

ISSN 2219-1038 (print)
ISSN 2949-3757 (online)

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научный журнал

Выпуск № 3 (34), 2022

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2010 г.

Выходит 4 раза в год

Учредитель и издатель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет».

Территория распространения — Российская Федерация.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА:

Главный редактор: Сафронов В. С., д-р техн. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора: Козлов В. А., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г. Е., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Буренин А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре

Гриднев С. Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Зверев В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Ефрюшин С. В., канд. техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет

Кирсанов М. Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Колчунов В. И., д-р техн. наук, проф., академик РААСН, Юго-Западный государственный университет

Леденев В. В., д-р техн. наук, проф., Тамбовский государственный технический университет

Михайлов В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный строительный университет, Вьетнам

Нугужинов Ж. С., д-р техн. наук, проф., Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития Карагандинского государственного технического университета, Казахстан

Овчинников И. Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет

Пшеничкина В. А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет

Трещев А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РААСН, Тульский государственный университет

Турищев Л. С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Беларусь

Шимановский А. О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь

Шитикова М. В., д-р физ.-мат. наук, проф., советник РААСН, Воронежский государственный технический университет

Дизайн обложки - А.Р. Ефанов. Фото на обложке Юлии Батуриной,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

Журнал «Строительная механика и конструкции» включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписной индекс в «Каталоге периодических изданий. Газеты и журналы» ГК «Урал Пресс» - 66004

Физические лица могут оформить подписку в интернет-магазине «Деловая пресса»

<http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Дата выхода в свет 24.10.2022. Усл. печ. л. 17,6. Формат 60×84/8. Тираж 65 экз. Заказ №.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77 – 72895 от 22.05.2018 г.

Цена свободная

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ: 394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
(строительный факультет, кафедра строительной механики)

тел.: +7(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

ОТПЕЧАТАНО: отдел оперативной полиграфии издательства ФГБОУ ВО «ВГТУ»

394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

ISSN 2219-1038 (print)
ISSN 2949-3757(online)

**STRUCTURAL MECHANICS
AND STRUCTURES**

Scientific Journal
ISSUE № 3 (34), 2022

- Structural mechanics and strength of materials
- Applied problems of mechanics of solid body under deformation
- Soil mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of bases and foundations of buildings and structures
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic effect on elastic systems
- Pilot and field observations of structures and materials

Voronezh

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since 2010

Issued 4 times a year

Founder and publisher – Voronezh State Technical University.
Territory of distribution — Russian Federation.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL:

Chief editor: Safronov V. S., Dr. of Tech. Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

The deputy chief editor: Kozlov V. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

Executive secretary: Gabrielyan G. E., PhD of Tech. Sc., Associate Prof.,
Voronezh State Technical University

EDITORIAL BOARD MEMBERS:

Burenin A. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., Corresponding Member of RAS, Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far Eastern Branch of RAS, Komsomolsk on Amur

Gridnev S. Yu., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University

Zverev V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Efryushin S. V., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University

Kirsanov M. N., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

Kolchunov V. I., Dr. of Tech. Sc., Prof., academician of RAACS, South-West State University

Ledenyov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Tambov State Technical University

Mikhailov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Nguen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National University of Civil Engineering, Socialist Republic of Vietnam

Nuguxhinov Zh. S., Dr. of Tech. Sc., Prof., Kazakh Multidisciplinary Reconstruction and Development Institute of Karaganda State Technical University, Republic of Kazakhstan

Ovchinnikov I. G., Dr. of Tech. Sc., Prof., Saratov State Technical University

Pshenichkina V. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Volgograd State Technical University

Trechshev A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Corresponding Member of RAACS, Tula State University

Turichshev L. S., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Polotsk State University, Republic of Belarus

Shimanovsky A. O., Dr. of Tech. Sc., Prof., Belarusian State University of Transport, Republic of Belarus

Shitikova M. V., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., adviser of RAACS, Voronezh State Technical University

Cover design by A.R. Efanov. Cover photo by Yulia Baturina,
<https://www.shutterstock.com/ru/image-photo/bridge-form-horseshoe-on-sunsetsky-334037030>

The journal "Structural mechanics and structures" is included into the list of peer-reviewed editions in which the results of dissertations for obtaining degrees of a Full Doctor and PhD are published

Subscription index in the «Catalog of periodicals. Newspapers and magazines» of the «Ural Press»
Group of Companies - 66004

Individuals can subscribe to it in the online store "Business Press" <http://www.ural-press.ru/dlya-fizicheskikh-lits/>

Publication date 24.10.2022. Conventional printed sheets 17,6. Format 60×84/8. Numbers of copies 65. Order №.

Journal is registered by Federal Service for Supervision of Communications,
Information Technology and Mass Media (Roskomnadzor)
Registration certificate PI № FS 77 - 72895 or 22.05.2018.

Price is subject to change

ADDRESS OF EDITORIAL AND PUBLISHER OFFICE: 84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006, Russian Federation
(Faculty of construction, Department of Structural Mechanics)
Tel.: +7(473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

PRINTED: publishing department of operational printing of Voronezh State Technical University

84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006

12+

© Voronezh State Technical University, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

Козлов В. А., Волков В. В., Борисов А. Е.

Моделирование работы дорожной конструкции со слоем из укрепленного материала.. 7

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Трещев А. А., Латшина М. А.

Деформирование прямоугольных ортотропных пластин средней толщины из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния..... 20

Теличко В. Г., Куриен Н. С.

Определение деформированного состояния каркасного железобетонного здания под воздействием внешнего взрыва..... 33

Трещев А. А., Ющенко Н. С., Захарова И. А., Судакова И. А.

Деформирование ортотропных пластин с учетом поперечных сдвигов и нелинейной зависимости механических свойств композитного материала от вида напряженного состояния..... 49

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Мищенко А. В.

Энергетическая оптимизация структурно-неоднородной двухшарнирной рамы..... 71

Курсанов М. Н.

Формулы для расчета деформаций многопролетной фермы..... 82

Иваницкий А. Д.

Формулы для расчета деформаций плоской рамы..... 90

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Саражинский А. С., Ефреушин С. В.

Исследование напряженно-деформированного состояния объемно-блочных конструкций с учетом стадийности возведения..... 99

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Подлесных И. С., Гриднев С. Ю.

Обобщение результатов исследований напряженно-деформированного состояния разрезных пролетных строений с металлическими балками при воздействии солнечной радиации..... 115

Калгин Ю. И., Калгин А. Ю., Козлов В. А., Паневин Н. И.

Обоснование применения холодных асфальтобетонных смесей при неотложном ремонте покрытия проезжей части автодорожного моста..... 129

МЕХАНИКА ГРУНТОВ

Антонов В. М., Аль-Накди И. А.

Определение несущей способности горизонтально армированных песчаных оснований при циклических воздействиях..... 141

Правила оформления статей..... 151

CONTENTS

CALCULATION AND DESIGN OF BASES AND FOUNDATIONS OF BUILDINGS AND STRUCTURES

<i>Kozlov V. A., Volkov V. V., Borisov A. E.</i> Simulation of operation of a road structure with a layer of reinforced material.....	7
--	---

APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS OF SOLID BODY UNDER DEFORMATION

<i>Treshchev A. A., Lapshina M. A.</i> Deformation of rectangular orthotropic plates of medium thickness made of materials sensitive to the type of stress state.....	20
--	----

<i>Telichko V. G., Kurien N. S.</i> Determination of the deformed state of a frame-reinforced concrete building under the influence of an external explosion.....	33
--	----

<i>Treschev A. A., Yushchenko N. S., Zakharova I. A., Sudakova I. A.</i> Deformation of orthotropic plates taking into account transverse shifts and nonlinear dependence of mechanical properties of the composite material depends on the type of stress state.....	49
--	----

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF MATERIALS

<i>Mishchenko A. V.</i> Energy optimization of a structurally heterogeneous double-hinged frame.....	71
---	----

<i>Kirsanov M. N.</i> Formulas for calculation of deformations of a multi-span truss.....	82
--	----

<i>Ivanitskii A. D.</i> Formulas for calculating deformations of a planar frame.....	90
---	----

CALCULATION AND DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES

<i>Sarazhinsky A. S., Efrushin S. V.</i> Investigation of the stress-strain state of volumetric-block structures taking into account the stages of construction.....	99
---	----

CALCULATION AND DESIGN OF BRIDGES AND TRANSPORT STRUCTURES

<i>Podlesnykh I. S., Gridnev S. Yu.</i> Generalization of the results of studies of the stress-strain state of spans under the influence of solar radiation.....	115
---	-----

<i>Kalgin Y. I., Kalgin A. Y., Kozlov V. A., Panevin N. I.</i> Justification of the application of cold asphalt concrete mixtures for urgent coating repair of the road bridge.....	129
--	-----

SOIL MECHANICS

<i>Antonov V. M., Al-Naqdi I. A.</i> Determination of the bearing capacity of horizontally reinforced sand bases under cyclic impacts.....	141
Requirements for articles to be published.....	151

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

DOI 10.36622/VSTU.2022.34.3.001
УДК 544.77.022:725.731

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОТЫ ДОРОЖНОЙ КОНСТРУКЦИИ СО СЛОЕМ ИЗ УКРЕПЛЁННОГО МАТЕРИАЛА

В. А. Козлов¹, В. В. Волков², А. Е. Борисов³

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
ГСК ВРЦ ООО «Автодор-Инжиниринг»³
Россия, г. Воронеж

¹Д-р физ.-мат. наук, зав. кафедрой строительной механики, тел.: +7(473)276-40-06, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

²Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)22402587, e-mail: kotlac@yandex.ru

³Главный специалист, тел.: +7(910) 245-86-66, e-mail: a.borisov@yandex.ru

Предлагается при расчете напряженно-деформированного состояния дорожной одежды, состоящей из асфальтобетонного и грунтобетонного низлежащего слоя учитывать работу обработанных гранул основания. Это позволяет учитывать влияние толщины пленки вяжущего на гранулах смеси на напряженно-деформируемое состояние сформированного слоя при замерзании-оттаивании воды в порах. В данной статье рассмотрена физическая модель возникновения приращения поры при замерзании воды в ней и возникновения усилий между гранулами, покрытыми органическим вяжущим при различных размерах пор.

Получено, что оптимальная толщина пленки стандартного вяжущего составляет 50-150 мкм при условиях стандартного фракционного состава. Уменьшение зазоров между частицами грунтобетонной смеси снижает количество накопленной воды, но одновременно увеличивает внутренние напряжения внутри материала при замораживании. Наличие пленки полимерного вяжущего на гранулах снижает внутренние напряжения в структуре материала.

Показано, что прочность слоя уменьшается при положительном градиенте температур фазового состояния льда в порах слоя (таянии).

Ключевые слова: дорожная одежда, напряжение в слое, грунтобетонная смесь, морозостойкость

Введение. Интенсивное развитие транспорта в настоящее время приводит к повышению грузоподъемности, скорости современных автомобилей, а также возрастанию автопарка используемых транспортных средств. Как следствие, увеличивается нагрузка на дорожную конструкцию. Совместное воздействие колесной нагрузки и природно-климатических факторов на дорожную одежду приводит к образованию дефектов на покрытии в виде выбоин, трещин, колейности и других. Одной из причин разрушения покрытий автодорог является ослабление земляного полотна в связи с поступлением влаги через образовавшиеся дефекты в слоях дорожной одежды. Отсюда возникает необходимость укрепления оснований и грунтов верха земляного полотна с целью уменьшения их водонасыщения и, как следствие, уменьшения количества дефектов, особенно при воздействии пониженных температур. В соответствии с нормативными документами в настоящее время используют асфальтобетонный гранулят, щебеночно-гравийно-песчаные смеси и грунты, обработанные вяжущими материалами.

Данная работа посвящена разработке математической модели, описывающей работу конструктивного слоя дорожной одежды облегченного типа в области перепада температур с учетом внутреннего напряжения в грунтобетонной смеси.

Анализ литературных источников. Для теоретического обоснования эффективности технологии восстановления асфальтобетонных покрытий методом холодной регенерации с использованием грунтобетонной смеси, укрепленной вяжущим материалом, использованы научные положения, сформулированные в фундаментальных работах: Г.С. Бахраха [14], В.М. Безрука [5], Г.К. Сюньи [16], А.М. Алиева [2], В.М. Гоглидзе [7], Г.С. Гмыря [6], др.

При фрезеровании тонкослойных конструкций происходит перемешивание удаленного асфальтобетона и щебня с грунтом. Исходные материалы получаемой смеси имеют разный гранулометрический состав, различную крупность минеральной части. Данная смесь может содержать в том или ином соотношении грануляты старого асфальтобетона, которые покрыты полностью, частично или не покрыты вяжущим и песком; отдельные минеральные зерна основания – щебень различной крупности и грунтовую смесь различного состава.

Грунтобетонная смесь – это материал, созданный из нескольких составляющих. В нем крупный наполнитель представлен частицами гранулята старого асфальтобетона и щебёночного материала (получаемыми из основания), а дисперсная среда – вяжущим веществом (минеральным, органическим или комплексным) и грунтом. Представленная смесь состоит из дисперсных материалов, для которых характерна развитая межфазовая поверхность и высокая концентрация дисперсной фазы в жидкой дисперсной среде.

Задачей исследования является разработка математической модели работы дорожной конструкции при изменяющихся характеристиках используемых материалов с учетом различных эксплуатационных показателей.

Предмет исследования – анализ физических процессов в слое основания дорожной одежды из грунтобетонной смеси при действии отрицательных температур для достижения увеличенного срока ее эксплуатации.

Физико-математическая модель работы дорожной одежды. Основным элементом дорожной одежды является покрытие, накрывающее несколько слоёв основания и воспринимающее нагрузку от транспортного потока. Его прочность определяется основными физико-механическими характеристиками материалов, используемых для формирования слоя. В процессе решения конструктивной задачи по подбору состава для дорожной одежды очень важно знать, какой из слоев является наиболее слабым звеном, как он будет влиять на несущие свойства дорожной одежды и, соответственно, на стойкость верхнего слоя дороги при транспортном воздействии. Расчет каждого конструктивного элемента связан с многими исходными параметрами, влияющими на конечный результат, при этом реологические характеристики материалов тесно связаны с технологией формирования каждого слоя.

При построении модели, описывающей связь между прочностными и физическими характеристиками новых материалов слоя основания, необходимо задать граничные условия прочности на сжатие и на разрыв, толщину слоя формируемого основания и покрытия дороги, начальные характеристики естественного грунтового основания.

Основными расчетными решениями, формирующими модель, являются: уравнение неразрывности; уравнение упругой деформации многослойной среды дорожной конструкции; уравнения Ламе для решения деформации в области контакта колеса; нестационарное уравнение теплопроводности Фурье; уравнения задачи Стефана; интегральное уравнение тепло-влажноперевода [17, 18].

В качестве гипотезы для критерия толщины конструктивных слоев дорожной одежды принято условие равновесия между эквивалентным модулем деформации многослойной одежды и модулем деформации низлежащего слоя при замерзании и последующем его

оттаивании. В процессе расчета определялись значения требуемого модуля деформации покрытия.

Приняв за условие равновесие сил в области контакта слоев, перемещение асфальтобетонного покрытия при воздействии повторяющихся нагрузок можно записать [10]

$$W_{val} = \frac{\pi \cdot p \cdot D \cdot v \cdot (0,5 + 0,65 \cdot \lg N_{def})}{2 \cdot E_1 \cdot \left(1 - \frac{2}{\pi} \left[\frac{E_1}{E_2} \right]^{-1,4} \cdot \arctg \left(\frac{h}{D} \cdot \left(\frac{E_2}{E_1} \right)^{0,4} \right) \right)} \quad (1)$$

где $E_{1,2}$ – модуль упругости первого и второго слоя; D – диаметр отпечатка колеса транспортного средства; p – величина нагрузки от колеса; N_{def} – количество приложений нагрузки.

Пластические осадки или перемещения каждого из слоев вычисляются интегрированием по глубине конструкции. В силу связи слоев прогиб на поверхности дорожного покрытия непрерывно связан с деформациями нижележащего слоя. В условиях, когда нижний слой может приобретать различные характеристики при изменении температуры, необходимо определить его влияние на прочностные характеристики всей конструкции [10].

На поверхность первого слоя действует равномерная нагрузка p по кругу диаметром D , расчетная схема показана на рис. 1.

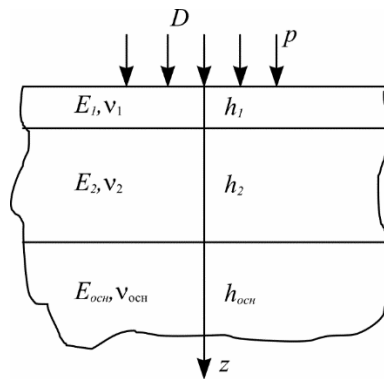


Рис. 1. Расчетная схема выбранной конструкции

На границах слоев дорожной одежды выполняются следующие условия,

$$u_i = u_{(i+1)}, w_i = w_{(i+1)}, \sigma_i = \sigma_{(i+1)}, \tau_i = \tau_{(i+1)}, i = 1..3. \quad (2)$$

Воспользуемся известными уравнениями (3) для перемещений многослойной конструкции, в которой каждый слой обладает модулем упругости, коэффициентом Пуассона, прочностью на сжатие. Определяющей величиной является модуль упругости или косвенно прогиб покрытия под известной нагрузкой. Формируемая чаша прогиба наиболее полно описывает основные характеристики дорожной одежды в случае применения различных материалов.

$$U_i = \frac{1+\nu_i}{E_i} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z}, \quad W_i = \frac{1+\nu_i}{E_i} \cdot \left[2 \cdot (1-\nu) \nabla^2 p - \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right], \quad (3)$$

где E_i – модуль упругости слоя с номером i ($i = 1, \dots, N$); ν – коэффициент Пуассона; W_i, U_i – вертикальные и горизонтальные перемещения; p – распределенная нагрузка; r – радиус чаши прогиба; z – толщина слоя; ∇ – оператор Лапласа.

Граничные условия на верхней границе асфальтобетонного слоя,

$$\sigma_{0z} = p(x), 0 < x < D, \sigma_{0z} = 0, D < x < \infty, \tau_{0z} = 0. \quad (4)$$

Проскальзывание слоев конструкции не учитывается, нагрузка предполагается осесимметричной, равномерно распределенной по круговой области [13, 19].

Используя уравнения Ламе для малых перемещений в граничных условиях (2) и (4), получаем систему уравнений, решаемых численно с использованием математического пакета Comsol Multiphysics.

Если материал покрытия дороги достаточно прочный, но хрупкий и не обладает необходимой способностью пропускать влагу, то он будет растрескиваться. Если материал пропускает влагу чрезмерно, то это приведет к накоплению избыточного количества влаги с последующим образованием сетки трещин и, возможно, линз влаги.

Анализ возникающих напряжений и деформаций в конструкции с вновь формируемым покрытием осуществлен посредством моделирования дорожной конструкции, сечение которой показано на рис. 2. Основные характеристики материалов получены в ходе лабораторных исследований, а геометрические параметры – в соответствии с технологической картой реконструкции автомобильной дороги. Глубина заложения грунтового корыта 3 м, это позволяет учесть влияние свойств грунта.

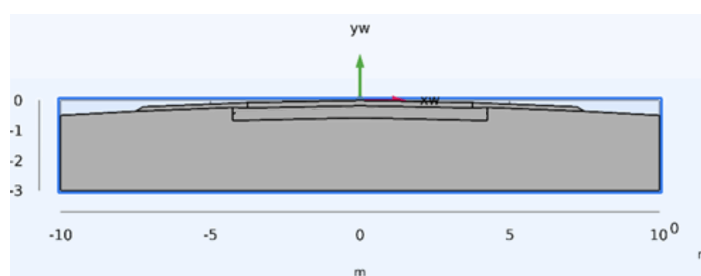


Рис. 2. Срез моделируемой дорожной конструкции со слоем из грунтобетонной смеси

Модуль упругости верхнего слоя из асфальтобетона зависит от температуры внешней среды, его влияние на величину общего прогиба весьма незначительно. Несущая способность дороги существенно зависит от величины модуля упругости нижнего слоя дорожной одежды в связи с изменением его увлажнения.

На рис. 3 показано изменение напряжений в слое основания в случае внесения пластичных элементов в виде тонкого слоя с коэффициентом Пуассона равным 0,31 [1].

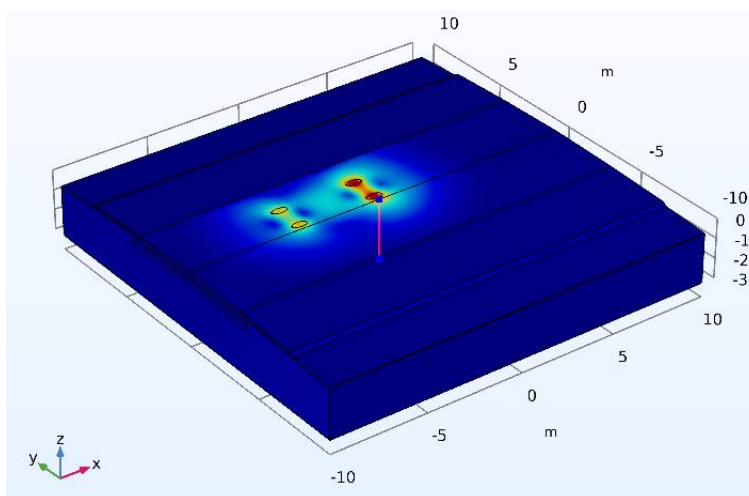


Рис. 3. Напряжения на стыке первого и второго слоев из грунтобетонной смеси дорожной конструкции

Отмечается практически полная передача усилий от верхнего нагруженного слоя. Максимальные напряжения возникают в области контакта колес транспортного средства.

Численное моделирование показало, что прочностные характеристики дорожной одежды в значительной степени зависят от несущих свойств искусственного слоя из грунтобетонной смеси. Начиная с величины увлажнения 15-20% несущего слоя, наблюдается уменьшение прочностных характеристик. Это связано с деформированием каркасной сетки из грунтобетонной смеси, приводящей к появлению локальных зон напряжений. Вблизи этих зон возможно появление локальных участков повышенного увлажнения, на которых из-за перемещений материала образуются трещины. Таким образом, для формирования устойчивого к попеременным циклам замораживания-оттаивания дорожного основания желательнее применять компоненты, увеличивающие как структурную целостность (минеральный компонент – цемент, известь), так и пластичную составляющую (органический компонент – битум). Для достижения необходимых характеристик нужно получить конструкции облегченной дорожной одежды с основанием, состоящим из указанных материалов в определенных пропорциях и с заданными свойствами.

Рассмотрение водонасыщенного состояния второго слоя грунтобетонной смеси опирается на описание процесса движения воды в пористом слое на основе решения фильтрационной задачи уравнения движения флюида в пористой среде, предложенное А.И. Цаплиным и В.Н. Нечаевым [9]. Уравнение имеет вид

$$\frac{1}{m} \frac{\partial U}{\partial \tau} + \frac{1}{m^2} \left(u \frac{\partial V}{\partial z} + V \frac{\partial U}{\partial z} \right) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - u \frac{V}{k} + VU, \quad (5)$$

где U – проекция скорости подъема воды на ось z ; m – пористость грунта; k – проницаемость грунта; V – кинематическая вязкость воды; ρ – плотность воды.

Совместное решение уравнений (3) и (5) позволяет определить поток жидкости, инфильтруемой слоем. С учетом этих данных структуры скелета сформированного слоя из грунтобетонной смеси можно определить количество жидкости, в которой границы частиц участвуют в процессе механического взаимодействия при фазовом переходе жидкости из одного агрегатного состояния в другое [3, 15, 22].

Слой, формируемый в результате технологических операций по укладке грунтобетонной смеси, состоит из обработанных вяжущим материалом гранул. В них присутствуют как структурные элементы (минеральная компонента, вяжущие, старый материал переработки асфальтобетона), так и вода. Последняя в процессе замерзания переходит через температуру фазового перехода, причем, чем чище вода, тем более быстрый процесс перехода из жидкого состояние в твердое. Образовавшиеся крупные кристаллы, расширяясь, механически действуют на стенки капилляра (поры).

