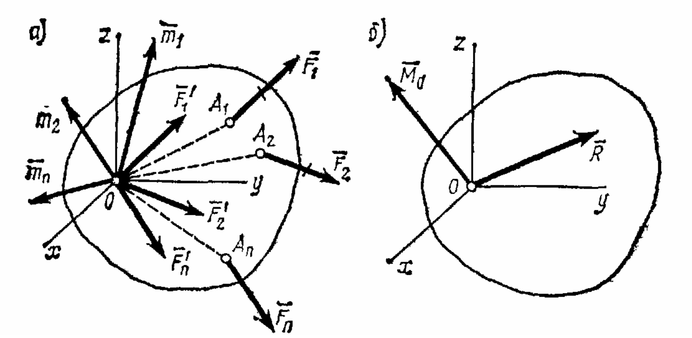
Теорема. *Силу, приложенную к абсолютно твердому телу, можно, не изменяя оказываемого ею действия, переносить из данной точки в любую другую точку тела, прибавляя при этом пару с моментом, равным моменту переносимой силы относительно точки куда сила переносится.*

Доказательство:



Пусть на твердое тело действует сила $\overline{F}$, приложенная в точке *A*. Действие этой силы не изменяется, если в любой точке *B* тела приложить две уравновешенные силы $\overline{F'}$ **и** $\overline{F''}$, такие, что $\overline{F'}=\overline{F}$, $\overline{F''}=-\overline{F}$. Полученная система трех сил и представляет собой силу $\overline{F'}$, равную $\overline{F}$, но приложенную в точке В, и пару $\overline{F}$, $\overline{F''}$ с моментом $\overline{m}=\overline{m}_B(\overline{F})$.

19. Теорема о приведении системы сил к данному центру



Теорема. Любая система сил, действующих на абсолютно твердое тело, при приведении к произвольно выбранному центру O заменяется одной силой $\overline{R}$, равной главному вектору системы сил и приложенной в центре приведения O, и одной парой с моментом $\overline{M}_0$, равным главному моменту системы сил относительно центра O.(рис.б)

Доказательство: Пусть на твердое тело действует произвольная система сил $\overline{F_1}$, $\overline{F_2}$, … $\overline{F_n}$ (рис. а). Выберем какую-нибудь точку *O* за центр приведения и, пользуясь теоремой Пуансо, перенесем все силы в центр *O*, присоединяя при этом соответствующие пары. Тогда на тело будет действовать система сил

$$\overline{F_1'}=\overline{F_1},\ \overline{F_2'}=\overline{F_2},\ \dots\ \overline{F_n'}=\overline{F_n}, \tag{1}$$

приложенных в центре О, и система пар, моменты которых равны:

$$\overline{m_1}=\overline{m}_o(\overline{F_1}),\ \overline{m_2}=\overline{m}_o(\overline{F_2}),\ \dots,\ \overline{m_n}=\overline{m}_o(\overline{F_n}). \tag{2}$$

Сходящиеся силы, приложенные в точке *O,* заменяются одной силой $\overline{R}$, приложенной в точке *O*. При этом $\overline{R}=\sum\overline{F'}_k$ или, согласно равенствам (1), $\overline{R}=\sum\overline{F}_k$.

Чтобы сложить все полученные пары, надо сложить векторы моментов этих пар. В результате система пар заменится одной парой, момент которой $\overline{M_O}=\sum\overline{m}_k$ или, согласно равенствам (2), $\overline{M_O}=\sum\overline{m}_O(\overline{F_k})$.

Величина $\overline{R}$, равная геометрической сумме всех сил, называется *главным вектором системы сил*; величина $\overline{M}_0$, равная геометрической сумме моментов всех сил относительно центра О, называется *главным моментом системы сил* относительно этого центра. Теорема доказана.

Заметим, что сила $\overline{R}$ не является здесь равнодействующей данной системы сил, так как заменяет систему сил не одна, а вместе с парой.

Следствие. Две системы сил, имеющие одинаковые главные векторы и главные моменты относительно одного и того же центра, эквивалентны (условия эквивалентности систем сил).

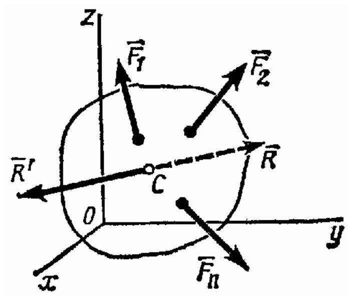
Отметим еще, что значение $\overline{R}$ от выбора центра *O*, очевидно, не зависит. Значение же $\overline{M}_0$ при изменении положения центра *O* может в общем случае изменяться вследствие изменения значений моментов отдельных сил.

20. Условия равновесия системы сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей относительно центра и оси

Условия равновесия: для равновесия любой системы сил необходимо и достаточно, чтобы главный вектор этой системы сил и ее главный момент относительно любого центра были равны нулю, т. е. чтобы выполнялись условия $\overline{R}=0$, $\overline{M}_0=0$.

Эти условия являются необходимыми, так как если какое-нибудь из них не выполняется, то система действующих на тело сил приводится или к равнодействующей (когда $\overline{R}\neq 0$), или к паре сил (когда $\overline{M}_0\neq 0$) и, следовательно, не является уравновешенной. Одновременно эти же условия являются и достаточными, потому что при $\overline{R}=0$ система сил может приводиться только к паре с моментом $\overline{M}_0$, а так как $\overline{M}_0=0$, то имеет место равновесие.

Теорема Вариньона о моменте равнодействующей: если данная система сил имеет равнодействующую, то момент равнодействующей относительно любого центра O (оси z) равен сумме моментов сил системы относительно того же центра (оси z).



Пусть система сил $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, … $\overline{F}_n$ приводится к равнодействующей $\overline{R}$, линия действия которой проходит через некоторую точку С. Приложим в этой точке силу $\overline{R}'=-\overline{R}$. Тогда система сил $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, … $\overline{F}_n$, $\overline{R}'$ будет находиться в равновесии и для нее должно выполняться условие $\overline{M}_0=0$, т. е. для данных сил (включая силу $\overline{R}'$) должно быть $\sum \overline{m}_O(\overline{F}_k)+\overline{m}_O(\overline{R}')=0$. Но так как $\overline{R}'=-\overline{R}$ и обе силы направлены вдоль одной и той же прямой, то $\overline{m}_O(\overline{R}')=-\overline{m}_O(\overline{R})$. Подставляя это значение $\overline{m}_O(\overline{R}')$ в предыдущее равенство, найдем из него, что

$$\overline{m}_O(\overline{R})=\sum \overline{m}_O(\overline{F}_k).$$

Проецируя полученное равенство на ось z, проходящую через центр *O*, получим

$$m_z(\overline{F})=\sum m_z(\overline{F}_k)$$

Тем самым теорема доказана. Ею часто бывает удобно пользоваться при вычислении моментов сил.

21. Вычисление главного вектора и главного момента пространственной системы сил

По теореме о приведении системы сил получили $\overline{R}=\sum \overline{F}_k$, $\overline{M}_O=\sum \overline{m}_O(\overline{F}_k)$. По теореме Вариньона проекция $\overline{M}_O$ на координатную ось *Ox* $M_x=\sum m_x(\overline{F}_k)$. Аналогично находятся M_y и M_Z. Окончательно для определения проекций главного вектора $\overline{R}$ и главного момента $\overline{M}_O$ получим формулы:

$$R_x=\sum F_{kx},\ R_y=\sum F_{ky},\ R_z=\sum F_{kz};$$

$$M_x=\sum m_x(\overline{F}_k),\ M_y=\sum m_y(\overline{F}_k),\ M_z=\sum m_z(\overline{F}_k).$$

При этом

$$\left|\overline{R}\right|=\sqrt{R_x^2+R_y^2+R_z^2},\ \left|\overline{M}_0\right|=\sqrt{M_x^2+M_y^2+M_z^2}$$

$$\cos(\overline{R},\bar{i})={R_x}/{R} \qquad \cos(\overline{M}_O,\bar{i})={M_x}/{M_O}$$

$$\cos(\overline{R},\overline{j}) = R_y / R \qquad \cos(\overline{M_O},\overline{j}) = M_y / M_O$$

$$\cos(\overline{R},\overline{k}) = R_z / R \qquad \cos(\overline{M_O},\overline{k}) = M_z / M_O$$

Здесь $\overline{i},\overline{j},\overline{k}$ - единичные векторы (орты), направленные вдоль координатных осей *Ox*, *Oy* и *Oz* соответственно.

