

ISSN 2219-1038 (print)
ISSN 2949-3757 (online)

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научный журнал

Выпуск № 3 (38), 2023

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2010 г.

Выходит 4 раза в год

Учредитель и издатель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет».

Территория распространения — Российская Федерация.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА:

Главный редактор: Сафронов В. С., д-р техн. наук, профессор,
Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора: Козлов В. А., д-р физ.-мат. наук, профессор,
Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г. Е., канд. техн. наук, доцент,
Воронежский государственный технический университет

Антонов В. М., канд. техн. наук, доц., Тамбовский государственный технический университет;
Беляева С. Ю., канд. техн. наук, доц., Воронежский государственный технический университет;
Буренин А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии
Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре;
Гриднев С. Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет;
Зверев В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет;
Ефрюшин С. В., канд. техн. наук, доц., Воронежский государственный технический университет;
Кирсанов М. Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет «МЭИ»;
Колчунов В. И., д-р техн. наук, проф., академик РААСН, Юго-Западный государственный университет;
Коробко А. В., д-р техн. наук, проф., Орловский государственный университет им. И. С. Тургенева;
Михайлов В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет;
Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный строительный университет, Вьетнам;
Нугужинов Ж. С., д-р техн. наук, проф., Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития
Карагандинского государственного технического университета, Казахстан;
Овчинников И. Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет;
Пшеничкина В. А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет;
Свентиков А. А., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет;
Трещев А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РААСН, Тульский государственный университет;
Турищев Л. С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Беларусь;
Шимановский А. О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь;
Шитикова М. В., д-р физ.-мат. наук, проф., советник РААСН, Воронежский государственный технический университет

Дизайн обложки - А.Р. Ефанов. Фото на обложке Юлии Батуриной,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

Журнал «Строительная механика и конструкции» включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписной индекс в «Каталоге периодических изданий. Газеты и журналы» ГК «Урал Пресс» - 66004
Физические лица могут оформить подписку в интернет-магазине «Деловая пресса»
<http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Дата выхода в свет 24.10.2023. Усл. печ. л. 17,4. Формат 60×84/8. Тираж 65 экз. Заказ №.
Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)
Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77 – 72895 от 22.05.2018 г.

Цена свободная

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ: 394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
(строительный факультет, кафедра строительной механики)
тел.: +7(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

ОТПЕЧАТАНО: отдел оперативной полиграфии издательства ФГБОУ ВО «ВГТУ»
394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

12+

ФГБОУ ВО «ВГТУ», 2023

ISSN 2219-1038 (print)
ISSN 2949-3757(online)

**STRUCTURAL MECHANICS
AND STRUCTURES**

Scientific Journal
ISSUE № 3 (38), 2023

- Structural mechanics and strength of materials
- Applied problems of mechanics of solid body under deformation
- Soil mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of bases and foundations of buildings and structures
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic effect on elastic systems
- Pilot and field observations of structures and materials

Voronezh

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since 2010

Issued 4 times a year

Founder and publisher – Voronezh State Technical University.
Territory of distribution — Russian Federation.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL:

Chief editor: Safronov V. S., Dr. of Tech. Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

The deputy chief editor: Kozlov V. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

Executive secretary: Gabrielyan G. E., PhD of Tech. Sc., Associate Prof.,
Voronezh State Technical University

EDITORIAL BOARD MEMBERS:

Antonov V. M., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Tambov State Technical University;

Belyaeva S. Yu., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University;

Burenin A. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., Corresponding Member of RAS, Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far Eastern Branch of RAS, Komsomolsk on Amur;

Gridnev S. Yu., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University;

Zverev V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University;

Efryushin S. V., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University;

Kirsanov M. N., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., National Research University «Moscow Power Engineering Institute»;

Kolchunov V. I., Dr. of Tech. Sc., Prof., academician of RAACS, South-West State University;

Korobko A. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Orel State University named after I. S. Turgenyev;

Mikhailov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University;

Nguen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National University of Civil Engineering, Socialist Republic of Vietnam;

Nuguxhinov Zh. S., Dr. of Tech. Sc., Prof., Kazakh Multidisciplinary Reconstruction and Development Institute of Karaganda State Technical University, Republic of Kazakhstan;

Ovchinnikov I. G., Dr. of Tech. Sc., Prof., Saratov State Technical University;

Pshenichkina V. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Volgograd State Technical University;

Sventikov A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University;

Trechshv A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Corresponding Member of RAACS, Tula State University;

Turichshev L. S., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Polotsk State University, Republic of Belarus;

Shimanovsky A. O., Dr. of Tech. Sc., Prof., Belarusian State University of Transport, Republic of Belarus;

Shitikova M. V., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., adviser of RAACS, Voronezh State Technical University

Cover design by A.R. Efanov. Cover photo by Yulia Baturina,

<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

The journal "Structural mechanics and structures " is included into the list of peer-reviewed editions in which the results of dissertations for obtaining degrees of a Full Doctor and PhD are published

Subscription index in the «Catalog of periodicals. Newspapers and magazines» of the «Ural Press»

Group of Companies - 66004

Individuals can subscribe to it in the online store "Business Press" <http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Publication date 24.10.2023. Conventional printed sheets 17,4. Format 60×84/8. Numbers of copies 65. Order №.

Journal is registered by Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology and Mass Media (Roskomnadzor)

Registration certificate PI № FS 77 - 72895 or 22.05.2018.

Price is subject to change

ADDRESS OF EDITORIAL AND PUBLISHER OFFICE: 84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006, Russian Federation
(Faculty of construction, Department of Structural Mechanics)

Tel.: +7(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

PRINTED: publishing department of operational printing of Voronezh State Technical University

84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006

12+

© Voronezh State Technical University, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

<i>Черников А. В., Козлов В. А.</i> Оценка устойчивости цилиндрических гофрированных водопропускных труб с начальным прогибом.....	7
<i>Жданов К. А., Калгин Ю. И., Волков В. В., Симчук Е. Н.</i> Реологические характеристики теплых асфальтобетонных смесей для расчета дорожных конструкций.....	20
<i>Сафронов В. С., Осипов С. А., Шеманова А. А.</i> Вероятностная оценка прочности поврежденного ригеля железобетонной стоечной опоры автодорожного путепровода.....	31
<i>Гриднев С. Ю., Подлесных И. С.</i> Обоснование необходимости уточнения конечно-элементной модели пролетного строения с ортотропной плитой при выполнении расчетов на температурные воздействия.....	43
<i>Еремин А. В., Андреев А. В., Поляков Р. С., Николенко Ю. Ю.</i> Влияние вязкости битума и его содержания на физико-механические свойства холодных шлаковых асфальтобетонных смесей.....	57
<i>Алшахван А., Калгин Ю. И.</i> Обоснование дорожных конструкций с покрытием из теплого модифицированного асфальтобетона автомобильных дорог в условиях Сирийской Арабской Республики.....	66

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

<i>Трещев А. А., Кузнецова В. О.</i> Учет кинетики наводороживания на напряженно-деформированное и предельное состояния сферической оболочки из сплава титана.....	75
---	----

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

<i>Курсанов М. Н., Маслов А. Н.</i> Деформации плоской модели фермы опоры ЛЭП.....	91
<i>Культербаев Х. П., Лафищева М. М., Барагунова Л. А.</i> Продольные колебания вертикального стержня с сосредоточенными массами.....	100
<i>Курсанов М. Н., Льюнг Конг Л.</i> Аналитическое решение задачи о зависимости первой частоты колебаний фермы рамного типа от числа панелей.....	108
<i>Мищенко А. В., Потапова С. А.</i> Рациональная конфигурация двухстоечной шпренгельной балки.....	117
<i>Викулов С. В., Пахомова Л. В., Инкижинов Н. С.</i> Два случая построения ядра сечения.....	128
<i>Вычужина З. К.</i> Расчет значения первой частоты собственных колебаний плоской фермы с грузом.....	136

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

<i>Свентиков А. А.</i> Оценка влияния запасов прочности на надежность стальных балок.....	143
Правила оформления статей.....	150

CONTENTS

CALCULATION AND DESIGN OF BRIDGES AND TRANSPORT STRUCTURES

<i>Chernikov A. V., Kozlov V. A.</i> Evaluation of the stability of cylindrical corporated culverts with initial deflection.....	7
<i>Zhdanov K. A., Kalgin Yu. I., Volkov V. V., Simchuk E. N.</i> Rheological characteristics of warm asphalt mixtures for the calculation of road structures.....	20
<i>Safronov V. S., Osipov S. A., Shemanova A. A.</i> Probabilistic assessment of the strength of a damaged beam of a reinforced concrete mount support of a highway.....	31
<i>Gridnev S. Yu., Podlesnykh I. S.</i> Justification of the necessity to refine the finite element model of a span structure with an orthotropic slab when performing calculations for temperature effects.....	43
<i>Eremin A. V., Andreev A. V., Polyakov R. S., Nikolenko Yu. Yu.</i> Influence of bitumen viscosity and its content on the physical and mechanical properties of cold slag asphalt concrete mixtures.....	57
<i>Alshahwan A., Kalgin Yu. I.</i> Justification of road structures with coating from warm modified asphalt concrete of roads in the conditions of the Syrian Arab Republic.....	66

APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS OF SOLID BODY UNDER DEFORMATION

<i>Treshchev A. A., Kuznetsova V. O.</i> Accounting for the hydrogen accumulation kinetics on the stress-strain and limiting states of a titanium alloy spherical shell.....	75
---	----

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF MATERIALS

<i>Kirsanov M. N., Maslov A.N.</i> Deformations of a planar model of a power transmission tower truss.....	91
<i>Kulterbaev Kh. P., Lafisheva M. M., Baragunova L. A.</i> Longitudinal oscillations of a vertical rod with concentrated masses.....	100
<i>Kirsanov M. N., Luong Cong L.</i> Analytical solution of the dependence of the first natural frequency of the frame truss on the number of panels.....	108
<i>Mishchenko A.V., Potapova S. A.</i> Rational configuration of a double strut beam.....	117
<i>Vikulov S.V., Pahomova L. V., Inkizhinov N. S.</i> Two cases of constructing a cross-section kernel.....	128
<i>Vychuzhina Z. K.</i> Calculation of the flat truss natural oscillations first frequency.....	136

CALCULATION AND DESIGN OF METAL STRUCTURES

<i>Sventikov A. A.</i> Assessment of the impact of strength reserves on reliability steel beams.....	143
Requirements for articles to be published.....	150

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2023.38.3.001

УДК 624.014.27:628.145.5

ОЦЕНКА УСТОЙЧИВОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ГОФРИРОВАННЫХ ВОДОПРОПУСКНЫХ ТРУБ С НАЧАЛЬНЫМ ПРОГИБОМ

А. В. Черников¹, В. А. Козлов²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(920)246-70-77, e-mail: chernickov-andrei@yandex.ru

²Д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой строительной механики,
тел.: +7(473)276-40-06, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

В статье предлагается методика оценки устойчивости цилиндрических гофрированных водопропускных труб, обладающих начальным прогибом. Представлена расчетная формула критической нагрузки для труб с начальным прогибом. Приведены примеры расчета устойчивости и произведено сравнение с нормативной методикой. Исследовано влияние величины начального прогиба на устойчивость водопропускного сооружения.

Ключевые слова: металлическая гофрированная труба (МГТ), полубезмоментная теория оболочек, устойчивость, ортотропная оболочка, начальный прогиб

Введение. Расчет на устойчивость тонкостенных гофрированных водопропускных труб (МГТ) является одним из важных этапов процесса проектирования этих сооружений, поскольку наряду с прочностным критерием потеря устойчивости выступает одной из основных причин разрушения МГТ. Так как МГТ конструктивно относятся к классу тонких ортотропных оболочек, то при оценке их устойчивости будет вполне логичным обратиться к хорошо изученному аппарату оценки устойчивости упругих оболочек [4, 5]. В данной статье на основе теории оболочек рассматривается вопрос потери устойчивости цилиндрических водопропускных труб из гофрированной стали, а также предлагается приближенный метод для учета начального прогиба в поперечном сечении трубы и оценки его влияния на устойчивость оболочки МГТ. Актуальность данной проблемы подтверждается экспериментальными данными. Можно отметить что, оболочки большого диаметра, обладающие малой толщиной стенки, наиболее чувствительны к начальным несовершенствам формы поперечного сечения.

1. Принятые гипотезы. Оценка устойчивости МГТ кругового очертания производится на основе статического критерия Л. Эйлера с применением полубезмоментной теории В. З. Власова [3]. Согласно критерию Л. Эйлера критическая нагрузка определяется как наименьшая нагрузка, при которой наряду с исходной формой равновесия становится статически возможной смежная форма равновесия. С математической точки зрения определение критического состояния в точке бифуркации равновесных форм сводится к отысканию собственных чисел и соответствующих им векторов линейных дифференциальных уравнений. Собственные числа характеризуют критические нагрузки, а

векторы определяют форму потери устойчивости. Ниже запишем принятые далее гипотезы и допущения:

- 1) Гипотезы Кирхгофа – Лява:
 - нормаль, проведенная к срединной поверхности оболочки до её деформации, остаётся перпендикулярной к ней после деформации (аналог гипотезы плоских сечений для балок);
 - нормальные напряжения на площадках, параллельных срединной поверхности, равны нулю.
- 2) Оболочка считается тонкой: $h/R \leq 0,05$. Что позволяет пренебречь изменением внутренних напряжений по толщине стенки.
- 3) Оболочка считается длинной. Длина как минимум в несколько раз превосходит радиус срединной поверхности: $L > R$.
- 4) Характер изменения всех характерных функций (перемещений, напряжений, усилий) в продольном направлении полагается существенно более плавным, чем в окружном направлении: $\partial^2 f / \partial \alpha^2 \ll \partial^2 f / \partial \beta^2$ [9].
- 5) Действующая нагрузка в момент предельного равновесия системы принимается близкой к равномерному сжатию и представляется как результат совместного действия на конструкцию активного давления и упругого отпора грунта, что подтверждается отечественными и зарубежными исследованиями [6, 8].

1. Методы исследования

1.1. Основные расчетные положения. Использование уравнений полубезмоментной теории оболочек позволяет получить простое аналитическое решение задачи устойчивости для ортотропной цилиндрической оболочки в широком диапазоне изменения их параметров [1]. Запишем основное уравнение полубезмоментной теории оболочек [2, 3, 14]:

$$\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left(\frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \frac{R^3}{E h} \left(-\frac{\partial f_1(\alpha, \beta)}{\partial \alpha} + \frac{\partial f_2(\alpha, \beta)}{\partial \beta} + \frac{\partial^2 f_3(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (1)$$

где D – цилиндрическая жесткость; R – радиус срединной поверхности оболочки; E – модуль упругости материала; h – толщина стенки оболочки; $f_1(\alpha, \beta)$, $f_2(\alpha, \beta)$, $f_3(\alpha, \beta)$ – продольная, окружная и радиальная составляющие функции нагрузки соответственно,

$$D = \frac{E \bar{h}^3}{12(1-\mu^2)}, \quad \text{где } \bar{h} = \sqrt[3]{\frac{12 \cdot J_{\text{гофр}}}{b}},$$

где \bar{h} – приведенная толщина стенки в окружном направлении (для ортотропной оболочки); μ – коэффициент Пуассона; $J_{\text{гофр}}$ – момент инерции гофрированной полосы единичной длины; b – единичная длина для выделенной полосы.

Для получения однородного уравнения, описывающего потерю устойчивости оболочки, воспользуемся приемом фиктивной нагрузки [1, 10]. Основная особенность этого приема заключается в том, что условия равновесия составляются для деформированного элемента оболочки. Поэтому произведения докритических внутренних усилий (f_1^0 , f_2^0 , f_3^0) на соответствующие изменения кривизн (χ_1 , χ_2 , χ_3) входят в уравнение равновесия в виде фиктивной нормальной нагрузки $f_\phi(\alpha, \beta)$ (в проекции на нормаль к оболочке):

$$f_\phi(\alpha, \beta) = \chi_1 \cdot f_1^0 + \chi_2 \cdot f_2^0 + \chi_3 \cdot f_3^0, \quad (2)$$

где χ_1, χ_2, χ_3 – параметры изменения кривизн срединной поверхности, f_1^0, f_2^0, f_3^0 – докритические внутренние усилия, которые выражаются через внешние нагрузки [10]:

$$\chi_1 = \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2}, \chi_2 = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{1}{2R} \cdot \left(\frac{\partial u}{R \partial \beta} - \frac{\partial v}{\partial \alpha} \right), \chi_3 = \frac{1}{R^2} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + w \right), \quad (3)$$

$$f_1^0 = -\frac{Q}{2\pi R}, f_2^0 = -\frac{M}{2\pi R^2}, f_3^0 = -q \cdot R. \quad (4)$$

Принимая во внимание характер действующей на МГТ внешней нагрузки, рассмотрим только нормальную составляющую от фиктивной нагрузки, тогда выражение (2) с учетом (3) и (4) можно записать:

$$f_\phi(\alpha, \beta) = \chi_3 \cdot f_3^0 = -q \cdot \frac{1}{R} \cdot \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2} + w \right). \quad (5)$$

где q – внешнее радиальное давление.

Фиктивная нагрузка связана с радиальным перемещением w , для раскрытия этой связи запишем w через основную функцию [2, 14]:

$$w = \frac{1}{R} \cdot \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2}. \quad (6)$$

И далее, подставляя (6) в (5), получим окончательное выражение для фиктивной нагрузки:

$$f_\phi(\alpha, \beta) = -q \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \left(\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right). \quad (7)$$

1.2. Учет влияния начальных прогибов. Обращаясь к выражению (7), отметим, что в нем в качестве докритического внешнего усилия представлена радиальная нагрузка q , которая действует на недеформированную оболочку без начальных прогибов. То есть оболочка находится в безмоментном исходном состоянии. В реальных же условиях всегда имеет место отклонение формы поперечного сечения от исходной круговой или начальный прогиб w_0 (рис. 1). Это особенно актуально для тонкостенных оболочек большого диаметра, к которым относятся МГТ.

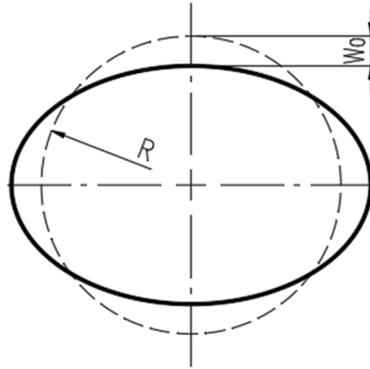


Рис. 1. Схема оболочки с начальной эллиптичностью

Начальная эллиптичность поперечного сечения формирует исходное моментное состояние оболочки. Его учет в явном виде достаточно затруднителен и сопряжен с трудоемкими вычислениями. Поэтому предлагается приближенный подход, который позволяет получить достаточно простое аналитическое решение. Предположим, что для достижения состояния с прогибом w_0 к оболочке требуется приложить некоторое

радиальное усилие q_0 . Данная нагрузка, эквивалентная начальному прогибу w_0 , позволит опосредованно учесть начальное несовершенство формы поперечного сечения оболочки. Перепишем выражение (7), дополнив его данным параметром:

$$f_\phi(\alpha, \beta) = -(q + q_0) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \left(\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right), \quad (8)$$

где q_0 – внешнее радиальное давление эквивалентное начальному прогибу.

Теперь выразим q_0 через величину начального прогиба w_0 . Для этого запишем выражение для радиальных перемещений, полученное авторами для МГТ круглого очертания в работах [13, 14, 15]:

$$w = \sum_{n=2}^N -n^2 \cdot \frac{F_n}{4 \cdot j_n^4} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (1 - K_1(j_n \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_n \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_n \alpha)) \cdot \cos(n\beta), \quad (9)$$

где F_n – функция нагрузки; j_n – приведенный коэффициент; K_1, K_2, K_3, K_4 – функции А.Н. Крылова [7]; ξ_2 и ξ_4 – коэффициенты, полученные в процессе вывода разрешающих уравнений [14];

$$F_n(\alpha) = -\frac{df_{1n}(\alpha)}{d\alpha} + n \cdot f_{2n}(\alpha) - n^2 \cdot f_{3n}(\alpha); \quad j_n = \sqrt[4]{\frac{n^4(n^2-1)^2}{48(1-\mu^2)} \cdot \frac{\bar{h}^3}{R^2 h}};$$

$$K_1(j_n \alpha) = \operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha); \quad K_2(j_n \alpha) = \frac{1}{2} \cdot (\operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \sin(j_n \alpha) + \operatorname{sh}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha));$$

$$K_4(j_n \alpha) = \frac{1}{4} \cdot (\operatorname{ch}(j_n \alpha) \cdot \sin(j_n \alpha) - \operatorname{sh}(j_n \alpha) \cdot \cos(j_n \alpha));$$

$$\xi_2 = \frac{\operatorname{sh}(\lambda) - \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \xi_4 = 2 \cdot \frac{\operatorname{sh}(\lambda) + \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \lambda = j_n \frac{L}{R}.$$

Для описания прогибов w_0 при начальной эллиптичности ограничим ряд первым членом $N=2$, полагая, что начальная погибь оболочки описывается формой деформирования с двумя полуволнами (рис. 1). Расположение начального прогиба будем полагать в наиболее опасной и вероятной области, в области замка $\beta=0$. А в функции нагрузки для первого члена разложения (при $n=2$) $F_2(\alpha)$ оставим только радиальную составляющую, где $f_{3_2} = q_0$ представляет собой внешнее давление, эквивалентное начальному прогибу:

$$F_2(\alpha) = -2^2 \cdot f_{3_2}(\alpha) = -4 \cdot q_0$$

Тогда выражение (9) примет вид:

$$w_0 = 4 \cdot \frac{q_0}{j_2^4} \cdot \frac{R^2}{Eh} \cdot (1 - K_1(j_2 \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2 \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2 \alpha)), \quad (10)$$

где

$$j_2 = \sqrt[4]{\frac{3}{(1-\mu^2)} \cdot \frac{\bar{h}^3}{R^2 h}}, \quad \xi_2 = \frac{\operatorname{sh}(\lambda) - \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \xi_4 = 2 \cdot \frac{\operatorname{sh}(\lambda) + \sin(\lambda)}{\operatorname{ch}(\lambda) + \cos(\lambda)}; \quad \lambda = j_2 \frac{L}{R}.$$

$$K_1(j_2 \alpha) = \operatorname{ch}(j_2 \alpha) \cdot \cos(j_2 \alpha); \quad K_2(j_2 \alpha) = \frac{1}{2} \cdot (\operatorname{ch}(j_2 \alpha) \cdot \sin(j_2 \alpha) + \operatorname{sh}(j_2 \alpha) \cdot \cos(j_2 \alpha));$$

$$K_4(j_2 \alpha) = \frac{1}{4} \cdot (\operatorname{ch}(j_2 \alpha) \cdot \sin(j_2 \alpha) - \operatorname{sh}(j_2 \alpha) \cdot \cos(j_2 \alpha));$$

Выразим из (10) величину эквивалентного давления q_0 :

$$q_0 = w_0 \cdot \frac{3 \cdot E \bar{h}^3}{4 \cdot R^4 (1 - \mu^2)} \cdot \frac{1}{(1 - K_1(j_2 \alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2 \alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2 \alpha))}, \quad (11)$$

Полученное авторами на основе полубезмоментной теории оболочек выражение (11) характеризует радиальную нагрузку q_0 , которая является эквивалентной начальному прогибу w_0 . Оно получено из вполне понятных физических предпосылок, учитывает ортотропный характер оболочки МГТ, а также место расположения сечения рассматриваемого участка МГТ в продольном направлении. Для удобства дальнейших преобразований обозначим множители при w_0 как K_{w0} и запишем:

$$q_0 = w_0 \cdot K_{w0}, \quad (12)$$

1.3. Вывод окончательного уравнения. Положив в основном уравнении (1) $f_1(\alpha, \beta)$, $f_2(\alpha, \beta)$ равными нулю и заменив $f_3(\alpha, \beta)$ на полученное значение фиктивной нагрузки $f_\phi(\alpha, \beta)$ (8), с учетом (12) запишем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left(\frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = \\ = \frac{R^3}{E h} \cdot \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \left(-(q + w_0 \cdot K_{w0}) \cdot \frac{1}{R^2} \cdot \left(\frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} + \frac{\partial^2 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^2} \right) \right). \end{aligned}$$

Переносим все слагаемые в левую часть, после преобразований получим следующее однородное уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \alpha^4} + \frac{D}{R^2 E h} \left(\frac{\partial^8 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^8} + 2 \cdot \frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) + \\ + (q + w_0 \cdot K_{w0}) \cdot \frac{R}{E h} \cdot \left(\frac{\partial^6 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^6} + \frac{\partial^4 \Phi(\alpha, \beta)}{\partial \beta^4} \right) = 0, \quad (13) \end{aligned}$$

Решение однородного уравнения (13), как и ранее [14, 15], выполняется с применением вариационного метода Канторовича – Власова [12], интегрирование производится в рядах. Основная функция $\Phi(\alpha, \beta)$ раскладывается в тригонометрический ряд. После преобразований получим обыкновенное дифференциальное уравнение для функции $\Phi_n(\alpha)$, соответствующее n -му члену разложения основной функции $\Phi(\alpha, \beta)$:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} + \left(n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 E h} - n^4 (n^2 - 1) \cdot (q + w_0 \cdot K_{w0}) \cdot \frac{R}{E h} \right) \Phi_n(\alpha) = 0. \quad (14)$$

Запишем полученное уравнение в следующем виде:

$$\frac{d^4 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^4} - j_n^4 \cdot \Phi_n(\alpha) = 0, \quad (15)$$

где j_n^4 – приведенный коэффициент перед $\Phi_n(\alpha)$ в уравнении (14):

$$j_n^4 = n^4 (n^2 - 1)^2 \frac{D}{R^2 E h} - n^4 (n^2 - 1) \cdot (q + w_0 \cdot K_{w0}) \cdot \frac{R}{E h}. \quad (16)$$

Решение однородного уравнения (15) имеет следующий вид [1]:

$$\Phi_n(\alpha) = C_1 \cdot \sin(j_n \alpha) + C_2 \cdot \cos(j_n \alpha) + C_3 \cdot \text{sh}(j_n \alpha) + C_4 \cdot \text{ch}(j_n \alpha). \quad (17)$$

Запишем принятые ранее граничные условия на торцах оболочки [14]:

$$v_n = \frac{n}{R} \cdot \Phi_n(\alpha) = 0; N_{ln} = \frac{Eh}{R^2} \cdot \frac{d^2 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^2} = 0.$$

Сокращая постоянные коэффициенты, окончательно будем иметь:

$$\Phi_n(\alpha) = 0; \frac{d^2 \Phi_n(\alpha)}{d\alpha^2} = 0. \quad (18)$$

Четыре однородных граничных условия (по два на каждом из торцов оболочки) составляют на основе (17) систему четырех однородных уравнений относительно постоянных C_i . Условие обращения в нуль определителя данной системы приводит к характеристическому уравнению, наименьший корень которого j_{\min} позволяет определить собственные значения давления q_n из выражения (16) [1]:

$$q_n = \frac{j_{\min}^4}{n^4(n^2-1)} \cdot \frac{Eh}{R} + (n^2-1) \frac{D}{R^3} - w_0 \cdot K_{w_0}; \text{ где } n = 2, 3, \dots \quad (19)$$

Или в развернутом виде:

$$q_n = \frac{j_{\min}^4}{n^4(n^2-1)} \cdot \frac{Eh}{R} + (n^2-1) \frac{D}{R^3} - w_0 \cdot \frac{3 \cdot E\bar{h}^{-3}}{4 \cdot R^4(1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{(1-K_1(j_2\alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2\alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2\alpha))}, \quad (20)$$

где $n = 2, 3, \dots$

Полученное выражение до последнего члена совпадает с выражением (2.5) для критического внешнего радиального давления, представленного в широко известной работе Э. И. Григолюка и В. В. Кабанова по устойчивости оболочек (ч. II, гл. VIII) [5]. Последнее же слагаемое опосредованно учитывает уменьшение критической нагрузки от влияния начального прогиба w_0 . Для получения окончательного выражения для определения критического давления определим j_{\min} . В нашем случае для принятых выше граничных условий (18) первой собственной функцией уравнения (17) будет [1]:

$$\Phi_n(\alpha) = \sin(j_{\min} \alpha) = \sin\left(\frac{\pi R}{L} \alpha\right),$$

а наименьшим значением j_{\min} (наименьшим собственным числом) будет:

$$j_{\min} = \frac{\pi R}{L}. \quad (21)$$

Подставляя (21) в (20) окончательно будем иметь:

$$q_n = \frac{\left(\frac{\pi R}{L}\right)^4}{n^4(n^2-1)} \cdot \frac{Eh}{R} + (n^2-1) \frac{D}{R^3} - w_0 \cdot \frac{3 \cdot E\bar{h}^{-3}}{4 \cdot R^4(1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{(1-K_1(j_2\alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2\alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2\alpha))}, \quad (22)$$

где $n = 2, 3, \dots$

Стоит заметить, что при отсутствии начального прогиба w_0 третье слагаемое в выражении (22) обращается в нуль, а само выражение приобретает вид известной формулы Р. Саусвелла [11] для устойчивости цилиндрической оболочки.

Критическое значение давление $q_{\text{кр}}$ определяется путем минимизации выражения (22) по n . Однако если принять, что форма начальной погиби определяет в дальнейшем форму потери устойчивости оболочки МГТ, то принимая $n = 2$, получим:

$$q_{\text{кр}} = \left(\frac{\pi R}{L}\right)^4 \frac{Eh}{48R} + \frac{3 \cdot D}{R^3} - w_0 \cdot \frac{3 \cdot E\bar{h}^{-3}}{4 \cdot R^4(1-\mu^2)} \cdot \frac{1}{(1-K_1(j_2\alpha) + \xi_2 \cdot K_2(j_2\alpha) - \xi_4 \cdot K_4(j_2\alpha))}. \quad (23)$$

2. Примеры расчета, сравнение с нормативной методикой. Рассмотрим пример расчета устойчивости МГТ по предложенной методике. Для сравнения полученных результатов с нормативными начальную эллиптичность примем равной нулю, поскольку учет данного параметра в нормативной методике невозможен.

Нормативный алгоритм проверки общей устойчивости представлен в ОДМ 218.2.001-2009 (прил. В.2). Используемая схема нагрузки представляет собой равномерно распределенное давление по периметру водопропускной трубы, которое соответствует интенсивности вертикального давления на МГТ от постоянных и временных нагрузок. Представленные допущения о характере действующей на МГТ нагрузки соответствуют допущениям, принятым в настоящей работе. Это позволяет провести более точное сравнение полученных результатов по двум методикам.

Исходные данные для расчета представлены в табл. 1. Расчет был произведен для МГТ различного диаметра. Принятое сечение гофра 125x26 по серии 3.501.3-187.10.

Таблица 1

Параметр	Условное обозначение	Значение	Единицы измерения
Типоразмер гофра (Серия 3.501.3-187.10)	—	125x26	мм
Диаметр МГТ	$D_{\text{МГТ}}$	0,8; 1,0; 1,2; 1,5; 1,8; 2,0; 2,2; 2,5	м
Длина МГТ	L	14,0	м
Толщина стенки	h	2,0	мм
Погонный момент инерции	$J_{\text{гофр}}$	1,91E-007 (0,191)	м ⁴ /м (см ⁴ /см)
Модуль упругости материала МГТ	E	210000	МПа
Коэффициент Пуассона	μ	0,3	—
<i>Дополнительные параметры для расчета по ОДМ 218.2.001-2009:</i>			
Погонная площадь поперечного сечения	F	0,221	см ² /см
Радиус инерции	r	0,929	см
Расчетное сопротивление стали	R_0	1900	кгс/см ²
Модуль деформации грунта	$E_{\text{гр}}$	200	кгс/см ²
Коэффициент условий работы	m_2	0,7	—
Марка стали МГТ	—	15сп	—

Качественные и количественные результаты расчета представлены на сводном графике на рис. 2, а также в табл. 2.

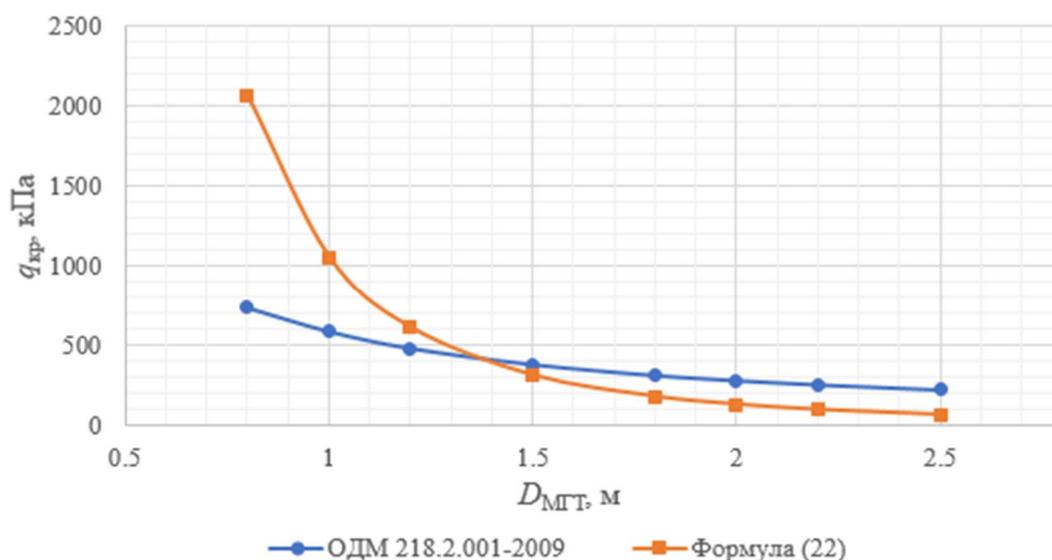


Рис. 2. Результаты расчета устойчивости МГТ по нормативной и по предложенной методикам

Таблица 2

$D_{\text{МГТ}}, \text{ м}$	Критическое значение давления $q_{\text{кр}}, \text{ кПа}$	
	ОДМ 218.2.001-2009	Формула (22)
0,8	734,43	2066,11
1,0	586,25	1057,85
1,2	481,13	612,18
1,5	379,81	313,44
1,8	312,14	181,39
2,0	279,73	132,23
2,2	253,71	99,35
2,2	221,21	67,71

Оценивая полученные результаты, можно отметить, что зависимость критического давления $q_{\text{кр}}$ от диаметра МГТ для обеих методик имеет нелинейный характер. Однако при расчете по нормативной методике наблюдается меньший разброс полученных значений. Для МГТ диаметром от 1,5 м и выше предложенная в данной работе методика расчета дает более низкие значения критического давления. В связи с этим можно рекомендовать её использование для дополнительной оценки устойчивости МГТ большого диаметра.

Также отметим, что нормативная методика, в отличие от предлагаемой, учитывает модуль деформации грунта при оценке устойчивости. Однако влияние данного параметра на величину критического давления при равномерном радиальном нагружении оболочки МГТ не является столь существенным, что можно наблюдать из графика на рис. 3. Повторив нормативный расчет, изменяя модуль деформации грунта в достаточно широком диапазоне (от 15 кПа до 45 кПа), были получены близкие значения критического давления. В среднем для различных диаметров МГТ разница между ними составила $\approx 6,8\%$.

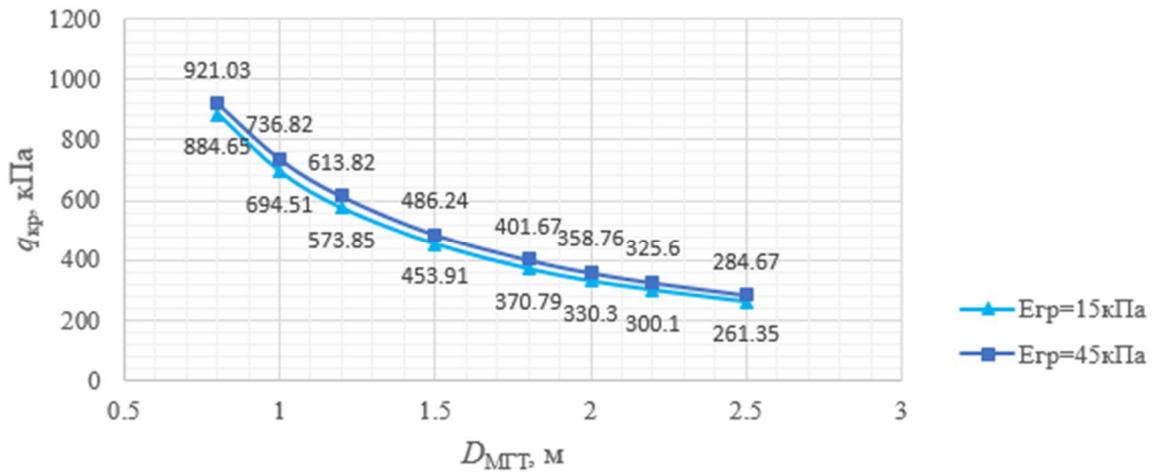


Рис. 3. Результаты расчета устойчивости МГТ по нормативной методике для различного модуля деформации грунта

3. Анализ влияния начального прогиба на устойчивость МГТ. Рассмотрим пример расчета устойчивости МГТ с начальной эллиптичностью (прогибом) с использованием формулы (22) предлагаемой в данной работе. В качестве исходных данных примем данные табл. 1, а начальный прогиб будем задавать в процентах от величины диаметра МГТ. Рассмотрим три расчетные ситуации с начальным прогибом равным 1%, 3% и 5% соответственно. Результаты расчетов для различных диаметров МГТ приведены в табл. 3 и на сводном графике на рис. 4.

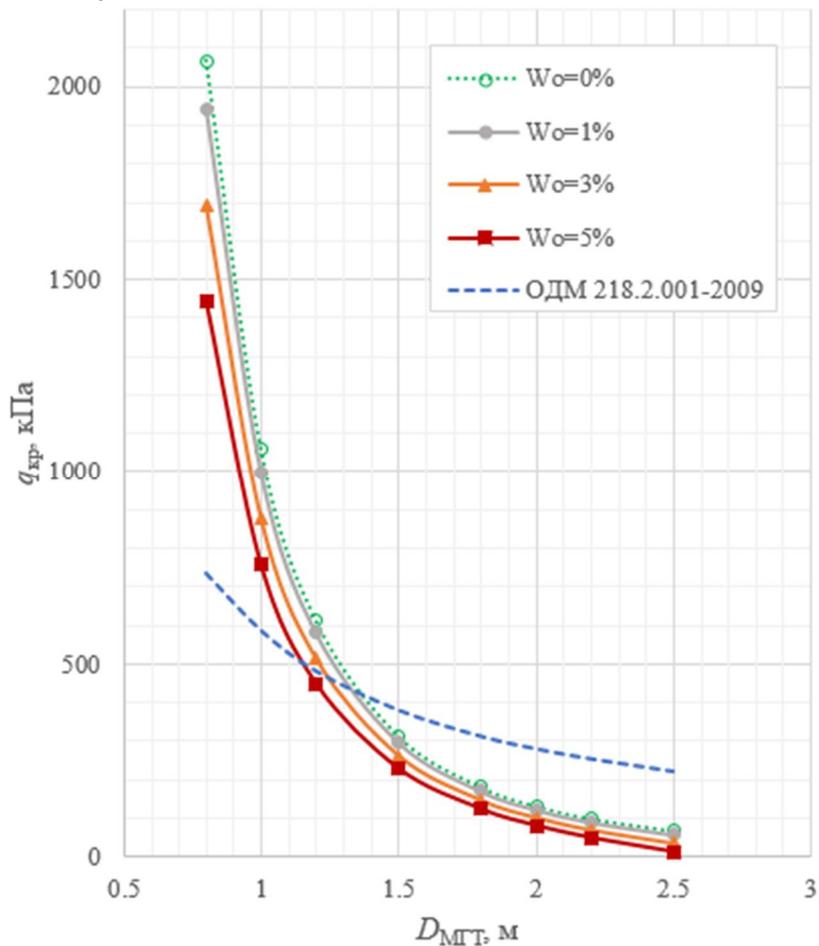


Рис. 4. Результаты расчета устойчивости МГТ по предложенной методике при различных значениях начального прогиба

Таблица 3

$D_{\text{МГТ}}, \text{ м}$	Критическое значение давления $q_{\text{кр}}, \text{ кПа}$ при начальном прогибе			
	0%	1%	3%	5%
0,8	2066,11	1941,79	1693,17	1444,55
1,0	1057,85	997,75	877,54	757,34
1,2	612,18	579,49	514,10	448,71
1,5	313,44	296,40	262,33	228,26
1,8	181,39	169,74	146,45	123,16
2,0	132,23	121,89	101,19	80,50
2,2	99,35	89,25	69,05	48,85
2,2	67,71	56,61	34,42	12,23

Как можно видеть из результатов расчета, начальная эллиптичность поперечного сечения снижает общую устойчивость МГТ. Причем характер снижения критического давления потери устойчивости $q_{\text{кр}}$ имеет нелинейную зависимость. Для МГТ с диаметром 2 м и более (для гофра 125x26) наблюдается достаточно резкое уменьшение величины критического давления, что подтверждает тезис о высокой чувствительности тонких оболочек большого диаметра к начальным несовершенствам формы поперечного сечения. Для МГТ диаметром до 2 м получены следующие средние значения:

- при начальном прогибе в 1% критическая нагрузка снизилась на 6,1%;
- при начальном прогибе в 3% – на 18,4%;
- при начальном прогибе в 5% – на 30,6%.

Более подробная информация представлена на рис. 5. Таким образом, начальная эллиптичность поперечного сечения в 1% оказывает незначительное влияние на устойчивость МГТ, тогда как прогиб в 5% снижает устойчивость почти на треть.

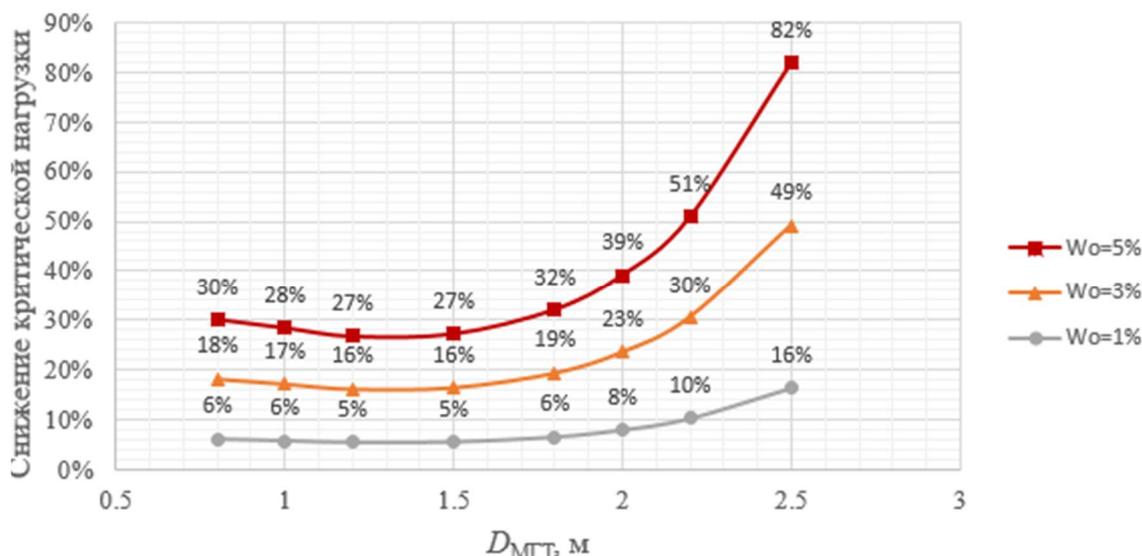


Рис. 5. График отражающий снижение величины критической нагрузки МГТ с начальным прогибом по отношению к МГТ без начального прогиба

Полученные средние значения уменьшения критической нагрузки для труб с начальной эллиптичностью по отношению к трубам с идеальным очертанием поперечного сечения находятся в диапазоне 6 – 30%. Согласно же экспериментальным данным [4, 11] снижение критической нагрузки вследствие влияния начальной погиби находится в диапазоне 20 – 40%. Следовательно, можно сделать вывод, что предложенная в данной

работе формула оценки устойчивости для оболочек с начальной погибью (22) достаточно хорошо согласуется с экспериментальными данными и может применяться для оценки устойчивости МГТ с начальным прогибом.

Выводы. В данной статье предлагается методика оценки устойчивости цилиндрических гофрированных водопропускных труб, обладающих начальным прогибом. Представленный приближенный подход позволяет получить достаточно простое аналитическое решение задачи устойчивости для ортотропных тонкостенных оболочек МГТ. А поскольку учет начальных несовершенств не отражен в нормативном расчете устойчивости ОДМ 218.2.001-2009, то предлагаемый метод будет полезным для практических расчетов.

Полученное выражение для критической нагрузки базируется на полубезмоментной теории оболочек и включает в себя величину начального прогиба w_0 . Стоит заметить, что при нулевом значении начального прогиба полученное выражение приводится к виду известной формулы Р. Саусвелла [11] для устойчивости цилиндрической оболочки.

На основе предложенной формулы в настоящей работе был выполнен анализ влияния начального прогиба на устойчивость МГТ. Были рассмотрены МГТ различного диаметра, а начальная эллиптичность принималась в интервале от 1% до 5% от значения диаметра МГТ. Из полученных результатов можно сделать следующие выводы: начальная эллиптичность поперечного сечения в 1% оказывает незначительное влияние на устойчивость МГТ, тогда как прогиб в 5% снижает устойчивость почти на треть; средние значения уменьшения критической нагрузки для труб с начальной эллиптичностью составили 6 – 30%, что хорошо согласуется с экспериментальным данным [4, 11], где снижение критической нагрузки вследствие влияния начальной погиби находится в диапазоне 20 – 40%; для МГТ диаметром более 2 м наблюдается резкое снижение величины критического давления, что подтверждает тезис о высокой чувствительности тонких оболочек большого диаметра к начальным несовершенствам формы поперечного сечения.

Библиографический список

1. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.
2. Бидерман В.Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
3. Власов В.З. Избранные труды. Т. 1. Общая теория оболочек. – М.: Издательство академии наук СССР, 1962. – 528 с.
4. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1967. – 984 с.
5. Григолюк Э.И., Кабанов В.В. Устойчивость оболочек. – М.: Главная редакция физико-математической литературы издательства «Наука», 1978. – 360 с.
6. Водопропускные трубы под насыпями / Е.А. Артамонов, Г.Я. Волченков, Р.С. Клейнер, Р.Е. Подвальный, А.С. Потапов, К.Б. Щербина, О.А. Янковский. – М.: Транспорт, 1982. – 232 с.
7. Крылов А.Н. О расчете балок, лежащих на упругом основании. Изд. 2-е. – Л.: Издательство академии наук СССР, 1931. – 154 с.
8. Металлические гофрированные трубы под насыпями / Н.М. Колоколов, О.А. Янковский, К.Б. Щербина, С.Э. Черняховская. – М.: Транспорт, 1973. – 120 с.
9. Новожилов В.В. Теория тонких оболочек. – Л.: Судпрогиз, 1951. – 344 с.
10. Основы строительной механики ракет: учеб. пособие для студентов высших учебных заведений / Л.И. Балабух, К.С. Колесников, В.С. Зарубин, Н.А. Алфутов, В.И. Усюкин, В.Ф. Чижов. – М.: Высш. шк., 1969. – 496 с.

11. Соломенко Н.С., Румянцев Ю.Н. Строительная механика подводных лодок. – Л.: ВВМИОЛУ им. Ф. Э. Дзержинского, 1962. – 399 с.
12. Теребушко О.И. Основы теории упругости и пластичности. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
13. Черников А.В., Козлов В.А., Рябова О.В. Анализ и применение односторонних двухпараметрических моделей упругого основания к расчету гофрированных водопропускных труб // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2022. – № 4(68). – С. 105-120. DOI 10.36622/VSTU.2022.68.4.010.
14. Черников А.В., Козлов В.А. Определение напряженно-деформированного состояния гофрированных водопропускных труб с эксплуатационными дефектами на основе полубезмоментной теории оболочек // Строительная механика и конструкции. – 2021. – № 2(29). – С. 12-28.
15. Черников А.В., Козлов В.А. Учет одностороннего упругого основания при расчете гофрированных водопропускных труб по полубезмоментной теории оболочек // Строительная механика и конструкции. – 2022. – № 2(33). – С. 87-97. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.008.

References

1. Alfutov N.A. Fundamentals of calculating the stability of elastic systems. M.: Mashinostroenie, 1978. 312 p.
2. Biderman V.L. Mechanics of thin-walled structures. Statics. M.: Mashinostroenie, 1977. 488 p.
3. Vlasov V.Z. Selected works. Vol. 1. General theory of shells. M.: Publishing house of the Academy of Sciences of the USSR, 1962. 528 p.
4. Volmir A.S. Stability of deformable systems. M.: The main edition of the physical and mathematical literature of the publishing house "Nauka", 1967. 984 p.
5. Grigolyuk E.I., Kabanov V.V. Shell stability. M.: The main edition of the physical and mathematical literature of the Nauka publishing house, 1978. 360 p.
6. Artamonov E.A., Volchenkov G.Ya., Kleiner R.S., Podvalny R.E., Potapov A.S., Shcherbina K.B., Yankovsky O.A. Culverts under embankments. M.: Transport, 1982. 232 p.
7. Krylov A.N. On the calculation of beams lying on an elastic foundation. 2nd. Ed. L.: Publishing house of the Academy of Sciences of the USSR, 1931. 154 p.
8. Kolokolov N.M., Yankovsky O.A., Shcherbina K.B., Chernyakhovskaya S.E. Metallic corrugated pipes under embankments. M.: Transport, 1973. 120 p.
9. Novozhilov V.V. Theory of thin shells. L.: Sudprogiz, 1951. 344 p.
10. Balabukh L.I., Kolesnikov K.S., Zarubin V.S., Alfutov N.A., Usyukin V.I., Chizhov V.F. Fundamentals of structural mechanics of rockets: textbook for students of higher educational institutions. M.: High School, 1969. 496 p.
11. Solomenko N.S., Rummyantsev Yu.N. Structural mechanics of submarines. L.: HMMEU named after F. E. Dzerzhinsky, 1962. 399 p.
12. Terebushko O.I. Fundamentals of the theory of elasticity and plasticity. M.: Nauka, 1984. 320 p.
13. Chernikov A.V., Kozlov V.A., Ryabova O.V. Analysis and application of one-sided two-parametric models of an elastic foundation to the calculation of corrugated culverts. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 4(68). 2022. Pp. 105-120. DOI 10.36622/VSTU.2022.68.4.010.
14. Chernikov A.V., Kozlov V.A. Determination of the stress-strain state of corrugated culverts with operational defects based on the semi-momentless theory of shells. Structural Mechanics and Constructions. No. 2(29). 2021. Pp. 12-28.

15. Chernikov A.V., Kozlov V.A. Accounting for a one-sided elastic foundation in the calculation of corrugated culverts according to the semi-momentless theory of shells. *Structural Mechanics and Constructions*. No. 2(33). 2022. Pp. 87-97. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.008.

EVALUATION OF THE STABILITY OF CYLINDRICAL CORRUGATED CULVERTS WITH INITIAL DEFLECTION

A. V. Chernikov¹, V. A. Kozlov²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(920)2467077,
e-mail: chernikov-andrei@yandex.ru

²Dr. of Phys. and Math. Sciences, Head of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2764006,
e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

This article proposes a method for assessing the stability of cylindrical corrugated culverts with an initial deflection. The calculation formula for the critical load for pipes with initial deflection is presented. Examples of stability calculation are given and a comparison with the normative method is made. The influence of the value of the initial deflection on the stability of the culvert is investigated.

Keywords: metal corrugated pipe (MCT), semi-momentum theory of shells, stability, orthotropic shell, initial deflection.

РЕОЛОГИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛЫХ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ СМЕСЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА ДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

К. А. Жданов¹, Ю. И. Калгин², В. В. Волков³, Е. Н. Симчук⁴

АНО НИИ «ТСК»^{1,4}
Россия, г. Москва

Воронежский государственный технический университет^{2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Заместитель генерального директора, тел.: +7 (495) 748-86-12, e-mail: kirill-jdanov@mail.ru

²Д-р техн. наук, профессор кафедры строительства и эксплуатации автомобильных дорог, тел.: +7(473)236-18-89, e-mail: kalgin36@yandex.ru

³Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)271-52-30, e-mail: kotlac@yandex.ru

⁴Канд. экон. наук, генеральный директор, тел.: +7 (495) 748-86-12, e-mail: simchuk@niitsk.ru

Постановка задачи. Асфальтобетонные смеси являются эффективным материалом для устройства дорожных покрытий, на которые динамически воздействуют движущиеся транспортные средства. Рассматривается задача изучения зависимости динамического модуля упругости и реологических характеристик теплых асфальтобетонных смесей, приготовленных на минеральных материалах и битумных вяжущих отечественного производства, от вида теплой технологии.

Результаты. Приведены результаты эксперимента и их математический анализ по изучению влияния вида теплой технологии на модуль упругости и реологические характеристики теплых асфальтобетонных смесей, произведенных с использованием разных технологий: вспенивания битумного вяжущего, введения в битумное вяжущее органической или химической добавки.

Выводы. Установлено значительное влияние температуры на энергию активации сдвига для асфальтобетонных смесей, произведенных по горячей или теплой технологии с использованием дорожного битума или битумного вяжущего. Выявлены температурные и частотные зависимости динамического модуля упругости асфальтобетонных смесей, приготовленных по горячей технологии и для всех видов теплой технологии. Определены динамические характеристики и охарактеризованы демпфирующие свойства горячих и теплых асфальтобетонных смесей.

Ключевые слова: теплая асфальтобетонная смесь, теплый асфальтобетон, теплые технологии, вспененный битум.

Введение. Применение теплых асфальтобетонных смесей в отечественном дорожном строительстве характеризуется множеством положительных факторов в сравнении с использованием горячих асфальтобетонов: уменьшением выбросов вредных веществ и старения вяжущего при производстве асфальтобетонных смесей за счет снижения температуры перемешивания; увеличением строительного сезона вследствие возможности укладки при более низких температурах окружающего воздуха; сокращением расходов на производство смесей, так как уменьшается расход топлива для разогрева каменных материалов [1-9].

Эффективность теплых технологий и их влияние на свойства асфальтобетона – сдвигоустойчивость, трещиностойкость, водостойкость и истираемость – были раскрыты в работе [9]. Классификация и требования к свойствам теплого асфальтобетона приведены в стандартах [10,11].

Отсутствие расчетных характеристик теплых асфальтобетонов в действующих нормативных документах на проектирование нежестких дорожных одежд сдерживает их

крупномасштабное применение при новом строительстве и реконструкции автомобильных дорог. Одной из главных расчетных характеристик асфальтобетона, используемой при проектировании конструкций нежестких дорожных одежд, является его модуль упругости. Реакция асфальтобетона в дорожной конструкции на воздействие во временном интервале автомобильного транспорта описывается динамическим модулем упругости.

Экспериментальные исследования по определению модуля упругости асфальтобетона. Модуль упругости – это величина, которая характеризует упругое поведение материала при приложении к нему внешней силы в заданном направлении. Для асфальтобетона модули упругости принимаются в температурном диапазоне от 0 °С до 50 °С в зависимости от расчетного критерия [12,13].

Оценка внешнего воздействия осуществляется на различных испытательных установках, которые по установленному алгоритму определяют физико-механические характеристики получаемых смесей.

Эксперимент по определению модуля упругости теплых асфальтобетонов был проведен в соответствии с ГОСТ Р 58401.21 [14] на установке DTS-130 с испытательным модулем, аналогичным прибору АМРТ [14]. Установка DTS-130 позволяет создавать любые циклические нагрузки в диапазоне до 100 кН и проводить испытания в диапазоне температур от -50 °С до 80 °С [15]. Первично на вращательном уплотнителе приготавливались образцы асфальтобетона диаметром 150 мм и высотой 175 мм. Количество оборотов вращательного уплотнителя для каждой асфальтобетонной смеси подбиралось таким образом, чтобы содержание воздушных пустот в образцах составляло $(7,0 \pm 0,5) \%$ [16]. Далее из уплотненных образцов асфальтобетона путем выбуривания и распиливания приготавливались испытуемые образцы диаметром 100 мм и высотой 150 мм.

Полученные образцы дополнительно подготавливались к испытанию на специальном устройстве для центрирования и монтажа (рис. 1). К боковым поверхностям испытуемых образцов приклеивались металлические цилиндры для крепления LVDT-датчиков.



Рис. 1. Подготовленный для испытания образец асфальтобетона:

1 – металлические цилиндры, 2 – образец, 3 – специальное устройство для центрирования и монтажа металлических цилиндров, 4 – держатель металлических цилиндров

Эксперимент осуществлялся при учете изменчивости следующих факторов: температуры, динамичности нагружения (частоты) и состава асфальтобетонной смеси. Динамический модуль упругости асфальтобетона определяли при шести температурах 0 °С, 10 °С, 20 °С, 30 °С, 40 °С и 50 °С и шести частотах нагружения 25 Гц, 10 Гц, 5 Гц, 1 Гц, 0,5 Гц и 0,1 Гц. Перед каждым испытанием образцы выдерживались не менее двух часов в термостатирующей камере. Далее на металлические цилиндры прикрепляли датчики линейной деформации и впоследствии прикладывали к образцам циклическую гаверсинусоидальную нагрузку заданной частоты нагружения (рис. 2).



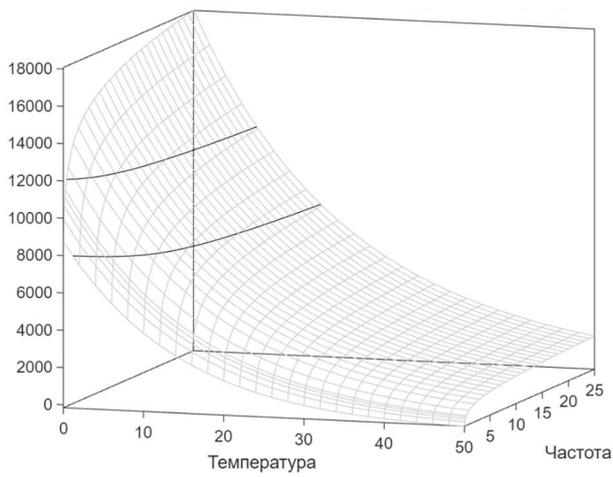
Рис. 2. Определение динамического модуля упругости:

1 – металлические цилиндры, 2 – образец, 3 – LVDT-датчик, 4 – шток нагружающего устройства

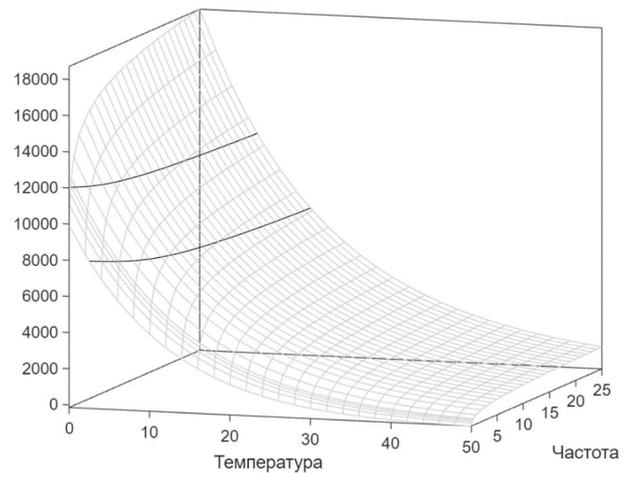
По полученным результатам прикладываемого значения нагружения вычислялось напряжение, приложенное к образцу, измерялись величины осевой деформации образца и проводился расчет динамического модуля упругости асфальтобетона при соответствующей заданной температуре испытания.