Физико-механические и теплофизические характеристики материалов, из которых технологически изготовлена дорожная конструкция, совместно с температурным режимом определяют как теплоинерционные свойства дорожной конструкции, так и предельные физические характеристики при механическом воздействии расширяющегося льда и при обратном процессе – снятие этих напряжений. В предлагаемой технологии слой вяжущего вокруг минеральных компонентов старого асфальтобетонного покрытия гранул становится толще. В этом случае при условиях возрастания температуры даже при наличии хрупкого вяжущего усилия от давления ледяных кристаллов могут быть значительно меньше (рис. 4). Так как остаточная прочность слоя зависит от величины разрушающего действия воды внутри поры, то любое уменьшение давления ледяных кристаллов на стенки способствует увеличению количества циклов замораживая-оттаивания.

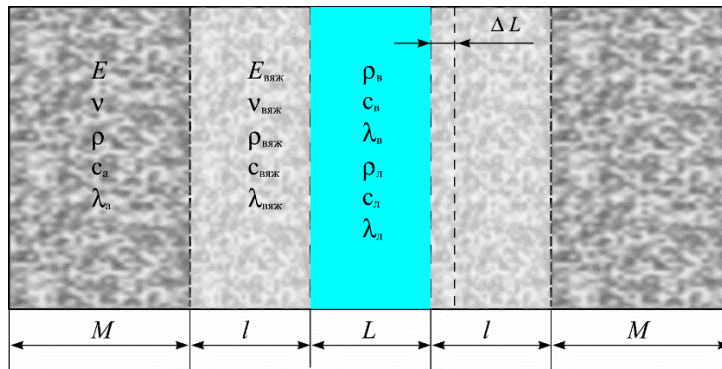


Рис. 4. Физическая модель возникновения приращения поры при замерзании воды в ней: E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; ρ – плотность; c_a – теплоёмкость асфальтобетона; λ_a – теплопроводность; M – толщина минерального материала; l – толщина вяжущего; L – толщина жидкости (воды); ΔL – приращение размера поры

Рассматриваемая задача сводится к выбору оптимального соотношения между механическими свойствами элемента формируемого слоя, связанного адгезивными свойствами вяжущего, и величиной усилия, вызванного линейным расширением льда в данном объеме. При этом можно сделать предположение о наличии оптимальной величины пористости для подбираемого состава грунтобетонной смеси с последующим её уплотнением [14], обладающей оптимальными характеристиками относительно разрушающего действия воды при замерзании.

Дорожная одежда представляет собой многослойную конструкцию с наиболее напряженным верхним слоем (слой деструкции). В зависимости от степени разрушения, могут изменяться теплопроводность (λ) и удельная теплоемкость (c), которые в общем случае являются функциями координаты (x), пористости (I), времени (t) и вариативных параметров температуры (T), количества свободной воды (W_b).

Задача содержит дифференциальные уравнения теплопроводности, начальные условия, определяющие распределение температуры на границах и толщине конструкции притоками тепла [20].

В процессе изменения внешних условий примем за начальный момент времени t_0 распределение температуры по глубине дорожной конструкции в виде условия $T_0 = T(x, 0)$. В силу изменения с течением времени параметров внешней среды процесс теплопереноса в совокупности с фазовыми переходами также носит нестационарный характер. Следовательно, изменение температуры в конструкционных слоях дорожной одежды может быть описано уравнением нестационарной теплопроводности Фурье:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \text{div}(\lambda \text{grad } T), \quad (6)$$

где c – удельная теплоемкость материалов конструкции, Дж/кгК; λ – коэффициент теплопроводности материала, Вт/мК; ρ – плотность материала, кг/м³; t – время, с.

Граничные условия для данной задачи и конструкции:

$$T(z, 0) = T_{0z} \quad (7)$$

Для соприкасающихся слоев можно записать,

$$\lambda_1 \left. \frac{\partial T_0}{\partial z} \right|_1 = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_1; t_{1|1} = t_{2|1}, c_1 \left. \frac{\partial T_0}{\partial z} \right|_1 = c_2 \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_1; t_{1|1} = t_{2|1}, \rho_1 \left. \frac{\partial T_0}{\partial z} \right|_1 = \rho_2 \left. \frac{\partial T_1}{\partial z} \right|_1; t_{1|1} = t_{2|1}. \quad (8)$$

Уравнение (6) описывает общий случай распределения температуры вглубь конструкции дороги. А граничные условия (7) и (8) указывают на неразрывность потоков тепла на границах слоев.

В точной постановке уравнения теплопроводности в многофазной среде с движущимися границами между различными фазами (задача Стефана) решаются численным методом [11, 21]. Для учета в модели процессов замораживания/оттаивания слоя был использован метод учета скрытой теплоты фазового перехода воды в слое на основе эффективных теплоемкости C_3 и теплопроводности λ_3 .

В слое искусственного основания из грунтобетонной смеси при его замерзании движение фронта фазового перехода происходит с выделением тепла. Это приводит к задаче вычисления распределения температур по толщине дорожной конструкции. Уравнение Фурье перепишем с учетом эффективных теплоемкости C_3 и теплопроводности λ_3 и в соответствии с принятой расчетной схемой:

$$C_3 \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_3 \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right). \quad (9)$$

Условимся, что эквивалентные теплоемкость и теплопроводности связаны с фазовой зависимостью процесса замораживания-таяния поровой воды

$$C_3 = \begin{cases} (c\rho)_3 + L\rho_a \frac{\partial W_m(T)}{\partial T} \\ (c\rho)_ж \\ (c\rho)_{сух} \end{cases}, \quad \lambda_3 = \begin{cases} \lambda_3 \\ \lambda_ж \\ \lambda_{сух} \end{cases}, \quad \begin{matrix} T \leq T_\phi \\ T > T_\phi \end{matrix}, \quad (10)$$

где $W_m(T)$ – функция, отражающая зависимость количества незамерзшей воды от температуры T ; L – удельная теплота фазового перехода вода-лед, Дж/кг; индексы «з», «ж» относятся, соответственно, к замерзшей и жидкой фазам состояния воды, а «сух» при отсутствии влаги.

Тогда подставляя в (9), получим обобщенное уравнение

$$(C_3)_i \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_i \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \right), \quad i = 1, 2, 3, \quad (11)$$

где c_i – удельная теплоемкость материалов слоя с номером i , Дж/кгК; ρ_i – плотность материала i -го слоя, кг/м³; λ_i – коэффициент теплопроводности материала i -го, Вт/мК.

Тепло окружающей среды поступает через границу воздух-поверхность дороги с граничными условиями и определением условий теплообмена с окружающей средой. При температуре ниже нуля замерзает не вся влага, а та часть, которая составляет разность между начальной влажностью W_m и влажностью при температуре T_ϕ : $W_m - W_n(T_\phi)$. Остальная вода кристаллизуется в зоне промерзания по мере дальнейшего понижения температуры слоя. С учетом вышеуказанного можно записать

$$\lambda_3 \frac{\partial T}{\partial x} - \lambda_ж \frac{\partial T}{\partial x} = L\rho (W_m - W_n(T_\phi)) \frac{\partial \xi}{\partial x}, \quad (12)$$

где $\xi = \xi(t)$ – положение фронта фазового перехода.

Модель описывается множеством функциональных зависимостей: температурой, удельной теплоемкостью, теплопроводностью и плотностью в каждом слое дорожной конструкции, а также функцией водонасыщения $W_n(T)$, связанной с количеством незамерзающей воды при заданной температуре T . Эти зависимости описывают изменение теплофизических свойств слоя при фазовом переходе содержащейся в нем воды и вызванным выделением скрытой теплоты льдообразования.

Теплофизические константы c , λ , ρ определяются долевыми слагаемыми уплотненного гранулята, воды и льда. Для теплоемкости слоя используются все компоненты, включая воду в замершем и жидком состояниях, содержащейся в порах:

$$c_3 = c_a + c_{вжл} + c_b W_b, \quad c_ж = c_a + c_{вжл} + c_b W_n(T) + c_l (W_m - W_n(T)), \quad (13)$$

где $c_3, c_ж$ – теплоемкости верхнего слоя дорожной конструкции в полностью замёрзшем и талом состояниях, $кДж/кг*К$; W_m – процентное содержание воды в порах слоя из грунтобетонной смеси.

Материалы и методы исследований. Оценить оптимальное соотношение объема поры и толщины стенки можно с помощью эконометрического показателя, определяющего затраты на укладку и количество используемого вяжущего материала. Очевидно, что минимальных размеров пор достичь невозможно, а получение максимальной толщины вяжущий пленки экономически не выгодно. Следовательно, для них существует определённый спектр оптимальных соотношений, которые позволяют создавать стойкие материалы на основе дешевых местных компонентов для местности, в которой часто происходят замораживания и оттаивания.

В таблице приведены основные теплофизические характеристики используемых материалов при строительстве дорог, а также воды и льда. Эти данные являются усредненными значениями, встречающимися на практике указанных параметров. Для анализа скорости проникновения тепловой волны при охлаждении или нагревании единицы слоя очень важен параметр теплопроводности среды, на которую оказывается теплофизическое воздействие. Очевидно, что бетон обладает большой теплопроводностью из-за наличия как натуральных природных материалов в виде гравия, так и минеральной компоненты [8]. Органические вяжущие уменьшают теплопроводность материала. При формировании слоя из грунтобетонной смеси тепловая волна вызывает расширение (сжатие) монолитных материалов или расширение (сжатие) пространства между ними (трещины, щели, зазоры).

Теплофизические характеристики используемых материалов

Материал	Теплопроводность, $Вт/(м*град)$	Теплоемкость, $Дж/(кг*град)$	Температурный коэффициент линейного расширения, $мкм/м*С^0$
Асфальтобетон	1,05	1680	200
Песок и грунт	0,35	840	7-12
Раствор цементно-песчаный	0,6...1,2	840	10-12
Бетон на щебне из природного камня	1,51	840	10-14
Битумы нефтяные строительные	0,17...0,27	1680	900
Портландцемент	0,47	-	14
Вода	0,556	4200	130-200
Лед	2,33	2100	51

Наличие теплоемкости в материалах таблицы приводит к смещению фазы образования льда при воздействии холода и, наоборот, фазы оттаивания – при воздействии тепла. Это приводит к тому, что минеральные компоненты могут продолжать изменять свои размеры. При этом вода, не перешедшая в фазовое состояние, получает дополнительный объем, занимающий пространство между формирующимся ледяным слоем и вновь образующейся трещиной. Расчеты показывают, что запаздывание фазы замерзания воды приводит к дополнительному росту ее объема в порах и трещинах на 5-7 %, а при нагреве лед, не успевая перейти в состояния водной пленки, деформирует нижние части гранул. Если при этом полимерная пленка тоньше необходимого размера, возможно разрушение данного слоя с оголением минеральных компонент, что приводит к дальнейшей деструкции покрытия. Анализ показывает, что в нижних слоях до глубины 5-6 см следовало бы увеличить количество полимерного вяжущего, но в силу технологических ограничений данную процедуру выполнить проблематично.

Условие возникновения процесса пучения пористой структуры опирается на критерий, при котором возрастание деформации от увеличения объема грунта $l_{пуч}$

превышает допустимый предел, $l_{нуч} \leq l_{дон}$ [12]. Для вычисления влияния перехода жидкой фазы воды в лед на появляющееся напряжение внутри материала на основе распределения высева использованного гранулята рассчитан объем свободной воды на метр кубический слоя. Увеличение размера гранул приводит к значительному увеличению количества воды в слое из грунтобетонной смеси, а возрастание расстояния между ними увеличивает количество льда при замерзании и последующее силовое воздействие на гранулы.

В результате численного эксперимента установлено, что состояние слоя связано с распределением температур в верхнем слое покрытия. Имеет место замедление темпов образования льда на 4...6 часов в месяцы с понижением среднемесячной температуры. В то же время в период повышения средней температуры покрытия с деструктурированным слоем увеличивается время размораживания на 5...7 часов по сравнению со слоем без обработки гранул. Таким образом, изменение теплофизической характеристики слоя из грунтобетонной смеси приводит к перераспределению потоков тепла, вызывающих замерзание воды в его порах [8].

На рис. 5 показана зависимость усилий в слое от толщины вяжущего, полученная в результате моделирования процесса замерзания воды в порах грунтобетонной смеси. Размеры пор варьируются в диапазоне от 0,01 мм до 0,2 мм. Температура изменяется от -3 °С до -10 °С. Заметное возрастание усилия при температуре -8 °С вызвано возрастанием модуля упругости вяжущего. С увеличением толщины вяжущего воздействие расширяющегося льда уменьшается, имея перегиб в области 50 – 100 мкм. В этот момент температурная зависимость напряжений в слое изменяется с линейной на полиномиальную – квадратичную. При меньшей величине толщин действующие силы значительны, что может превысить адгезию тонкого слоя покрытия гранул или их контакт. Следует отметить, что размер поры при этом сильно не изменяется, а толщина пленки уменьшается.

При анализе величин возникающих усилий можно сделать вывод о том, что целесообразно было бы заменить битумные вяжущие более прочными полимерно-битумными или вяжущими, имеющими в своей основе структурообразующие минеральные компоненты, способствующие упрочнению стенки данной поры.

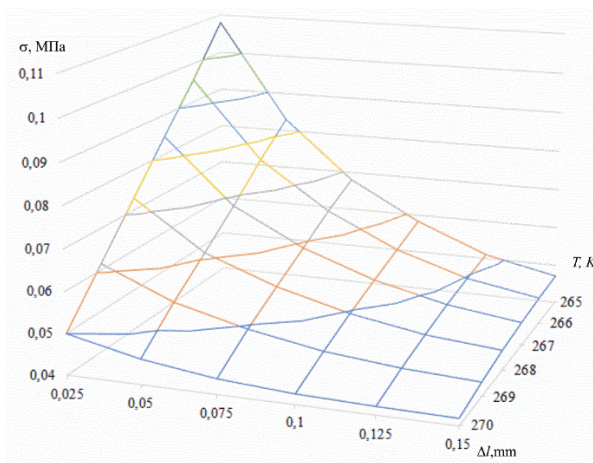


Рис. 5. Температурная зависимость усилий, возникающих между гранулами, покрытыми органическим вяжущим при различных размерах пор

Это позволяет говорить о необходимости более тщательного контроля при технологических операциях. Можно сделать частный вывод о том, что увеличение прочности (уменьшение коэффициента Пуассона) вяжущего требует более точного соблюдения технологических операций, так как увеличение размера пор приводит к увеличению давления воды на стенки гранул. При выполнении технологических операций

необходимо добиваться однородности материала по размерам частиц, а при его укладке – контролировать пористость.

Выводы. Для описания работы облегченного конструктивного слоя дорожной одежды при различных модулях морозостойкости построена математическая модель, которая позволяет учитывать влияние толщины пленки вяжущего на гранулах смеси на напряженно-деформируемое состояние сформированного слоя при замерзании-оттаивании воды в порах. При этом оптимальная толщина пленки стандартного вяжущего составляет 50-150 мкм при условиях стандартного фракционного состава.

Получено, что уменьшение зазоров между частицами грунтобетонной смеси уменьшает количество накопленной воды, но одновременно увеличивает величину внутренних напряжений внутри материала при замораживании. Наличие пленки полимерного вяжущего на гранулах снижает внутренние напряжения в структуре материала.

Показано влияние температуры хрупкости на возрастание внутренних напряжений при замерзании поровой воды в слое. Прочность слоя уменьшается при положительном градиенте температур фазового состояния льда в порах слоя (таянии).

Библиографический список

1. Александрова Н.П., Александров А.С., Чусов В.В. Модификация критериев прочности и условий пластичности при расчетах дорожных одежд // Вестник СибАДИ. – 2015. – № 1 (41). – С. 47-54.
2. Алиев А.М. Основы регенерации асфальтобетона: специальность 05.23.05: Строительные материалы и изделия: дисс.... д-ра техн. наук / Алиев Али Муса оглы. – Баку, 1981. – 338 с.
3. Бавбель Е.И., Игнатенко В.В., Науменко А.И. Конструирование и методика расчета дорожных одежд из укрепленных грунтов // Труды БГТУ. – 2016. – № 2. – С. 58-60.
4. Бахрах Г.С. Регенерация покрытий и одежд нежесткого типа // Наука и техника в дорожной отрасли. – 1998. – № 3. – С. 18-21.
5. Безрук В.М. Укрепленные грунты. – М.: Транспорт, 1982. – 231 с.
6. Гмыря Г.С. Асфальтобетонные смеси из старого асфальтобетона // VII Всесоюзное совещание дорожников. Ремонт и содержание дорог: тез. докл. и сообщений. – СПб., 1981. – С. 78-79.
7. Гоглидзе В.М. Использование материалов из старых асфальтобетонных покрытий // Автомобильные дороги. – 1982. – № 12. – С. 17-19.
8. Дудзинский В. Обзор экспериментальных данных о характере и условиях формирования давления морозного пучения // Горный информационно-аналитический бюллетень. – 2006. – № 9. – С. 400-402.
9. Жалко М.Е., Черный К.А. Влияние водно-теплового режима основания автомобильной дороги на состояние дорожной одежды // Вестник ПНИПУ. Сер. Строительство и архитектура. – 2019. – Т. 10. – № 3. – С. 97-103.
10. Кузин Н.В., Александров А.С. Анализ методов расчета дорожных одежд с асфальтобетонными покрытиями. – Омск: СибАДИ, 2008. – С. 36-46.
11. Моделирование теплового режима термоскважин геотермальных теплонасосных систем теплоснабжения / Г.П. Васильев, Н.В. Песков, В.А. Личман [и др.] // Теплоэнергетика. – 2015. – № 8. – С. 11-16.
12. Моисеенко Р.П., Пушкарёва Г.В., Куция И.З. Надёжность нежестких дорожных одежд по морозоустойчивости // Вестник Томского государственного архитектурно-строительного университета. – 2020. – Т. 22. – № 4. – С. 192-200.

13. Немчинов М.В., Холин А.С., Корочкин А.В. Дорожная одежда с асфальтобетонным покрытием. Физика работы. Методология проектирования и расчета. Прочность и долговечность: монография. – М.: Издательство АСВ, 2019. – 292 с.
14. Оценка с помощью математического моделирования основания дорожных одежд из гранулированного грунта / М.Ч. Апсеметов, А.А. Приходько, А.А. Молдоболотов, А.А. Адысатаров // Наука и инновационные технологии. – 2020. – № 4 (17). – С. 17-23.
15. Сергеев А.С., Юшков Б.С. О промерзании глинистого грунта и миграции воды в конструкции дорожной одежды // Интернет-журнал «Транспортные сооружения». – 2014. – Т. 1. – № 1. – С. 1-14.
16. Сюньи Г.К., Усманов К.Х., Файнберг Э.С. Регенерированный дорожный асфальтобетон. – М.: Транспорт, 1984. – 118 с.
17. Тайлакова А.А., Пимонов А.Г. Оптимизационные модели расчета конструкции нежестких дорожных одежд // Вестник Кузбасского государственного технического университета. – 2015. – № 3 (109). – С. 149-156.
18. Теплотермодинамические аспекты дорожных одежд / Б.М. Хрусталева, Лю Тингуо, Ю.Г. Алексеев [и др.] // Наука и техника. – 2022. – Т. 21. – № 1. – С. 28-35.
19. Торская Е.В., Лушников Н.А., Лушников П.А. Анализ напряженно-деформированного состояния многослойных дорожных одежд // Трение и износ. – 2008. – Т. 29. – № 2. – С. 204-210.
20. Ухин Д.В. Математическая модель расчета температуры многослойной конструкции дорожной одежды в условиях перемены температур // Вестник ВолгГАСУ. – 2010. – № 17 (36). – С. 66-69.
21. Ухин Д.В., Подольский Вл.П. Моделирование теплопереноса в дорожной конструкции, оборудованной системой снеготаяния // Научный Вестник ВГАСУ. – 2008. – № 3. – С. 144-151.
22. Цаплин А.И., Жалко М.Е. Расчетный анализ переноса влаги грунтовых вод в основании дорожной одежды и прогнозирование параметров дренажной системы // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2018. – № 4 (52). – С. 68-73.
23. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния трубопровода при пучении грунта / М.П. Лебедев, П.П. Пермяков, Дж.С. Иванов, Ю.А. Яковлев // Природные ресурсы Арктики и Субарктики. – 2018. – Т. 25. – № 3. – С. 114-120.

References

1. Aleksandrova N.P., Aleksandrov A.S., Chusov V.V. Modification of strength criteria and conditions of plasticity in the calculations of road pavement. Bulletin of SibADI. No. 1(41). 2015. Pp. 47-54.
2. Aliev A.M. Fundamentals of asphalt concrete regeneration: specialty 05.23.05: Building materials and products: diss.... Dr. Tech. Sciences. Baku, 1981. 338 p.
3. Bavbel E.I., Ignatenko V.V., Naumenko A.I. Design and calculation methods for pavements from reinforced soils. Proceedings of BSTU. No. 2. 2016. Pp. 58-60.
4. Bakhrakh G.S. Regeneration of coatings and clothes of non-rigid type. Science and Technology in the Road Industry. No. 3. 1998. Pp. 18-21.
5. Bezruk V.M. Fortified soils. M.: Transport, 1982. 231 p.
6. Gmyrya G.S. Asphalt concrete mixtures from old asphalt concrete. VII All-Union Conference of Road Workers. Repair and Maintenance of Roads: Abstract Report and Messages. St. Petersburg, 1981. Pp. 78-79.
7. Goglidze V.M. Use of materials from old asphalt concrete coatings. Highways. 1982. No. 12. Pp. 17-19.

8. Dudzinsky V. Review of experimental data on the nature and conditions of formation of frost heaving pressure. *Mining Information and Analytical Bulletin*. No. 9. 2006. Pp. 400-402.
9. Zhalko M.E., Cherny K.A. Influence of the water-thermal regime of the foundation of the highway on the condition of the road pavement. *Bulletin of PNRPU. Construction and Architecture*. Vol. 10. No. 3. 2019. Pp. 97-103.
10. Kuzin N.V., Aleksandrov A.S. Analysis of methods for calculating road pavements with asphalt concrete pavements. Omsk: SibADI, 2008. Pp. 36-46.
11. Vasiliev G.P., Peskov N.V., Lichman V.A. Modeling of the thermal regime of thermal wells of geothermal heat pump heat supply systems. *Heat Power Engineering*. No. 8. 2015. Pp. 11-16.
12. Moiseenko R.P., Pushkareva G.V., Kutsia I.Z. Reliability of non-rigid road pavement in terms of frost resistance. *Bulletin of the Tomsk State University of Architecture and Civil Engineering*. Vol. 22. No. 4. 2020. Pp. 192–200.
13. Nemchinov M.V., Kholin A.S., Korochkin A.V. Road pavement with asphalt concrete surface. *Physics of Work. Methodology of Design and Calculation. Strength and Durability: monograph*. M.: DIA Publishing House, 2019. 292 p.
14. Apsemetov M.Ch., Prihodko A.A., Moldobolotov A.A., Adysatarov A.A. Evaluation using mathematical modeling of the foundation of pavement from granular soil. *Science and Innovative Technologies*. 2020. No. 4(17). Pp. 17-23.
15. Sergeev A.S., Yushkov B.S. On the freezing of clay soil and water migration in pavement structures. *Internet magazine "Transport facilities"*. Vol. 1. No. 1. 2014. Pp. 1-14.
16. Syunyi G.K., Usmanov K.Kh., Fainberg E.S. Reclaimed road asphalt. M.: Transport, 1984. 118 p.
17. Tailakova A.A., Pimonov A.G. Optimization models for calculating the design of non-rigid pavements. *Bulletin of the Kuzbass State Technical University*. No. 3(109). 2015. Pp. 149-156.
18. Khrustalev B.M., Tingguo Liu, Alekseev Yu.G. Heat and thermodynamic aspects of pavements. *Science and Technology*. Vol. 21. No. 1. 2022. Pp. 28-35.
19. Torskaya E.V., Lushnikov N.A., Lushnikov P.A. Analysis of the stress-strain state of multilayer pavements. *Friction and Erosion*. Vol. 29. No. 2. 2008. Pp. 204-210.
20. Ukhin D.V. Mathematical model for calculating the temperature of a multilayer pavement structure under conditions of temperature change. *Vestnik VolgGASU*. No. 17(36). 2010. Pp. 66-69.
21. Ukhin D.V., Podolsky V.P. Modeling of heat transfer in a road structure equipped with a snowmelt system. *Scientific Bulletin of VGASU*. No. 3. 2008. Pp. 144-151.
22. Tsaplin A.I., Zhalko M.E. Computational analysis of groundwater moisture transfer at the base of pavement and forecasting of drainage system parameters. *Scientific Journal of Construction and Architecture*. No. 4(52). 2018. Pp. 68-73.
23. Lebedev M.P., Permyakov P.P., Ivanov J.S., Yakovlev Yu.A. Numerical modeling of the stress-strain state of the pipeline during soil heaving. *Natural Resources of the Arctic and Subarctic*. Vol. 25. No. 3. 2018. Pp. 114-120.