22. Уравнения равновесия пространственной системы сил. Случай параллельных сил

Необходимыми и достаточными условиями равновесия любой системы сил являются равенства

$$\overline{R} = 0,\ \overline{M_O} = 0$$

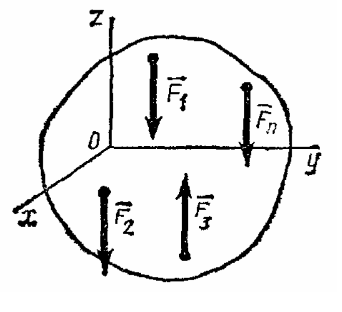
$$\left|\overline{R}\right| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2} = 0 \Leftrightarrow R_x = 0,\ R_y = 0,\ R_z = 0.$$

$$\left|\overline{M_O}\right| = \sqrt{M_x^2 + M_y^2 + M_z^2} = 0 \Leftrightarrow M_x = 0,\ M_y = 0,\ M_z = 0.$$

Таким образом, для *равновесия произвольной пространственной системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трех координатных осей и суммы их моментов относительно этих осей были равны нулю, т.е.*

1) $\sum F_{kx} = 0$, 2) $\sum F_{ky} = 0$, 3) $\sum F_{kz} = 0$;

4) $\sum m_x(\overline{F_k}) = 0$, 5) $\sum m_y(\overline{F_k}) = 0$, 6) $\sum m_z(\overline{F_k}) = 0$.



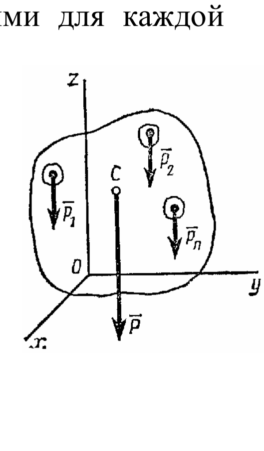
Случай параллельных сил. В случае, когда все действующие на тело силы параллельны друг другу, можно выбрать координатные оси так, что ось *z* будет параллельна силам (рис.). В этом случае $\sum F_{ky} \equiv 0$, $\sum F_{kx} \equiv 0$, $\sum m_z(\overline{F_k}) \equiv 0$.

Поэтому, *для равновесия пространственной системы параллельных сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций всех сил на ось, параллельную силам, и суммы их моментов относительно двух других координатных осей были равны нулю.*

$$\sum F_{kz} = 0,\ \sum m_x(\overline{F_k}) = 0,\ \sum m_y(\overline{F_k}) = 0.$$

23. Центр тяжести твердого тела. Координаты центра тяжести для объёмных тел

На каждую частицу тела, находящегося вблизи земной поверхности, действует направленная вертикально вниз сила, которую называют силой тяжести. Для тел, размеры которых очень малы по сравнению с земным радиусом, силы тяжести, действующие на частицы тела, можно считать параллельными друг другу и сохраняющими для каждой частицы постоянное значение при любых поворотах тела.



Равнодействующую сил тяжести $\overline{p}_1$, $\overline{p}_2$, …, $\overline{p}_n$, действующих на частицы данного тела, обозначим $\overline{P}$ (рис.). Модуль этой силы называется весом тела и определяется равенством

$$P = \sum p_k\ .$$

Центром тяжести твердого тела называется неизменно связанная с этим телом точка, через которую проходит линия действия равнодействующей сил тяжести, действующих на частицы данного тела, при любом положении тела в пространстве.

Координаты центра тяжести определяются формулами:

$$x_C = \frac{1}{P}\sum p_k x_k \text{ , } y_C = \frac{1}{P}\sum p_k y_k \text{ , } z_C = \frac{1}{P}\sum p_k z_k \text{ ,}$$

где x_k , y_k , z_k — координаты точек приложения сил тяжести $\overline{p_k}$, действующих на частицы тела.

Отметим в заключение, что согласно определению центр тяжести — это точка геометрическая, она может лежать и вне пределов данного тела (например, для кольца).

Центр тяжести объема. Для однородного тела вес p_k любой его части пропорционален объему v_k этой части: $p_k = \gamma v_k$, а весь P всего тела пропорционален объему V этого тела, т. е. $P = \gamma V$, где γ — вес единицы объема.

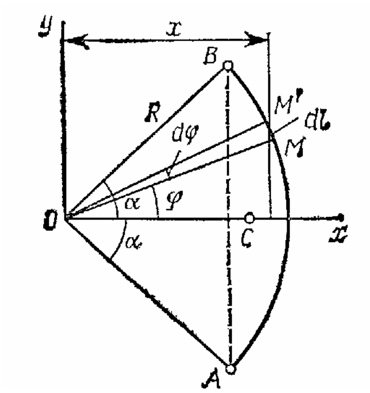
Подставив эти значения P и p_k в формулы для координат цента тяжести, получим

$$x_C = \frac{1}{V}\sum v_k x_k \text{ , } y_C = \frac{1}{V}\sum v_k y_k \text{ , } z_C = \frac{1}{V}\sum v_k z_k \qquad (1)$$

Как видно, положение центра тяжести однородного тела зависит только от его геометрической формы, а от величины γ не зависит. По этой причине точку С, координаты которой определяются формулами (3), называют *центром тяжести объема* V .

24. Координаты центра тяжести линии. Центр тяжести дуги окружности

Формулы для координат *центра тяжести линии* имеют вид:



$$x_C = \frac{1}{L}\sum l_k x_k \text{ , } y_C = \frac{1}{L}\sum l_k x_k \text{ , } z_C = \frac{1}{L}\sum l_k z_k \text{ ,}$$

где L - длина всей линии; l_k - длины ее частей.

Центр тяжести дуги окружности. Рассмотрим дугу AB радиуса R с центральным углом $AOB = 2\alpha$. В силу симметрии центр тяжести этой дуги лежит на оси *Ox*. Найдем координату x_C. Для этого выделим на дуге АВ элемент ММ' длиной $dl = Rd\varphi$, положение которого определяется углом φ. Координата x элемента ММ' будет $x = R\cos\varphi$. Подставляя эти значения x и $d\varphi$ в первую из формул:

$$x_C = \frac{1}{L}\int_A^B x dl = \frac{R^2}{L}\int_{-\alpha}^{\alpha}\cos\varphi d\varphi = 2\frac{R^2}{L}\sin\alpha \text{ ,}$$

где L — длина дуги *AB*, равная $R2\alpha$. Отсюда окончательно находим, что центр тяжести дуги окружности лежит на ее оси симметрии на расстоянии от центра О, равном

$$x_C = (R\sin\alpha)/\alpha \text{ ,}$$

где угол α измеряется в радианах.

25. Координаты центра тяжести плоской фигуры. Центр тяжести треугольника, сектора круга

Путем аналогичных рассуждений легко найти, что если тело представляет собой однородную плоскую и тонкую пластину, то для нее

$$x_C = \frac{1}{S}\sum s_k x_k \text{ , } y_C = \frac{1}{S}\sum s_k y_k \text{ ,} \qquad (2)$$

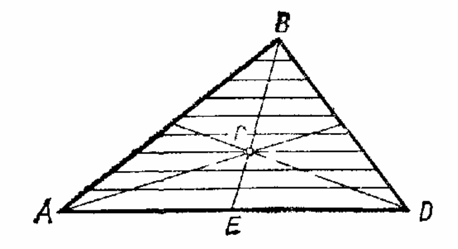
где S - площадь всей пластины; s_k -площади ее частей. Точку, координаты которой определяются формулами (2), называют *центром тяжести площади* S .