Выявление влияния состава асфальтобетонной смеси на её физико-механические и реологические характеристики осуществляется на основе проектного моделирования свойств. Для этого были запроектированы асфальтобетонная смесь А16Вт согласно ГОСТ Р 58406.2 [16] и щебеночно-мастичная асфальтобетонная смесь SMA-16 согласно ГОСТ Р 58401.2 [17]. Для рецептурного приготовления теплых асфальтобетонных смесей применялись отечественные минеральные материалы, соответствующие требованиям межгосударственных стандартов, разработанных для обеспечения требований технического регламента Таможенного союза 014/2011 [18]. В качестве вяжущих в асфальтобетонных смесях применялись отечественные битум марки БНД 70/100 и битумное вяжущее PG 76-34. В эксперименте применялись следующие виды теплых технологий: вспенивание битумного вяжущего водой, использование органической и химической добавок. Полученные значения динамического модуля упругости теплых асфальтобетонных смесей сравнивались с результатами испытаний контрольных горячих асфальтобетонных смесей.

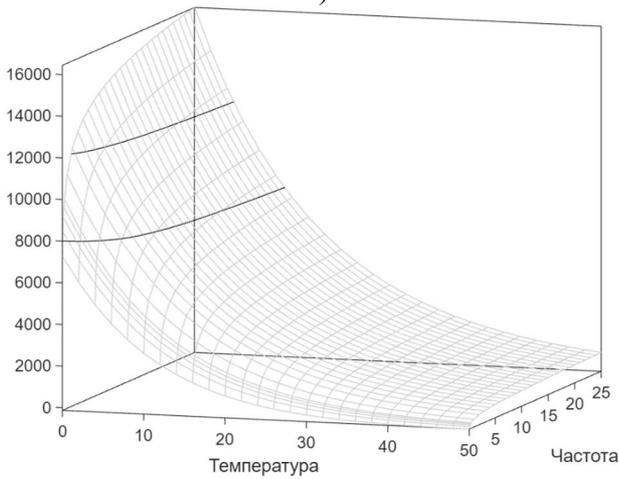
Результаты эксперимента по определению динамического модуля упругости и реологических характеристик теплых асфальтобетонов. Установленные зависимости динамического модуля упругости a/b смесей А16Вт и щебеночно-мастичных SMA-16 на основе битума БНД 70/100 и вяжущего PG 76-34 от температуры и частоты нагружения приведены на рис. 3 - 6 (на графиках указаны линии равного модуля упругости величиной 8000 и 12000 МПа, T – температура испытания, f – частота нагружения).



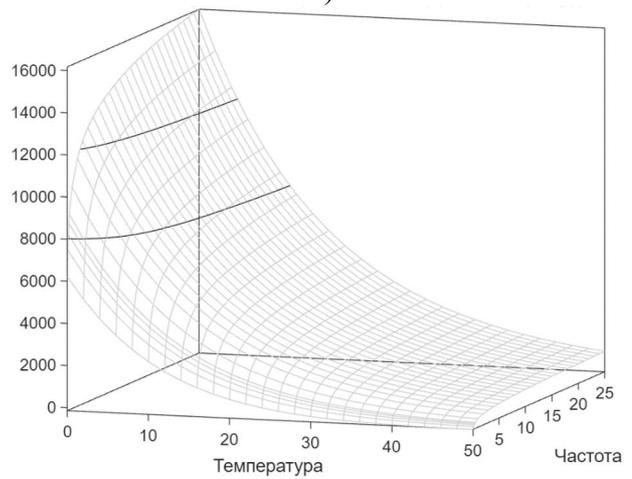
а)



б)



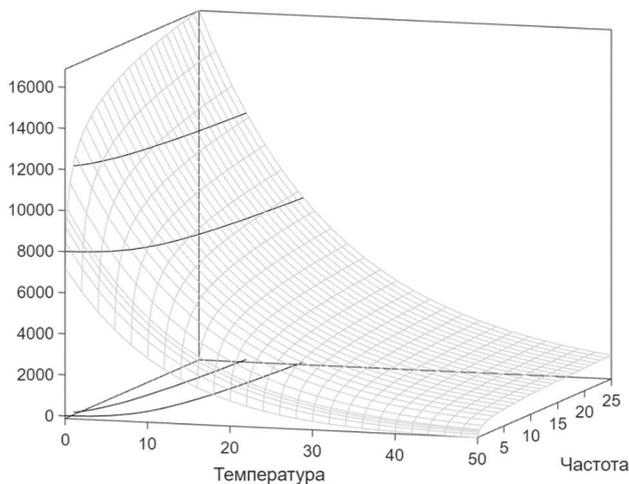
в)



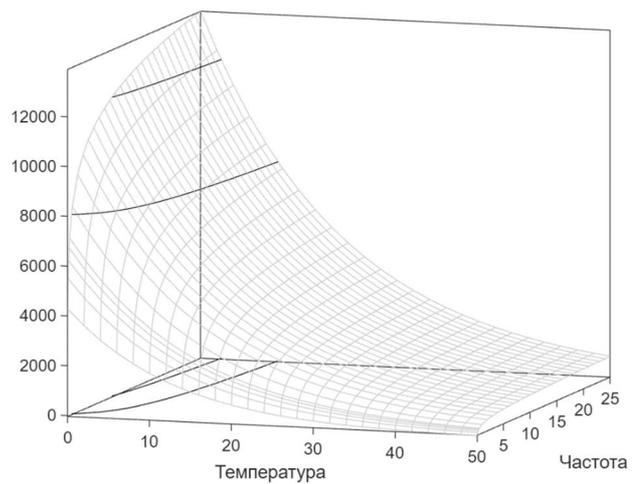
г)

Рис. 3. Зависимость динамического модуля упругости горячей (а) и теплой (б)-(г) а/б смеси А16Вт на БНД 70/100 от температуры и частоты нагружения:

а) контрольный состав, б) органическая добавка, в) химическая добавка, г) вспененное битумное вяжущее



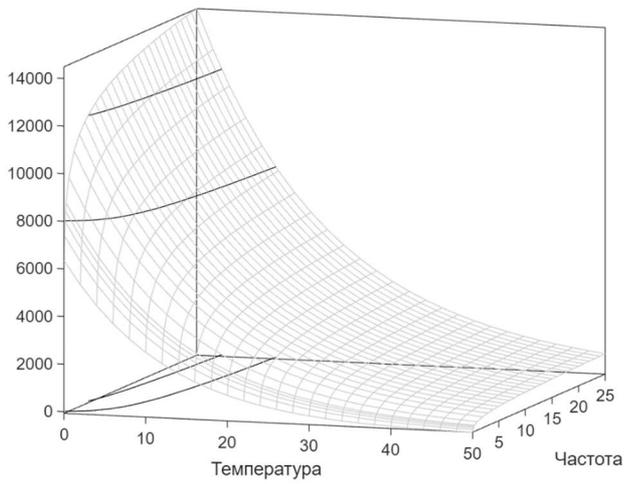
а)



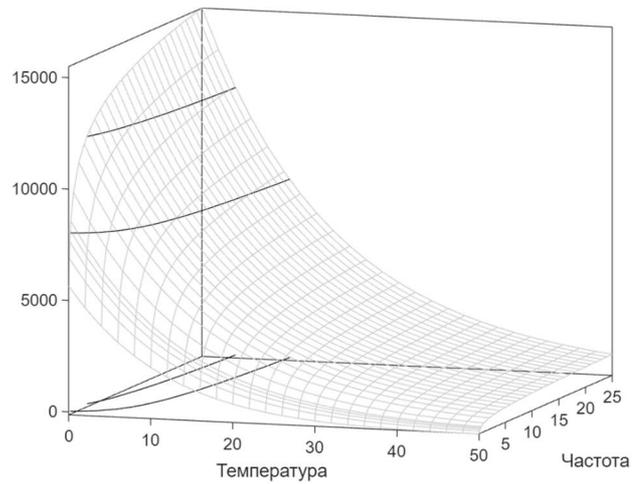
б)

Рис. 4. Зависимость динамического модуля упругости горячей (а) и теплой (б)-(г) а/б смеси А16Вт на вяжущем РГ 76-34 от температуры и частоты нагружения:

а) контрольный состав, б) органическая добавка, в) химическая добавка, г) вспененное битумное вяжущее



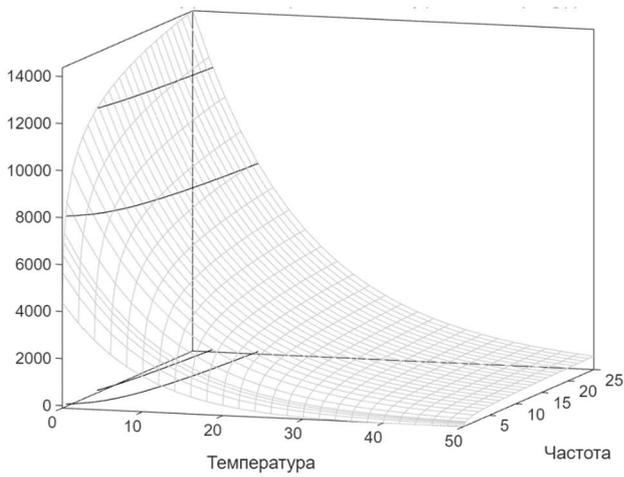
а)



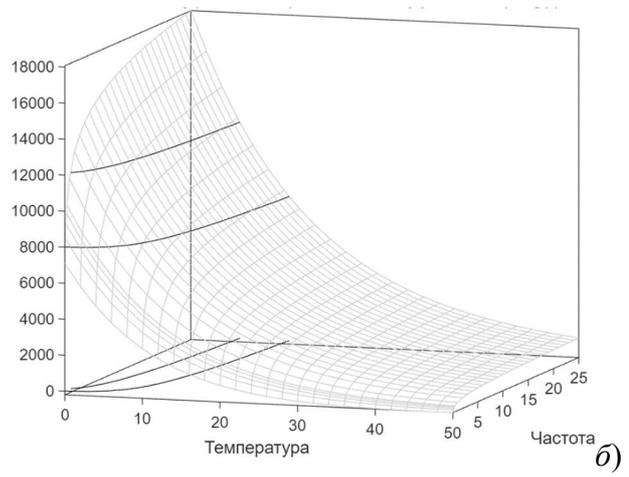
б)

Рис. 4. Зависимость динамического модуля упругости горячей (а) и теплой (б)-(г) а/б смеси А16Вт на вяжущем РГ 76-34 от температуры и частоты нагружения:

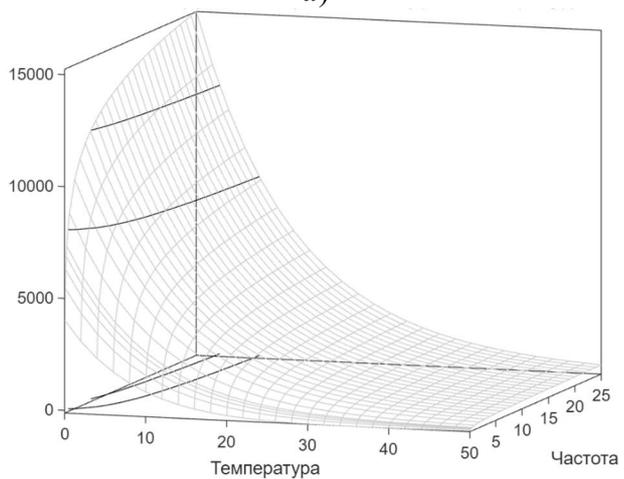
а) контрольный состав, б) органическая добавка, в) химическая добавка, г) вспененное битумное вяжущее (продолжение)



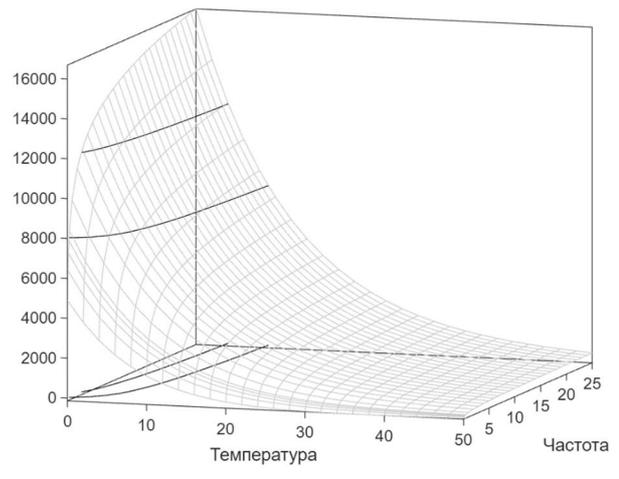
а)



б)



а)



б)

Рис. 5. Зависимость динамического модуля упругости горячей (а) и теплой (б)-(г) щебеночно-мастичной а/б смеси SMA-16 на битуме БНД 70/100 от температуры и частоты нагружения:

а) контрольный состав, б) органическая добавка, в) химическая добавка, г) вспененное битумное вяжущее

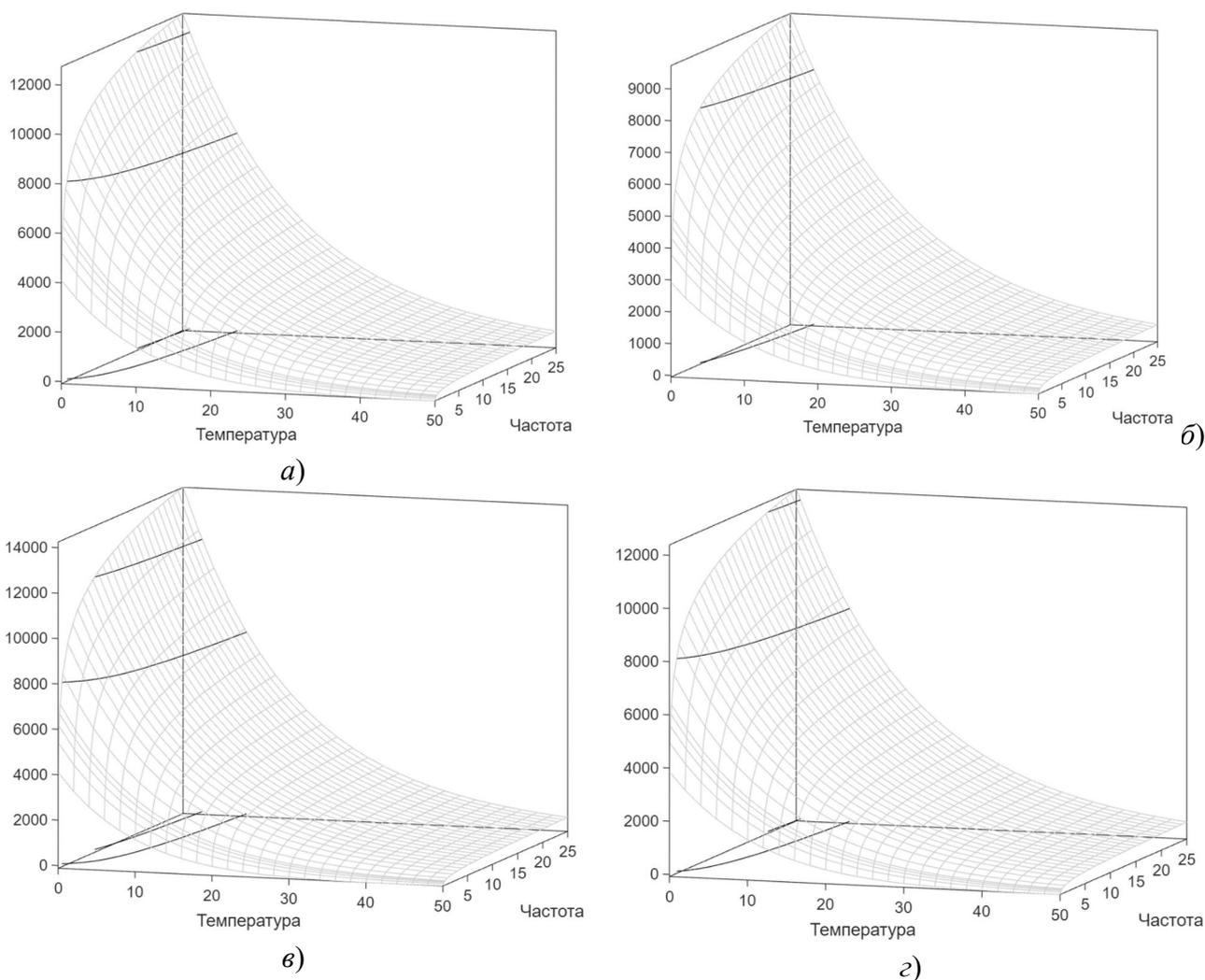


Рис. 6. Зависимость динамического модуля упругости горячей (а) и теплой (б)-(г)-г) щебеночно-мастичной а/б смеси SMA-16 на битуме PG 76-34 от температуры и частоты нагружения: а) контрольный состав, б) органическая добавка, в) химическая добавка, г) вспененное битумное вяжущее

Влияние теплых технологий на динамический модуль упругости и реологические характеристики теплых асфальтобетонных и щебеночно-мастичных а/б смесей на дорожном битуме марки БНД 70/100 и вяжущем PG 76-34 от температуры и частоты нагружения при учете вида теплой технологии провели, используя уравнение Аррениуса:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(-\frac{U_0 - \gamma}{kT}\right), \quad (1)$$

где T – температура, f – частота, U_0 – энергия активации сдвига, γ – коэффициент свойства материала

$$E = a_1 e^{b_1 T} + a_2 e^{b_2 T} \ln(f) \quad (2)$$

где первое слагаемое – температурная зависимость релаксации модуля упругости в предположении частотной независимости свойства материала $E_{f=0} = a_1 e^{b_1 T}$, вторая часть формулы – температурно зависящая динамическая составляющая $E_{дин} = a_2 e^{b_2 T} \ln(f)$.

Для проведения многофакторного исследования по определению динамических характеристик асфальтобетона на шести частотах и при шести температурах, в четырех сериях асфальтобетонных смесей (А16Вт и SMA-16 на дорожном битуме марки БНД 70/100

и вяжущем PG 76-34), в четырех технологиях их приготовления были изготовлены и испытаны по три образца на шаг фактора. Всего 576 шагов по 3 образца дали 1728 значений динамического модуля упругости асфальтобетонной смеси. На основании уравнений 1 и 2 методом регрессионного анализа получены коэффициенты регрессии. Интерпретация этих результатов позволила вычислить энергию активации для каждого исследованного состава асфальтобетонной смеси А16Вт и SMA-16, полученной по горячей или разным видам теплой технологии. Коэффициенты регрессии динамического модуля упругости теплых асфальтобетонных смесей А16Вт и SMA-16 в зависимости от вида теплой технологии приведены в таблице.

Коэффициенты регрессии динамического модуля упругости теплых асфальтобетонных смесей А16Вт и SMA-16 в зависимости от вида теплой технологии

Наименование а/б смеси, вид теплой технологии	Коэффициенты регрессии динамического модуля упругости			
	a_1	b_1	a_2	b_2
а/б смесь А16Вт на БНД 70/100				
Горячая смесь	584,6269	0,061456	321,7832	0,033212
Теплая с органической добавкой	362,4417	0,072476	220,9498	0,039541
Теплая с химической добавкой	250,3205	0,075841	162,9592	0,046424
Теплая на вспененном битумном вяжущем	260,5315	0,073685	175,9361	0,04654
а/б смесь А16Вт на PG 76-34/100				
Горячая смесь	354,6891	0,069115	209,0913	0,042514
Теплая с органической добавкой	310,6443	0,065697	151,2395	0,048863
Теплая с химической добавкой	285,8073	0,070585	154,6107	0,045106
Теплая на вспененном битумном вяжущем	261,8232	0,072359	171,042	0,046869
а/б смесь SMA-16 на БНД 70/100				
Горячая смесь	136,8539	0,082683	101,3384	0,057652
Теплая с органической добавкой	254,8149	0,076491	195,7489	0,04636
Теплая с химической добавкой	93,9553	0,095365	67,0735	0,068212
Теплая на вспененном битумном вяжущем	90,6646	0,093701	83,1863	0,064905
а/б смесь SMA-16 на PG 76-34				
Горячая смесь	192,7374	0,07376	121,6771	0,051102
Теплая с органической добавкой	175,413	0,069844	98,0288	0,050635
Теплая с химической добавкой	145,1035	0,08098	109,9251	0,056351
Теплая на вспененном битумном вяжущем	189,042	0,07339	115,4696	0,051883

Анализ полученных результатов указывает на значительное влияние температуры на энергию активации сдвига для асфальтобетонных смесей А16Вт и SMA-16 на дорожном битуме марки БНД 70/100 и вяжущем PG 76-34, полученных как по горячей, так и по теплой технологиям.

Реологическая характеристика асфальтобетонных смесей А16Вт на БНД 70/100 и вяжущем PG 76-34, приготовленных по горячей и теплым технологиям. Асфальтобетонная смесь А16Вт на БНД 70/100 характеризуется высокими значениями динамического модуля упругости, которые значительно зависят от температуры. Динамические характеристики очень значительно смещены в область более высоких частот, что свидетельствует о снижении демпфирующих свойств асфальтобетона. Более высокая температурная и частотная зависимость установлена для горячей технологии и теплой с органической добавкой, соответственно, менее высокие значения и меньшая зависимость для теплой технологии с химической добавкой и на вспененном битумном вяжущем.

Асфальтобетонная смесь А16Вт на битумном вяжущем PG 76-34 характеризуется существенно меньшей температурной и частотной зависимостью как для горячей технологии, так и для всех видов теплой технологии. Динамические характеристики в меньшей степени смещены в область высоких частот. Использование битумного вяжущего PG 76-34 для приготовления смеси способствовало повышению демпфирующих свойств материала. При низких температурах (при 0°C) битумное вяжущее PG 76-34 находится еще в вязкоупругом состоянии и не придает асфальтобетону большой жесткости, что отличается от использования дорожного битума БНД 70/100, который при указанной температуре находится в состоянии близком к упруго-хрупкому.

Установлена более высокая температурная и частотная зависимость динамического модуля упругости асфальтобетонной смеси А16Вт на дорожном битуме БНД 70/100 от вида теплой технологии. Расчетные характеристики асфальтобетонной смеси А16Вт на битумном вяжущем PG 76-34 в меньшей степени зависят от вида теплой технологии.

Реологическая характеристика асфальтобетонных смесей SMA-16 на битуме БНД 70/100 и вяжущем PG 76-34, приготовленных по горячей и теплым технологиям. Асфальтобетонная смесь SMA-16 содержит большую долю асфальтовяжущего в сравнении со смесью А16Вт, что отражается на величине динамического модуля упругости. Смесь SMA-16 на БНД 70/100 характеризуется высокими значениями динамического модуля, которые в большей степени зависят от температуры в сравнении с асфальтобетонной смесью SMA-16 на битумном вяжущем PG 76-34. Динамические характеристики SMA-16 на битумном вяжущем PG 76-34 в меньшей степени смещены в область высоких частот.

Асфальтобетонная смесь SMA-16 характеризуется меньшей температурной и частотной зависимостью в соответствии с использованием горячей или теплой технологии. Влияние вида теплой технологии на реологические характеристики SMA-16 менее выражено, чем для А16Вт. Теплая технология с органической добавкой усиливает температурную и частотную зависимости динамического модуля упругости SMA-16 на БНД 70/100, что можно объяснить нарастанием упруго-хрупкого состояния битумных пленок на минеральных зернах. Теплая смесь SMA-16 на битумном вяжущем PG 76-34 с химической добавкой показала высокий результат по величине динамического модуля, что связано с формированием дополнительных связей между пленками структурированного вяжущего и минеральной поверхностью. Однако в то же время динамические характеристики смещаются в область более высоких частот, что снижает демпфирующие свойства асфальтобетона.

Выводы

1. Установлено значительное влияние температуры на энергию активации сдвига для асфальтобетонных смесей А16Вт и SMA-16 на дорожном битуме марки БНД 70/100 и вяжущем PG 76-34, полученных как по горячей, так и по теплой технологиям.

2. Отмечена высокая температурная и частотная зависимость модуля упругости смеси А16Вт на БНД 70/100 для горячей технологии и теплой с органической добавкой, соответственно, менее высокие значения и меньшая зависимость для теплой технологии с химической добавкой и на вспененном битумном вяжущем.

3. Асфальтобетонная смесь А16Вт на битумном вяжущем PG 76-34 характеризуется существенно меньшей температурной и частотной зависимостью как для горячей технологии, так и для всех видов теплой технологии. Динамические характеристики в меньшей степени смещены в область высоких частот. Использование битумного вяжущего PG 76-34 для приготовления смеси повышает демпфирующие свойства материала. Расчетные характеристики асфальтобетонной смеси А16Вт на битумном вяжущем PG 76-34 в меньшей степени зависят от вида теплой технологии

4. Асфальтобетонная смесь SMA-16 на БНД 70/100 характеризуется высокими значениями динамического модуля, которые в большей степени зависят от температуры в сравнении с асфальтобетонной смесью SMA-16 на битумном вяжущем PG 76-34.

5. Асфальтобетонная смесь SMA-16 характеризуется меньшей температурной и частотной зависимостью в соответствии с использованием горячей или теплой технологии. Теплая технология с органической добавкой усиливает температурную и частотную зависимость динамического модуля упругости SMA-16 на БНД 70/100. Теплая смесь SMA-16 на битумном вяжущем PG 76-34 с химической добавкой характеризуется высокой величиной динамического модуля, но динамические характеристики смещены в область более высоких частот, что снижает демпфирующие свойства асфальтобетона.

6. Результаты исследования доказывают возможность применения теплых асфальтобетонов взамен горячих технологий при строительстве или ремонте дорожных одежд без изменения расчетных характеристик асфальтобетонных смесей.

Библиографический список

1. Силкин В.В., Лупанов А.П. Оборудование и технологии производства асфальтобетонных смесей: монография. – М., 2021. – 299 с.
2. Алшахван А., Калгин Ю. И. Улучшение структурно-механических свойств тёплого асфальтобетона методом полимерно-дисперсного армирования // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2021. – № 1 (61). – С. 53 – 61.
3. Зауманис М. Теплые асфальтовые смеси: дисс.... магистра наук. – Дания, 2010. – 105 с.
4. Federal Highway Administration (FHWA) / D'Angelo, J., Harm, E., Bartoszek, J., Baumgardner, G., Corrigan, M., Cowser, J., Harman, T., Jamshidi, M., Jones, W., Newcomb, D., Prowell, B., Sines, R. and Yeaton, B. // Alexandria, FHWA – Report 08-007 – 123 p.
5. Ивама М., Ямада Х., Фуши К. Достижения в технологии теплого асфальтобетона для смягчения глобального потепления // 25-й Всемирный дорожный конгресс. – Сеул, 2015. – 15 с.
6. Отчет об исследовании «Оценка теплой асфальтовой смеси» / М. Рассел, Д. Ульмейер, Д. Вестон, Д. Розберг, Т. Мумау, Д. Девол. – Олимпия, Вашингтон, 2009. – 67 с.
7. Аддахан Э.Д., Асмаэль Н.М., Фаттах М.Й. Влияние органических добавок на свойства теплых асфальтобетонных смесей по показателям Маршалла 2-я Международная конференция по методам устойчивого развития. Серия: Материаловедение и инженерия. – Багдад, 2019. – 10 с.
8. Асмаэль Н.М., Фаттах М.Й., Кадхим А.Дж. Оценка устойчивости теплых асфальтобетонных смесей к образованию колеи // 4-я конференция аспирантов по инженерным наукам. Серия: Материаловедение и инженерия. – Фукуока, 2020. – 11 с.
9. Жданов К.А., Калгин Ю.И. Теплые технологии при производстве асфальтобетонных смесей для устройства дорожных покрытий // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2023. – № 2 (70). – С. 84-93.
10. ГОСТ Р 70396-2022 Дороги автомобильные общего пользования. Смесей теплых асфальтобетонных и асфальтобетон. Общие технические условия. – М., 2022. – Введ.01.01.2023. – 16 с.
11. ГОСТ Р 70397-2022 Дороги автомобильные общего пользования. Смесей теплых щебеночно-мастичных асфальтобетонных и асфальтобетон. Общие технические условия. – М., 2022. – Введ.24.11.2022. – 15 с.
12. Исследование модулей упругости щебеночно-мастичного асфальтобетона для расчета конструкций дорожных одежд / Г.Ф. Кадыров, М.Ю. Горский, К.А. Жданов, Е.Н. Симчук // Дороги и мосты. – 2023. - № 49/1. – С. 273-297.

13. ПНСТ 542-2021 Дороги автомобильные общего пользования. Нежесткие дорожные одежды. Правила проектирования.– М., 2021. – Введ. 01.06.2021. – 151с.
14. ГОСТ Р 58401.21-2019 Дороги автомобильные общего пользования. Смеси асфальтобетонные дорожные и асфальтобетон. Методы определения динамического модуля упругости и числа текучести с использованием установки динамического нагружения (АМРТ). – М., 2019. – Введ. 07.06.2019. – 12 с.
15. Жданов К.А., Калгин Ю.И., Симчук Е.Н. Расчетные характеристики теплых асфальтобетонных для расчета дорожных конструкций // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2023. – № 3 (71) (в печати).
16. ГОСТ Р 58406.2-2020 Дороги автомобильные общего пользования. Смеси горячие асфальтобетонные и асфальтобетон. Технические условия. – М., 2020. – Введ. 01.06.2020 – 29 с.
17. ГОСТ Р 58401.2-2019 Дороги автомобильные общего пользования. Смеси асфальтобетонные дорожные и асфальтобетон щебеночно-мастичные. Система объемно-функционального проектирования. Технические требования. – М., 2019. – Введ.01.06.2019 – 15 с.
18. ТР ТС 014/2011 Технический регламент Таможенного союза «Безопасность автомобильных дорог» / Решение Комиссии Таможенного союза от 18.10.2011 N 827 (ред. от 18.09.2012). Вступил в силу с 15-02-2015 г. – М., 2014. – 30 с.

References

1. Silkin V.V., Lupanov A.P. Equipment and technologies for the production of asphalt concrete mixtures: monograph. M., 2021. 299 p.
2. Alshakhvan A., Kalgin Yu.I. Improving the structural and mechanical properties of warm asphalt concrete by polymer-dispersed reinforcement. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 1(61). 2021. Pp. 53-61.
3. Zaumanis M. Warm asphalt mixes: diss.... master of science. Denmark. 2010. 105 p.
4. D'Angelo J., Harm E., Bartoszek J., Baumgardner G., Corrigan M., Cowser J., Harman T., Jamshidi M., Jones W., Newcomb D., Prowell B., Sines R. and Yeaton B. Federal Highway Administration (FHWA). Alexandria, FHWA. Report 08-007. 123 p.
5. Iwama M., Yamada H., Fushi K. Advances in technology of warm asphalt concrete for global warming mitigation. 25th World Road Competition. Seoul, 2015. 15 p.
6. Russell M., Ulmeyer D., Weston D., Rozberg D., Mumau T., Devol D. Report on the study "Evaluation of warm asphalt mix." Olympia, Washington, 2009. 67 p.
7. Addahan E.D., Asmael N.M., Fattah M.Y. Influence of organic additives on the properties of warm asphalt mixes according to Marshall indices 2nd International Conference on Sustainability Methods. Series: Materials Science and Engineering. Baghdad, 2019. 10 p.
8. Asmael N.M., Fattah M.J., Kadhim A.J. Evaluation of the resistance of warm asphalt mixes to the formation of ruts. 4th Postgraduate Conference in Engineering Sciences. Series: Materials Science and Engineering. Fukuoka, 2020. 11 p.
9. Zhdanov K.A., Kalgin Yu.I. Warm technologies in the production of asphalt concrete mixes for the device of road surfaces. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 2(70). 2023. Pp. 84-93.
10. Federal Standard R 70396-2022. Public automobile roads. Mixes warm asphalt concrete and asphalt concrete. General specifications. M., 2022. 16 p.
11. Federal Standard R 70397-2022. Roads for public use. Mixes warm crushed-stone-mastic asphalt concrete and asphalt concrete. General specifications. M., 2022. 15 p.

12. Kadyrov G.F., Gorsky M.Yu., Zhdanov K.A., Simchuk E.N. Study of the elasticity moduli of crushed-stone-mastic asphalt concrete for the calculation of pavement structures. Roads and Bridges. No. 49/1. 2023. Pp. 273-297.
13. Preliminary National Standard 542-2021. Public automobile roads. Non-rigid road clothes. Design rules. M., 2021. 151 p.
14. Federal Standard R 58401.21-2019. Public automobile roads. Mixes asphalt concrete road and asphalt concrete. Methods for determining the dynamic modulus of elasticity and the yield number using the dynamic loading setup (AMPT). M., 2019. 12 p.
15. Zhdanov K.A., Kalgin Yu.I., Simchuk E.N. Calculation characteristics of warm asphalt concrete for the calculation of road structures. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 3(71) 2023. (in press).
16. Federal Standard R 58406.2-2020. Public automobile roads. Mixes of hot asphalt concrete and asphalt concrete. Specifications. M., 2020. 29 p.
17. Federal Standard R 58401.2-2019. Public automobile roads. Asphalt-concrete road mixes and crushed-stone-mastic asphalt concrete. Volumetric-functional design system. Technical requirements. M., 2019. 15 p.
18. Technical Regulations of the Customs Union "Safety of Highways" 014/2011. Decision of the Customs Union Commission dated 10/18/2011 N 827 (as amended 09/18/2012). Entered into force on February 15, 2015. M., 2014. 30 p.

RHEOLOGICAL CHARACTERISTICS OF WARM ASPHALT MIXTURES FOR THE CALCULATION OF ROAD STRUCTURES

K. A. Zhdanov¹, Yu. I. Kalgin², V. V. Volkov³, E. N. Simchuk⁴

ANO «SRI TCC»^{1,4}
Russia, Moscow
Voronezh State Technical University^{2,3}
Russia, Voronezh

¹Deputy General Director, Tel.: +7 (495)7488612, e-mail: kirill-jdanov@mail.ru

²Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Construction and Operation of Highways, Tel.: +7(473)2361889, e-mail: kalgin36@yandex.ru

³PhD of Phys. and Math. Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230, e-mail: kotlac@yandex.ru

⁴PhD of Economical Sciences, General Director, Tel.: +7 (495)7488612, e-mail: simchuk@niitsk.ru

Problem Statement. Asphalt-concrete mixtures are an effective material for the construction of road surfaces, which are dynamically affected by moving vehicles. The problem of studying the dependence of the dynamic modulus of elasticity and rheological characteristics of warm asphalt concrete mixtures prepared on mineral materials and bituminous binders of domestic production, on the type of warm technology is considered.

Results. The results of the experiment and their mathematical analysis for studying the influence of the type of warm technology on the modulus of elasticity and rheological characteristics of warm asphalt concrete mixtures produced using different technologies are presented: foaming of the bituminous binder, introduction of an organic or chemical additive into the bitumen binder.

Conclusions. A significant effect of temperature on the shear activation energy for asphalt concrete mixtures produced by hot or warm technology using road bitumen or bituminous binder has been established. The temperature and frequency dependence of the dynamic modulus of elasticity of asphalt concrete mixtures prepared by hot technology and for all types of warm technology has been revealed. The dynamic characteristics are determined and the damping properties of hot and warm asphalt concrete mixtures are characterized.

Keywords: warm asphalt mix, warm asphalt concrete, warm technologies, foamed bitumen.

ВЕРОЯТНОСТНАЯ ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ ПОВРЕЖДЕННОГО РИГЕЛЯ ЖЕЛЕЗОБЕТОННОЙ СТОЕЧНОЙ ОПОРЫ АВТОДОРОЖНОГО ПУТЕПРОВОДА

В. С. Сафронов¹, С. А. Осипов², А. А. Шеманова³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.: +7 (473) 2715230, e-mail: vss22@mail.ru

²Старший преподаватель кафедры строительной механики, тел.: +7 (473) 2715230, e-mail: oss@vgasu.vrn.ru

³Магистрант кафедры строительной механики, тел.: +7 (980) 534 29 69,
e-mail: anastasiya.shemanova@mail.ru

Описываются методика и результаты численных исследований вероятности возникновения предельного состояния железобетонного ригеля одностоечной опоры автодорожного путепровода с разрезными балочными пролетными строениями. Используются результаты натурного обследования длительно эксплуатируемого транспортного сооружения, имеющего существенные повреждения ригеля.

Учитывается разброс параметров повреждений, прочностных характеристик материалов и действующих на опору постоянных и временных нагрузок.

Приводятся полученные при численных исследованиях зависимости логарифмических показателей надежности наиболее нагруженного сечения ригеля, оценивающих снижение надежности конструкции.

Ключевые слова: эксплуатируемый путепровод, одностоечная опора, повреждения железобетонного составного ригеля, вероятностные показатели надёжности с учетом повреждений.

1. Введение

Мосты и путепроводы на железных и автомобильных дорогах являются весьма ответственными элементами транспортной инфраструктуры [1]. Поэтому с целью обеспечения длительной безопасной их эксплуатации осуществляют периодическую диагностику и обследование технического состояния наиболее важных несущих конструкций в соответствии с действующими нормативными документами [2-4].

При обнаружении в ходе визуального осмотра или инструментальных измерений поврежденных или ослабленных отдельных элементов несущих конструкций выполняется оценка их влияния на грузоподъемность транспортного сооружения. В настоящее время такие расчеты рекомендуется осуществлять по детерминированным алгоритмам, которые учитывают разброс изменившихся при длительной эксплуатации механических характеристик материалов с помощью коэффициентов надежности по материалу [3-4]. Такой подход имеет существенные недостатки, так как является весьма приближенным. Он не учитывает корреляцию параметров повреждений с действительными отклонениями параметров материалов конструктивных элементов от первоначальных значений на рассматриваемых объектах. Более обоснованные результаты можно получать с использованием вероятностных алгоритмов на основе теории надежности [5] и теории риска [6]. Однако применение вероятностных методик сдерживается отсутствием достаточно подробных и апробированных приемов для разнообразных конструкций.

Вероятностные алгоритмы широко используются для мостовых сооружений применительно к изгибаемым балочным железобетонным конструкциям [7-15]. Эти алгоритмы также нашли применение для оценки прочности и трещиностойкости железобетонных стержней, испытывающих стесненное кручение [16]. В настоящей статье рассматривается вероятностный подход для оценки несущей способности изношенной опоры путепровода.

2. Описание объекта и задачи исследования

Объектом исследования в данной статье является находящаяся в неудовлетворительном техническом состоянии промежуточная железобетонная опора автодорожного путепровода, который эксплуатируется более 40 лет без проведения ремонтно-восстановительных работ, в г. Волгограде (рис. 1).

Путепровод пересекает в одном из пролетов две колеи железнодорожных путей. Продольная схема транспортного сооружения – 23,4x17, поперечный габарит – Г 12,0+1,00+1,35м. Проектные вертикальные временные нагрузки - Н-30 и НК80.

Пролетные строения путепровода в каждом из пролетов состоят из шести цельно перевозимых железобетонных без диафрагменных балок двутаврового поперечного сечения по типовому проекту серии 3.503.1-81 [4] полной длиной 24 м и высотой 1,20 м, армированных предварительно напряженной арматурой и объединенных продольными швами омоноличивания. Шаг балок в поперечном направлении 2,40 м.

Промежуточные опоры путепровода выполнены из железобетона и представляют собой смонтированный на одну стойку двухконсольный ригель прямоугольного поперечного сечения шириной 2.20 м. В средней части непосредственно над опорными стойками на длине 2.40 м имеет постоянную высоту 0.90 м. На консолях ригель имеет переменную высоту. На конце консолей высота ригеля составляет 0.40 м. Полная длина ригеля составляет 12.50 м (рис. 3).

По верху нижней части ригеля располагается верхняя часть прямоугольного поперечного сечения из монолитного железобетона высотой 1.00 м и шириной 0.90 м, воспринимающая растягивающие усилия. Верхняя и нижняя части ригеля объединены между собой выпусками рабочей арматуры.

Стойки промежуточных опор выполнены из двух составных железобетонных частей трапецеидального поперечного сечения. В нижних участках стоек промежуточных опор две отдельные части стойки объединены в одну конструкцию. На верхних участках две части стоек до нижней части ригеля являются отдельными.

При периодическом обследовании по нормативной методике [1-2] технического состояния транспортного сооружения специализированной исследовательской организацией обнаружены существенные повреждения [3]. После длительной эксплуатации ригель промежуточной опоры №12 в результате неблагоприятного воздействия агрессивных жидкостей через негерметичный деформационный шов сильно ослаблен (рис. 2). Наружные слои бетона на нижней части ригеля по всей площади боковых вертикальных граней, а также на обращенной вниз горизонтальной грани разрушились на глубину до 10 см. Находящаяся близко к поверхности рабочая арматура заметно корродировала.

Инструментальные измерения прочности методом неразрушающего контроля на разрушенных участках нижней и верхней частей ригеля показали, что они соответствуют классу В30 с коэффициентом вариации от $v_R=0,10$ до $v_R=0,17$.

Рабочая продольная арматура, расположенная вблизи верхней поверхности верхней части ригеля (рис. 4), по данным осмотра и измерений имеет диаметр 32 мм. Шаг ее размещения в поперечном направлении составляет 80 мм. Она имеет периодический профиль типа «елочка» и может быть отнесена к классу АIII. Аналогичная арматура периодического профиля расположена с тем же шагом вблизи верхней грани нижней части ригеля. Ее диаметр составляет 20 мм. При глубине ее размещения от 5 до 10 см металл арматурных стержней как в верхней части, так и в нижней частях ригеля практически не корродировал.

В настоящей статье рассматривается в детерминированной и вероятностной постановке количественная оценка снижения несущей способности поврежденной конструкции с учетом дефектов, выявленных при обследовании.



Рис. 1. Общий вид промежуточной стоечной железобетонной опоры путепровода



Рис. 2. Разрушение наружных слоев бетона с оголением и коррозией рабочей арматуры ригеля вследствие длительного неблагоприятного воздействия агрессивных жидкостей

3. Оценка снижения несущей способности по нормативной методике

3.1. Выбор критерия оценки несущей способности

Анализ данных обследования технического состояния несущих конструкций путепровода привел к выводу, что наиболее поврежденным является составной железобетонный

ригель промежуточной опоры ОП12 (рис. 2). Разрушение наружных слоев бетона привело к существенному изменению опалубочных размеров с обнажением и коррозией рабочей арматуры. Исходя из конструктивной схемы опоры с одной центральной стойкой (рис. 3) наиболее напряженными являются корневые нормальные сечения ригеля, испытывающие поперечный изгиб от действия железобетонных балок пролетного строения

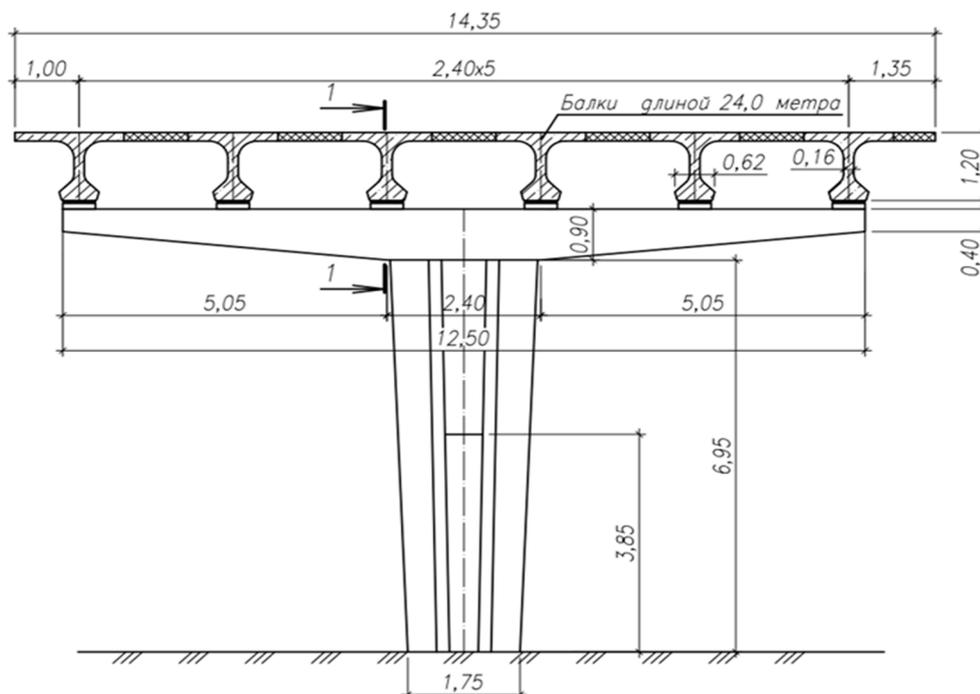


Рис. 3. Конструктивная схема рассматриваемой промежуточной опоры

Выявленное при обследовании армирование составленного из двух частей ригеля представлено на рис. 4. Нижняя часть прямоугольного сечения размером $2,20 \times 0,90$ м выполнена в сборном варианте. Рабочая арматура в ней из стержней диаметром 20 мм расположена в растянутой верхней зоне с шагом 80 мм. Именно эта часть ригеля подверглась наибольшему разрушению. На нижней и боковых гранях поверхностный слой бетона на глубину до 10 см полностью потерял прочностные характеристики, оголив конструктивную арматуру, установленную для обеспечения сохранности опалубочных размеров ригеля.

Верхняя часть составного ригеля прямоугольной формы размерами $0,90 \times 1,40$ м выполнена из монолитного бетона и объединена с нижней сборной частью с помощью арматурных выпусков из нижней сборной части. Рабочая арматура в этой части ригеля смонтирована из стержней диаметром 32 мм, расположена также в растянутой верхней зоне с шагом 80 мм. В связи с тем, что арматура размещена под наружной поверхностью бетона на глубине от 7 до 10 см металл арматурных стержней практически не корродировал.

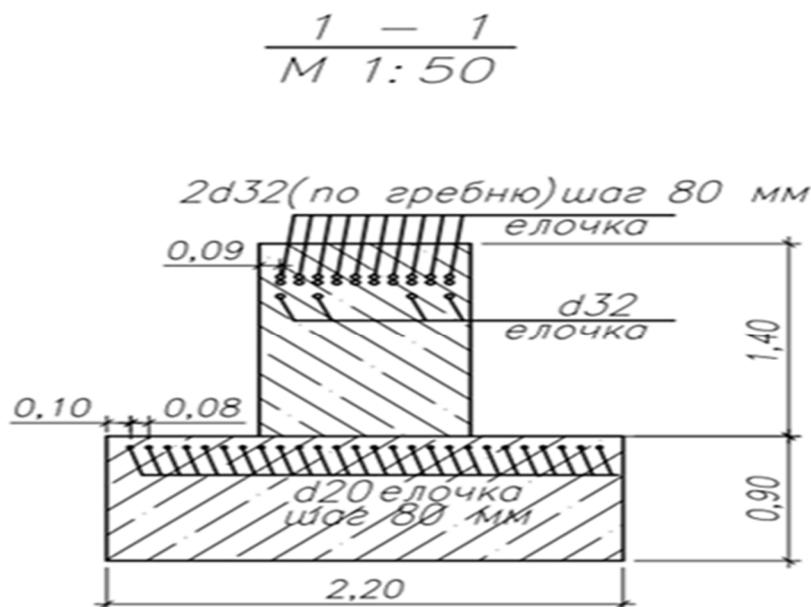


Рис. 4. Составной железобетонный ригель промежуточной опоры ОП12

В качестве критерия для оценки снижения несущей способности несущего ригеля вследствие возникших при длительной эксплуатации повреждений примем коэффициент запаса прочности в корневом сечении по изгибающим моментам от совместного действия постоянных и временных нагрузок.

Учет поэтапного изменения усилий в составном железобетонном ригеле в численных исследованиях рассматриваемой конструкции выполняется с использованием нелинейного деформационного расчета нормального поперечного сечения при его загрузении. Алгоритм реализует пошаговую процедуру изменения напряжений при поэтапном нагружении конструкции с изменяющейся расчетной схемой. При этом деформирование волокон ригеля описывается в соответствии с гипотезой плоских сечений.

3.2. Результаты численных исследований влияния повреждений на несущую способность составного железобетонного ригеля

Вычисление коэффициента запаса прочности нормального сечения в корне консоли осуществим в соответствии с выражением

$$K = M_{ult} / (M_{пост} + M_{вр}), \quad (1)$$

где M_{ult} – максимальный изгибающий момент в рассматриваемом тавровом сечении составного железобетонного ригеля, отвечающего его предельному состоянию по прочности;

$M_{пост}$ – суммарный изгибающий момент в том же сечении ригеля от полного собственного веса составного ригеля, опирающихся на него балок пролетного строения и мостового полотна с учетом перильных и барьерных ограждений;

$M_{вр}$ – максимальный изгибающий момент в корневом сечении ригеля от действия установленных в наиболее опасных зонах прилегающих к опоре пролетов. Эти величины определяются с использованием изображенных на рис. 5 линий влияния для опорных давлений балок пролетного строения на ригель опоры для вариантов воздействия на путепровод одной колонны автомобильной нагрузки А11 и одиночного колесного автомобиля Н-11. В поперечном направлении временная нагрузка устанавливалась вплотную к барьерному ограждению, а распределение давлений колес между балками выполняется по правилу рычага.

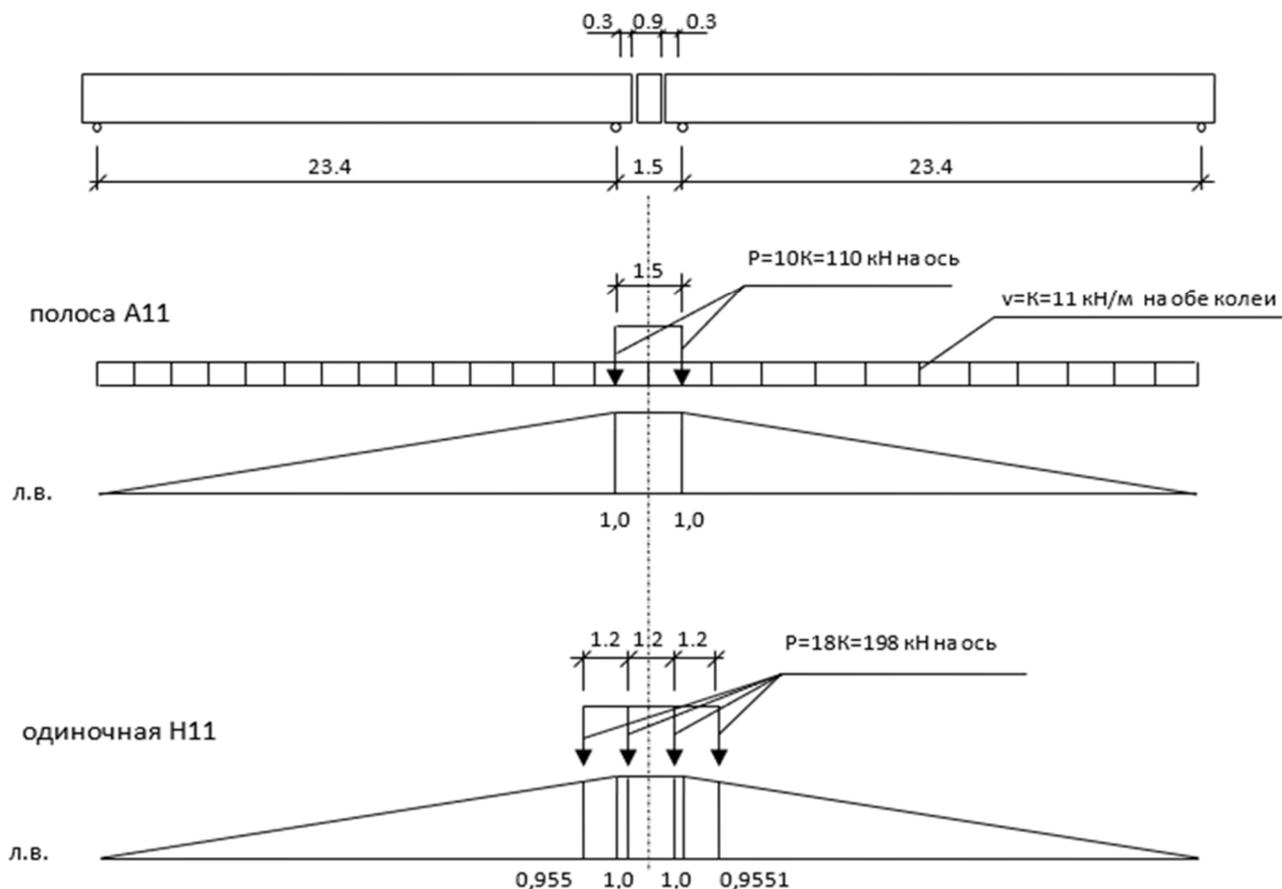


Рис. 5. Загружение линий влияния опорных давлений балок пролетного строения на ригель опоры для временных нагрузок А11 и Н11

При вычислении предельного изгибающего момента для таврового сечения составного железобетонного ригеля на ЭВМ по нелинейному деформационному алгоритму используются следующие положения:

- при изгибе составного ригеля на этапе наращивания конструкции и нагружения сохраняется гипотеза плоских сечений;
- бетон в растянутой зоне поперечного сечения не сопротивляется;
- для определения напряжений в волокнах сжатой зоны бетона по найденным деформациям используется трехлинейная диаграмма деформирования;
- вычисление напряжений в арматуре при сжатии и растяжении осуществляется по двухлинейным диаграммам деформирования.

Описанный выше алгоритм расчета коэффициентов запаса прочности реализован в вычислительной программе на языке математического комплекса Mathcad. Полученные по результатам численных исследований расчетные изгибающие моменты и величины коэффициентов запаса прочности без учета и с учетом выявленных повреждений представлены в таблице. При проведении расчетов были приняты следующие прочностные характеристики материалов, отвечающие принятым в СНиП 2.05.03-84*[1] коэффициентам надежности по материалам:

- для бетона – $R_b=15,5\text{МПа}$ (класс В30);
- для рабочей арматуры - $R_b=350\text{МПа}$ (класс АIII).

Вычисления расчетных изгибающих моментов от постоянных и временных нагрузок осуществлялось по натурным размерам конструкций и мостового полотна и на основе принятых в действующем на момент окончания строительства путепровода нормативном документе СНиП 2.05.03-84*[1] коэффициентов надежности по нагрузкам.

Расчетные изгибающие моменты и коэффициенты запаса прочности для корневого сечения ригеля без учета и с учетом выявленных повреждений

Вариант ригеля	Изгибающие моменты в расчетном сечении ригеля, кНм						Коэффициенты запаса прочности	
	$M_{\text{пост}}$	M_{A11}	M_{H11}	$M_{\text{пост}^+}$ M_{A11}	$M_{\text{пост}^+}$ M_{H11}	M_{ult}	K_{A11}	K_{H11}
Без повреждений	7352,2	1812,8	2001,3	9165,0	9353,5	14320,3	1,56	1,53
С учетом повреждений	7352,2	1812,8	2001,3	9165,0	9353,5	13577,9	1,48	1,45

Анализ представленных в таблице данных, которые имеют приближенный характер, приводит к следующим выводам:

- предельный изгибающий момент для корневого сечения железобетонного ригеля существенно выше максимальных изгибающих моментов в том же сечении от совместного действия постоянных и временных нагрузок как при наличии, так и в случае отсутствия повреждений;
- снижение несущей способности ригеля вследствие возникших при эксплуатации повреждений не превышает 8%;
- составляющие изгибающего момента от действия временных нагрузок A11 и H11 не превышают 25% от полного расчетного значения, что является обычным для железобетонных конструкций.

4. Вероятностная оценка снижения несущей способности

4.1. Описание методика проведения расчетов

Выполненные в предыдущем разделе настоящей статьи расчеты имеют существенный недостаток, заключающийся в том, что в нормативной методике используются полученные для новых бездефектных конструкций коэффициенты надежности по материалам. Однако при длительной эксплуатации разброс прочностных характеристик материалов увеличивается из-за износа несущих конструкций и нарушения соединений элементов. В нормативных расчетах также не учитываются появляющиеся при эксплуатации повреждения, параметры которых также являются случайными. Поэтому расчеты по нормативной методике дают лишь приближенную оценку несущей способности изношенных конструкций с повреждениями. Более обоснованной является вероятностная оценка, учитывающая случайный характер снижения прочностных характеристик материалов и возникших при эксплуатации повреждений.

В основу вероятностной методики принято предположение о сохранении нормального распределения прочностных характеристик материалов. При этом будем считать неизменными средние значения параметров прочности. Учет изношенности конструкции выполним путем увеличения среднеквадратического отклонения распределений, которые можно принять по данным инструментальных измерений.

Приведем последовательность выполнения вероятностных расчетов:

1. Вычисление математических ожиданий изгибающих моментов от всех типов постоянных и временных нагрузок по найденным расчетным изгибающим моментам M_i через использованные в этих расчетах коэффициенты надежности по нагрузкам γ_{fi} по формуле:

$$m_{M_i} = M_{pi} / \gamma_{fi} \quad (2)$$

2. Определение стандартов усилий для всех нагрузок из выражения

$$\sigma_{M_i} = m_{M_i} * v_i, \quad (3)$$

где v_i – коэффициент вариации для i -й действующей нагрузки, который определяется по известной обеспеченности $P=0,95$ следующим образом: $v_i = (\gamma_{fi} - 1) / 1,64$.

3. Суммирование средних величин составляющих изгибающих моментов по формуле:

$$m_{M_{\text{сумм}}} = \sum_{i=1}^n m_{M_i} \cdot \quad (4)$$

4. Вычисление стандарта суммарного изгибающего момента без учета корреляции между отдельными нагрузками из выражения:

$$\sigma_{M_{\text{сумм}}} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_{M_i}^2} \cdot \quad (5)$$

5. Выполнение нелинейного деформационного расчета для неповрежденного и поврежденного ригелей путем осуществления в соответствии с методом статистических испытаний в вероятностной постановке для определения средних значений и стандартов предельных изгибающих моментов. При этом прочностные характеристики бетона и арматуры принимаются распределенными по нормальному закону со следующими математическими ожиданиями [10]:

$$m_{R_b (R_s)} = \frac{R_b (R_s)}{1 - 1,64 * \vartheta_b (\vartheta_s)}, \quad (6)$$

и установленными путем инструментальных измерений при обследовании эксплуатируемой конструкции коэффициентами вариации бетона (арматуры) - ϑ_b (ϑ_s).

По вычисленным числовым характеристикам изгибающих моментов определяются следующие количественные показатели надежности из известных выражений [7]:

- характеристика безопасности:

$$\beta = \frac{m_{M_{\text{пред}}} - m_{M_{\text{сумм}}}}{\sqrt{\sigma_{M_{\text{пред}}}^2 + \sigma_{M_{\text{сумм}}}^2}}, \quad (7)$$

- вероятность отказа по табличной функции Лапласа $\Phi(\beta)$:

$$Q = 0,5 - \Phi(\beta), \quad (8)$$

- логарифмический показатель надежности:

$$\rho = - \lg(1/Q) \cdot \quad (9)$$

Наиболее удобными для анализа снижения технического состояния поврежденной железобетонной конструкции являются логарифмические показатели надежности [7].

4.2. Результаты вероятностных численных исследования несущей способности поврежденного ригеля и их анализ

Предложенную в настоящей статье методику определения параметров надежности используем для изучения влияния обнаруженных дефектов составного железобетонного ригеля промежуточной опоры на логарифмические показатели надежности путепровода.

В численных расчетах учтены имеющиеся повреждения, которые привели к изменению опалубочных размеров в нижней части ригеля. Они считались заданными по измеренным в натуре. Средние значения действующих на ригель постоянных и временных нагрузок вычислялись по натурным измерениям конструкций. Разброс нагрузок учитывался в соответствии с принятыми в действующем на момент строительства нормативном документе СНиП 2.05.03-84*[1] коэффициентами надежности по нагрузке.

Разброс прочностных показателей для бетона изношенного ригеля варьировался в соответствии с нормальным законом распределения в широком диапазоне изменения коэффициента вариации от $v_b = 0,10$ до $v_b = 0,21$. При отсутствии коррозии рабочей арматуры коэффициент вариации прочности арматуры принимался равным: $v_s = 0,08$.

Полученные по результатам вероятностных расчетов графики зависимости логарифмического показателя надежности для неповрежденного (синяя линия) и поврежденного (красная линия) железобетонного составного ригеля в зависимости от коэффициента вариации прочности бетона представлены на рис.6.