SIMULATION OF OPERATION OF A ROAD STRUCTURE WITH A LAYER OF REINFORCED MATERIAL

V. A. Kozlov¹, V. V. Volkov², A. E. Borisov³

Voronezh State Technical University^{1,2}
LLC Avtodor-Engineering³
Russia, Voronezh

¹Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2764006, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(910)22402587, e-mail: kotlac@yandex.ru

³Main Specialist, LLC Avtodor-Engineering, Tel.: +7(910)2458666, e-mail: a.borisov@yandex.ru

It is proposed to take into account the work of the treated granules of the base when calculating the stress-strain state of the pavement consisting of asphalt concrete and ground concrete of the underlying layer. This allows us to take into account the effect of the thickness of the binder film on the granules of the mixture on the stress-strain state of the formed layer during freezing-thawing of water in the pores. This article considers a physical model of the occurrence of pore increment when water freezes in it and the occurrence of forces between granules coated with organic binder at different pore sizes.

It is found that the optimal film thickness of a standard binder is 50-150 microns under the conditions of a standard fractional composition. Reducing the gaps between the particles of the soil-concrete mixture reduces the amount of accumulated water, but at the same time increases the amount of internal stresses inside the material during freezing. The presence of a polymer binder film on the granules reduces internal stresses in the structure of the material.

It is shown that the strength of the layer decreases with a positive temperature gradient of the phase state of ice in the pores of the layer (melting).

Keywords: road clothing, stress in the layer, soil-concrete mixture, frost resistance.

**ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН СРЕДНЕЙ
ТОЛЩИНЫ ИЗ МАТЕРИАЛОВ, ЧУВСТВИТЕЛЬНЫХ К ВИДУ НАПРЯЖЕННОГО
СОСТОЯНИЯ**

А. А. Трещев¹, М. А. Лапшина²

Тульский государственный университет^{1,2}
Россия, г. Тула

¹Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

²Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-625-41-02, e-mail: mary51296@yandex.ru

Рассматривается прямоугольная ортотропная пластина средней толщины, выполненная из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Ввиду отсутствия непротиворечивой теории и методов расчета конструкций из анизотропных материалов, механические свойства которых не соответствуют классическим представлениям об упругопластическом деформировании твердых тел, имеется необходимость в ее получении. В данной статье приведена экспериментальная апробация математической модели деформирования, построенная с учетом уравнений состояния через потенциал деформаций в нормированном тензорном пространстве напряжений. Структурная анизотропия ограничена классом ортотропных материалов. Потенциал деформаций ограничен уровнем квазилинейных уравнений.

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования однослойных прямоугольных пластин с учетом явления разнсопротивляемости и ее программной реализации была рассчитана пластина, жестко закрепленная по контуру. На основе полученных данных были построены графики напряжений, прогибов и горизонтальных перемещений, а также проведен их анализ. Основным выводом, сделанным на основе полученных результатов, можно назвать появление погрешности при использовании теории без учета разнсопротивляемости.

Для расчета деформирования прямоугольной ортотропной пластины использована модификация гибридных конечных элементов с пятью степенями свободы в узле и матрицей жесткости, полученной непосредственно для треугольного элемента.

Ключевые слова: ортотропия, прямоугольная пластина, потенциал деформаций, нормированные напряжения, метод конечных элементов.

Введение. С развитием различных отраслей промышленности широкое применение получили полимеры и композиты, заняв достаточно большую нишу наряду с такими всем известными материалами, как железобетон, сталь и древесина. Применение данных новых материалов позволило улучшить прочностные и жесткостные характеристики как ограждающих, так и несущих конструкций. Обладая более высокой коррозионной стойкостью и одновременно меньшей массой, они позволили сэкономить на строительстве и в дальнейшем ремонте конструкций, выполненных из них. Это обусловлено рядом причин, таких как структурная анизотропия, нелинейность зависимости напряженно-деформированного состояния, а во многих случаях зависимость показателей жесткости и прочности от вида напряженного состояния. В проектной и инженерной практике чаще встречаются материалы с классом анизотропии, характеризуемым как ортотропия. Более того, "древний" материал – древесина, обладает свойствами цилиндрического типа

ортотропии. Современные композитные и армированные материалы обладают повышенной прочностью при одновременном усложнении их структуры, что приводит к зависимости характеристик жесткости и прочности от реализуемого напряженного состояния, что в большинстве случаев не вписывается в представления классических теорий деформирования и прочности. Вариант определяющих соотношений, приведенный здесь, вполне применим для расчета строительных и инженерных конструкций из композитных материалов на многие годы вперед, а результаты решения тестовых задач, полученные на основе приведенной модели, помогут разобраться в ее преимуществе над классической.

Система разрешающих уравнений

Рассмотрим упругое равновесие прямоугольной однослойной пластины, отнесенной к декартовой системе координат. В произвольной точке этой пластины одна из плоскостей упругой симметрии параллельна срединной плоскости пластины в недеформируемом состоянии. Таким образом, для построения геометрических и статических соотношений будем использовать гипотезы, предложенные С.П. Тимошенко [1]:

- 1) нормальное к срединной плоскости перемещение w не зависит от координаты x_3 ($e_3=0$);
- 2) нормаль к срединной плоскости после деформации поворачивается на угол ψ , относительно оси x_1 и ψ_2 относительно оси x_2 ;
- 3) при определении параметров напряженного состояния влиянием нормальных напряжений σ_3 пренебрегаем.

Примем, что пластина нагружена нормально приложенной равномерно распределенной нагрузкой q . Вертикальную ось x_3 направим вверх. При решении рассматриваемой задачи в рамках геометрически линейной теории вводятся следующие технические гипотезы:

$$\begin{aligned} U_1(x_1, x_2, x_3) &= u_1(x_1, x_2) + x_3 \psi_2(x_1, x_2); \\ U_2(x_1, x_2, x_3) &= u_2(x_1, x_2) - x_3 \psi_1(x_1, x_2); \\ U_3(x_1, x_2, x_3) &= w(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (1)$$

где u_k – горизонтальные перемещения в срединной поверхности, ψ_1, ψ_2 – углы поворота срединной поверхности относительно соответствующих осей, $\psi_1 = w_{,2} - \gamma_{23}$, $\psi_2 = -w_{,1} + \gamma_{13}$; w – прогибы срединной поверхности.

Учитывая, что деформирование исходных пластин происходит при малых прогибах, связь между деформациями и перемещениями с учетом принятых гипотез представим в виде:

$$\begin{aligned} e_{11} &= u_{1,1} + x_3 \psi_{2,1}; \quad e_{22} = u_{2,2} - x_3 \psi_{1,2}; \quad e_{33} = 0; \quad \gamma_{12} = u_{1,2} + u_{2,1} + x_3 (\psi_{2,2} - \psi_{1,1}); \\ \gamma_{13} &= \psi_2 + w_{,1}; \quad \gamma_{23} = -\psi_1 + w_{,2}. \end{aligned} \quad (2)$$

где γ_k – деформации поперечного сдвига.

В работе [2] на основе анализа многочисленных экспериментальных данных по деформированию анизотропных разнсопротивляющихся сред [3-11] были предложены нелинейные потенциальные соотношения между деформациями и напряжениями для ортотропных материалов в виде:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 + \dots, \quad (3)$$

где $W = W(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}\tau_{21}, \tau_{23}\tau_{32}, \tau_{31}\tau_{13}, \tau_{12}\tau_{23}\tau_{31})$; W_n – однородный многочлен степени $n+1$ по компонентам напряжений, комбинация которых принята в строгом соответствии с классом ортотропии и по известным правилам [12], $n=1, 2, 3, \dots$

Для физических квазилинейных материалов имеем:

$$W_1 = A_1 \sigma_{11}^2 + A_2 \sigma_{22}^2 + A_3 \sigma_{33}^2 + A_4 \sigma_{11} \sigma_{22} + A_5 \sigma_{22} \sigma_{33} + A_6 \sigma_{33} \sigma_{11} + A_7 \tau_{12} \tau_{21} + A_8 \tau_{23} \tau_{32} + A_9 \tau_{31} \tau_{13}, \quad (4)$$

где A_k – являются функциями нормированного напряжения.

Зависимость между деформациями и напряжениями, вытекающая из потенциала W_1 (4), с учетом принятых выше гипотез можно представить в следующем виде:

$$\{e\}=[A]\{\sigma\}, \quad (5)$$

где

$$\{e\}=\begin{Bmatrix} e_{11} \\ e_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{Bmatrix}; [P]=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{16} & 0 & 0 \\ & P_{22} & P_{26} & 0 & 0 \\ & & P_{66} & 0 & 0 \\ sim & & & P_{44} & 0 \\ & & & & P_{55} \end{bmatrix}; \{\sigma\}=\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \tau_{12} \\ \tau_{13} \\ \tau_{23} \end{Bmatrix};$$

$$P_{11}=(A_{1111}+L_{1111}\alpha_{11})+0,5L_{1111}\alpha_{11}[\alpha_{22}^2+\alpha_{33}^2+2(\alpha_{12}^2+\alpha_{23}^2+\alpha_{31}^2)]-0,5(L_{2222}\alpha_{22}^3+L_{3333}\alpha_{33}^3)+ \\ +(1-\alpha_{11})[L_{1122}\alpha_{22}(\alpha_{22}^2+\alpha_{33}^2+2(\alpha_{12}^2+\alpha_{23}^2+\alpha_{31}^2))+L_{1133}\alpha_{33}-L_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22}+\alpha_{33})];$$

$$P_{12}=A_{21}=A_{1122}+L_{1122}(\alpha_{11}+\alpha_{22});$$

$$P_{16}=A_{61}=A_{1133}+L_{1133}(\alpha_{11}+\alpha_{33});$$

$$P_{22}=(A_{2222}+L_{2222}\alpha_{22})+0,5((L_{2222}\alpha_{22}[\alpha_{11}^2+\alpha_{33}^2+2(\alpha_{12}^2+\alpha_{23}^2+\alpha_{31}^2)]-0,5(L_{1111}\alpha_{11}^3+L_{3333}\alpha_{33}^3))+ \\ +(1-\alpha_{22})L_{2233}\alpha_{33}(\alpha_{11}^2+\alpha_{33}^2+2(\alpha_{12}^2+\alpha_{23}^2+\alpha_{31}^2)))[L_{1133}\alpha_{33}]-L_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11}+\alpha_{33});$$

$$P_{26}=A_{62}=A_{2233}+L_{2233}(\alpha_{22}+\alpha_{33});$$

$$P_{66}=A_{1212}-(L_{1111}\alpha_{11}^3-L_{2222}\alpha_{22}^3+L_{3333}\alpha_{33}^3)-2L_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11}+\alpha_{22})-2L_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22}+\alpha_{33})- \\ -2L_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11}+\alpha_{33});$$

$$P_{44}=A_{1313}-(L_{1111}\alpha_{11}^3-L_{2222}\alpha_{22}^3+L_{3333}\alpha_{33}^3)-2L_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11}+\alpha_{33})-2L_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11}+\alpha_{22})- \\ -2L_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22}+\alpha_{33});$$

$$P_{55}=A_{2323}-(L_{1111}\alpha_{11}^3-L_{2222}\alpha_{22}^3+L_{3333}\alpha_{33}^3)-2L_{2233}\alpha_{22}\alpha_{33}(\alpha_{22}+\alpha_{33})-2L_{1133}\alpha_{11}\alpha_{33}(\alpha_{11}+\alpha_{33})- \\ -2L_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11}+\alpha_{22}).$$

Составляющие константы тензора A_{ijkl} и L_{ijkl} – материальные константы, определяемые через компоненты тензора четвертого ранга: модуль упругости и коэффициент Пуассона, полученные из опытов на осевое растяжение и сжатие в главных осях анизотропии, а также через модули сдвига, полученные из опытов на сдвиг во взаимно ортогональных плоскостях ортотропии (знаки «плюс» соответствуют растяжению, «минус» – сжатию); $\alpha_{ij}=\sigma_{ij}/S$ – нормированные напряжения в главных осях ортотропии

материала, ($i, j=1, 2, 3$); $S=\sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}}=\sqrt{\sigma_{11}^2+\sigma_{22}^2+\sigma_{33}^2+2\tau_{12}^2+2\tau_{23}^2+2\tau_{13}^2}$ – норма тензорного пространства; $\alpha_{ij}\alpha_{ij}=\alpha_{11}^2+\alpha_{22}^2+\alpha_{33}^2+\alpha_{12}^2+\alpha_{23}^2+\alpha_{13}^2=1$ – условие нормировки тензорного пространства [4, 6, 7, 13-16].

В соответствии с принятыми гипотезами, учитывая, что по толщине пластины пренебрегаем давлением слоев друг на друга, будем считать, что нормальные напряжения $\sigma_{33}=0$. Тогда имеем

$$\{\sigma\}=[B]\{e\}, \quad (6)$$

где B_{ij} – жесткости, зависящие от вида напряженного состояния и степени нагружения,

$$[B]=[A]^{-1}.$$

Уравнения равновесия прямоугольной пластины в ортогональной системе координат представим следующим образом:

$$N_{11,1}+N_{12,2}=0; N_{12,1}+N_{22,2}=0; M_{11,1}+M_{12,2}=Q_1; M_{12,1}+M_{22,2}=Q_2; Q_{1,1}+Q_{2,2}=q(x_1, x_2). \quad (7)$$

Интегральные характеристики напряженного состояния определяются традиционным образом через интегрирование характерных напряжений по толщине пластины по правилам, соответствующим характеру действующих усилий:

$$N_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{ij}dx_3; M_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2}\sigma_{ij}x_3dx_3; Q_{ij}=\int_{-h/2}^{h/2}\tau_{ij}dx_3, \quad (i, j=1, 2) \quad (8)$$

Связь между вектором обобщенных сил $\{M\}$ и вектором обобщенных деформаций срединной поверхности пластины $\{\varepsilon\}$ примет вид:

$$\{M\}=[D]\{\varepsilon\}; \quad (9)$$

где

$$\{M\} = \begin{Bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \\ Q_1 \\ Q_2 \\ N_{11} \\ N_{22} \\ N_{12} \end{Bmatrix}; [D] = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} & K_{14} & K_{15} & K_{11} & K_{12} & K_{16} \\ & D_{22} & D_{26} & K_{24} & K_{25} & K_{12} & K_{22} & K_{26} \\ & & D_{66} & K_{64} & K_{65} & K_{16} & K_{26} & K_{65} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{14} & C_{24} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{15} & C_{25} & C_{65} \\ & & sim & & & C_{11} & C_{12} & C_{16} \\ & & & & & & C_{22} & C_{26} \\ & & & & & & & C_{66} \end{bmatrix}; \{E\} = \begin{Bmatrix} \psi_{2,1} \\ -\psi_{1,2} \\ \psi_{2,2} - \psi_{1,1} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \\ u_{1,1} \\ u_{2,2} \\ u_{1,2} + u_{2,1} \end{Bmatrix};$$

$$C_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} dx_3; K_{km} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} x_3 dx_3; D_{pq} = \int_{-h/2}^{h/2} B_{km} x_3^2 dx_3, \quad (10)$$

где $i, j = 1, 2, 4, 5, 6; k, m = 1, 2, 4, 5, 6; p, q = 1, 2, 6$.

Заметим, что интегральные жесткостные характеристики C_{ij}, K_{km}, D_{pq} не могут быть получены непосредственно, так как параметры B_{km} не являются наперед заданными функциями от x_3 , а зависят от напряженного состояния. Однако интегралы можно вычислять приближенно, разбив пластину по толщине на ряд фиктивных слоев. В целях упрощения фиктивные слои можно принять одинаковыми по толщине.

Постановка задачи

В рамках апробации разработанной математической модели деформирования однослойных прямоугольных пластин с учетом явления разносопротивляемости и ее программной реализации была рассчитана пластина, жестко закрепленная по контуру, с размерами $1000 \times 800 \times 100$ мм. Форма и размеры пластины показаны на рис. 1.

Для решения тестовой задачи необходимо добавить граничные условия, в частности для жесткого закрепления имеем:

$$u_1 = 0; u_2 = 0; w = 0; \psi_1 = 0; \psi_2 = 0.$$

В табл. 1 приведены механические характеристики принятого материала - стеклопластика [17].

Таблица 1

Характеристики стеклопластика

E_1^+ , ГПа	E_1^- , ГПа	E_2^+ , ГПа	E_2^- , ГПа	G_{12} , ГПа	G_{13} , ГПа	G_{23} , ГПа	ν_{12}^+	ν_{12}^-
140	70	280	140	60	44,8	39,3	0,2	0,3

При нагружении пластины была принята равномерно распределенная нагрузка, равная 0,15 МПа.

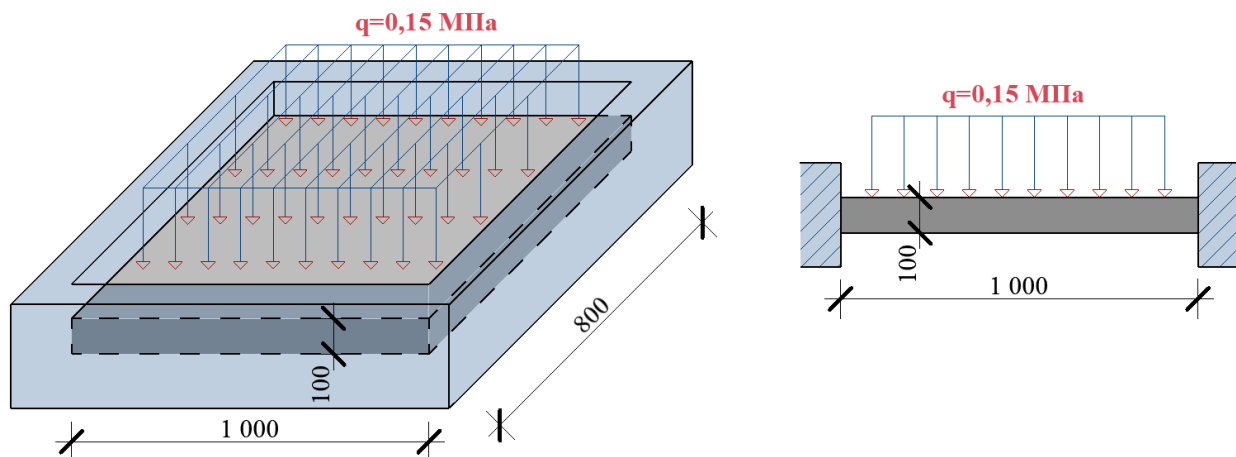


Рис. 1. Пластина

Пластина покрыта сеткой конечных элементов размерностью 16×16 , где каждый КЭ имеет 10 фиктивных слоев по толщине. Картина ансамбля конечных элементов в плане пластины представлена на рис. 2.

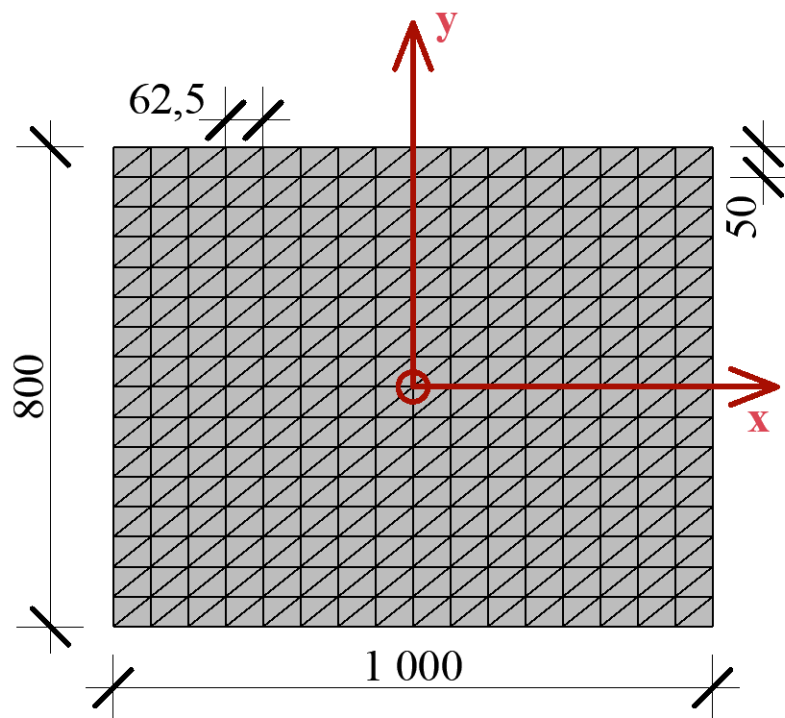


Рис. 2. Разбиение пластины на КЭ

На рис. 3-4 указаны точки, по которым были построены графики и получены результаты апробации модели.

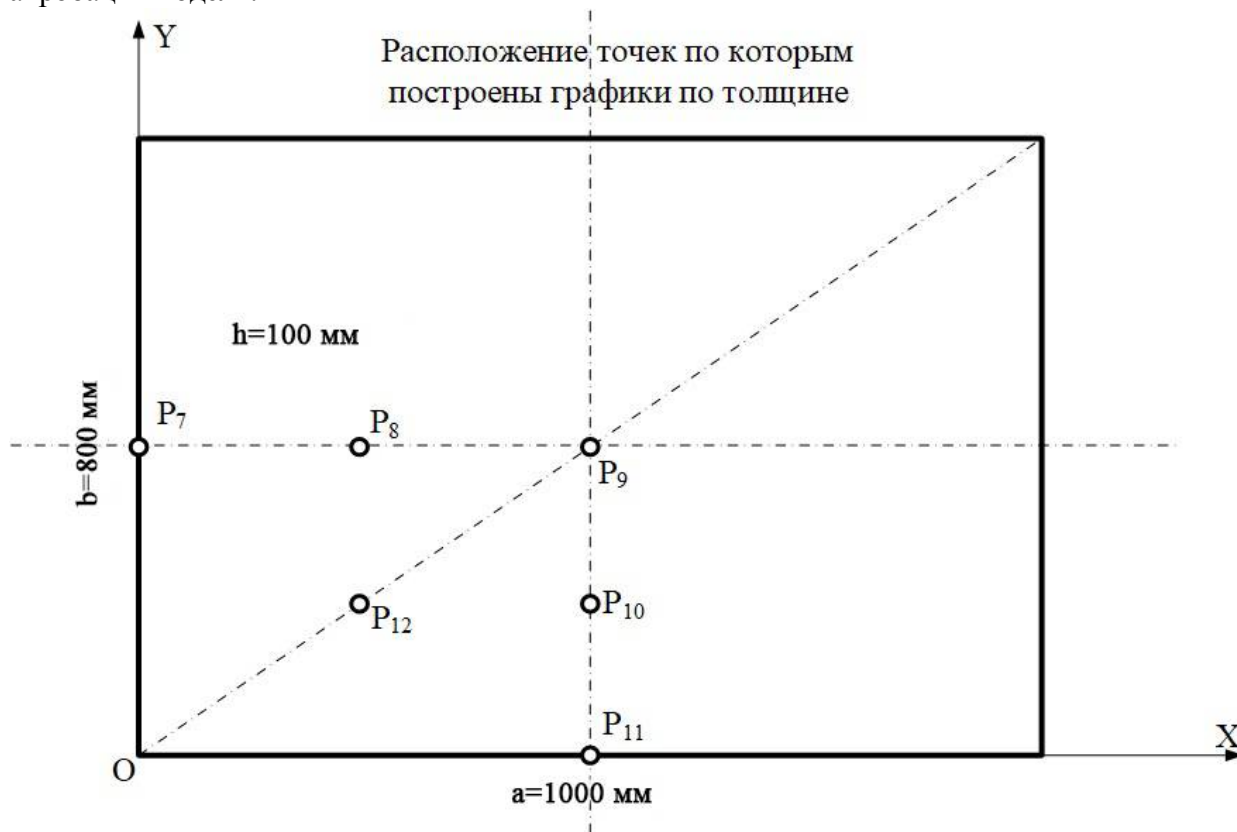


Рис. 3. Расположение точек, по которым представлено распределение расчетных величин по толщине

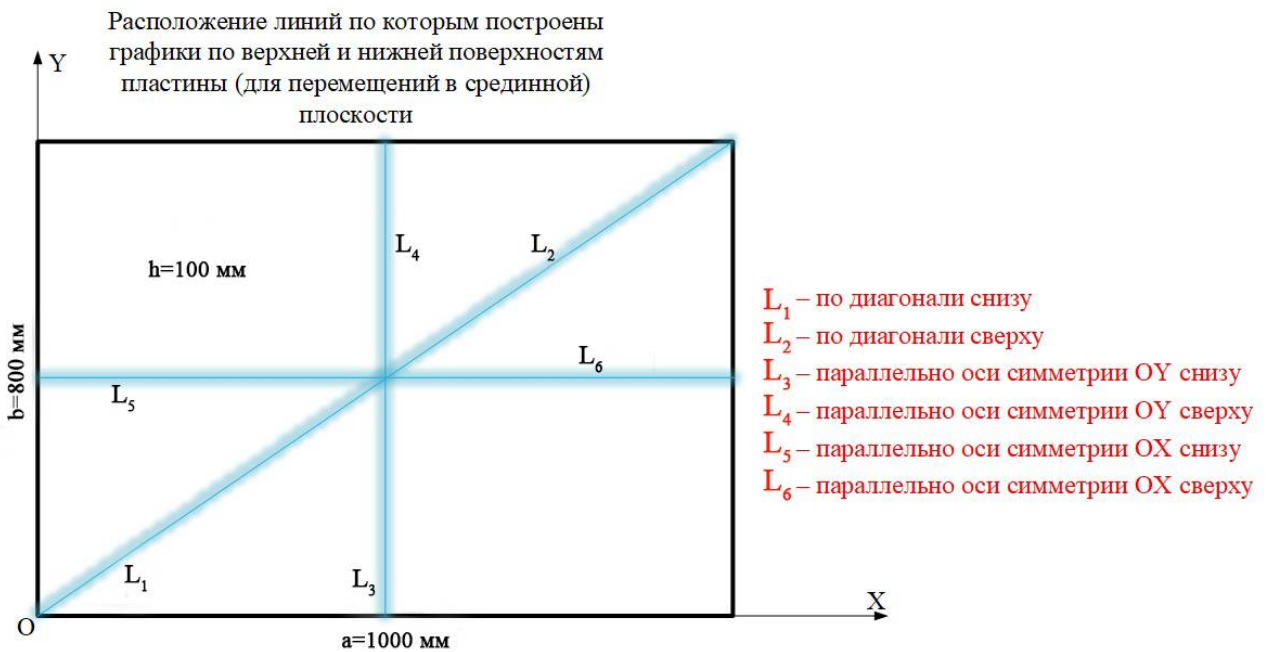


Рис. 4. Расположение линий, по которым построены графики по верхней и нижней поверхностям пластины

Анализ полученных результатов. Все графики построены с учетом двух теорий: с учетом приведенных выше соотношений (имеют синий цвет) и без учета разнотолщинности (зеленого цвета и прерывистая линия).