<u>Статический моментом площади плоской фигуры относительно оси</u> называется сумма произведений элементарных площадей, входящих в состав плоской фигуры, на алгебраические значения их расстояний до данной оси.

$\sum s_k x_k = S_y$ - статический момент относительно оси *Oy*. $S_y = Sx_C$.

$\sum s_k y_k = S_x$ - статический момент относительно оси *Ox*. $S_x = Sy_C$.

Измеряется статический момент площади плоской фигуры относительно оси в см^3.

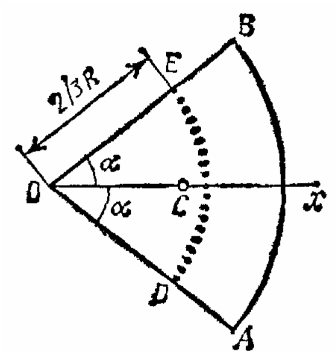


1. *Центр тяжести площади треугольника.*

Разобьем площадь треугольника *ABD* прямыми, параллельными стороне *AD*, на n узких полосок; центры тяжести этих полосок будут лежать на медиане *BE* треугольника. Следовательно, и центр тяжести всего треугольника лежит на этой медиане. Аналогичный результат получается для двух других медиан. Отсюда заключаем, что *центр тяжести площади треугольника лежит в точке пересечения его медиан.*

$$CE = BE/3.$$

Для прямоугольного треугольника центр тяжести лежит на пересечении отрезков, откладываемых от прямого угла на расстояние 1/3 длины соответствующего катета.

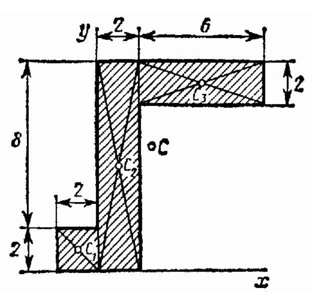


2. *Центр тяжести площади кругового сектора.* Рассмотрим круговой сектор *OAB* радиуса *R* с центральным углом 2α. Разобьем мысленно площадь сектора OAB радиусами, проведенными из центра O, на n секторов. В пределе, при неограниченном увеличении числа n, эти секторы можно рассматривать как плоские треугольники, центры тяжести которых лежат на дуге *DE* радиуса $2R/3$. Следовательно, центр тяжести сектора OAB совпадает с центром тяжести дуги *DE*, т.е. *центр тяжести площади кругового сектора лежит на его оси симметрии на расстоянии от центра O, равном*

$$x_C = \frac{2}{3}\frac{R\sin\alpha}{\alpha}.$$

26. Методы нахождения центра тяжести твёрдых тел.

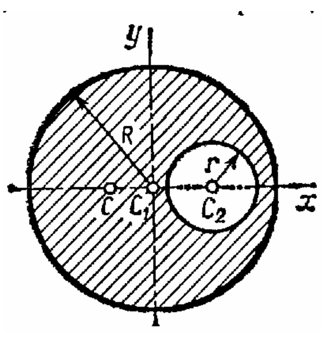
1. *<u>Симметрия.</u>* Если однородное тело имеет плоскость, ось или центр симметрии, то его центр тяжести лежит соответственно или в плоскости симметрии, или на оси симметрии, или в центре симметрии.



2. *<u>Разбиение.</u>* Если тело можно разбить на конечное число таких частей, для каждой из которых положение центра тяжести известно, то координаты центра тяжести всего тела можно непосредственно вычислить по формулам:

$$x_C = \frac{x_1S_1 + x_2S_2 + x_3S_3}{S},\ y_C = \frac{y_1S_1 + y_2S_2 + y_3S_3}{S},$$

$$S = S_1 + S_2 + S_3.$$



<u>3. Дополнение.</u> Этот способ является частным случаем способа разбиения. Он применяется к телам, имеющим вырезы, если центры тяжести тела без выреза и вырезанной части известные.

$$x_C = \frac{x_1S_1 - x_2S_2}{S},\ y_C = \frac{y_1S_1 - y_2S_2}{S}.$$

$$S = S_1 - S_2$$

Существуют также различные экспериментальные методы определения центра тяжести тел.

ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ (КИНЕМАТИКА)

1. **Способы задания движения точки** [1, §§36, 37], [2, §§62-65].

   1) Векторный: $\vec{r} = \vec{r}(t)$ (задаётся закон изменения радиус-вектора движущейся точки в зависимости от времени *t*).

   2) Координатный: $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$ (задаются законы изменения координат точки в зависимости от времени *t*).

   3) Естественный: при этом способе необходимо знать траекторию движения точки, начальное положение на этой траектории с указанием положительного и отрицательного направлений отсчёта координаты *s*, закон движения по траектории в виде $s = s(t)$.

2. **Скорость и ускорение точки при векторном способе задания её движения** [1, §§38, 39], [2, §§66, 70].

   Скорость точки вычисляется как первая производная по времени от радиус-вектора: $\vec{v} = d\vec{r}/dt$; ускорение вычисляется как первая производная по времени от скорости или вторая производная о времени от радиус-вектора: $\vec{a} = d\vec{v}/dt = d^2\vec{r}/dt^2$.

3. **Скорость и ускорение точки при координатном способе задания движения** [1, §40], [2, §§68, 71].

   Модуль вектора скорости точки: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$,

   где $v_x = dx/dt = \dot{x}, v_y = dy/dt = \dot{y}, v_z = dz/dt = \dot{z}$.

   Направление вектора скорости определяется по направляющим косинусам: $\cos\alpha = v_x/v; \cos\beta = v_y/v; \cos\gamma = v_z/v$ где α, β, γ – углы, которые вектор скорости $\vec{v}$ образует с осями *x, y* и *z* соответственно.

   Модуль вектора ускорения точки: $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$,

   где $a_x = \dot{v}_x = \ddot{x}, a_y = \dot{v}_y = \ddot{y}, a_z = \dot{v}_z = \ddot{z}$.

   Направление вектора ускорения определяется по направляющим косинусам: $\cos\alpha = a_x/a; \cos\beta = a_y/a; \cos\gamma = a_z/a$ где α, β, γ – углы, которые вектор ускорения $\vec{a}$ образует с осями *x, y* и *z* соответственно.

4. **Скорость и ускорение точки при естественном способе задания движения** [1, §§42, 43], [2, §§67, 72, 73].

   Вектор скорости направлен по касательной к траектории движения точки в сторону её движения, по модулю $v = ds/dt = \dot{s}$.

   Вектор ускорения раскладывают на касательную и нормальную составляющие:

   $$\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n.$$

   Вектор касательного ускорения направлен по касательной к траектории движения точки и по модулю равен $a_\tau = dv/dt = \dot{v}$.

   Вектор нормального ускорения точки направлен по главной нормали к траектории движения точки перпендикулярно касательной в сторону вогнутости траектории движения и по модулю равен $a_n = v^2 / \rho$, где ρ – радиус кривизны траектории (для окружности радиус кривизны совпадает с радиусом окружности).

5. **Частные случаи движения точки** [1, §44], [2, §74].

1) Равномерное прямолинейное ($v = const, \rho = \infty$). Составляющие ускорения $a_\tau = \dot{v} = 0, a_n = v^2 / \infty = 0$. Закон движения $x = x_0 + vt$, где x_0 – начальное положение точки.

2) Равнопеременное прямолинейное ($a_\tau = const, \rho = \infty$). $a_n = v^2 / \infty = 0$; $a = a_\tau$. Закон изменения скорости $v = v_0 + at$, закон движения $x = x_0 + v_0 t + at^2 / 2$, где v_0 – начальная скорость точки. Так как скорость изменяется только численно (направление остаётся постоянным), то касательное ускорение характеризует изменение скорости по модулю.

3) Равномерное криволинейное движение ($v = const, \rho \neq \infty$). $a_\tau = \dot{v} = 0$; $a_n \neq 0$. Закон движения $s = s_0 + vt$, где s_0 – начальное положение точки на траектории. Так как скорость изменяется только по направлению, то нормальное ускорение точки характеризует изменение направления вектора скорости.