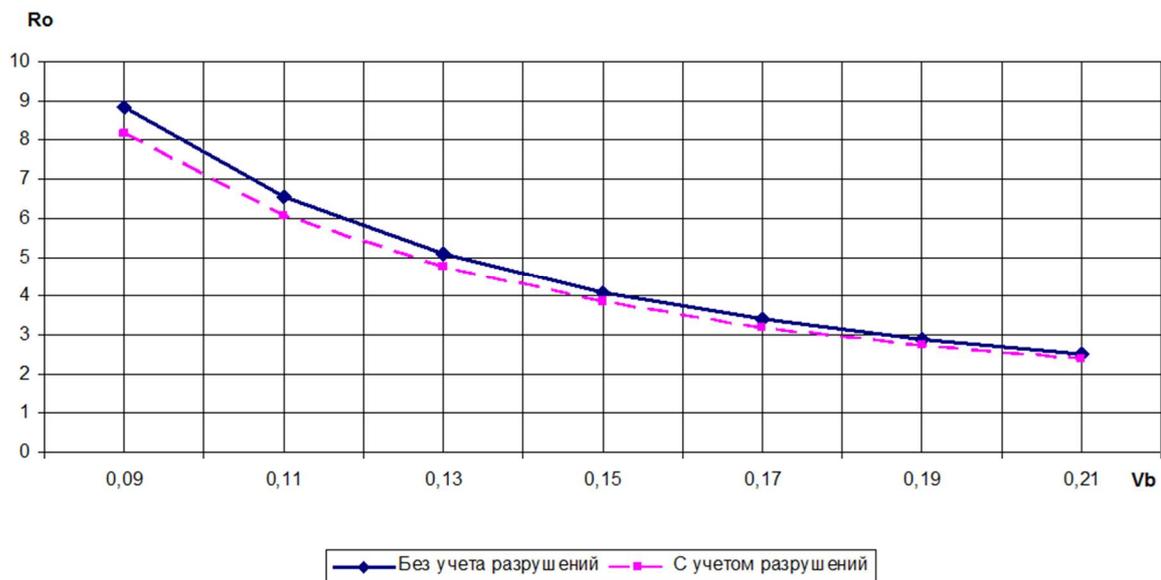


Рис. 6. Графики зависимости логарифмического показателя надежности железобетонного ригеля в зависимости от коэффициента вариации прочности бетона

Результаты численных вероятностных расчетов надежности подтвердили полученный с помощью нормативной методики вывод о незначительном влиянии обнаруженных при обследовании повреждений на несущую способность составного железобетонного ригеля.

Выводы

Приведенные в настоящей статье исследования привели к следующим выводам:

- Выполнен комплекс расчетов по определению влияния на несущей способности изношенного составного железобетонного ригеля возникших при длительной эксплуатации повреждений.
- Разработаны методики для детерминированной и вероятностной оценки прочности длительно эксплуатируемого транспортного сооружения.
- Предложенные методики реализованы в виде вычислительных программ в математическом комплексе Mathcad и апробированы для оценки возможности возникновения предельного состояния в наиболее нагруженном корневом сечении одностоечной промежуточной опоры.
- Доказана применимость разработанных методик и вычислительных программ для оценки влияния на несущую способность часто возникающих повреждений во время длительной эксплуатации несущих конструкций из железобетона.
- Построены графики изменения логарифмических показателей надежности железобетонного ригеля в зависимости от коэффициента вариации прочности бетона.
- Выполненные исследования позволили получить обоснованные проектные решения необходимых ремонтно-восстановительных работ для приведения транспортного сооружения в нормативное состояние.

Библиографический список

1. СП 35.13330.2011 Мосты и трубы. Актуализированная редакция СНиП 2.05.03-84* (с изменениями № 1, 2, 3).
2. СП 79.13330.2012 Мосты и трубы. Правила обследований и испытаний. Актуализированная редакция СНиП 3.06.07-86.
3. ОДМ 218.4.025-2016. Методические рекомендации по определению грузоподъемности эксплуатируемых мостовых сооружений на автомобильных дорогах общего пользования. Общая часть.
4. ОДМ 218.4.026-2016. Методические рекомендации по определению грузоподъемности эксплуатируемых мостовых сооружений на автомобильных дорогах общего пользования. Бетонные и железобетонные конструкции.
5. Технический отчет по результатам обследования опоры №12 на правой стороне путепровода через железнодорожные пути у ст. Сарепта в Красноармейском районе г. Волгограда. – Воронеж: ООО «Дортранспроект», 2023. – 48с.
6. Серия 3.503.1-81, выпуск 7-1 доп. 6. Балки пролетного строения длиной 21 и 24 м, высотой 1,23 м, армированные пучками арматуры из стальных канатов К7. – М.: Союздорпроект, 1995.
7. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. – М.: АСВ, 2010. – 252с.
8. Сеницын А.П. Расчет конструкций на основе теории риска. – М.: Стройиздат, 1985. – 304 с.
9. Метод конечных элементов в проектировании транспортных сооружений/ А.С. Городецкий, В.И. Заборицкий, А.И. Лантух-Лященко, А.О. Рассказов. – М.: Транспорт, 1981. – 143 с.
10. Сафронов В.С., Катембо А.Л. Расчет несущей способности внецентренно сжатого стержня из железобетона с использованием деформационной модели // Строительная механика и конструкции. – 2016. – №1(12). – С.64-74.
11. Сафронов В.С., Нгуен Д.Х. Вероятностная оценка риска возникновения предельных состояний в сечениях изгибаемых железобетонных балок // Научный вестник Воронежского архитектурно-строительного университета. Сер. Строительство и архитектура. – 2010. – №1(17). – С.157-166.
12. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Оценка риска разрушения нормальных сечений железобетонных балок произвольной формы // Строительная механика и конструкции. – 2011. – №1(2). – С.46-51.
13. Сафронов В.С., Черников А. В. Деформационный расчет составных изгибаемых железобетонных стержневых элементов// Строительная механика и конструкции. -2018. – № 3(18). – С. 81-92.
14. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Оценка влияния косины пролетных строений железобетонных мостов на риск разрушения нормальных сечений балок с ненапрягаемым армированием от изгибающего момента // Строительная механика и конструкции. - 2012. – № 1(4). – С. 85-91.
15. Сафронов В.С., Антипов А.В. Современные конечно-элементные модели балочных бездиафрагменных пролетных строений автодорожных мостов // Строительная механика и конструкции. – 2013. – № 1. – С. 92-101.
16. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Применение теории риска для оценки вероятности трещинообразования при стесненном кручении железобетонных мостовых балок // Механика разрушения бетона, железобетона и других строительных материалов: сб. ст. по материалам 7-й междунар. науч. конф.: в 2 т. – Воронеж, 2013. – С. 31-38.

References

1. Set of Rules 35.13330.2011. Bridges and pipes. Updated edition of SNiP 2.05.03-84* (with amendments No. 1, 2, 3).
2. Set of Rules 79.13330.2012. Bridges and pipes. Rules for examinations and tests. Updated version of SNiP 3.06.07-86.
3. Industry Road Methodological Document 218.4.025-2016. Methodological recommendations for determining the load-carrying capacity of operating bridge structures on public roads. A common part.
4. Industry Road Methodological Document 218.4.026-2016. Methodological recommendations for determining the load-carrying capacity of operating bridge structures on public roads. Concrete and reinforced concrete structures.
5. Technical Report on the Results of the Inspection of Support No. 12 on the Right Side of the Overpass Across the Railway Tracks at the Station. Sarepta in the Krasnoarmeysky District of Volgograd. Voronezh: Dortransproekt LLC, 2023. 48 p.
6. Series 3.503.1-81, issue 7-1 add. 6. Beams of the span 21 and 24 m long, 1.23 m high, reinforced with bundles of reinforcement from K7 steel ropes. M.: Soyuzdorproekt, 1995.
7. Raiser V.D. Theory of reliability of structures. M.: ASV, 2010. 252 p.
8. Sinitsyn A.P. Calculation of structures based on risk theory. M.: Stroyizdat, 1985. 304 p.
9. Gorodetsky A.S., Zavoritsky V.I., Lantukh-Lyashchenko A.I., Rasskazov A.O. Finite element method in the design of transport structures. M.: Transport, 1981. 143 p.
10. Safronov V.S., Katembo A.L. Calculation of the bearing capacity of an eccentrically compressed reinforced concrete rod using a deformation model. Construction Mechanics and Structures. No. 1(12). 2016. Pp. 64-74.
11. Safronov V.S., Nguyen D.H. Probabilistic assessment of the risk of occurrence of limit states in sections of bent reinforced concrete beams. Scientific Bulletin of the Voronezh University of Architecture and Civil Engineering. Ser. Construction and Architecture. No. 1(17). 2010. Pp. 157-166.
12. Safronov V.S., Domanov D.I. Assessment of the risk of destruction of normal sections of reinforced concrete beams of arbitrary shape. Construction Mechanics and Structures. No. 1(2). 2011. Pp. 46-51.
13. Safronov V.S., Chernikov A.V. Deformation calculation of composite bendable reinforced concrete rod elements. Construction Mechanics and Structures. No. 3(18). 2018. Pp. 81-92.
14. Safronov V.S., Domanov D.I. Assessing the influence of the bracing of span structures of reinforced concrete bridges on the risk of destruction of normal sections of beams with non-prestressing reinforcement from a bending moment. Construction Mechanics and Structures. No. 1(4). 2012. Pp. 85-91.
15. Safronov V.S., Antipov A.V. Modern finite element models of beam-less diaphragm spans of highway bridges. Construction Mechanics and Structures. No. 1. 2013. Pp. 92-101.
16. Safronov V.S., Domanov D.I. Application of risk theory to assess the probability of cracking during constrained torsion of reinforced concrete bridge beams. Mechanics of Destruction of Concrete, Reinforced Concrete and Other Construction Materials: Proceedings of the 7th International Scientific Conf.: in 2 Vols. Voronezh. 2013. Pp. 31-38.

PROBABILISTIC ASSESSMENT OF THE STRENGTH OF A DAMAGED BEAM OF A REINFORCED CONCRETE MOUNT SUPPORT OF A HIGHWAY

V. S. Safronov¹, S. A. Osipov², A. A. Shemanova³

Voronezh State Technical University^{1,2,3}
Russia, Voronezh

¹Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7 (473)2715230,
e-mail: vss22@mail.ru

²Assistant Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7 (473)2715230, e-mail: oss@vgasu.vrn.ru

³MA Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7 (980)5342969,
e-mail: anastasiya.shemanova@mail.ru

The methodology and results of numerical studies of the probability of occurrence of a limit state of a reinforced concrete crossbar of a single-column support of a road overpass with split beam spans are described. The results of a field survey of a long-term transport structure with significant damage to the crossbar are used.

The scatter of damage parameters, strength characteristics of materials and permanent and temporary loads acting on the support are taken into account.

The dependences of the logarithmic reliability indicators of the most loaded section of the crossbar, obtained from numerical studies, are presented, estimating the decrease in the reliability of the structure.

Keywords: operating overpass, single-column support, damage to a reinforced concrete composite crossbar, probabilistic reliability indicators taking into account damage.

ОБОСНОВАНИЕ НЕОБХОДИМОСТИ УТОЧНЕНИЯ КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЙ МОДЕЛИ ПРОЛЕТНОГО СТРОЕНИЯ С ОРТОТРОПНОЙ ПЛИТОЙ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РАСЧЕТОВ НА ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ

С. Ю. Гриднев¹, И. С. Подлесных²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}

Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230,
e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

²Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(903)8513595, e-mail: 94igor@mail.ru

Статья посвящена обоснованию необходимости использования уточненной конечно-элементной модели разрезного пролетного строения с ортотропной плитой при выполнении расчетов на температурные воздействия, в том числе от воздействия солнечной радиации. Построены конечно-элементные модели пролетного строения с различными способами учета слоев дорожной одежды при неравномерном температурном воздействии от солнечной радиации. Проведены сравнительные расчеты напряженно-деформированного состояния пролетного строения с ортотропной плитой при учете распределения температурных полей в слоях дорожной одежды при различных способах её учета в расчетных схемах. Выполнена верификация полученных результатов с использованием инструментальных измерений деформированного состояния главных балок пролетного строения и даны рекомендации по области применения уточненной КЭ модели.

Ключевые слова: пролетное строение, ортотропная плита, главные балки, дорожная одежда, солнечная радиация, распределение температуры, напряженно-деформированное состояние, пространственное деформирование

Введение. Используемый в настоящее время подход по учету дорожной одежды мостового полотна (дорожной одежды) в расчетных схемах пролетных строений автодорожных мостов не позволяет получать достоверную картину температурного воздействия непосредственно на плиту проезжей части. Дорожная одежда чаще всего учитывается только в качестве нагрузки или представляется одним слоем, что может сказаться на точности полученных результатов.

Пролетные строения с ортотропной плитой испытывают неравномерный нагрев разных элементов при суточных и сезонных колебаниях температуры. В зависимости от угла воздействия солнечной радиации меняется температура по толщине дорожной одежды, плиты, высоте главных балок. Совокупность постоянных, временных и температурных нагрузок может привести к появлению дополнительных напряжений, имеющих значительные дневные и сезонные колебания, приводящих к существенному несимметричному пространственному деформированию.

Выполненный обзор научных исследований, посвященных совершенствованию методики расчета пролетных строений автодорожных мостов на различные воздействия, в том числе на воздействие солнечной радиации, позволил отметить, что изменяющиеся во времени температурные воздействия оказывают влияние на напряженно-деформированное

состояние (НДС) пролетных строений [9, 11, 12]. При этом в большинстве публикаций дорожная одежда учитывается только в качестве нагрузки, а температурные воздействия учитываются упрощенно. Поэтому существующая методика расчета требует совершенствования и развития.

Авторами были проведены многочисленные всесторонние исследования, посвященные анализу распределения температуры в слоях дорожной одежды [1-5, 7, 16]. Отмечено влияние солнечной радиации на НДС и сохранность асфальтобетонного покрытия. В [6, 8] описана методика выполнения натуральных измерений температуры на пролетном строении при воздействии солнечной радиации. Проведены натурные измерения на объекте исследования, которые позволяют детально и всесторонне определить характер распределения температуры в элементах металлического пролетного строения с ортотропной плитой. В работе [32] определены области температур, при которых вместо расчетов, в соответствии с рекомендациями нормативных документов, необходимо выполнять расчеты с использованием натуральных измерений температурных полей пролетного строения. В статьях [17-20, 29] выполнен сравнительный анализ особенностей воздействия солнечной радиации на НДС пролетных строений с железобетонной и ортотропной плитами.

Цель исследования – показать необходимость использования уточненной конечно-элементной модели пролетного строения с ортотропной плитой при выполнении расчетов на температурные воздействия.

Для достижения цели исследования поставлены следующие **задачи**:

1. Разработать уточненную конечно-элементную (КЭ) модель пролетного строения, позволяющую учитывать реальное воздействие температуры на ортотропную плиту через слои дорожной одежды.

2. Разработать КЭ модели пролетного строения для двух упрощенных подходов по учету дорожной одежды: одним слоем, как регламентирует нормативный документ, и для случая учета дорожной одежды только в качестве дополнительной нагрузки.

3. Выполнить сравнительные расчеты НДС пролетного строения для каждого варианта расчетной схемы с использованием результатов натуральных измерений температурных полей элементов и показать реальный пространственный характер деформирования.

4. Провести сравнительный анализ НДС пролетного строения при различных подходах к учету дорожной одежды в расчетных схемах и дать рекомендации по области применения уточненной КЭ модели.

Существующие конструкции дорожной одежды и подходы к ее учету при расчетах пролетных строений. Согласно СП 35.13330.2011 «Мосты и трубы» [22] на пролетных строениях с ортотропной плитой толщина асфальтобетонного покрытия зависит от параметров плиты (толщины листа, шага продольных ребер) и должна быть не менее 110 мм при применении уплотняемых асфальтобетонов. При использовании литых асфальтобетонов толщина асфальтобетонного покрытия может быть уменьшена до 80 мм при применении литого асфальтобетона в обоих слоях и до 90 мм при применении литого асфальтобетона в одном из слоев.

В настоящее время нормативные документы регламентируют выполнять учет воздействия солнечной радиации на пролетные строения автодорожных мостов при оценке НДС без влияния пространственного характера деформирования. Отсутствие достоверной картины НДС при воздействии солнечной радиации не всегда позволяет принимать обоснованные проектные решения, что в ряде случаев может стать причиной снижения надежности и долговечности элементов транспортного сооружения.

НДС дорожной одежды зависит от временной подвижной и температурной нагрузок и её слои деформируются совместно с плитой. Слои дорожной одежды оказывают малое влияние на общую изгибную жесткость пролетного строения, однако при расчете на

температурные воздействия теплового потока солнечного излучения (солнечной радиации) их учет необходим для получения достоверной картины температурного воздействия непосредственно на плиту проезжей части. Отметим также, что необходимо учитывать сдвиговую жесткость в слоях дорожной одежды и характер распределения температуры по их толщине. В процессе эксплуатации покрытие пролетных строений разрушается быстрее плиты. Поэтому дорожную одежду в расчетной схеме необходимо учитывать не только в качестве нагрузки, но и как конструктивный элемент пролетного строения.

КЭ модель пролетного строения. Для анализа напряженно-деформированного состояния эксплуатируемого пролетного строения с ортотропной плитой в комплексе ЛИРА–САПР была разработана пространственная конечно-элементная модель (рис. 1).

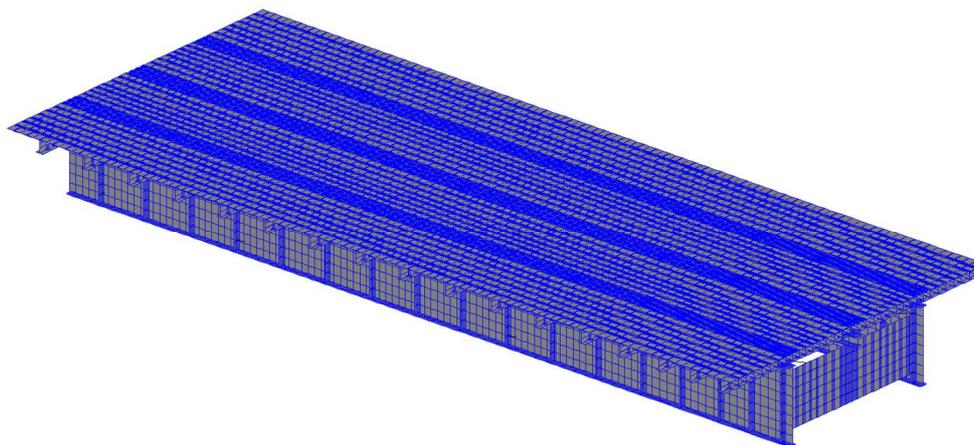


Рис. 1. Пространственная конечно-элементная модель пролетного строения с ортотропной плитой

Составлены 3 варианта расчетных схем, в которых по-разному моделируется дорожная одежда:

а) учет дорожной одежды как многослойной конструкции – использование КЭ модели пролетного строения со слоями дорожной одежды позволяет определять реальную картину распределения температурных полей в плите и напряжения в различных ее слоях, которые невозможно получить по рекомендациям нормативного документа;

б) учет дорожной одежды одним слоем – воздействие температуры принимается равномерным по всей толщине покрытия;

в) учет дорожной одежды только в качестве нагрузки – слои дорожной одежды отсутствуют в КЭ модели и представляются только в качестве нагрузки, температурное воздействие передается сразу на плиту.

На рис. 2 представлены различные варианты учета дорожной одежды в КЭ модели пролетного строения.

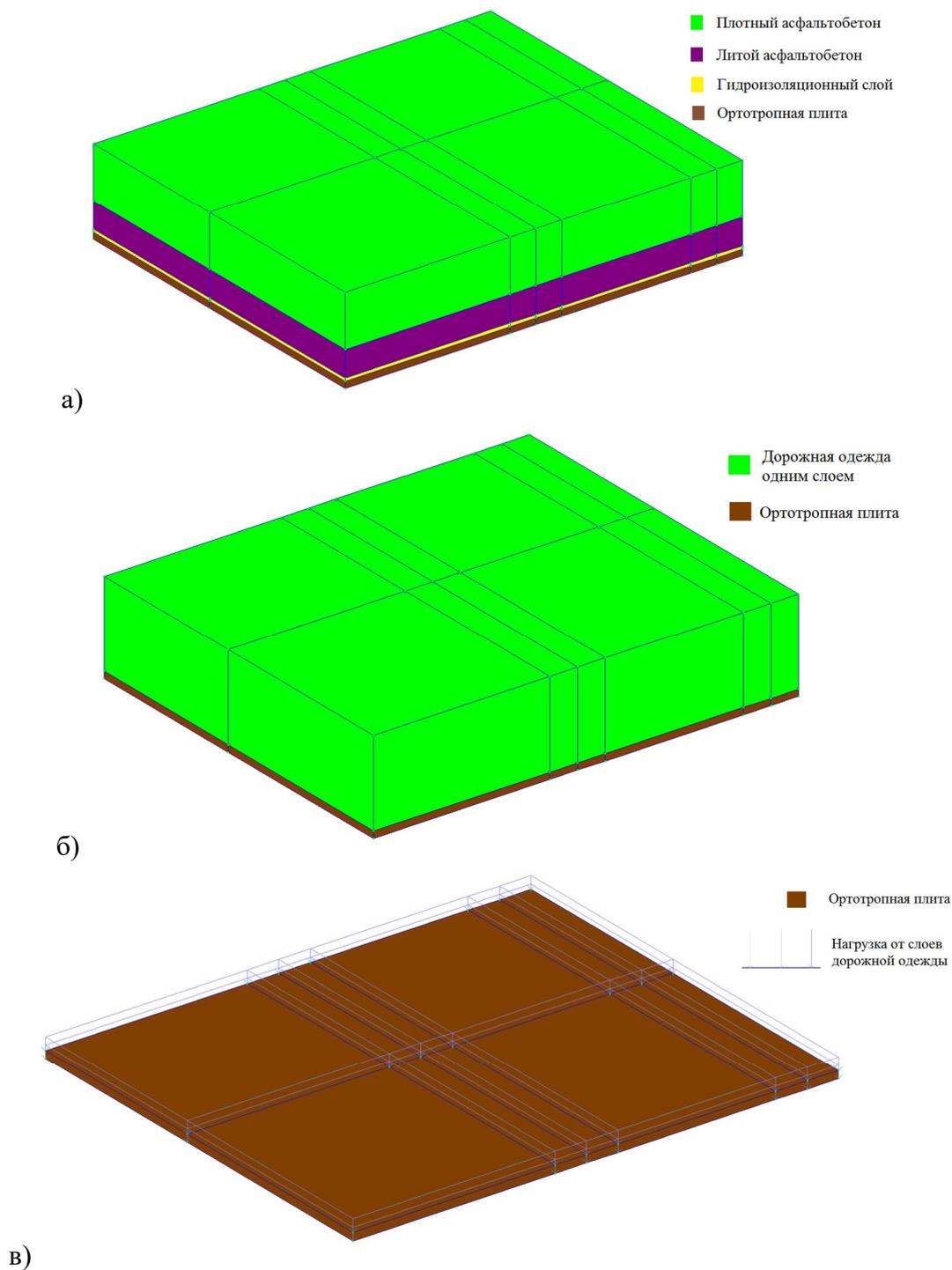


Рис. 2. Представление дорожной одежды в КЭ модели пролетного строения:
 а) учет дорожной одежды как многослойной конструкции, б) учет дорожной одежды одним слоем, в)
 учет дорожной одежды только в качестве нагрузки

С целью повышения достоверности оценки НДС элементов выполнен расчет с учетом сдвиговой жесткости в слоях дорожной одежды. Так как пролетное строение подвергается постоянно меняющимся во времени температурным воздействиям, при расчете на дневное колебание температуры учтены результаты предыдущих загрузений.

Исходные данные для выполнения численных исследований получены в ходе проведенных натурных измерений температурных полей пролетного строения при воздействии солнечной радиации в период экстремально высоких температур (в диапазоне

27–35°C). Для определения характера распределения температуры был использован программный комплекс для моделирования тепловых полей ELCUT. В результате проведенных натурных измерений подготовлены исходные данные для выполнения дальнейших расчетов с учетом полной картины распределения температуры по высоте пролетного строения, зависящие от воздействия солнечной радиации.

Результаты численных исследований. Проведен расчет НДС при характерных случаях воздействия солнечной радиации при совместном действии временной нагрузки, с использованием разработанных расчетных схем конечно-элементной модели пролетного строения.

Графики изменения максимальных напряжений σ_x в течение дня в сечении $1/2L$ ортотропной плиты для трех расчетных схем при воздействии солнечной радиации представлены рис. 3.

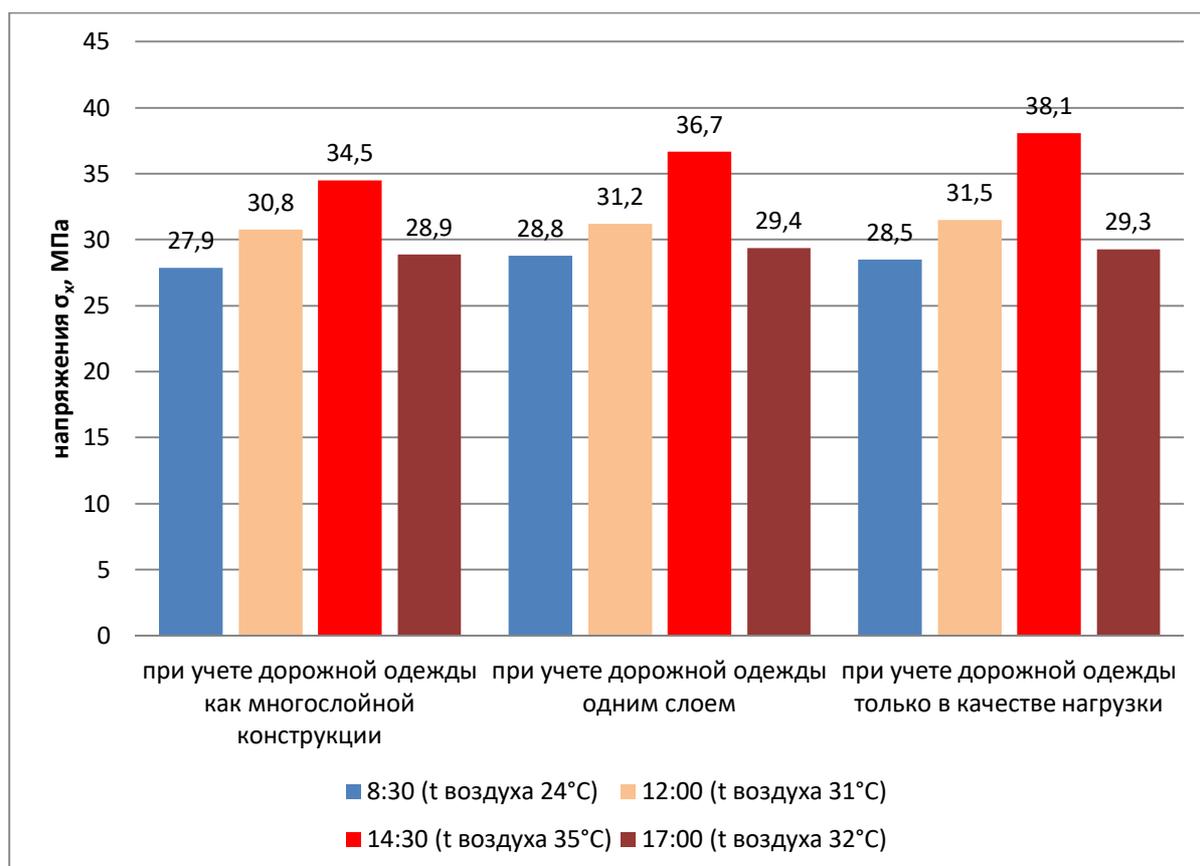


Рис. 3. Графики изменения максимальных напряжений σ_x в течение дня в сечении $1/2L$ ортотропной плиты для трех расчетных схем при воздействии солнечной радиации

Результаты численных исследований показали, что при разных подходах по учету слоев дорожной одежды в расчетных схемах изменяются значения напряжений и внутренних усилий в элементах пролетного строения. При учете дорожной одежды как многослойной конструкции максимальные напряжения σ_x в ортотропной плите ниже, чем при учете дорожной одежды одним слоем или в качестве нагрузки. Разница в результатах в одинаковый момент времени составила 6,38% и 10,4% соответственно.

Сравнение максимальных изгибающих моментов M_x в течение дня в сечении 1/2L и 1/2H в главной балке Б1 для трех расчетных схем при воздействии солнечной радиации представлено на рис. 4.

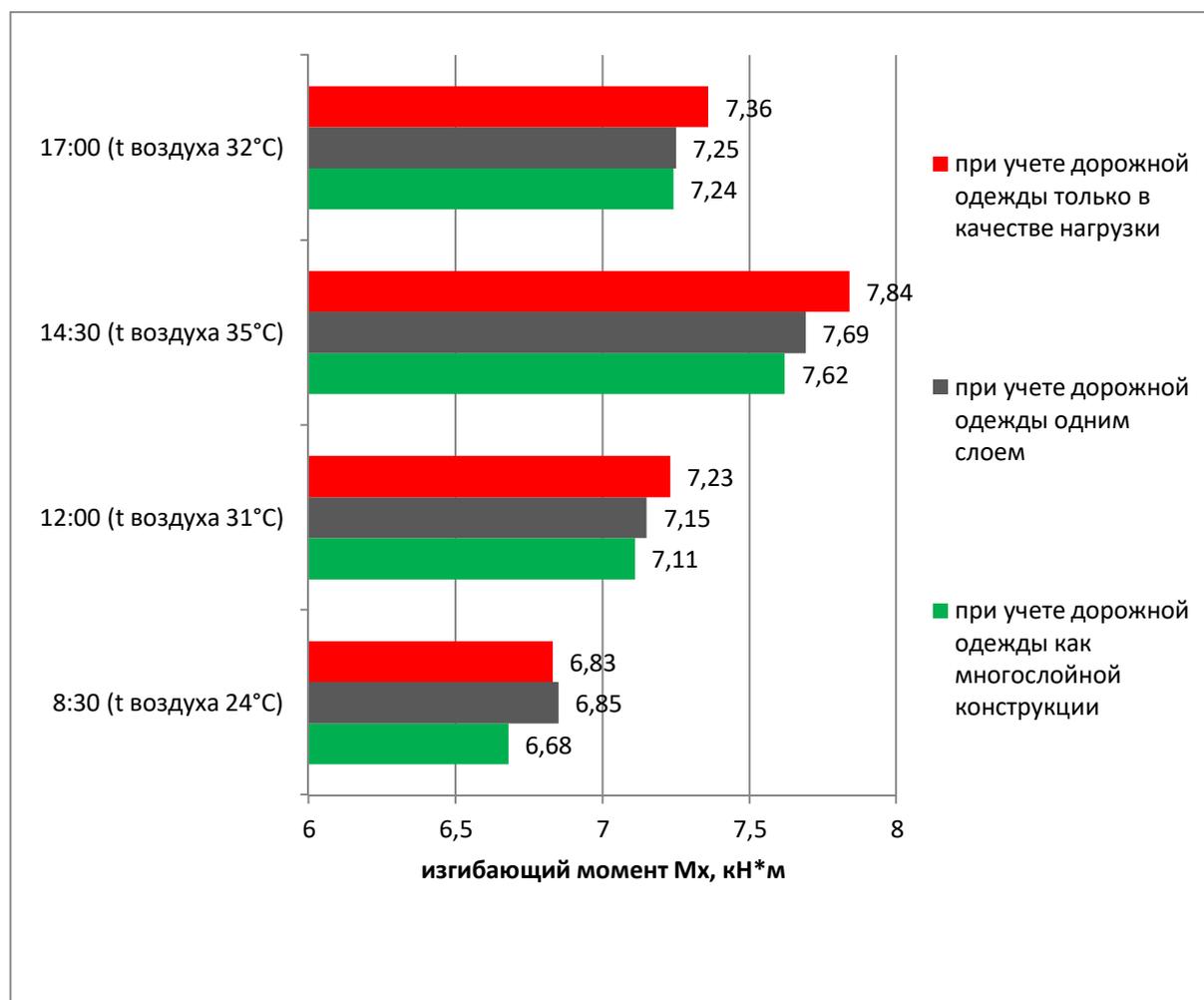


Рис. 4. Сравнение максимальных изгибающих моментов M_x в течение дня в сечении 1/2L и 1/2H в главной балке Б1 для трех расчетных схем при воздействии солнечной радиации

Наибольшая разница в полученных изгибающих моментах M_x в течение дня в главной балке Б1 в сечении 1/2L для трех расчетных схем наблюдается при максимальной температуре воздуха при наибольшей интенсивности солнечной радиации. При учете дорожной одежды как многослойной конструкции изгибающий момент M_x в главной балке Б1 в сечении 1/2L составил 7,62 кН*м. При учете дорожной одежды одним слоем значение увеличилось до 7,69 кН*м. Наибольшее значение изгибающего момента M_x наблюдается при учете дорожной одежды в качестве нагрузки и составляет 7,84 кН*м, что на 2,89% выше, чем при расчетной схеме с многослойной конструкцией.

Сравнение пространственного характера деформирования поперечного сечения 1/4L пролетного строения в момент времени 14:30 ($t_{\text{воз}} 35^\circ\text{C}$) представлено на рис. 5.

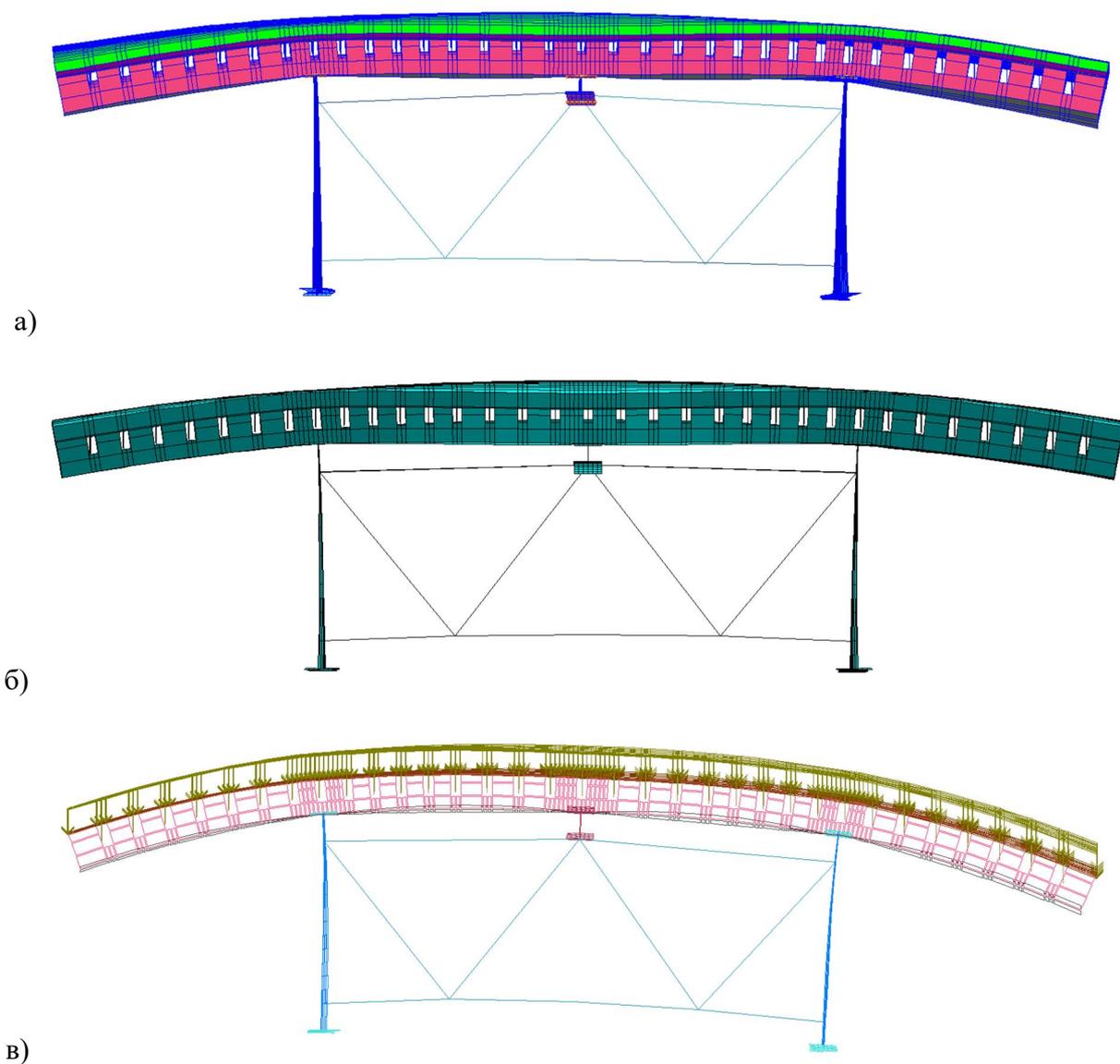


Рис. 5. Пространственный характер деформирования поперечного сечения $1/4L$ пролетного строения в момент времени 14:30 ($t_{\text{воз}} 35^{\circ}\text{C}$):

- а) учет дорожной одежды как многослойной конструкции, б) учет дорожной одежды одним слоем, в) учет дорожной одежды только в качестве нагрузки

При неравномерном температурном воздействии от солнечной радиации наблюдается несимметричный пространственный характер деформирования пролетного строения.

Для подтверждения достоверности результатов исследования выполнено сопоставление результатов расчетов по трем расчетным схемам с экспериментально полученными данными в ходе инструментальных измерений деформированного состояния главных балок. Графики перемещений главной балки Б1 по результатам численных расчётов по трем расчетным схемам и инструментальных измерений показаны на рис. 6.

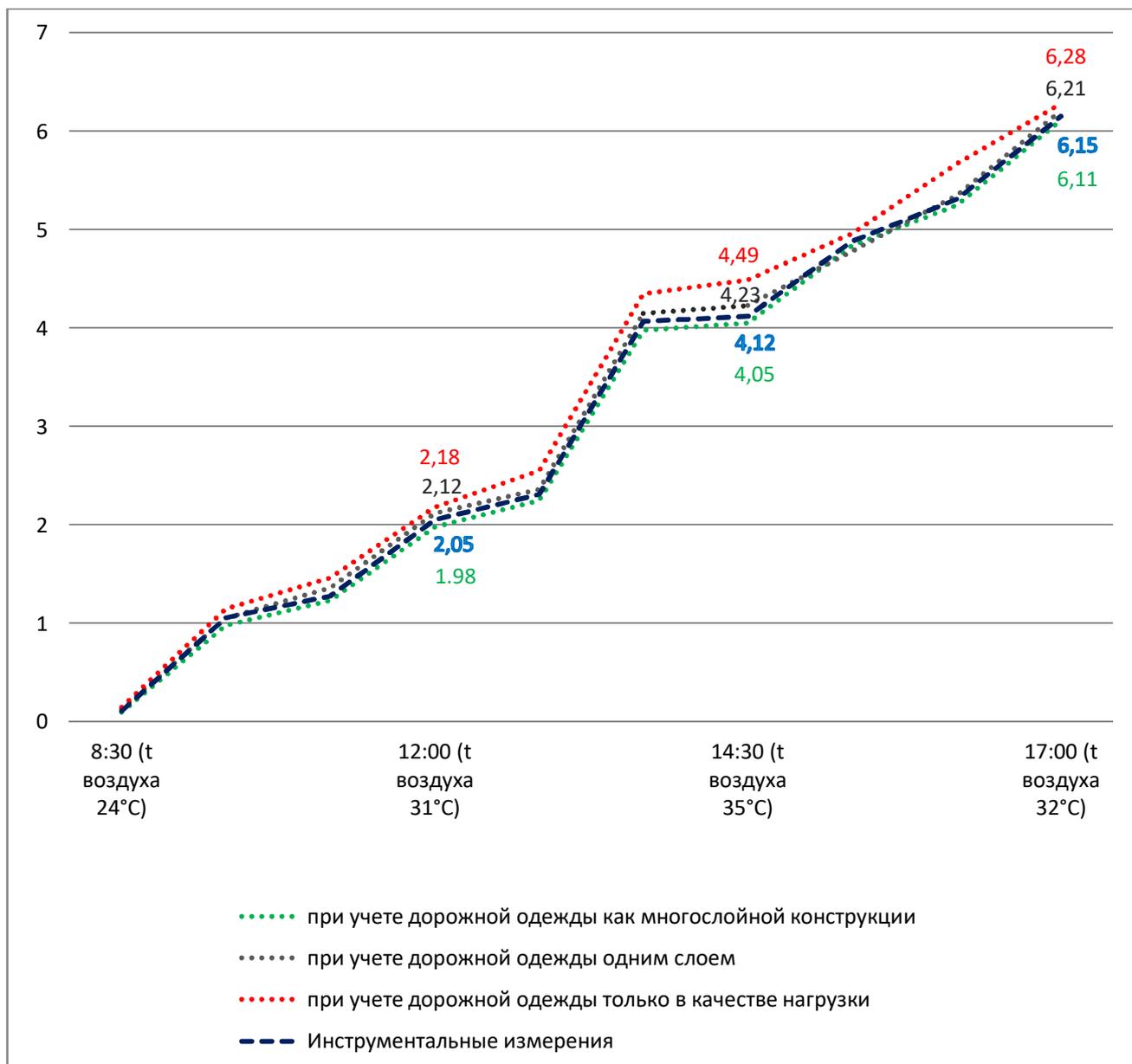


Рис. 6. Графики перемещений главной балки Б1 по результатам численных расчётов по трем расчетным схемам и инструментальных измерений

Характер изменения перемещения главных балок подтверждается расчетом МКЭ, при этом экспериментальные значения наиболее близки к результатам по расчетной схеме, учитывающей дорожную одежду как многослойную конструкцию.

Таким образом, результаты верифицированных численных исследований показали, что существующие методики расчета пролетных строений с упрощенным учетом слоев дорожной одежды в ряде случаев не позволяют получать реальное НДС элементов при воздействии солнечной радиации и определять пространственный характер деформирования пролетного строения. Поэтому при проектировании и расчете пролетных строений на экстремально высокие климатические температурные воздействия (в интервале $t_{\text{воз.}}$ 32-35 °C и выше) рекомендуется использовать расчетную схему, в которой слои дорожной одежды учитываются как конструктивные элементы с обязательным уточнением распределения в них реальных температурных полей.

Заключение

1. Разработана уточненная конечно-элементная модель пролетного строения, позволяющая учитывать реальное воздействие температуры на ортотропную плиту через слои дорожной одежды, дневное колебание температуры, а также сдвиговую жесткость в слоях дорожной одежды.

2. Разработаны КЭ модели пролетного строения для двух упрощенных подходов по учету дорожной одежды.

3. Выполнены сравнительные расчеты НДС пролетного строения для каждой расчетной схемы с использованием результатов натуральных измерений температурных полей элементов.

4. Проведен сравнительный анализ НДС пролетного строения при различных подходах к учету дорожной одежды в расчетных схемах, выполнена верификация полученных результатов с использованием инструментальных измерений деформированного состояния главных балок пролетного строения и даны рекомендации по области применения уточненной КЭ модели.

Библиографический список

1. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Расчет напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных пролетных строений с учетом распределения температуры в слоях дорожной одежды // Строительная механика и конструкции. – 2017. – №2(15) – С.75-84.
2. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Влияние солнечной радиации на сохранность верхнего слоя дорожной одежды сталежелезобетонного пролётного строения // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 34-36.
3. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Распределение температуры по высоте поперечного сечения сталежелезобетонного пролётного строения автодорожного моста // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 36-39.
4. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Влияние неравномерного нагрева на распределение напряжений в элементах пролетного строения с ортотропной плитой //Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 108-110.
5. Гриднев С.Ю., Подлесных, И.С. Особенности температурного поля в элементах пролетного строения автодорожного моста при близких к нулю отрицательных температурах // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 110-112.
6. Гриднев С.Ю., Подлесных, И.С. Методика измерения температурного поля пролетного строения с ортотропной плитой при воздействии солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XXI Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2020. – С.62-68.
7. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Особенности напряженно-деформированного состояния пролетного строения при учете изменяющегося во времени динамического воздействия солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XXII Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2021. С. 67-69.
8. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Апробация разработанной методики натуральных измерений напряженно-деформированного состояния пролетного строения при

- повышенном воздействии солнечной радиации // Строительная механика и конструкции. – 2022. – №2(33) – С.133-144.
9. Иванова А.А. Рекомендации по измерению и прогнозированию температуры дорожной одежды // StudArctic Forum. – 2017. – № 1 (5). – С. 99-111.
 10. Козлов А.В. Совершенствование методов расчёта сталежелезобетонных пролётных строений мостов с учётом податливости конструкций объединения бетона и стали: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.11 / Козлов Алексей Владимирович. – Воронеж: 2020. – 155 с.
 11. Мельникова И.С. Моделирование воздействия температуры и транспортных нагрузок на возникновение и развитие трещин в асфальтобетонных дорожных покрытиях // Наука и техника. – 2012. – № 4. – С. 42–52.
 12. Мишутин В.О. Оценка воздействия солнечной радиации на напряженно-деформированное состояние металлического пролетного строения моста // Транспортная инфраструктура Сибирского региона. – 2014. – Т. 1. – С. 641-647.
 13. Овчинников И.Г., Овчинников И.И. Дорожная одежда на мостовых сооружениях: отечественный и зарубежный опыт // Интернет-журнал «Науковедение». – 2014. – № 5 (24). – 67 с.
 14. Модель воздействия внешних факторов на дорожную одежду мостовых сооружений / И.Г. Овчинников, О.К. Иванов, И.И. Овчинников, В.А. Илюшкин // Транспортное строительство. – 2009. – №5. – С. 23-25.
 15. Овчинников И.И., Овчинников И.Г., Зинченко Е.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния многослойных конструкций при совместном действии нагрузки, температуры и агрессивной среды применительно к дорожным покрытиям на мостовых сооружениях // Дороги и мосты: сб. статей ФГУП «РОСДОРНИИ». – М., 2012. – № 2 (28). – С. 134-150.
 16. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю. Расчет сталежелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов с учетом одежды ездового полотна / И.С. Подлесных, // Опыт прошлого – взгляд в будущее: материалы 7-й Междунар. науч.-практ. Конф. молодых ученых и студентов, 2017. – С. 193-198.
 17. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Барченкова Н.А. Анализ влияния солнечной радиации на напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонного пролетного строения автодорожного моста // Транспортные сооружения. – 2018. – №2. <https://t-s.today/PDF/12SATS218.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/12SATS218.
 18. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Скалько Ю.И. Уточнение напряженно-деформированного состояния пролетного строения с ортотропной плитой при учете солнечной радиации // Транспортные сооружения. – 2019. – №4. <https://t-s.today/PDF/15SATS419.pdf> (доступ свободный). Загл. с экрана. Яз. рус., англ. DOI: 10.15862/15SATS419
 19. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю. Обобщение результатов исследований напряженно-деформированного состояния разрезных пролетных строений с металлическими балками при воздействии солнечной радиации// Строительная механика и конструкции. – 2022. – №3(34) – С. 115-128.
 20. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Барченкова Н.А. Особенности напряженно-деформированного состояния пролетных строений автодорожных мостов при воздействии солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сб. материалов XXIII Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2022. – С. 106-108.

21. Сахарова И.Д. Дорожная одежда на ортотропной плите пролетных строений мостов // Совершенствование проектирования мостовых сооружений: труды ГП «РосдорНИИ». – М., 2002. – Вып. 12. – С. 83.
22. СП 35.13330.2011 Мосты и трубы. – М., 2011. – 340 с.
23. Телегин М.А., Овчинников И.Г. Дорожная одежда на ортотропных плитах мостов // Дорожная держава. – 2011. – № 35. – С. 34-39.
24. Телегин М.А. Методика расчета дорожной одежды на ортотропной плите стальных мостов // Дороги и мосты. – 2011. – Вып. 26/2. – С. 205-211.
25. Телегин М.А. Работа дорожной одежды на стальной ортотропной плите пролетного строения моста в зоне главных балок / М.А. Телегин // Транспортное строительство. – 2012. – №2. – С. 12.
26. Assessment on Time-Varying Thermal Loading of Engineering Structures Based on a New Solar Radiation Model / Bo Chen, Yu-zhou Sun, Gan-jun Wang, Ling-yan Duan // Mathematical Problems in Engineering. – Vol. 2014. – Article ID 639867, 15 pages, 2014.
27. Cun Ren Jiang, Jian Min Ren, Zhuo Ling Wang. Research of Temperature Field of Long Span Concrete Box Girder Bridge Caused by Solar Radiation // Applied Mechanics and Materials. – 2013. – Vols. 256-259: P.1635-1639.
28. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an orthotropic plate / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, Yu.I. Skalko, A.V. Rezunov // Archives for Technical Sciences. – 2020. – № 23. – P. 59-66.
29. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the exposure of solar radiation / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, A.V. Rezunov, R.A. Mukhtarov // E3S Web of Conferences. 24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment", FORM 2021". – 2021. – P. 03020.
30. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab // IOP Conference Series: Materials Science And Engineering. – 2020. – С. 012001.
31. . Temperature Analysis of a Long-Span Suspension Bridge Based on Field Monitoring and Numerical Simulation / Linren Zhou, Yong Xia, James M. W. Brownjohn, Ki Young Koo // Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 1.
32. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying Regulatory Documents for Solar Radiation Level Control When Estimating Stress-Strain State of the Spans Based on the Ortho-tropic Slab // The 24th International Scientific Conference MECHANIKA-2019. – 2019. – P. 116-122.
33. Effects of Solar Temperature Gradient on Long-Span Concrete Box Girder during Cantilever Construction / XuMing Song, Hani Melhem, Jun Li, QingYuan Xu, LiJun Cheng //Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 3.

References

1. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Calculation of the stress-strain state of steel-reinforced concrete span structures, taking into account the temperature distribution in the layers of pavement. *Construction Mechanics and Structures*. No. 2(15). 2017. Pp. 75-84.
2. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Influence of solar radiation on the safety of the upper layer of the road pavement of the steel-reinforced concrete span structure. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XIX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2018. Pp. 34-36.
3. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Temperature distribution along the height of the cross section of the steel-reinforced concrete span structure of the road bridge. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XIX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2018. Pp. 36-39.
4. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Influence of uneven heating on the distribution of stresses in the elements of a span structure with an orthotropic plate. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XIX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2018. Pp. 108-110.
5. Gridnev S.Yu., Podlesnykh, I.S. Peculiarities of the temperature field in the elements of the span structure of the road bridge at negative temperatures close to zero. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XIX Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2018. Pp. 110-112.
6. Gridnev S.Yu., Podlesnykh, I.S. Method for measuring the temperature field of a span structure with an orthotropic slab under the influence of solar radiation. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XXI Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2020. Pp. 62-68.
7. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Peculiarities of the stress-strain state of the span structure when taking into account the time-varying dynamic impact of solar radiation. *Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of the XXII Intern. Sci. Tech. Conf. Tula*. 2021. Pp. 67-69.
8. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Approbation of the developed method of full-scale measurements of the stress-strain state of the span structure under increased exposure to solar radiation. *Construction Mechanics and Structures*. No. 2(33). 2022. Pp. 133-144.
9. Ivanova A.A. Recommendations for measuring and predicting pavement temperature. *StudArctic Forum*. No. 1(5). 2017. Pp. 99-111.
10. Kozlov A.V. Improving methods for calculating steel-reinforced concrete superstructures of bridges, taking into account the compliance of structures combining concrete and steel. *Dis. of Cand. Tech. Sciences*. 05.23.11. Voronezh: 2020. 155 p.
11. Melnikova I.S. Modeling the effect of temperature and transport loads on the occurrence and development of cracks in asphalt concrete road surfaces. *Science and Technology*. No. 4. 2012. Pp. 42–52.
12. Mishutin V.O. Assessment of the impact of solar radiation on the stress-strain state of the metal span of the bridge. *Transport Infrastructure of the Siberian Region*. Vol. 1. 2014. Pp. 641-647.
13. Ovchinnikov I.G., Ovchinnikov I.I. Pavement on bridge structures: domestic and foreign experience. *Internet Journal "Naukovedenie"*. No. 5(24). 2014. 67 p.
14. Ovchinnikov I.G., Ivanov O.K., Ovchinnikov I.I., Ilyushkin V.A. Model of the impact of external factors on the road clothes of bridge structures. *Transport Construction*. No. 5. 2009. Pp. 23-25.
15. Ovchinnikov I.I., Ovchinnikov I.G., Zinchenko E.V. Simulation of the stress-strain state of multilayer structures under the combined action of load, temperature and aggressive

- environment in relation to road surfaces on bridge structures. Roads and Bridges: Coll. Of Articles of FSUE "ROSDORNII". No. 2(28). 2012. Pp. 134-150.
16. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu. Calculation of steel-reinforced concrete superstructures of road bridges taking into account the clothing of the roadway. Experience of the Past – A Look Into the Future: Proceedings of the 7th Intern. Scientific-Practical. Conf. of Young Scientists and Students. 2017. Pp. 193-198.
 17. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Analysis of the influence of solar radiation on the stress-strain state of the steel-reinforced concrete span structure of the road bridge. Transport Structures. No. 2. 2018. <https://t-s.today/PDF/12SATS218.pdf> (free access). Title from the screen. Yaz. Russian, English DOI: 10.15862/12SATS218.
 18. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Skalko Yu.I. Refinement of the stress-strain state of a span structure with an orthotropic slab taking into account solar radiation. Transport Structures. No. 4. 2019. <https://t-s.today/PDF/15SATS419.pdf> (free access). Title from the screen. Yaz. Russian, English DOI: 10.15862/15SATS419
 19. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu. Generalization of the results of studies of the stress-strain state of split span structures with metal beams under the influence of solar radiation. Construction Mechanics and Structures. No. 3(34). 2022. Pp. 115-128.
 20. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Features of the stress-strain state of span structures of road bridges under the influence of solar radiation. Actual Problems of Construction, Construction Industry and Industry: Proceedings of XXIII Intern. Sci.-Tech. Conf. Tula, 2022. Pp. 106-108.
 21. Sakharova I.D. Pavement on the orthotropic slab of span structures of bridges. Improving the design of bridge structures: Proceedings of the State Enterprise "RosdorNII". Issue. 12. 2002. P. 83.
 22. Set of Rules 35.13330.2011. Bridges and pipes. M., 2011. 340 p.
 23. Telegin M.A., Ovchinnikov I.G. Road pavement on orthotropic bridge slabs. Road Power. No. 35. 2011. Pp. 34-39.
 24. Telegin M.A. Methodology for calculating pavement on an orthotropic slab of steel bridges. Roads and Bridges. Issue. 26/2. 2011. Pp. 205-211.
 25. Telegin M.A. The work of pavement on a steel orthotropic slab of the span structure of the bridge in the area of the main beams. Transport Construction. No. 2. 2012. P. 12.
 26. Bo Chen, Yu-zhou Sun, Gan-jun Wang, Ling-yan Duan. Assessment on time-varying thermal loading of engineering structures based on a new solar radiation model. Mathematical Problems in Engineering. Vol. 2014. Article ID 639867. 2014. 15 p.
 27. Cun Ren Jiang, Jian Min Ren, Zhuo Ling Wang. Research of temperature field of long span concrete box girder bridge caused by solar radiation. Applied Mechanics and Materials. Vols. 256-259. 2013. Pp.1635-1639.
 28. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Skalko Yu.I., Rezunov A.V. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an ortotropic plate. Archives for Technical Sciences. No. 23. 2020. Pp. 59-66.
 29. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Rezunov A.V., Mukhtarov R.A. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the exposure of solar radiation. E3S Web of Conferences. 24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment", FORM 2021". 2021. P. 03020.
 30. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. P. 012001.

31. Linren Zhou, Yong Xia, James M. W. Brownjohn, Ki Young Koo. Temperature analysis of a long-span suspension bridge based on field monitoring and numerical simulation. Journal of Bridge Engineering. Vol. 21. Issue 1. 2016.
32. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying regulatory documents for solar radiation level control when estimating stress-strain state of the spans based on the ortho-tropic slab. The 24th International Scientific Conference MECHANIKA 2019. 2019. Pp. 116-122.
33. XuMing Song, Hani Melhem, Jun Li. Effects of solar temperature gradient on long-span concrete box girder during cantilever construction. Journal of Bridge Engineering. Vol. 21. Issue 3. 2016.

**JUSTIFICATION OF THE NECESSITY TO REFINE THE FINITE ELEMENT
MODEL OF A SPAN STRUCTURE WITH AN ORTHOTROPIC SLAB WHEN
PERFORMING CALCULATIONS FOR TEMPERATURE EFFECTS**

S. Yu. Gridnev¹, I. S. Podlesnykh²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹ Dr. of Tech. Sc., Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2714230,
e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

² Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +79038513595, e-mail: 94igor@mail.ru

The article is devoted to the justification of the necessity of using a refined finite element model of a split span structure with an orthotropic slab when performing calculations for temperature effects, including those caused by solar radiation. Finite element models of the spanning structure with different ways of taking into account the layers of the pavement at non-uniform temperature effects from solar radiation are constructed. Comparative calculations of the stress-strain state of the span structure with an orthotropic slab when taking into account the distribution of temperature fields in the layers of the pavement at different ways of its accounting in the calculation schemes have been carried out. Verification of the obtained results using instrumental measurements of the deformed state of the main beams of the span structure has been performed and recommendations on the scope of application of the refined FE model have been given.

Keywords: span structure, orthotropic slab, main beams, road surface, solar radiation, temperature distribution, stress-strain state, spatial deformation.

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ БИТУМА И ЕГО СОДЕРЖАНИЯ НА ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ХОЛОДНЫХ ШЛАКОВЫХ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ СМЕСЕЙ

А. В. Еремин¹, А. В. Андреев², Р. С. Поляков³, Ю. Ю. Николенко⁴

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3,4}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования автомобильных дорог и мостов, тел.: +7(910)3469587,
e-mail: aeremin@vgsu.vrn.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры проектирования автомобильных дорог и мостов, тел.: +7(951)8709584,
e-mail: aavturbo@yandex.ru

³Старший преподаватель кафедры проектирования автомобильных дорог и мостов, тел.: +7(920)4615870,
e-mail: polyakovro@yandex.ru

⁴Аспирант кафедры проектирования автомобильных дорог и мостов, тел.: +7(910)2801490,
e-mail: mc.dio40@yandex.ru

В районах с развитой металлургической промышленностью наиболее распространенными местными материалами являются отходы производства. Многочисленными исследованиями установлена возможность применения различных разновидностей шлаковых материалов для приготовления горячих и холодных асфальтобетонных смесей. Шлаковые асфальтобетоны имеют ряд характерных свойств и отличий от традиционно применяемых асфальтобетонов. Эти особенности обусловлены структурой, минералогическим составом, пористостью и взаимодействием с битумом металлургических шлаков. К характерным особенностям шлаковых асфальтобетонов относятся: активный перевод битума в плотное структурированное состояние и, соответственно, увеличенный его расход, возможность дробления шлакового материала в процессе приготовления и уплотнения в покрытии, несколько повышенные остаточная пористость и водонасыщенность, длительность процесса формирования в покрытии. В связи с этим актуальной проблемой при проектировании и строительстве автомобильных дорог является изучение свойств шлаковых асфальтобетонов с целью расширения номенклатуры применения шлаковых материалов в дорожном строительстве и обоснования возможности использования горячих и холодных асфальтобетонных смесей в покрытиях автомобильных дорог различных категорий.

Ключевые слова: асфальтобетон, холодный асфальтобетон, металлургический шлак, содержание битума, прочность, угол внутреннего трения.

Введение. Оптимизация использования ресурсов наиболее доступных в некоторых субъектах Центрального федерального округа приводят к необходимости применения в конструкциях дорожных одежд местных материалов и побочных продуктов промышленности. На их основе существует возможность получения дорожных материалов, обеспечивающих высокие эксплуатационные и прочностные качества покрытий. Также решаются задачи по снижению негативного воздействия производств на экологическую обстановку в отдельных регионах.