Для визуального представления полученных решений необходимой задачи построены графики распределения напряжений, прогибов и перемещений по следующим направлениям:

- вдоль диагонали пластины в срединной плоскости;
- вдоль оси OX – оси симметрии в срединной плоскости;
- вдоль OY – оси симметрии в срединной плоскости;
- по толщине пластины вдоль OZ.

Все вышеперечисленные графики были получены для жестко закрепленной пластины размером 100×80×10 см.

Таблица 2

Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью

№ п/п	Содержание	Расхождение, %
1	2	3
Вдоль диагонали пластины		
1	Горизонтальные перемещения U_x в срединной плоскости	18,2
2	Горизонтальные перемещения U_y в срединной плоскости (рис. 6)	53,3
3	Прогибы w в срединной плоскости (рис. 6)	41,7
4	Напряжения σ_{xy} (снизу) (рис. 7)	78,6
5	Напряжения σ_{xy} (сверху)	73,3
Вдоль OX – оси симметрии		
6	Горизонтальные перемещения U_x в срединной плоскости (рис. 8)	60
7	Напряжения σ_x (снизу)	50

1	2	3
8	Напряжения σ_x (сверху) (рис. 9)	64,7
9	Напряжения σ_y (снизу)	55,6
10	Напряжения σ_y (сверху)	58,8
11	Напряжения σ_{xz} (снизу)	41,9
12	Напряжения σ_{xz} (сверху)	50
Вдоль ОУ – вертикальной оси симметрии		
13	Горизонтальные перемещения U_y в срединной плоскости (рис. 10)	57,1
14	Напряжения σ_y (снизу)	38,5
15	Напряжения σ_y (сверху)	61,3
16	Напряжения σ_x (снизу)	52,9
17	Напряжения σ_x (сверху)	64,7
18	Напряжения σ_{yz} (снизу)	50
19	Напряжения σ_{yz} (сверху) (рис. 11)	80
По толщине вдоль OZ		
20	Напряжения σ_{yz}	8,3
21	Напряжения σ_x	54,5
22	Напряжения σ_y	32
23	Напряжения σ_{yz}	31
24	Напряжения σ_{xy}	34,8
25	Напряжения σ_{xz}	45,7
26	Напряжения σ_{yz}	10,9
27	Напряжения σ_x	56
28	Напряжения σ_{xz}	50
29	Напряжения σ_y (рис. 12)	59,6
30	Напряжения σ_x (рис. 13)	66,3
31	Напряжения σ_y	59,4

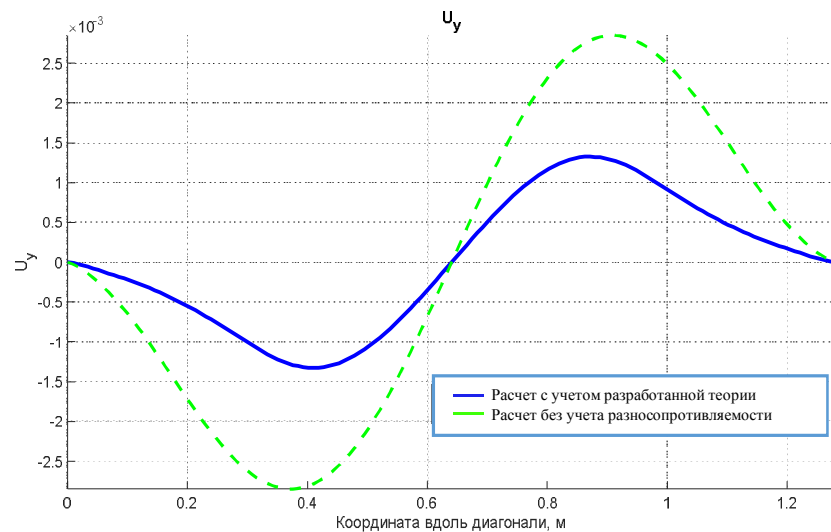


Рис. 5. Горизонтальные перемещения U_y в срединной плоскости вдоль диагонали пластины. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 53,3 %

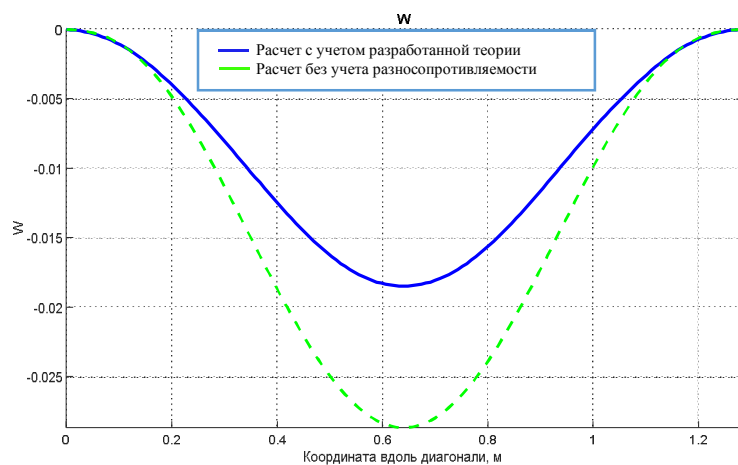


Рис. 6. Прогибы w в срединной плоскости вдоль диагонали пластины. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 41,7 %

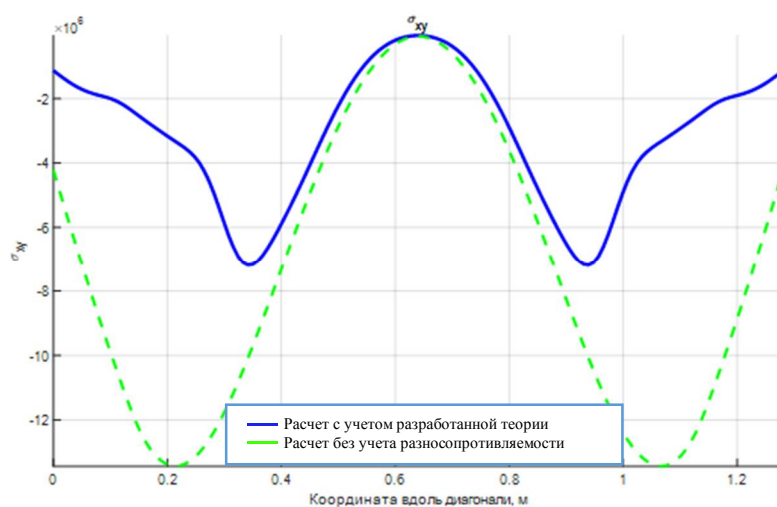


Рис. 7. Напряжения σ_{xy} (снизу) вдоль диагонали пластины. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 78,6 %

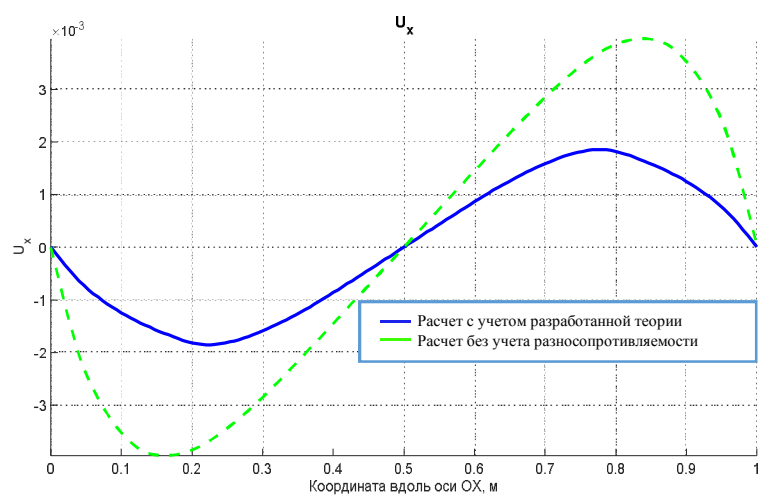


Рис. 8. Горизонтальные перемещения U_x в срединной плоскости вдоль оси OX . Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 60 %

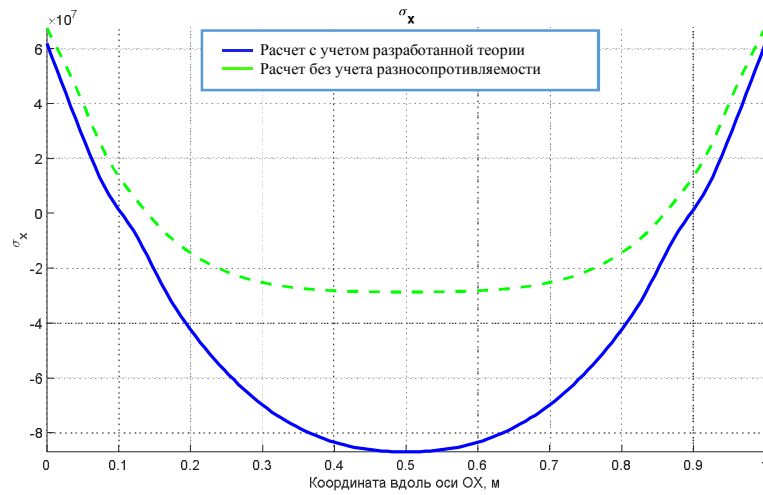


Рис. 9. Напряжения σ_x (сверху) вдоль оси OX. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 64,7 %

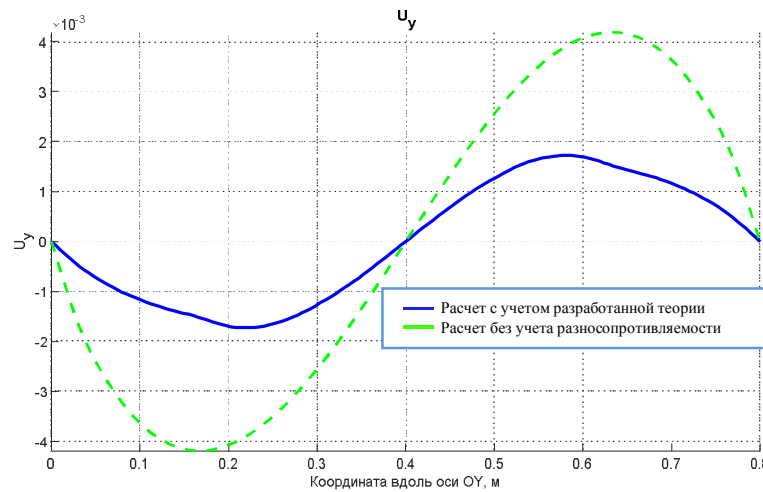


Рис. 10. Горизонтальные перемещения U_y в срединной плоскости вдоль оси OY. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 57,1 %

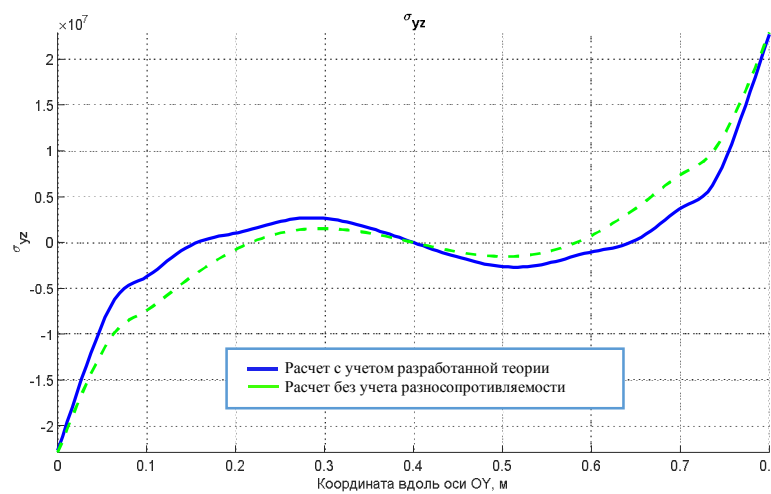


Рис. 11. Напряжения σ_{yz} (сверху) вдоль оси OY. Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 80 %

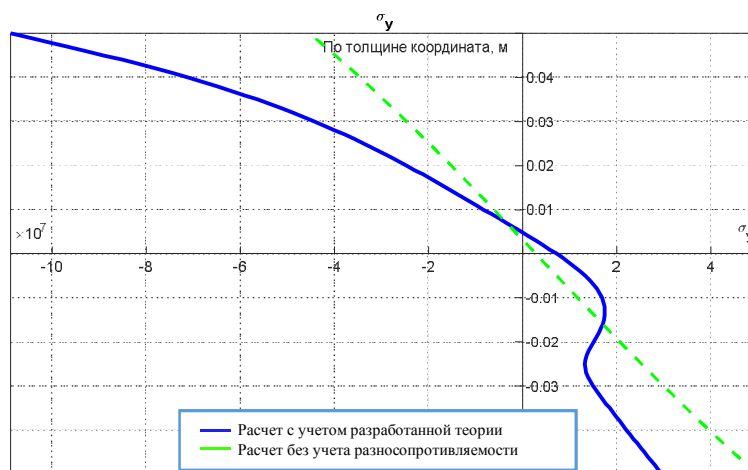


Рис. 12. Напряжения σ_y по толщине вдоль оси OZ.

Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 59,6 %

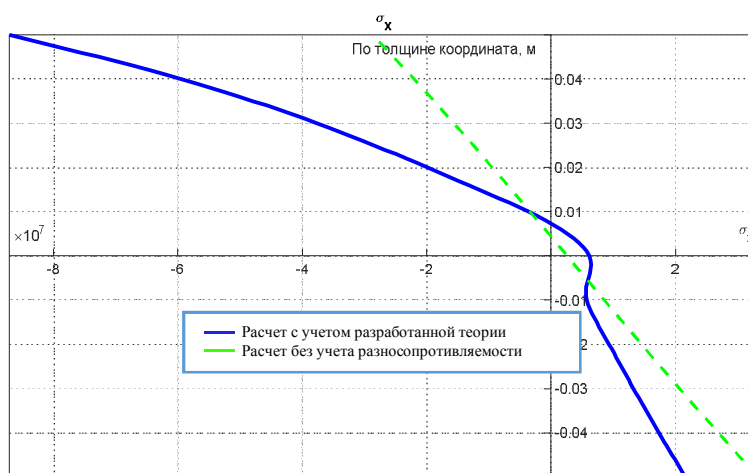


Рис. 13. Напряжения σ_x по толщине вдоль оси OZ.

Погрешность классической теории по сравнению с принятой моделью – 66,3 %

Выводы. По итогу проделанной работы имеем соотношения, описывающие наиболее точно модель деформирования прямоугольной ортотропной пластины, выполненной из материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. В основу рассматриваемой модели были положены обработанные результаты экспериментов по деформированию разносопротивляющихся материалов. Для решения тестовой задачи был использован метод конечных элементов, а точнее – модификация гибридных конечных элементов с пятью степенями свободы в узле и матрицей жесткости, полученной непосредственно для треугольного элемента. Детальное построение треугольных гибридных элементов с полной детализацией всех матриц приведены в работах [18-20]. Для апробации предложенной модели деформирования была разработана программа, с помощью которой построены графики распределения напряжений, горизонтальных перемещений и прогибов.

На основе анализа приведенных выше графиков (рис. 6-13, представлены только графики с максимальными погрешностями классической теории) сделан вывод, что неучет разносопротивляемости при решении тестовых задач приводит к погрешностям классической теории до 60% в горизонтальных перемещениях, до 42% – в результатах по прогибам срединной плоскости. Для напряжений расхождения более расплывчаты, т. к. налицо имеется разница в интервале от 8% до 80%. Судя по графикам распределения напряжений по толщине пластины вдоль OZ имеется максимальная погрешность в 60%.

Необходимо также отметить качественные различия в картине распределения напряжений σ_{xy} , приведенных на рис. 7, заключающиеся в смещении их экстремальных значений.

Библиографический список

1. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 636 с.
2. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной или наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. – М. – Тула: ПААСН – ТулГУ, 2016. – 328 с.
3. Schmuesser D.W. Nonlinear Stress-Strain and Strength Response of Axisymmetric Bimodulus Composite Material Shells // AIAA Journal. – 1983. – Vol. 21. – №12. – P. 1742 – 1747.
4. Reddy L.N., Bert C.W. On the Behavior of Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // ZAMM. – 1982. – Vol. 62. – № 6. – P. 213 – 219.
5. Jones R.M. A Nonsymmetric Compliance Matrix Approach to Nonlinear Multimodulus Ortotropic Materials // AIAA Journal. – 1977. – Vol. 15. – № 10. – P. 1436. – 1443.
6. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Material / R.M.Jones // AIAA Journal. – 1980. – Vol. 18. - № 8. – P. 995. – 1001.
7. Jones R.M. Bucling of Stiffened Multilayered Circular Shells with Different Ortotropic Moduli in Tension and Compression // AIAA Journal. – 1971. – Vol. 9. – № 5. – P. 917. – 923.
8. Крегерс А.Ф., Максимов Р.Д., Турциныш Р.П. Нелинейная ползучесть тканевого стеклопластика при некоторых видах сложного напряженного состояния // Механика полимеров. – 1973. – №2. – С. 212 – 218.
9. О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчет / Е.В. Амелина [и др.] // ИВТ СО РАН: Вычислительные технологии. – 2015. – Т. 20. – №5. – С. 27–52.
10. Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов / Р.А. Каюмов, С.А. Луканкин, В.Н. Паймушин, С.А. Холмогоров // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157. – Кн. 4. – С. 112–132.
11. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L.N. Shafigullin, A.A. Bobrishev, V.T. Erofeev, A.A. Treshchev, A.N. Shafigullina // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10. – №23. – P. 43758-43762.
12. Грин А., Адкинс Дж. Большие упругие деформации и нелинейная механика сплошной среды. – М.: Мир, 1965. – 456 с.
13. Трещев А.А. Нелинейные определяющие соотношения для ортотропных разносопротивляющихся материалов // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XVIII Междунар. науч.-техн. конф. – Тула: ТулГУ, 2017. – С. 180 – 184.
14. Трещев А.А. Потенциальная зависимость между деформациями и напряжениями для ортотропных физически нелинейных материалов // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2017. – № 4-1 (324). – С. 71 – 74.
15. Трещев А.А., Монастырев Ю.А., Чибрикина В.Д. Удельная дополнительная работа деформирования ортотропных физически нелинейных материалов / А.А. Трещев // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики: материалы 13 Междунар. конф. по проблемам горной

- промышленности, строительства и энергетики. – Тула: ТулГУ, 2017. – Т. 2. – С. 208 – 212.
16. Jones R.M., Nelson D.A.R. Material for nonlinear Deformation // AIAA Journal. – 1976. – Vol. 14. – № 6. – P. 709–716.
 17. Jones R.M. Stress-Strain Relations for Materials with Different Moduli in Tension and Compression // AIAA Journal. – 1977. – Vol. 15. – № 1. – P. 16-25.
 18. Теличко В.Г., Трещев А.А. Гибридный конечный элемент для моделирования пространственных машиностроительных конструкций с усложненными свойствами // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2004. – № 1. – С. 61-65.
 19. Теличко В.Г., Трещев А.А. Гибридный конечный элемент для расчета плит и оболочек с усложненными свойствами // Известия высших учебных заведений. Сер. Строительство. – 2003. – № 5(533). – С. 17-23.
 20. Теличко В.Г., Золотов Н.В. Математическая модель расчета многоэтажных зданий из монолитного железобетона // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии. – 2017. – № 2(322). – С. 18-25.

References

1. Timoshenko S.P., Voynvsky-Krieger S. Plates and shells. M.: Science, 1966. 636 p.
2. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of materials with initial or induced sensitivity to the type of stress state. Defining relations. Moscow–Tula: RAASN – TulSU, 2016. 328 p.
3. Schmueser D.W. Nonlinear stress-strain and strength response of axisymmetric bimodulus composite material shells. AIAA Journal. Vol. 21. No. 12. 1983. Pp. 1742–1747.
4. Reddy L.N., Bert C.W. On the behavior of plates laminated of bimodulus composite materials. ZAMM. Vol. 62. No. 6. 1982. Pp. 213–219.
5. Jones R.M. A nonsymmetric compliance matrix approach to nonlinear multimodulus orthotropic materials. AIAA Journal. Vol. 15. No. 10. 1977. Pp. 1436–1443.
6. Jones R.M. Modeling nonlinear deformation of carbon-carbon composite material. AIAA Journal. Vol. 18. No. 8. 1980. Pp. 995–1001.
7. Jones R.M. Bucleing of stiffened multilayered circular shells with different orthotropic modules in tension and compression. AIAA Journal. Vol. 9. No. 5. 1971. Pp. 917–923.
8. Kragers A.F., Maksimov R.D., Turcinysh R.P. Nonlinear creep of fiberglass fabric in some types of complex stressed states. Mechanics of Polymers. No. 2. 1973. Pp. 212–218.
9. Amelina E.V. On nonlinear deformation of carbon fiber plastics: experiment, model, calculation. IVT SB RAS: Computational Technologies. Vol. 20. No. 5. 2015. Pp. 27-52.
10. Kayumov R.A., Lukankin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Identification of mechanical characteristics of fiber-reinforced composites. Scientific Notes of Kazan University. Physical and Mathematical Sciences. Vol. 157. No. 4. 2015. Pp. 112-132.
11. Shafigullin L.N., Bobrishev A.A., Erofeev V.T., Treshchev A.A., Shafigullina A.N. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts. International Journal of Applied Engineering Research. Vol. 10. No.23. 2015. Pp. 43758-43762.
12. Green A., Adkins J. Large elastic deformations and nonlinear continuum mechanics. M.: Mir, 1965. 456 p.
13. Treshchev A.A. Nonlinear determining relations for orthotropic multi-resisting materials. Collection of materials of the XVIII International Scientific and Technical Conference "Actual problems of construction, construction industry and industry". Tula: TulSU. 2017. Pp. 180–184.