4) Равнопеременное криволинейное ($a_\tau = const, \rho \neq \infty$). Закон изменения скорости $v = v_0 + a_\tau t$. Закон движения $s = s_0 + v_0 t + a_\tau t^2 / 2$.

6. **Поступательное движение твёрдого тела, его свойства** [1, §48], [2, §78].

Поступательным называется такое движение твёрдого тела, при котором любая прямая, проведённая в этом теле, движется, оставаясь параллельной своему первоначальному положению. В отличие от прямолинейного траектории точек тела при поступательном движении могут быть любыми кривыми.

Свойства поступательного движения твёрдого тела: при поступательном движении твёрдого тела все его точки описывают одинаковые, при наложении совпадающие траектории, и имеют в один и тот же момент времени одинаковые по модулю и направлению скорости и ускорения.

7. **Вращательное движение твёрдого тела вокруг неподвижной оси** [1, §49], [2, §79].

Вращательным называется такое движение твёрдого тела, при котором две его точки всё время остаются неподвижными. Через эти точки проходит ось вращения тела. Положение тела в пространстве при вращательном движении однозначно определяется углом поворота $\varphi = \varphi(t)$, отсчитываемого от некоторого нулевого начального положения.

Численно угловой скоростью вращения тела в данный момент времени называется скалярная величина ω, равная первой производной по времени от закона изменения угла поворота тела: $\omega = \dot{\varphi}$ (*1/с* или *рад/с*). Угловую скорость вращения тела можно изобразить и вектором $\vec{\omega}$, который по модулю равен ω и направлен по оси вращения в ту сторону, откуда это вращение видно происходящим против хода часовой стрелки.

Численно угловым ускорением тела в данный момент времени называется скалярная величина ε, равная первой производной по времени от угловой скорости или второй производной по времени от закона изменения угла поворота: $\varepsilon = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ (*1/с*^{2} или *рад/с*^{2}). При этом вектор углового $\vec{\varepsilon}$ ускорения направлен по оси вращения в сторону $\vec{\omega}$, если вращение ускоренное, и в противоположную сторону, если замедленное.

8. **Частные случаи вращения** [1, §50], [2, §79].

1) Равномерное ($\omega = const$). Закон изменения угла поворота задаётся равенством $\varphi = \varphi_0 + \omega t$, где φ_0 – начальный угол поворота (обычно $\varphi_0 = 0$).

В технике равномерное вращение часто характеризуют числом n оборотов в минуту. Связь между ω и n задаётся равенством $\omega = \pi n / 30$.

2) Равнопеременное ($\varepsilon = const$). Закон изменения угловой скорости задаётся равенством $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$, где ω_0 – начальная угловая скорость вращения. Закон изменения угла поворота $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \varepsilon t^2 / 2$.

9. **Скорости и ускорения точек вращающегося твёрдого тела** [1, §51], [2, §80].

При вращательном движении твёрдого тела все его точки движутся по окружностям. При этом вектор скорости направлен по касательной к описываемой движущейся точкой окружности в сторону движения, а вектор ускорения раскладывают на касательную и нормальную составляющие. Численные выражения для этих величин:

$$v = h\omega; \quad a_\tau = h\varepsilon, \quad a_n = h\omega^2, \quad a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2} = h\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}.$$

Здесь h – расстояние от точки до центра окружности.

10. **Передаточные механизмы** [2, §83].

Передаточные механизмы предназначены для передачи вращательного движения от одного тела, называемого ведущим, к другому – ведомому. Вращение передаётся либо непосредственным зацеплением колёс (валов, шестерёнок и т. д.), либо с помощью ремённой передачи. При передаче вращения от тела 1 к телу 2 выполняется следующее отношение

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{z_2}{z_1},$$

где r_1, r_2 – радиусы соответствующих колёс, z_1, z_2 - число зубьев на соответствующей шестерёнке в случае зубчатого зацепления. При равномерном вращении ведущего вала, ведомый также вращается равномерно.

11. **Плоскопараллельное движение твёрдого тела** [1, §52], [2, §§85-86].

Плоскопараллельным (плоским) движением твёрдого тела называется такое, при котором все точки этого тела движутся, оставаясь в плоскости, параллельной некоторой неподвижной плоскости. Уравнения плоского движения имеют вид: $x_A = f_1(t), y_A = f_2(t), \varphi = f_3(t)$. Здесь точка A движется в плоскости xy и называется полюсом, а угол φ определяет вращательное движение относительно этого полюса.

Плоское движение тела в общем случае можно рассматривать как сумму поступательного, при котором все точки движутся так же, как выбранный полюс, и вращательного движения относительно этого полюса. Скорость и ускорение поступательной части движения зависят от выбора полюса, а угловая скорость и угловое ускорение вращательной части движения от выбора полюса не зависят.

12. **Теорема о сложении скоростей при плоском движении тела** [1, §54], [2, §87].

Теорема: при плоском движении тела скорость любой её точки M равна геометрической сумме скорости точки A, принятой за полюс, и скорости, которую получает точка при вращательном движении относительно полюса:

$$\vec{v}_M = \vec{v}_A + \vec{v}_{MA}.$$

При этом вектор $\vec{v}_{MA}$ направлен перпендикулярно отрезку AM в сторону угловой скорости вращения ω и по модулю равен $v_{MA} = AM \cdot \omega$.

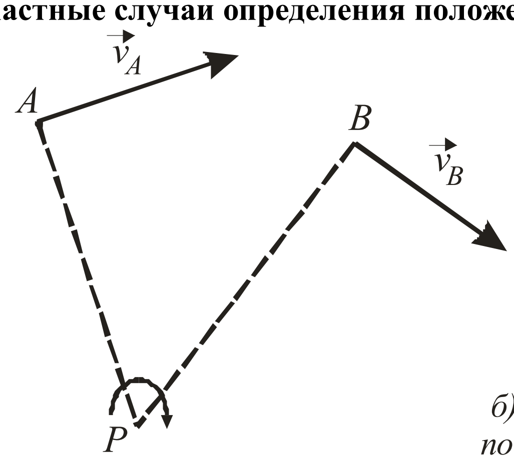
13. **Теорема проекции скоростей двух точек твёрдого тела** [1, §55], [2, §87].

<u>Теорема</u>: при плоском движении твёрдого тела проекции скоростей двух его точек на прямую, соединяющую эти точки, равны друг другу: $v_A \cdot \cos\alpha = v_B \cdot \cos\beta$, где α, β – углы, которые векторы скоростей $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ образуют с прямой *AB*.

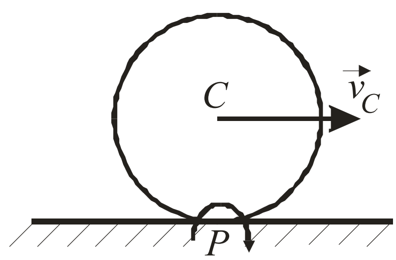
14. **Мгновенный центр скоростей, его существование и единственность** [1, §56], [2, §90].

Мгновенный центр скоростей (МЦС) – то точка *P* плоской фигуры, скорость которой в данный момент времени равна нулю. В общем случае МЦС находится в точке пересечения перпендикуляров, восстановленных из точек к направлениям скоростей в этих точках. Так как две не параллельные прямые пересекаются в одной точке, то МЦС является единственным. Если при плоском движении тела МЦС выбрать за полюс, то скорость точки *A* по теореме о сложении скоростей $\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}_{AP} = \vec{v}_{AP}$, аналогично для другой точки *B* $\vec{v}_B = \vec{v}_P + \vec{v}_{BP} = \vec{v}_{BP}$. То есть при плоском движении скорости точек распределяются так, как при вращательном движении относительно оси, проходящей через МЦС. При этом по модулю $v_A = v_{AP} = AP \cdot \omega$, $v_B = v_{BP} = BP \cdot \omega$; откуда $v_A / AP = v_B / BP$, то есть в этом случае скорости точек пропорциональны их расстояниям до МЦС.