Материалы и методы. В соответствии с ГОСТ Р 70648—2023 [1] регламентируются холодные асфальтобетонные смеси типов АХ22, АХ16, АХ11, АХ8, АХ5 и АХР. По назначению различают: универсальные холодные асфальтобетонные смеси – АХ, применение которых возможно в верхних слоях покрытий, и многощебенистые ремонтные смеси АХР, которые используются в качестве ремонтного материала в покрытиях из

асфальтобетонных и органоминеральных смесей. Основной отличительной особенностью холодных асфальтобетонных смесей являются тип вяжущего и зерновой состав. Структура холодного асфальтобетона претерпевает ряд изменений в зависимости от требований, предъявляемых к нему на разных этапах. В период с момента приготовления до момента укладки в покрытие холодный асфальтобетон должен сохранять рыхлое состояние, то есть силы сцепления между частицами асфальтобетонной смеси должны быть минимальными. Данный период может продолжаться до 6-8 месяцев. При этом в любое время года холодный асфальтобетон должен быть готовым к укладке в покрытие. С момента укладки в покрытие до получения материала оптимальной плотности и стабильности проходят основные процессы формирования структуры асфальтобетонной системы: сближение частиц, испарение легких фракций битума, его окисление и полимеризация. Продолжительность этого периода колеблется для разновидностей холодного асфальтобетона от 4 месяцев до 3-4 лет. За период формирования происходит оптимизация свойств холодного асфальтобетона. В процессе длительной эксплуатации покрытия холодный асфальтобетон должен сохранять как можно дольше однородность структуры.

Приготовление холодного асфальтобетона на одних шлаковых материалах при исключении введения минерального порошка предполагает получение системы более стабильной структуры и свойств. Направленное изменение структуры холодных асфальтобетонных смесей на шлаковых материалах позволяет получить материал оптимальных свойств, удовлетворяющий требованиям на всех этапах приготовления, хранения, укладки в покрытие, формирования и эксплуатации.

Основная часть. При выполнении исследований учитывались изменения свойств холодных шлаковых асфальтобетонов в зависимости от структуры шлаковых материалов, вязкости битума и их соотношения. Структурно-механические свойства холодных асфальтобетонных смесей на шлаковых материалах оценивались по изменению от указанных выше факторов физико-механических свойств, определяемых по стандартной методике испытания асфальтобетонных смесей в соответствии с ГОСТ 12801-98 [2].

Для асфальтобетонных систем определенного гранулометрического состава содержание и вязкость битума оказывают решающее значение на структурно-механические свойства. Максимальные прочностные показатели асфальтобетона и максимальная плотность достигаются при определенном количестве битума в смеси. При увеличении вязкости битума обычно происходит нарастание прочностных свойств и повышение водоустойчивости материала вследствие увеличения концентрации смол и асфальтенов в битуме. Отмечена [3] решающая роль для получения оптимальной структуры холодных асфальтобетонов отношения битума к минеральному порошку Б/П. Прочность асфальтового материала наиболее ярко проявляется при оптимальной структуре, при которой имеются плотная упаковка твердой фазы и минимальные толщины пленок среды, выполняющие функции вяжущего вещества в монолите, а отношение Б/П имеет минимально допустимое значение.

На основании исследований горячих шлаковых асфальтобетонов установлена возможность получения материала необходимой структурной прочности, водоустойчивости и теплоустойчивости на гранулированных шлаках и шлакопемзовых песках естественного зернового состава, варьируя марку битума и его содержание. Для приготовления холодных смесей, как предусматривается ГОСТ Р 70648—2023 [1], наиболее применимы битумы марок СГ, МГ и МГО по ГОСТ 11955-82 [5]. С учетом большой структурирующей способности шлаков была исследована возможность получения холодных смесей на вязких битумах с пенетрацией 130/200 и 200/300. Данные битумы обеспечивают для холодного асфальтобетона минимальную необходимую прочность и достаточную слеживаемость при хранении продолжительностью 6-8 месяцев. Оптимальное содержание битума для холодных асфальтобетонов на традиционном щебне находится в пределах 3,5-5,5%, на традиционных

песках – 4,0-6,0%. Установленные пределы вязкости битумов и его содержание для холодных асфальтобетонов определяются в основном показателями слеживаемости.

При определении необходимой вязкости битума и его оптимального содержания в холодных шлаковых асфальтобетонных смесях были рассмотрены показатели физико-механических свойств холодных шлаковых асфальтобетонов, приготовленных на гранулированных шлаках, шлакопемзовых и шлаковых песках естественного зернового состава Новолипецкого и Тульского металлургических предприятий. Учитывая повышенную структурирующую способность шлаковых материалов, применяли битумы с разбросом вязкости в широких пределах: от вязких БНД 130/200, БНД 200/300 до жидких – медленногустеющих МГ 70/130 и среднегустеющих СГ 70/130. Содержание битума изменялось в пределах от 4 до 11% в зависимости от вида шлакового материала и вязкости битума.

В составе минеральной части холодной смеси ГХ-1 и ГХ-2 предусматривалось применение: гранулированного шлака – 100%. В составе минеральной части холодной смеси ГШХ-1, ГШХ-2, ГШХ-3, ГШХ-4 предусматривалось применение: шлакопемзового песка фр. 0-5 мм – 100%. В качестве вяжущего применены битумы БНД 200/300; БГ 70/130; СГ 70/130; МГ 70/130 в количестве 6%, 7%, 8%, 9%, 10%, 11%. В составе минеральной части холодной смеси ГШХ-1 предусматривалось применение: металлургического доменного шлакового песка фр. 0-5 мм – 100%. В качестве вяжущего применен битум БНД 200/300 в количестве 4%, 5%, 6%, 7%, 8%, 9%. Смесей ГШХ-2, ГШХ-3 также приготовлены с применением 100% шлакового песка фр. 0-5, аналогично смеси ГШХ-1. В качестве вяжущего применен битум СГ 130/200; МГ 70/130, соответственно, в количестве 5%, 6%, 7%, 8%, 9%. Фотографии применяемых для изготовления холодных асфальтобетонных смесей материалов приведены на рис. 1.



а) гранулированный доменный шлак



б) шлакопемзовый песок фр. 0-5 мм



в) шлаковый песок фр. 0-5 мм

Рис. 1. Материалы для приготовления холодных асфальтобетонных смесей

Для различных разновидностей шлаковых материалов все основные свойства и минералогический состав формируются в процессе охлаждения шлакового расплава. При этом основную роль играет скорость охлаждения [5]. В результате медленного охлаждения ионные группировки шлакового расплава подстраиваются параллельно к соответствующим группам ближайшего центра, при медленном охлаждении шлакового расплава имеют вид дендритных или точечных выделений. Шлаковая пемза, получаемая путем поризации шлакового расплава, состоит в основном из геленита ($2\text{CaOAl}_2\text{O}_3\text{SiO}_2$) и псевдоволластонита (2CaOSiO_2), а также отмечается шлаковое стекло. При быстром охлаждении микронеоднородное строение шлакового расплава почти полностью (до 95%) фиксируется в шлаковом стекле, имеются отдельные включения двукальциевого силиката (2CaOSiO_2), геленита и псевдоволластонита. В результате из одного и того же шлакового расплава получается широкая гамма шлаковых материалов, характеризующаяся различной структурой, пористым строением и различными физико-механическими свойствами. Шлаковые материалы доменного производства проявляют гидравлическую активность. В присутствии воды в шлаковых материалах протекают реакции гидролиза и гидратации, вызванные взаимодействием сульфидной серы с CaO_3 и образованием активного соединения CaS , способствующего активизированию основных составляющих шлаковых материалов. Данное свойство также зависит от кинетики процессов кристаллизации шлакового расплава [6]. Яркие выраженные вяжущие свойства проявляются у гранулированных доменных шлаков. Быстрое охлаждение расплава приводит к наличию скрытой тепловой энергии при неупорядоченной структуре стекла и, следовательно, к высокой химической активности быстро охлажденных шлаков. У отвалного шлакового щебня гидравлические вяжущие свойства проявляются в меньшей степени, у шлакового песка и отсева практически не проявляются. [7]

Результаты исследования влияния количества и марки битума на физико-механические свойства шлаковых холодных асфальтобетонных смесей показывают, что для приготовления холодных битумошлаковых смесей наряду с жидкими битумами марок МГ, СГ и БГ могут применяться вязкие битумы марок БНД 200/300, БНД 130/200. При этом такие смеси будут обладать достаточной слеживаемостью и при содержании битума до 6-7% возможно их хранение до 3 месяцев. Показатели физико-механических свойств холодных битумошлаковых смесей на вязких битумах приближаются к требованиям, предъявляемым к горячим асфальтобетонам по прочности при температурах 20°C и 50°C , водостойкости. Использование вязких битумов для приготовления холодных шлаковых асфальтобетонов обеспечивается высокой структурирующей способностью шлакового материала. Образование прочной хемосорбционной связи битума с поверхностью шлакового материала, избирательное фракционирование наиболее подвижных компонентов в шлаковый материал создают условия для максимального перевода битума в пленочное структурированное состояние. Пленочный битум имеет большую вязкость по сравнению с объемным, поэтому значительная вязкость структурированных пленок на зернах шлакового материала препятствует самопроизвольному образованию между частицами прочных связей [8].

Вид шлакового материала, его структурные свойства и гранулометрический состав значительно влияют на структурно-механические свойства смесей. Более низкие показатели физико-механических свойств наблюдаются у холодных асфальтобетонных смесей, приготовленных на гранулированных шлаках. Для такого типа смесей минимально необходимая прочность при сжатии была получена при использовании вязких битумов. Асфальтобетонные смеси на шлаковых и шлакопемзовых песках имеют показатели прочности выше: с применением битумов МГ 70/130 прочность на основе шлакопемзового песка 1,06 МПа, смесей на основе шлакового песка – 1,70 МПа, с применением битумов БНД 200/300 показатели прочности, соответственно, достигают значений 2,75 МПа и 3,50 МПа.

Угол внутреннего трения холодных асфальтобетонных смесей составляет:

- для смесей на гранулированном шлаке - 32°;
- для смесей на шлакопемзовом песке – 35°;
- для смесей на шлаковом песке – 39°.

Марка и вязкость битума, а также шлаки различных металлургических производств не оказывают влияние на значение угла внутреннего трения асфальтобетонной смеси [9].

Аморфная остекленная поверхность гранулированного шлака наряду с незначительным содержанием наиболее крупных структурных частиц не позволяет при использовании жидких битумов получить битумо-минеральную систему с прочными внутренними связями, так как при малом сцеплении наблюдается низкий коэффициент внутреннего трения. Более высокий коэффициент внутреннего трения в смесях на шлакопемзовых и шлаковых песках обусловлен большим количеством структурных частиц и шероховатой остроугольной поверхностью минерального материала, так как данные материалы являются продуктом дробления. В то же время кристаллическая мелкопористая структура шлакового песка способствует фракционированию легких фракций битума внутрь шлакового материала, что увеличивает вязкость битумной пленки отдельных частиц и сцепление между частицами в асфальтобетоне после уплотнения.

Оптимальное содержание битума для холодных смесей на гранулированном шлаке из условий прочности находится в пределах 5-7%. Нижний предел относится к смесям на битумах БНД 60/90, а верхний – на битумах БНД 200/300, рис. 2.

Основные процессы изменения показателя прочности смесей на гранулированном шлаке происходят при изменении глубины проникания иглы от 64 до 120. При глубине проникания иглы 120-270 показатель прочности изменяются незначительно. Следовательно, этот интервал вязкости битума обеспечивает стабильность асфальтобетона на гранулированном шлаке и может быть рекомендован как оптимальный.

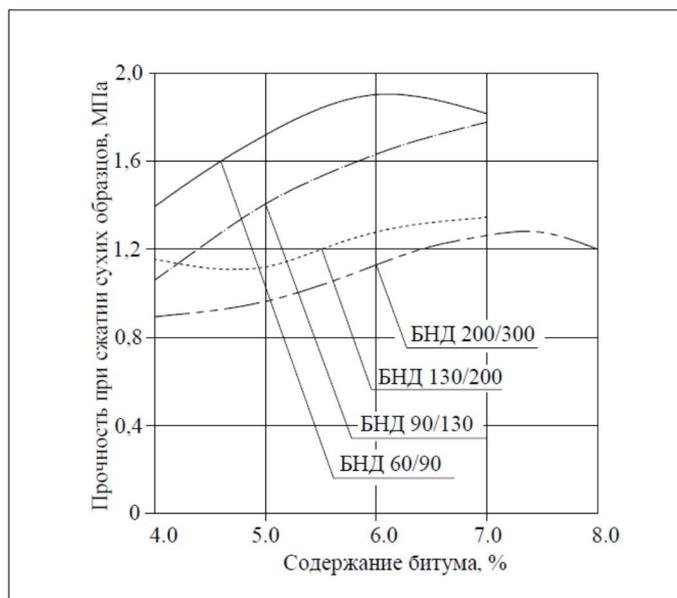


Рис. 2. Влияние содержания битума на прочность холодной асфальтобетонной смеси. В качестве минеральной части – гранулированный шлак

Влияние вязкости и количества битума на прочность при сжатии представлена на рис. 3.

Для холодных асфальтобетонных смесей на шлакопемзовых и шлаковых песках диапазон применяемых битумов может быть значительно расширен.

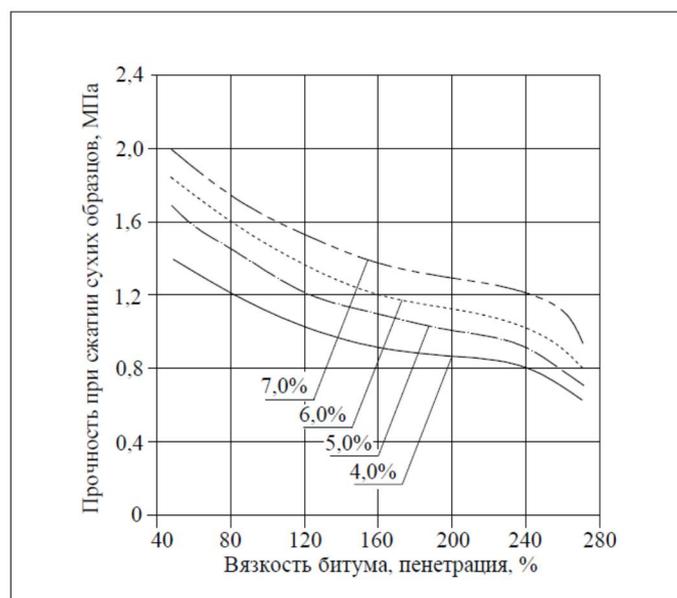


Рис. 3. Влияние вязкости и количества битума на прочность при сжатии холодной шлаковой асфальтобетонной смеси на гранулированном шлаке

Регулирование свойств таких смесей в зависимости от требований, предъявляемых к конструкции дорожной одежды, можно производить изменяя вязкость используемого битума. Оптимальное содержание битума в смесях на шлаковых и шлакопемзовых песках по показателям прочности достигает 8,0%. Изменение прочности холодных асфальтобетонных смесей в зависимости от содержания битума и его вязкости представлены на рис. 4-5.

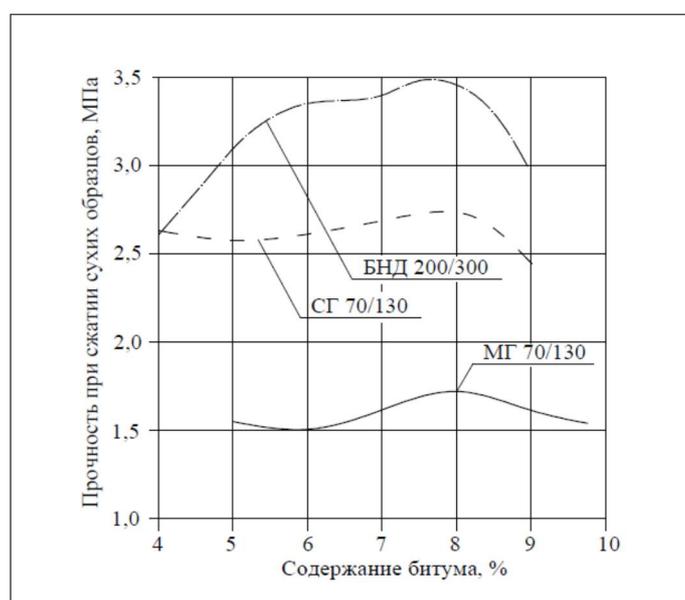


Рис. 4. Влияние содержания битума на прочность холодной асфальтобетонной смеси. В качестве минеральной части – шлаковый песок

Аналогично с результатами, полученными для горячих шлаковых асфальтобетонов [10], в холодных смесях с увеличением содержания битума увеличивается плотность и уменьшается водонасыщение. Увеличение плотности и снижение водонасыщения происходит также при снижении вязкости битума, то есть при более жидкой прослойке

между частицами минерального материала удается достичь большей плотности при уплотнении.

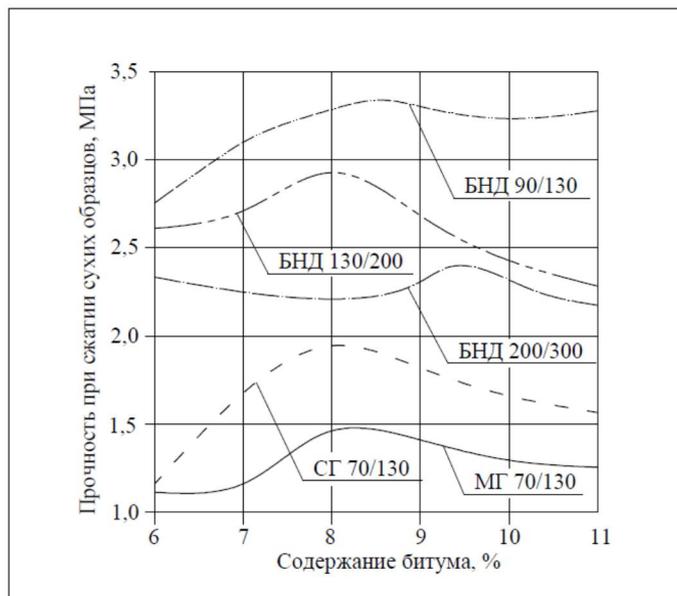


Рис. 5. Влияние содержания битума на прочность холодной асфальтобетонной смеси. В качестве минеральной части – шлакопемзовый песок

Это свойство характерно для смесей с оптимальным или сверхоптимальным количеством битума. Следовательно, наличие объемного несвязанного битума способствует лучшему уплотнению шлаковых холодных асфальтобетонных смесей. Холодные асфальтобетоны, приготовленные на всех видах шлаковых материалов, обладают высокой водоустойчивостью. Коэффициент водоустойчивости для смесей с недостаточным количеством битума не опускается ниже 0,70, а для смесей с оптимальным содержанием битума близок к 1,00. Эта закономерность аналогична горячим асфальтобетонным смесям. В то же время прочность при сжатии при 50⁰С для холодных асфальтобетонных смесей при изменении содержания битума остается практически постоянной. Изменение содержания битума в большую сторону для обычных холодных асфальтобетонов приводит к значительному снижению прочности при высоких положительных температурах, что вызывает пластические деформации покрытия в летний период. Высокая водоустойчивость и стабильность структурной прочности при высоких положительных температурах шлаковых асфальтобетонов вызваны тем, что большая часть битума в битумошлаковой системе находится в пленочном структурированном состоянии.

Выводы. Отмеченные закономерности изменения структурно-механических свойств для холодных асфальтобетонных смесей характерны при применении шлаковых материалов различных металлургических предприятий. Показатели свойств для каждой разновидности шлакового материала близки по своим значениям, несмотря на отличия по химическому и гранулометрическому составу различных видов продукции.

Источник финансирования: собственные средства авторов.

Библиографический список

1. ГОСТ Р 70648-2023. Дороги автомобильные общего пользования. Смесей холодные асфальтобетонные и асфальтобетон. Общие технические условия. – Введ. 2023 – 01 – 03 – М.: Федеральное агентство по техническому регулированию и метрологии, Российский институт стандартизации, 2023. – 26 с.

2. ГОСТ 12801-98. Материалы на основе органических вяжущих для дорожного и аэродромного строительства. Методы испытаний. – Введ. 1998 – 09 – 11 – М.: Госстрой России, ГУП ЦПП, 1999. – 44 с.
3. Рыбьев И.А. Асфальтовые бетоны. – М.: Высш. шк.1969. – 399 с.
4. ГОСТ 11955-82. Битумы нефтяные дорожные жидкие. Технические условия. – Введ. 1984 – 01 – 01 – М.: Стандартиформ, 2009. – 6 с.
5. Марченко А.А. Metallurgical slags and their application in construction. – М.: Гос. из-во литературы по строительству, архитектуре и строительным материалам, 1962. – 545 с.
6. Самодуров С.И. Гранулированные доменные шлаки и шлакопемзовые пески в дорожном строительстве. – Воронеж: ВГУ, 1975. – 184 с.
7. Самодуров, С.И. Асфальтовый бетон с применением шлаковых материалов. – Воронеж: ВГУ, 1984. – 108 с.
8. Еремин А.В. Эксплуатационно-прочностные свойства шлаковых асфальтобетонных покрытий автомобильных дорог: дисс....канд. техн. наук: 05.23.11. – Воронеж, 2000. – 212 с.
9. Авласова Н.М., Горелышев Н.В. Зависимость структуры и свойств асфальтобетона от дозирования компонентов. – М., Автотрансиздат, 1960. – 54 с.
10. Комплексное применение доменного шлака при строительстве конструкций дорожных одежд / В.И. Резванцев, В.Г. Еремин, Е.В. Матвеев, А.В. Еремин, В.П. Волокитин // Строительные материалы, оборудование, технологии XXI века. – 2000. – № 9 (20). – С. 30-32.

References

1. Federal Standard R 70648-2023. Roads for public use. Mixes of cold asphalt concrete and asphalt concrete. General specifications. 2023.01.03. M.: Federal Agency for Technical Regulation and Metrology, Russian Institute for Standardization, 2023. 26 p.
2. Federal Standard 12801-98. Materials based on organic binders for road and airfield construction. Test methods. 1998.09.11. M.: Gosstroy of Russia, GUP TsPP, 1999. 44 p.
3. Rybiev, I.A. Asphalt Concrete. M.: High School, 1969. 399 p.
4. Federal Standard 11955-82. Oil road liquid bitumen. Specifications. 1984.01.01. M.: Standartinform, 2009. 6 p.
5. Marchenko, A.A. Metallurgical slags and their application in construction. M.: State. from Literature on Construction, Architecture and Building Materials, 1962. 545 p.
6. Samodurov, S.I. Granulated blast-furnace slags and slag-pumice sands in road construction. Voronezh: VSU, 1975. 184 p.
7. Samodurov, S.I. Asphalt concrete with the use of slag materials. Voronezh: VSU, 1984. 108 p.
8. Eremin A.V. Operational and strength properties of slag asphalt-concrete pavements of highways: Diss. Candidate of Technical Sciences: 05.23.11. Voronezh, 2000. 212 p.
9. Avlasova N.M., Gorelyshev N.V. Dependence of the structure and properties of asphalt concrete on the dosing of components. M.: Avtotransizdat, 1960. 54 p.
10. Rezvantsev V.I., Eremin V.G., Matveev E.V., Eremin A.V., Volokitin V.P. Integrated use of blast-furnace slag in the construction of pavement structures. Construction Materials, Equipment, Technologies of the XXI Century. No. 9(20). 2000. Pp. 30-32.

INFLUENCE OF BITUMEN VISCOSITY AND ITS CONTENT ON THE PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES OF COLD SLAG ASPHALT CONCRETE MIXTURES

A. V. Eremin¹, A. V. Andreev², R. S. Polyakov³, Yu. Yu. Nikolenko⁴

Voronezh State Technical University^{1,2,3,4}
Russia, Voronezh

¹PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Department of Highways and Bridges Design, Tel.: +79103469587, e-mail: aeremin@vgasu.vrn.ru

² PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Department of Highways and Bridges Design, Tel.: +79518709584, e-mail: aavturbo@yandex.ru

³Assistant Professor of the Department of Highways and Bridges Design, Tel.: +79204615870, e-mail: polyakovro@yandex.ru

⁴Postgraduate student of the Department of Highways and Bridges Design, Tel.: +79102801490, e-mail: mc.dio40@yandex.ru

In areas with a developed metallurgical industry, the most common local materials are production waste. Numerous studies have established the possibility of using various types of slag materials for the preparation of hot and cold asphalt concrete mixtures. Slag asphalt concretes have a number of characteristic properties and differences from traditionally used asphalt concretes. These features are due to the structure, mineralogical composition, porosity and interaction of metallurgical slags with bitumen. The characteristic features of slag asphalt concretes include: active conversion of bitumen into a dense structured state and, accordingly, its increased consumption, the possibility of crushing slag material during preparation and compaction in the coating, somewhat increased residual porosity and water absorption, and the duration of the formation process in the coating. In this regard, an urgent problem in the design and construction of roads is the study of the properties of slag asphalt concrete in order to expand the range of applications of slag materials in road construction and justify the possibility of using hot and cold asphalt concrete mixtures in road surfaces of various categories.

Keywords: asphalt concrete, cold asphalt concrete, metallurgical slag, bitumen content, strength, angle of internal friction.

ОБОСНОВАНИЕ ДОРОЖНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ПОКРЫТИЕМ ИЗ ТЕПЛОГО МОДИФИЦИРОВАННОГО АСФАЛЬТОБЕТОНА АВТОМОБИЛЬНЫХ ДОРОГ В УСЛОВИЯХ СИРИЙСКОЙ АРАБСКОЙ РЕСПУБЛИКИ

А. Алшахван¹, Ю. И. Калгин²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹ Аспирант кафедры строительства и эксплуатации автомобильных дорог, тел.: +7(900)957-21-96, e-mail: alaaalaash@yahoo.com

² Д-р техн. наук, профессор кафедры строительства и эксплуатации автомобильных дорог, тел.: +7(473)236-18-89, e-mail: kalgin36@yandex.ru

В статье обосновано применение дорожной конструкции с покрытием из модифицированного теплого асфальтобетона для строительства, ремонта и реконструкции автомобильных дорог в условиях Сирийской Арабской Республики. Приведена модель эксплуатации дорожной конструкции и доказано, что дорожная одежда с покрытием из модифицированного теплого асфальтобетона удовлетворяет критериям сдвигоустойчивости и прочности для эксплуатации в восточных районах САР. Выполнена оценка долговечности теплого асфальтобетона в дорожном покрытии для эксплуатации в условиях восточных регионов САР путем его климатического старения.

Полученные результаты позволяют использовать эффективную и ресурсосберегающую технологию устройства и ремонта дорожных конструкций в Сирийской Арабской Республике.

Ключевые слова: Сирийская Арабская Республика, дорожные конструкции, асфальтобетон, теплая асфальтобетонная смесь, восстановление дорог, климатическое старение.

Введение. Приведение автомобильных дорог в Сирийской Арабской Республике (САР) в нормативное эксплуатационное состояние после разрушений, вызванных военными действиями в течение последних лет, требует новых подходов и нетрадиционных технологий, которые должны отвечать всем текущим и будущим требованиям (экономическим, техническим, климатическим и эксплуатационным). Производство и применение теплых асфальтобетонных смесей (ТАС) является одним из наиболее эффективных современных направлений развития технологии строительства дорожных конструкций. Технология ТАС может соответствовать всем вышеперечисленным требованиям [1-3].

Разработка модели эксплуатации дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона в условиях САР. При обосновании дорожной одежды с покрытием из теплого модифицированного асфальтобетона (ТМА) требуется учет условий, которые могут привести к появлению и развитию процесса разрушения конструкций автомобильных дорог. В качестве наиболее опасных условий эксплуатации дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона выбраны восточные регионы САР с сухим и жарким климатом.

Дорожная конструкция обусловлена адаптацией исходных данных в виде природно-климатических особенностей восточных регионов Сирийской Арабской Республики и принятых принципов конструирования дорожных одежд [4-7]. Динамика изменения температуры, влажности воздуха, количества осадков и числа солнечных часов для восточных регионов Сирийской Арабской Республики показана на диаграммах на рис. 1.

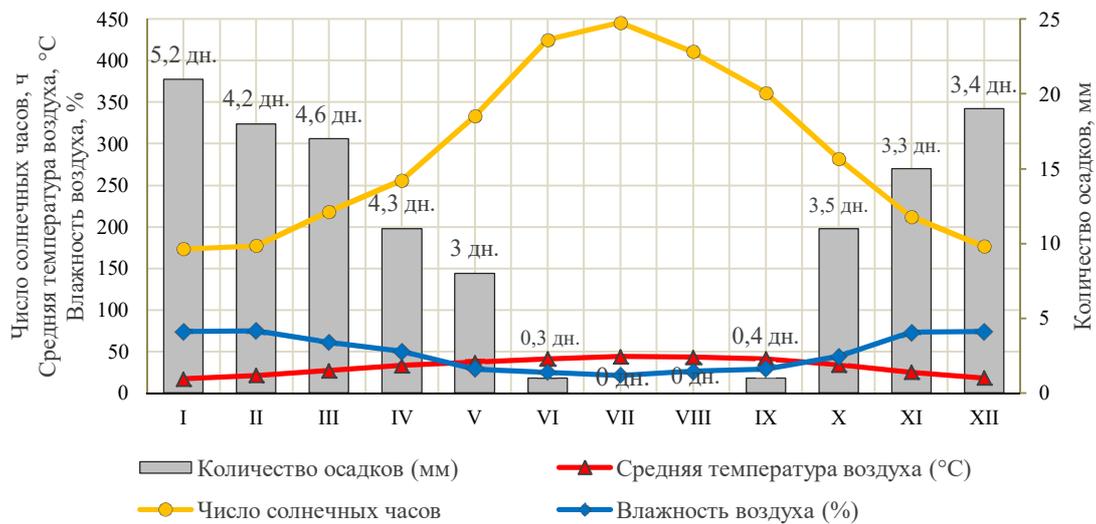


Рис. 1. Динамика изменения климатических факторов в восточных регионах САР

В условиях восточных регионов САР наиболее опасным возможным дефектом покрытия является колейность как неизбежный признак недостаточной прочности и сдвигоустойчивости верхних конструктивных слоев дорожных одежд, что может быть вызвано сочетанием различных эксплуатационных факторов, важнейшие из которых – агрессивные факторы внешней среды и высокие транспортные нагрузки.

Прогноз появления и развития процесса колеобразования на дорожной конструкции может быть представлен канонической моделью (рис. 2). Входные параметры модели можно представить как факторы внешней среды X и транспортные нагрузки Y.

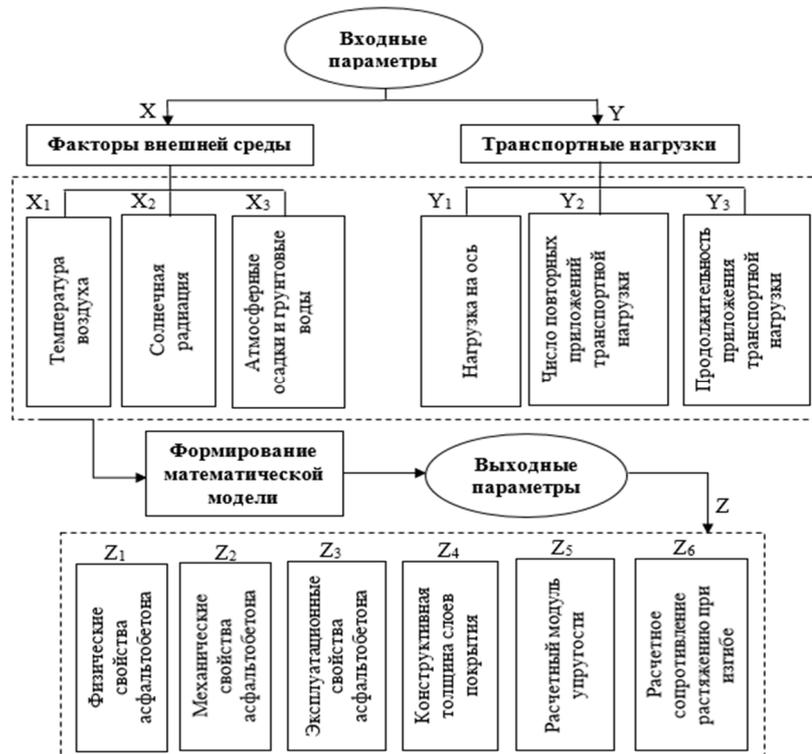


Рис. 2. Обобщенная модель эксплуатации дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона в условиях САР

Зависимость интенсивности процесса колееобразования на дорожном покрытии из теплого асфальтобетона от факторов внешней среды (X) и транспортных нагрузок (Y) может быть представлена элементами множества:

$$X_i = (X_1, X_2, X_3, X_n), \quad (1)$$

$$Y_i = (Y_1, Y_2, Y_3, Y_n). \quad (2)$$

В годовом цикле восточных регионов САР: средняя температура воздуха изменяется от +17 до +44 °С, количество солнечных часов в месяц от 173 до 446, количество осадков в месяц от 0 до 21 мм, влажность воздуха в зависимости от месяца от 21 до 75 %. Преобладающими климатическими условиями эксплуатации дорожной конструкции являются: длительный календарный сухой период с температурой воздуха 25 - 44 °С, 200 - 400 солнечных часов в месяц, минимальное количество осадков. В качестве основных параметров транспортных нагрузок необходимы: величина интенсивности движения, состав и характеристики автомобилей в транспортном потоке по конкретной автомобильной дороге.

Таким образом, результат анализа и обработки входных параметров характеризуется набором элементов множества выходных параметров:

$$Z_i = (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, Z_n), \quad (3)$$

$$Z = F(X, Y). \quad (4)$$

Свойства ТМА могут подходить для условий одного региона САР и не подходить для другого, так как летние температуры и зимние существенно отличаются на востоке и западе страны, как по величине, так и по продолжительности. На рис. 3 представлена разработанная на основе литературных источников схема районирования САР по продолжительности и величине летних и зимних температур [5 - 8].

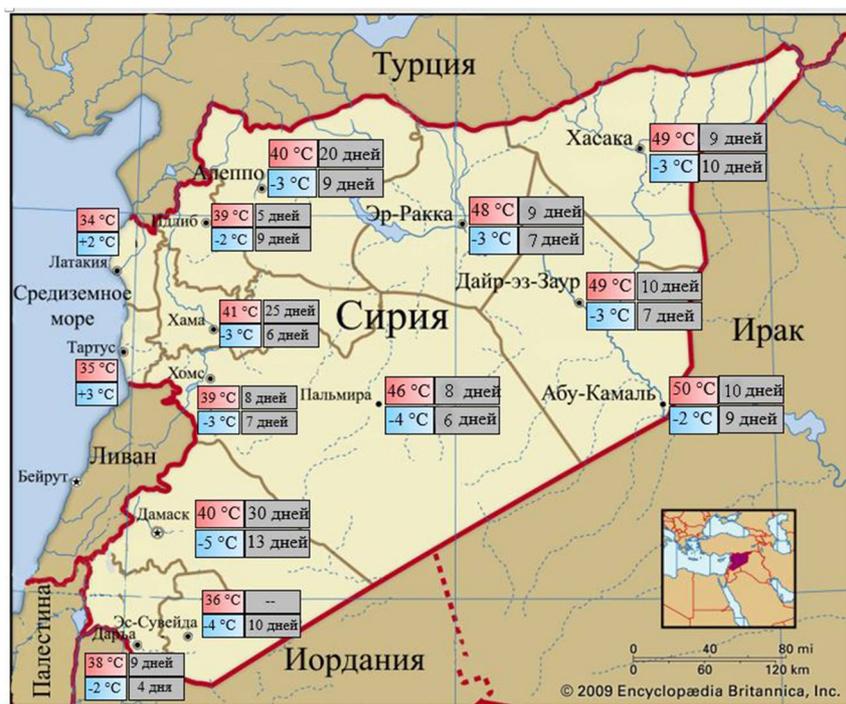


Рис. 3. Схема районирования САР по продолжительности и величине летних и зимних температур

Разработка методики и проведение эксперимента по оценке долговечности теплого модифицированного асфальтобетона с использованием климатической модели, имитирующей условия восточных регионов Сирии. Известно, что теплые асфальтобетоны на основе маловязких органических вяжущих являются недостаточно устойчивыми для эксплуатации в жарком климате и, в первую очередь, к процессам

климатического старения [8-10]. Моделирование климатического старения асфальтобетона в лабораторных условиях позволяет получить достоверную оценку долговечности материала в дорожной конструкции.

Для оценки долговечности модифицированного асфальтобетона в сухих и жарких климатических условиях восточных регионов САР была разработана климатическая модель, основанная на статистике температур за предыдущие годы [4, 6-8].

В модели представлены следующие этапы климатического старения: 1 этап – теплый весенний и начальный летний период – 70 дней при температуре 45 °С; 2 этап – наиболее жаркий летний период – 10 дней при температуре 60 °С; 3 этап – теплый период завершения лета и теплая осень – 60 дней при температуре 50 °С; 4 этап – короткий наиболее холодный период – 10 дней при температуре -3 °С. Итого получили 150 дней климатического старения в лабораторных условиях, принятых за один условный год эксплуатации теплого асфальтобетона в дорожном покрытии.

С использованием вышеуказанной модели исследованы две группы образцов модифицированной ТАС и немодифицированной (контрольного состава). Для приготовления теплой асфальтобетонной смеси применялись следующие компоненты: битум нефтяной дорожный вязкий БНД 70/100, разжижитель (дизельное топливо), термоэластопласт резиновый РТЭП-М и минеральные материалы: щебень гранитный М1000, дробленый песок из отсеков дробления гранита М1000, неактивированный известняковый минеральный порошок. В качестве модификатора использован термоэластопласт резиновый РТЭП-М, соответствующий требованиям СТО 39952490-001-2020, который был предоставлен производителем - ООО «ПОЛИМЕРТЭК» (г. Воронеж). Результаты приведенного эксперимента показаны в таблице 1.

Таблица 1

Физико-механические показатели теплого асфальтобетона до и после климатического старения (восточные регионы в САР)

№ п/п	Наименование показателя	Величина показателя			
		Контрольный состав		Модифицированный асфальтобетон	
		Исходное значение	После старения	Исходное значение	После старения
1	Средняя плотность, г/см ³	2,39	2,40	2,32	2,35
2	Водонасыщение, %	2,7	2,46	3,4	2,53
3	Предел прочности при сжатии, при температуре 50 °С, МПа	1,15	1,46	1,4	2,0
4	Предел прочности при сжатии, при температуре 20 °С, МПа	2,3	3,0	3,0	3,8
5	Предел прочности при сжатии, при температуре 0 °С, МПа	5,6	6,18	6,3	7,2
6	Коэффициент водостойкости	0,96	0,95	0,95	0,99
7	Коэффициент температурной чувствительности	4,87	4,2	4,5	3,6
8	Среднее значение изменения массы теплого асфальтобетона, %	- 0,017		- 0,014	

Рассматривая полученные зависимости, было отмечено, что произошло незначительное изменение массы образцов МТА и контрольного состава после климатического старения. Модифицированный состав ТАС показал меньшую зависимость прочности от температуры, чем контрольный состав. Более высокое значение предела прочности при сжатии асфальтобетона при температуре 20 и 50 °С свидетельствует о

снижении вероятности образования пластических дефектов дорожных покрытий. Показатель предела прочности при сжатии при повышенных температурах модифицированного состава ТАС значительно выше в сравнении с контрольным составом. Показатели физических свойств ТМА после всех этапов климатического старения изменились незначительно, что свидетельствует о некотором увеличении количества закрытых пор в граничных областях материала после длительного воздействия тепла. Таким образом, верхний слой конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона будет обладать высокой климатической стойкостью.

Расчет дорожной конструкции с покрытием из теплого модифицированного асфальтобетона в условиях САР. Для решения задачи расчета дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона был использован алгоритм и его программная реализация, входящая в комплекс CREDO РАДОН RU [12].

В качестве конкретного объекта для расчета дорожной конструкции была принята автомобильная дорога Дерь-Эзор – Пукамаль. На основе данных проектов строительства дорог в САР была сформирована база данных по дорожно-строительным материалам и грунтам для восточных районов Сирийской Арабской Республики. Определены интенсивность движения, а также состав и характеристики автомобилей в транспортном потоке по автомобильной дороге Дерь-Эзор – Пукамаль.

Характеристики слоев асфальтобетонного покрытия сравниваемых вариантов дорожных одежд с покрытием из модифицированного и немодифицированного теплого асфальтобетона приведены в табл. 2, слоев дорожного основания – в табл. 3.

Таблица 2

Характеристики материалов слоев покрытия дорожной одежды

Номер слоя в схемах	Наименование материала	Толщина слоя, см	Расчетный модуль упругости, МПа			Расчетное сопротивление растяжению при изгибе, МПа
			Упругий прогиб, E	Сдвиг, Есдв	Изгиб, Еизг	
Дорожная конструкция с покрытием из модифицированного теплого асфальтобетона						
1	Асфальтобетон, модифицированный РТЭП-М плотный теплый на битуме БНД марки 200/300, тип Б, марка II	5.0	2900	460	3800	9.80
2	Асфальтобетон, модифицированный РТЭП-М пористый теплый на битуме БНД марки 200/300, крупнозернистый, марка II	7.0	2000	432	2400	8.00
Дорожная конструкция с покрытием из немодифицированного теплого асфальтобетона						
7	Асфальтобетон плотный теплый на битуме БНД марки 200/300, тип Б, марка II	8.0	1200	360	2000	9.00
8	Асфальтобетон пористый теплый на битуме БНД марки 200/300, крупнозернистый, марка II	9.0	950	396	1400	7.10

Таблица 3

Характеристики материалов слоев оснований дорожной одежды

Номер слоя в схемах	Материал слоя	Толщина слоя, см	Расчетный модуль упругости, МПа
3	Щебень легкоуплотняемый фракции 31,5-63 мм с заклинкой фракционным мелким щебнем	20.0	450
4	Щебеночная смесь непрерывной гранулометрии при максимальном размере зерен С 5 - 40 мм	37.0	260
5	Песок гравелистый с содержанием пылевато-глинистой фракции 5%	20.0	130
6	Супесь легкая крупная	-	65

Результаты расчета дорожных конструкций сравниваемых вариантов приведены на рис. 4 и 5 (наименование материала в конструкции см. в табл. 2,3).

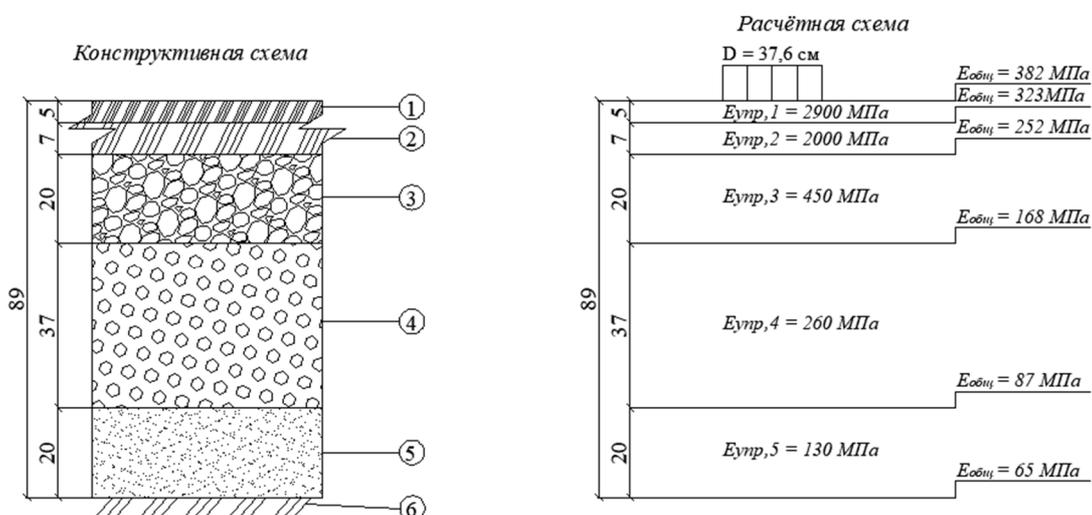


Рис. 4. Конструктивная и расчетная схемы дорожной конструкции с покрытием из теплого модифицированного асфальтобетона

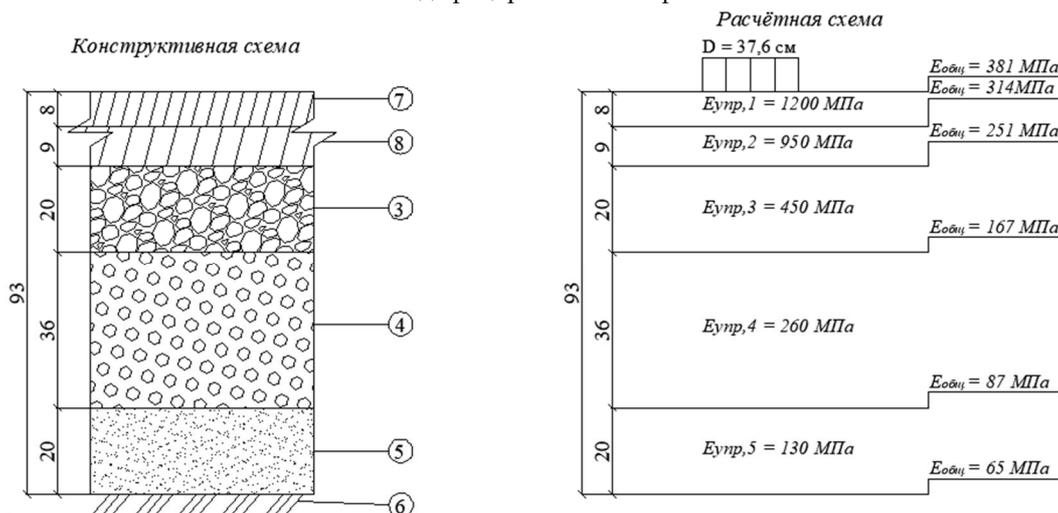


Рис. 5. Конструктивная и расчетная схемы дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона

Как показали расчеты, конструкция с покрытием из теплого модифицированного асфальтобетона с общей толщиной 12 см является существенно более эффективной.

Использование немодифицированного теплого асфальтобетона в двухслойном покрытии не соответствует принятым стандартам проектирования, т.к. конструкция с двухслойным покрытием из теплого асфальтобетона должна быть толщиной не менее 17 см, чтобы удовлетворять параметрам транспортной нагрузки для дорожной одежды автомобильной дороги Дерь-Эзор – Пукамаль. Проведенный расчет доказал целесообразность применения теплого модифицированного асфальтобетона при устройстве дорожных покрытий автомобильных дорог в восточных регионах Сирийской Арабской Республики, которые по климатическим условиям являются наиболее опасными для использования недостаточно сдвигоустойчивых и прочных теплых асфальтобетонных смесей.

Предлагаемая технология производства модифицированных ТАС с малой вязкостью используемого битума позволяет снизить температуру приготовления и уплотнения, а также энергозатраты без применения специальных материалов и оборудования, что в настоящее время не может широко использоваться в САР. На рис. 6 представлены этапы производства модифицированной ТАС по теплой технологии с использованием разжиженного битума и модификатора РТЭП-М.

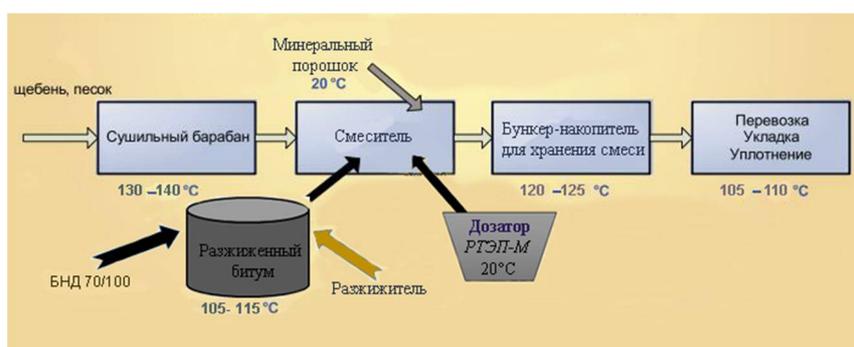


Рис. 6. Схема технологического процесса производства модифицированной ТАС

Применение вышеуказанного технологического процесса при производстве ТАС позволяет использовать эффективную и ресурсосберегающую технологию устройства и ремонта дорожных покрытий в условиях САР.

Выводы. Обоснована целесообразность применения модифицированного теплого асфальтобетона при строительстве, ремонте и реконструкции автомобильных дорог в условиях Сирийской Арабской Республики. Разработана модель эксплуатации дорожной конструкции с покрытием из теплого асфальтобетона и доказано, что дорожная одежда с покрытием из ТМА с РТЭП-М удовлетворяет критериям сдвигоустойчивости и прочности для эксплуатации в восточных районах САР, которые по климатическим условиям являются наиболее сложными для использования ТАС в дорожной одежде. Доказана долговечность МТА при устройстве дорожных покрытий в жарком и сухом климате восточных регионов САР путем его климатического старения и установлено повышение показателей предела прочности при сжатии при температурах 20 и 50 °C, а также стабильность показателей физических свойств асфальтобетона. Установлена меньшая зависимость прочности МТА от температуры, что показывает низкую вероятность образования пластических дефектов на дорожных покрытиях в жарком и сухом климате в восточных районах САР.

Библиографический список

1. Алшахван А., Калгин Ю.И. Актуальность применения тёплых асфальтобетонных смесей для дорожного строительства в условиях Сирийской Арабской Республики // Вестник БГТУ им. В.Г. Шухова. – 2020. – №2. – С. 26-33.

2. Capitaio S.D., Picado-Santos L.G., Matinho F. Pavement engineering materials: Review on the use of warm-mix asphalt // Construction and Building Materials. – 2012. – Article No 36. – P. 1016 - 1024.
3. Калгин Ю.И., Алшахван А., Паневин Н.И. Структурно-механические свойства модифицированного горячего и теплого дорожного асфальтобетона // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2022. – № 3 (67). – С. 124-129.
4. Statistical Book. Syrian Arab Republic, Presidency of the Council of Ministers - Central Bureau of Statistics. – Syria: Damascus, 2021. –306 p.
5. Climatic Environment in Syria. Syrian Arab Republic, Ministry of Defense - General Directorate of Meteorology. URL: <http://mod.gov.sy/index.php?node=556&cat=7936&#>.
6. Simulated historical climate & weather data for Syria. URL: https://www.meteoblue.com/en/weather/historyclimate/climatemodelled/damascus_syria_170654.
7. World Weather Archive and Climate - Weather in Syria. URL: <https://world-weather.info/>.
8. Temperature statistics in different regions of the Syrian Arab Republic in previous years - The General Directorate of Meteorology in the Syrian Arab Republic. URL: <https://www.facebook.com/Meteo.sy/>.
9. Алшахван А., Калгин Ю.И. Улучшение структурно-механических свойств тёплого асфальтобетона методом полимерно-дисперсного армирования // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2021. – №. 1 (61). – С. 53 – 61.
10. Дорожный асфальтобетон / Л.Б. Гезенцевей, Н.В. Горельшев, А.М. Богуславский, И.В. Королев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1985. – 350 с.
11. Дорожный тёплый асфальтобетон / И.В. Королев, Е.Н. Агеева, В.А. Головкин, Г.Р. Фоменко. – Киев: Виц. шк., 1984. – 200 с.
12. КРЕДО РАДОН RU 3.5. Расчет дорожных одежд нежесткого и жесткого типов. Руководство пользователя. – Минск: СП «Кредо-Диалог», 2015. – 94с.

References

1. Alshahwan A., Kalgin Yu.I. The relevance of the use of warm asphalt mix for road construction in the conditions of the Syrian Arab Republic. Bulletin of BSTU named after V.G. Shukhov. No. 2. 2020. Pp. 26-33.
2. Capitaio S.D., Picado-Santos L.G., Matinho F. Pavement engineering materials: Review on the use of warm-mix asphalt. Construction and Building Materials. No. 36. 2012. Pp. 1016-1024.
3. Kalgin Yu.I., Alshahwan A., Panevin N.I. Structural and mechanical properties of modified hot and warm road asphalt concrete. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 3(67). 2022. Pp. 124-129.
4. Statistical Book. Syrian Arab Republic, Presidency of the Council of Ministers. Central Bureau of Statistics. Syria: Damascus, 2021. 306 p.
5. Climatic Environment in Syria. Syrian Arab Republic, Ministry of Defense. General Directorate of Meteorology. URL: <http://mod.gov.sy/index.php?node=556&cat=7936&#>.
6. Simulated historical climate and weather data for Syria. URL: https://www.meteoblue.com/en/weather/historyclimate/climatemodelled/damascus_syria_170654.
7. World Weather Archive and Climate. Weather in Syria. URL: <https://world-weather.info/>.

8. Temperature statistics in different regions of the Syrian Arab Republic in previous years. The General Directorate of Meteorology in the Syrian Arab Republic. URL: <https://www.facebook.com/Meteo.sy/>.
9. Alshahwan A., Kalgin Yu.I. Improving the structural and mechanical properties of warm asphalt concrete by the method of polymer-dispersed reinforcement. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 1(61). 2021. Pp. 53-61.
10. Gezentsvey L.B., Gorelyshev N.V., Boguslavsky A.M., Korolev I.V. Road Asphalt. 2nd Ed., rev.and add. M.: Transport, 1985. 350 p.
11. Korolev I.V., Ageeva E.N., Golovko V.A., Fomenko G.R. Road warm asphalt concrete. Kyiv: High School, 1984. 200 p.
12. CREDO RADON RU 3.5. Calculation of pavement of non-rigid and rigid types. User guide. Minsk: JV "Credo-Dialogue", 2015. 94 p.

JUSTIFICATION OF ROAD STRUCTURES WITH COATING FROM WARM MODIFIED ASPHALT CONCRETE OF ROADS IN THE CONDITIONS OF THE SYRIAN ARAB REPUBLIC

A. Alshahwan¹, Yu. I. Kalgin²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹Postgraduate student of the Department of Construction and Operation of Highways, Tel.: +7(900)9572196,
e-mail: alaaalaash@yahoo.com

²Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Construction and Operation of Highways, Tel.: +7(473)2361889,
e-mail: kalgin36@yandex.ru

The article substantiates the use of a road's structure coated with modified warm asphalt concrete for the construction, repair and reconstruction of roads in the conditions of the Syrian Arab Republic. A model for the operation a structure of road is presented and it is proved that pavement with a coating of modified warm asphalt concrete meets the criteria for shear resistance and strength for operation in the eastern regions of the SAR. It has been evaluated durability of warm asphalt concrete in the pavement in the hot and dry climate of the eastern regions of the SAR by its climatic aging.

The results obtained make it possible to use an efficient and resource-saving technology for the construction and repair structures of roads in the Syrian Arab Republic.

Keywords: Syrian Arab Republic, road structures, asphalt concrete, warm mix asphalt, road rehabilitation, climatic aging.

УЧЕТ КИНЕТИКИ НАВОДОРОЖИВАНИЯ
НА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ И ПРЕДЕЛЬНОЕ СОСТОЯНИЯ
СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ИЗ СПЛАВА ТИТАНА

А. А. Трещев¹, В. О. Кузнецова²

Тульский государственный университет^{1,2}
Россия, г. Тула

¹Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

²Канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(920)759-52-80, e-mail: kuznecova_violetta@mail.ru

В данной статье рассматривается построение математической модели пологой оболочки сферической формы, находящейся в напряженно-деформированном и предельном состояниях. Оболочка выполнена из титанового сплава ВТ1-0, эксплуатация оболочки происходит в условиях воздействия на сферу агрессивной водородсодержащей среды. На оболочку с внешней стороны действует равномерно распределенное давление. Производятся расчеты в рамках подхода, связанного с нормированными пространствами напряжений для модели, которая включает в себя тройную нелинейность. Результатом исследований стало создание методики решения задачи воздействия водородных сред, которая учитывает сложность процесса взаимодействия между металлом и окружающей средой. Разработана система разрешающих уравнений пологой сферической оболочки, учитывающих нелинейность поставленной задачи. Полученные результаты отражают главные характеристики воздействия водородной среды на НДС и предельное состояние сферы, а также учитывают эффекты водородного охрупчивания. Получены результаты численных экспериментов по расчету сферических оболочек с учетом влияния напряженного состояния на механические свойства титановых сплавов, больших прогибов и влияния напряженного состояния при эксплуатации в агрессивной среде.

Ключевые слова: агрессивная водородная среда, водородное охрупчивание, диффузия, сферическая оболочка, титановый сплав, конечно-разностная аппроксимация, разносопротивляемость.

Введение

В строительстве титановые сплавы используются для создания уникальных конструкций, поскольку они более эффективны, прочны и легки по сравнению с аналогичными материалами. Такие конструкции, как резервуары для хранения водородного топлива, трубопроводы атомных электростанций, базы и компоненты самолетов, используются во многих отраслях промышленности, включая нефтеперерабатывающую, химическую и аэрокосмическую. Водородное охрупчивание практически всегда возникает при гидрогенизации конструкционных материалов в ходе различных технологических процессов или при эксплуатации в средах с сильной водородной эрозией. Тема взаимодействия водорода с металлом является одной из тем научных исследований во всем мире. [1].

Термин «водородное охрупчивание» описывает весь спектр неблагоприятных явлений, вызванных повышенным содержанием водорода в сплавах. К проявлениям водородного

охрупчивания, обусловленного воздействием внешнего водорода, относят также процесс коррозионного растрескивания. [2].

В основном подвержены водородному охрупчиванию α -сплавы (BT1-0, TC5 и др.) и псевдо- α -сплавы (OT4, BT4, BT18 и др.) [1]. Влияние водорода на титановые сплавы, как правило, проявляется в ухудшении прочностных и пластических свойств материала, ударной вязкости и долговечности.

Сферические оболочки из титановых сплавов используются в качестве конструктивных элементов в различных системах, работающих в морской воде, турбоагрегатах и силовых установках в химической, нефтехимической, судостроительной, медицинской и многих других отраслях промышленности. Такие элементы конструкций благоприятно взаимодействуют с водородсодержащими средами, а их стоимость оправдывается высокими эксплуатационными характеристиками и долговечностью. Разрушение конструкций из титана и его сплавов происходит при совместном воздействии механических нагрузок и агрессивной среды, которая представляет собой весь комплекс физико-химических процессов, протекающих на поверхности и в исследуемом объеме.

Поэтому решение проблемы влияния кинетики наводороживания на напряженно-деформированное и предельное состояния конструкций из титановых сплавов является практическим и важным вопросом строительной механики.

В данном исследовании разработана математическая модель деформирования сферической оболочки, находящейся под действием равномерно распределенного давления на ее внешнюю поверхность и агрессивной водородсодержащей среды на внутреннюю поверхность. По сравнению с существующими аналогичными теоретическими моделями [3] данная модель предоставляет более точную информацию об НДС объекта при помощи учета свойств наведенной разнсопротивляемости титановых сплавов [1, 2, 13, 16].

1. Постановка задачи

Основной задачей исследования является полая сферическая оболочка из сплава BT1-0, эксплуатирующаяся под воздействием внешнего распределенного давления интенсивностью до 5 МПа в условиях водородной среды с концентрацией λ . Сфера жестко заземлена по контуру. Далее считаем оболочку тонкой, чтобы применить в решении задачи гипотезы Кирхгофа-Лява, тогда радиус кривизны оболочки составит $R = 3$ м, стрела подъема $f = 0,3$ м, радиус контура на плоскости – $a = 1,5$ м, толщина оболочки $h = 0,05$ м. Расчетная схема оболочки приведена на рис. 1.