14. Treshchev A.A. Potential dependence between deformations and stresses for orthotropic physically nonlinear materials. *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*. Eagle: OGU. No. 4-1(324). 2017. Pp. 71–74.
15. Treshchev A.A., Monastyrev Yu.A., Chibrikina V.D. Specific additional work of deformation of orthotropic physically nonlinear materials. *Socio-Economic and Environmental Problems of Mining, Construction and Energy: The 13th International Conference on Problems of Mining, Construction and Energy*. Tula: TulSU, 2017. Vol. 2. Pp. 208-212.
16. Jones R.M., Nelson D.A.R. Material for nonlinear deformation. *AIAA Journal*. Vol. 14. No. 6. 1976. Pp. 709–716.
17. Jones R.M. stress-strain relations for materials with different moduli in tension and compression. *AIAA Journal*. Vol. 15. No. 1. 1977. Pp. 16-25.
18. Telichko V.G., Treshchev A.A. Hybrid finite element for modeling spatial machine-building structures with complicated properties. *Problems of Mechanical Engineering and Automation*. No. 1. 2004. Pp. 61-65.
19. Telichko V.G. Treshchev A.A. Hybrid finite element for calculating plates and shells with complicated properties. *News of Higher Educational Institutions. Construction*. 2003. No. 5(533). Pp. 17-23.
20. Telichko V.G. Zolotov N.V. Mathematical model of calculation of multi-storey buildings made of monolithic reinforced concrete. *Fundamental and Applied Problems of Engineering and Technology*. No. 2(322). 2017. Pp. 18-25.

DEFORMATION OF RECTANGULAR ORTHOTROPIC PLATES OF MEDIUM THICKNESS MADE OF MATERIALS SENSITIVE TO THE TYPE OF STRESS STATE

A. A. Treshchev¹, M. A. Lapshina²

Tula State University^{1,2}

Russia, Tula

¹Corresponding member of RAACN, Dr. of Tech. Sciences, Prof., Head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(905)6229058, e-mail: taa58@yandex.ru

²Postgraduate Student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel: +7(905)6254102, e-mail: mary51296@yandex.ru

A rectangular orthotropic plate of medium thickness made of materials sensitive to the type of stress state is considered. Due to the lack of a consistent theory and methods for calculating structures made of anisotropic materials whose mechanical properties do not correspond to classical concepts of elastic-plastic deformation of solids, there is a need to obtain it. This article presents an experimental approbation of a mathematical model of deformation, that takes into account the equations of state through the deformation potential in a normalized tensor stress space. Structural anisotropy is limited to the class of orthotropic materials. The deformation potential is limited by the level of quasi-linear equations.

As part of the approbation of the developed mathematical model of deformation of single-layer rectangular plates, minding the phenomenon of resistivity and its software implementation, a plate rigidly supported along the contour was calculated. Based on the data obtained, graphs of stresses, deflections and horizontal displacements were constructed, and their analysis was carried out. The main conclusion drawn on the basis of the results obtained can be called the appearance of an error when using the theory without taking into account multimodulus behavior.

To calculate the deformation of a rectangular orthotropic plate, a modification of hybrid finite elements with five degrees of freedom at the node and a stiffness matrix obtained directly for a triangular element with four nodes was used.

Keywords: orthotropy, rectangular plate, deformation potential, normalized stresses, finite element method.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КАРКАСНОГО ЖЕЛЕЗОБЕТОННОГО ЗДАНИЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ВНЕШНЕГО ВЗРЫВА

В. Г. Теличко¹, Н. С. Куриен²

Тульский государственный университет^{1,2}

Россия, г. Тула

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры строительства, строительных материалов и конструкций,
тел.: +7(952)-019-84-65, e-mail: katranv@yandex.ru

²Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(953)433-32-61,
e-mail: kyrien@mail.ru

Значительный интерес для механики конструкций и их элементов представляет решение задачи об определении напряженно-деформированного состояния сооружений под действием кратковременных динамических воздействий в форме внешних взрывных воздействий и предотвращении их последствий в форме прогрессирующего разрушения. В работе рассмотрены основные параметры модели Karagozian & Case Concrete для высокоскоростного деформирования бетона. Представлен расчет каркасного здания из железобетона на прогрессирующее разрушение. Выполнены исследования в четырех различных постановках от линейного статического подхода на основе стержневой аналогии для каркаса здания до полностью нелинейного динамического расчета на основе метода конечных элементов. Были определены предельно допустимые нагрузки, максимальные перемещения в элементах каркаса, максимальные напряжения в арматуре. Сделаны выводы об эффективности различных подходов.

Ключевые слова: железобетонный каркас, бетон, прогрессирующее разрушение, разрушение, метод конечных элементов, прочность, высокоскоростное деформирование, взрывное воздействие.

Сведения о финансировании: работа выполнена при поддержке гранта Правительства Тульской области для выполнения работ в сфере науки и техники, договор №ДС/284.

Введение. В последние десятилетия большое внимание при проектировании зданий и сооружений уделяется их поведению под действием взрывных или ударных нагрузок. Использование взрывчатых веществ террористическими группами по всему миру становится все более серьезной угрозой. Чаще всего жертвы от подрывов зданий связаны не с мгновенным поражением в результате прямого высвобождения энергии, а с обрушением конструкций [1-4]. Известными примерами таких случаев являются взрывы во Всемирном торговом центре в 1993 году и рядом с федеральным зданием имени Альфреда П. Мурра в Оклахома-Сити в 1995 году. В обоих случаях разрушение зданий привели к гораздо большему количеству жертв и травм, чем сама взрывная волна. После событий 11 сентября 2001 года, что привели к обрушению Всемирного торгового центра в Нью-Йорке, стало ясно, что здания, а также районы с высокой концентрацией людей (метро и железнодорожные станции, средства массового транспорта, стадионы и т. д.) становятся потенциальными объектами для атак террористических организаций [1, 5, 6]. Современная нормативная база проектирования и эксплуатации зданий содержит многолетний опыт анализа причин обрушения, учитывает большое количество воздействий на конструкции в течение всего срока службы [1, 2]. Однако возрастающее количество аварий говорит о том, что воздействие, вызвавшее обрушение, не было своевременно учтено в нормах проектирования.

© Теличко В. Г., Куриен Н. С., 2022

При взрывах большой мощности имеют место большие давления в ударной волне и, как следствие, возможны значительные разрушения строительных конструкций. Взрывное воздействие имеет непостоянные и неопределенные параметры. При этом место и мощность взрыва могут быть спрогнозированы лишь с определенной долей вероятности. Для сохранения жизни людей, находящихся вне зоны непосредственного поражения взрыва, необходимо использовать методики, позволяющие оценить надежность здания или сооружения, в частности, их стойкость к последствиям локального взрывного воздействия, к прогрессирующему разрушению. Возникает необходимость в точных расчетных алгоритмах, современных надежных и экономически выгодных методиках по конструктивному усилению несущих каркасов зданий, четкой законодательной регламентации расчетов.

В целом обеспечение безопасности зданий и сооружений при особых динамических воздействиях, возникающих вследствие взрывов конденсированных взрывчатых веществ, защита от прогрессирующего разрушения является очень важной задачей современной механики. Проектирование взрывобезопасных строительных конструкций должно производиться при достаточном расчетном обосновании, опирающемся на возможности современных быстродействующих компьютеров и расчетных комплексов [7-9].

Таким образом, в данной статье рассматривается актуальная задача строительной механики, связанная с повышением живучести зданий и сооружений. Проведенные исследования позволяют определять возникающее напряженно-деформированное состояние элементов конструкции, устанавливать наиболее опасные зоны и прослеживать динамику процессов деформирования и разрушения во времени.

Постановка задачи. В представленной работе рассматривается задача об определении напряженно-деформированного состояния пространственного каркаса железобетонного здания под действием кратковременного воздействия в форме внешнего взрыва в ближней зоне, проводится анализ предела стойкости здания к прогрессирующему разрушению.

Компоновка модельного каркаса здания производится в соответствии с рекомендациями [1, 3, 10]. Несущая система здания устраивается в виде рамного каркаса с ригелями, расположенными в двух направлениях и сборными перекрытиями (рис. 1, 2). Материал конструкций: бетон В45, продольная арматура принимается класса А500, поперечная А240. Привязка средних колонн - центральная. Стеновые панели толщиной 300 мм. Колонны сечением 500х500 мм, ригели 400х600 мм.

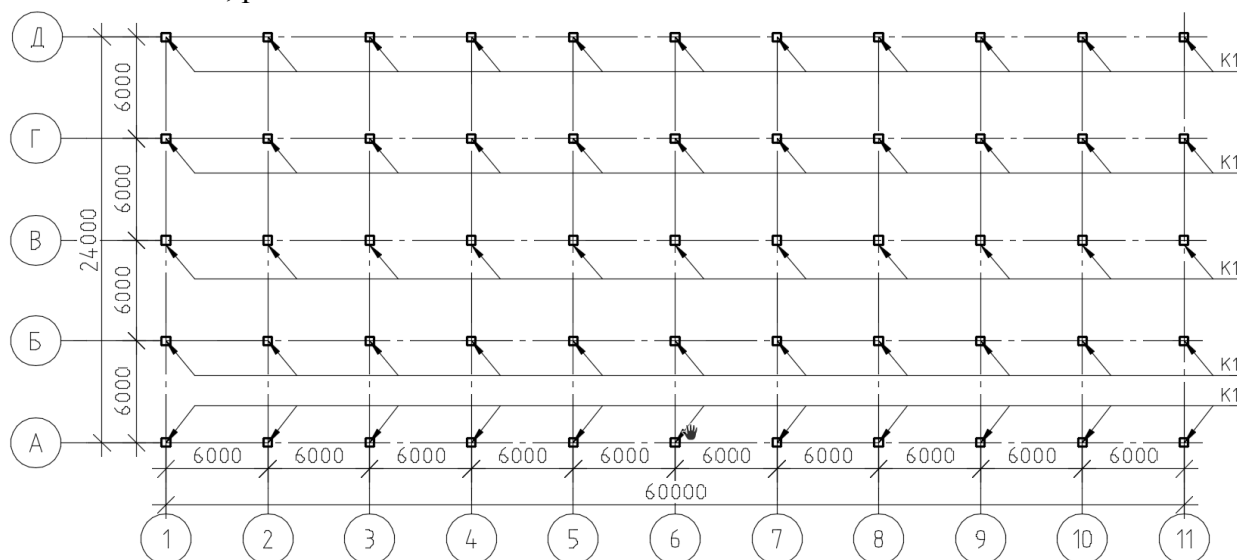


Рис. 1. План расположения колонн

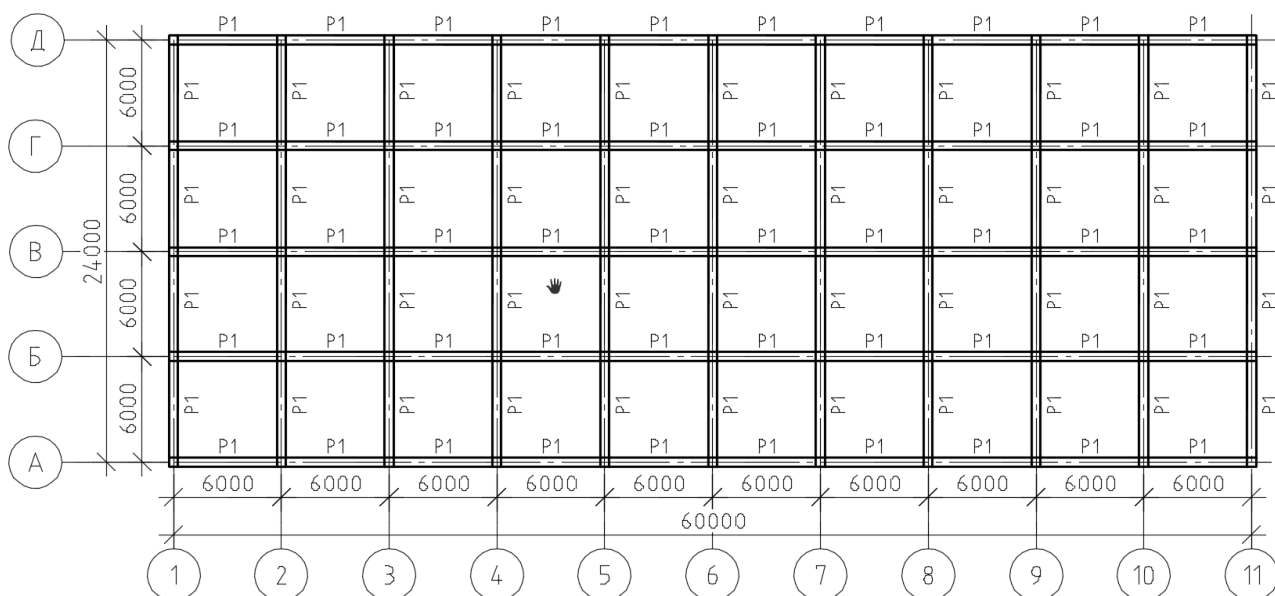


Рис. 2. План расположения ригелей

Для учёта собственного веса конструкций в расчётной схеме задаются соответствующие сечения элементов и плотности материалов. Сбор нагрузок приведен табл. 1-2.

В соответствии с п. 6 СП 385.1325800.2018 расчет здания на прогрессирующее обрушение выполняется на сочетание длительных нормативных нагрузок [10]:

- нагрузка на все этажи, кроме последнего, без учета собственного веса несущих конструкций: $P_{п, \text{соб.вес. пер.}} + P_{п, \text{врем}} = 3,35 + 3,5 = 6,85$ кПа;

- нагрузка на последний этаж, без учета собственного веса несущих конструкций: $P_{п, \text{соб.вес. пок.}} + P_{п, \text{снег}} = 4,2 + 0,75 = 4,95$ кПа.

Нагрузки прикладываются на ригели параллельные цифровым осям в соответствии с их грузовыми площадями.

Таблица 1

Сбор нагрузок на 1 м^2 перекрытия

Нагрузка	Нормативная нагрузка, кН/м^2	γ_f	Расчетная нагрузка, кН/м^2
Постоянная:			
Собственный вес пустотной плиты	2	1,1	2,2
Стяжка из цементно-песчаного раствора ($\delta=50 \text{ мм}$, $\rho=2100 \text{ кг/м}^3$)	1,05	1,2	1,37
Линолеум на тепло-, звукоизоляционной основе ($\delta=20 \text{ мм}$, $\rho=1500 \text{ кг/м}^3$)	0,3	1,2	0,36
Итого:	3,35		3,93
Временная:			
Кратковременно действующая нагрузка	5	1,2	6
Длительная составляющая нагрузки	3,5	1,2	4,2

Сбор нагрузок на 1 м² перекрытия

Нагрузка	Нормативная нагрузка, кН/м ²	γ_f	Расчетная нагрузка, кН/м ²
Постоянная:			
Собственный вес пустотной плиты	2	1,1	2,2
Слой «Техноэласт П»	0,05	1,2	0,06
Плитный утеплитель из легких бетонов ($\delta=100$ мм, $\rho=1000$ кг/м ³)	1	1,2	1,2
Стяжка из цементно-песчаного раствора ($\delta=15$ мм, $\rho=2100$ кг/м ³)	0,15	1,3	0,195
Три слоя «Техноэласт П»	0,15		0,18
Слой «Техноэласт К»	0,06	1,2	0,072
Итого:	4,2		4,96
Снеговая нагрузка	1,5	1,4	2,1

В качестве аварийной ситуации примем вариант с внезапным разрушением колонны первого этажа в осях 3/В (рис. 3).

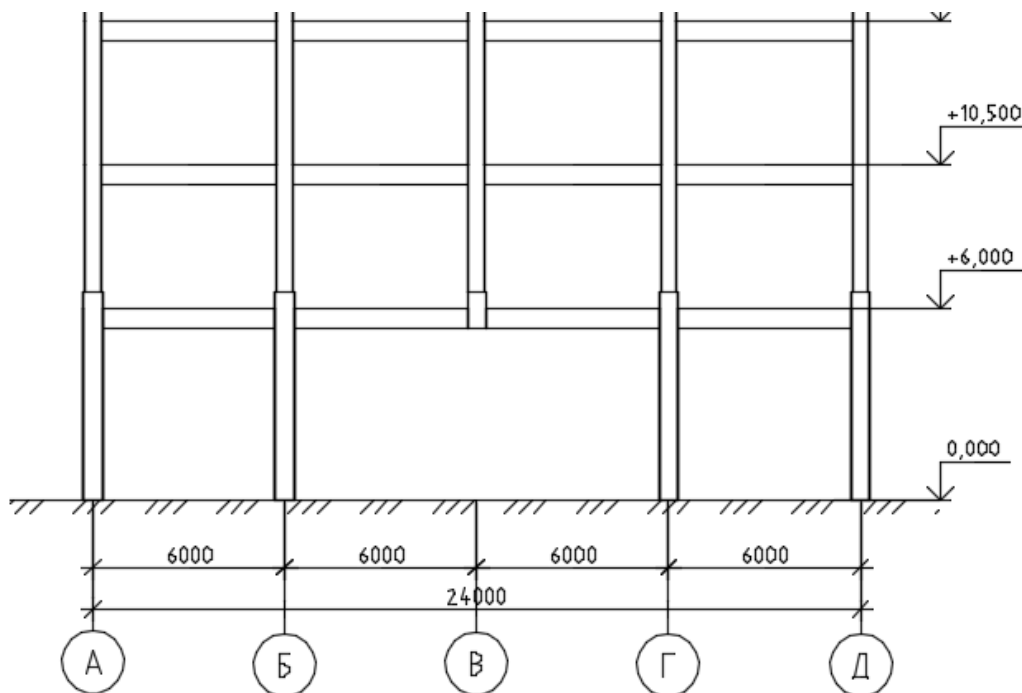


Рис. 3. План расположения колонн

В стержневых конечно-элементных моделях при линейном и нелинейном расчете процесс разрушения колонны взрывом заменяется удалением колонны.

В конечно-элементной модели в программном комплексе LS-DYNA процесс разрушения колонны моделируется непосредственно взрывным воздействием [11-16]. Нагрузка от взрывного воздействия вычисляется по методике CONWEP, изложенной в работах [1, 13].

Для отслеживания напряженно-деформированного состояния каркаса определяются несколько характерных точек конструкции (рис. 4).

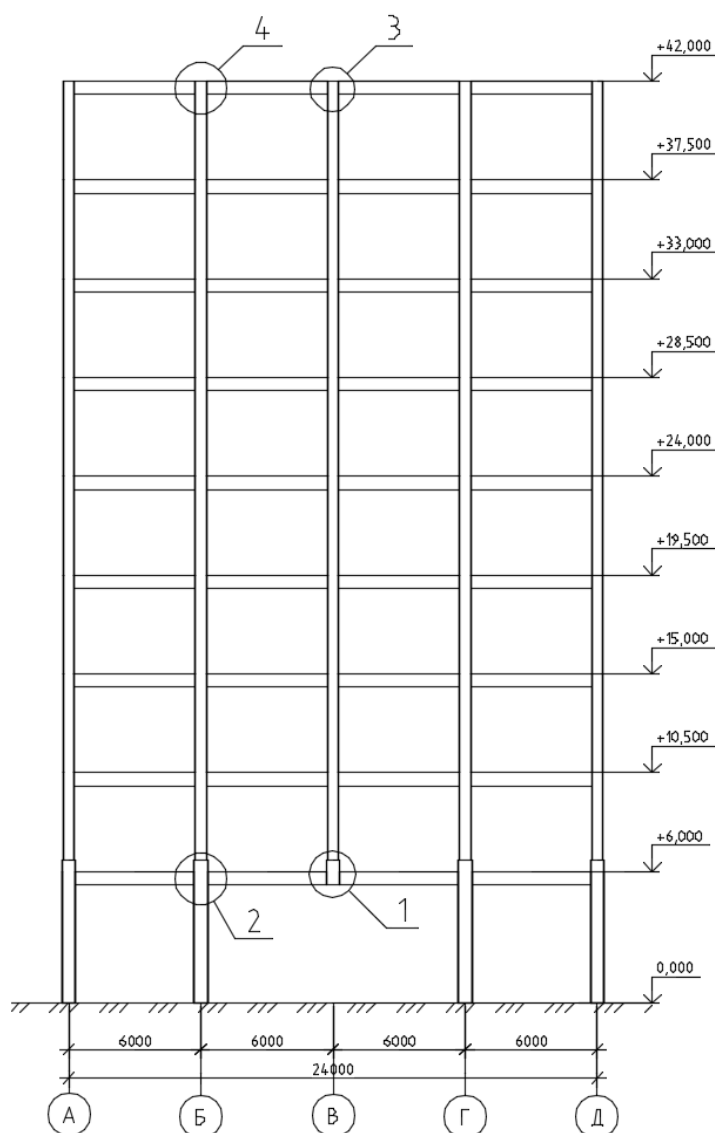


Рис. 4. Расположение точек отслеживания

Методика расчета. Решение статической задачи в стержневой линейной постановке проводилось в соответствии с СП 385.1325800.2018 «Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения» [10]. В п. 8.1 излагается методика расчета здания или сооружения на прогрессирующее обрушение в статической постановке. Расчетный анализ включает в себя следующие процедуры:

- по принятой на начальном этапе первичной расчетной схеме определяется напряженно-деформированное состояние в элементах конструктивной системы при условии нормальной эксплуатации;
- для перехода к вторичным расчетным схемам в первичной расчетной схеме поочередно выключается один из вертикальных или горизонтальных несущих элементов;
- проводят расчет вторичных расчетных схем и определяют напряженно-деформированное состояние в элементах, возникающее при локальном разрушении;
- проводят критериальную проверку несущей способности и деформативности элементов конструктивной системы для особого предельного состояния конструкций.

Основные физические параметры принятых материалов: материал стержней бетон В45, модуль упругости бетона $E = 37474200 \text{ кН/м}^2$.

Решение статической задачи в стержневой физически нелинейной постановке. Методика расчета и сбор нагрузок такие же, как и для линейного расчета [1, 11]. Для опреде-

ления предельной несущей способности предельная нагрузка при статическом расчете увеличивается вплоть до разрушения (геометрической изменяемости). Доля приложения нагрузки показывает, какая часть от нагрузки, используемой при линейном расчете, приложена к схеме в текущем деформированном состоянии.

Армирование ригелей и колонн принимается по результатам линейного расчета. Для учета физической нелинейности работы материала поперечные сечения балок и колонн разбивается на отдельные элементы, фибры [6] (рис. 5).

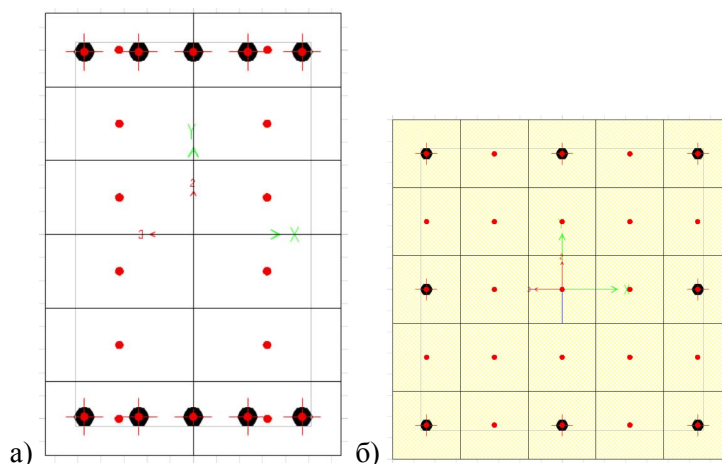


Рис. 5. Расположение фибр: а) в сечении балки, б) в сечении колонны

Физическая нелинейность бетона В45 учитывается с помощью диаграммы Прандтля [4] с пределом текучести, равным нормативному сопротивлению бетона на сжатие, и предельными пластическими деформациями ϵ_{b2} согласно СП 385.1325800.2018 [10].

Физическая нелинейность арматуры А500 учитывается с помощью диаграммы Прандтля с пределом текучести, равным нормативному сопротивлению стали на сжатие/растяжение, и предельными пластическими деформациями ϵ_{s2} .