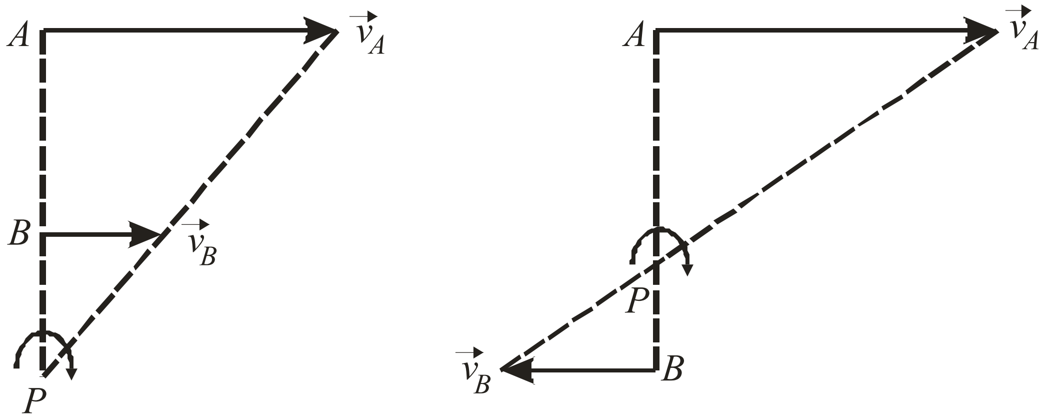
15. **Частные случаи определения положения мцс** [1, §56], [2, §90].



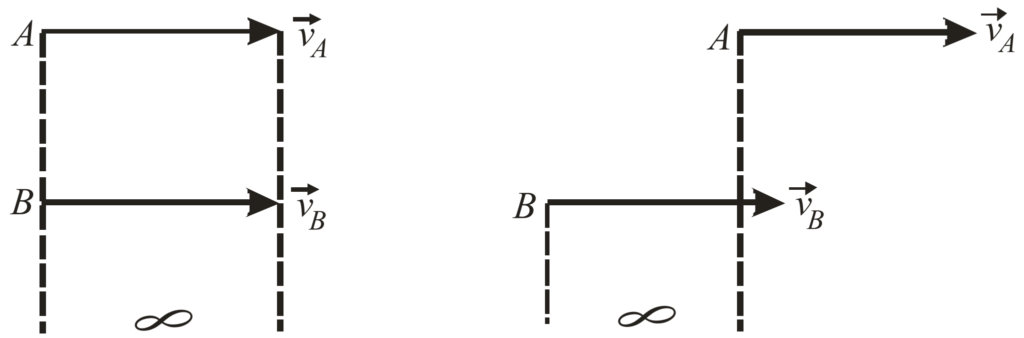
а) Общий случай



б) Колесо, которое катится по поверхности (МЦС в точке соприкосновения колеса с поверхностью)



в) Случай параллельно направленных векторов скоростей точек



г) Случай параллельно направленных скоростей при одинаковых модулях (МЦС находится в бесконечности, тело совершает мгновенно-поступательное движение)

16. **Теорема о сложении ускорений при плоском движении тела** [1, §58], [2, §96].

<u>Теорема</u>: при плоском движении твёрдого тела ускорение любой точки *M* равно геометрической сумме вектора ускорения точки *A*, принятой за полюс, и вектора ускорения, которое получает точка *M* при вращательном движении относительно полюса *A*: $\vec{a}_M = \vec{a}_A + \vec{a}_{MA}$.

При этом вектор $\vec{a}_{MA}$ раскладывают на касательную и нормальную составляющие $\vec{a}_{MA} = \vec{a}_{MA}^{\tau} + \vec{a}_{MA}^{n}$. Вектор $\vec{a}_{MA}^{\tau}$ направлен перпендикулярно отрезку *AM* в сторону углового ускорения ε, вектор $\vec{a}_{MA}^{n}$ всегда направлен от точки *M* к полюсу *A*; по модулю $a_{MA}^{\tau} = AM \cdot \varepsilon, a_{MA}^{n} = AM \cdot \omega^2$. Если полюс движется не прямолинейно, то его ускорение раскладывают на касательную и нормальную составляющие. Окончательно $\vec{a}_M = \vec{a}_A^{\tau} + \vec{a}_A^{n} + \vec{a}_{MA}^{\tau} + \vec{a}_{MA}^{n}$.

<u>ЛЕКЦИИ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ (ДИНАМИКА)</u>

1. **Законы динамики** [1, §74], [3, §2].

1) Закон инерции. Изолированная материальная точка находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения до тех пор, пока приложенные силы не заставят изменить её это состояние.

2) Основной закон динамики. Ускорение материальной точки прямо пропорционально приложенной силе и имеет одинаковое с ней направление: $m\vec{a} = \vec{F}$, по модулю *ma=F*.

3) Закон равенства действия и противодействия. Всякому действию соответствует равное противоположное противодействие.

4) Закон независимости действия сил. Несколько действующих на материальную точку сообщают ей такое ускорение, какое сообщила одна сила, равная геометрической сумме приложенных $m\vec{a} = \sum \vec{F}_k$.

2. **Дифференциальные уравнения движения свободной материальной точки** [1, §77], [3, §3].

1) В проекции на оси прямоугольной декартовой системы координат *Oxyz*:

$$m\ddot{x} = \sum F_{kx}, \quad m\ddot{y} = \sum F_{ky}, \quad m\ddot{z} = \sum F_{kz}.$$

2) В проекции на оси естественного трёхгранника *Mτnb*:

$$m\frac{dv}{dt}=\sum F_{k\tau}, \quad m\frac{v^2}{\rho}=\sum F_{kn}, \quad 0=\sum F_{kb}.$$

3. **Две задачи динамики** [1, §§78, 79], [3, §5].

Первая (прямая) задача: зная массу точки *m*, уравнения её движения *x(t), y(t), z(t)*, определить модуль и направление равнодействующей приложенных к точке сил. Ход решения:

модуль: $F_x=m\ddot{x}, \quad F_y=m\ddot{y}, \quad F_z=m\ddot{z}; \quad F=\sqrt{F_x^2+F_y^2+F_z^2}.$

направление: $\cos(\vec{F},Ox)=\dfrac{F_x}{F},\cos(\vec{F},Oy)=\dfrac{F_y}{F},\cos(\vec{F},Oz)=\dfrac{F_z}{F}.$

Вторая (обратная) задача: зная массу точки *m*, силы, действующие на точку, её начальное положение и начальную скорость, определить закон движения. Эта задача сводится к двукратному интегрированию дифференциальных уравнений движения точки

$$m\ddot{x}=\sum F_{kx}, \quad m\ddot{y}=\sum F_{ky}, \quad m\ddot{z}=\sum F_{kz}.$$

Шесть постоянных интегрирования определяют по начальным условиям задачи при *t*=0: $x(0)=x_0, y(0)=y_0, z(0)=z_0; \dot{x}(0)=v_{0x}, \dot{y}(0)=v_{0y}, \dot{z}(0)=v_{0z}.$

4. **Количество движения точки. Импульс силы. Теорема об изменении количества движения точки** [1, §§83, 84], [3, §§46, 48].

Количеством движения точки называется векторная величина $\vec{q}=m\vec{v}$, размерность [*q*]=кг·м/с=Н·с. Вектор количества движения направлен по касательной к траектории движения точки так же, как и вектор скорости.

Элементарным импульсом силы называется векторная величина $d\vec{S}$, равная произведению вектора силы на элементарный промежуток времени её действия: $d\vec{S}=\vec{F}\cdot dt$. Импульс силы за конечный промежуток времени вычисляется как предел интегральной суммы соответствующих элементарных импульсов: $\vec{S}=\int\limits_0^t \vec{F}dt$. Если вектор силы постоянный по модулю и направлению, её импульс равен произведению вектора силы на промежуток времени её действия: $\vec{S}=\vec{F}\cdot t$, $S_x=F_x\cdot t$. Импульс силы характеризует передачу механического движения телу со стороны действующей силы за данный промежуток времени её действия. Размерность [S]=Н·с.