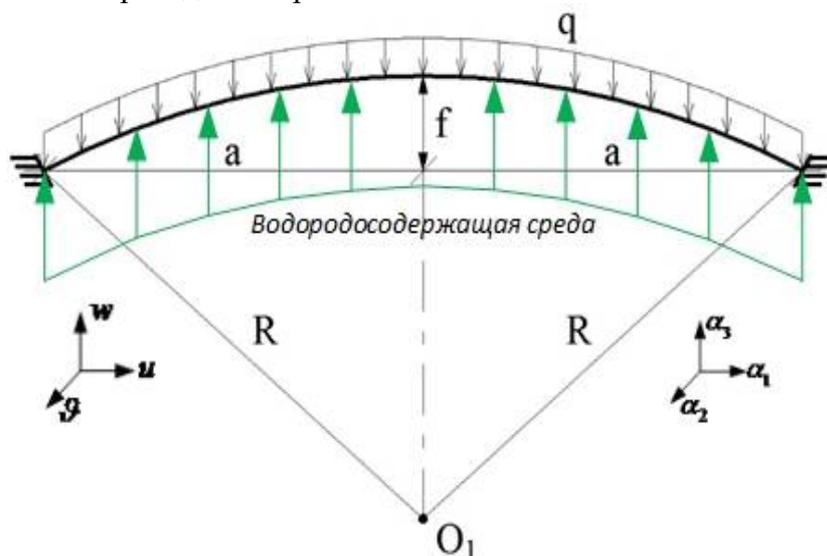


Рис. 1. Расчетная схема задачи моделирования сферической оболочки

Для определения положения любой точки на внутренней поверхности используются Гауссовы координаты α_1, α_2 и α_3 , далее принимаем $\alpha_1 = r$, $\alpha_2 = \theta$, $\alpha_3 = z$, учитывая, что u – горизонтальные смещения по радиальной координате r (проекция α_1), ϑ – радиальные перемещения, w – прогибы или перемещения по вертикали от действия поперечной нагрузки q .

Главные радиусы кривизны средней поверхности пологих оболочек постоянны в плоскости:

$$R_1 = R_2 = R,$$

здесь R – радиус кривизны оболочки, отсюда значения главных кривизн принимают вид $k_1 = k_2 = k = 1/R$.

Рассмотрим пространство, норма которого связана с октаэдрической площадкой. Напряженное состояние в этом пространстве определяется модулем вектора полного напряжения на этой площадке S_0 , углом ψ , который образуется между вектором S_0 и нормалью к этой площадке, а также углом φ – фазой напряжений [5]:

$$S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$$

где $\sigma = \sigma_{ij}\delta_{ij}/3$ – среднее или нормальное октаэдрическое напряжение; $\tau = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/3}$ – касательное октаэдрическое напряжение; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ – девиатор напряжений; δ_{ij} – символ Кронекера. Для упрощения идентификации состояний деформируемых сред рекомендуется выполнить переход от углов ψ и φ к их тригонометрическим обозначениям: $\xi = \cos \psi = \sigma/S_0$; $\eta = \sin \psi = \tau/S_0$; $\cos 3\varphi = \sqrt{2} \det(S_{ij})/\tau^3$; $i, j = 1, 2, 3$. Поскольку модуль вектора S_0 считается пространственной нормой, то значения и величины ξ и η подразумевают под собой нормированные напряжения, которые связаны условиями нормировки: $\xi^2 + \eta^2 = 1$.

Принимаем деформационный потенциал W [9] с параметрами жесткости напряженного состояния ξ , η и фазовым инвариантом $\cos 3\varphi$. Применяя предложенную теорию для нелинейных материалов, деформационный потенциал W выстраиваем аналогично уравнениям теории пластичности и определяем как сумму квазилинейной и нелинейной частей:

$$W = (F_e(\lambda) + G_e(\lambda)\xi)\sigma^2 + (H_e(\lambda) + I_e(\lambda)\xi + K_e(\lambda)\eta \cos 3\varphi)\tau^2 + \quad (1)$$

$$+ [(F_p(\lambda) + G_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (H_p(\lambda) + I_p(\lambda)\xi + K_p(\lambda)\eta \cos 3\varphi)\tau^2]^n,$$

где $F_e(\lambda)$, $G_e(\lambda)$, ..., $F_p(\lambda)$, $G_p(\lambda)$, ... – это функции квазилинейной и нелинейной частей деформационного потенциала, определяемые в зависимости от содержания водорода в среде, n – степень нелинейности материала, учитывающая изменение механических свойств материала под влиянием агрессивной среды, λ – концентрация водорода в объеме оболочки.

Функции материала определяются по результатам испытаний на одноосное растяжение и сжатие следующим образом. [5]:

$$F_e(\lambda) = 3[A_1(\lambda) + C_1(\lambda)]; \quad H_e(\lambda) = 3[A_1(\lambda) - C_1(\lambda)/2];$$

$$G_e(\lambda) = \sqrt{3}[B_1(\lambda) + 2D_1(\lambda)]; \quad I_e(\lambda) = \sqrt{27}B_1(\lambda);$$

$$K_e(\lambda) = \sqrt{1,5}[B_1(\lambda) - D_1(\lambda)]; \quad F_p(\lambda) = 3[A_2(\lambda) + C_2(\lambda)]$$

$$H_p(\lambda) = 3[A_2(\lambda) - C_2(\lambda)/2]; \quad G_p(\lambda) = 3[B_2(\lambda) + 2D_2(\lambda)];$$

$$I_p(\lambda) = \sqrt{27}B_2(\lambda); \quad K_p(\lambda) = \sqrt{1,5}[B_2(\lambda) - D_2(\lambda)].$$

Связь компонентов тензоров напряжений и деформаций может быть выражена с помощью формул Кастильяно следующим образом:

$$e_{kk} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{kk}}; \quad 2\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \tau_{ij}}; \quad (i, j, k = 1, 2, 3, i \neq j) \quad (2)$$

$$e_{ij} = 2C_e(\lambda)\sigma_{kk} / 3 + 2(A_e(\lambda) - C_e(\lambda))\sigma\delta_{ij} / 3 + T_{ij}(\lambda),$$

здесь $T_{ij}^e(\lambda)$ – характеристики, позволяющие учесть чувствительность механических свойств материала к виду напряженного состояния на этапе квазилинейного деформирования, а $T_{ij}^p(\lambda)$ – функции, учитывающие разносопротивляемость материала и нелинейность диаграмм деформирования, полученных опытным путем.

Учитывая осевую симметрию задачи, когда на оболочку действует поперечная нагрузка постоянной величины, геометрические зависимости могут быть выражены в следующем виде:

$$\varepsilon_r = u_{,r} - kw + 0,5(w_{,r})^2; \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} - kw; \quad (3)$$

$$\chi_r = -w_{,rr}; \quad \chi_\theta = -\frac{w_{,r}}{r}; \quad e_r = \varepsilon_r + z\chi_r; \quad e_\theta = \varepsilon_\theta + z\chi_\theta,$$

здесь $\varepsilon_r, \varepsilon_\theta$ – относительные деформации средней поверхности; χ_r, χ_θ – кривизны средней поверхности.

Применяя выражения Кастильяно (2) к деформационному потенциалу W (1) и учитывая принятые гипотезы моделирования оболочки, зависимость деформаций от напряжений в матричной форме запишем следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix}; \quad [A] = \begin{bmatrix} A_{11}(\lambda) & A_{12}(\lambda) \\ A_{21}(\lambda) & A_{22}(\lambda) \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Зависимость напряжений от деформаций получаем путем обращения матричных уравнений (4):

$$\begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \end{Bmatrix}; \quad [B] = \begin{bmatrix} B_{11}(\lambda) & B_{12}(\lambda) \\ B_{21}(\lambda) & B_{22}(\lambda) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

здесь $[B] = [A]^{-1}$; A_{11}, A_{12}, \dots – составляющие симметричной матрицы податливостей $[A]$, являющиеся функциями деформационного потенциала W (1). Эти компоненты определяются следующим образом в зависимости от вида напряженного состояния и степени наводороживания титанового сплава [3]:

$$A_{11}(\lambda) = \{ 2[P_1(\lambda) + 2P_3(\lambda)] / 3 + P_2(\lambda)\xi[3 - 2\xi^2] / 3 + P_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2) / 3 + 4(\sigma_{11} - 2\sigma_{22}) / 9S_0] + P_5(\lambda)[\eta \cos 3\varphi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22} / S_0] \} / 3;$$

$$A_{12}(\lambda) = \{ 2[P_1(\lambda) - P_3(\lambda)] / 3 + [P_2(\lambda) + P_4(\lambda) / 3]\xi + P_5(\lambda)[\cos 3\varphi(1 - \eta) - \sqrt{2}\xi] \} / 3;$$

$$A_{22}(\lambda) = \{ 2(P_1(\lambda) + 2P_3(\lambda)) / 3 + P_2(\lambda)\xi[3 - 2\xi^2] / 3 + P_4(\lambda)[\xi(2 - \eta^2) + 4(\sigma_{22} - 2\sigma_{11}) / 9S_0] + P_5(\lambda)[\eta \cos 3\varphi(1 + \xi^2) + 2\sqrt{2}\xi - 2\cos 3\varphi - \sqrt{2}\sigma_{22} / S_0] \} / 3;$$

$$P_k(\lambda) = M_{ek}(\lambda) + n[(F_p(\lambda) + G_p(\lambda)\xi)\sigma^2 + (H_p(\lambda) + I_p(\lambda)\xi)]^{n-1} M_{pk}(\lambda);$$

$$M_{m1}(\lambda) = F_m(\lambda); \quad M_{m2}(\lambda) = G_m(\lambda); \quad M_{m3}(\lambda) = H_m(\lambda); \quad M_{m4}(\lambda) = I_m(\lambda);$$

$$M_{m5}(\lambda) = K_m(\lambda); \quad m = e, p; \quad k = 1, 2, 3; \quad A_{12}(\lambda) = A_{21}(\lambda).$$

Благодаря осевой симметрии поставленной задачи уравнения равновесия сферической оболочки запишем следующим образом [8]:

$$M_{r,rr} - M_{\theta,r} / r + 2M_{r,r} / r + k(N_r + N_\theta) + N_r w_{,rr} = -q; \quad (6)$$

$$N_{r,r} + (N_r - N_\theta) / r - k[M_{r,r} + (M_r - M_\theta) / r] = 0.$$

Учитывая, что переход от напряжений к их интегральным характеристикам – усилиям и моментам – не зависит от физических свойств материала, можем определить их путем интегрирования напряжений по толщине оболочки [8]:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz; \quad M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz \quad (7)$$

Выразим моменты и усилия с помощью компонентов деформаций срединной поверхности в следующем виде:

$$N_r = C_{11}(\lambda)\varepsilon_r + C_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + D_{11}(\lambda)\chi_r + D_{12}(\lambda)\chi_\theta; \quad (8)$$

$$N_\theta = C_{12}(\lambda)\varepsilon_r + C_{22}(\lambda)\varepsilon_\theta + D_{21}(\lambda)\chi_r + D_{22}(\lambda)\chi_\theta;$$

$$M_r = D_{11}(\lambda)\varepsilon_r + D_{12}(\lambda)\varepsilon_\theta + E_{11}(\lambda)\chi_r + E_{12}(\lambda)\chi_\theta;$$

$$M_\theta = D_{12}(\lambda)\varepsilon_r + D_{22}(\lambda)\varepsilon_\theta + E_{21}(\lambda)\chi_r + E_{22}(\lambda)\chi_\theta;$$

Материальные функции здесь вычисляются через концентрацию водорода λ с учетом влияния степени наводороживания оболочки следующим образом:

$$C_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) dz \quad D_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z dz \quad E_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{ij}(\lambda) z^2 dz \quad (9)$$

Параметры B_{ij} зависят от содержания водорода λ в эксплуатационной среде, а также от вида реализуемого напряженного состояния [5].

В уравнения равновесия (6) включаем интегральные определения напряженного состояния (7), а также учитываем выражения усилий и моментов через составляющие деформаций (8), отсюда приходим к системе двух разрешающих дифференциальных уравнений деформирования оболочки в перемещениях:

$$2r^2 E_{12,rr} w_{,r} + 2r^2 E_{12,r} w_{,rr} - 2r^2 D_{12,rr} u - 2r^2 D_{12,r} u_{,r} + 2r D_{22,r} u + 2r D_{22} u_{,r} - 2D_{22} u -$$

$$- 2r E_{22,r} w_{,r} - 2r E_{22} w_{,rr} + 2E_{22} w_{,r} - 4r^2 D_{11,r} u_{,r} - 4r^2 D_{11} u_{,rr} + 4r^2 E_{11,r} w_{,rr} +$$

$$+ 4r^2 E_{11} w_{,rrr} - 2r^3 D_{11,rr} u_{,r} - 4r^3 D_{11,r} u_{,rr} - 2r^3 D_{11} u_{,rrr} + 2r^3 D_{11} (w_{,rr})^2 + 2r^3 E_{11,rr} w_{,rr} +$$

$$+ 4r^3 E_{11,r} w_{,rrr} + 2r^3 E_{11} w_{,rrrr} - 2r^3 k C_{11} (w_{,r})^2 - 2r^3 D_{11} u_{,rrr} + 2r^3 D_{11} (w_{,rr})^2 + 2r^3 E_{11,rr} w_{,rr} +$$

$$- 2r^3 k C_{12} w_{,r} w_{,r} + 2r^3 w_{,rr} C_{11} k w - 2r^3 w_{,rr} C_{11} (w_{,r})^2 + 2r^3 w_{,rr} C_{12} k w +$$

$$+ 2r^3 w_{,rr} C_{11} k w + 2r^3 w_{,rr} C_{12} k w - 2r^3 k C_{12} u_{,r} +$$

$$+ 2r^3 C_{22} k^2 w - 2r^3 w_{,rr} C_{11} u_{,r} - 2r^3 w_{,rr} C_{11} u_{,r} -$$

$$- r^3 w_{,rr} C_{11} w_{,r}^2 - 4r^2 D_{11} w_{,r} w_{,rr} - 2r^2 k C_{12} u - 2r^2 k C_{22} u - 2r^2 w_{,rr} C_{12} u +$$

$$+ 2r^2 w_{,rr} D_{12} w_{,r} - 2r^2 w_{,rr} C_{12} u + 2r^2 D_{12,r} k w + 2r^2 D_{12,r} (w_{,r})^2 + 4r^2 D_{12} k w_{,r} +$$

$$+ 2r^2 E_{12} w_{,rr} w_{,r} + 4r^2 E_{12} w_{,r} w_{,rr} - 2r^2 E_{22,r} k w + 4r^2 E_{11,r} k w - 4r^2 E_{11,r} (w_{,r})^2 +$$

$$+ 4r^2 E_{11} k w_{,r} - 4r^2 E_{11} w_{,rr} w_{,r} + 2r^3 E_{11,rr} k w - 4r^3 E_{11,r} w_{,rr} w_{,r} - 2r^3 E_{11,rr} (w_{,r})^2 +$$

$$+ 4r^3 E_{11,r} k w_{,r} - 4r^3 E_{11,r} w_{,r} w_{,rr} + 4r^3 E_{11} k w_{,rr} - 2r^3 E_{11} w_{,rrr} w_{,r} - 2r^3 (E_{11} w_{,rr})^2 -$$

$$- 2r^3 D_{11} w_{,r} w_{,rr} + 2r^3 D_{12,rr} k w + 4r^3 D_{12,r} k w_{,r} + 4r^3 D_{12} k w_{,rr} - 2r^3 k C_{11} u_{,r} +$$

$$+ 2r^3 C_{11} k^2 w + 4r^3 C_{12} k^2 w = 2r^3 q; \quad (10)$$

$$r^2 (kE_{11} - D_{11}) w_{,rrr} - (rD_{11,r} - krE_{11,r} + r(kD_{11} - C_{11}) w_{,r} - kE_{11} + D_{11}) r w_{,rr} - r^2 (kD_{11} - C_{11}) u_{,rr} -$$

$$- \delta w_{,r} r^2 (kD_{11} - C_{11}) w_{,rr} + [(kr^2 D_{11,r} - r^2) \cdot (k w - (w_{,r})^2 - \delta u_{,r})] C_{11,r} +$$

$$+ r(-w_{,r} + k(krw - u)) D_{12,r} + (-kr^2 w + ru) C_{12,r} + w_{,r} E_{12,r} kr +$$

$$+ \left(-r(kD_{11} - kD_{12} - C_{11} + C_{12})w_{,r} + k^2 D_{11} r^2 + k^2 D_{12} r^2 - kr^2 C_{11} - kr^2 C_{12} - kE_{22} + D_{22} \right) w_{,r} - \\ - r(kD_{11} - C_{11})u_{,r} + wD_{11}k^2 r - wC_{11}kr - (krw - u)(kD_{22} - C_{22}) = 0.$$

Полученную систему разрешающих уравнений (10) дополним граничными условиями: прогиб, поворот нормали к срединной поверхности и радиальные перемещения равны нулю ($w=0$, $w_{,r}=0$, $u=0$.) [7].

Дифференциальные уравнения (10) содержат нелинейность, что затрудняет их решение. Соответственно, для решения полученной системы уравнений в работе применяется двухшаговый метод последовательных параметрических возмущений В.В. Петрова [12]. Первый этап нагружения должен включать процедуру уточнения методом упругих переменных параметров И.А. Биргера [15].

Геометрические соотношения (3) в линеаризованном виде запишем следующим образом:

$$\delta e_r = \delta \varepsilon_r + z \delta \chi_r; \quad \delta e_\theta = \delta \varepsilon_\theta + z \delta \chi_\theta, \quad (11)$$

$$\text{где } \delta \varepsilon_r = \delta u_{,r} - k \delta w + w_{,r} \delta w_{,r}; \quad \delta \varepsilon_\theta = \frac{\delta u}{r} - k \delta w; \quad \delta \chi_r = -\delta w_{,rr}; \quad \delta \chi_\theta = \frac{-\delta w_{,r}}{r}.$$

Физические зависимости (4) примут вид:

$$\delta e_r = \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_r} \delta \sigma_r + \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_\theta} \delta \sigma_\theta; \quad \delta e_\theta = \frac{\partial e_\theta}{\partial \sigma_r} \delta \sigma_r + \frac{\partial e_\theta}{\partial \sigma_\theta} \delta \sigma_\theta; \quad (12)$$

Обратив соотношения (12), приходим к следующим зависимостям напряжений от деформаций в приращениях:

$$\delta \sigma_r = K_{11}(\lambda) \delta e_r + K_{12}(\lambda) \delta e_\theta; \quad \delta \sigma_\theta = K_{21}(\lambda) \delta e_r + K_{22}(\lambda) \delta e_\theta, \quad (13)$$

$$\text{где } K_{11}(\lambda) = \frac{\Delta_{22}}{\Delta}; \quad K_{12}(\lambda) = K_{21}(\lambda) = -\frac{\Delta_{21}}{\Delta} = -\frac{\Delta_{12}}{\Delta}; \quad \Delta = \Delta_{11}\Delta_{22} - \Delta_{12}\Delta_{21}; \quad K_{22}(\lambda) = \frac{\Delta_{11}}{\Delta};$$

$$\Delta_{11} = \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_r}; \quad \Delta_{22} = \frac{\partial e_\theta}{\partial \sigma_\theta}; \quad \Delta_{12} = \Delta_{21} = \frac{\partial e_r}{\partial \sigma_\theta} = \frac{\partial e_\theta}{\partial \sigma_r}.$$

Рассмотрена постановка задачи, в которой воздействие агрессивной водородсодержащей среды на оболочку является завершённым. В этом случае нет необходимости дифференцировать по параметру λ в выражениях для приращений деформаций.

Зависимость между усилиями и деформациями средней поверхности может быть линеаризована следующим образом:

$$\delta N_r = C_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_r + C_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_\theta + D_{11}(\lambda) \delta \chi_r + D_{12}(\lambda) \delta \chi_\theta \\ \delta N_\theta = C_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_r + C_{22}(\lambda) \delta \varepsilon_\theta + D_{21}(\lambda) \delta \chi_r + D_{22}(\lambda) \delta \chi_\theta \\ \delta M_r = D_{11}(\lambda) \delta \varepsilon_r + D_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_\theta + E_{11}(\lambda) \delta \chi_r + E_{12}(\lambda) \delta \chi_\theta \\ \delta M_\theta = D_{12}(\lambda) \delta \varepsilon_r + D_{22}(\lambda) \delta \varepsilon_\theta + E_{21}(\lambda) \delta \chi_r + E_{22}(\lambda) \delta \chi_\theta \quad (14)$$

Уравнения равновесия в приращениях запишем в виде:

$$\delta M_{r,rr} - \delta M_{\theta,r} / r + 2\delta M_{r,r} / r + k(\delta N_r + \delta N_\theta) + \delta N_r w_{,rr} + N_r \delta w_{,rr} = -\delta q \\ \delta N_{r,r} + (\delta N_r - \delta N_\theta) / r - k[\delta M_{r,r} + (\delta M_r - \delta M_\theta) / r] = 0. \quad (15)$$

Учитывая зависимости усилий и моментов в линеаризованной форме (14) и приращений деформаций и перемещений (11), подставляем их в линеаризованную форму уравнений равновесия (15). В результате получаем два дифференциальных уравнения деформации оболочки в линеаризованной форме:

$$2r^2 E_{12,rr} \delta w_{,r} + 2r^2 E_{12,r} \delta w_{,rr} - 2r^2 D_{12,rr} \delta u - 2r^2 D_{12,r} \delta u_{,r} + 2r D_{22,r} \delta u + 2r D_{22} \delta u_{,r} - 2D_{22} \delta u - \\ - 2r E_{22,r} \delta w_{,r} - 2r E_{22} \delta w_{,rr} + 2E_{22} \delta w_{,r} - 4r^2 D_{11,r} \delta u_{,r} - 4r^2 D_{11} \delta u_{,rr} + 4r^2 E_{11,r} \delta w_{,rr} + \\ + 4r^2 E_{11} \delta w_{,rrr} - 2r^3 D_{11,rr} \delta u_{,r} - 4r^3 D_{11,r} \delta u_{,rr} - 2r^3 D_{11} \delta u_{,rrr} + 2r^3 D_{11} (\delta w_{,rr})^2 + 2r^3 E_{11,rr} \delta w_{,rr} +$$

$$\begin{aligned}
& + 4r^3 E_{11,r} \delta w_{,rrr} + 2r^3 E_{11} \delta w_{,rrrr} - 2r^3 k C_{11} w_{,r} \delta w_{,r} - 2r^3 D_{11} \delta u_{,rrr} + 2r^3 D_{11} (\delta w_{,rr})^2 + 2r^3 E_{11,rr} \delta w_{,rr} - \\
& - 2r^3 k C_{12} w_{,r} \delta w_{,r} + 2r^3 \delta w_{,rr} C_{11} k \delta w - 2r^3 \delta w_{,rr} C_{11} w_{,r} \delta w_{,r} + 2r^3 \delta w_{,rr} C_{12} k \delta w + \\
& + 2r^3 \delta w_{,rr} C_{11} k w + 2r^3 \delta w_{,rr} C_{12} k w - 2r^3 k C_{12} \delta u_{,r} + \\
& + 2r^3 C_{22} k^2 \delta w - 2r^3 \delta w_{,rr} C_{11} \delta u_{,r} - 2r^3 \delta w_{,rr} C_{11} u_{,r} - \\
& - r^3 \delta w_{,rr} C_{11} w_{,r}^2 - 4r^2 D_{11} w_{,r} \delta w_{,rr} - 2r^2 k C_{12} \delta u - 2r^2 k C_{22} \delta u - 2r^2 \delta w_{,rr} C_{12} \delta u + \\
& + 2r^2 \delta w_{,rr} D_{12} \delta w_{,r} - 2r^2 \delta w_{,rr} C_{12} u + 2r^2 D_{12,r} k \delta w + 2r^2 D_{12,r} w_{,r} \delta w_{,r} + 4r^2 D_{12} k \delta w_{,r} + \\
& + 2r^2 D_{12} w_{,rr} \delta w_{,r} + 4r^2 D_{12} w_{,r} \delta w_{,rr} - 2r^2 D_{22,r} k \delta w + 4r^2 D_{11,r} k \delta w - 4r^2 D_{11,r} w_{,r} \delta w_{,r} + \\
& + 4r^2 D_{11} k \delta w_{,r} - 4r^2 D_{11} w_{,rr} \delta w_{,r} + 2r^3 D_{11,rr} k \delta w - 4r^3 D_{11,r} w_{,rr} \delta w_{,r} - 2r^3 D_{11,rr} w_{,r} \delta w_{,r} + \\
& + 4r^3 D_{11,r} k \delta w_{,r} - 4r^3 D_{11,r} w_{,r} \delta w_{,rr} + 4r^3 D_{11} k \delta w_{,rr} - 2r^3 D_{11} w_{,rrr} \delta w_{,r} - 2r^3 D_{11} w_{,rr} \delta w_{,rr} - \\
& - 2r^3 D_{11} w_{,r} \delta w_{,rrr} + 2r^3 D_{12,rr} k \delta w + 4r^3 D_{12,r} k \delta w_{,r} + 4r^3 D_{12} k \delta w_{,rr} - 2r^3 k C_{11} \delta u_{,r} + \\
& + 2r^3 C_{11} k^2 \delta w + 4r^3 C_{12} k^2 \delta w = 2r^3 \delta q ; \tag{16}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& r^2 (kE_{11} - D_{11}) \delta w_{,rrr} - (rD_{11,r} - krE_{11,r} + r(kD_{11} - C_{11})w_{,r} - kE_{11} + D_{11})r \delta w_{,rr} - r^2 (kD_{11} - C_{11}) \delta u_{,rr} - \\
& - \delta w_{,r} r^2 (kD_{11} - C_{11})w_{,rr} + kr^2 (k \delta w - w_{,r} \delta w_{,r} - \delta u_{,r}) D_{11,r} - r^2 (k \delta w - w_{,r} \delta w_{,r} - \delta u_{,r}) C_{11,r} + \\
& + r(-\delta w_{,r} + k(kr \delta w - \delta u)) D_{12,r} + (-kr^2 \delta w + r \delta u) C_{12,r} + \delta w_{,r} E_{12,r} kr + \\
& + (-r(kD_{11} - kD_{12} - C_{11} + C_{12})w_{,r} + k^2 D_{11} r^2 + k^2 D_{12} r^2 - kr^2 C_{11} - kr^2 C_{12} - kE_{22} + D_{22}) \delta w_{,r} - \\
& - r(kD_{11} - C_{11}) \delta u_{,r} + \delta w D_{11} k^2 r - \delta w C_{11} kr - (kr \delta w - \delta u)(kD_{22} - C_{22}) = 0.
\end{aligned}$$

Граничные условия, которые соответствуют линеаризованным уравнениям (16), выразим следующим образом: $\delta w = 0$, $\delta w_{,r} = 0$, $\delta u = 0$.

Диффузионное уравнение водородсодержащей среды в материал оболочки в линеаризованном виде запишем следующим образом:

$$\lambda = 2 \cdot \sum_{i=1}^{\infty} t \{ [\lambda_2 \cos(i \cdot \pi) - \lambda_1] / i \} \cdot \sin(i \cdot \pi z / h) \cdot (-D\pi^2 i^2 / h^2) [1 + (-D\pi^2 i^2 / h^2)] / \pi. \tag{17}$$

Граничные условия при воздействии среды с ненагруженной стороны имеют следующий вид:

$$\lambda(+h/2, t) = 0 = \lambda_1; \quad \lambda(-h/2, t) = \lambda_{\infty} = \lambda_2, \tag{18}$$

здесь λ_{∞} – равновесная концентрация водородсодержащей среды.

Начальные условия имеют вид:

$$\lambda(z, 0) = 0 \tag{19}$$

Анализ эмпирических данных по материалам, демонстрирующим чувствительность, обусловленную типом напряженного состояния в процессе гидрогенизации, позволяет представить в общем виде условие пластичности с учетом её кинетики [9]:

$$F(\sigma_{ij}, \lambda) = \tau \cdot f(\xi, \lambda) = k_{\tau}(\lambda), \tag{20}$$

где $f(\xi, \lambda)$ – функция, позволяющая учесть тип напряженного состояния, зависит от концентрации водорода в теле конструкции, $k_{\tau}(\lambda) = \sqrt{2/3\tau_s(\lambda)}$, $\tau_s(\lambda)$ – предел текучести при простом сдвиге.

Уравнение зависимости пластической характеристики $k_{\tau}(\lambda)$ от концентрации среды (λ) для сплава ВТ1-0 представим следующим образом [9]:

$$k_{\tau}(\lambda) = k_0 (B_1 + B_2 e^{-C/B_0}), \tag{21}$$

где $B_0 = 0,02455$; $B_1 = 0,88184$; $B_2 = 0,11791$; $k_0 = \tau(\lambda = 0) = k_{\tau 0} \approx 453,06$ МПа.

Функция $f(\xi, \lambda)$ аппроксимируется кусочно-экспоненциальной зависимостью, представленной в работе [9]. Также были рассчитаны параметры, возникающие при представлении различных участков функции $f(\xi, \lambda)$. Графическое представление функции вида напряженного состояния $f(\xi, \lambda)$ для сплава ВТ1-0 при эксплуатации в среде с различными концентрациями водорода изображено на рис. 2.

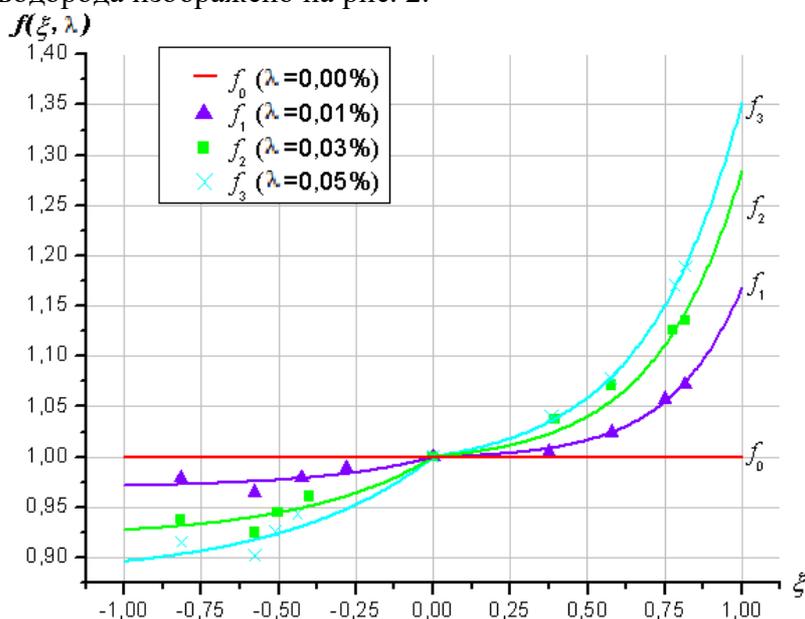


Рис. 2. Зависимость функции вида напряженного состояния при разном уровне концентрации водорода λ для сплава ВТ1-0

Выражение функции пластичности $f(\xi, \lambda)$, учитывающей влияние типа напряженного состояния в процессе воздействия на титановый сплав ВТ1-0 среды, содержащей активный водород, выражается следующим уравнением:

$$f(\xi, \lambda) = b_1(\lambda) + b_2(\lambda) \cdot e^{b_3(\lambda)\xi}, \quad (22)$$

где $b_1(\lambda) = B_{10} + B_{11} \cdot \text{sign}\xi + (B_{12} + B_{13} \cdot \text{sign}\xi) e^{\frac{\lambda}{B_{14} + B_{15} \cdot \text{sign}\xi}}$, $B_{10} = 0,875905$; $B_{11} = 0,149275$; $B_{12} = 0,124095$; $B_{13} = -0,149275$; $B_{14} = 0,01111$; $B_{15} = 0,09771$;

$$b_2(\lambda) = \frac{B_{20} + B_{21} \cdot \text{sign}\xi}{\frac{\lambda + (B_{24} + B_{25} \cdot \text{sign}\xi)}{B_{22} + B_{23} \cdot \text{sign}\xi + e^{B_{26} + B_{27} \cdot \text{sign}\xi}}} + B_{28} + B_{29} \cdot \text{sign}\xi, \quad B_{20} = -0,928415;$$

$$B_{21} = 0,949085; \quad B_{22} = 0,5; \quad B_{23} = -0,5; \quad B_{24} = 0,064855; \quad B_{25} = -0,064855; \quad B_{26} = -0,0110215; \\ B_{27} = -0,0804125; \quad B_{28} = 0,115165; \quad B_{29} = -0,135835;$$

$$b_1(\lambda) = B_{30} + B_{31} \cdot \text{sign}\xi + (B_{32} + B_{33} \cdot \text{sign}\xi) e^{\frac{\lambda}{B_{34} + B_{35} \cdot \text{sign}\xi}}, \quad B_{30} = 1,833305; \quad B_{31} = 0,948445; \\ B_{32} = 2,23132; \quad B_{33} = -0,03285; \quad B_{34} = -0,050475; \quad B_{35} = 0,020125.$$

Для того, чтобы записать систему алгебраических уравнений в более компактной форме, воспользуемся разностной аппроксимацией четвертого порядка. Дискретизация непрерывной задачи деформирования оболочки осуществлялась путем аппроксимации области решения разрешающих уравнений равномерной в плане сеткой МКР. Радиус оболочки делился на 30 участков, толщина оболочки разбита на 50 участков, количество точек принималось в зависимости от условий сходимости. Интегрирование по толщине про-

изводилось численно с использованием закона Симпсона. Для решения задачи тройной нелинейности использован метод конечных разностей, основанный на двухшаговом параметрически упорядоченном методе возмущений В.В. Петрова [12], с помощью которого удалось линеаризовать разрешающие уравнения. На первом шаге нагружения применяется уточняющая итерационная процедура по методу переменных параметров упругости И.А. Биргера [15].

На основе полученного уравнения состояния проведен численный анализ нелинейного деформирования полой сферической оболочки. Анализируются результаты расчета оболочки под воздействием агрессивной водородсодержащей среды. Решена задача для сферической оболочки, выполненной из сплава титана ВТ1-0 с жестким защемлением по торцам на различных стадиях насыщения водородом. Прогибы принимаем большими, порядка толщины заданной оболочки.

Для расчета оболочки из титанового сплава ВТ1-0 прикладываем внешнюю равномерно распределенную нагрузку, перпендикулярную срединной поверхности, интенсивностью до $q_{work} = 5 \text{ МПа}$. В результате проведенного контроля сходимости шаг нагружения Δq был выбран исходя из того, чтобы при переходе к $0,5\Delta q$ разница результатов не превышала 0,001

На рис. 3 показано распределение по толщине равновесной концентрации среды внутри сферы при максимальных нагрузках на оболочку до 5 МПа. На рис. 4 и 5 показано распределение прогиба и горизонтального смещения на средней поверхности оболочки под нагрузкой при различных уровнях насыщения водородом от $\lambda = 0,01\%$ до $\lambda = 0,08\%$.

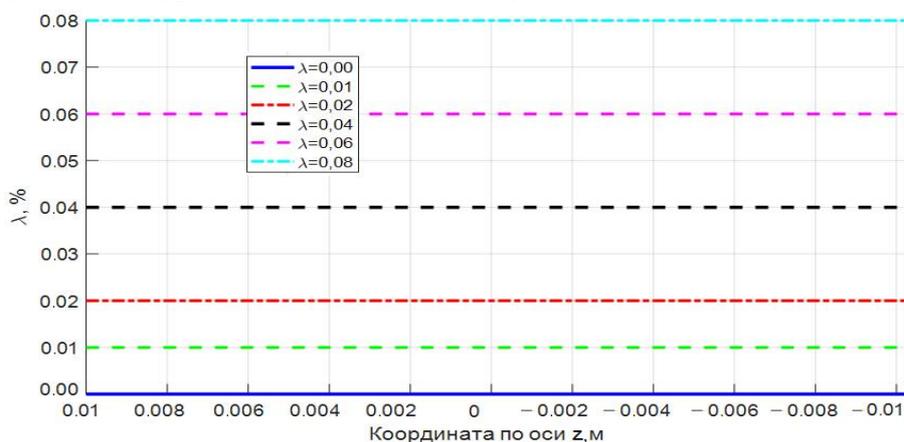


Рис. 3. Распределение концентрации среды в равновесном состоянии по толщине оболочки под действием нагрузки интенсивностью $q = 5 \text{ МПа}$

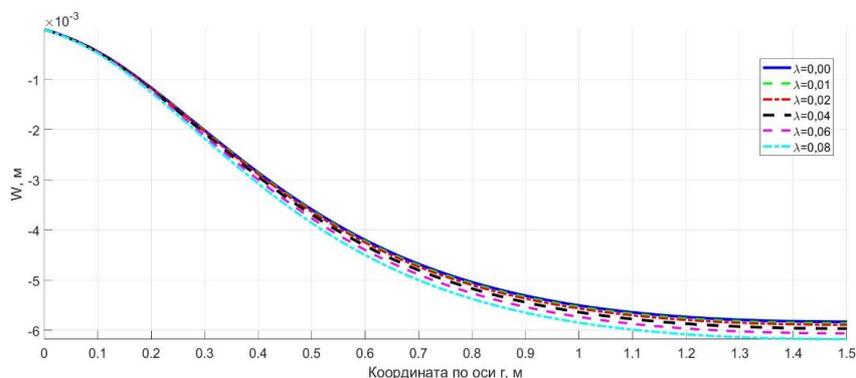


Рис. 4. Распределение прогибов оболочки под действием нагрузки $q = 5 \text{ МПа}$

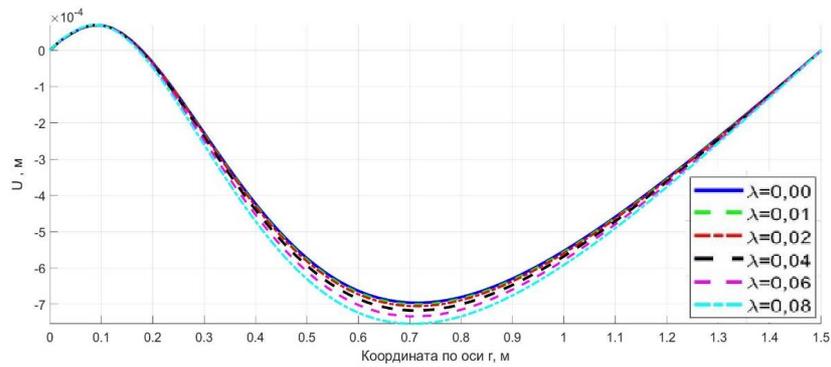


Рис. 5. Распределение горизонтальных смещений оболочки под действием нагрузки $q = 5 \text{ МПа}$

Рис. 6 и 7 отражают тот факт, что при постоянных значениях нагрузки окружные и радиальные напряжения в крайних волокнах увеличиваются с ростом концентрации водорода в сплаве.

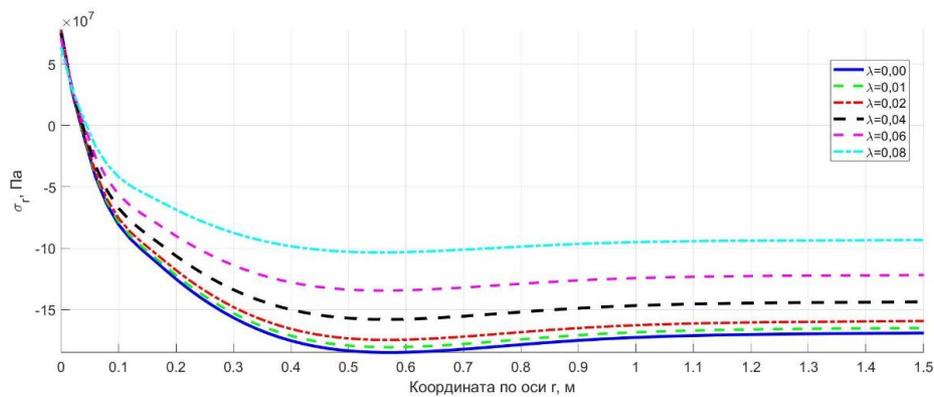


Рис. 6. Напряжения σ_r вдоль радиуса оболочки снизу под воздействием нагрузки $q = 5 \text{ МПа}$

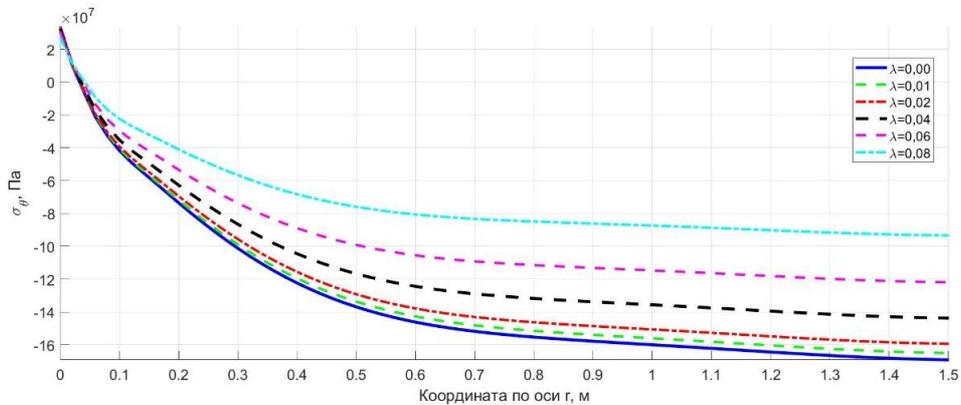


Рис. 7. Напряжения σ_θ вдоль радиуса оболочки сверху под воздействием нагрузки $q = 5 \text{ МПа}$

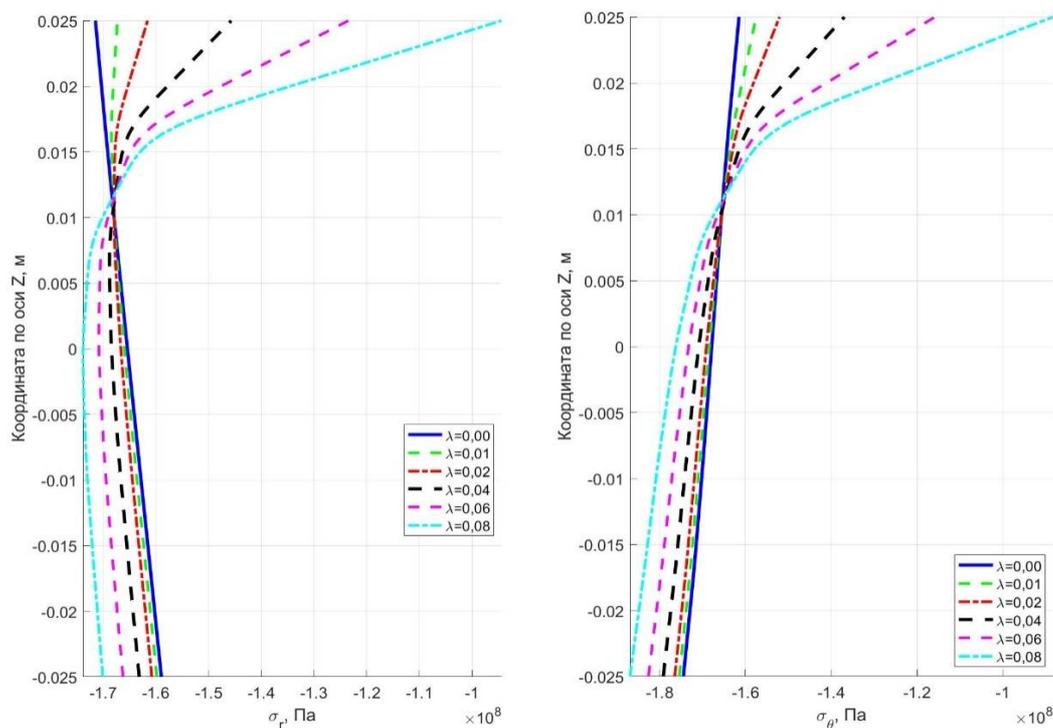


Рис. 8. Распределение напряжений σ_r (слева) и σ_θ (справа) по толщине оболочки в точках неподвижного контура нагруженной оболочки

Далее в табл. 1 приведено сравнение результатов расчета сферической оболочки из сплава титана ВТ1-0 по предложенным соотношениям с результатами, полученными на основе модели И.Г. Овчинникова и Л.А. Кирилловой [2].

Таблица 1

Анализ результатов расчета оболочки

Содержание водорода в среде λ , %	Сжимающее напряжение σ_θ^{max} , МПа		Прогиб в центре плана оболочки w_0 , мм	
	Разработанная теория	И.Г. Овчинников, Л.А. Кириллова	Разработанная теория	И.Г. Овчинников, Л.А. Кириллова
0,00	210,04	210,04	5,18	5,18
0,08	242,13	211,48	6,46	5,58

Разница в 16,3% в величине напряжения и 15,7% в величине максимального прогиба оболочек в существенно насыщенном состоянии ($\lambda = 0,08\%$) связана с тем, что по сравнению с соотношениями И.Г. Овчинникова и Л.А. Кирилловой [2] принятые потенциальные соотношения учитывают влияние напряженного состояния на механические свойства материала. Это объясняется тем, что принятая методика является более гибкой и учитывает влияние типа напряженного состояния в наиболее широком диапазоне изменения механических свойств материала.

Зависимость величин нагрузки и прогибов, соответствующих началу развития пластических деформаций, получены при обработке диаграммы деформирования сферической оболочки с применением условия пластичности (20). В зависимости от концентрации среды,

это условие может быть аппроксимировано степенными полиномами (23) – (25) следующим образом:

$$w = a_0 + a_1 \cdot \lambda + a_2 \cdot \lambda^2 + a_3 \cdot \lambda^3 \quad (23)$$

где $a_0 = 0,01129$ м; $a_1 = 0,01417$ м; $a_2 = - 0,23043$ м; $a_3 = 1,67259$ м.

$$q = b_0 + b_1 \cdot \lambda + b_2 \cdot \lambda^2 + b_3 \cdot \lambda^3 + b_4 \cdot \lambda^4 \quad (24)$$

где $b_0 = 4,0883$ МПа; $b_1 = - 76,6738$ МПа; $b_2 = 2564,53295$ МПа; $b_3 = - 36998,71946$ МПа; $b_4 = 178408,53488$.

$$\sigma_\theta = c_0 + c_1 \cdot \lambda + c_2 \cdot \lambda^2 + c_3 \cdot \lambda^3 + c_4 \cdot \lambda^4 \quad (25)$$

где $c_0 = - 3,916$ Па·10⁸; $c_1 = - 36,30172$ Па·10⁸; $c_2 = - 754,94897$ Па·10⁸; $c_3 = 10809,13994$ Па·10⁸; $c_4 = - 53846,87078$ Па·10⁸.

Таблица 2

Анализ результатов обработки диаграмм деформирования

λ , %	w, м	Расхождение, %	σ_θ , Па*10 ⁸	Расхождение, %	q, МПа	Расхождение, %
0	$5,28 \cdot 10^{-3}$	0	-1,88	0	4,10	0
0,01	$5,42 \cdot 10^{-3}$	2,58/2,65	-1,81	3,72/3,87	3,50	14,63/17,14
0,02	$5,48 \cdot 10^{-3}$	3,65/3,79	-1,78	5,32/5,62	3,36	18,05/22,02
0,04	$5,59 \cdot 10^{-3}$	5,55/5,87	-1,75	6,91/7,43	3,19	22,20/28,53
0,06	$5,67 \cdot 10^{-3}$	6,88/7,39	-1,71	9,04/9,94	3,05	25,61/34,43
0,08	$5,80 \cdot 10^{-3}$	8,97/9,85	-1,68	10,64/11,90	2,77	32,44/48,01

Анализируя результаты, занесенные в табл. 2, можно сделать вывод, что предельное состояние условного предела текучести материала с ростом водородной насыщенности наступает значительно раньше исходного состояния при $\lambda = 0\%$. Это объясняется изменением механических характеристик материала с течением времени под воздействием агрессивной водородсодержащей среды. Процентные различия рассчитывались для двух случаев: для текущего состояния конструкции при заданном процентном содержании водорода в среде и по отношению к исходному состоянию. Результаты показывают, что при полном насыщении толщины оболочки до $\lambda=0,08\%$ разница в прогибах составляет 9,85%, разница в напряжениях – 11,9%, а разница в предельной нагрузке – 48,01% по сравнению с начальным состоянием $\lambda=0\%$, что недопустимо для высокоответственной эксплуатации конструкции.

На рис. 9-13 показана зависимость прогибов и напряжений сферической оболочки от нагрузки с фиксацией момента наступления предельного состояния при различной степени содержания водорода.

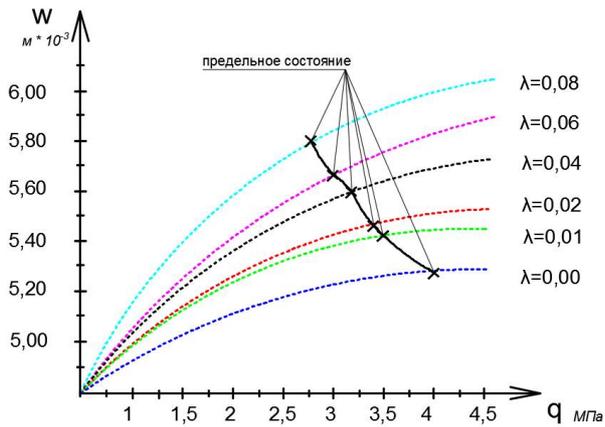


Рис. 9. Диаграммы зависимости прогибов сферической оболочки от нагрузки при различных степенях гидрогенизации с фиксацией момента наступления предельного состояния

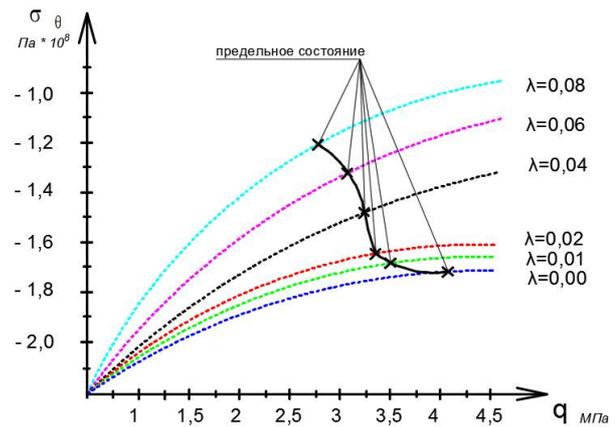


Рис. 10. Диаграммы зависимости окружных напряжений сферической оболочки от нагрузки при различных степенях гидрогенизации с фиксацией момента наступления предельного состояния

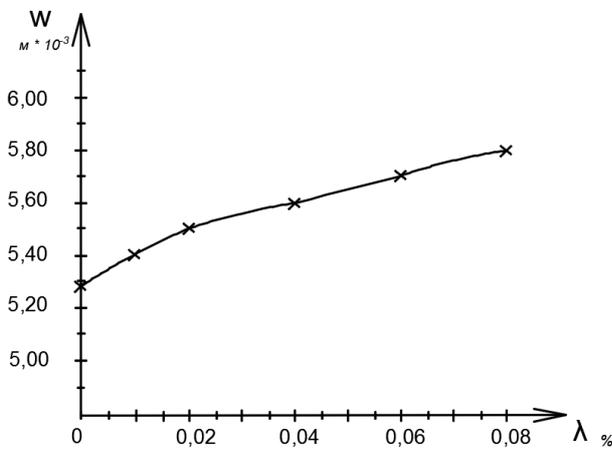


Рис. 11. Распределение прогибов сферической оболочки в зависимости от степени гидрогенизации с фиксацией момента наступления предельного состояния

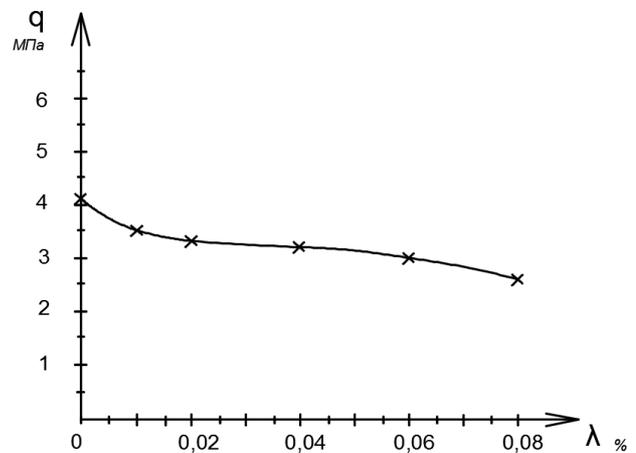


Рис. 12. Диаграмма зависимости численного значения приложенной нагрузки на сферическую оболочку от степени гидрогенизации с фиксацией момента наступления предельного состояния

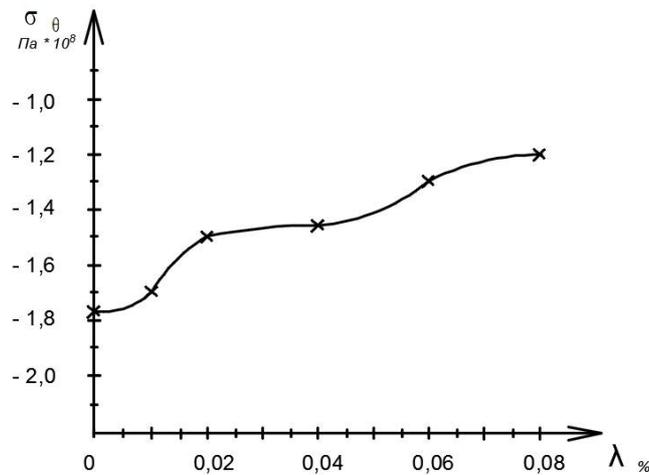


Рис. 13. Диаграмма зависимости окружных напряжений сферической оболочки от степени гидрогенизации с фиксацией момента наступления предельного состояния

Приведенные на рис. 9-13 диаграммы наглядно демонстрируют полученные ранее результаты и подтверждают тот факт, что с увеличением концентрации водорода в материале критическое состояние конструкции по условному пределу текучести достигается при воздействии на оболочку меньших нагрузок, чем в исходном состоянии $\lambda = 0\%$.

Полученные результаты по решению задачи деформирования тонких пологих сферических оболочек из титанового сплава ВТ1-0 позволяют сделать вывод о необходимости применения гибкого механизма, учитывающего изменение механических свойств материала под воздействием агрессивной водородсодержащей среды.

Гидрогенизация титановых сплавов приводит к уменьшению безопасной рабочей зоны, в результате чего в конструкциях наступает предельное состояние. С увеличением концентрации водорода в металле условный предел текучести сплава ВТ1-0 и предел прочности при тех напряженных состояниях, в которых присутствует какой-либо тип растяжения, снижаются, о чем свидетельствуют графики зависимости прогиба и напряжения от нагрузки при различных концентрациях водорода, представленные на рис. 9 и 10. Из диаграммы на рис. 12 видно, что при концентрации водорода в материале 0,08% предельное состояние конструкции по нагрузке достигается на 48,01% раньше, чем в исходном состоянии $\lambda = 0\%$. При насыщении материала водородом $\lambda = 0,08\%$ разница в максимальных прогибах составляет 15,29%, а в напряжениях – 48,5% по сравнению с исходным состоянием.

Библиографический список

1. Овчинников И.Г., Петров В.В. Математическое моделирование процесса взаимодействия элементов конструкций с агрессивными средами // Деформирование материалов и элементов конструкций в агрессивных средах. – Саратов: Сарат. политехн. ин-т., 1983. – С. 3-11.
2. Овчинников И.Г. Модифицированная модель деформирования и разрушения материала, подвергающегося облучению // Строительная механика и расчёт сооружений. – 2014. – №1. – С. 29-35.
3. Корнеев А.В., Трещев А.А. Учет влияния водородсодержащей среды на напряженно-деформированное состояние материалов на основе титановых сплавов // Изв. вузов. Строительство. – 2009. – №3–4 (603–604). – С. 23-29.
4. Кузнецова В.О. Учет влияния агрессивных водородсодержащих сред на напряженно-деформированное состояние сферической оболочки из титанового сплава. Химия, физика и механика материалов. – 2020. – № 2 (25). – С. 147-168.
5. Матченко Н.М., Толоконников Л.А., Трещев А.А. Определяющие соотношения изотропных разносопротивляющихся сред. Ч. 1. Квазилинейные соотношения // Изв. РАН. МТТ. – 1995. – №1. – С. 73-78.
6. Работнов Ю.Н. Избранные труды. Проблемы механики деформируемого твердого тела. – М.: Наука, 1991. – 196 с.
7. Кузнецова В.О., Трещев А.А. Влияние изменения концентрации водорода во времени на НДС сферической оболочки из титанового сплава // Эксперт: теория и практика. – Тольятти: Изд-во АНО «ИССТЭ», 2020. – №4 (7). – С. 72-81.
8. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной наведённого чувствительностью к виду напряжённого состояния. Определяющие соотношения: монография. – М.; Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. – 328 с.
9. Трещев А.А. Деформирование конструкций из титановых сплавов с учетом их наводороживания: монография. – М.: Тула: ТулГУ, 2022. – 462 с.
10. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.

11. Петров В.В., Кривошеин И.В. Методы расчета конструкций из нелинейно-деформируемого материала. – М: АСВ, 2009. – 208 с.
12. Петров В.В., Овчинников И.Г., Иноземцев В.К. Двухшаговый метод последовательного возмущения параметров и его применение к решению нелинейных задач механики деформируемого твердого тела // Проблемы прочности элементов конструкций под действием нагрузок и рабочих сред. – Саратов: СГТУ, 2001. – С. 6-12.
13. Гервиц Т.Я. Влияние газонасыщения на статическую прочность титановых сплавов // Физико-химическая механика материалов. – 1981. – № 2. – С. 45-48.
14. Биргер И.А. Некоторые математические методы решения инженерных задач. – М.: Оборонгиз, 1956. – 151 с.
15. Mavzovin V.S. and Ovchinnikov I.G. Modeling of kinetics of corrosion cracking of metals using the long durability theory by A.R. Rzhantsyn// IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series 1425 (2020) 012019 IOP Publishing. DOI:10.1088/1742-6596/1425/1/012019. P.1-8.

References

1. Ovchinnikov I.G., Petrov V.V. Mathematical modeling of the process of interaction of structural elements with aggressive environments. Deformation of Materials and Structural Elements in Aggressive Environments. Saratov: SPI, 1983. Pp. 3-11.
2. Ovchinnikov I.G. Modified model of deformation and destruction of a material subjected to irradiation. Structural Mechanics and Calculation of Structures. No. 1. 2014. Pp. 29-35.
3. Korneev A.V., Treschev A.A. Accounting for the influence of a hydrogen-containing medium on the stress-strain state of materials based on titanium alloys. News of Universities. Construction. No. 3-4 (603–604). 2009. Pp. 23-29.
4. Kuznetsova V.O. Accounting for the influence of aggressive hydrogen-containing media on the stress-strain state of a spherical shell made of titanium alloy. Chemistry, Physics and Mechanics of Materials. No. 2(25). 2020. Pp. 147-168.
5. Matchenko N.M., Tolokonnikov L.A., Treshchev A.A. Constitutive ratios of isotropic differently resisting media. Part 1. Quasilinear relations. News of the Russian Academy of Sciences. Solid Mechanics. No. 1. 1995. Pp. 73-78.
6. Rabotnov Yu.N. Selected works. Problems of Mechanics of a Deformable Solid. M.: Nauka, 1991. 196 p.
7. Kuznetsova V.O., Treshchev A.A. Influence of changes in hydrogen concentration over time on the stress-strain state of a spherical shell made of titanium alloy. Expert: Theory and Practice. Tolyatti: Publishing House of ANO "ISSTE". No. 4(7). 2020. Pp. 72-81.
8. Treshchev A.A. The theory of deformation and strength of materials with initial induced sensitivity to the type of stress state. Constitutive relations: monograph. M.; Tula: RAASN; TulGU, 2016. 328 p.
9. Treshchev A.A. Deformation of structures made of titanium alloys, taking into account their hydrogenation: monograph. M.: Tula: TulGU, 2022. 462 p.
10. Timoshenko S.P., Voinovsky-Krieger S. Plates and shells. M.: Nauka, 1966. 636 p.
11. Petrov V.V., Krivoshein I.V. Methods for calculating structures from a non-linearly deformable material. M: DIA, 2009. 208 p.
12. Petrov V.V., Ovchinnikov I.G., Inozemtsev V.K. Two-step method of successive perturbation of parameters and its application to solving nonlinear problems of mechanics of a deformable solid. Problems of strength of structural elements under the action of loads and working environments. Saratov: SGTU, 2001. Pp. 6-12.

13. Gervits T.Ya. Influence of gas saturation on the static strength of titanium alloys. *Physical and Chemical Mechanics of Materials*. No. 2. 1981. Pp. 45-48.
14. Birger I.A. Some mathematical methods for solving engineering problems. M.: Oborongiz, 1956. 151 p.
15. Mavzovin V.S. and Ovchinnikov I.G. Modeling of kinetics of corrosion cracking of metals using the long durability theory by A.R. Rzhantsyn. *IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series* 1425 (2020). 012019. IOP Publishing doi:10.1088/1742-6596/1425/1/012019. Pp. 1-8.