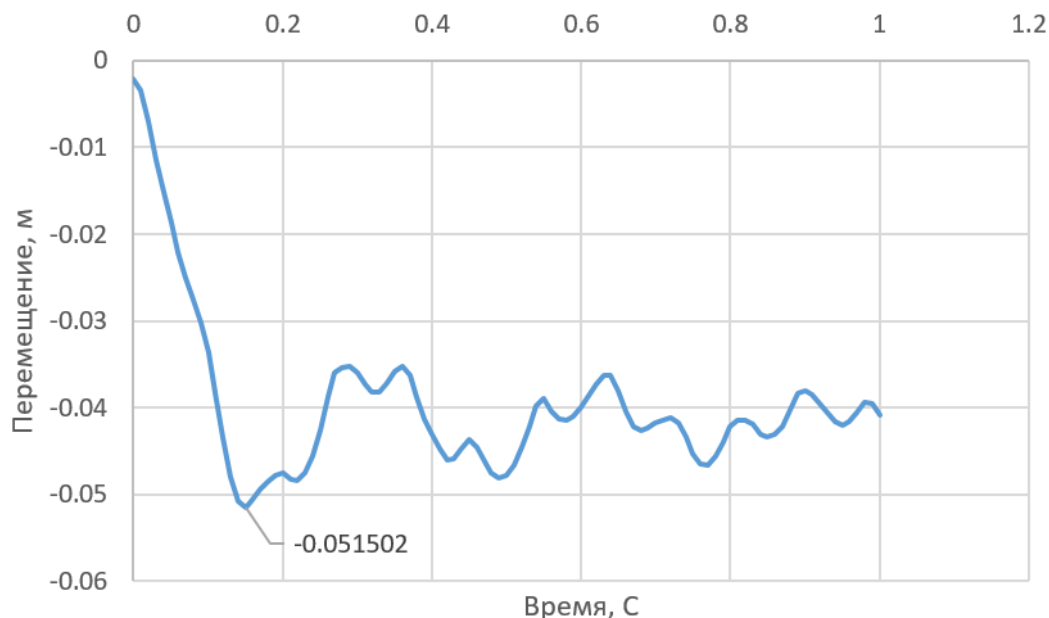


Рис. 6. Зависимость перемещения узла 1 по вертикали от времени, м

Решение динамической задачи в стержневой физически нелинейной постановке. В СП 385.1325800.2018 «Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения» в

п. 8.3 излагается методика расчета здания или сооружения на прогрессирующее обрушение в динамической постановке [10].

Динамический расчет выполняется с учетом возможного проявления эффектов физической и геометрической нелинейности. Параметры демпфирования для материалов конструкций принимаются по логарифмическим декрементам колебаний, приведенным в СП 20.13330. Параметры материалов принимались как в предыдущих вариантах расчета.

На рис. 6-7 показаны некоторые полученные результаты для узла 1 (см. рис. 7).

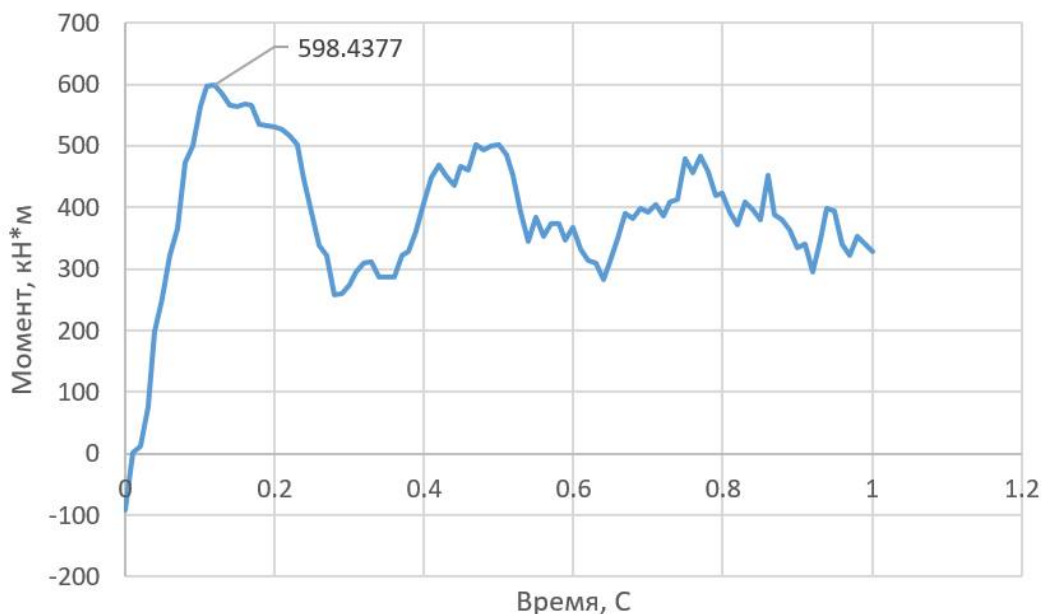


Рис. 7. Зависимость изгибающего момента около узла 1 от времени, кН*м

Решение задачи в объемной конечно-элементной постановке в программе LS-DYNA. Каркас представлен в виде трехмерной модели из объемных (бетон) и стержневых (армирование) конечных элементов. Размер бетонного конечного элемента 100x100x100 мм. Математическая модель поведения бетона в динамических условиях Karagozian & Case Concrete подробно описана в [12, 13, 16]. Размер конечных элементов принят из оптимальных условий сходимости и точности получаемых результатов. Физическая нелинейность деформирования арматуры типа А500 учитывается, как и ранее [4].

Для описания нелинейного поведения бетона в условиях больших скоростей деформации и давления существует множество моделей материала. При этом критериями выбора модели являются учет скорости деформации в условии динамического нагружения, наличие в модели механизма разрушения и минимальный набор входных параметров. Таким требованиям соответствуют модель Karagozian&Case (K&C) [13, 14].

Дадим краткое описание модели Karagozian & Case Concrete [12]. При рассмотрении больших деформаций, уравнение движения для бетона может быть записано в следующем виде:

$$\int_{\Omega_x} \rho \delta u \cdot \ddot{u} d\Omega + \int_{\Omega_x} (\nabla_x^S \delta u) : \sigma d\Omega - \int_{\Omega_x} \delta u \cdot b d\Omega - \int_{\partial\Omega_x'} \delta u \cdot t d\Omega = 0, \quad (1)$$

где ρ – плотность, u – вектор смещения, точка сверху – производная по времени, σ = тензор напряжений Коши; ∇_x^S = симметричный оператор пространственного градиента; b = объемная сила; t = граничные условия, и Ω_x – область решения, здесь операция «:» – операция двойного умножения тензоров.

Разрушение в модели КСС формулируется как

$$\Upsilon(p, \sigma, \lambda) = \sqrt{3J_2} - \Gamma(p, J_3, \lambda) \leq 0, \quad (2)$$

где $p = -\sigma_{kk}/3$ – сжатие, рассчитанное через уравнение состояния (УС) [1], которое отражает поведение бетона. Параметр повреждения λ используется для отображения эффекта разрушения от нагружения. J_2 и J_3 – второй и третий инварианты тензора девиатора σ_0 , соответственно.

$$J_2 = \frac{1}{2} \sigma' : \sigma', \quad J_3 = |\sigma'| \quad \text{и} \quad \sigma' = \sigma + pI. \quad (3)$$

Для учета больших деформаций σ^∇ используется при обновлении напряженного состояния

$$\sigma^\nabla = \dot{\sigma} - \dot{w}\sigma + \sigma\dot{w} = C^{ep} : \dot{\varepsilon}, \quad (4)$$

где

$$\dot{\varepsilon} = \frac{1}{2}(L + L^T); \quad \dot{w} = \frac{1}{2}(L - L^T); \quad L = \nabla_x \dot{u},$$

здесь $\dot{\varepsilon}$ и \dot{w} – тензор скорости деформации и тензор кручения, соответственно. L – градиент скорости, C^{ep} – тензор упругопластичности.

Функционал Γ в уравнении (2) определяет поверхность разрушения и является функцией от значений, определяющих прочность бетона:

$$\Gamma(p, J_3, \lambda) = \begin{cases} r_f \cdot \Theta(J_3) \cdot [\eta(\lambda) \cdot (\hat{\sigma}_m(p) - \hat{\sigma}_y(p)) + \hat{\sigma}_y(p)] & \lambda \leq \lambda_m \\ r_f \cdot \Theta(J_3) \cdot [\eta(\lambda) \cdot (\hat{\sigma}_m(p) - \hat{\sigma}_r(p)) + \hat{\sigma}_r(p)] & \lambda > \lambda_m \end{cases}, \quad (5)$$

где

$$\hat{\sigma}_i(p) = a_{0i} + \frac{p}{a_{1i} + a_{2i}p} \quad i = m, y, r. \quad (6)$$

Для значений λ параметр интерполяции поверхности разрушения η определяется как

$$\eta(\lambda) = \eta^\alpha + \frac{\eta^{\alpha+1} - \eta^\alpha}{\lambda^{\alpha+1} - \lambda^\alpha} (\lambda - \lambda^\alpha), \quad (7)$$

где α – индекс (λ, η) входных данных, таких как $\lambda \in [\lambda^\alpha, \lambda^{\alpha+1}]$.

Развитие повреждений бетона характеризуется параметром повреждения λ . Этот параметр отражает величину полученных пластических деформаций. Пластические деформации вычисляются следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}^p = \dot{\mu} \frac{\partial \varphi(\sigma, p, \lambda)}{\partial \sigma}, \quad (8)$$

где пластический потенциал $\varphi(\sigma, p, \lambda)$ будет выражен в виде

$$\varphi(\sigma, p, \lambda) = \sqrt{3J_2} - \varpi \Gamma(p, J_3, \lambda), \quad (9)$$

где μ – параметр пластичности, а ϖ – параметр ассоциативности.

Развитие повреждаемости λ определится функцией:

$$\dot{\lambda} = h(p) \dot{\varepsilon}_n^p, \quad (10)$$

где $\dot{\varepsilon}_n^p = \sqrt{2/3 \dot{\varepsilon}^p : \dot{\varepsilon}^p}$.

Фактор развития повреждений $h(p)$ определяется в виде:

$$h(p) = \begin{cases} [1 + p / (r_f f_t)]^{-b_1} / r_f, & p \geq 0, \\ [1 + p / (r_f f_t)]^{-b_1} / r_f, & p < 0, \end{cases} \quad (11)$$

где b_1 и b_2 – параметры материала, получаемые из экспериментальных данных [12].

Третий инвариант тензора девиатора σ' используется для того, чтобы различать трехосное растяжение и трехосное сжатие. Эта зависимость представляется в виде функционала $\Theta(J_3)$ в уравнении (5).

В КСС модели $\Theta(J_3)$ использует выражение в виде

$$\Theta(J_3) = \frac{2(1 - \psi^2) \cos \theta + (2\psi - 1) \sqrt{4(1 - \psi^2) \cos \theta + 5\psi^2 - 4\psi}}{4(1 - \psi^2) \cos \theta + (1 - 2\psi)^2}, \quad (12)$$

где угол Лоде

$$\theta = \arccos\left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}}\right) / 3 \quad (13)$$

и ψ в уравнении (12) - соотношение между растяжением и сжатием [16].

Девиаторные и объемные деформации в модели КСС рассматриваются отдельно. Такой подход к моделированию бетона позволяет разделить сдвиг и сжатие бетона.

$$p = p^{EOS} + K \Delta \varepsilon_v^e, \quad (14)$$

где $\Delta \varepsilon_v^e$ – возрастающая объемная упругая деформация; p^{EOS} – начальное напряжение, полученное из уравнений состояния [12]; и K – объемный модуль упругости. Оба p^{EOS} и K определяются исходя из материала и зависят от объемной деформации. Начальный объемный модуль упругости вычисляется как $K = E/3(1-2\nu)$, где модуль Юнга равен $E \approx 4734\sqrt{f_c}$, f_c – прочность бетона на сжатие указывается в МПа, а коэффициент Пуассона ν равняется 0,19 [13]. Поверхность прочности зависит от напряженного состояния элемента и девяти параметров, полученных из экспериментальных данных [12].

Конечно-элементная модель в LS-DYNA аналогична рис. 1-2, где элементы каркаса разбиты на объемные конечные элементы [4, 5, 17] (см. рис. 8).

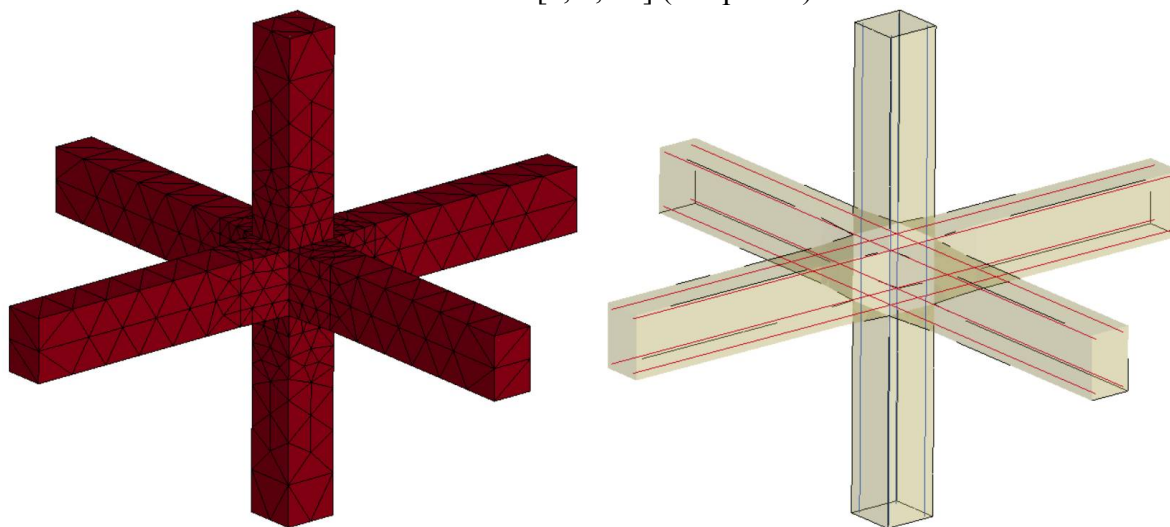


Рис. 8. Общий вид конструкции узла каркаса и конструктивная схема

Инициатор процесса прогрессирующего обрушения – взрыв конденсированного взрывчатого вещества. Вес взрывчатого вещества в тротиловом эквиваленте – 50 кг. Предположительное место расположения заряда указано на рис. 9-10 (то, которое принимается в модельном расчете). Математическая модель детонации взрывчатого вещества CONWER описана в работах [16].

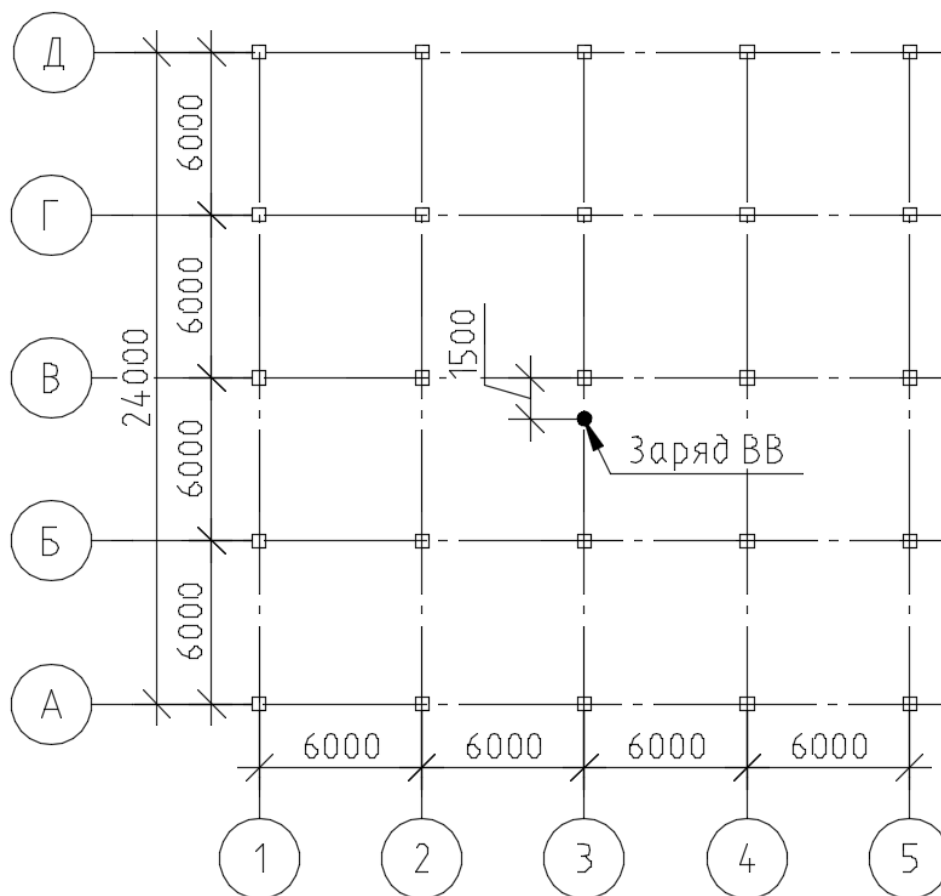


Рис. 9. Место расположения заряда ВВ в плане

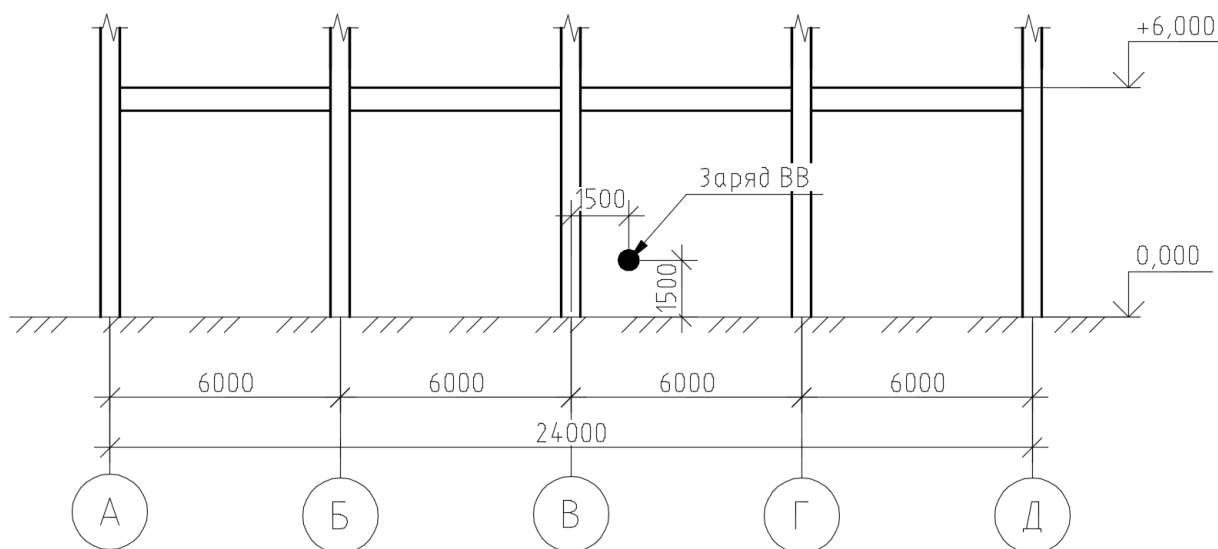


Рис. 10. Расположение заряда на разрезе по оси 3

Результаты расчета. В результате проведенного численного анализа был рассмотрен процесс разрушения колонны в динамической нелинейной постановке и проведен анализ процесса прогрессирующего разрушения всей конструкции. На рис. 11 показан фрагмент деформированного и поврежденного каркаса здания непосредственно в момент после взрыва, рядом с местом детонации взрывчатого вещества. На рис. 12 показаны локальные разрушения непосредственно в узле каркаса здания здесь же. На рис. 13-14, по аналогии с рис. 6 и 7,

показаны: зависимость перемещений узла 1 по вертикали от времени и зависимость растягивающего напряжения в арматуре около узла 1 от времени.