<u>Теорема</u>

а) в дифференциальной форме: производная по времени от количества движения точки равна геометрической сумме всех действующих на точку сил: $d\vec{q}/dt=\sum\vec{F}_k^e$, в проекции на ось *x*: $dq_x/dt=\sum F_{kx}^e$.

б) в конечном виде: изменение количества движения точки за некоторый промежуток времени равно геометрической сумме импульсов действующих на точку сил за тот же промежуток времени: $m\vec{v}-m\vec{v}_0=\sum\vec{S}_k$, в проекции на ось *Ox* (на направление движения точки) $mv_x-mv_{0x}=\sum S_{kx}$.

5. **Момент количества движения точки. Теорема об изменении момента количества движения точки** [1, §85], [3, §§53, 54].

Моментом количества движения точки относительно некоторого неподвижного центра O называется векторная величина: $\vec{M}_O(m\vec{v}) = \vec{r} \times m\vec{v}$, где $\vec{r}$ – радиус-вектор движущейся точки относительно начала координат точки O. Момент количества движения точки относительно оси: $m_z(m\vec{v}) = h \cdot mv$, где h – кратчайшее расстояние от вектора $m\vec{v}$ до оси Oz (плечо).

Теорема: производная по времени от момента количества движения точки, взятого относительно некоторого неподвижного центра O, равна моменту действующей на точку силы относительно данного центра: $\frac{d}{dt}\left[\vec{M}_O(m\vec{v})\right] = \vec{M}_O(\vec{F})$, если на точку действуют несколько сил, то $\vec{F}$ является их равнодействующей $\vec{F} = \sum \vec{F}_k$. Аналогично относительно некоторой неподвижной оси Oz: $\frac{d}{dt}\left[m_z(m\vec{v})\right] = m_z(\vec{F})$.

6. **Работа силы. Мощность** [1, §87], [3, §§59, 60].

Элементарной работой силы называется скалярная величина, равная произведению проекции силы на касательную к траектории движения на модуль элементарного перемещения точки: $dA = F_\tau ds$ (1). Так как $F_\tau = F \cdot \cos\alpha$, где α - угол, который вектор силы образует с положительным направлением оси касательной, то $dA = F \cdot \cos\alpha ds$ (2). Так как $F = \left|\vec{F}\right|$, $ds = \left|d\vec{r}\right|$, то $dA = \vec{F} \cdot d\vec{r}$ (3). Раскладывая вектор силы и вектор элементарного перемещения на составляющие по осям декартовой системы координат:

$\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$, $d\vec{r} = dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j} + dz \cdot \vec{k}$, $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – орты системы $Oxyz$,

можно получить $dA = F_x dx + F_y dy + F_z dz$ (4).

Работа силы на конечном перемещении s точки вычисляется через криволинейный интеграл от соответствующей элементарной работы. В соответствии с равенствами (1) – (4):

$$A = \int_0^s F_\tau ds \quad (1'), \quad A = \int_0^s F \cdot \cos\alpha ds \quad (2'), \quad A = \int_0^s \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (3'),$$

$$A = \int_0^s \left(F_x dx + F_y dy + F_z dz\right) \quad (4').$$

Если вектор силы постоянный по модулю и направлению, то работа силы на перемещении s тела равна $A = F_\tau \cdot s = F \cdot \cos\alpha \cdot s$. Размерность [$A$]=Н·м=Дж, 1 кВт·ч=3,6 ·$10^6$ Дж.

Мощностью называется работа, совершенная в единицу времени:

$$N = dA/dt = F_\tau \cdot ds/dt = F_\tau \cdot v = F \cdot \cos\alpha \cdot v = \vec{F} \cdot \vec{v}.$$

Размерность [N]=Дж/с=Вт; 1л.с.=736 Вт.

7. **Работа силы тяжести, трения, упругости** [1, §88], [3, §61].

1) Работа силы тяжести: $A_G = \pm Gh$, где h – вертикальное перемещение тела, знак «+», если тело опускается, знак «–», если тело поднимается.

2) Работа силы трения. При постоянном модуле силы трения её работа на конечном перемещении s тела равна $A_{тр} = -F_{тр}s$, где $F_{тр} = fN$ (f – коэффициент трения, N – нормальная реакция связи).

3) Работа силы упругости: $A_{упр} = \frac{c}{2}\left(\lambda_0^2 - \lambda_1^2\right)$, где [$c$]=Н/м – коэффициент жёсткости пружины (балки), λ_0, λ_1 – начальное и конечное удлинения (сжатия) пружины или соответствующие прогибы балки.

8. **Кинетическая энергия точки. Теорема об изменении кинетической энергии точки** [1, §89], [3, §62].

Кинетической энергией точки называется скалярная величина, равная половине произведения массы точки на квадрат её скорости: $mv^2/2$.

<u>Теорема</u>: изменение кинетической энергии при некотором её перемещении равно сумме работ приложенных к точке сил на том же смещении:

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_0^2}{2} = \sum A_k \ .$$

9. **Принцип Даламбера для точки** [1, §133], [3, §106].

<u>Принцип</u>: если в любой момент времени к действующим на точку активным силам и реакциям связей присоединить даламберову силу инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии: $\vec{F} + \vec{N} + \vec{\Phi} = 0$, где $\vec{F}$ – равнодействующая приложенных к точке активных сил, $\vec{N}$ – равнодействующая реакций связей, $\vec{\Phi} = -m\vec{a}$ – даламберова сила инерции.

10. **Относительное движение точки** [1, §91], [3, §26].

Основной закон динамики и вытекающие из него уравнения справедливы в неподвижной (инерциальной системе координат). При движении точки в подвижной системе $Oxyz$, движущейся относительно неподвижной $O_1x_1y_1z_1$, основное уравнение относительного движения точки имеет вид:

$$m\vec{a}_{от} = \sum \vec{F}_k + \vec{\Phi}_{пер} + \vec{\Phi}_{кор} \ ,$$

где $\vec{a}_{от}$ (или $\vec{a}_r$) – относительное ускорение точки (ускорение точки в подвижной системе координат $Oxyz$); $\vec{\Phi}_{пер} = -m\vec{a}_{пер}, \vec{\Phi}_{кор} = -m\vec{a}_{кор}$ (или $\vec{\Phi}_e, \vec{\Phi}_C$) – переносная и кориолисова силы инерции соответственно, $\vec{a}_{пер}$ и $\vec{a}_{кор}$ (или $\vec{a}_e$ и $\vec{a}_C$) – переносное и кориолисово ускорения соответственно.

11. **Система материальных точек (определение, внешние и внутренние силы, масса системы, центр масс)** [1, §§100, 101], [3, §§31, 32].

Системой материальных точек (механической системой) называется совокупность тел, связанных между собой силами механического взаимодействия.

Силы $\vec{F}_k^e$, действующие на точки системы со стороны тел, не входящих в состав данной системы, называются внешними. Силы $\vec{F}_k^i$ взаимодействия между точками данной механической называются внутренними. Так как каждой внутренней силе соответствует равная и противоположно направленная, то:

1) Геометрическая сумма (главный вектор) внутренних сил, а также суммы их проекций на координатные оси, равны нулю:

$$\vec{R}^i = \sum \vec{F}_k^i = 0; \quad \sum F_{kx}^i = 0, \ \sum F_{ky}^i = 0, \ \sum F_{kz}^i = 0.$$

2) Сумма моментов всех внутренних сил системы (главный момент) относительно некоторого неподвижного центра O, а также суммы их моментов относительно координатных осей, равны нулю:

$$\vec{M}_O^i = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^i) = 0; \quad \sum m_{kx}^i = 0, \ \sum m_{ky}^i = 0, \ \sum m_{kz}^i = 0.$$

Массой механической системы называется арифметическая сумма масс точек, входящих в состав данной системы: $M = \sum m_k$.

Радиусом-вектором механической системы называется геометрическая точка *C*, радиус-вектор которой определяется равенством: $\vec{r}_C = \frac{1}{M} \sum m_k \vec{r}_k$.