ACCOUNTING FOR THE HYDROGEN ACCUMULATION KINETICS ON THE STRESS-STRAIN AND LIMITING STATES OF A TITANIUM ALLOY SPHERICAL SHELL

A. A. Treshchev¹, V. O. Kuznetsova²

Tula State University^{1,2}
Russia, Tula

¹Corresponding member of RAACS, Dr. of Engineering Sciences, Professor, Head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(905)6229058, e-mail: taa58@yandex.ru

²PhD of Tech. Sciences, Assistant Professor of the Department of Civil Engineering, Building Materials and Structures, Tel.: +7(920)7595280, e-mail: kuznecova_violetta@mail.ru

This article discusses the construction of a mathematical model of a hollow shell of a spherical shape, located in stress-strain and limit states. The shell is made of titanium alloy VT1-0; the shell is operated under conditions of exposure to an aggressive hydrogen-containing environment. A uniformly distributed pressure acts on the shell from the outside. Calculations are carried out within the framework of an approach associated with normalized stress spaces for a model that includes triple nonlinearity. The result of the research was the creation of a methodology for solving the problem of exposure to hydrogen environments, which takes into account the complexity of the process of interaction between the metal and the environment. A system of resolving equations for a shallow spherical shell has been developed, taking into account the nonlinearity of the problem posed. The results obtained reflect the main characteristics of the impact of a hydrogen environment on the stress-strain state and the limiting state of the sphere, and also take into account the effects of hydrogen embrittlement. The results of numerical experiments on the calculation of spherical shells were obtained, taking into account the influence of the stress state on the mechanical properties of titanium alloys, large deflections and the influence of the stress state during operation in an aggressive environment.

Keywords: aggressive hydrogen environment, hydrogen embrittlement, diffusion, spherical shell, titanium alloy, finite-difference approximation, difference in resistance.

ДЕФОРМАЦИИ ПЛОСКОЙ МОДЕЛИ ФЕРМЫ ОПОРЫ ЛЭП

М. Н. Кирсанов¹, А. Н. Маслов²

Национальный исследовательский университет «МЭИ»^{1,2}
Россия, г. Москва

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: + 7(495) 362-77-19; e-mail: c216@ya.ru

²Старший преподаватель кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: + (903) 770-56-85, e-mail: maslovanton@list.ru

Объектом исследования является шарнирно-стержневая модель опоры линии электропередач. Опора рассматривается как плоская ферма с произвольным числом панелей по высоте. Выводится формула зависимости горизонтального смещения вершины конструкции от действия ветровой нагрузки, моделируемой горизонтальными силами, равномерно распределенными по узлам фермы. Решение ищется в символьной форме с применением системы компьютерной математики Maple и метода индукции. Усилия в стержнях статически определимой фермы находятся методом вырезания узлов. Выводятся формулы зависимости усилий в характерных стержнях от размеров конструкции, нагрузок и числа панелей. Выводится формула зависимости величины горизонтального смещения подвижной опоры при действии ветровой и вертикальной нагрузок от числа панелей. Определяются асимптотики решений.

Ключевые слова: плоская ферма, опора ЛЭП, аналитическое решение, ветровая нагрузка, Maple, асимптотика, смещение опоры

Введение. Один из наиболее распространенных видов опор линий электропередач (ЛЭП) – это ферменная конструкция с консолями для крепления проводов. Известны численные расчеты напряжений в таких системах и их деформаций с использованием специальных инженерных пакетов [1,2]. Альтернативой численным расчетам являются расчеты аналитические, среди которых особенно практичны те, которые дают решения для регулярных ферм в виде конечных формул в зависимости от порядка регулярности системы. В [3] приведено аналитическое решение для плоской модели ЛЭП, в [4-6] — для различных схем пространственных конструкций. В известных аналитических решениях задач о деформации и собственных частотах регулярных стержневых конструкций [7-9] в основном используется метод индукции и системы компьютерной математики. Этот подход возможен для анализа напряженно-деформированного состояния конструкций, имеющих в своем составе периодические структуры (панели). На это обратили внимание R.G. Hutchinson и N.A. Fleck [10-11], выделив решение таких задач в отдельную проблему «охоты» на схемы статически определимых регулярных плоских и пространственных ферм. В [12,13] аналитические решения для элементов строительных конструкций основаны на методе суперпозиции с поддержкой операторами системы компьютерной математики Maple. Аналитический расчет зависимости прогиба плоской внешне статически неопределимой регулярной фермы от числа панелей рассмотрен в [14]. Метод индукции для расчета статики регулярных плоских стержневых конструкций применен в [15,16]. В [17] формулы для расчета деформаций плоской статически определимой рамы получены в системе Maple.

Схема конструкции. Шарнирно стержневая модель опоры башенного типа состоит из n панелей высотой h в своей средней части, основания высотой $2h$ из четырех стержней и купола высотой $2h$ (рис. 1). Две консольные части длиной $2a$ закреплены на верхней панели. Одна из опор конструкции – неподвижный шарнир A , другая – подвижный шарнир B . Общее число стержней в ферме $\eta = 4n + 15$. Число внутренних узлов фермы $N = 2n + 9$. Ферма статически определимая. Расчет прогибов выполняется по формуле Максвелла – Мора. Усилия в стержнях вычисляются в аналитической форме в системе Maple методом вырезания узлов. Для этого стержни и узлы конструкции нумеруются, вводится система координат (рис. 2).

В программу расчета усилий, записанную на языке Maple, в циклах с параметрически заданной длиной вводятся координаты узлов и порядок соединения стержней в узлы.

$$\begin{aligned} x_1 &= -a/2, y_1 = 0, x_{n+3} = 3a/2, y_{n+3} = 0, \\ x_{i+1} &= 0, x_{i+n+3} = a, y_{i+1} = y_{i+n+3} = h(i+1), i = 1, \dots, n+1. \end{aligned}$$

Координаты вершины D : $x_{2n+5} = a/2, y_{2n+5} = y_{n+2} + 2h$.

Координаты вершин консолей:

$$\begin{aligned} x_{2n+6} &= -a, y_{2n+k} = y_{n+1}, k = 6, \dots, 9, \\ x_{2n+7} &= -2a, x_{2n+8} = 2a, x_{2n+9} = 3a. \end{aligned}$$

Структура решетки конструкции определяется номерами концов стержней, записанных в специальные списки вершин для каждого стержня отдельно:

$$\begin{aligned} V_i &= [i, i+1], V_{i+2n+4} = [i, i+n+3], \\ V_{i+3n+5} &= [i+n+2, i+1], i = 1, \dots, n+1, \\ V_{n+2} &= [n+2, 2n+5], \\ V_{i+n+2} &= [i+n+2, i+n+3], i = 1, \dots, n+2. \end{aligned}$$

Списки вершин неориентированные. Выбор начала и конца стержня не влияет ни на знак усилия, ни на его величину.

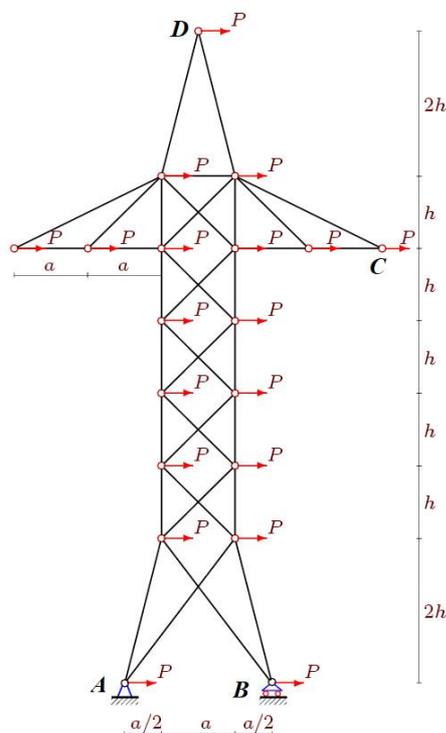


Рис. 1. Опора под действием ветровой нагрузки, $n=5$

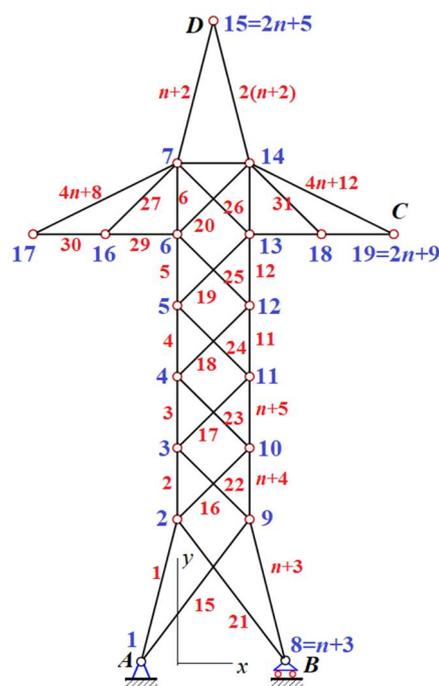


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней фермы

Значения усилий в трех нижних стержнях с подветренной стороны вычисляются также методом индукции в аналитической форме. Для этого по данным решения в символьной форме выписывается последовательность значений усилий для $n=1, \dots, 5$:

$$S_{n+3} = -77Pe / (16a), -29Pe / (4a), -161Pe / (16a), -53Pe / (4a), -269Pe / (16a), \dots$$

Специальные операторы системы Maple позволяют получить общий член этой последовательности:

$$S_{n+3} = -Pe(3n^2 + 30n + 44) / (16a),$$

где $e = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. При любом значении n эта величина отрицательная (сжатый нижний стержень на подветренной стороне). Аналогично находятся и другие зависимости:

$$S_{n+4} = -Ph(2n^2 + 6n - 27) / (2a),$$

$$S_{n+5} = -Ph(2n^2 + 10n + 1) / (2a).$$

Второй снизу стержень сжат, начиная с числа панелей $n=3$.

Зависимости реакций опор от числа панелей вычисляются также методом индукции:

$$X_A = (2n + 9)P, \quad Y_A = -Y_B = -Ph(n^2 + 10n + 12) / (2a).$$

Смещение вершины. Для определения горизонтального смещения вершины D можно воспользоваться формулой Максвелла – Мора в предположении, что жесткости EF всех стержней одинаковы: $\delta_D = \sum_{j=1}^n \frac{S_j s_j l_j}{EF}$, где E — модуль упругости стержней, F — площадь поперечных сечений, S_j — усилие в j -м стержне от действия ветровой нагрузки, l_j — его длина, s_j — усилие от единичной горизонтальной силы, приложенной к узлу D . Три опорные стержня приняты недеформируемыми и их усилия в сумму не входят.

Получены следующие выражения для смещения при разных n :

$$n = 1: \delta_D = P(2816a^3 + 6016c^3 + 603e^3 + 163f^3 + 10112h^3) / (256a^2EF),$$

$$n = 2: \delta_D = P(208a^3 + 928c^3 + 73e^3 + 12f^3 + 2176h^3) / (16a^2EF),$$

$$n = 3: \delta_D = P(3840a^3 + 25984c^3 + 2021e^3 + 237f^3 + 89472h^3) / (256a^2EF),$$

$$n = 4: \delta_D = P(272a^3 + 2464c^3 + 201e^3 + 19f^3 + 11872h^3) / (16a^2EF), \dots$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$, $f = \sqrt{9a^2 + 4h^2}$. Продолжая эту последовательность до $n=10$, можно получить общие члены последовательности коэффициентов в решении:

$$\delta_D = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 e^3 + C_4 f^3 + C_5 h^3) / (a^2 EF). \quad (1)$$

Операторы системы Maple из решения рекуррентных уравнений, составленных для последовательностей коэффициентов, дают следующие функции:

$$C_1 = 2n + 9,$$

$$C_2 = (9n^2 + 42n - 4) / 2,$$

$$C_3 = (9n^3 + 90n^2 + 232n + 272) / 256, \quad (2)$$

$$C_4 = (n^3 + 2n^2 + 16n + 144) / 256,$$

$$C_5 = (3n^4 + 32n^3 + 84n^2 + 58n + 60) / 6.$$

На графике 4 для примера при $a = 3\text{м}$ представлены зависимости безразмерного смещения $\delta'_D = EF\delta_D / (P_{sum}H)$ от числа панелей, где $P_{sum} = P(2n + 9)$ — суммарная ветровая нагрузка, $H = h(n+4)$ — высота опоры. На графике прослеживаются асимптоты решения: $\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_D / n^2 = h^2 / (4a^2)$. Интересен также факт пересечения кривых, свидетельствующий о неоднозначности решения при определенном числе панелей и высоте h .

Смещение опоры. От действия ветровой нагрузки правая подвижная опора B получает горизонтальное смещение. Расчет серии конструкций с разным числом панелей показывает, что общая форма зависимости смещения опоры от числа панелей имеет вид:

$$\delta_{B,x} = P(A_1 a^3 + A_2 c^3 + A_3 e^3 + A_4 f^3 + A_5 h^3) / (a^2 EF), \quad (3)$$

где коэффициенты определяются методом индукции из решения однородных линейных рекуррентных уравнений:

$$A_1 = 2(2n + 9), \quad A_2 = A_5 = 4n(2n + 9), \quad A_3 = A_4 = (2n + 9) / 8. \quad (4)$$

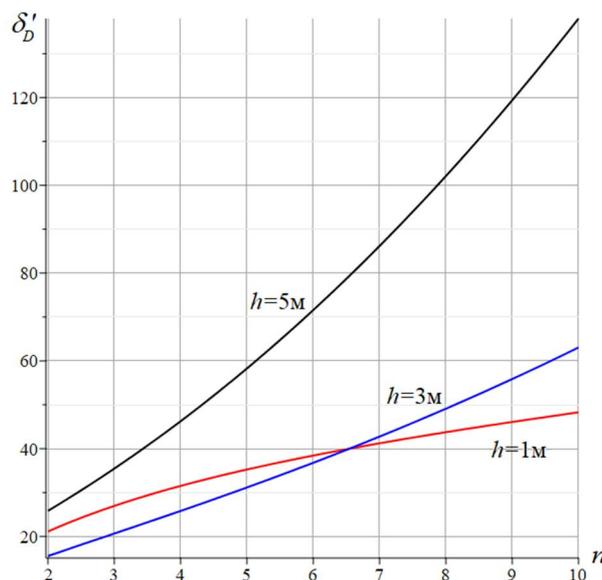


Рис. 4. Зависимость смещения вершины D от числа панелей

Рассмотренная модель конструкции позволяет также вывести формулу для горизонтального смещения опоры B от действия равномерно распределенной по узлам фермы *вертикальной* нагрузки интенсивностью P :

$$\delta_B = P(A_1 a^3 + A_2 c^3 + A_3 e^3 + A_4 f^3 + A_5 h^3) / (ahEF), \quad (5)$$

где методом индукции по данным расчета ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей получают коэффициенты:

$$\begin{aligned} A_1 &= (6n - 49(-1)^n + 21) / 4, \quad A_2 = 3(2n^2 + 7n - 8(-1)^n) / 2, \\ A_3 &= 3(2n + 7) / 32, \quad A_4 = (2n + 7) / 32, \\ A_5 &= (6n^2 + 17n - 12(-1)^n - 12) / 2. \end{aligned} \quad (6)$$

На рисунке 5 показано, как согласно полученной формуле (5) с коэффициентами (6) меняется безразмерный сдвиг $\delta'_B = EF\delta_B / (P_{sum}H)$. Характерны скачки на кривой,

уменьшающиеся с ростом числа панелей. Кривые имеют горизонтальные асимптоты:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \delta'_B = 3c^3 / (2h^2a).$$

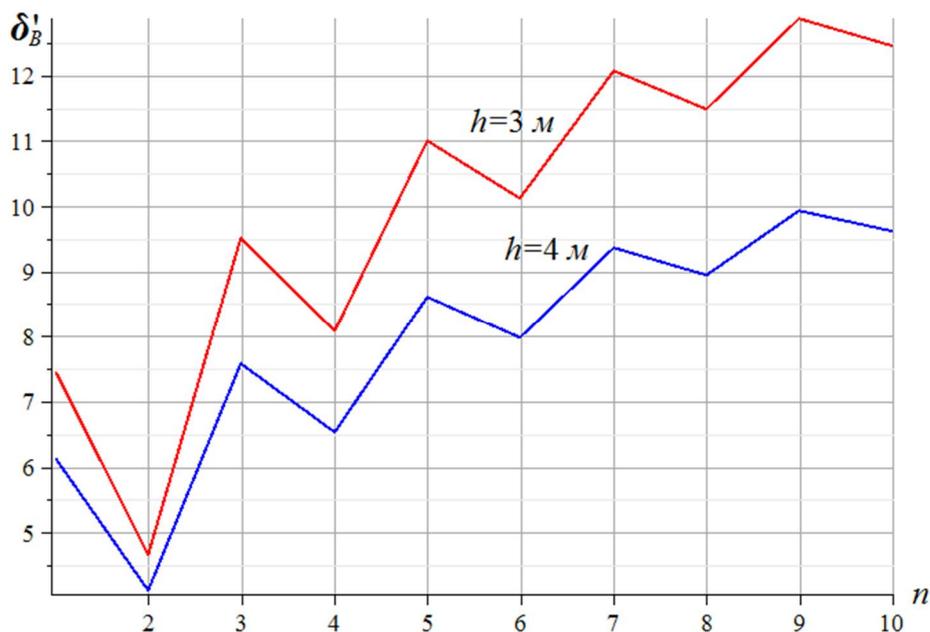


Рис. 5. Вертикальная нагрузка. Зависимость смещения опоры B от числа панелей, $a=3$ м

Заключение. Построена математическая модель деформаций плоской схемы опоры линии электропередач. Рассмотрена ветровая нагрузка и равномерно распределенная по узлам конструкции вертикальная нагрузка. Методом индукции в системе Maple выведены формулы зависимостей деформаций от числа панелей в конструкции. Найдены асимптотики решения. Замечена скачкообразная форма зависимости смещения опорного узла в основании от числа панелей.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 22-21-00473.

Библиографический список

1. Игнатъев В.А., Игнатъев А.В. Метод конечных элементов в форме классического смешанного метода строительной механики (теория, математические модели и алгоритмы). М.: Издательство АСВ, 2022. 306 с.
2. Vatin N.I., Sinelnikov A.S. Footway bridges: cold formed steel cross-section // Construction of Unique Buildings and Structures. 2012. 3(3). pp. 39–51. doi:10.18720/CUBS.3.5. URL: <https://unstroy.spbstu.ru/article/2012.3.5> (date of application: 17.04.2021)
3. Кирсанов М. Н., Воробьев О. В. Аналитические оценки деформаций и собственных частот опор линий электропередач // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. 2021. №. 4. С. 122-128.
4. Astakhov S.V., Kirsanov M.N., Vorobyev O.V. Formulas for calculating deformations of power line supports // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Ser. "International Science and Technology Conference "Earth Science", ISTC EarthScience 2022 – Chapter 4." 2022. С. 052008. DOI: 10.1088/1755-1315/988/5/052008
5. Кирсанов М.Н. Оценка частоты колебаний опоры линии электропередач // Вестник МЭИ. 2022. № 5. С. 150-156. DOI: 10.24160/1993-6982-2022-5-150-156

6. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
7. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
8. Петренко В.Ф. Оценка собственной частоты двухпролётной фермы с учетом жесткости опор // Строительная механика и конструкции. 2021. №4(31). С.16-25. doi 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
9. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // Construction of Unique Buildings and Structures; 2022; 101Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1
10. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. The structural performance of the periodic truss. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. 54(4). pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
11. Hutchinson, R.G., Fleck, N.A. Microarchitected cellular solids – The hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005. 85(9). pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
12. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle // Applied Mathematical Sciences. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.comhttp://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 17.06.2020).
13. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015 // Proceedings. 2015. pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.
14. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2021. №2 (29). С. 29–37.
15. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
16. Комерзан Е.В., Лушнов Н.А., Осипова Т.С. Аналитический расчет прогиба плоской шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2022. №2(33). С. 17-25. doi. 10.36622/VSTU.2022.33.2.002
17. Иваницкий А.Д. Формулы для расчета деформаций плоской рамы // Строительная механика и конструкции. 2022. №3(34).С.90-98. DOI 10.36622/VSTU.2022.34.3.007

References

1. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. Finite element method in the form of a classical mixed method of structural mechanics (theory, mathematical models and algorithms). Moscow: ASV Publishing House, 2022. 306 p.
2. Vatin N.I., Sinelnikov A.S. Footway bridges: cold formed steel cross-section. Construction of Unique Buildings and Structures. 2012. 3(3). pp. 39–51. doi:10.18720/CUBS.3.5. URL: https://unistroy.spbstu.ru/article/2012.3.5 (date of application: 04/17/2021)
3. Kirsanov M. N., Vorobyov O. V. Analytical estimates of deformations and natural frequencies of power transmission towers. Bulletin of the Moscow Power Engineering Institute. MPEI Bulletin. 2021. №. 4. pp. 122-128.

4. Astakhov S.V., Kirsanov M.N., Vorobyev O.V. Formulas for calculating deformations of power line supports // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. Cep. "International Science and Technology Conference "Earth Science", ISTC EarthScience 2022 - Chapter 4." 2022. pp. 052008. DOI: 10.1088/1755-1315/988/5/052008
5. Kirsanov M.N. Estimation of the frequency of oscillations of the power line support. Bulletin of MPEI. 2022. № 5. S. 150-156. DOI: 10.24160/1993-6982-2022-5-150-156
6. Kirsanov M., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
7. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
8. Petrenko V.F. Evaluation of the natural frequency of a two-span truss, taking into account the rigidity of the supports. Structural mechanics and structures. 2021. No. 4 (31). pp.16-25. doi 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
9. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // Construction of Unique Buildings and Structures; 2022; 101Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1
10. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006.54(4). pp. 756–782. doi:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
11. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids — The hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005.85(9). pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
12. Goloskokov D.P., Matrosov A.V. A Superposition Method in the Analysis of an Isotropic Rectangle. Applied Mathematical Sciences. 2016. 10(54). doi:10.12988/ams.2016.67211. URL: www.m-hikari.com/http://dx.doi.org/10.12988/ams.2016.67211 (date of application: 06/17/2020).
13. Goloskokov D.P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. pp. 382–385. doi:10.1109/SCP.2015.7342169.17.
14. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. Structural mechanics and structures. 2021. No. 2 (29). pp. 29–37.
15. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels. AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
16. Komerzan E.V., Lushnov N.A., Osipova T.S. Analytical calculation of the deflection of a flat truss truss with an arbitrary number of panels. Structural mechanics and structures. 2022. No. 2(33). pp. 17-25. doi. 10.36622/VSTU.2022.33.2.002
17. Ivanitskii A.D. Formulas for calculating deformations of a planar frame. Structural mechanics and structures. 2022. №3(34). pp. 90-98. DOI 10.36622/VSTU.2022.34.3.007

DEFORMATIONS OF A PLANAR MODEL OF A POWER TRANSMISSION TOWER TRUSS

M. N. Kirsanov¹, A.N. Maslov²

National Research University «MPEI»^{1,2}
Moscow, Russia

¹ Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

²Senior Lecturer of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel. : + 7(903)770-56-85, e-mail: maslovanton@list.ru

The object of the study is a rod model of a power line pole. The support is considered as a planar truss with an arbitrary number of panels in height. The formula for the dependence of the horizontal displacement of the top of the structure on the action of the wind load, simulated by horizontal forces evenly distributed over the nodes of the truss, is derived. The solution is sought in symbolic form using the Maple computer mathematics system and the induction method. The forces in the rods of a statically defined truss are sought by the method of cutting out nodes. Formulas for the dependence of forces in characteristic rods on the dimensions of the structure, loads and the number of panels are derived. The formula for the dependence of the magnitude of the horizontal displacement of the movable support under the action of wind and vertical load on the number of panels is derived. Asymptotics of solutions are obtained.

Keywords: planar truss, power transmission tower, analytical solution, wind load, Maple, asymptotics, support displacement

**ПРОДОЛЬНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО
СТЕРЖНЯ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ МАССАМИ**Х. П. Культербаев¹, М. М. Лафишева², Л. А. Барагунова³Северо-Кавказский центр математических исследований^{1,2}

Россия, г. Ставрополь

Кабардино-Балкарский государственный университет³

Россия, г. Нальчик

¹Д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник, тел.: +7(903)4943338, e-mail: kulthp@mail.ru²Канд. физ.-мат. наук, научный сотрудник, тел.: +7(928)7145227, e-mail: Lafishevamad@gmail.com³Старший преподаватель кафедры строительных конструкций и механики, тел.: +7(928)0756299, e-mail: baragunova@mail.ru

Постановка задачи. Аналитическим и численным методами решается задача о свободных колебаниях и вынужденных колебаниях однородного стержня как с учётом демпфирования, так и без демпфирования.

Результаты. Рассмотрены свободные и вынужденные колебания однородного стержня. Использована гипотеза плоских сечений. Механическая система состоит из участка с распределённой массой и двух сосредоточенных масс в верхнем и нижнем концах. Продольные колебания описаны дифференциальным уравнением в частных производных гиперболического типа, использован метод разделения переменных, применен численный метод конечных разностей. Перемещения сечений описаны как функция. Граничные условия приняты по условиям закрепления концов стержня. Решены конкретные примеры с численными данными. Найдены первые три собственных значения. Применены СНИПы. С помощью таблицы вычислений показано эффективное влияние коэффициента жёсткости основания на собственные частоты, найдены собственные формы колебаний.

Выводы. Учёт демпфирования необходим для рассмотрения случайных колебаний, так как их спектр содержит частоты весьма широкого диапазона, что делает вероятными резонансные или околорезонансные явления. Задача о свободных колебаниях легко решается с помощью метода конечных разностей и вычислительного комплекса Matlab. Собственные значения легко определяются путём построения высокоточного графика кривой аналитико-графическим методом.

Ключевые слова: свободные колебания, однородный стержень, постоянное сечение, модуль упругости, плотность материала, площадь поперечного сечения, уравнение колебаний, гипотеза плоских сечений, статическая и динамическая части перемещений, дифференциальное уравнение, граничные условия, метод разделения переменных, дискретная область, равномерная сетка с шагом, система алгебраических уравнений, собственные векторы, вынужденные гармонические колебания, сейсмические и техногенные возмущения, узкополосные случайные процессы, характерная частота.

Введение

Однородный стержень (рис. 1) постоянного сечения из материала с модулем упругости E , с погонной массой $m = \rho S$, где ρ – плотность материала, S – площадь поперечного сечения, несёт на верхнем конце дискретную массу M и совершает свободные колебания в продольном направлении. Выведем уравнение колебаний. Будем полагать, что гипотеза плоских сечений справедлива, поперечными перемещениями частицы массы (иначе – изгибными колебаниями стержня) будем пренебрегать. Основанием этого служит важная причина, состоящая в том, продольные колебания являются наиболее опасными для строительных сооружений, находящихся вблизи эпицентра землетрясений.

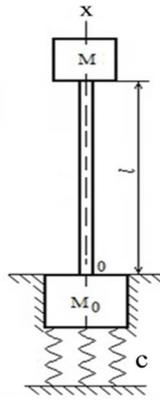


Рис. 1. Расчетная схема

Перемещения сечений описываются функцией $u(x, t)$. Они состоят из статической и динамической частей. Статическая часть, составляющая малую долю общих отклонений, образуется от собственного веса и вычисляется легко методами сопротивления материалов. Поэтому далее они не будут рассматриваться.

Часто расчётная схема вертикального стержня, предназначенного для установки оборудования, представляется как механическая система, состоящая из участка с распределённой массой и двух сосредоточенных масс в верхнем и нижнем концах.

Рассмотрим вертикальный однородный стержень (рис. 1) постоянного сечения, длины l из материала с модулем упругости E , с плотностью материала ρ , площадью поперечного сечения S , несущий на верхнем и нижнем концах дискретные массы M и M_0 и опирающийся на упругое основание с коэффициентом постели c . Некоторые аспекты проблемы их колебаний представлены в работах [1-7].

Рассмотрению подлежат свободные и вынужденные колебания как с учётом демпфирования, так и без него. Учёт демпфирования необходим для рассмотрения случайных колебаний, так как их спектр содержит частоты весьма широкого диапазона, что делает вероятными резонансные или околорезонансные явления.

Свободные колебания. Известно, что продольные колебания описываются дифференциальным уравнением в частных производных гиперболического типа

$$\ddot{u} - a^2 u'' = 0, \quad a^2 = E/\rho, \quad x \in (0, l), \quad t > -\infty. \quad (1)$$

Расчётная схема даёт граничные условия, вытекающие из условий закрепления концов стержня

$$bu'(0, t) - M_0 \ddot{u}(0, t) - cu(0, t) = 0, \quad b = ES. \quad (2)$$

$$bu'(l, t) - M \ddot{u}(l, t) = 0, \quad t > -\infty \quad (3)$$

Решение задачи (1) - (3) запишем с помощью метода разделения переменных как произведение

$$u(x, t) = X(x) e^{i\omega t}, \quad (4)$$

где $X(x)$, ω – собственная форма и частота колебаний. Подстановка (4) в (1)-(3) даёт

$$(i\omega)^2 X - a^2 X'' = 0, \quad x \in (0, l). \quad (5)$$

$$bX'(0) + \omega^2 M_0 X(0) - cX(0) = 0, \quad bX'(l) - \omega^2 M X(l) = 0. \quad (6)$$

Задача (5), (6) далее решается с помощью метода конечных разностей [8–12]. Его выбор обоснован тем, что алгоритм и программы, получаемые при этом, легко адаптируются к колебаниям стержней переменного сечения. С этой целью вместо непрерывной области определения переменной x введём дискретную область lh в виде узлов равномерной сетки с шагом h

$$l_h = \{x_i = (i - 1)h, h = l/(n - 1), i = 1, 2, \dots, n, \}$$

где n – количество узлов сетки. Значения функции и производных заменим приближёнными значениями в узлах сетки с точностью $O(h^2)$ и получим алгебраическое уравнение в матрично-векторной форме

$$A(\omega)X = 0. \quad (7)$$

Здесь A – квадратная матрица порядка n , $X = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}^T$ – транспонированный вектор, компонентами которого являются перемещения стержня в узлах сетки.

Система уравнений (7) имеет тривиальное решение $X \equiv 0$, что соответствует статической задаче и не представляет интереса в данном случае. Ненулевые решения могут существовать при условии, что определитель матрицы A равен нулю, т. е.

$$\det(A(\omega)) = 0. \quad (8)$$

Характеристическое уравнение (8) является алгебраическим уравнением относительно ω и имеет множество корней мощности n . Можно обойтись без составления этого уравнения, пользуясь возможностью построения высокоточного графика функции $\det(A(\omega))$, например, в среде вычислительного комплекса Matlab [14]. Точки пересечения графика оси ω определяют значения собственных частот.

Далее задача состоит в том, чтобы найти собственные векторы X_k ($k=1, 2, 3, \dots, n$) матрицы A , представляющие собственные формы колебаний. Их можно определить хорошо известными методами линейной алгебры матриц. Заметим при этом, что собственные векторы определяются с точностью до множителя.

Пример 1

На рис. 1 представлен стержень из стальной трубы длиной $l=20$ м, диаметром $D=108$ мм и с толщиной стенки $\delta=4,71$ мм. Он опирается на фундамент с массой $M_0=16000$ кг. Коэффициент постели основания $c=2 \cdot 10^6$ Н/м³. Верхняя несомая масса $M=7000$ кг. Требуется определить первые три собственных значения.

Решим задачу аналитикографическим методом. В среде вычислительного комплекса Matlab получены первые три собственных значения

$$\omega = \{9,22; 56,21; 798,79\} c^{-1},$$

первые две из которых показаны на рис. 2.

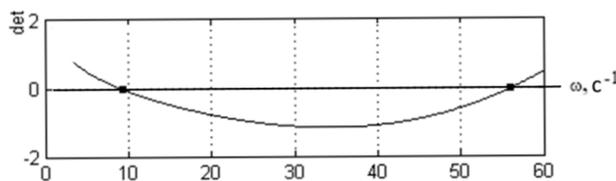


Рис. 2. Первая и вторая собственные частоты

Первая и вторая собственные частоты попадают в зону обычно доминирующих частот сейсмических воздействий. Поэтому они представляют существенную опасность, которую необходимо учитывать при проектировании такого сооружения. Обсудим этот вопрос подробнее.

Для определения динамических нагрузок статическая нагрузка умножается на коэффициент динамичности β , который определяется по специальному графику из «СП 14.13330.2014 Строительство в сейсмических районах» (рис. 3). Сплошная линия относится к грунтам I, II категории по сейсмическим свойствам, пунктирная линия – к грунтам III категории.

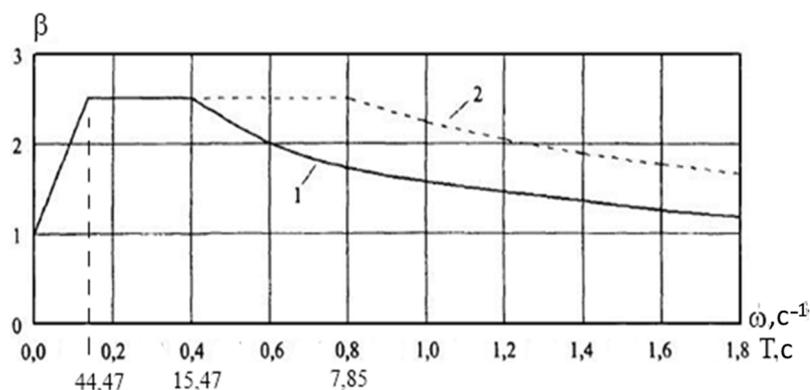


Рис. 3. Коэффициент динамичности β

Определим положение трёх характерных точек $T=0,14; 0,4; 0,8$ в терминах угловой частоты ω . Воспользуемся формулой $\omega = 2\pi/T$ и получим

$$\omega = \{7,85; 15,71; 44,47\} \text{ с.}$$

Эти частоты дополнительно отмечены на рис. 3 и подтверждают риски, связанные с первыми двумя собственными частотами.

С целью выведения собственных частот из опасных зон сейсмического риска проведены вычисления с изменёнными параметрами стержня, результаты которых даны в таблице.

Зависимость собственных частот от параметров

№№	$l, \text{ м}$	$M, \text{ т}$	$M_0, \text{ т}$	$c, \text{ кН/м}$	$\omega_1, \text{ с}^{-1}$	$\omega_2, \text{ с}^{-1}$	$\omega_3, \text{ с}^{-1}$
1	20	7	16	2000	9,22	56,21	798,79
2	25	7	16	2000	9,19	50,32	639,80
3	20	10	16	2000	8,64	50,24	798,00
4	20	7	20	2000	8,53	54,36	798,58
5	20	7	16	1000	6,54	56,03	798,82
6	20	7	16	3000	11,25	56,39	798,82
7	20	7	16	100	2,07	55,87	798,82
8	20	7	16	10	0,65	55,86	798,82
9	20	7	10	2000	10,65	61,46	799,54

Из таблицы видно, что наиболее эффективное влияние на собственные частоты оказывает изменение коэффициента жёсткости c основания под фундаментом (см. строки 5, 7, 8).

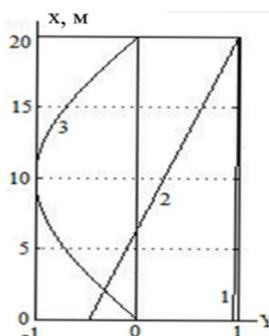


Рис. 4. Собственные функции

Получен эффект, когда динамический коэффициент для первой собственной частоты снизился почти до единицы. Этот пример показывает, что путём подходящего подбора

Пример 2

Возьмём стержень, рассмотренный выше в примере 1. Дополнительно к исходным данным добавим амплитуду кинематических возмущений $v_0=10$ см.

Результаты вычислений представлены графиками $X(x)$ рис. 4, построенными при значениях частот возмущений

$$\omega = \{0,1; 3,5; 52; 55; 798,73\} \text{ с}^{-1}.$$

Характер кривых существенным образом зависит от расположения ω внутри спектра собственных частот

$$\omega_k = \{9,22; 56,21; 798,79\} \text{ с}^{-1}.$$

Из анализа кривых рис. 5 следует, что при частотах возмущений $\omega < \omega_k$ (прямые 1, 2) формами колебаний являются почти прямые линии, отклонения концов стержня с сосредоточенными массами синфазные, движения происходят по первой форме системы из двух дискретных масс. В этих случаях деформации и нормальные напряжения в сечениях будут малы. При росте частоты возмущений амплитуды колебаний $X(x)$ (прямые 1, 2) формами колебаний являются почти прямые линии, отклонения концов стержня с сосредоточенными массами синфазные, движения происходят по первой форме системы из двух дискретных масс. В этих случаях деформации и нормальные напряжения в сечениях будут малы. При росте частоты возмущений амплитуды колебаний $X(x)$ уменьшаются, колебания происходят по второй форме колебаний дискретных систем (прямые 3, 4), движения становятся антифазными. При этом деформации, следовательно, и напряжения, будут увеличиваться.

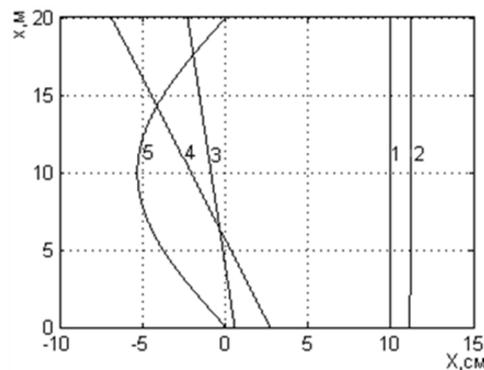


Рис. 5. Амплитуды колебаний

Далее колебания концов при $\omega > \omega_k$ (прямые 3, 4) становятся противофазными. При приближении ω к ω_3 форма кривой становится близкой к синусоиде (кривая 5). Во всех случаях линии $X(x)$ по форме сходны с собственными функциями, изображёнными на рис. 3.

Выводы

1. Учёт демпфирования необходим для рассмотрения случайных колебаний, так как их спектр содержит частоты весьма широкого диапазона, что делает вероятными резонансные или околорезонансные явления.
2. Задача о свободных колебаниях легко решается с помощью метода конечных разностей и вычислительного комплекса Matlab.
3. Собственные значения легко определяются путём построения высокоточного графика кривой аналитико-графическим методом.

Работа выполнена в Северо-Кавказском центре математических исследований в рамках соглашения № 075-02-2023-938 с Министерством науки и высшего образования Российской Федерации

Библиографический список

1. Культербаев Х.П. Кинематически возбуждаемые колебания континуально-дискретной многопролётной балки // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – №4(2). – С. 198-200.
2. Культербаев Х.П. Колебания вертикальной стойки переменного сечения при гармонических и случайных векторных возмущениях // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сб. докл. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2015. – С. 2181-2184.
3. Бабаков И.М. Теория колебаний. – М.: Наука, 1968. – 560 с.
4. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1979. – 416 с.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и её инженерные приложения. – М.: Высш. шк., 2000. – 383 с.
6. Хрущёва И.В. Основы математической статистики и теории случайных процессов: учеб. пособие. – СПб.: Издательство «Лань», 2009. – 336 с.
7. Kulterbaev Kh.P., Shogenova M.M., Baragunova L.A. On the Influence of the Characteristic Frequency and Broadband of Seismic Effects on the Vertical Rod Oscillations. International science and technology conference "FarEastCon-2019" IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 753 (2020) 042040. IOP Publishing. DOI:10.1088/1757-899X/753/4/042040.
8. Формалёв В.Ф., Ревизников Д.Л. Численные методы. – Изд. 2-е. – М.: Физматлит, 2006. – 400 с.
9. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.
10. Ильин В.П., Карпов В.В., Масленников А.М. Численные методы решения задач строительной механики. – М.: Изд-во АСВ; СПб.: СПбГАСУ, 2005. – 425 с.
11. Караманский Т.Д. Численные методы строительной механики. – М.: Стройиздат, 1981. – 436 с.
12. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. – М.: Наука, 1989. – 432 с.
13. СП 14.13330.2014 Строительство в сейсмических районах.
14. Культербаев Х.П., Джанкулаев А.Я. Введение в Matlab. – Нальчик: КБГУ, 2006. – 57с.

References

1. Kulterbaev Kh.P. Kinematically excited vibrations of a continuous-discrete multi-span beam. Bulletin of the Nizhny Novgorod University named after N.I. Lobachevsky. Proceedings of the X Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics. No. 4. Part 2. 2011. Pp. 198-200.
2. Kulterbaev Kh.P. Oscillations of a vertical rack of variable cross section under harmonic and random vector perturbations. XI Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics: collection of reports. Kazan: Kazan University Press, 2015. Pp. 2181-2184.
3. Babakov I.M. Theory of vibrations. M.: Nauka, 1968. 560 p.
4. Biderman V.L. Applied theory of mechanical oscillations. M.: Higher School, 1979. 416 p.
5. Ventzel E.S., Ovcharov L.A. Theory of random processes and its engineering applications. M.: Higher school, 2000. 383 p.
6. Khrushcheva I.V. Fundamentals of Mathematical Statistics and Theory of Stochastic Processes. St. Petersburg: Publishing house "Lan", 2009. 336 p.

7. Kulterbaev Kh.P., Shogenova M.M., Baragunova L.A. On the Influence of the Characteristic Frequency and Broadband of Seismic Effects on the Vertical Rod Oscillations. International Science and Technology Conference "FarEastCon-2019" IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 753 (2020) 042040. IOP Publishing. DOI:10.1088/1757-899X/753/4/042040.
8. Formalev V.F., Reviznikov D.L. Numerical methods. 2nd Ed. Moscow. Fizmatlit, 2006. 400 p.
9. Verzhbitsky V.M. Fundamentals of numerical methods. M.: Higher school, 2002. 840 p.
10. Ilyin V.P., Karpov V.V., Maslennikov A.M. Numerical methods for solving problems of structural mechanics. M.: Publishing house ASV. St. Petersburg: SPbGASU, 2005. 425 p.
11. Karamansky T.D. Numerical methods of structural mechanics. M.: Stroyizdat, 1981. 436 p.
12. Samarsky A.A., Gulin A.V. Numerical methods. Moscow: Nauka, 1989. 432 p.
13. SP 14.13330.2014 Construction in seismic regions.
14. Kulterbaev Kh.P., Dzhanakulaev A.Ya. Introduction to Matlab. Nalchik: KBSU, 2006. 57 p.

LONGITUDINAL OSCILLATIONS OF A VERTICAL ROD WITH CONCENTRATED MASSES

Kh. P. Kulterbaev¹, M. M. Lafisheva² L. A., Baragunova³

North Caucasus Center for Mathematical Research^{1,2}
Russia, Stavropol
Kabardino-Balkarian State University³
Russia, Nalchik

¹ Dr. of Technical Sciences, Leading Researcher, Tel.: +7(903)4943338, e-mail: kulthp@mail.ru

² PhD of Physical and Mathematical Sciences, Researcher, Tel.: +7(928)7145227, e-mail: Lafishevamad@gmail.com

³ Assistant Professor of the Department of Building Structures and Mechanics, Tel.: +7(928)0756299, e-mail: baragunova@mail.ru

Problem statement. The problem of free vibrations and forced vibrations of a homogeneous rod is solved by analytical and numerical methods, both with and without damping.

Results. Free and forced vibrations of a homogeneous rod are considered. The hypothesis of flat sections is used. The mechanical system consists of a section with a distributed mass and two concentrated masses at the upper and lower ends. Longitudinal oscillations are described by a partial differential equation of hyperbolic type. The method of separation of variables was used. The numerical method of finite differences is applied. Section displacements are described as a function. Boundary conditions are taken according to the conditions for fixing the ends of the rod. Specific examples with numerical data are solved. The first three eigenvalues are found. SNiPs have been applied. With the help of the calculation table, the effective influence of the foundation stiffness factor on natural frequencies is shown. Eigenmodes of vibrations are found.

Conclusions. Consideration of damping is necessary to consider random oscillations, since their spectrum contains frequencies of a very wide range, which makes resonant or near-resonant phenomena probable. The problem of free vibrations is easily solved using the finite difference method and the Matlab computing complex. Eigenvalues are easily determined by constructing a high-precision graph of the curve using the analytic-graphical method.

Keywords: free vibrations, homogeneous rod, constant section, modulus of elasticity, material density, cross-sectional area, oscillation equation, plane section hypothesis, static and dynamic parts of displacements, differential equation, boundary conditions, variable separation method, discrete domain, uniform grid with step, system of algebraic equations, eigenvectors, forced harmonic oscillations, seismic and technogenic disturbances, narrow-band random processes, characteristic frequency.

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ЗАВИСИМОСТИ ПЕРВОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ФЕРМЫ РАМНОГО ТИПА ОТ ЧИСЛА ПАНЕЛЕЙ

М. Н. Кирсанов¹, Л. Льюнг Конг²

Национальный исследовательский университет «МЭИ»^{1,2}
Россия, г. Москва

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

²Студент, тел.: +7 (917) 633-24-68, e-mail: luongcongluan96@gmail.com

Рассматривается плоская модель шарнирно опертой рамной фермы. Масса балочной фермы равномерно распределяется по ее узлам. Каждый узел имеет две степени свободы в плоскости построения. Матрица жесткости статически заданной конструкции определяется по формуле Максвелла–Мора. Для оценки первой собственной частоты использовался метод Донкерлея. Индивидуальные решения для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей обобщаются на произвольный случай методом двойной индукции по числу панелей в прогоне и количеству панелей в несущих боковых частях фермы. Обобщение ряда решений ферм с разным числом панелей на общий случай производится по индукции в математической системе обозначений Maple. Аналитическая зависимость сравнивается с численным решением задачи о спектре собственных частот фермы. Результаты показали, что с увеличением количества панелей как в балках, так и в боковых стойках точность аналитической оценки возрастает.

Ключевые слова: регулярная плоская ферма, аналитическое решение, индукция, Maple, собственная частота, метод Донкерлея.

Введение. Характерным свойством кронштейнов ферменного типа является их малая материалоемкость, простота монтажа, обслуживания и транспортировки. Поэтому такой тип конструкции широко применяется в строительстве, машиностроении, авиационной технике, судостроении. В решениях задач динамики конструкции расчет собственной частоты колебаний является одной из первоочередных задач. Первая, самая низкая частота имеет особое значение для практики. Как правило, для ее нахождения рассматривается весь спектр частот колебаний конструкции. В общем случае эта задача решается численно [1]–[6]. Простую аналитическую нижнюю границу для первой частоты можно получить с помощью метода Донкерлея [7]–[10]. В этом подходе задача о собственных значениях матрицы податливости заменяется простым вычислением ее следа. Такой подход особенно эффективен в задачах, где самая низкая частота заметно отличается от остальных. Обычно для плоских ферменных конструкций метод Рэлея [11] дает более высокую оценку первой собственной частоты. Но для этого метода требуется удачный подбор формы колебаний по первой частоте. Хотя точность метода Донкерлея ниже, он намного проще и удобнее, чем метод Рэлея, поскольку не требует начальной оценки формы колебаний. Для регулярных структур с симметрией и периодичностью решетки метод Донкерлея в сочетании с методом индукции не только дает аналитическое решение для основной частоты, но и находит зависимость решения от порядка регулярности конструкции. В обычных фермах этот порядок равен количеству панелей. Общие задачи о регулярных статически определимых

фермах изучались в [12]. Впервые о существовании статически определенных ферм было заявлено в работах Hutchinson R.G. и Fleck N.A. [13]–[15]. Алгоритмы расчета прогиба регулярных плоских ферм на основе индуктивного метода с поддержкой операторами системы компьютерной математики Maple использовались в [16]–[18]. Существуют некоторые аналитические решения [19], [20] для прогиба плоских регулярных ферм в системе Maple. Зависимость величины прогиба фермы от количества панелей в системе Maple была получена в [21], [22].

Схема конструкции. Рассматриваемая ферма представляет собой плоскую симметричную ферму, содержащую $2n$ панелей в ригеле и m панелей в каждой из несущих боковых частей (рис. 1). Ферма имеет три подвижных шарнирных опоры и одну неподвижную опору. Длина фермы $L = 2a(2n + 3)$. Вся масса фермы условно сосредоточена в $K = 4n + 4m + 9$ узлах конструкции, за исключением четырех опорных узлов. Ферма содержит $\eta = 8n + 8m + 18$ стержней. В это число также входят пять стержней, моделирующие опоры. С помощью системы уравнений равновесия узлов можно получить замкнутую систему уравнений для усилий в стержнях и реакций опор. Это необходимо для решения задачи о собственных частотах колебаний в аналитическом виде.

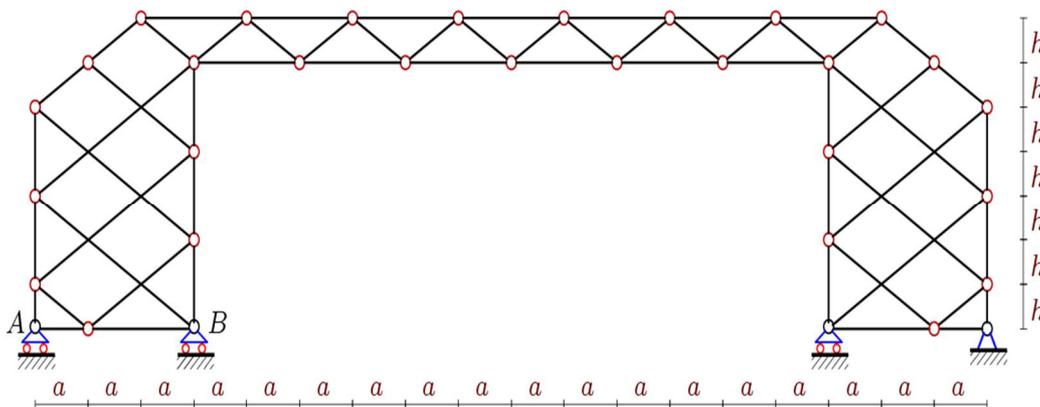


Рис. 1. Ферма, $n = 3$, $m = 3$.

Координаты узлов и порядок соединения стержней конструкции вводятся в программу так же, как в дискретной математике задаются ребра и вершины плоского графа. Нумерация стержней и узлов дана на рис. 2. Представлен специально упорядоченный список количества вершин концов соответствующих стержней. Программа ввода координат в систему Maple имеет вид:

```
> for i to m do x[i]:=3*a; y[i]:=2*h*i-2*h;
>           x[i+2*n+1+m]:=3*a+4*n*a;
>           y[i+2*n+m+1]:=-2*h*i+2*m*h;
>           x[i+2*n+3+2*m]:=0; y[i+2*n+2*m+3]:=2*h*i-h;
>           x[i+4*n+3*m+7]:=4*n*a+6*a;
>           y[i+4*n+3*m+7]:=-2*h*i+2*m*h+h;
> end:
> for i to 2*n+1 do x[i+m]:=2*a*i+a; y[i+m]:=2*m*h; end:
> x[2*n+2+2*m]:=a; y[2*n+2*m+2]:=0:
> x[2*n+3+2*m]:=0; y[2*n+2*m+3]:=0:
> x[2*n+4+3*m]:=a; y[2*n+3*m+4]:=2*m*h:
> for i to 2*n+2 do x[i+2*n+4+3*m]:=2*a*i; y[i+2*n+4+3*m]:=2*m*h+h; end:
> x[4*n+7+3*m]:=4*n*a+5*a; y[4*n+7+3*m]:=2*m*h:
```

- > $x[4*n+4*m+8]:=4*n*a+6*a$; $y[4*n+4*m+8]:=0$;
- > $x[4*n+4*m+9]:=4*n*a+5*a$; $y[4*n+4*m+9]:=0$;

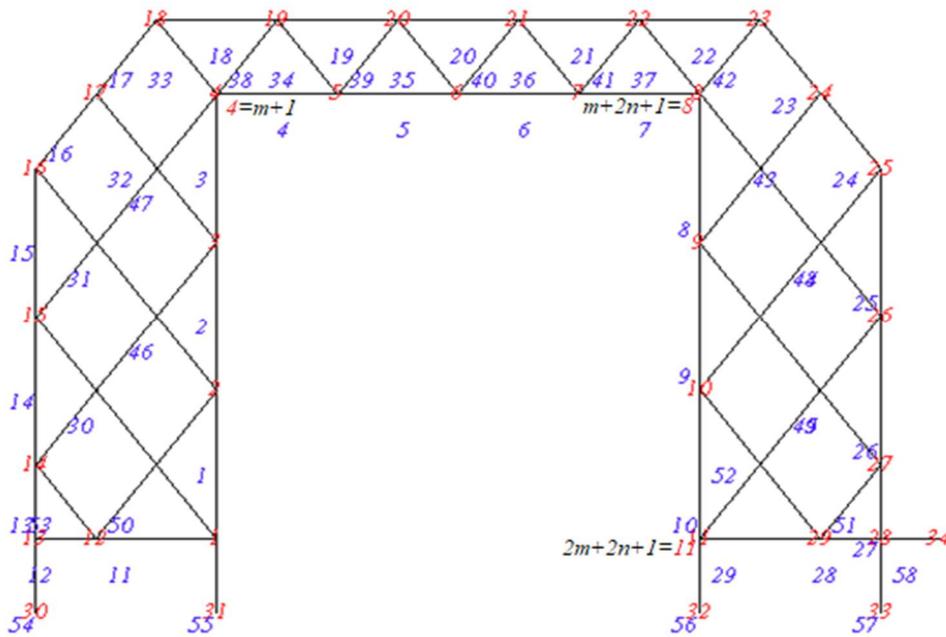


Рис. 2. Нумерация стержней и узлов, $m = 3$, $n = 2$. Опоры моделируются стержнями

Метод Донкерлея. Нижняя оценка первой частоты колебаний получается по формуле Донкерлея:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{i=1}^K \omega_i^{-2} \quad (1)$$

где ω_p — парциальные частоты, рассчитанные для каждой массы отдельно.

Для расчета парциальных частот составляем уравнение движения массы:

$$m\ddot{y}_p + D_p y_p = 0, \quad p = 1, 2, \dots, K. \quad (2)$$

Коэффициент жесткости D_p , обратный к коэффициенту податливости, вычисляется по формуле Максвелла - Мора:

$$\delta_p = 1 / D_p = \sum_{\alpha=1}^n (S_{\alpha}^{(p)})^2 l_{\alpha} / (EF). \quad (3)$$

Фактически в такой постановке вычисляются только диагональные элементы матрицы B_K . Из формулы Донкерлея при $y_p = A_p \sin(\omega t + \varphi)$ следует $\omega_p = \sqrt{D_p / m}$. Отсюда имеем выражение для частоты по Донкерлею:

$$\omega_D^{-2} = m \sum_{p=1}^K \delta_p = m \Delta_n. \quad (4)$$

Для получения зависимости решения от числа панелей $2n$ в ригеле и числа панелей m в опорных частях требуется двойная индукция. Для этого сначала при $m = 1$ по данным решений для последовательности ферм с $n = 1, 2, 3, \dots$ получается общая формула, затем та же

процедура повторяется для $m = 2, 3, 4, \dots$. Ряд решений, полученных при различных m , обобщается на произвольный случай. При $m = 1$ имеем следующее решение для суммы, соответствующей вертикальным колебаниям:

$$\begin{aligned} n = 1 : \Delta_{(1,1)} &= (390a^3 + 166c^3 + 571h^3) / (16EFh^2), \\ n = 2 : \Delta_{(1,2)} &= (7948a^3 + 1140c^3 + 2603h^3) / (64EFh^2), \\ n = 3 : \Delta_{(1,3)} &= (73490a^3 + 4458c^3 + 6891h^3) / (144EFh^2), \\ n = 4 : \Delta_{(1,4)} &= (390168a^3 + 12680c^3 + 14203h^3) / (256EFh^2), \\ n = 5 : \Delta_{(1,5)} &= (1457310a^3 + 29390c^3 + 25307h^3) / (400EFh^2), \\ &\dots \end{aligned}$$

С помощью системных операторов Maple вычисляются общие члены полученной последовательности коэффициентов при степенях размеров фермы: a^3 , c^3 , h^3 , где $c = \sqrt{h^2 + a^2}$. Из формулы следует, что зависимость прогиба от числа панелей и размеров конструкции имеет вид:

$$\Delta_n = (C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / (h^2 EF), \quad (5)$$

где коэффициенты имеют вид:

$$\begin{aligned} C_{1,1} &= (256/45)n^6 + (8/9)n^4 + 12n^3 + (244/45)n^2 + (3/8)n, \\ C_{1,2} &= (8/3)n^4 + (79/12)n^2 + (9/8)n, \\ C_{1,3} &= 8n^3 + 45/2n^2 + 7/2n + 27/16. \end{aligned}$$

Аналогично, если $m = 2$, коэффициенты имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} C_{2,1} &= (256/45)n^6 + (8/9)n^4 + 32n^3 + (1793/90)n^2 + n, \\ C_{2,2} &= (8/3)n^4 + (209/6)n^2 + 3n, \\ C_{2,3} &= (40/3)n^3 + 79n^2 + 65/12n + 15/2. \end{aligned}$$

Продолжаем этот процесс дальше и последовательно находим коэффициенты при $m = 3, 4, \dots$ обобщая формулы для коэффициентов в (5) на произвольное число m :

$$\begin{aligned} C_1 &= (256n^5/45 + 8n^3/9 - 20p\sqrt{3}n^2/3 + 52qn^2/3 + 92n^2/3 - 29\sqrt{3}pn/6 + 53qn/6 + 769n/45 - \\ &\quad - 5\sqrt{3}p/24 + 13q/24 + 23/24)n, \\ C_2 &= n(504nm + 316n + 128n^3 + 138 - 60\sqrt{3}np + 156nq - 168\sqrt{3}npt + 78q - 30\sqrt{3}p + 168nq)/48, \\ C_3 &= 14qn^2m/3 + 19qnm/6 - 5\sqrt{3}p/16 + 13q/16 + 23/16 + 4m^2n^2 + 70n^2m/3 + 16n^3m/3 + 17nm/3 + \\ &\quad + 19qn/4 + 13qm/8 + 13qn^2/6 - \sqrt{3}pnm/2 - 5\sqrt{3}pn^2/6 + 53\sqrt{3}pn/36 - 5\sqrt{3}pm/8 + 41n^2/6 - \\ &\quad - 14\sqrt{3}pn^2m/3 + n/3 + 23m/3 + 8n^3/3, \end{aligned}$$

где обозначено: $p = \sin(2m\pi/3)$, $q = \cos(2m\pi/3)$.

Окончательное выражение зависимости нижней границы первой частоты от геометрических параметров конструкции, включая количество панелей в ригеле и несущих боковых фермах, имеет вид:

$$\omega_D = h \sqrt{\frac{EF}{m(C_1 a^3 + C_2 b^3 + C_3 h^3)}}, \quad (6)$$

Для проверки результата все преобразования можно провести в обратном порядке: сначала провести индукцию по числу панелей m , затем по n .

Численное решение. Для иллюстрации выведенной зависимости частоты собственных колебаний от числа панелей методом Донкерлея и для оценки точности аналитического решения первую частоту спектра находим численно. С помощью специального оператора *Eigenvalues* из пакета *LinearAlgebra* в системе Maple вычисляются собственные значения и векторы матрицы. Для рассматриваемой фермы приняты размеры: $m = 5$, $a = 4$ м, $h = 3$ м. Площадь поперечного сечения стержней решетки и опорных стержней принимается одинаковой: $F = 9$ см². Модуль упругости стали $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, массы в узлах $m = 150$ кг. На рис. 3 показаны кривые зависимости первой (основной) частоты свободных колебаний фермы, полученной аналитически и численно.