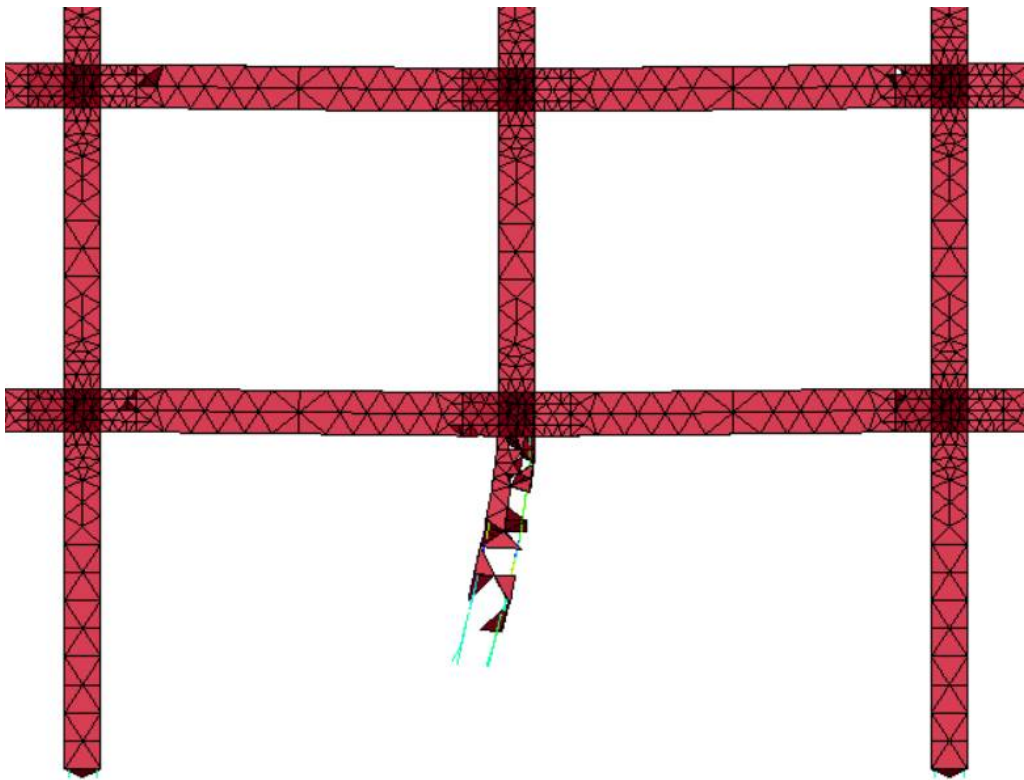


Рис. 11. Расположение заряда на разрезе по оси 3

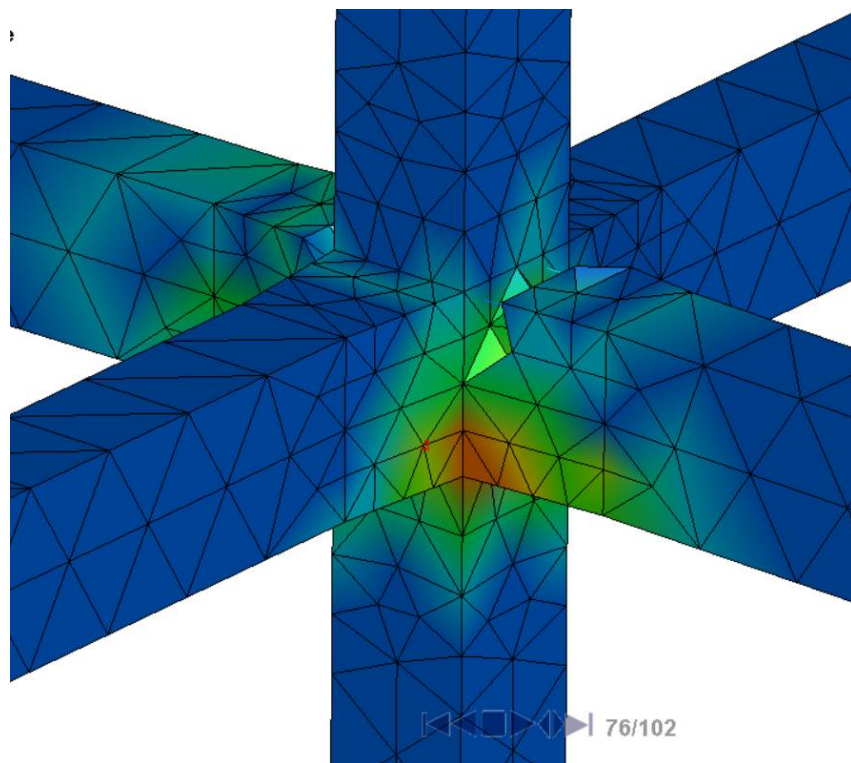


Рис. 12. Расположение заряда на разрезе по оси 3

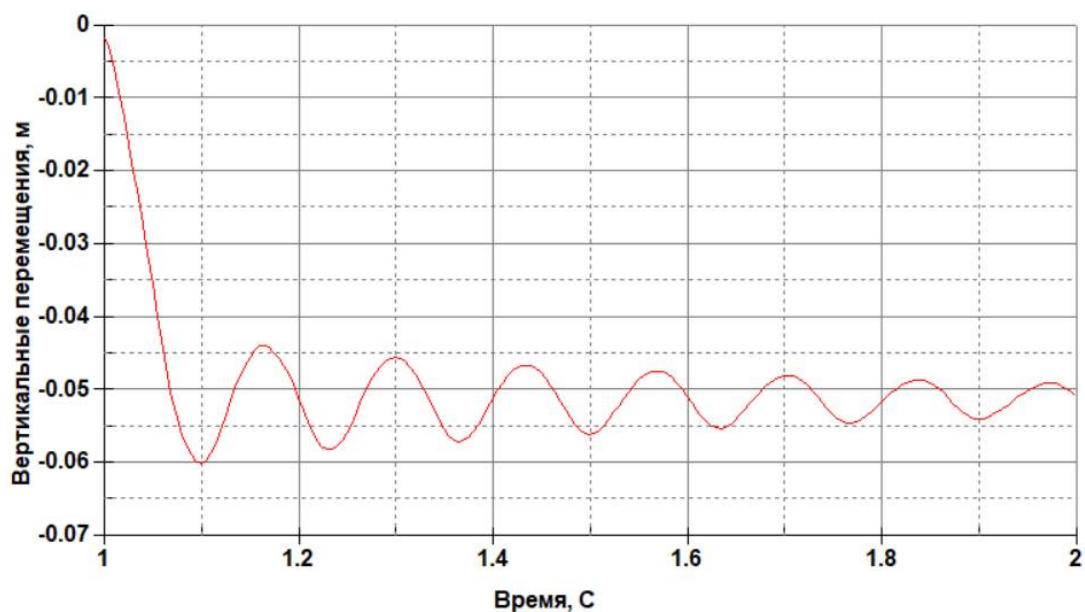


Рис. 13. Зависимость перемещений узла 1 по вертикали от времени, м

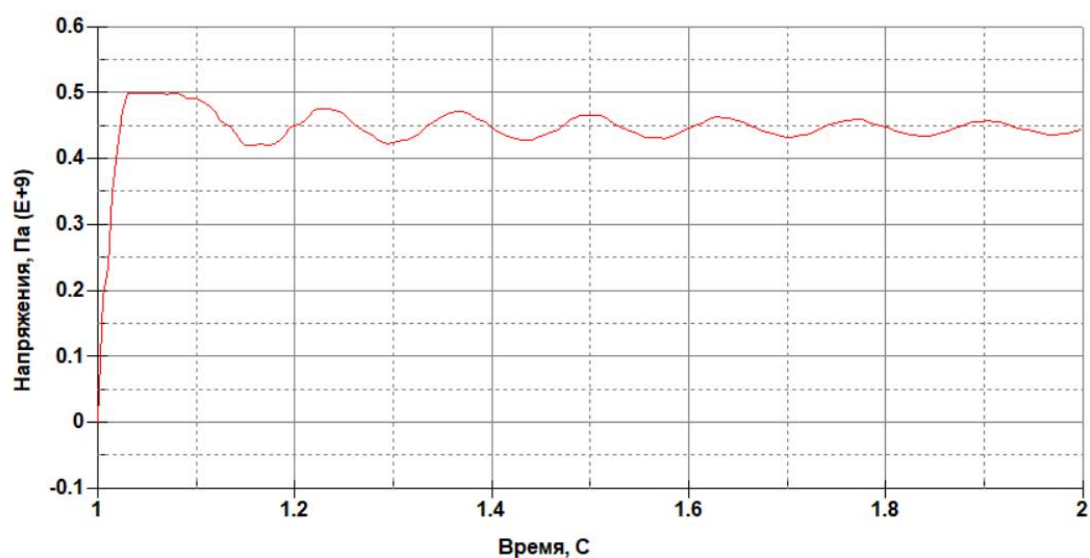


Рис. 14. Зависимость напряжений в растянутой арматуре около узла 1 от времени, МПа

Таблица 3

Сравнение расчетных данных

Результат	Статический линейный подход (стержневая модель)	Статический нелинейный подход (стержневая модель)	Динамический нелинейный подход (стержневая модель)	Динамический нелинейный подход (модель из объемных конечных элементов)
Предельно допустимая полезная нагрузка, д.е.	1	1,8	1,3	1,5
Прогиб, мм	19,9	25,7	51,5	60
Максимальные напряжения в арматуре (узел 1), МПа	500	401,14	500	500
Максимальные напряжения в арматуре (узел 2), МПа	500	418,8	500	500

В табл. 3 приведены результаты расчета по всем 4-м рассмотренным вариантам моделирования прогрессирующего разрушения в каркасе здания. Приведены предельно допустимая полезная нагрузка в долях единицы, по отношению к линейному статическому расчету по СП 385.1325800.2018; максимальные перемещения в узле 1 рядом с местом детонации ВВ; максимальные напряжения в узлах 1,2 в арматуре (см. рис. 4).

Выводы. По результатам проведенного моделирования можно сделать следующие выводы: 1) статический линейный подход – самый консервативный вариант решения, фактически несущая способность каркаса значительно выше, чем расчетное значение (результаты расчета по допустимой нагрузке значительно занижены [1, 7]); 2) статический нелинейный подход – игнорирование динамических эффектов дает неадекватно большое значение предельной нагрузки, что может привести к прогрессирующему разрушению при реальной работе здания; 3) динамический нелинейный подход – решение динамической задачи в стержневой постановке дает достаточно точные результаты, однако игнорирование динамических эффектов упрочнения материалов [2] не позволяет полностью реализовать потенциал несущей способности каркаса; 4) динамический нелинейный подход с использованием объемных элементов – решение динамической задачи с эффектами динамического упрочнения материалов с применением современной модели высокоскоростного деформирования бетона позволяет максимально эффективно учитывать работу материалов. В целом указанные выводы согласуются с уже проведенными исследованиями в работах [18-20].

Анализируя вышеизложенное, можно сделать вывод о том, что решение задачи обеспечения безопасности многоэтажных монолитных железобетонных зданий наиболее эффективно проводить с использованием объемных конечных элементов и дискретной арматуры, что связано с адекватным моделированием проявляющихся эффектов, таких как вантовая работа перекрытий, разрушение материала бетона и пластического течения арматуры.

Библиографический список

1. Динамическое разрушение железобетонных композиционных конструкций: монография / Г.М. Журавлев [и др.]. – Тула: Изд-во ТулГУ, 2020. – 180 с.
2. Федорова Н.В., Кореньков П.А., Ву Н.Т. Методика экспериментальных исследований деформирования монолитных железобетонных каркасов зданий при аварийных воздействиях // Строительство и реконструкция. – 2018. –Т. 4. – № 78. – С.42–52.
3. Ключева Н.В., Емельянов С.Г., Колчунов В.И. Концептуально-методологические подходы к оценке живучести железобетонных конструкций с учетом физических моделей сопротивления // Вестник Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Сер. Строительство и архитектура. – 2013. – № 31–2. – С. 46–51.
4. Применение высокоскоростных моделей деформирования для моделирования процесса разрушения композиционных конструкций / Г.М. Журавлев [и др.] // Алгебра, теория чисел и дискретная геометрия: современные проблемы, приложения и проблемы истории // Материалы XVIII Международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессоров Б.М. Бредихина, В.И. Нечаева и С.Б. Стечкина. – Тула, 2020. – С. 349–352.
5. Математическое моделирование разрушения элементов строительных конструкций под действием динамической нагрузки / Г.М. Журавлев [и др.] // Чебышевский сборник. – Тула, 2019. – №4(72). – С. 372–386.
6. Володин Г.Т., Новиков А.С. Гарантированное разрушение открытой цилиндрической оболочки взрывом неконтактных зарядов конденсированных ВВ // Известия РАН. – 2013. – Вып. 4. – С. 56–62.

7. Ключева Н.В., Колчунов В.И., Ветрова О.А. Экспериментально-теоретические исследования эволюционно и внезапно повреждаемых железобетонных рамных конструкций // Вестник центрального регионального отделения Российской академии архитектуры и строительных наук. – 2006. – № 1. – С.42–52.
8. Мкртычев О.В., Дорожинский В.Б., Лазарев О.В. Расчет конструкций железобетонного здания на взрывные нагрузки в нелинейной динамической постановке // Научно-технический журнал Вестник МГСУ. – 2011. – №4. – С. 243–247.
9. Мкртычев О.В., Дорожинский В.Б. Анализ подходов к определению параметров взрывного воздействия // Научно-технический журнал Вестник МГСУ. – 2012. – №5. – С. 45–49.
10. СП 385.1325800.2018. Свод правил. Защита зданий и сооружений от прогрессирующего обрушения. Правила проектирования. Основные положения.
11. Журавлев Г.М., Куриен Н.С. Свойства бетона в условиях воздействия взрывной нагрузки // Социально-экономические и экологические проблемы горной промышленности, строительства и энергетики: сб. материалов XIV Междунар. конф. по проблемам горной промышленности, строительства и энергетики». – Тула: Изд-во ТулГУ, 2018. – С. 110–116.
12. Youcai W., Crawford J. E., Magallanes J. M. Performance of LS-DYNA Concrete Constitutive Models // 12th LS-DYNA User's Conference. Dearborn, MI, 2012
13. Validation of concrete constitutive models through blast responses / W. Youcai, J. E. Crawford, Sh. Lan, J. M. Magallanes.// 13th LS-DYNA International Conference. Dearborn, MI, 2014.
14. Livermore Software Technology Corporation, LSTC. 2015. "LS-DYNA Keyword User's Manual." Livermore, CA.
15. UFC 4-023-03. Unified Facilities Criteria (UFC). Design of buildings to resist progressive collapse. Department of Defence USA, 2009. – 188 p.
16. Slavik T.A Coupling of Empirical Explosive Blast Loads to ALE Air Domains in LS-DYNA. 7th European LS-DYNA Conference Salzburg Austria. 2009.
17. Трушин С.И. Метод конечных элементов. Теория и задачи. – М.: Издательство АСВ, 2008. – 256 с.
18. Расчет железобетонных конструкций на взрывные и ударные нагрузки / Н.Н. Белов [и др.]. – Нортхэмптон-Томск, 2004. – 465 с.
19. Прочность и деформативность железобетонных конструкций при запроектных воздействиях / Г.А. Гениев [и др.]. – М.: АСВ, 2004. – 216 с.
20. Zhang, Yu-min Research progress of dynamic strength properties and test equipment for concrete // International Conference on Electric Technology and Civil Engineering (ICETCE). – 2011. – P. 5392-5395.

References

1. Dynamic destruction of reinforced concrete composite structures: monograph / G.M. Zhuravlev [and others.]. Tula: TulGU Publishing House, 2020. 180 p.
2. Fedorova N.V., Korenkov P.A., Wu N.T. Technique of experimental studies of deformation of monolithic reinforced concrete frames of buildings under emergency impacts // Construction and Reconstruction. 2018. V. 4. No. 78. Pp. 42–52.
3. Klyueva N.V., Emelyanov S.G., Kolchunov V.I. Conceptual and methodological approaches to assessing the survivability of reinforced concrete structures, taking into account physical models of resistance. Bulletin of the Volgograd State University of Archi-

- ecture and Civil Engineering. Series: Construction and architecture. 2013. No. 31–2. Pp. 46–51.
4. Application of high-speed deformation models for modeling the process of destruction of composite structures / G.M. Zhuravlev [and others] // Algebra, number theory and discrete geometry: modern problems, applications and problems of history. Proceedings of the XVIII International Conference dedicated to the 100th anniversary of the birth of Professors B.M. Bredikhina, V.I. Nechaev and S.B. Stechkin. 2020, Pp. 349–352.
 5. Mathematical modeling of the destruction of elements of building structures under the action of a dynamic load / G.M. Zhuravlev [and others] // Chebyshevsky collection. 2019. No. 4 (72). Pp. 372–386.
 6. Volodin G.T., Novikov A.S. Guaranteed destruction of an open cylindrical shell by an explosion of non-contact charges of condensed explosives // Izvestiya RARAN. 2013. Issue. 4. Pp. 56–62.
 7. Klyueva N.V., Kolchunov V.I., Vetrova O.A. Experimental and theoretical studies of evolutionarily and suddenly damaged reinforced concrete frame structures // Bulletin of the Central Regional Branch of the Russian Academy of Architecture and Building Sciences. 2006. No. 1. Pp.42–52.
 8. Mkrtichev O.V., Dorozhinsky V.B., Lazarev O.V. Calculation of structures of a reinforced concrete building for explosive loads in a nonlinear dynamic setting // Scientific and technical journal Vestnik MGSU. 2011. No. 4. Pp. 243–247.
 9. Mkrtichev O.V., Dorozhinsky V.B. Analysis of approaches to determining the parameters of explosive impact // Scientific and technical journal Bulletin of MGSU. 2012. No. 5. Pp. 45–49.
 10. SP 385.1325800.2018. Set of rules. Protection of buildings and structures from progressive collapse. Design rules. Key points
 11. Zhuravlev G.M., Kurien N.S. Properties of concrete under explosive load // Collection of materials of the XIV International Conference on Mining, Construction and Energy "Socio-economic and environmental problems of mining, construction and energy". - Tula: Publishing House of TulGU, 2018. - Pp. 110–116.
 12. Wu, Youcai, John E Crawford, and Joseph M Magallanes. 2012. "Performance of LS-DYNA Concrete Constitutive Models." 12th LS-DYNA User's Conference. Dearborn, M.I.
 13. Wu, Youcai, John E Crawford, Shengrui Lan, and Joseph M Magallanes. 2014. "Validation of concrete constitutive models through blast responses." 13th LS-DYNA International Conference. Dearborn, M.I.
 14. Livermore Software Technology Corporation, LSTC. 2015. "LS-DYNA Keyword User's Manual." Livermore, CA.
 15. UFC 4-023-03. Unified Facilities Criteria (UFC). Design of buildings to resist progressive collapse. Department of Defense USA, 2009. 188 p.
 16. Slavik T.A Coupling of Empirical Explosive Blast Loads to ALE Air Domains in LS-DYNA. 7th European LS-DYNA Conference Salzburg Austria. 2009.
 17. Trushin S.I. Finite element method. Theory and tasks. Moscow: ASV Publishing House, 2008. 256 p.
 18. Calculation of reinforced concrete structures for explosive and shock loads / N.N. Belov [and others]. Northampton-Tomsk, 2004. 465 p.
 19. Strength and deformability of reinforced concrete structures under beyond design impacts / G.A. Geniev [and others]. M.: ASV, 2004. 216 p.
 20. Zhang, Yu-min Research progress of dynamic strength properties and test equipment for concrete // International Conference on Electric Technology and Civil Engineering (ICETCE). 2011. P. 5392-5395.

DETERMINATION OF THE DEFORMED STATE OF A FRAME-REINFORCED CONCRETE BUILDING UNDER THE INFLUENCE OF AN EXTERNAL EXPLOSION

V. G. Telichko¹, N. S. Kurien²

Tula State University^{1,2}

Russia, Tula

¹PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction, Building Materials and Structures, tel.: +7(952)019-84-65, e-mail: katranv@yandex.ru

²Postgraduate student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, tel.: +7(953)433-32-61, e-mail: kyrien@mail.ru

Explosive devices are getting smaller and more powerful. In this regard, of considerable interest for the mechanics of structures and their elements is the solution of the problem of determining the stress-strain state of buildings and structures under the action of short-term dynamic effects in the form of external explosive effects and preventing their consequences in the form of progressive destruction. The paper considers the main parameters of the Karagozian & Case Concrete model for high-speed concrete deformation. The article considers the calculation of a frame building made of reinforced concrete for progressive destruction. The studies were carried out in four different formulations from a linear static approach based on a rod analogy for a building frame to a fully nonlinear dynamic calculation based on the finite element method. Based on the results obtained, the maximum allowable loads, maximum displacements in the frame elements, and maximum stresses in the reinforcement were determined. Conclusions are drawn about the effectiveness of various approaches.

Keywords: reinforced concrete frame, concrete, progressive destruction, destruction, finite element method, strength, high-speed deformation, explosive impact.

Acknowledgments: the work was supported by a grant from the Government of the Tula region for work in the field of science and technology, agreement No. DS / 284.

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН С УЧЕТОМ ПОПЕРЕЧНЫХ СДВИГОВ И НЕЛИНЕЙНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА ОТ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

А. А. Трещев¹, Н. С. Ющенко², И. А. Захарова³, И. А. Судакова⁴

Тулский государственный университет^{1, 2, 3, 4}
Россия, г. Тула

¹ Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

² Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(953)-190-11-06, e-mail: yushenko_1972@bk.ru

³ Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(953)-420-54-82, e-mail: iren160575@mail.ru

⁴ Канд. техн. наук, доцент кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(903)-039-95-90, e-mail: sudakova.inga@yandex.ru

Разработана конечно-разностная модель поперечного изгиба кольцевой пластины средней толщины, для которой применение классических гипотез Кирхгофа-Лява совершенно не оправдано. Кроме того, структура пластины принята с цилиндрической ортотропией, осложненной физической нелинейностью и зависимостью деформационных характеристик материала от вида напряженного состояния. При моделировании уравнений состояния для ортотропного материала с несовершенной упругостью осуществлен переход от квазилинейных зависимостей к существенно нелинейным. Для перехода от общей трехмерной краевой задачи загрузки кольца к уравнениям, определяющим деформирования срединной плоскости, принят подход С.П. Тимошенко, учитывающий влияние поперечных сдвигов, зарекомендовавший себя как надежный инструмент для расчета пластин средней толщины. Разработана конечно-разностная модель изгиба пластин, основанная на использовании аппроксимаций повышенной точности. Проведена оценка сходимости численных расчетов. Учитывая, что традиционно исследование напряженно-деформированного состояния пластин, имеющих круговое очертание контура, проводится в цилиндрических системах координат, таковая и была принята для построения модели.

В предыдущих работах одного из авторов продемонстрировано, что известные уравнения состояния для ортотропных материалов с несовершенной упругостью имеют грубые ошибки, возникающие при расчете элементов конструкций. Эти уравнения, предложенные в предыдущие 40 лет, противоречивы и обильно недостатками, которые непреодолимы при расчетах. Одним из авторов настоящей статьи в предыдущих работах были сформулированы подходы к построению потенциальных нелинейных зависимостей между деформациями и напряжениями, для их идентификации предложен комплекс экспериментов, среди которых в обязательном порядке требуется проведение экспериментов на сложные напряженные состояния, часть из них до настоящего времени реализовать не удастся. В связи с этим в 2021 году был сформулирован потенциал деформаций в квазилинейном приближении, для которого константы возможно определить из простейших опытов, проведенных в главных материальных осях ортотропии. Наряду с весомыми преимуществами этого потенциала он базируется на аппроксимации нелинейных диаграмм деформирования прямыми лучами по методу наименьших квадратов, что при высокой качественной адекватности для отдельных материалов может приводить к отдельным количественным погрешностям. Поэтому предлагаемая расчетная модель пластины основана на отходе от энергетических нелинейных правил постулирования связи тензора деформаций с напряжениями. Для этой цели сформулирована нелинейная модель взаимозависимости двух тензоров второго ранга, которая объединяет форму обобщенного закона Гука ортотропного материала с теорией малых упругопластических деформаций, которые преобразованы с использованием методики пространства тензора нормированных напряжений. Такое комплексное использование теоретических подходов позволяет устанавливать материальные нелинейные функции, обработав лишь диаграммы деформирования, полученные из простейших экспериментов.

Ключевые слова: интенсивность напряжений, структурная нелинейная ортотропия, кольцевая пластина, несовершенная упругость, тензор нормированных напряжений, поперечные сдвиги.

Введение

При строительстве современных объектов, изготовлении элементов аппаратов и деталей машин зачастую используются композитные материалы, основой которых являются полимеры с направленным или хаотическим армированием базальтовыми и стекловолокнами, обладающие высокой жесткостью и прочностью, а их механические свойства не соответствуют традиционным представлениям о деформировании широко распространенных стальных элементов [1 – 7]. В частности, эти материалы могут обладать структурной анизотропией различного класса, а при деформировании их под нагрузкой по-разному реагируют на количественные и качественные характеристики возникающих напряжений так, что тензор податливостей четвертого ранга оказывается не инвариантен к виду напряженного состояния. Такие материалы принято называть деформируемыми структурами с анизотропией двух видов. У структурно анизотропных материалов проявляется зависимость от направлений жесткостных и прочностных характеристик [8–13]. Наиболее распространенными в строительстве и технике являются конструкционные материалы со структурной ортотропией физико-механических свойств. Традиционно используемые модели расчета в рамках МДТТ и строительной механики, формально оперирующие с обобщенным законом Гука или соотношениями малых упругопластических деформаций А.А. Ильюшина [14], приводят к серьезным ошибкам не только в получаемых количественных характеристиках напряженно-деформированного состояния различных конструкций, но и искажают его качественную картину. Подобные факты не позволяют обеспечить должную точность расчетов конструкций и надежность принимаемых проектно-конструкторских решений. Поэтому для расчета строительных конструкций, элементов аппаратов и деталей машин, выполненных из указанных композитных материалов, следует использовать апробированные теории и модели, максимально подтвержденные в экспериментах. При этом известные модели уравнений состояния, специально ориентированные на использование при расчетах конструкций, выполненных из этих материалов, обладающих структурной и деформационной анизотропией, не соответствуют данному требованию [9–13, 15–20]. Недостатки этих моделей и их анализ детально рассмотрены в монографиях [21, 22], а поэтому здесь не приводятся.

В работах [21, 22] были рассмотрены упрощенные квазилинейные уравнения состояния для разных классов анизотропных материалов, форма которых схожа с соответствующими обобщенными законами Гука, но сформулированные с учетом зависимости деформационных характеристик от вида напряженного состояния путем введения в компоненты тензора податливостей параметров нормированных напряжений. Многолетнее использование этих уравнений в технике подтвердили их преимущества. Однако эти уравнения можно критиковать за отход от исходного энергетического постулирования, а, следовательно, за их мнимую упрощенность. Поэтому в дальнейшем в рамках тензорного пространства нормированных напряжений был сформулирован квазилинейный энергетический формат определения напряженно-деформированного состояния структурно ортотропных материалов, обладающих деформационной анизотропией [23, 24]. Использование этих строгих энергетически полученных квазилинейных уравнений и условно упрощенных [21, 22] при решении краевых прикладных задач показало практически полное совпадение результатов расчета конструкций даже в областях концентрации напряжений [25–27], что вполне доказывает состоятельность этих упрощенных зависимостей.

В последние пару лет в работах Д.В. Христича и Ш.Т. Нгуена были сформулированы нелинейные потенциальные зависимости, приводящие к квадратичным и кубическим уравнениям состояния [28–30]. По поводу этих моделей отметим следующее. Прежде всего, когда один из авторов представленной здесь статьи и его многочисленные ученики публиковали и докладывали результаты своих исследований, главный вдохновитель работ [28–30],

один из профессоров ТулГУ [31], возражал против варианта определения отдельных констант уравнений состояния ортотропных материалов с несовершенной упругостью из опытов на растяжение и сжатие в направлениях под углом 45° к главным материальным осям (в работах [28–30] такое определение допускалось) под предлогом, что в данных экспериментах меняется ориентация этих осей. Однако сами авторы [28–31] предполагают использование указанного варианта экспериментов. В дополнение этого отметим, что публикации [28–30] демонстрируют предполагаемые неестественные ограничения, накладываемые на константы потенциала, и авторы прибегают к определенным упрощениям при их определении. Кроме того, простое полиномиальное представление потенциалов деформаций по степеням композиций напряжений в главных осях ортотропии не может учесть влияние сложных видов напряженного состояния на реальное деформирование композитных материалов. То есть в моделях [28 – 30] отсутствует механизм учета влияния сложного напряженного состояния на жесткостные характеристики материалов в самом широком диапазоне его изменения ввиду отказа от введения в уравнения состояния качественных характеристик НДС, как это имеет место в теориях [21–27]. При таком подходе [28–30], если представить теоретические диаграммы деформирования в координатах «интенсивность напряжений – интенсивность деформаций», то графики будут отличать обобщенные (без детализации по соотношению напряжений в одноименных плоскостях и, конечно, при сдвигах, как это имеет место в классической теории упругости) растяжение и сжатие, а это приведет к серьезным ошибкам в расчетах НДС реальных конструкций, что не наблюдается при использовании упрощенной модели [21, 22, 25, 26] и более совершенной – [23, 24, 27], но в квазилинейном варианте. Поэтому, учитывая практическое совпадение результатов решения различных прикладных краевых задач в рамках квазилинейных приближений упрощенных уравнений состояния [21, 22, 25, 26] и строгих энергетически обоснованных [23, 24, 27] далее будут использованы нелинейные определяющие соотношения, преобразованные из условно упрощенного варианта [21, 22]. Эти уравнения состояния апробированы и представлены в работе [32], тем более они на порядок точнее уравнений [28–30], которые не учитывают изменения реакции материала при непрерывном изменении видов НДС во всем диапазоне (различные соотношения между компонентами тензора напряжений), а лишь различают кардинально противоположные осевые растяжения от сжатия.