В проекции на оси координат:

$$x_C = \frac{1}{M} \sum m_k x_k, \ y_C = \frac{1}{M} \sum m_k y_k, \ z_C = \frac{1}{M} \sum m_k z_k.$$

12. **Дифференциальные уравнения движения механической системы** [1, §106], [3, §42].

Составляя по основному закону динамики дифференциальные уравнения движения для каждой из точек, входящих в состав данной системы, получим систему *n* дифференциальных уравнений движения механической системы в векторной форме:

$$m_1 \vec{a}_1 = \vec{F}_1^e + \vec{F}_1^i, \ \ m_2 \vec{a}_2 = \vec{F}_2^e + \vec{F}_2^i, \ \dots, \ \ m_n \vec{a}_n = \vec{F}_n^e + \vec{F}_n^i.$$

Здесь $\vec{F}_k^e, \vec{F}_k^i$ – равнодействующие приложенных к точке с номером *k* внешних и внутренних сил соответственно. В проекции на координатные оси получим систему 3*n* скалярных уравнений.

13. **Теорема о движении центра масс. Следствия** [1, §107], [3, §43].

Теорема: произведение массы системы на ускорение её центра масс равно геометрической сумме всех действующих на систему внешних сил: $M\vec{a}_C = \sum \vec{F}_k^e$, в проекции на ось *Ox*: $M\ddot{x}_C = \sum F_{kx}^e$.

Следствие 1. Если геометрическая сумма всех действующих на систему внешних сил равна нулю, то центр масс этой системы находится в покое или движется равномерно и прямолинейно:

$$\sum \vec{F}_k^e = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_C = d\vec{v}_C / dt = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{v}_C = const.$$

Следствие 2. Если сумма проекций всех внешних сил системы на какую-нибудь ось *x* равна нулю, то проекция скорости центра масс на эту ось есть величина постоянная:

$$\sum F_{kx}^e = 0 \quad \Rightarrow \quad \ddot{x}_C = dv_{Cx} / dt = 0 \quad \Rightarrow \quad v_{Cx} = const.$$

14. **Количество движения механической системы. Теорема об изменении количества движения системы. Следствия** [1, §§110-112], [3, §50].

Количеством движения механической системы называется векторная величина $\vec{Q}$, равная сумме количеств движения точек данной механической системы: $\vec{Q} = \sum m_k \vec{v}_k$, в проекции на ось *x*: $Q_x = \sum m_k \dot{x}_k$. Количество движения механической системы можно также представить в виде $\vec{Q} = M \cdot \vec{v}_C$, в проекции на ось *x* $Q_x = M \cdot \dot{x}_C$.

Теорема

а) в дифференциальной форме: производная по времени от количества движения механической системы равна геометрической сумме всех действующих на систему внешних сил: $d\vec{Q} / dt = \sum \vec{F}_k^e$, в проекции на ось *x*: $dQ_x / dt = \sum F_{kx}^e$.

б) в конечном виде: изменение количества движения механической системы за некоторый промежуток времени равно геометрической сумме импульсов всех действующих на точки системы внешних сил за тот же промежуток времени: $\vec{Q}-\vec{Q}_0=\sum\vec{S}_k^e$, в проекции на ось Ox: $Q_x-Q_{0x}=\sum S_{kx}^e$.

Следствие 1. Если геометрическая сумма всех внешних сил системы равна нулю, то вектор количества движения этой системы будет постоянным по модулю и направлению: $\sum\vec{F}_k^e=0 \quad\Rightarrow\quad d\vec{Q}/dt=0 \quad\Rightarrow\quad \vec{Q}=const$.

Следствие 2. Если сумма проекций всех внешних сил системы на какую-либо ось x равна нулю, то проекция вектора количества движения этой системы на эту ось есть величина постоянная:

$$\sum F_{kx}^e=0 \quad\Rightarrow\quad dQ_x/dt=0 \quad\Rightarrow\quad Q_x=const.$$

Теорема о движении центра масс и теорема об изменении количества движения механической системы представляют собой две различные формы одной и той же теоремы.

15. **Моменты инерции твёрдого тела. Примеры (стержень, кольцо, диск, пластина)** [1, §102], [3, §§34, 36].

Моментом инерции тела относительно некоторой неподвижной оси (осевым моментом инерции) называется скалярная величина, равная сумме произведений масс точек тела (системы) на квадрат расстояний от точек до данной оси: $I_z=\sum m_k h_k^2=\sum m_k(x_k+y_k)^2$, где $h^2=(x_k+y_k)^2$ – квадрат расстояния до оси z. Радиусом инерции тела называется скалярная величина i_z, определяемая равенством $I_z=mi_z^2$. Размерность $[i_z]$=м, $[I_z]$=кг·м^2.

Осевые моменты некоторых тел:

1) Тонкий однородный стержень массой m и длиной l (ось Oz проходит через центр масс стержня, ось Oz_1 проходит через край стержня): $I_{z_1}=ml^2/3$, $I_z=ml^2/12$.

2) Сплошной однородный диск массой m и радиусом r (оси Ox и Oy расположены в плоскости диска, O — центр диска, ось Oz проходит через центр диска перпендикулярно его плоскости): $I_z=mr^2/2$, $I_x=I_y=mr^2/4$.

3) Тонкое однородное кольцо массой m и радиусом r (ось Oz проходит через центр кольца перпендикулярно его плоскости) или точечная масса m на расстоянии r от оси Oz: $I_z=mr^2$.

4) Тонкая однородная прямоугольная пластина массой m и размером a (вдоль оси Ox) на b (вдоль оси Oy): $I_x=mb^2/3$, $I_y=ma^2/3$.

Центробежными моментами тела называются скалярные величины, определяемые равенствами: $I_{xy}=\sum m_k x_k y_k$, $I_{yz}=\sum m_k y_k z_k$, $I_{xz}=\sum m_k x_k z_k$, где x_k, y_k, z_k – координаты точки с номером k, m_k – её масса.

16. **Теорема о моменте инерции тела относительно параллельных осей (Штейнера-Гюйгенса)** [1, §103], [3, §35].

Теорема: момент инерции тела относительно любой оси z_1 равен сумме осевого момента относительно оси, параллельной z_1, но проходящей через центр масс C тела, и произведения массы m тела на квадрат расстояния d между осями: $I_{z_1}=I_{Cz}+md^2$.

17. **Кинетический момент системы. Теорема об изменении кинетического момента. Следствия** [1, §§115-117], [3, §§55, 56].

Кинетическим моментом системы относительно некоторого центра O называется векторная величина $\vec{L}_O$, равная сумме моментов количеств движения точек системы относительно того же центра: $\vec{L}_O = \sum \vec{M}_O(m_k\vec{v}_k)$.

Кинетический момент системы относительно оси z равен сумме моментов количеств движения точек системы относительно этой оси: $L_z = \sum m_z(m_k\vec{v}_k)$. Кинетический момент системы относительно оси можно представить в виде $L_z = I_z\omega$, где ω – угловая скорость вращения тела.

Теорема: производная по времени от кинетического момента механической системы, взятого относительно некоторого неподвижного центра O, равна сумме моментов всех внешних сил системы относительно того же центра:

$$d\vec{L}_O / dt = \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e).$$

Проецируя данное равенство на ось Oz, получим теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси: $dL_z / dt = \sum m_z(\vec{F}_k^e)$.

Следствие 1. Если сумма моментов всех внешних сил системы относительно некоторого неподвижного центра O равна нулю, то вектор кинетического момента системы относительно этого центра будет постоянным:

$$\sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) = 0 \quad \Rightarrow \quad d\vec{L}_O / dt = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{L}_O = const.$$

Следствие 2. Если сумма моментов всех внешних сил системы относительно некоторой неподвижной оси z равна нулю, то кинетический момент относительно этой оси есть величина постоянная:

$$\sum m_z(\vec{F}_k^e) = 0 \quad \Rightarrow \quad dL_z / dt = 0 \quad \Rightarrow \quad L_z = const.$$

18. **Дифференциальное уравнение вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси** [1, §128], [3, §79].