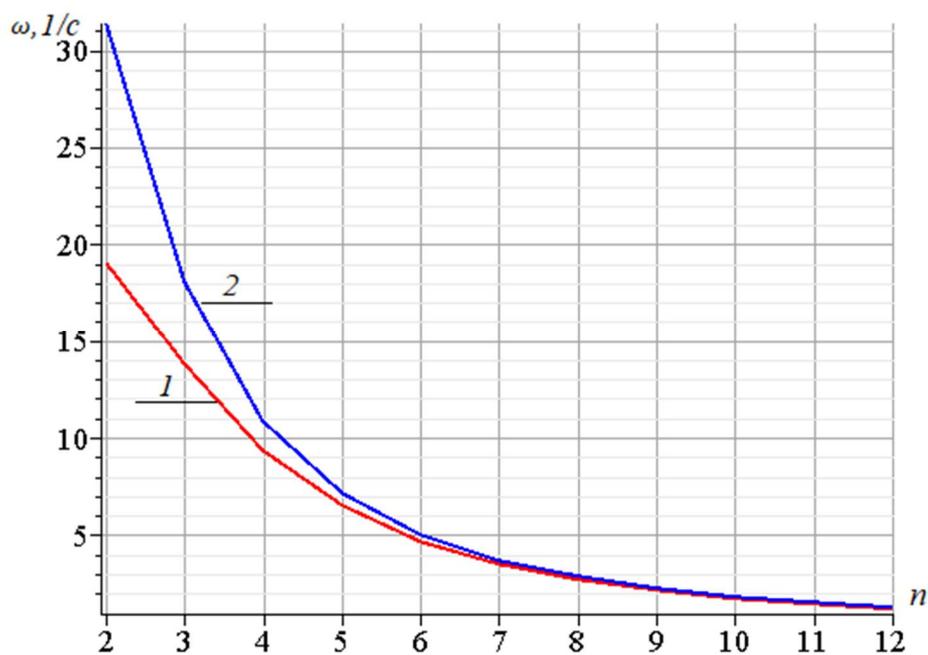


Рис. 3. Сравнение аналитического решения с численным.

1 – первая частота колебаний фермы ω_D и её нижняя оценка по Донкерлею при $a = 4$ м, $h = 3$ м ; 2 – частота ω_1 , полученная численно

Можно сделать вывод, что аналитическая зависимость, полученная методом Донкерлея, очень близка к численному решению. При этом, чем больше панелей в ригеле, тем меньше погрешность, полученная по формуле (6). Чем ниже высота фермы, тем меньше получается погрешность. Начиная с определенного количества панелей n , в рассматриваемом случае с выбранными размерами при $n > 5$ погрешность принимает вполне допустимые для приближенного решения значения.

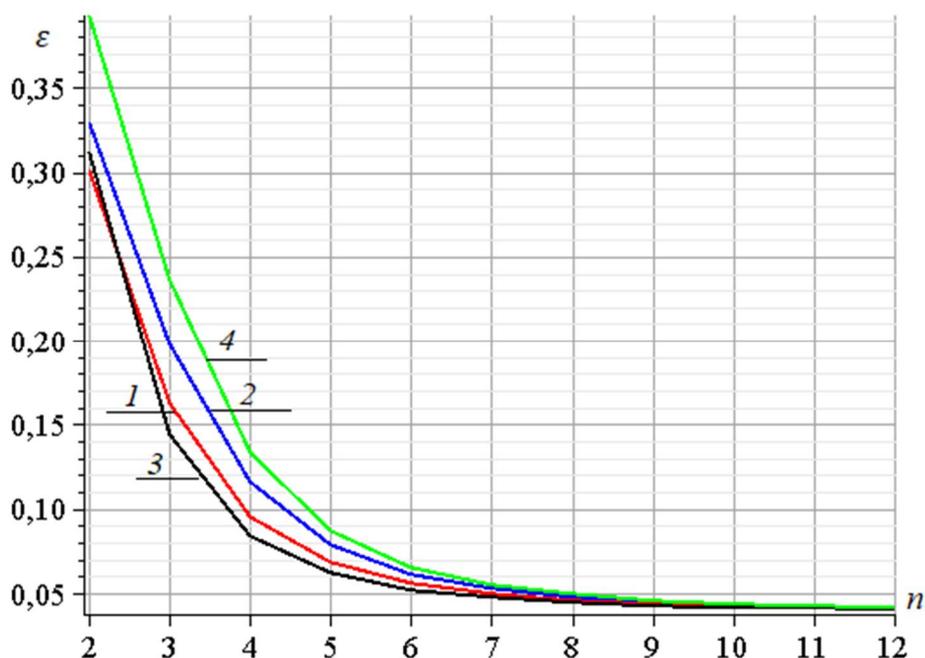


Рис. 4. погрешность оценки Донкерля в зависимости от количества панелей
 1 – $m = 2$, 2 – $m = 3$, 3 – $m = 4$, 4 – $m = 5$

Если ввести безразмерную величину погрешности $\varepsilon = (\omega_1 - \omega_D) / \omega_1$, то оценить полученное решение можно точнее. В любом случае погрешность полученной формулы невелика. Для выбранных расчетных характеристик это значение не превышает 39%. Наибольшая погрешность полученной оценки обнаруживается при малом количестве m панелей каркаса по высоте.

Заключение. В работе разработана простая модель статически определимой рамы с произвольным числом панелей. По проведенным результатам можно сделать следующие выводы:

1. Полученная формула расчета частоты по методу аппроксимации Донкерля достаточно сложна, но имеет хорошую точность при большом количестве панелей фермы.
2. Сравнение с численным решением показало, что найденное аналитическое решение имеет хорошую точность в зависимости от количества панелей.

Библиографический список

1. Imam, Boulent M., Righiniotis, Timothy D. Fatigue evaluation of riveted railway bridges through global and local analysis // Journal of Constructional Steel Research. 2010. №11. Pp. 1411-1421.
2. Ватин Н.И., Иванов А.Ю., Рутман Ю.Л., Черногорский С.А. Оптимизация конструкций сейсмостойких сооружений по экономическому критерию // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 8(76). С. 77–93.
3. Popova M, Sergeev M, Lukina A, Shunqi M. Strength and deformability of lightweight metal trusses with elements from cut I-beams // IOP conference series: materials science and engineering. 2020. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/896/1/012061>.
4. Khodzhaev D., Abdikarimov R., Vatin N. Nonlinear oscillations of a viscoelastic cylindrical panel with concentrated masses // MATEC web of conferences. 2018. №.245. EDP Sciences.

5. Beskhyroun S., Mikami S., Oshima T. Nondestructive damage detection scheme for steel bridges // *Journal of applied mechanics*. 2006. №4. Pp. 63-74.
6. Shu Q., Huang Z., Yuan G., Ma W., Ye S., Zhou, J. Impact of wind loads on the resistance capacity of the transmission tower subjected to ground surface deformations // *Thin-walled structures*. 2018. 131. Pp. 619-630.
7. Low K. H. A modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses // *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000. 42(7). Pp. 1287-1305.
8. Vorobyev O., Kirsanov M. Dependence of the first natural frequency of the trussed frame on the number of panels: Analytical solution. In *AIP Conference Proceedings*. 2023. No1(2612). Pp. 040005. AIP Publishing LLC.
9. Kirsanov M., Luong C. Natural frequency spectra of spatial structure // *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 106 Article No 10604. doi: 10.4123/CUBS.106.04
10. Петренко В.Ф. Оценка собственной частоты двухпролётной фермы с учетом жесткости опор // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №4(31). С.16-25. DOI 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
11. Kirsanov M, Ivanitskii A. Bilateral Analytical Estimation of the Natural Oscillation Frequency of a Planar Triangular truss // *AlfaBuild*. 2023. 26. Article No 2601. doi: 10.57728/ALF.26.1
12. Кирсанов М.Н., Льюнг К. Л. Прогиб и нижняя граница основной частоты собственных колебаний балочной фермы // *Строительная механика и конструкции* 2022. №4(35). С. 24-33. doi. 10.36622/VSTU.2022.35.4.003
13. Hutchinson R. G., Fleck N. A. The structural performance of the periodic truss // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756-782.
14. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – The hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208
15. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels // *Vestnik MGSU*. 2020; (4): 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
16. Sud, I. B. Derivation of formulas for deflection of the girder truss with an arbitrary number of panels in the Maple system. *Structural Mechanics and Structures*. 2020. 2(25). Pp. 25-32.
17. Voropay R. A., Domanov, E. V. Analytical solution of the problem of shifting a movable support of a truss of arch type in the Maple system // *Постулат*, 2019. 1.
18. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2021. №2 (29). С. 29-37.
19. Plyushin A.S. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame // *Строительная механика и конструкции*. 2019. 22(3). Pp. 29–38. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=41201106>.
20. Kitaev S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple // *Postulat*. 2018. 5(1). Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477>.
21. Комерзан Е.В., Лушнов Н.А., Осипова Т.С. Аналитический расчет прогиба плоской шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // *Строительная механика и конструкции*. 2022. №2(33). С. 17-25. doi. 10.36622/VSTU.2022.33.2.002

22. Kirsanov M., Luong C.L. Frequency spectrum of natural oscillations of the spatial structure of the rod pyramid // Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 107 Article No 10702. doi: 10.4123/CUBS.107.2

References

1. Imam, Boulent M., Righiniotis, Timothy D. Fatigue evaluation of riveted railway bridges through global and local analysis. *Journal of Constructional Steel Research*. 2010. №11. Pp. 1411-1421.
2. Vatin N.I., Ivanov A.Yu., Rutman Yu.L., Chernogorskiy S.A. Earthquake engineering optimization of structures by economic criterion. *Magazine of Civil Engineering*. 2017. No. 8(76). Pp. 77–93.
3. Popova M, Sergeev M, Lukina A, Shunqi M (2020) Strength and deformability of lightweight metal trusses with elements from cut I-beams. In: IOP conference series: materials science and engineering. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/896/1/012061>.
4. Khodzhaev D., Abdikarimov R., Vatin N. Nonlinear oscillations of a viscoelastic cylindrical panel with concentrated masses. In *MATEC web of conferences*. 2018. №. 245. EDP Sciences.
5. Beskhyroun S., Mikami S., Oshima T. Nondestructive damage detection scheme for steel bridges. *Journal of applied mechanics*. 2006. №4. Pp. 63-74.
6. Shu Q., Huang Z., Yuan G., Ma W., Ye, S., Zhou, J. Impact of wind loads on the resistance capacity of the transmission tower subjected to ground surface deformations. *Thin-walled structures*. 2018. 131. Pp. 619-630.
7. Low K. H. A modified Dunkerley formula for eigenfrequencies of beams carrying concentrated masses. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2000. 42(7). Pp. 1287-1305.
8. Vorobyev O., Kirsanov M. Dependence of the first natural frequency of the trussed frame on the number of panels: Analytical solution. In *AIP Conference Proceedings*. 2023. No1(2612). Pp. 040005. AIP Publishing LLC.
9. Kirsanov M., Luong C. Natural frequency spectra of spatial structure. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2023. 106 Article No 10604. doi: 10.4123/CUBS.106.04
10. Petrenko V.F. Evaluation of the natural frequency of a two-span truss, taking into account the rigidity of the supports. *Structural mechanics and structures*. 2021. No. 4(31). Pp.16-25. DOI 10.36622/VSTU.2021.31.4.002
11. Kirsanov M., Ivanitskii A. Bilateral Analytical Estimation of the Natural Oscillation Frequency of a Planar Triangular truss. 2023. *AlfaBuild*. Volume 26 Article No 2601. doi: 10.57728/ALF.26.1
12. Kirsanov M.N., Luong K.L. Deflection and lower limit of the main frequency of natural oscillations of a beam truss. *Structural mechanics and structures*. 2022. No. 4(35). Pp. 24-33. doi. 10.36622/VSTU.2022.35.4.003.
13. Hutchinson R. G., Fleck N. A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. 54(4). Pp. 756-782.
14. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – The hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Zeitschrift fur Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. 85(9). Pp. 607–617. doi:10.1002/zamm.200410208.
15. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjucs D.O. Calculation of deformations of a flat truss model of a cantilever-frame type with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. 15(4). Pp. 510-517.

16. Sud I. B. Derivation of formulas for deflection of the girder truss with an arbitrary number of panels in the Maple system. *Structural Mechanics and Structures*. 2020. 2(25). Pp. 25-32.
17. Voropay R. A., Domanov, E. V. Analytical solution of the problem of shifting a movable support of a truss of arch type in the Maple system. 2019. *Postulat*, 1.
18. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2021. No. 2 (29). Pp. 29-37.
19. Ilyushin A.S. The formula for calculating the deflection of a compound externally statically indeterminate frame. *Structural mechanics and structures*. 2019. 22(3). Pp. 29–38. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=41201106>.
20. Kitaev S.S. Derivation of the formula for the deflection of a cantilevered truss with a rectangular diagonal grid in the computer mathematics system Maple. *Postulat*. 2018. 5(1). Pp. 43. URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1477>.
21. Komerzan E.V., Lushnov N.A., Osipova T.S. Analytical calculation of the deflection of a planar truss with an arbitrary number of panels. *Structural mechanics and structures*. 2022. №2(33). Pp. 17-25. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.002.
22. Kirsanov M., Luong C.L. Frequency spectrum of natural oscillations of the spatial structure of the rod pyramid; 2023; *Construction of Unique Buildings and Structures*; 107 Article No 10702. doi: 10.4123/CUBS.107.2

ANALYTICAL SOLUTION OF THE DEPENDENCE OF THE FIRST NATURAL FREQUENCY OF THE FRAME TRUSS ON THE NUMBER OF PANELS

M. N. Kirsanov¹, L. Luong Cong²

National Research University «MPEI»^{1,2}

Moscow, Russia

¹Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, Tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

²Student, Tel.: +7 (917) 633-24-68; e-mail: luongcongluan96@gmail.com

A planar models of a hinged frame truss is considered. The mass of the beam truss is evenly distributed over its nodes. Each node has two degrees of freedom in the construction plane. The stiffness matrix of a statically given structure is determined by the Maxwell-Mohr formula. The Dunkerley method was used to estimate the first natural frequency. Individual solutions for trusses with a successively increasing number of panels are generalized to an arbitrary case by double induction on the number of panels in the run and the number of panels in the load-bearing sides of the truss. The generalization of a number of truss solutions with a different number of panels to the general case is carried out by induction in the Maple mathematical notation. The analytical dependence is compared with the numerical solution for the problem of the natural frequency spectrum of the truss. It is shown that with an increase in the number of panels both in the beams and in the side posts, the accuracy of the analytical estimate increases.

Key words: regular flat truss, analytical solution, induction, Maple, natural frequency, Dunkerley method.

РАЦИОНАЛЬНАЯ КОНФИГУРАЦИЯ ДВУХСТОЕЧНОЙ ШПРЕНГЕЛЬНОЙ БАЛКИ

А. В. Мищенко^{1,2}, С. А. Потапова³

Новосибирское высшее военное командное ордена Жукова училище¹
Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)^{2,3}
Россия, г. Новосибирск

¹Д-р техн. наук, заведующий кафедрой общепрофессиональных дисциплин; ²профессор кафедры строительной механики, тел.: +7(383)2663380, e-mail: mavr59@ngs.ru;

³Студентка строительного факультета, тел.: +7(996)9151644, e-mail: s.potapova@sibstrin.ru.

Рассматривается задача оптимизации параметров расчетной схемы шпренгельной балки с использованием критерия минимума потенциальной энергии упругой деформации (ПЭД). Варьируются параметры геометрической конфигурации, отношения жесткостных характеристик балки и элементов шпренгельной системы. Запись основных соотношений и постановка оптимизационной задачи выполнены в относительных безразмерных величинах с использованием в качестве ограничений-равенств изопериметрических соотношений для варьируемых параметров. Графически показаны поверхности ПЭД для шпренгельных систем различной относительной высоты при варьировании относительных жесткостей элементов системы. Оптимальным значениям параметров системы отвечают точки минимума поверхностей ПЭД. На численном примере показано, что критерий равной нагруженности балки и шпренгельной цепи, критерий минимума массы системы и энергетический критерий приводят к одинаковой конфигурации системы.

Ключевые слова: шпренгельная балка, оптимальная конфигурация системы, энергетический критерий, минимум потенциальной энергии деформации, прочность шпренгельной балки.

Введение

Шпренгельные конструкции относятся к классу комбинированных систем, образованных сочетанием частей, различающихся по характеру их работы под нагрузкой. В шпренгельной балке основным конструктивным элементом является изгибаемая балка, а в качестве дополнительных – выступают элементы шпренгельной цепи, работающие на растяжение (сжатие), введение которых имеет цель повышения несущей способности основной конструкции. Данный эффект достигается путем создания посредством шпренгельной системы дополнительных деформируемых псевдоопорных устройств для изгибаемого элемента.

Шпренгельные системы широко используются в большепролетных конструкциях покрытий промышленных, спортивных и других зданий [1 – 3], а также при усилении существующих конструкций [4, 5].

Особенностью статически неопределимых шпренгельных балок является их чувствительность к выбранной конфигурации расчетной схемы и характеризующим ее параметрам. В частности, это относится к отношению жесткостей изгибаемых элементов и усиливающих их шпренгелей. В случае отступления от рационального отношения жесткостей в сторону уменьшения жесткости шпренгелей наблюдается перерасход материала на балку, а в противном случае балка становится недогруженной.

При традиционном решении оптимизационной задачи в конструкции назначается набор варьируемых параметров (ВП), подлежащих определению по условию минимума целевой функции при наличии ограничений [6, 7], отражающих требования норм

проектирования. Наряду с варьируемыми параметрами в конструкции также присутствуют и общие параметры конфигурации расчетной схемы, неизменяемые в ходе оптимизации. Как правило, они назначаются согласно техническому заданию либо с использованием экспертных рекомендаций и опыта проектирования.

В данной статье рассматривается двухэтапная методика решения проектной (в том числе – оптимизационной – задачи). На первом этапе выполняется определение общих параметров конфигурации системы на основе физически обоснованного энергетического подхода. На втором этапе организуется оптимизационная процедура при варьировании оставшихся параметров системы по критерию минимума целевой функции с применением проектных ограничений по прочности, жесткости, устойчивости, выносливости и др.

Выделение дополнительного этапа, предшествующего оптимизационному, повышающего эффективность оптимизационной процедуры, выполнялось также и в [8].

Хорошие результаты для комплексной оценки возникающих в конструкции полей внутренних усилий и деформаций дает интегральный энергетический критерий минимума потенциальной энергии деформации (ПЭД)

$$W \rightarrow \min .$$

Чем меньше величина потенциальной энергии деформации системы, тем эффективнее она сопротивляется заданным внешним воздействиям. Данный критерий широко применяется в задачах оптимального проектирования [9 – 12] и позволяет выявлять рациональные геометрические формы и топологию конструкции, величины относительных геометрических и физических параметров соединительных (опорных) устройств [6, 7, 13]. В ряде случаев варьирование параметров соединительных устройств является наименее затратным и без трудоемкого изменения формы и размеров конструктивных элементов способно обеспечить реализацию более выгодного с точки зрения принятых расчетных критериев напряжено-деформируемого состояния.

Постановка задачи. На рис. 1 представлена расчетная схема комбинированной системы шпренгельной балки.

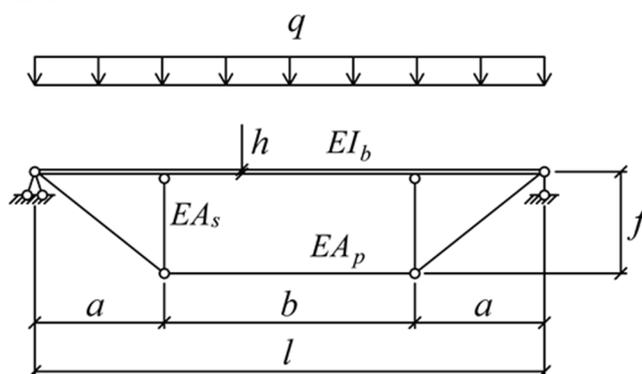


Рис. 1. Расчетная схема шпренгельной балки

Общие варьируемые параметры конфигурации сгруппируем в вектор

$$P = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n] . \quad (1)$$

В качестве них принимаются отношения жесткостных характеристик шпренгельной системы, ее относительная высота, длина панелей и ряд других.

Энергию деформации линейно-упругой стержневой системы с параметрами (1), содержащей n элементов, запишем в виде

$$W(P) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} M_j(P) \kappa_j(P) dx_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} N_j(P) \varepsilon_{0j}(P) dx_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} Q_j(P) \gamma_{0j}(P) dx_j \quad (2)$$

с использованием обобщенных деформаций осевой линии – кривизны κ_j , продольной деформации ε_{0j} , осредненного поперечного сдвига γ_{0j} в j -м стержне (участке балки). В общем случае структурно неоднородного стержня сложной конфигурации они могут быть найдены по соотношениям, приведенным в [14]. В частном случае призматических стержней при использовании центральных осей обобщенные деформации принимают известный вид и находятся через соответствующие усилия M_j, N_j, Q_j

$$\kappa_j = \frac{M_j}{EI_j}, \quad \varepsilon_{0j} = \frac{N_j}{EA_j}, \quad \gamma_{0j} = k_\tau \frac{Q_j}{GA_j}. \quad (3)$$

Усилия в элементах статически неопределимой системы запишем с точностью до одной неизвестной реакции R – распора шпренгельной системы

$$M_j(x, R, P), \quad N_j(x, R, P), \quad Q_j(x, R, P). \quad (4)$$

Реакцию R целесообразно определить из уравнения совместности, записанного с использованием энергетического подхода в форме теоремы Кастильяно

$$\Delta_R = \frac{\partial W(R, P)}{\partial R} = 0. \quad (5)$$

Окончательное выражение ПЭД получим после подстановки в (2) деформаций (3) и усилий (4), записанных с учетом найденной по условию (5) реакции R .

Искомому решению задачи соответствует набор варьируемых параметров системы (1), доставляющий минимум функции ПЭД (2). Отметим одну важную особенность данной постановки. При некорректном варьировании параметров (1) минимум целевой функции (2) может отсутствовать. Это зависит от способа варьирования размеров поперечных сечений элементов или связанных с ними жесткостными характеристиками элементов. Так, например, очевидна разница в двух следующих способах варьирования продольных жесткостей сечения EA_1, EA_2 :

$$\text{а) } EA_1 = EA_0, \quad EA_2 = pEA_0,$$

$$\text{б) } EA_1 = (1-p)EA_0, \quad EA_2 = pEA_0.$$

В отличие от способа (б) принятие способа (а), как правило, дает монотонную функцию ПЭД и не позволяет установить рациональное отношение жесткостей.

В данной постановке следует использовать специальные изопериметрические условия-ограничения, отражающие постоянство некоторой физической величины: стоимости или объема материала конструкции [12] или обобщенную характеристику жесткости системы, распределяемую между элементами системы (см. способ «б»). В связи с этим жесткость балки EI_b и жесткость элементов нижнего пояса EA_p может быть задана соотношениями

$$EI_b = (1-p_1)D, \quad EA_p = p_1 \frac{D}{h^2} \quad (6)$$

через обобщенную жесткость D , имеющую размерность изгибной жесткости. В этом случае варьирование безразмерного управляющего параметра $p_1 \in [0, 1]$ приводит к изменению жесткостей системы в физически полном диапазоне их возможных отношений

$$\frac{EI_b}{EA_p h^2} = \frac{1-p_1}{p_1} \in [0, \infty), \quad (7)$$

включая предельное вырождение каждой из частей.

Численное исследование. Рассмотрим шпренгельную балку (рис. 1), загруженную равномерно распределенной вертикальной нагрузкой q .

Для удобства анализа результатов перейдем к безразмерным относительным величинам размеров, координат, реакций связей, усилий и энергии деформации. Обозначая их с помощью верхнего начерка над символом исходной размерной величины, введем следующие соотношения

$$\bar{x}_j = \frac{x_j}{l_j}, \quad [\bar{M}, \bar{N}, \bar{Q}, \bar{R}] = \left[\frac{M}{ql^2}, \frac{N}{ql}, \frac{Q}{ql}, \frac{R}{ql} \right], \quad \bar{W} = \frac{D}{q^2 l^5} W.$$

Кроме них используем: $k_h = h/l$ – относительную высоту сечения балки, $k_G = G/E$ – относительный модуль сдвига, $k_i = i_z/h$, $i_z = \sqrt{I_z/A}$ – относительный и абсолютный радиусы инерции поперечного сечения балки, $k_f = f/l$ – относительную высоту шпренгельной системы, $k_a = a/l$ – относительную длину крайних панелей.

Варьирование основного фактора – отношения жесткостей балки и шпренгельного пояса – выполним на основе соотношений (6). При этом жесткость стоек шпренгельной системы зададим как долю от жесткости пояса $EA_c = p_2 EA_p$. Добавляя параметры конфигурации k_a , k_f , получим вектор варьируемых параметров

$$P = [p_1 \ p_2 \ k_a \ k_f].$$

С использованием введенных геометрических параметров выражения продольной и сдвиговой жесткости сечения балки запишутся в виде

$$EA_b = \frac{EI_b}{k_i^2 k_h^2 l^2}, \quad GA_b = \frac{k_G EI_b}{k_i^2 k_h^2 l^2}. \quad (8)$$

Тогда с учетом (8) выражение ПЭД примет вид

$$W = \frac{q^2 l^5}{D} (\bar{W}_b + \bar{W}_{sp}), \quad \bar{W}_{sp} = \frac{1}{2p_1} \sum_{j \in J_p} \bar{N}_j^2 \bar{l}_j + \frac{1}{2p_1 p_2} \sum_{j \in J_s} \bar{N}_j^2 \bar{l}_j,$$

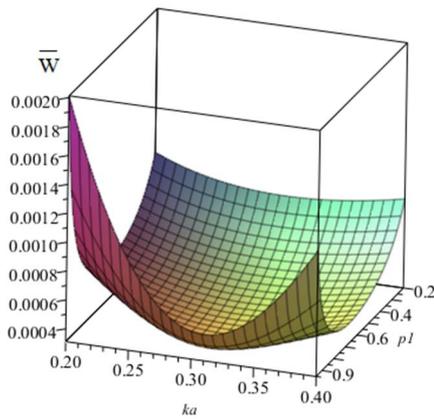
$$\bar{W}_b = \frac{1}{2(1-p_1)} \sum_{j \in J_b} \left(\int_{l_j} \bar{M}_j^2 d\bar{x}_j + k_i^2 k_h^2 \int_{l_j} \bar{N}_j^2 d\bar{x}_j + \frac{k_\tau}{k_G} k_i^2 k_h^2 \int_{l_j} \bar{Q}_j^2 d\bar{x}_j \right).$$

Здесь W_b , W_{sp} – энергия балочной и шпренгельной частей конструкции, J_b , J_p , J_s – группы номеров участков балки, элементов шпренгельного пояса и стоек соответственно.

Дальнейшее решение выполним в среде *Maple*, пренебрегая в балке деформациями сдвига и сжатия. Записав усилия в элементах системы в форме (4), применив процедуру (5), получим выражение ПЭД $\bar{W}(p_1, p_2, k_a, k_f)$. Рассмотрим влияние на нее различных групп параметров.

На рис. 2 показана поверхность ПЭД $\bar{W}(p_1, k_a)$ в зависимости от основного параметра p_1 , управляющего отношением жесткостей, и безразмерной длины крайних панелей k_a . При этом для остальных параметров приняты фиксированные значения: $p_2 = 1,0$; $k_f = 0,3$; $k_i = 0,5$; $k_h = 0,05$.

а)



б)

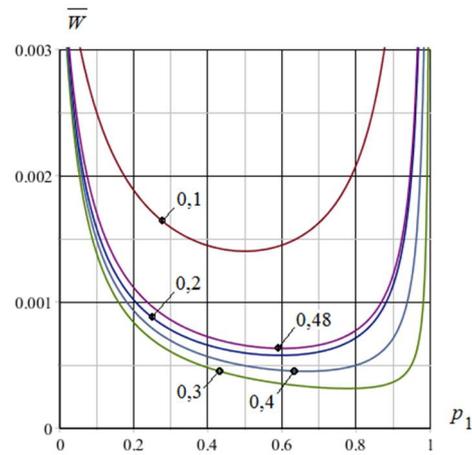


Рис. 2. Поверхность ПЭД $\bar{W}(p_1, k_a)$ (а);
графики ПЭД $\bar{W}(p_1)$ при $k_a = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,48$ (б)

Поверхность имеет сложную нецилиндрическую вогнутую форму. На рис. 2, б показаны ее сечения плоскостями $k_a = \text{const}$. Изменение основного параметра p_1 оказывает значительное влияние на величину энергии деформации (графики «б»). При $p_1 \rightarrow 0$, согласно (б) происходит вырождение шпренгельной части и система трансформируется в одиночную балку при значительном расхождении ПЭД. Противоположный случай $p_1 \rightarrow 1$ приводит к вырождению балки – то есть элемента, непосредственно воспринимающего нагрузку q . В этом случае имеем неограниченный рост ПЭД $\bar{W} \rightarrow \infty$.

Влияние параметра $k_a \in (0; 0,5)$ менее выражено, однако также должно учитываться. Точке минимума функции $\bar{W}(p_1, k_a)$ в двухпараметрической задаче отвечают значения $k_a = 0,30, p_1 = 0,76$.

Далее на рис. 3 показано влияние на величину ПЭД $\bar{W}(p_1, k_f)$ основного параметра p_1 и безразмерной высоты системы k_f . Остальные параметры зафиксированы на уровне: $p_2 = 1,0; k_a = 0,3; k_i = 0,5; k_h = 0,05$.

Основные особенности поверхности «а» и графиков «б» принципиально такие же, как и в предыдущем случае. Отметим, что неограниченный рост ПЭД $\bar{W} \rightarrow \infty$ наблюдается в случае $p_1 \rightarrow 1$ и при вырождении высоты системы $k_f \rightarrow 0$, последнее происходит по причине неограниченного роста усилий в нижнем поясе шпренгельной части.

Энергетически оптимальной конфигурации в задаче $\bar{W}(p_1, k_f) \rightarrow \min$ отвечают значения $k_f = 0,31, p_1 = 0,76$.

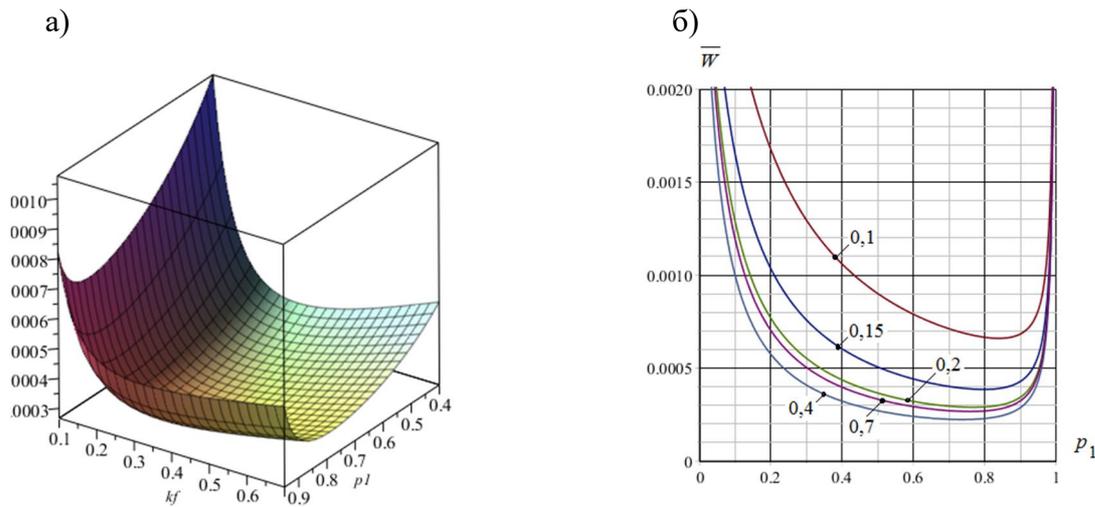


Рис. 3. Поверхность ПЭД $\bar{W}(p_1, k_f)$ (а);
 графики ПЭД $\bar{W}(p_1)$ при $k_f = 0,1; 0,15; 0,2; 0,4; 0,7$ (б)

На втором этапе решения рассмотрим применение проектных критериев. Оценку прочности балки выполним по нормальным напряжениям (что не умаляет качественную достоверность сделанных выводов), а для элементов шпренгелей – по прочности и устойчивости

$$\sigma = \frac{|M_b|_{max}}{W_z} \leq R, \quad \sigma = \frac{|N_p|_{max}}{A} \leq R, \quad \sigma = \frac{|N_s|_{max}}{\phi A} \leq R. \quad (9)$$

Здесь W_z – момент сопротивления сечения балки, A – площадь поперечного сечения элементов шпренгелей, R – расчетное сопротивление материала, ϕ – коэффициент продольного изгиба.

Для схемы на рис. 1 примем следующие данные: $q = 20$ кН/м, $l = 6$ м, $R = 235$ Мпа, $k_f = 0,2$, $k_a = 0,3$, $k_h = 0,0233$, $p_2 = 1$. Поперечное сечение шпренгельных элементов – круг диаметром d , балка выполнена из прямоугольной трубы с параметрами: $\alpha = b/h = 0,25$, $t = 3$ мм. Геометрические характеристики сечения балки определим по приближенным зависимостям

$$A = 2th(1 + \alpha), \quad I_z = \frac{th^3}{6}(1 + 3\alpha), \quad W_z = \frac{th^2}{3}(1 + 3\alpha).$$

Выполнив расчет усилий в системе при произвольном значении p_1 , вычислим по критериям прочности (устойчивость шпренгельных стоек обеспечена) требуемую площадь сечений шпренгелей A и момента инерции сечения балки I . Их безразмерные графики показаны на рис. 4, 5 линиями ABC. По мере роста p_1 происходит увеличение продольных усилий (и требуемой площади A) в шпренгелях при одновременном снижении изгибающих моментов в балке (и требуемых характеристик W_z и I_z). На графике ABC (рис. 5) точкой отмечено значение p_1 , при котором происходит смена опасного сечения в балке ($x = k_a l; 0,5l$).

Видно, что после $p_1 \approx 0,5$ изменение усилий и геометрических параметров A , I являются незначительными. Участки графиков BC отражают стабилизацию усилий.

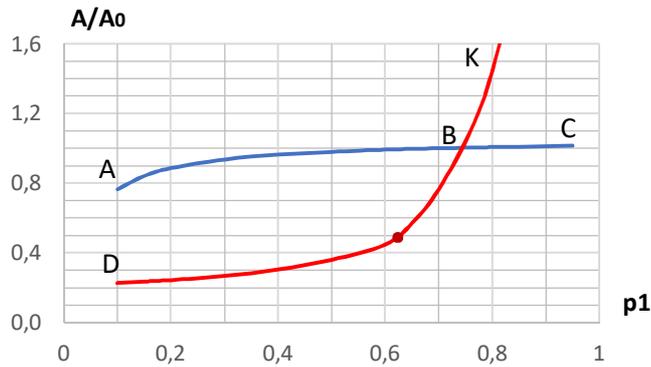


Рис. 4. Расчетные площади A поперечного сечения шпренгельных элементов. ABC – по критерию прочности, DK – по соотношению (7) в зависимости от момента инерции сечения балки I

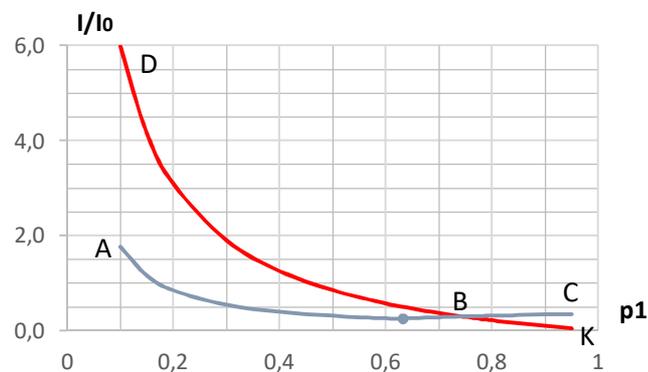


Рис. 5. Расчетные моменты инерции I сечения балки. ABC – по критерию прочности, DK – по соотношению (7) в зависимости от площади сечения шпренгельных элементов A

Серия графиков $M(x)$ на рис. 6, построенных при значениях $p_1 = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,7; 0,76; 0,8; 0,9$, показывает трансформацию эпюр изгибающих моментов.

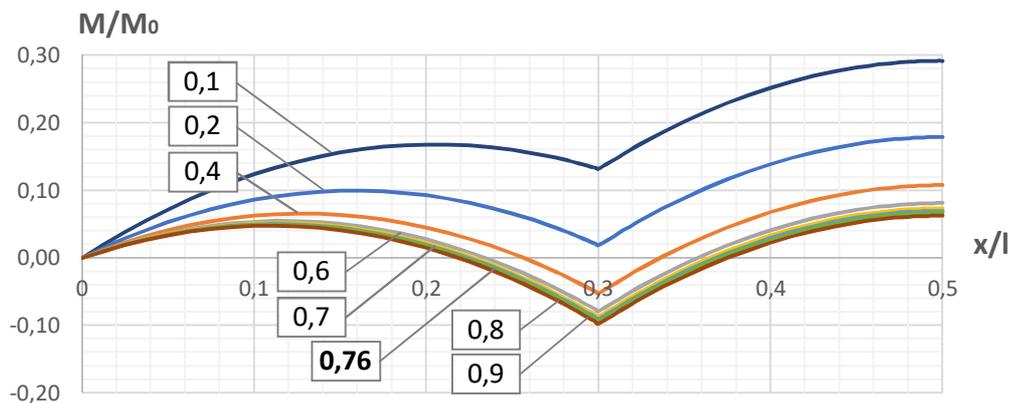


Рис. 6. Графики изгибающих моментов в балке $M(p_1, x)$.
 $k_f = 0,2; k_n = 0,0233; p_2 = 1; k_a = 0,3; p_1 = 0,1; 0,2; 0,4; 0,6; 0,7; 0,76; 0,8; 0,9$

Окончательные геометрические характеристики, очевидно, не могут быть назначены по кривым ABC, т.к. данные значения (исключая точку B) не отвечают их отношению, заданному согласно (6) параметром p_1 .

Далее выполним следующие действия. Для каждого из параметров A и I , найденного по критерию прочности (линии ABC), определим второй параметр по соотношению (7).

Получим таким образом графики, показанные на рис. 4, 5 линиями ДВК. Пересечение их с линиями АВК происходит при значении $p_{1,opt} = 0,76$, отвечающему энергетически оптимальному проекту (рис. 7).

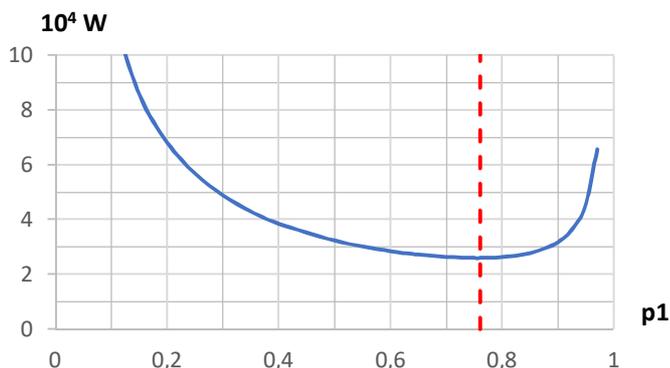


Рис. 7. График ПЭД $\bar{W}(p_1)$ при $k_f=0,2$; $k_h=0,0233$; $p_2=1$; $k_a=0,3$

Требую одновременного выполнения условий-равенств для жесткостей (6) и условий-неравенств по прочности (9), заключаем, что для площади сечения шпренгелей должна быть принята кривая АВК (рис. 4), а для момента инерции сечения балки – ДВК (рис. 5). Видно, что при $p_1 < p_{1,opt}$ недогруженной будет балка, а при $p_1 > p_{1,opt}$ – шпренгельная часть. Оптимальную конфигурацию системы получаем при управляющем параметре $p_1 = p_{1,opt}$.

К таким же выводам приходим, анализируя массы: балки G_b , шпренгельной цепи G_f и системы в целом $G_b + G_f$ (рис. 8). При $p_1 < p_{1,opt}$ система характеризуется повышенным расходом материала на балку, а при $p_1 > p_{1,opt}$ – на шпренгельную часть. Минимум массы системы имеем при $p_1 = p_{1,opt}$.

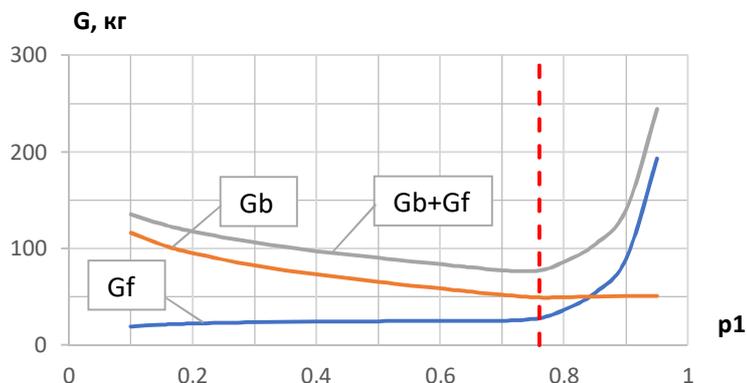


Рис. 8. Масса балки $G_b(p_1)$, шпренгельной части $G_f(p_1)$ и всей системы $G_b(p_1)+G_f(p_1)$.
 $k_f=0,2$; $k_h=0,0233$; $p_2=1$; $k_a=0,3$

Выводы. Использование энергетического критерия минимума потенциальной энергии деформации системы при варьировании отношения жесткостей, высоты системы и ряда других параметров позволяет выявлять рациональную конфигурацию системы, обеспечивающую минимум расхода материала. Данная конфигурация может быть использована для детальной оптимизации системы при расширенном наборе варьируемых параметров.

Библиографический список

1. Плевков В.С., Околичный В.Н., Богатырева И.В. Работа изгибаемых железобетонных конструкций, усиленных комбинированными затяжками / Депонированная рукопись № 155-В2015 14.09.2015.

2. Журавлев А.А., Журавлев Д.А., Корнет Д.А. К вопросу о расчете конструкции призматической балки с многостоечным шпренгелем // Инженерный вестник Дона. – 2022. – № 7 (91). – С. 280-292.
3. Волоткович Д.А., Кучеренко И.В., Мищенко А.В. Оптимизация мачтовых конструкций антенных устройств на основе энергетического критерия // Труды Военно-космической академии имени А.Ф. Можайского. – 2022. – № 684. – С. 325-333.
4. Богатырева И.В. Усиление железобетонных балок комбинированными затяжками в условиях действующего производства // Успехи современной науки и образования. – 2017. – Т. 4. – № 4. – С. 133-136.
5. Пат. RU 2525089 С1, МПК E04G23/02. Устройство для усиления балочных конструкций / Ф.С. Замалиев, Э.Ф. Замалиев, А.А. Мазитов; № 2013103875/03; заявл. 29.01.2013, опубл. 10.08.2014.
6. Оптимизация параметров деревянных рамных конструкций с узловыми соединениями на нагелях / Г.И. Гребенюк, П.А. Дмитриев, Ю.Д. Стрижаков, И.В. Кучеренко // Известия высших учебных заведений. Строительство. – 1999. – № 11 (491). – С. 4-9.
7. Гребенюк Г.И., Яньков Е.В., Кучеренко И.В. Оптимизация элементов и узловых соединений рамных конструкций // Проблемы оптимального проектирования сооружений: докл. Всерос. семинара. – Новосибирск, – 1997. – С. 76-84.
8. Мищенко А.В., Немировский Ю.В. Оптимизация слоисто-неоднородных рам на основе кусочно-непрерывных условий прочности // Актуальные вопросы строительства: материалы V Всерос. науч.-техн. конф. – Новосибирск, 2012. С. 69-74.
9. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2013. – №5. – С. 46-48.
10. Юрьев А.Г., Панченко Л.А., Зинькова В.А. Структурный синтез стержневых систем // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2022. – № 10. – С. 34-40.
11. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2015. – № 2. – С. 37-40.
12. Мищенко А.В. Оптимизация структурно-неоднородных стержневых конструкций на основе энергетического критерия // Известия высших учебных заведений. Строительство. 2021. № 6 (750). С. 20-32.
13. Лоцманова В.С., Владимирова Е.А. Оптимизация опорных устройств рамных систем на основе энергетического критерия / Традиции, современные проблемы и перспективы развития строительства: сб. науч. ст.. – Гродно: Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы, 2021. – С. 141-145.
14. Мищенко А.В. Расчетная модель нелинейного динамического деформирования составных многофазных стержней // Вестник МГСУ. – 2014. – № 5. – С. 35-43.

References

1. Plevkov V.S., Okolichny V.N., Bogatyreva I.V. The work of bent reinforced concrete structures reinforced with combined puffs. Deposited manuscript No. 155-B2015 09/14/2015.
2. Zhuravlev A.A., Zhuravlev D.A., Kornet D.A. To the question of the calculation of the design of a prismatic beam with a multi-column truss. *Engineering Bulletin of the Don*. No. 7(91). 2022. Pp. 280-292.
3. Volotkovich D.A., Kucherenko I.V., Mishchenko A.V. Optimization of mast structures of antenna devices based on the energy criterion. *Proceedings of the A.F. Mozhaisky*. No. 684. 2022. Pp. 325-333.
4. Bogatyreva I.V. Strengthening reinforced concrete beams with combined puffs in the conditions of existing production. *Successes of Modern Science and Education*. Vol. 4. No. 4. 2017. Pp. 133-136.
5. Zamaliev F.S., Zamaliev E.F., Mazitov A.A. Pat. RU 2525089 C1, IPC E04G23/02. Device for strengthening beam structures. No. 2013103875/03. Dec. 01/29/2013. Publ. 08/10/2014.
6. Grebenyuk G.I., Dmitriev P.A., Strizhakov Yu.D., Kucherenko I.V. Optimization of the parameters of wooden frame structures with nodal joints on dowels. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. No. 11(491). 1999. Pp. 4-9.
7. Grebenyuk G.I., Yankov E.V., Kucherenko I.V. Optimization of elements and nodal connections of frame structures. *Problems of Optimal Design of Structures*. Russian Seminar Report. Novosibirsk. 1997. Pp. 76-84.
8. Mishchenko A.V., Nemirovskii Yu.V. Optimization of layered-heterogeneous frames based on piecewise-continuous strength conditions. *Actual issues of construction. Proceedings of V Russian Scientific Technical Conference*. Novosibirsk. 2012. Pp. 69-74.
9. Yuryev A.G. Natural factor of structure topology optimization. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. No. 5. 2013. Pp. 46-48.
10. Yuryev A.G., Panchenko L.A., Zinkova V.A. Structural synthesis of rod systems. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. No. 10. 2022. Pp. 34-40.
11. Zinkova V.A. Optimization of the topology of metal farms. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. No. 2. 2015. Pp. 37-40.
12. Mishchenko A.V. Optimization of structurally inhomogeneous bar structures based on the energy criterion. *News of High Educational Institutions. Construction*. No. 6(750). 2021. Pp. 20-32.
13. Lotsmanova V.S., Vladimirova E.A. Optimization of supporting devices of frame systems based on the energy criterion. *Traditions, Modern Problems and Prospects for the Development of Construction*. Grodno State University named after Ya. Kupala. 2021. Pp. 141-145.
14. Mishchenko A.V. Calculation model of nonlinear dynamic deformation of composite multiphase rods. *Bulletin of the MGSU*. No. 5. 2014. Pp. 35-43.

RATIONAL CONFIGURATION OF A DOUBLE STRUT BEAM

A.V. Mishchenko^{1,2}, S. A. Potapova³

Federal State Military Educational Institution of the Higher Education Novosibirsk Higher Military Command School¹
Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)^{2,3}
Russia, Novosibirsk

¹ Dr. of Tech. Sciences, Head of the Department of General Professional Disciplines; ² Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(383)2663380, e-mail: mavr59@ngs.ru;

³ Student of the Faculty of Civil Engineering, Tel.: +7(996)9151644, e-mail: s.potapova@sibstrin.ru.

The problem of optimization of parameters of the design scheme of the strut beam using the criterion of minimum potential energy of elastic deformation is considered (PED). The parameters of the geometric configuration, the ratio of the stiffness characteristics of the beam and the elements of the trussed system vary. The basic relations and the formulation of the optimization problem were written in relative dimensionless values using isoperimetric relations for the varying parameters as constraint-equalities. Graphically shows the surface of the PED for trussed systems of different relative heights with varying relative stiffness of the system elements. The optimal values of the system parameters correspond to the minimum points of the PED surfaces. A numerical example shows that the criterion of equal loading of the beam and the trussed chain, the criterion of the minimum mass of the system and the energy criterion lead to the same configuration of the system.

Keywords: strut beam, optimal system configuration, energy criterion, minimum potential strain energy, strut beam strength.

ДВА СЛУЧАЯ ПОСТРОЕНИЯ ЯДРА СЕЧЕНИЯ

С. В. Викулов¹, Л. В. Пахомова², Н. С. Инкижинов³

Сибирский государственный университет водного транспорта^{1,2,3}

Россия, г. Новосибирск

¹Д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой «Физика, химия и инженерная графика», тел.: +7(913)9390809, e-mail: vikulov-51@mail.ru

²Канд. техн. наук, заведующий кафедрой «Сопrotивление материалов и подъемно-транспортные машины», тел.: +7(913)9040057, e-mail: Pahomova_1_v@mail.ru

³Старший преподаватель кафедры «Сопrotивление материалов и подъемно-транспортные машины», тел.: +7(913)7998152, e-mail: inkizhinov47@bk.ru

В данной работе приведены два примера построения ядра сечения для цилиндрических стержней, поперечное сечение которых ограничено кривыми линиями. В первом примере кривая ограничивает весь контур поперечного сечения, а во втором примере контур ограничен кривой и прямой линиями.

Методика и пример построения ядра сечения непрерывным способом приведены в трех последних источниках библиографического списка. Перед вычислением координат ядра сечения вычисляются геометрические характеристики поперечного сечения. Ввиду того, что поперечное сечение ограничено той или другой кривой линией, заданной аналитически, геометрические характеристики необходимо вычислять непосредственно с помощью интегралов. Для вычисления более сложных интегралов используется [1]. Иногда для вычисления интегралов подынтегральную функцию необходимо раскладывать в степенной ряд.

В случае, когда часть поперечного сечения ограничена прямыми линиями, для вычисления координат ядра сечения применяется общепринятый способ – дискретный [2].

В примере 1 данной работы поперечное сечение ограничено обратной тригонометрической функцией, а в примере 2 сечение ограничено показательной функцией и прямой линией. Оба поперечных сечения являются симметричными, что упрощает расчет.

Ключевые слова: ядро сечения, обратная тригонометрическая функция, показательная функция, геометрические характеристики, координаты ядра сечения, поперечное сечение.

В источнике [3] рассмотрена методика построения ядра сечения, когда контур сечения цилиндрического стержня ограничен полностью либо частично кривой линией.

Исследуем построение ядра сечения для двух симметричных кривых: обратной тригонометрической функции и показательной функции.

1. Построение ядра сечения для поперечного сечения, ограниченного обратной тригонометрической функцией.

Поперечное сечение имеет две оси симметрии. Рассмотрим часть сечения, лежащую в первой четверти. Определим геометрические характеристики этой части сечения.

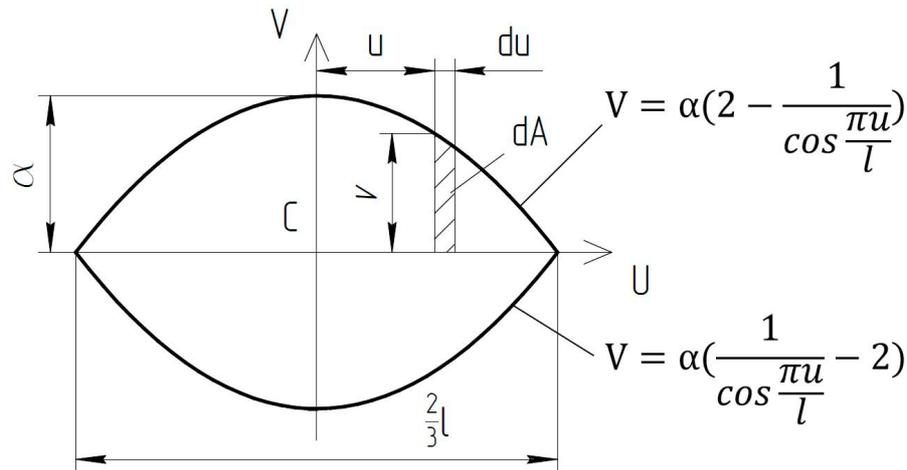


Рис. 1. Поперечное сечение

Площадь поперечного сечения:

$$\begin{aligned}
 A &= \int_A dA = \int_0^{\frac{l}{3}} v \cdot du = \int_0^{\frac{l}{3}} a \cdot \left(2 - \frac{1}{\cos \frac{\pi u}{l}}\right) \cdot du = 2a \cdot u \Big|_0^{\frac{l}{3}} - a \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{du}{\cos \frac{\pi u}{l}} = \\
 &= \frac{2}{3}al - a \cdot \frac{l}{\pi} \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{d\left(\frac{\pi u}{l}\right)}{\cos \frac{\pi u}{l}} = al \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{\pi} \cdot \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi u}{2l}\right) \right| \right) \Big|_0^{\frac{l}{3}} = \\
 &= al \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{\pi} \left(\ln \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi}{6}\right) - \ln \operatorname{tg} \frac{\pi}{4}\right)\right) = al \left(\frac{2}{3} - \ln \operatorname{tg} \frac{5}{12} \pi\right) = 0,247466al.
 \end{aligned}$$

Главные центральные моменты инерции:

$$\begin{aligned}
 I_U &= \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{du \cdot V^3}{3} = \frac{1}{3} \int_0^{\frac{l}{3}} \left[a \left(2 - \frac{1}{\cos \frac{\pi u}{l}}\right) \right]^3 du = \\
 &= \frac{a^3}{3} \int_0^{\frac{l}{3}} \left(8 - \frac{12}{\cos \frac{\pi u}{l}} + \frac{6}{\cos^2 \frac{\pi u}{l}} - \frac{1}{\cos^3 \frac{\pi u}{l}}\right) du = \frac{8}{3}a^3 u - 4a^3 \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{du}{\cos \frac{\pi u}{l}} + \\
 &\quad + 2a^3 \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{du}{\cos^2 \frac{\pi u}{l}} - \frac{a^3}{3} \int_0^{\frac{l}{3}} \frac{du}{\cos^3 \frac{\pi u}{l}} = \\
 &= a^3 \left[\frac{8}{3}u - 4 \frac{l}{\pi} \cdot \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi u}{2l}\right) \right| + 2 \left(\operatorname{tg} \frac{\pi u}{l}\right) \cdot \frac{l}{\pi} - \frac{l}{3\pi} \cdot \frac{\sin \frac{\pi u}{l}}{2 \cos^2 \frac{\pi u}{l}} - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{l}{6\pi} \cdot \ln \left| \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\pi u}{2l}\right) \right| \right] \Big|_0^{\frac{l}{3}} = \\
 &= a^3 \left[\frac{8}{3} \cdot \frac{l}{3} - \frac{25}{6} \cdot \frac{l}{\pi} \cdot \ln \left(\operatorname{tg} \frac{5\pi}{12}\right) + 2 \cdot \frac{l}{\pi} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi}{3} - \frac{l}{3\pi} \cdot \frac{\sin \frac{\pi}{3}}{2 \cos^2 \frac{\pi}{3}} \right] = 0,061101a^3l;
 \end{aligned}$$

$$I_V = \int_0^{l/3} dA \cdot u^2 = \int_0^{l/3} a \left(2 - \frac{1}{\cos \frac{\pi u}{l}} \right) du \cdot u^2 = \int_0^{l/3} a \cdot 2u^2 \cdot du -$$

$$- a \int_0^{l/3} \frac{u^2 du}{\cos \frac{\pi u}{l}} = \frac{2}{3} au^3 \Big|_0^{l/3} - a \int_0^{l/3} \frac{u^2 \cdot du}{\cos \frac{\pi u}{l}} = \frac{2}{81} al^3 - a \int_0^{l/3} \frac{u^2}{\cos \frac{\pi u}{l}} du.$$

Разложим подынтегральную функцию $\frac{u^2}{\cos \frac{\pi u}{l}}$ в степенной ряд. Для этого воспользуемся известным разложением $\cos \frac{\pi u}{l} = 1 - \left(\frac{\pi u}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{2!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^4 \cdot \frac{1}{4!} - \left(\frac{\pi u}{l}\right)^6 \cdot \frac{1}{6!} + \dots$

Разделив столбиком u^2 на $\cos \frac{\pi u}{l}$, получим: $u^2 + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^2 \cdot \frac{u^2}{2!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^4 \cdot \frac{5u^2}{4!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^6 \times$
 $\times \frac{61u^2}{6!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^8 \cdot \frac{1385u^2}{8!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^{10} \cdot \frac{50521u^2}{10!} + \dots$ (Само деление столбиком опущено).

Тогда:

$$\int_0^{l/3} \frac{u^2 \cdot du}{\cos \frac{\pi u}{l}} = \int_0^{l/3} \left[u^2 + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^2 \cdot \frac{u^2}{2!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^4 \cdot \frac{5u^2}{4!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^6 \cdot \frac{61u^2}{6!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^8 \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1385u^2}{8!} + \left(\frac{\pi u}{l}\right)^{10} \cdot \frac{50521u^2}{10!} + \dots \right] du =$$

$$= \left[\frac{u^3}{3} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot \frac{u^5}{5 \cdot 2!} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \cdot \frac{5u^7}{7 \cdot 4!} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^6 \cdot \frac{61u^9}{9 \cdot 6!} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^8 \cdot \frac{1385u^{11}}{11 \cdot 8!} + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\pi}{l}\right)^{10} \cdot \frac{50521u^{13}}{13 \cdot 10!} + \dots \right] \Big|_0^{l/3}.$$

$$I_V = \frac{2}{81} al^3 - a \left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^3 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{5 \cdot 2!} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^5 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^4 \cdot \frac{5}{7 \cdot 4!} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^7 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{\pi}{l}\right)^6 \cdot \frac{61}{9 \cdot 6!} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^9 + \left(\frac{\pi}{l}\right)^8 \cdot \frac{1385}{11 \cdot 8!} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^{11} + \left(\frac{\pi}{l}\right)^{10} \cdot \frac{50521}{13 \cdot 10!} \cdot \left(\frac{l}{3}\right)^{13} + \dots \right] =$$

$$= al^3 \cdot \left[\frac{2}{81} - \frac{1}{81} - \frac{\pi^2}{5 \cdot 2! \cdot 3^5} - \frac{5\pi^4}{7 \cdot 4! \cdot 3^7} - \frac{61\pi^6}{9 \cdot 6! \cdot 3^9} - \frac{1385\pi^8}{11 \cdot 8! \cdot 3^{11}} - \frac{50521\pi^{10}}{13 \cdot 10! \cdot 3^{13}} \dots \right] =$$

$$= 0,00626855al^3.$$

Квадраты радиусов инерции:

$$i_U^2 = \frac{I_U}{A} = \frac{0,061101a^3l}{0,247466al} = 0,246907a^2;$$

$$i_V^2 = \frac{I_V}{A} = \frac{0,00626855al^3}{0,247466al} = 0,025331l^2.$$

Определение координат ядра сечения:

$$U_{\text{я}} = -i_V^2 \cdot \frac{V'}{uV' - V} = -i_V^2 \cdot \frac{1}{u - \frac{V'}{V}}; \quad U_{\text{я}} = i_U^2 \cdot \frac{1}{uV' - V}.$$

$$U = a \left(2 - \frac{1}{\cos \frac{\pi u}{l}} \right), \quad U' = -\frac{\pi u}{l} \cdot \frac{\sin \frac{\pi u}{l}}{\cos^2 \frac{\pi u}{l}}; \quad U = a \cdot \frac{2\cos \frac{\pi u}{l} - 1}{\cos \frac{\pi u}{l}}.$$

$$U_{\text{я}} = -i_V^2 \cdot \frac{1}{u - \frac{1}{V'}} = -i_V^2 \cdot \frac{1}{u \left(a \cdot \frac{2 \cos \frac{\pi u}{l} - 1}{\cos \frac{\pi u}{l}} \right) \div \left(-\frac{\pi u}{l} \cdot \frac{\sin \frac{\pi u}{l}}{\cos^2 \frac{\pi u}{l}} \right)} =$$

$$= -i_V^2 \cdot \frac{\pi \cdot \sin \frac{\pi u}{l}}{\frac{\pi u}{l} \cdot \sin \frac{\pi u}{l} + \cos \frac{\pi u}{l} (2 \cos \frac{\pi u}{l} - 1)}; \quad (1)$$

$$V_{\text{я}} = i_U^2 \cdot \frac{1}{uV' - V} = -i_U^2 \cdot \frac{1}{V - uV'} = -i_U^2 \cdot \frac{1}{a \left(2 - \frac{1}{\cos \frac{\pi u}{l}} \right) + \frac{\pi u}{l} \cdot \frac{\sin \frac{\pi u}{l}}{\cos^2 \frac{\pi u}{l}} \cdot u} =$$

$$= -i_U^2 \cdot \frac{\cos \frac{\pi u}{l}}{\left(2 \cos \frac{\pi u}{l} - 1 \right) + \frac{\pi u}{l} \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi u}{l}}. \quad (2)$$

Кроме того, для проверки ядра сечения можно применить формулы:

$$V_{\text{я}} = -\frac{i_U^2}{i_V^2} \cdot \frac{1}{V'} \cdot U_{\text{я}}; \quad (3)$$

$$\frac{dV_{\text{я}}}{dU_{\text{я}}} = -\frac{i_U^2}{i_V^2} \cdot \frac{U}{V}. \quad (4)$$

По формулам (1) и (2) вычислим $U_{\text{я}}$, $V_{\text{я}}$ для 13 точек с шагом $\Delta u = 0,5$.

i	$U_{\text{я}}$	$V_{\text{я}}$
0	0	-1,481436
1	-0,125874	-1,475763
2	-0,253602	-1,458360
3	-0,384750	-1,428100
4	-0,613126	-1,383194
5	-0,660294	-1,321388
6	-0,803088	1,240354
7	-0,945036	-1,138349
8	-1,079946	-1,015167
9	-1,199358	-0,873227
10	-1,293516	-0,718366
11	-1,353546	0,559733
12	-1,373922	-0,408379

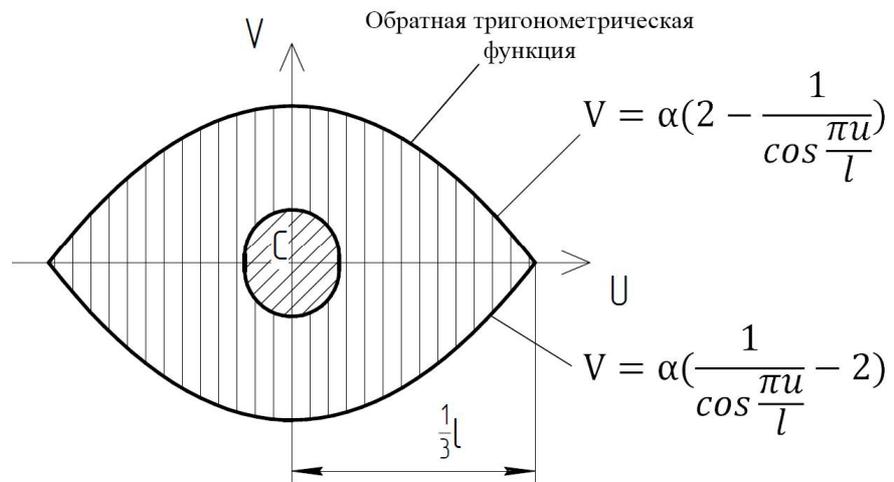


Рис. 2. Ядро сечения для обратной тригонометрической функции

2. Построение ядра сечения для поперечного сечения, ограниченного показательной функцией.

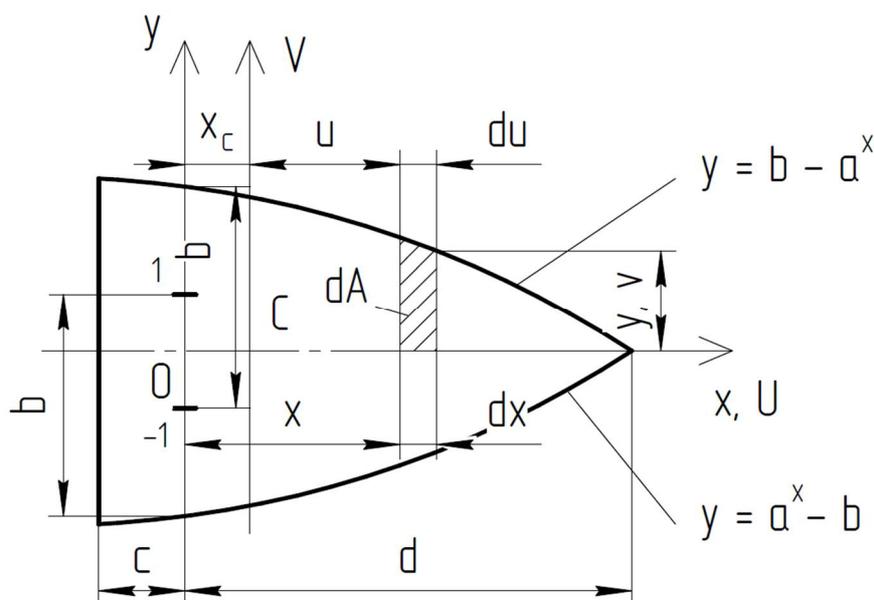


Рис. 3. Поперечное сечение

Здесь x – ось симметрии.

$$a > 1, b \geq 2, d = \frac{\ln(b)}{\ln(a)}.$$

Рассмотрим верхнюю половину сечения:

$$dA = y \cdot dx = (b - a^x)dx.$$

$$A = \int_A dA = \int_{-c}^d (b - a^x)dx = \left(bx - \frac{a^x}{\ln(a)} \right) \Big|_{-c}^d = b(d + c) - \frac{1}{\ln(a)} \cdot (a^d - a^{-c});$$

$$S_y = \int_A dA \cdot x = \int_{-c}^d (b - a^x) \cdot x \cdot dx = \int_{-c}^d bx \cdot dx - \int_{-c}^d a^x \cdot x \cdot dx =$$

$$= \frac{bx^2}{2} - \left[\begin{array}{l} u < x, \quad du = dx \\ dU = a^x dx, \quad U = \frac{a^x}{\ln(a)} \end{array} \right] = \frac{bx^2}{2} - x \cdot \frac{a^x}{\ln(a)} + \int \frac{a^x}{\ln(a)} dx =$$

$$= \left[\frac{bx^2}{2} - \frac{x \cdot a^x}{\ln(a)} + \frac{a^x}{\ln^2(a)} \right] \Big|_{-c}^d = \frac{b}{2} (d^2 - c^2) - \frac{1}{\ln(a)} \cdot (d \cdot a^d + c \cdot a^{-c}) + \frac{1}{\ln^2(a)} \cdot (a^d - a^{-c}).$$

$$x_c = \frac{S_y}{A} = \frac{\left[\frac{b}{2} (d^2 - c^2) - \frac{1}{\ln(a)} \cdot (d \cdot a^d + c \cdot a^{-c}) + \frac{1}{\ln^2(a)} \cdot (a^d - a^{-c}) \right]}{\left[b(d + c) - \frac{1}{\ln(a)} (a^d - a^{-c}) \right]}.$$

U, V – главные центральные оси. Уравнение верхней кривой: $U = b - a^{u+x_c}$; $|x = u + x_c|$.

$$I_U = \int_{-c-x_c}^{d-x_c} \frac{V^3}{3} \cdot du = \frac{1}{3} \int_{-c-x_c}^{d-x_c} (b - a^{u+x_c})^3 \cdot du =$$

$$= \frac{1}{3} \int_{-c-x_c}^{d-x_c} [b^3 - 3b^2 \cdot a^{u+x_c} + 3b \cdot a^{2(u+x_c)} - a^{3(u+x_c)}] du =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{3} \left[b^3 \cdot u - 3b^2 \cdot \frac{a^{u+x_c}}{\ln(a)} + 3b \cdot \frac{a^{2(u+x_c)}}{2 \ln(a)} - \frac{a^{3(u+x_c)}}{3 \ln(a)} \right] \Big|_{-c-x_c}^{d-x_c} = \\
&= \frac{b^3}{3} (d+c) - \frac{b^2}{\ln(a)} (a^d - a^{-c}) + \frac{b}{2 \ln(a)} (a^{2d} - a^{-2c}) - \frac{1}{9 \ln(a)} (a^{3d} - a^{-3c}); \\
I_V &= \int_{-c-x_c}^{d-x_c} dA \cdot u^2 = \int_{-c-x_c}^{d-x_c} (b - a^{u+x_c}) u^2 du = \frac{bu^3}{3} - \left| \begin{array}{l} u = u^2, \quad du = 2u \cdot du \\ dV = a^{u+x_c} du, \quad V = \frac{a^{u+x_c}}{\ln(a)} \end{array} \right| = \\
&= \frac{bu^3}{3} - \frac{u^2 \cdot a^{u+x_c}}{\ln(a)} + 2 \int u \cdot \frac{a^{u+x_c}}{\ln(a)} du = \frac{bu^3}{3} - \frac{u^2 \cdot a^{u+x_c}}{\ln(a)} + \\
&\quad + 2 \left| \begin{array}{l} u = u, \quad du = du \\ dU = \frac{a^{u+x_c}}{\ln(a)} du, \quad U = \frac{a^{u+x_c}}{\ln^2(a)} \end{array} \right| = \\
&= \left[\frac{bu^3}{3} - \frac{u^2 \cdot a^{u+x_c}}{\ln(a)} + 2u \cdot \frac{a^{u+x_c}}{\ln^2(a)} - 2 \cdot \frac{a^{u+x_c}}{\ln^3(a)} \right] \Big|_{-c-x_c}^{d-x_c} = \\
&= \frac{b}{3} [(d-x_c)^3 + (c+x_c)^3] - \frac{1}{\ln(a)} \cdot [a^d (d-x_c)^2 - a^{-c} (c+x_c)^2] + \\
&\quad + \frac{2}{\ln^2(a)} \cdot [(d-x_c) \cdot a^d + (c+x_c) \cdot a^{-c}] - \frac{2}{\ln^3(a)} \cdot (a^d - a^{-c}).
\end{aligned}$$

Квадраты радиусов инерции:

$$\begin{aligned}
i_U^2 &= \frac{I_U}{A} = \frac{\left[\frac{b}{3} (d+c) - \frac{b^2}{\ln(a)} (a^d - a^{-c}) + \frac{b}{2 \ln(a)} (a^{2d} - a^{-2c}) - \frac{1}{9 \ln(a)} (a^{3d} - a^{-3c}) \right]}{\left[b(d+c) - \frac{1}{\ln(a)} (a^d - a^{-c}) \right]}; \\
i_V^2 &= \frac{I_V}{A} = \left\{ \frac{b}{3} [(d-x_c)^3 + (c+x_c)^3] - \frac{1}{\ln(a)} \times \right. \\
&\times \left[a^d (d-x_c)^2 - a^{-c} (c+x_c)^2 \right] + \frac{2}{\ln^2(a)} [(d-x_c) a^d + (c+x_c) a^{-c}] - \frac{2}{\ln^3(a)} (a^d - a^{-c}) \left. \right\} \div \\
&\div \left[b(d+c) - \frac{1}{\ln(a)} (a^d - a^{-c}) \right].
\end{aligned}$$

Определение координат ядра сечения:

$$U_{\text{я}} = l_V^2 \cdot \frac{V'}{uV' - V}; \quad (5)$$

$$V_{\text{я}} = l_U^2 \cdot \frac{1}{uV' - V}; \quad (6)$$

$$V' = \frac{d}{du} (b - a^{u+x_c}) = -a^{u+x_c} \cdot \ln(a); \quad (7)$$

$$U_{\text{я}} = -i_V^2 \cdot \frac{-a^{u+x_c} \cdot \ln(a)}{u \cdot (-a^{u+x_c}) \cdot \ln(a) - (b - a^{u+x_c})} = -i_V^2 \cdot \frac{a^{u+x_c} \cdot \ln(a)}{b + a^{u+x_c} (u + \ln(a) - 1)}; \quad (8)$$

$$V_{\text{я}} = i_U^2 \cdot \frac{1}{u \cdot (-a^{u+x_c}) \cdot \ln(a) - (b - a^{u+x_c})} = -i_U^2 \cdot \frac{1}{b + a^{u+x_c} (u + \ln(a) - 1)}. \quad (9)$$

Рассмотрим пример со следующими исходными данными:

$$a = 1,5; b = 5,0625; c = 2; d = \frac{\ln(5,0625)}{\ln(1,5)} = 4;$$

$$A = 18,985; S_y = 6,330; x_0 = 0,333; I_u = 90,825; I_v = 42,607;$$

$$i_U^2 = \frac{90,825}{18,985} = 4,784; i_V^2 = \frac{42,607}{18,985} = 2,244.$$

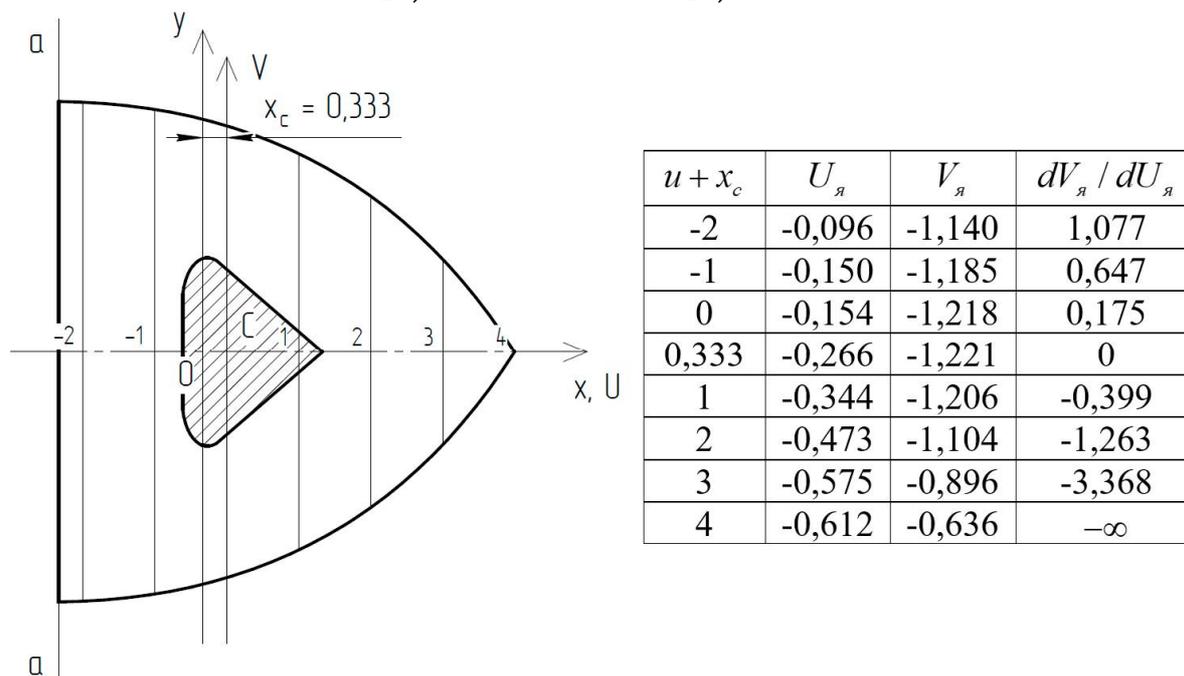


Рис. 4. Ядро сечения для показательной функции

Касательная а-а:

$$u = -2,333; V = \infty; U_{я} = -\frac{i_V^2}{u} = -\frac{-2,244}{-2,333} = 0,962;$$

$$V_{я} = -\frac{i_u^2}{i_V^2} = -\frac{4,784}{\infty} = 0.$$

$$\frac{dV_{я}}{dU_{я}} = -\frac{i_u^2}{i_V^2} \cdot \frac{u}{v}.$$

Библиографический список

1. Брычков Ю.А., Маричев О.И., Прудников А.П. Таблицы неопределенных интегралов. Справочник. – М.: Наука, 1986. – 192 с.
2. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов. – М.: Высш. шк., 2009. – 559 с.
3. Инкижинов Н.С. О построении ядра сечения для стержней криволинейной частью поперечного сечения // Сибирский научный вестник. – 2018. – Вып. XXII-С. 16-18.
4. Инкижинов Н.С., Пахомова Л.В., Бугузов А.А. Построение ядра сечения для стержня с косинусоидальной формой поперечного сечения // Строительная механика и конструкции. – 2022. – Вып. №4 (35). – С. 34-37.
5. Викулов С.В., Пахомова Л.В., Инкижинов Н.С. Сопоставление двух способов построения ядра сечения: дискретного и непрерывного // Строительная механика и конструкции. – 2023. – Вып. 1(36). – С. 38-41.

References

1. Brychkov Yu.A., Marichev O.I., Prudnikov A.P. Tables of indefinite integrals. Directory. M.: Nauka, 1986. 192 p.
2. Aleksandrov A.V., Potapov V.D., Derzhavin B.P. Strength of materials. M.: High School, 2009. 559 p.
3. Inkizhinov N.S. On the construction of the section kernel for rods by the curvilinear part of the cross section. Siberian Scientific Bulletin. Issue. XXII. 2018. Pp. 16-18.
4. Inkizhinov N.S., Pakhomova L.V., Butuzov A.A. Construction of a section kernel for a bar with a cosine cross-sectional shape. Structural Mechanics and Structures. No. 4(35). 2022. Pp. 34-37.
5. Vikulov S.V., Pakhomova L.V., Inkizhinov N.S. Comparison of two methods for constructing the core of the section: discrete and continuous. Structural Mechanics and Structures. No. 1(36). 2023. Pp. 38-41.

TWO CASES OF CONSTRUCTING A CROSS-SECTION KERNEL

S. V. Vikulov¹, L. V. Pahomova², N. S. Inkizhinov³

Siberian State University of Water Transport^{1,2,3}

Russia, Novosibirsk

¹Dr. of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Physics, Chemistry and Engineering graphics,
Tel.: + 7(913)9390809, e-mail: vikulov-51@mail.ru

²PhD of Technical Sciences, Head of the Department of Resistance of Materials and Lifting and Transport Machines,
Tel.: +7(913)9040057, e-mail: Pahomova_l_v@mail.ru

³Assistant Professor of the Department of Resistance of Materials and Lifting and Transport Machines,
Tel.: +7(913)7998152, e-mail: inkizhinov47@bk.ru

Abstract. This paper presents two examples of constructing a cross-section core for cylindrical rods whose cross-section is bounded by curved lines. In the first example, the curve bounds the entire contour of the cross section, and in the second example, the contour is bounded by a curve and a straight line.

The methodology and an example of constructing a cross-section core in a continuous way are given in the last three sources of the references. Before calculating the coordinates of the cross-section core, the geometric characteristics of the cross-section are calculated. Due to the fact that the cross-section is limited by one or another curve line defined analytically, the geometric characteristics must be calculated directly using integrals. To calculate more complex integrals is used source 1. Sometimes, to calculate integrals, the integrand function must be decomposed into a power series.

In the case when a part of the cross-section is bounded by straight lines to calculate the coordinates of the cross-section core, a generally accepted method is used – discrete method, which is described in source 2.

In Example 1 of this paper, the cross-section is limited by the inverse trigonometric function, and in example 2, the cross-section is limited by the exponential function and a straight line. Both cross sections are symmetrical, which simplifies the calculation.

Keywords: section kernel, inverse trigonometric function, exponential function, geometric characteristics, coordinates of the section kernel, cross section.

РАСЧЕТ ЗНАЧЕНИЯ ПЕРВОЙ ЧАСТОТЫ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПЛОСКОЙ ФЕРМЫ С ГРУЗОМ

З. К. Вычужина

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Студентка электроэнергетического факультета, тел.: +7(913)605-04-45, e-mail: vychuzhinazk@gmail.com

В ходе работы была рассмотрена статически определенная регулярная ферма с равномерно распределённой массой в узлах. Для расчета нижней границы первой собственной частоты конструкции использован аналитический метод. Применен метода Донкерлея, формулы Максвелла-Мора и метод индукции для обобщения ряда решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей на произвольный случай. Все преобразования проведены в системе компьютерной математики Maple. Формула для частоты сравнивается со значением частоты, полученной численно с учетом всех степеней свободы выбранной модели фермы. Показано, что выведенная формула имеет небольшую погрешность, а с увеличением числа степеней свободы точность аналитического решения только растёт.

Ключевые слова: индукция, формула Максвелла-Мора, Maple, метод Донкерлея, плоская ферма, первая частота, расчет, аналитический метод.

Введение. В строительстве и машиностроении распространены плоские балочные фермы. В простейшей и наиболее распространенной модели такой фермы предполагается, что соединения стержней в узлах шарнирные. Для расчета жесткости ферм и ее частоты колебаний используется, как правило, численные методы, например, метод конечных элементов [1]. Наряду с этим, для расчетов регулярных (содержащих периодические структуры) ферм применяются и аналитические методы [2-6]. Решения, основанные на методах Донкерлея и Рэлея, с использованием обобщения частных решений на произвольное число панелей, дают формулы для расчета границ частоты регулярных ферм [7-10]. Аналитическое решение для первой частоты пространственной консольной фермы, составленной из трех плоских ферм, получено в [11]. Метод Рэлея по сравнению с методом Донкерлея дает более сложные и громоздкие формулы расчета, но значительно более высокую точность. В [12] предложен упрощенный вариант метода Донкерлея для получения нижней границы первой частоты в аналитической форме. Известны аналитические решения для собственных частот плоских [13-16] и пространственных [17-21] регулярных ферм.

Конструкция фермы. Рассмотрена статически определимая балочная ферма высотой h с параллельными поясами, с треугольной решеткой и стойками (рис. 1). Решетка состоит из n панелей, каждая из которых имеет длину $2a$. В каждой панели три стойки, два раскоса, два стержня в нижнем и два стержня в верхнем поясе. Масса фермы сосредоточена в узлах поясов. Колебания узловых масс происходят по вертикали. В среднем узле нижнего пояса находится масса μt , где t — масса в других узлах конструкции.

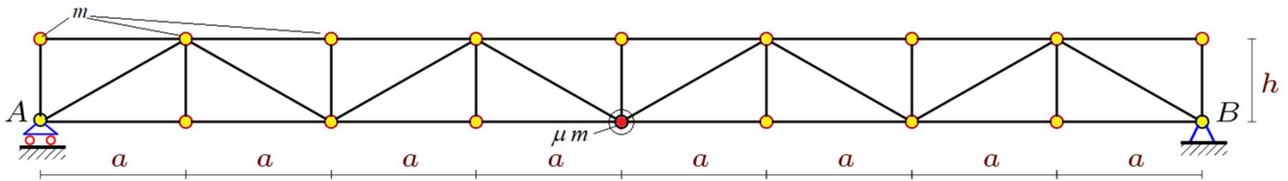


Рис. 1. Схема фермы, $n=4$

Конструкция состоит из $K = 8n + 4$ стержней (включая опорные). Количество степеней свободы модели равняется числу узлов: $N = 4n + 2$.

Расчет частот. Уравнения колебаний системы грузов имеют матричный вид:

$$\mathbf{J}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_N \dot{\mathbf{Y}} = 0, \quad (1)$$

где \mathbf{D}_N – матрица жесткости фермы с N степенями свободы, $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ – вектор вертикальных смещений грузов, \mathbf{J}_N – матрица инерции системы, \mathbf{I}_N – единичная матрица, $\ddot{\mathbf{Y}}$ – вектор ускорений, составленный из вертикальных ускорений масс в узлах. Обратной к матрице жесткости \mathbf{D}_N является матрица \mathbf{B}_N , элементы которой (смещения от единичных сил) вычисляются с помощью формулы Максвелла – Мора. В случае $\mu = 1$ (все массы одинаковые) $\mathbf{J}_N = m\mathbf{I}_N$. Сумма составляется для всех деформируемых стержней фермы:

$$b_{i,j} = \sum_{k=1}^K S_k^{(i)} S_k^{(j)} l_k / (EF). \quad (2)$$

Здесь $S_k^{(i)}$ – усилие в стержне k от действия единичной вертикальной силы в узле i , l_k – длина стержня с номером k , E – модуль упругости материала стержней, F – площадь поперечного сечения стержней. Жесткости стержней фермы в рассматриваемой постановке принимаются одинаковыми.

Приближенное решение по методу Донкерлея для оценки первой частоты колебаний снизу ω_D выражается через парциальные частоты:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{k=1}^N \omega_k^{-2}, \quad (3)$$

где ω_k – парциальная частота колебаний массы m . Для расчета колебаний отдельной массы при вычислении парциальной частоты уравнение (1) записывается в скалярном виде:

$$m \ddot{y}_k + d_k y_k = 0,$$

где d_k – коэффициент жесткости, y_k – смещение массы, \ddot{y}_k – ускорение. Отсюда для частоты колебаний одного груза (парциальной частоты груза в узле k) получается формула: $\omega_k = \sqrt{d_k / m}$. Определить коэффициент жесткости можно, используется интеграл Мора:

$$\delta_k = 1 / d_k = \sum_{j=1}^K (\tilde{S}_j^{(k)})^2 l_j / (EF).$$

Введено обозначение: $\tilde{S}_j^{(k)}$ – усилие в стержне с номером j от действия единичной вертикальной силы, приложенной к узлу k с массой m . Из (3) следует:

$$\omega_D^{-2} = m \sum_{k=1}^N \delta_k = m \Delta_n. \quad (4)$$

Для расчета усилий в стержнях методом вырезания узлов в аналитической форме

используется система символьной математики Maple. В программу вносятся координаты узлов. Соответствующий фрагмент программы имеет вид:

```
> for i to 2*n+1 do
> x[i]:=a*(i-1):y[i]:=0:
> x[i+2*n+1]:=a*(i-1):y[i+2*n+1]:=h:end:
```

Расчет усилий в стержнях и применение формулы (4) для ферм с различным числом панелей дает общий вид для коэффициента Δ_n :

$$\Delta_n = (C_{1,n}a^3 + C_{2,n}c^3 + C_{3,n}h^3) / (h^2EF). \quad (5)$$

Для коэффициентов в этой формуле методами системы Maple получаются формулы, как решения рекуррентных уравнений, которым удовлетворяют члены последовательностей коэффициентов. Операторы системы Maple дают:

$$C_{1,n} = (32n^4 + 15n^3(\mu - 1) + 20n^2 + 15n(\mu - 1) / 2 - 7) / 45,$$

$$C_{2,n} = (8n^2 + 3n(\mu - 1) - 2) / 6,$$

$$C_{3,n} = (28n^2 + 3n(4 + 2\mu - \mu(-1)^n + (-1)^n) + 2) / (6n).$$

В итоге:

$$\omega_D^{-2} = m(C_{1,n}a^3 + C_{2,n}c^3 + C_{3,n}h^3) / (h^2EF). \quad (6)$$

Сравнение результатов. Полученное решение необходимо сравнить с численным (рис. 2), которое было получено для системы с N степенями свободы в той же системе Maple, настроенной на численные расчеты. В общем случае все диагональные элементы матрицы инерции равны m , а на диагональный элемент на строке с номером $n+1$, соответствующий номеру узла, где крепится груз, равен μm .

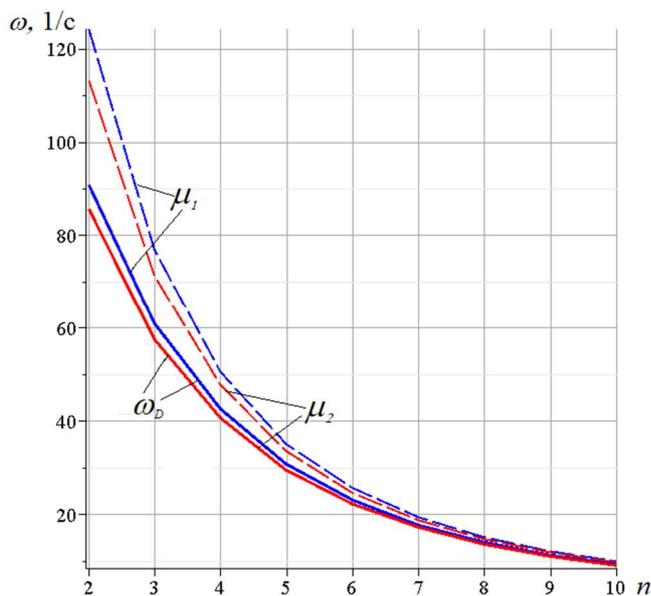


Рис. 2. Зависимость частоты колебаний от числа панелей, $\mu_1 = 1$, $\mu_2 = 2$

Для этого используется оператор **Eigenvalues** из пакета **LinearAlgebra**, вычисляющий собственные значения матрицы $\mathbf{B}_N \mathbf{J}_N$. Приняты следующие размеры фермы: $a = 2\text{м}$, $h = 3\text{м}$. Считается, что площадь поперечных сечений всех стержней одинаковая: $F = 5,9\text{см}^2$. Модуль упругости стали, из которой выполнены стержни фермы

$E = 2,0 \cdot 10^5$ МПа, массы в узлах $m = 200$ кг. На рис. 2 представлено сравнение зависимости от количества панелей нижней оценки наименьшей частоты ω_D по формуле Донкерлея и значения первой частоты ω_1 спектра системы с N степенями свободы, которая была найдена численно. Решения получены для разных соотношений масс в узлах и массы груза. Пунктиром обозначены решения численные, полученные как первые частоты спектра. Сплошные линии (снизу) — аналитические решения. Частоты колебаний фермы с большим грузом ($\mu_2 = 2$) немного меньше (кривые красного цвета).

Как и ожидалось, формула для первой частоты, полученная по методу Донкерлея, дает оценку частоты снизу независимо от соотношения масс в узлах и массы груза. Для уточнения степени сравнения аналитического решения и численного вводится относительная величина $\varepsilon_D = |\omega_D - \omega_1| / \omega_1$.

По рис. 3 можно сделать вывод, что с увеличением числа панелей погрешность выведенной формулы (6) падает, принимая вполне допустимое значение в несколько процентов уже при $n=10$.

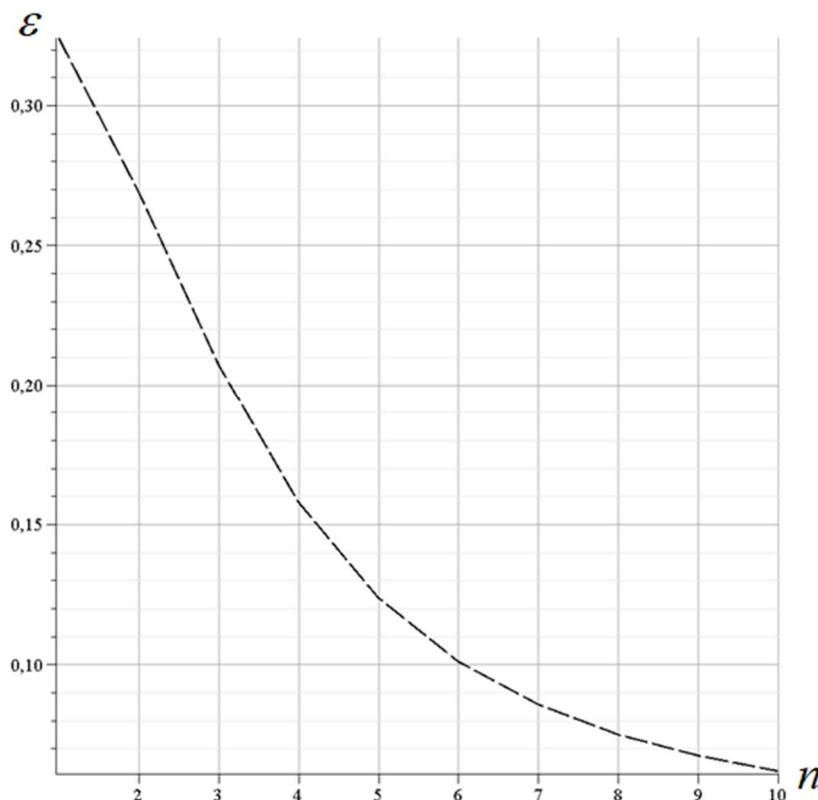


Рис. 3. Погрешность аналитической формулы

Заключение. Рассмотрена плоская статически определимая ферма с произвольным числом панелей и выведена приближенная формула для основной частоты ее собственных колебаний с учетом груза, жестко закрепленного в середине пролета. Использован метод Донкерлея и операторы системы компьютерной математики Maple. Погрешность формулы уменьшается с увеличением числа панелей.

Библиографический список

1. Игнатъев В.А., Игнатъев А.В. Метод конечных элементов в форме классического

- смешанного метода строительной механики (теория, математические модели и алгоритмы). М.: Издательство АСВ, 2022. 306 с.
2. Kirsanov M. Formulas for calculating the deflection and displacement of a planar truss support with short studs in a lattice // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 104Article No 10403. DOI: 10.4123/CUBS.104.03
 3. Kirsanov M., Luong C.L. Deformations and natural frequency spectrum of a planar truss with an arbitrary number of panels // AlfaBuild. 2022. 25 Article No 2507. DOI: 10.57728/ALF.25.7
 4. Kirsanov M. Mathematical model of a spatial rectangular contour-type truss deformations // AlfaBuild. 2022. 25 Article No 2505. DOI: 10.57728/ALF.25.5
 5. Кирсанов М.Н. Формулы для расчета прогибов фермы треугольного в плане пространственного покрытия // Научный журнал строительства и архитектуры. 2022. № 3 (67). С. 130-140. DOI: 10.36622/VSTU.2022.67.3.013.
 6. Суд И. Б. Формулы для прогиба шпренгельной балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2020. №2 (25). С. 25-32.
 7. Kirsanov M. Model of a hexagonal prismatic truss. Oscillation frequency spectrum // Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 106 Article No 10601. DOI: 10.4123/CUBS.106.01
 8. Kirsanov M., Luong, C. Natural frequency spectra of spatial structure // Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 106 Article No 10604. DOI: 10.4123/CUBS.106.04
 9. Кирсанов М. Н. Формулы для расчета деформаций и собственной частоты свободных колебаний шестигранной башни // Научный журнал строительства и архитектуры. - 2023. № 1 (69). С. 113-122. DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.009.
 10. Kirsanov M., Luong Cong Luan Frequency spectrum of natural oscillations of the spatial structure of the rod pyramid // Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 107Article No 10702. DOI: 10.4123/CUBS.107.2
 11. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 101Article No 10101. DOI: 10.4123/CUBS.101.1
 12. Kirsanov M. Simplified Dunkerley method for estimating the first oscillation frequency of a regular truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 108 Article No 10801. DOI: 10.4123/CUBS.108.1
 13. Петриченко Е.А. Нижняя граница частоты собственных колебаний фермы Финка // Строительная механика и конструкции. 2020. №3 (26). С. 21-29.
 14. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels // AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. DOI: 10.34910/ALF.17
 15. Kirsanov, M. Deformations of a planar multi-span arch truss: analytical solutions // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 102 Article No 10204. DOI: 10.4123/CUBS.102.4
 16. Kirsanov M.N. Deformations and Natural Frequency of a Triangular truss: Analytical Solutions // Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 100 Article No 10005. DOI: 10.4123/CUBS.100.5
 17. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Статические деформации фермы составной пространственной рамы. Аналитические решения // Строительная механика и конструкции. 2022. №4(35). С.40-48. DOI 10.36622/VSTU.2022.35.4.005
 18. Podkoritovs A., Serdjuks D., Goremikins V., Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N. Behaviour of a space inverted triangular steel truss // Baltic Journal of Road and Bridge Engineering. 2020. Vol 15, No 4 54-70. DOI: 10.7250/bjrbe.2020-15.494

19. Kirsanov M.N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2020. 96(4). Pp. 110–117. DOI: 10.18720/MCE.96.9
20. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Volume 91 Article No 9104. DOI: 10.18720/CUBS.91.4
21. Kirsanov M. N. Analytical Solution of a Spacer Beam Truss Deflection with an Arbitrary Number of Panels // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. 3 (Jun.), 8802. DOI: <https://doi.org/10.18720/CUBS.88.2>.

References

1. Ignatiev V.A., Ignatiev A.V. Finite element method in the form of a classical mixed method of structural mechanics (theory, mathematical models and algorithms). Moscow: ASV Publishing House, 2022. 306 p.
2. Kirsanov M. Formulas for calculating the deflection and displacement of a planar truss support with short studs in a lattice. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 104 Article No 10403. DOI: 10.4123/CUBS.104.03
3. Kirsanov M., Luong C.L. Deformations and natural frequency spectrum of a planar truss with an arbitrary number of panels. AlfaBuild. 2022. 25 Article No 2507. DOI: 10.57728/ALF.25.7
4. Kirsanov M. Mathematical model of a spatial rectangular contour-type truss deformations. AlfaBuild. 2022. 25 Article No 2505. DOI: 10.57728/ALF.25.5
5. Kirsanov M.N. Formulas for calculating the deflections of a triangular truss in terms of spatial coverage. Scientific Journal of Construction and Architecture. 2022. No. 3 (67). Pp. 130-140. DOI: 10.36622/VSTU.2022.67.3.013.
6. Sud I. B. Formulas for the deflection of a trussed beam truss with an arbitrary number of panels. Structural mechanics and structures. 2020. No. 2 (25). Pp. 25-32.
7. Kirsanov M. Model of a hexagonal prismatic truss. Oscillation frequency spectrum. Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 106 Article No 10601. DOI: 10.4123/CUBS.106.01
8. Kirsanov M., Luong, C. Natural frequency spectra of spatial structure. Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 106 Article No 10604. DOI: 10.4123/CUBS.106.04
9. Kirsanov M. N. Formulas for calculating the deformations and natural frequency of free oscillations of a hexagonal tower. Scientific Journal of Construction and Architecture. 2023. No. 1 (69). Pp. 113-122. DOI: 10.36622/VSTU.2023.69.1.009.
10. Kirsanov M., Luong Cong Luan Frequency spectrum of natural oscillations of the spatial structure of the rod pyramid. Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 107 Article No 10702. DOI: 10.4123/CUBS.107.2
11. Sviridenko O., Komerzan E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. 101 Article No 10101. DOI: 10.4123/CUBS.101.1
12. Kirsanov M. Simplified Dunkerley method for estimating the first oscillation frequency of a regular truss. Construction of Unique Buildings and Structures. 2023. 108 Article No 10801. DOI: 10.4123/CUBS.108.1
13. Petrichenko E.A. The lower limit of the frequency of natural vibrations of the Fink truss. Structural mechanics and structures. 2020. No. 3 (26). Pp. 21-29.
14. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels. AlfaBuild. 2021. 17 Article No 1701. DOI: 10.34910/ALF.17

15. Kirsanov, M. Deformations of a planar multi-span arch truss: analytical solutions. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022. 102 Article No 10204. DOI: 10.4123/CUBS.102.4
16. Kirsanov M.N. Deformations and Natural Frequency of a Triangular truss: Analytical Solutions. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2022. 100 Article No 10005. DOI: 10.4123/CUBS.100.5
17. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Static deformations of the truss of the composite space frame. Analytical solutions. *Structural mechanics and structures*. 2022. No. 4 (35). Pp.40-48. DOI 10.36622/VSTU.2022.35.4.005
18. Podkoritovs A., Serdjuks D., Goremikins V., Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N. Behavior of a space inverted triangular steel truss. *Baltic Journal of Road and Bridge Engineering*. 2020. Vol 15, No 4 54-70. DOI: 10.7250/bjrbe.2020-15.494
19. Kirsanov M.N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels. *Magazine of Civil Engineering*. 2020.96(4). pp. 110–117. DOI: 10.18720/MCE.96.9
20. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. Volume 91 Article No 9104. DOI: 10.18720/CUBS.91.4
21. Kirsanov M. N. Analytical Solution of a Spacer Beam Truss Deflection with an Arbitrary Number of Panels. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. 3 (Jun.), 8802. DOI: <https://doi.org/10.18720/CUBS.88.2>.

CALCULATION OF THE FLAT TRUSS NATURAL OSCILLATIONS FIRST FREQUENCY

Z. K. Vychuzhina

National Research University «MPEI»
Moscow, Russia

Student of the Faculty of Electricity, tel.: +7(913)605-04-45, e-mail: vychuzhinazk@gmail.com

In the course of the work, a statically determinate regular truss was considered, with a uniformly distributed mass in the nodes. Due to the non-rationality of the numerical methods, implying the discrediting of the final results, which are applied to more complex designs, the analytical method was used. After using the induction method, the Dunkerley method, the Maxwell-Mohr formula and the Maple computer program, the dependence of the lower estimate of the first frequency on the number of truss panels was obtained. Next, a comparative analysis of the frequency value was carried out, which was obtained by analyzing the system for the general solution, taking into account all degrees of freedom, which showed that the derived formula has high accuracy. It should be noted that with an increase in the number of degrees of freedom, the reliability of calculations increases.

Key words: induction, Maxwell – Mohr formula, Maple, Dunkerley method, planar truss, first frequency, calculation, analytical method.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ЗАПАСОВ ПРОЧНОСТИ НА НАДЕЖНОСТЬ СТАЛЬНЫХ БАЛОК

А. А. Свентиков

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

Д-р техн. наук, профессор кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(473)207 22 20,
e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

Предложена вероятностная методика оценки надежности стальных балок с учетом начального уровня запасов прочности. Методика протестирована на основе рассмотрения стальной сплошностенчатой балки. Выявлено, что прокатные балки наиболее целесообразно использовать в строительных конструкциях с повышенным уровнем ответственности, а балки с составным поперечным сечением – в конструкциях, отказ в которых приводит к незначительным последствиям.

Ключевые слова: стальная балка, надежность, запас прочности, отказ.

Введение

При проектировании строительных конструкций должно соблюдаться условие обеспечения их эксплуатационной надежности [1,2,3,4,5]. Безусловно данное условие зависит от того, с какими «запасами несущей способности» было запроектировано (принято) поперечное сечение того или иного элемента строительной системы, то есть должны иметься некоторые проектные запасы несущей способности.

В проектировании строительных конструкций под надежностью строительного объекта понимается способность выполнять требуемые функции в течение расчетного срока эксплуатации (ГОСТ 27751-84 [6]).

В качестве основных количественных характеристик, оценивающих данное свойство строительной конструкций, используем вероятность безотказной работы P и вероятность отказа или риск $P_f = 1 - P$ [1,2,6]. В вероятностной постановке условие отказа выразим следующим образом:

$$\tilde{G} = \tilde{R} - \tilde{F} \leq 0; \quad (1)$$

$$P = \int_{-\infty}^0 P_G(G) \cdot dG, \quad (2)$$

где \tilde{F} – обобщенная нагрузка или нагрузочный эффект; \tilde{R} – обобщенная прочность, параметр, соответствующий нагрузочному эффекту согласно принятому критерию оценки напряженно-деформированного состояния конструкции; \tilde{G} – обобщенный резерв несущей способности; $P_G(G)$ – интегральная функция распределения несущей способности.

Отметим, что в изучении строительных конструкций вероятность отказа элемента обозначается как «технический риск» или «инженерный риск» [1,2,3]. Также выделяют так называемый мгновенный риск (отказ): вероятность разрушения в конкретный момент времени, и риск с учетом фактора времени (деградация строительного разрушения) или с учетом

возможного изменения расчетной схемы (прогрессирующее разрушение). В настоящей работе рассмотрим только первый расчетный случай.

Безусловно имеется некоторая связь между проектными запасами несущей способности и её вероятностной оценкой (1)-(2). Исходя из этого является целесообразным выполнить вероятностную оценку проектных запасов прочности строительного элемента.

1. Общая методология

Отметим что вероятностное условие (1) соответствует критериям оценки напряженно-деформированного состояния строительных элементов по первой группе предельных состояний (по несущей способности) [6,10].

В настоящей работе для вычисления отказа (риска разрушения) используем метод двух моментов [1,3,4], который заключается в том, что как несущая способность, так и нагрузочный эффект принимаются подчиняющимися нормальному закону распределения случайных величин. Согласно данной методике:

$$\bar{G} = \bar{R} - \bar{F}; \quad (3)$$

$$S_G = \sqrt{S_R^2 + S_F^2}; \quad (4)$$

$$\beta = \frac{\bar{G}}{S_G}; \quad (5)$$

$$P_f = P(G < 0) = \frac{1}{S_G \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^0 \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - G_m}{S_G} \right)^2 \right] \cdot dx. \quad (6)$$

$$P_f = \frac{1}{2} - \Phi \left(\frac{x - G_m}{S_G} \right) = \frac{1}{2} - \Phi(\beta), \quad (7)$$

где Φ – интеграл вероятности Гаусса; $\beta = \frac{x - G_m}{S_G}$ – характеристика безопасности А.Р. Ржаницина [4, 5, 6].

Существуют несколько подходов к оценке надежности строительных конструкций. В.Д. Райзер в работе [1,2] приводил следующие данные по рекомендуемому уровню надежности при проектировании по первой группе предельных состояний (по несущей способности) в зависимости от величин расходов на строительный объект и возможные последствия возникновения отказа (с учетом европейских норм проектирования строительных конструкций).

Таблица 1

Рекомендуемый уровень надежности строительных конструкций

Относительные значения расходов	Последствия		
	незначительные	средние	большие
большие	$\beta = 3,1; P_f = 1 \cdot 10^{-3}$	$\beta = 3,3; P_f = 5 \cdot 10^{-3}$	$\beta = 3,7; P_f = 1 \cdot 10^{-4}$
средние	$\beta = 3,7; P_f = 1 \cdot 10^{-4}$	$\beta = 4,2; P_f = 1 \cdot 10^{-5}$	$\beta = 4,4; P_f = 5 \cdot 10^{-6}$
незначительные	$\beta = 4,2; P_f = 1 \cdot 10^{-5}$	$\beta = 4,4; P_f = 5 \cdot 10^{-6}$	$\beta = 4,7; P_f = 1 \cdot 10^{-6}$

В некоторых работах, посвященных данному вопросу, под «относительным значением расходов» понимаются вероятностные социальные, экономические убытки, а под «последствием» – возможные человеческие потери [4,5].

В нормах РФ уровень надежности учитывается степенью ответственности сооружения. В рекомендациях [7,8,9] приводятся следующие рекомендуемые значения индекса надежности β в зависимости от класса сооружения по ответственности для предельных состояний по несущей способности

Таблица 2

Рекомендуемые минимальные значения индекса надежности β

Класс ответственности сооружения	Минимальные значения индекса надежности при периоде эксплуатации	
	1 год	50 лет
КС-3 (повышенный уровень ответственности)	5,2	4,3
КС-2 (нормальный уровень ответственности)	4,7	3,8
КС-1 (пониженный уровень ответственности)	4,2	3,3

В общем виде условие проверки несущей способности по первой группе предельных состояний записывается в следующем виде:

$$N_0 \leq R_0; \quad (8)$$

где N_0 – усилие в строительном элементе; R_0 – предельная несущая способность, соответствующая виду усилия.

Выражение (8) может быть представлено в безразмерном виде:

$$\frac{N_0}{R_0} \leq 1. \quad (9)$$

Соответственно, проектные запасы несущей способности могут быть записаны в следующем виде:

$$\alpha_R = \left(1 - \frac{N_0}{R_0}\right) \cdot 100 \%. \quad (10)$$

2. Методика оценки изгибаемых балок

Одним из часто используемых конструктивных элементов в строительной практике являются стальные балки. Рассмотрим связь между проектными и вероятностными запасами несущей способности в данных конструкциях.

Для стальных изгибаемых элементов основной проверкой напряженно-деформированного состояния является проверка по прочности. Для стальных балок 1-го класса (в упругой стадии) она записывается в следующем виде:

$$\frac{M}{W_{min} \cdot R_y \cdot \gamma_c} \leq 1, \quad (11)$$

где M – изгибающий момент.

Отметим, что при подборе поперечного сечения изгибаемых стальных балок контролируются проектные запасы прочности согласно:

$$\alpha_0 = \frac{R_y \cdot \gamma_c - M/W_x}{R_y \cdot \gamma_c} \cdot 100 \% \leq [\alpha], \quad (12)$$

где $[\alpha]$ – предельно допускаемое значение запаса прочности

Отметим, что в практике проектирования стальных конструкций [10,11] предельное значение $[\alpha]$ принимается: для прокатных балок равным 20 %, а составных – 5 %.

Запишем из (5) значение момента инерции W , соответствующее принятому уровню запаса прочности:

$$W = \frac{M}{R_y \cdot \gamma_c \cdot \left(1 - \frac{[\alpha]}{100\%}\right)} \quad (13)$$

Учитывая, что прочность стали подчиняется нормальному закону распределения случайных величин, можно записать:

$$R_n = \bar{G} - t_n \cdot S_G; \quad (14)$$

где R_n – нормативное сопротивление стали, отбраковочный минимум с обеспеченностью 0,95; t_n – нормативное значение коэффициента нормального распределения (для строительной стали принимается 1,645).

Важным параметром при статистической оценке распределения прочностных свойств строительных материалов является коэффициент вариации

$$V_R = \frac{S_G}{\bar{G}}. \quad (15)$$

Решая (14) и (15) найдем параметры распределения прочности стали:

$$\bar{R} = \frac{R_n}{1 - t_n \cdot V_R}; \quad (16)$$

$$S_R = V_R \cdot \bar{G}. \quad (17)$$

В настоящем исследовании примем, что действующая нагрузка подчиняется нормальному закону распределения случайных величин. Тогда для данного расчетного случая можно записать:

$$P_n = P \cdot \gamma_f; \quad (18)$$

$$P_n = \bar{P}; \quad (19)$$

$$P = \bar{P} + t_p \cdot S_P, \quad (20)$$

Тогда параметры статистического распределения нагрузки составят:

$$\bar{P} = P_n; \quad (21)$$

$$S_P = \frac{\bar{P} \cdot (\gamma_f - 1)}{t_p}. \quad (22)$$

При действии нескольких нагрузок, принимаемых как некоррелированные случайные величины, используем следующие зависимости:

$$\bar{P} = \sum_{i=1}^m \bar{P}_i; \quad (23)$$

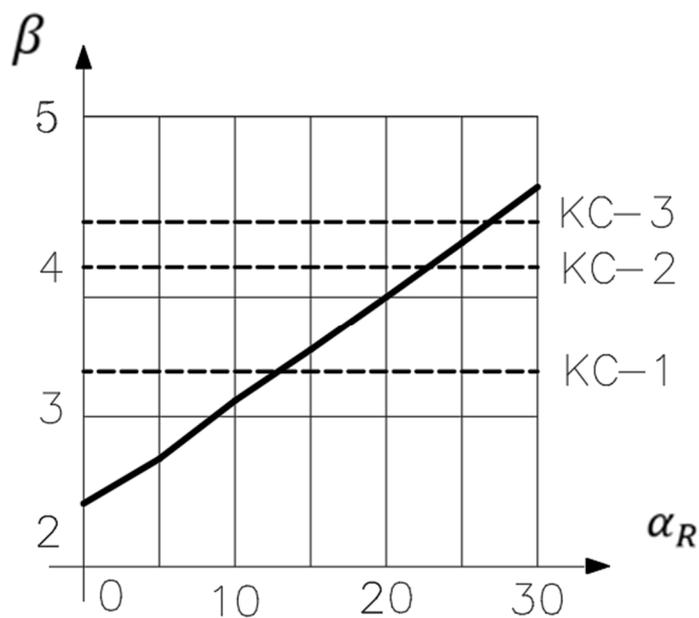
$$S_P = \sqrt{\sum_{i=1}^m S_{P,i}^2} \quad (24)$$

где m – число учитываемых в расчете нагрузок.

3. Исследование надежности стальных балок

Для проведения исследований надежности примем следующие расчетные данные: балка однопролетная шарнирная; интенсивность постоянной нагрузки 15 кН/м, временной – 25 кН/м; пролет 8 м; коэффициент надежности постоянной нагрузки 1,1, временной – 1,3; материал балки – сталь С255. При изучении надежности балки коэффициент запаса прочности изменялся дискретно от 0% до 30% с шагом 5%. Также в исследованиях условно принят срок эксплуатации 50 лет.

На рисунке показана полученная в результате проведения исследований зависимость коэффициента надежности от принимаемого коэффициента запаса несущей способности балки.



Зависимость коэффициента надежности β от запаса прочности α_R

Из анализа данных, приведенных на рисунке, можно заключить, что балки с запасом прочности менее 10% (составного профиля) имеют коэффициент запаса надежности чуть более 3. Такие запасы соответствуют использованию в строительных конструкциях с незначительными потерями в случае возникновения отказа.

Для объектов повышенного уровня ответственности, а также с значительными последствиями в случае возникновения отказа рекомендуемый запас прочности по нормальным напряжениям должен составлять не менее 25%. Также для этих объектов следует использовать прокатные профили.

Заключение

На основании проведенных исследований можно сделать следующие выводы.

1. Предложена методика оценки надежности стальных изгибаемых элементов, учитывающая запасы прочности.
2. Для строительных объектов с незначительными потерями в случае возникновения отказа, а также с пониженным уровнем ответственности рекомендуется иметь запасы прочности 5-10%.
3. Для строительных объектов со значительными потерями в случае возникновения отказа, а также с повышенным уровнем ответственности рекомендуется иметь запасы прочности порядка 25%

Библиографический список

1. Райзер В.Д. Вероятностные методы в анализе надежности и живучести сооружений. – М.: Из-во АСВ, 2018. – 396 с.
2. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений. – М.: Из-во АСВ, 2010. – 384 с.

3. Перельмутер А.В. Избранные проблемы надежности и безопасности строительных конструкций. – М.: Из-во АСВ, 2007. – 256 с.
4. Лычев А.С. Надежность строительных конструкций.– М.: Из-во АСВ, 2008. – 184 с.
5. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Кнорус, 2010. – 480 с.
6. ГОСТ 27751-2014 Надежность строительных конструкций и оснований. Основные положения.
7. Методические рекомендации. Методика оценки остаточного ресурса несущих конструкций зданий и сооружений / Министерство строительства и жилищно-коммунального хозяйства РФ; Федеральное автономное учреждение «Федеральный центр нормирования, стандартизации и оценки соответствия в строительстве». – М., 2018. – 50 с.
8. Руководство по оценке рисков чрезвычайных ситуаций техногенного характера, в том числе при эксплуатации критически важных объектов РФ. Утв. МЧС РФ 09.01.2008 г.
9. Методические рекомендации по оценке инженерной безопасности зданий и сооружений. Утв. МЧС РФ 30.09.2022 г.
10. Металлические конструкции: в 3 т. Т.1. Элементы конструкций / под ред. В.В. Горева. – М.: Высш. шк., 2004. – 551 с.
11. Металлические конструкции / под ред. Ю.И. Кудишина. – М.: Изд-во «Академия», 2007. – 688 с.
12. СП 16.13330.2017 Свод правил. СНиП II-23-81* Стальные конструкции.
13. СП 294.1325800.2017 Свод правил. Конструкции стальные. Правила проектирования.
14. СП 20.13330.2016 Свод правил. СНиП 2.01.07-85* Нагрузки и воздействия.
15. Пособие по проектированию стальных конструкций (к СНиП II-23-81*) / ЦНИИСК им. Кучеренко. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. – 148 с.

References

1. Raiser V.D. Probabilistic methods in the analysis of reliability and survivability of weapons. M.: Publishing House of the DIA, 2018. 396 p.
2. Raiser V.D. Theory of reliability of the structure. M.: Publishing house of the DIA, 2010. 384 p.
3. Perelmuter A.V. Problems of reliability and safety of building structures have been identified. M.: Publishing House of the DIA, 2007. 256 p.
4. Lychev A.S. Reliability of building structures. M.: Publishing House of the DIA, 2008. 184 p.
5. Ventzel. E.S., Ovcharova L.A. Probability theory and its engineering applications. M.: Knorus, 2010. 480 p.
6. Federal Standard 27751-2014. Reliability of building structures and foundations. Basic provisions.
7. Methodological recommendations. Methodology for assessing the residual resource of load-bearing structures of buildings and structures. Ministry of Construction and Housing and Communal Services of the Russian Federation. Federal Autonomous Institution "Federal Center for Standardization, Standardization and Conformity Assessment in Construction". M.: 2018. 50 p.
8. Guidelines for assessing the risks of man-made emergencies, including during the operation of critical facilities of the Russian Federation. Approved by the Ministry of Emergency Situations of the Russian Federation on 09.01.2008.

9. Methodological recommendations for the assessment of engineering safety of buildings and structures. Approved by the Ministry of Emergency Situations of the Russian Federation on 30.09.2022 .
10. Metal structures. In 3 t. t. 1 structural element / edited by V.V.Goreva.- M.: Higher School, 2004.- 551 p.
11. Kudishin Y.I. Metal structures. M.: Publishing house "Academy", 2007. 688 p.
12. Set of Rules 16.13.30.2017. SNiP II-23-81* Steel Structures.
13. Set of Rules 294.1325800.2017. Steel Structures. Design Rules.
14. Set of Rules 20.13.30.2016. SNiP 2.01.07-85 * Loads and impacts.
15. Manual on the design of steel structures (to SNiP II)-23-81* Central Research Institute of Building Structures named after V. A. Kucherenko. M.: TSITP Gosstroy of the USSR, 1989.148 p.

ASSESSMENT OF THE IMPACT OF STRENGTH RESERVES ON RELIABILITY STEEL BEAMS

A. A. Sventikov

Voronezh State Technical University
Russia, Voronezh

Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(473)2072220,
e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

A probabilistic method for assessing the reliability of steel beams, taking into account the initial level of strength reserves, is proposed. The technique was tested based on consideration of a steel solid-stage beam. It has been revealed that rolling beams are most appropriate to use in building structures with an increased level of responsibility, and beams with a composite cross-section in structures, which failure leads to minor consequences.

Keywords: steel beam, reliability, safety factor, failure.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

1. К рассмотрению принимаются научные статьи общим объемом от 8 до 16 страниц. Материал статьи следует представить в редакцию в электронном и печатном виде.

2. Формат страницы – А4. Поля: верхнее – 2, нижнее – 3, правое и левое – 2 см.

Шрифт текста – Times New Roman с одинарным интервалом. Размер шрифта основного текста – 12 пт. Аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, информация об авторах – 10 пт. Абзацный отступ – 1,25 см.

3. Структура статьи:

3.1. УДК (приводится в левом верхнем углу);

3.2. Название статьи (шрифт – 12 пт., жирный);

3.3. Имя, отчество, фамилия автора (-ов);

3.4. Сведения об авторе(-ах): ученая степень, ученое звание, занимаемая должность, место работы, город, контактная информация;

3.5. Аннотация (основная информация о статье и полученных результатах исследования; требуемый объем аннотации – от 100 до 250 слов);

3.6. Ключевые слова (основные понятия, рассматриваемые в статье);

3.7. Текст статьи;

3.8. Библиографический список (на русском и английском языках);

3.9. Пункты 3.2–3.6 на английском языке. Предлагаемый перевод должен полностью соответствовать тексту на русском языке;

3.10. Сведения о финансировании (если есть).

4. Основной текст статьи должен быть структурирован (введение, постановка задачи, методы исследования, результаты, выводы или заключение и т.п.).

5. Рисунки и таблицы располагаются по мере их упоминания в тексте. Рисунки в виде ксерокопий из книг и журналов, а также плохо отсканированные не принимаются.

6. Ссылки на литературу в статье указываются в квадратных скобках (например, [1]).

Библиографический список приводится в конце статьи (по порядку упоминания в тексте) и оформляется по ГОСТ Р 7.05-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Самоцитирование не более 30 %.

7. Для публикации статьи необходимо выслать на почтовый адрес редакции внешнюю рецензию. Обращаем внимание авторов на то, что наличие внешней рецензии не отменяет внутреннего рецензирования и не является основанием для принятия решения о публикации.

8. Все представленные в редакцию материалы проверяются в программе «Антиплагиат». Автор несет ответственность за научное содержание статьи и гарантирует оригинальность представляемого материала.

9. Редакция имеет право производить сокращения и редакционные изменения текста рукописи.

ПО ВСЕМ ВОПРОСАМ,
СВЯЗАННЫМ С ПУБЛИКАЦИЕЙ СТАТЕЙ, ОБРАЩАТЬСЯ:

главный редактор – Сафронов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, проф.,
зам. главного редактора – Козлов Владимир Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ответственный секретарь – Габриелян Грайр Егишеевич, канд. техн. наук, доцент.

Почтовый адрес редакции: 394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ком. 2211.
Тел./факс: +7(473)271-52-30, e-mail: vss22@mail.ru.