Дифференциальное уравнение вращения твёрдого тела вокруг неподвижной оси имеет вид: $I_z\varepsilon = M_z^e$, где I_z – осевой момент инерции, $\varepsilon = \dot{\omega} = \ddot{\varphi}$ – угловое ускорение вращательного движения, $M_z^e = \sum m_z(\vec{F}_k^e)$ – вращающий момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси вращения z.

19. **Дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения твёрдого тела** [1, §130], [3, §86].

1) В проекции на ортогональные оси декартовой системы координат $Oxyz$ (тело движется в плоскости Oxy):

$$M\frac{d^2x_C}{dt^2} = \sum F_{kx}^e, \quad M\frac{d^2y_C}{dt^2} = \sum F_{ky}^e, \quad I_z\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \sum m_z(\vec{F}_k^e).$$

2) В проекциях на оси естественного трёхгранника $C\tau nb$:

$$M\frac{dv_C}{dt} = \sum F_{k\tau}^e, \quad M\frac{v_C^2}{\rho} = \sum F_{kn}^e, \quad I_{Cz}\varepsilon = \sum m_{Cz}(\vec{F}_k^e).$$

20. **Работа вращающего момента. Сопротивление при качении** [1, §122], [3, §§65, 66].

При постоянном вращающем моменте M_z=*const* работа этого момента при повороте тела относительно оси z на конечный угол φ определяется равенством $A_{M_z} = \pm M_z \cdot \varphi$.

Работа вращающего момента положительна, если момент способствует повороту тела в данном направлении, и отрицательна в противном случае.

Работа момента трения $M_{тр}$ сопротивления качению при постоянном модуле нормальной реакции N равна: $A_{кач} = -M_{тр} \cdot \varphi = -\frac{k}{r} N \cdot s_C$,

где $M_{тр} = -kN$ – момент трения при качении, k – коэффициент трения качения, r – радиус катка, s_C – путь, пройденный центром катка.

21. **Кинетическая энергия механической системы. Кинетическая энергия тела при поступательном, вращательном, плоском движениях. Теорема об изменении кинетической энергии системы** [1, §§121, 123], [3, §§67-69].

Кинетической энергией механической системы называется скалярная величина *T*, равная сумме кинетических энергий точек данной механической системы: $T = \sum m_k v_k^2 / 2$.

Кинетическая энергия тела при различных случаях его движения.

1) Поступательное: $T_{пост} = Mv^2 / 2$.

2) Вращательное: $T_{вр} = I_z \omega^2 / 2$.

3) Плоскопараллельное: $T_{плоск} = Mv_C^2 / 2 + I_{Cz}\omega^2 / 2$.

Теорема: изменение кинетической энергии системы при некотором перемещении её точек равно алгебраической сумме работ на том же перемещении всех приложенных к системе внешних и внутренних сил:

$$T - T_0 = \sum A_k^e + \sum A_k^i .$$

Для неизменяемых систем (твёрдые тела, нерастяжимые нити) $\sum A_k^i = 0$, и теорема принимает вид $T - T_0 = \sum A_k^e$.

22. **Принцип Даламбера для механической системы. Главный вектор и главный момент сил инерции** [1, §§133, 134], [3, §§108, 109].

Принцип: если в любой момент времени к действующим на точки системы внешним и внутренним силам (как активным, так и реакциям связей) присоединить соответствующие даламберовы силы инерции, то полученная система сил будет находиться в равновесии и к ней можно применять все уравнения статики.

Из статики геометрическая сумма уравновешенной системы сил и суммы их моментов относительно любого центра *O* равны нулю. Так как по свойству внутренних сил системы их геометрическая сумма и сумма их моментов относительно любого центра *O* равны нулю, то уравнения в векторной форме принимают вид:

$$1)\ \sum \vec{F}_k^e + \vec{\Phi} = 0, \quad 2) \sum \vec{M}_O(\vec{F}_k^e) + \vec{M}_O^{\Phi} = 0.$$

Здесь

Ошибка! Объект не может быть создан из кодов полей редактирования. – главный вектор сил инерции; если центр масс тела (системы) движется не прямолинейно, то его ускорение раскладывают на касательную и нормальную составляющие, соответственно $\vec{\Phi} = \vec{\Phi}_\tau + \vec{\Phi}_n$, $\vec{\Phi}_\tau = -M\vec{a}_{C\tau}$, $\vec{\Phi}_n = -M\vec{a}_{Cn}$.

$\vec{M}_O^{\Phi} = -d\vec{L}_O / dt$ – главный момент сил инерции относительно данного центра *O*. Аналогично главный момент сил инерции относительно оси *z* $m_z^{\Phi} = -dL_z / dt$; так как $L_z = I_z \omega$, то $m_z^{\Phi} = -I_z \varepsilon$.

23. **Принцип возможных перемещений** [1, §§137-139], [3, §§112-114].

Возможным перемещением точек данной механической системы называется совокупность элементарных (бесконечно малых) перемещений этих точек из занимаемого в данный момент времени положения, которые допускаются всеми наложенными на систему связями. Возможные перемещения обозначаются $\delta\vec{r}$. При этом $\delta s = |\delta\vec{r}|$, а $\delta x, \delta y, \delta z$ – проекции вектора $\delta\vec{r}$ на координатные оси (они равны возможным приращениям координат при возможном смещении и формально вычисляются как производные).

Возможной работой называется элементарная работа, которую приложенная сила может совершить на возможном перемещении. Возможная работа активной силы $\delta A = \vec{F} \cdot \delta\vec{r}$; возможная работа реакции связи $\delta A^r = \vec{N} \cdot \delta\vec{r}$.

Идеальными называются такие связи, для которых сумма их реакций на любом возможном перемещении точек этой системы равна нулю: $\sum \delta A_k^r = 0$.

<u>Принцип</u>: для равновесия механической системы с идеальными связями, необходимо и достаточно, чтобы сумма элементарных работ всех приложенных к системе активных сил на любом возможном перемещении точек этой системы была равна нулю: $\sum \delta A_k = 0$.

В аналитической форме принцип имеет вид: $\sum \left(F_{kx}\delta x_k + F_{ky}\delta y_k + F_{kz}\delta z_k\right) = 0$.

24. **Общее уравнение динамики** [1, §141], [3, §117].

Общее уравнение динамики представляет собой одновременное применение принципа Даламбера и принципа возможных перемещений для сил, приложенных к механической системе с идеальными связями, и имеет вид:

$$\sum \delta A_k + \sum \delta A_k^{\Phi} = 0.$$

Это равенство выражает собой принцип Даламбера-Лагранжа: при движении механической системы с идеальными связями в каждый момент времени сумма элементарных работ всех активных сил и всех сил инерции на любом возможном перемещении точек этой системы равна нулю.

В аналитической форме общее уравнение динамики имеет вид:

$$\sum \left\{(F_{kx} + \Phi_{kx})\delta x_k + (F_{ky} + \Phi_{ky})\delta y_k + (F_{kz} + \Phi_{kz})\delta z_k\right\} = 0.$$

Библиографический список

1. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: учеб.: рек. МО РФ / С.М. Тарг. – 17-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2007. – 415 с.
2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Ч.1. – М.: Высшая школа, 2001. – 343 с.
3. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики. Ч.2 / А.А. Яблонский. – М.: Высшая школа, 2001. – 423 с.

<u>Оригиналы экзаменационных билетов</u>

Итоговая аттестация студентов выполняется с помощью набора тестовых экзаменационных вопросов и заданий по всем трем разделам курса теоретической механики: статика, кинематика, динамика. Пример тестового экзаменационного билета представлен в рабочей программе.

Методическое обеспечение самостоятельной работы и рекомендации по изучению дисциплины для студентов

1. № 152 «Статика», методические указания и контрольные задания по теоретической механике для студентов заочной формы обучения инженерно-строительных специальностей.
2. № 713 «Кинематика», методические указания и контрольные задания по теоретической механике для студентов заочной формы обучения инженерно-строительных специальностей.
3. № 647 «Динамика», методические указания и контрольные задания по теоретической механике для студентов заочной формы обучения инженерно-строительных специальностей.