1. Постановка задачи

Рассматривается деформирование кольцевой пластины толщиной h , радиус внешнего контура которой принят равным R , с радиусом внутреннего отверстия – a , нагруженной поперечной равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью q по всей поверхности. Структура пластины средней толщины анализируется с ортотропией цилиндрической характера, а характер ее деформирования проявляет зависимость от вида напряженного состояния в самом широком диапазоне его изменения. Для принятых условий рассматриваемая задача является осесимметричной. В связи с этим целесообразно все уравнения задачи формулировать в системе цилиндрических координат r, θ, z . При осесимметричном нагружении пластины параметры НДС в точках ее тела оказываются зависимыми только от двух осей вдоль координат r и z . Ориентируем вертикальную ось z вниз по направлению погибов пластины, а начало цилиндрической координатной системы расположим в центре средней плоскости в недеформированном состоянии. При этом очевидно, что оси координат будут совмещены с главными материальными осями ортотропии структуры пластины.

Если для поперечно нагруженных изотропных пластин и оболочек практически удовлетворительно установлены границы их классификаций по толщине, определяемые точностью математического моделирования деформирования конструкций (тонкие, средней толщины, толстые), то для пространственных конструкций, выполненных из структурно ани-

зотропных материалов, а тем более дополнительно усложненных зависимостью их деформационных свойств от вида напряженного состояния, границы соотношений характерных размеров, соответствующих каждому классу конструкций, весьма размыты. Данный факт не позволяет априорно установить соотношения геометрических границ для трех классов пластин и оболочек в зависимости от их толщины [33, 34]. В связи с этим исходное построение математической модели деформирования пластины будем осуществлять в предположении ее отношения к классу конструкций средней толщины. Эту модель целесообразно формулировать с учетом гипотез Тимошенко с определенной их модификацией. Следует отметить, что комплексная оценка границ применимости теорий тонких пластин и средней толщины, выполненных из ортотропных деформационно анизотропных материалов, была проведена в работах [33–35].

Предлагаемый вариант модели включает два допущения: а) в общем случае нормальные сечения к средней плоскости до загрузки пластины при ее деформировании совершают поворот на угол ψ_r относительно оси r и на $-\psi_\theta$ относительно оси θ ; б) слои пластины по ее толщине условно не создают давления друг на друга, что приводит к обнулению напряжения σ_z . Модификация гипотез Тимошенко заключается здесь в условном пренебрежении требованием $e_z = 0$, что допускает сжимаемость пластины по толщине и эту деформацию легко определять в соответствии с третьим уравнением связи компонентов тензоров деформаций и напряжений [36, 37] после основного расчета НДС конструкции. При этом наличие осевой симметрии в формулируемой задаче приводит к существенному упрощению первой гипотезы, которая приводит ее к существованию одного лишь угла поворота нормального сечения к деформированной средней поверхности относительно только оси θ , а именно – к наличию только угла ψ_θ при нулевом значении ψ_r .

В свете принятой геометрической гипотезы в предположении возникновения малых прогибов получаем следующие зависимости:

$$\begin{aligned} u_r(r, z) &= u(r) + z \cdot \psi_\theta(r); & u_z(r, z) &= w(r); \\ e_r &= u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}; & e_\theta &= u/r + z \cdot \psi_\theta/r; & \gamma_{rz} &= w_{,r} + \psi_\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где u , w – перемещения точек срединной поверхности вдоль радиальной координаты и ее прогибы; e_r , e_θ , $\gamma_{rz} = 2e_{rz}$ – относительные деформации и сдвиг в произвольных точках конструкции пластины.

Определяющие соотношения для структурно ортотропных материалов с учетом введенной при нагружении деформационной неоднородности и нелинейной аппроксимации исходных эталонных диаграмм представим в виде уравнений состояния, сформулированных в нормированном тензорном пространстве напряжений, привязанном к главным осям анизотропии [32]. При этом с учетом цилиндрической ортотропии материала пластины и модифицированных упрощений Тимошенко указанные уравнения [32] представим следующим образом:

$$\begin{aligned} e_r &= [A_{1111}(\sigma_i) + B_{1111}(\sigma_i) \alpha_r] \sigma_r + [A_{1122}(\sigma_i) + B_{1122}(\sigma_i) (\alpha_r + \alpha_\theta)] \sigma_\theta; \\ e_\theta &= [A_{1122}(\sigma_i) + B_{1122}(\sigma_i) (\alpha_r + \alpha_\theta)] \sigma_r + [A_{2222}(\sigma_i) + B_{2222}(\sigma_i) \alpha_\theta] \sigma_\theta; \\ \gamma_{rz} &= C_{1313}(\sigma_i) \tau_{rz}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $A_{ijkl}(\sigma_i)$, $B_{ijkl}(\sigma_i)$ и $C_{ijkl}(\sigma_i)$ – нелинейные материальные функции, зависящие от интенсивности напряжений, определяемые характеристиками деформирования ортотропного материала; $\alpha_r = \sigma_r / S$, $\alpha_\theta = \sigma_\theta / S$ – компоненты нормированных напряжений; $\sigma_i = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_r \sigma_\theta + \sigma_\theta^2 + 3\tau_{rz}^2}$ – интенсивность напряжений,

преобразованная с учетом упрощений; $S = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 + 2\tau_{rz}^2}$ – норма тензорного пространства напряжений в главных материальных осях; $\alpha_{ij}\alpha_{ij} = \alpha_r^2 + \alpha_\theta^2 + 2\alpha_{rz}^2 = 1$ – условие нормирования указанного тензорного пространства напряжений.

Материальные нелинейные функции, фигурирующие в уравнениях (2) можно представить полиномами второй степени, которые удачно аппроксимируют диаграммы деформирования материалов, полученные экспериментально путем испытаний на осевые сжатие и растяжение по направлениям главных осей ортотропии (r, θ), а также на сдвиг в главной плоскости (rz) [32]. Окончательно по методикам определения функций и констант уравнений (2), рассмотренным в работе [32], были получены следующие выражения:

$$\begin{aligned} A_{kkkk}(\sigma_i) &= 0,5 \left[1 / E_k^+(\sigma_i) + 1 / E_k^-(\sigma_i) \right]; \\ B_{kkkk}(\sigma_i) &= 0,5 \left[1 / E_k^+(\sigma_i) - 1 / E_k^-(\sigma_i) \right]; \\ A_{kkmm}(\sigma_i) &= -0,5 \left[v_{km}^+(\sigma_i) / E_m^+(\sigma_i) + v_{km}^-(\sigma_i) / E_m^-(\sigma_i) \right]; \\ B_{kkmm}(\sigma_i) &= -0,5 \left[v_{km}^+(\sigma_i) / E_m^+(\sigma_i) - v_{km}^-(\sigma_i) / E_m^-(\sigma_i) \right]; \\ C_{1313}(\sigma_i) &= 1 / G_{rz}(\sigma_i); \quad k, m = 1, 2 \text{ и } r, \theta, \end{aligned} \quad (3)$$

где $E_k^\pm(\sigma_i) = a_k^\pm + m_k^\pm \sigma_i + n_k^\pm \sigma_i^2$; $v_{km}^\pm(\sigma_i) = \lambda_{km}^\pm + \beta_{km}^\pm \sigma_i + \mu_{km}^\pm \sigma_i^2$; $G_{km}(\sigma_i) = g_{km} + p_{km} \sigma_i + q_{km} \sigma_i^2$; $E_k^\pm(\sigma_i)$, $v_{km}^\pm(\sigma_i)$, $G_{km}(\sigma_i)$ – нелинейные технические жесткостные функции, интерпретирующие модули упругости, коэффициенты поперечной деформации и модули сдвига в соответствующих главных осях и плоскости ортотропии материала (индекс «+» определяет характеристики, полученные при испытаниях образцов материала на осевое растяжение, а индекс «-» – на осевое сжатие); a_k^\pm , m_k^\pm , n_k^\pm , λ_{km}^\pm , β_{km}^\pm , μ_{km}^\pm , g_{km} , p_{km} , q_{km} – коэффициенты алгебраических полиномов, вычисленные путем аппроксимации (по методу наименьших квадратов) экспериментально определенных параметров в процессе деформирования эталонных образцов материала [32].

При математической обработке экспериментальных данных их аппроксимации рекомендовано корректировать с учетом максимального приближения к ограничениям, существующим в классической механике ортотропных материалов [32]:

$$v_{km}^+(\sigma_i) / E_m^+(\sigma_i) = v_{mk}^+(\sigma_i) / E_k^+(\sigma_i); \quad v_{km}^-(\sigma_i) / E_m^-(\sigma_i) = v_{mk}^-(\sigma_i) / E_k^-(\sigma_i). \quad (4)$$

Далее будем рассматривать пластину, выполненную из нелинейного ортотропного композитного материала «углеродное волокно-углерод AVCOMod 3a», экспериментальные данные по пропорциональному деформированию которого на осевые сжатие и растяжение вдоль главных материальных осей, а также на сдвиг в главных плоскостях приведены в работах [9, 11]. Расположение волокон в композите представим таким образом, чтобы соблюдались условия цилиндрической структурной ортотропии. В результате аппроксимации экспериментальных данных по деформированию композита AVCOMod 3a в соответствии с выражениями (3) в работе [32] получены коэффициенты степенных полиномов: $a_1^+ = 1,058 \cdot 10^{10}$ Па; $m_1^+ = 62,829$; $n_1^+ = 1,535 \cdot 10^{-6}$ Па⁻¹; $\lambda_{21}^+ = 0,103$; $\beta_{21}^+ = -1,79 \cdot 10^{-9}$ Па⁻¹; $\mu_{21}^+ = 9,1 \cdot 10^{-18}$ Па⁻²; $a_1^- = 9,988 \cdot 10^9$ Па; $m_1^- = -12,943$; $n_1^- = 6,71 \cdot 10^{-7}$ Па⁻¹; $\lambda_{21}^- = 0,06$; $\beta_{21}^- = 1,77 \cdot 10^{-9}$ Па⁻¹; $\mu_{21}^- = 2,95 \cdot 10^{-17}$ Па⁻²; $a_2^+ = 2,864 \cdot 10^{10}$ Па; $m_2^+ = -105,476$; $n_2^+ = 5,893 \cdot 10^{-7}$

Па^{-1} ; $\lambda_{12}^+ = 0,158$; $\beta_{12}^+ = 3,1 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$; $\mu_{12}^+ = 2,19 \cdot 10^{-17} \text{ Па}^{-2}$; $\alpha_2^- = 2,326 \cdot 10^{10} \text{ Па}$; $m_2^- = 436,81$;
 $n_2^- = 6,08 \cdot 10^{-7} \text{ Па}^{-1}$; $\lambda_{12}^- = 0,118$; $\beta_{12}^- = 1,457 \cdot 10^{-9} \text{ Па}^{-1}$; $\mu_{12}^- = 2,14 \cdot 10^{-17} \text{ Па}^{-2}$;
 $g_{31} = 2,43 \cdot 10^9 \text{ Па}$; $p_{31} = -54,455$; $q_{31} = -1,97 \cdot 10^{-5} \text{ Па}^{-1}$.

2. Системы разрешающих дифференциальных уравнений

Для удобства дальнейшей формулировки математической модели представим уравнения связи деформаций с напряжениями (2) в матричной форме:

$$\{e\} = [P]\{\sigma\}, \quad (5)$$

где $\{e\} = \begin{Bmatrix} e_r \\ e_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix}$; $[P] = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & 0 \\ P_{21} & P_{22} & 0 \\ 0 & 0 & P_{33} \end{bmatrix}$; $\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_\theta \\ \tau_{rz} \end{Bmatrix}$; $P_{11} = A_{1111}(\sigma_i) + B_{1111}(\sigma_i) \alpha_r$;
 $P_{12} = P_{21} = A_{1122}(\sigma_i) + B_{1122}(\sigma_i) (\alpha_r + \alpha_\theta)$; $P_{22} = A_{2222}(\sigma_i) + B_{2222}(\sigma_i) \alpha_\theta$;
 $P_{33} = C_{1313}(\sigma_i)$.

Для дальнейшего получения разрешающих дифференциальных уравнений, являющихся главными в математической модели задачи необходимо обратить зависимости (2) в форме (5) и установить следующие связи:

$$\{\sigma\} = [L]\{e\}, \quad (6)$$

где $L_{11} = P_{22} / (P_{12}^2 - P_{11}P_{22})$; $L_{12} = P_{12} / (P_{12}^2 - P_{11}P_{22})$; $L_{22} = P_{11} / (P_{12}^2 - P_{11}P_{22})$;
 $L_{33} = 1/P_{33} = G_{13}(\sigma_i)$; $L_{13} = L_{23} = L_{31} = L_{32} = 0$.

Систему уравнений (6) преобразуем с учетом геометрических соотношений (1) и приведем к виду:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= L_{11} \cdot (u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}) + L_{12} \cdot (u + z \cdot \psi_\theta) / r; \\ \sigma_\theta &= L_{12} \cdot (u_{,r} + z \cdot \psi_{\theta,r}) + L_{22} \cdot (u + z \cdot \psi_\theta) / r; \quad \tau_{rz} = L_{13} \cdot (w_{,r} + \psi_\theta). \end{aligned} \quad (7)$$

Ясно, что независимо от класса структурной особенности и уровня физико-механической нелинейности композитных материалов деформирование пластин, изготовленных из них, должно подчиняться общим законам механики, каковыми являются известные статические уравнения [37, 38], которые из-за наличия деформационной анизотропии необходимо сформулировать в более полной форме с учетом всех возникающих усилий в соответствии с принятыми гипотезами. В рамках геометрической линейности рассматриваемой задачи уравнения равновесия должны быть представлены в виде:

$$N_{r,r} + (N_r - N_\theta) / r = 0; \quad M_{r,r} + (M_r - M_\theta) / r - Q_r = 0; \quad Q_{r,r} + Q_r / r = -q, \quad (8)$$

где N_r , N_θ – продольные усилия в срединной плоскости пластины; M_r , M_θ – изгибающие моменты; Q_r – поперечная сила.

Усилия и моменты, возникающие в сечениях пластины, фигурирующие в статических уравнениях (8), устанавливаются обычным интегрированием напряжений по толщине пластины по правилам, соответствующим характеру силового воздействия:

$$N_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r dz; \quad N_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta dz; \quad Q_r = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{rz} dz; \quad M_r = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_r z dz; \quad M_\theta = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_\theta z dz. \quad (9)$$

Выполнив интегрирование зависимости для напряжений (7) согласно правилам (9) приходим к уравнениям, связывающим усилия и перемещениями изогнутой срединной поверхности пластины:

$$\begin{aligned} N_r &= R_{11} \cdot u_{,r} + K_{11} \cdot \psi_{\theta,r} + R_{12} \cdot u/r + K_{12} \cdot \psi_{\theta}/r; \\ N_{\theta} &= R_{12} \cdot u_{,r} + K_{12} \cdot \psi_{\theta,r} + R_{22} \cdot u/r + K_{22} \cdot \psi_{\theta}/r; \\ Q_r &= R_{13} (w_{,r} + \psi_{\theta}); \quad M_r = K_{11} \cdot u_{,r} + D_{11} \cdot \psi_{\theta,r} + K_{12} \cdot u/r + D_{12} \cdot \psi_{\theta}/r; \\ M_{\theta} &= K_{12} \cdot u_{,r} + D_{12} \cdot \psi_{\theta,r} + K_{22} \cdot u/r + D_{22} \cdot \psi_{\theta}/r, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} R_{11} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{11} \cdot dz; & R_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{12} \cdot dz; & R_{22} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{22} \cdot dz; & R_{13} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{13} \cdot dz; \\ K_{11} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{11} \cdot z \cdot dz; & K_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{12} \cdot z \cdot dz; & K_{22} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{22} \cdot z \cdot dz; & D_{11} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{11} \cdot z^2 \cdot dz; \\ D_{12} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{12} \cdot z^2 \cdot dz; & D_{22} &= \int_{-h/2}^{h/2} L_{22} \cdot z^2 \cdot dz. \end{aligned}$$

Получив зависимости усилий и моментов от перемещений деформированной срединной поверхности пластины (10), в рамках поставленной задачи можно привести статические уравнения (8) к разрешающим нелинейным дифференциальным уравнениям в форме метода перемещений:

$$\begin{aligned} R_{11,r} \cdot u_{,rr} + K_{11,r} \cdot \psi_{\theta,rr} + R_{12,r} \cdot u_{,r}/r + K_{12,r} \cdot \psi_{\theta,r}/r + R_{11} \cdot u_{,r}/r + K_{11} \cdot \psi_{\theta,r}/r + \\ + R_{12} \cdot u/r^2 + K_{12} \cdot \psi_{\theta}/r^2 - R_{12} \cdot u_{,r}/r - K_{12} \cdot \psi_{\theta,r}/r - R_{22} \cdot u/r^2 - K_{22} \cdot \psi_{\theta}/r^2 = 0; \\ R_{13,r} \cdot (w_{,rr} + \psi_{\theta,r}) + R_{13} \cdot (w_{,r} + \psi_{\theta})/r = -q; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} K_{11,r} \cdot u_{,rr} + D_{11,r} \cdot \psi_{\theta,rr} + K_{12,r} \cdot u_{,r}/r + D_{12,r} \cdot \psi_{\theta,r}/r + K_{11} \cdot u_{,r}/r + D_{11} \cdot \psi_{\theta,r}/r + K_{12} \cdot u/r^2 + \\ + D_{12} \cdot \psi_{\theta}/r^2 - K_{12} \cdot u_{,r}/r - D_{12} \cdot \psi_{\theta,r}/r - K_{22} \cdot u/r^2 - D_{22} \cdot \psi_{\theta}/r^2 - R_{13} \cdot (w_{,r} + \psi_{\theta}) = 0. \end{aligned}$$

Для решения системы нелинейных дифференциальных уравнений (11) требуется определить граничные условия, которые зависят, как известно, от закрепления контуров (внутренних и внешних). Для тестовых задач принят изгиб кольцевой пластины с наиболее сложным по граничным условиям контуром отверстия, который полностью свободен при $r=a$, а внешний – при $r=R$ либо жестко защемлен, либо шарнирно закреплен. Расчетная схема пластины приведена на рис. 1. В соответствии с принятыми опираниями контуров пластинки граничные условия на внутреннем контуре формулируются следующим образом:

$$\begin{aligned} N_r = R_{11} \cdot u_{,r} + K_{11} \cdot \psi_{\theta,r} + R_{12} \cdot u/r + K_{12} \cdot \psi_{\theta}/r = 0; \quad Q_r = R_{33} \cdot (w_{,r} + \psi_{\theta}) = 0; \\ M_r = K_{11} \cdot u_{,r} + D_{11} \cdot \psi_{\theta,r} + K_{12} \cdot u/r + D_{12} \cdot \psi_{\theta}/r = 0, \end{aligned} \quad (12)$$

а опирание на внешнем контуре для первой схемы опирания: а) жёсткое защемление:

$$u=0; \quad \psi_{\theta}=0; \quad w=0, \quad (13)$$

для второй схемы: б) шарнирное опирание:

$$u=0; \quad w=0; \quad M_r = K_{11} \cdot u_{,r} + D_{11} \cdot \psi_{\theta,r} + K_{12} \cdot u/r + D_{12} \cdot \psi_{\theta}/r = 0. \quad (14)$$

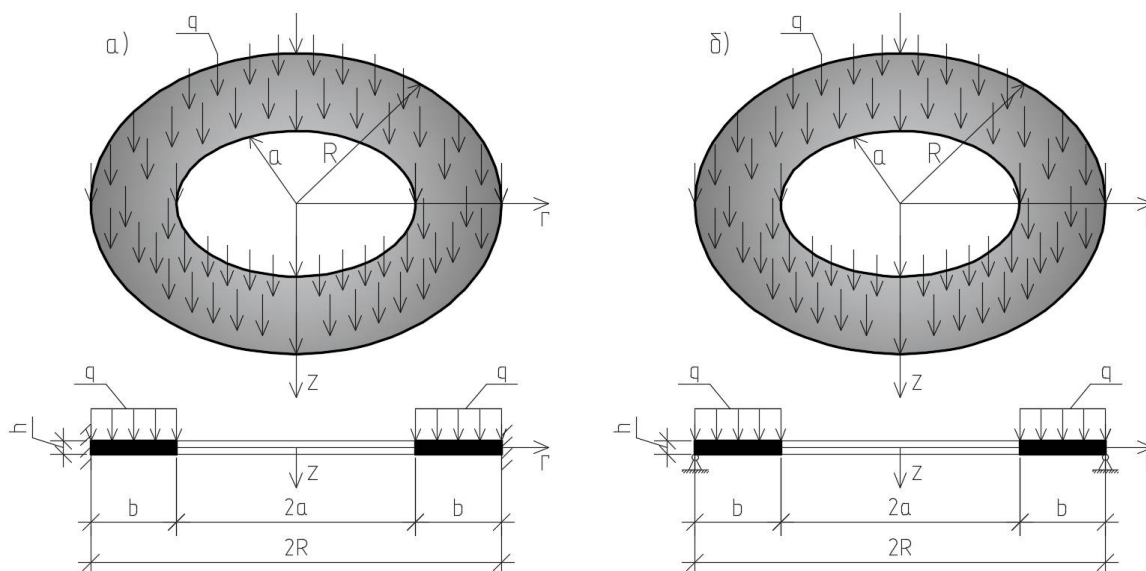


Рис. 1. Расчетная схема кольцевых пластин с различными вариантами закрепления:
 а) с жёстко защемлённым внешним контуром; б) с шарнирно опёртым внешним контуром

3. Решение системы разрешающих дифференциальных уравнений, основные результаты и их анализ

Рассматривались напряженно-деформированные состояния кольцевых пластин со следующими габаритными размерами: $R \times r \times h = 1 \times 0,5 \times 0,1$ м (см. рис. 1). Толщина пластин принималась таковой, чтобы их можно было априори отнести к классу анизотропных пластин средней толщины: $h = R / 10$. Нагрузка на пластину принималась вертикальная равномерно распределенная, интенсивность которой q менялась в интервале $0 - 1,0$ МПа (для конструкции с жёстко защемленным внешним контуром) и $-0 - 0,2$ МПа (с шарнирно опёртым внешним контуром). В качестве материала пластин принимался ортотропный композит углеродное волокно-углерод AVCO Mod 3a [11, 17] с цилиндрической структурной анизотропией, материальные функции и числовые значения их коэффициентов приведены выше в первом разделе представленной статьи.

Разрешающая система дифференциальных уравнений (11) построена так, что функции, учитывающие физическую нелинейность задачи «спрятаны» внутрь интегральных жесткостных параметров пластинок. Поэтому для ее решения целесообразно использовать метод «переменных параметров» И.А. Биргера [39], а для прослеживания характера изменения параметров НДС пластинки – метод пошаговых нагружений. При этом ввиду общей сложности системы нелинейных уравнений (11), заключающейся в невозможности получения прямого аналитического решения, это решение строилось численно методом конечных разностей [40], а выбор дискретизации проводился с учетом практической сходимости с обеспечением необходимой точности. Тенденции сходимости МКР при решении рассматриваемых задач в зависимости от количества точек разбиения вдоль радиуса тела пластин приведен на рис. 2, 3 (принято разбиение на 200 точек). Кроме того, интегрирование получаемых в результате итераций функций по толщине пластин осуществлялось тоже численно методом Симпсона с разбиением пластины по толщине на 51 точку (с учетом существенной нелинейности задачи), хотя было достаточно 11 точек (при погрешности по напряжениям в 0,01%). Число итераций метода переменных определялось автоматически при достижении различия в напряжениях между смежными приближениями не более 0,01%. Полученная в результате конечно-разностной интерпретации дифференциальной модели (11) система алгебраических уравнений решалась методом Гаусса.

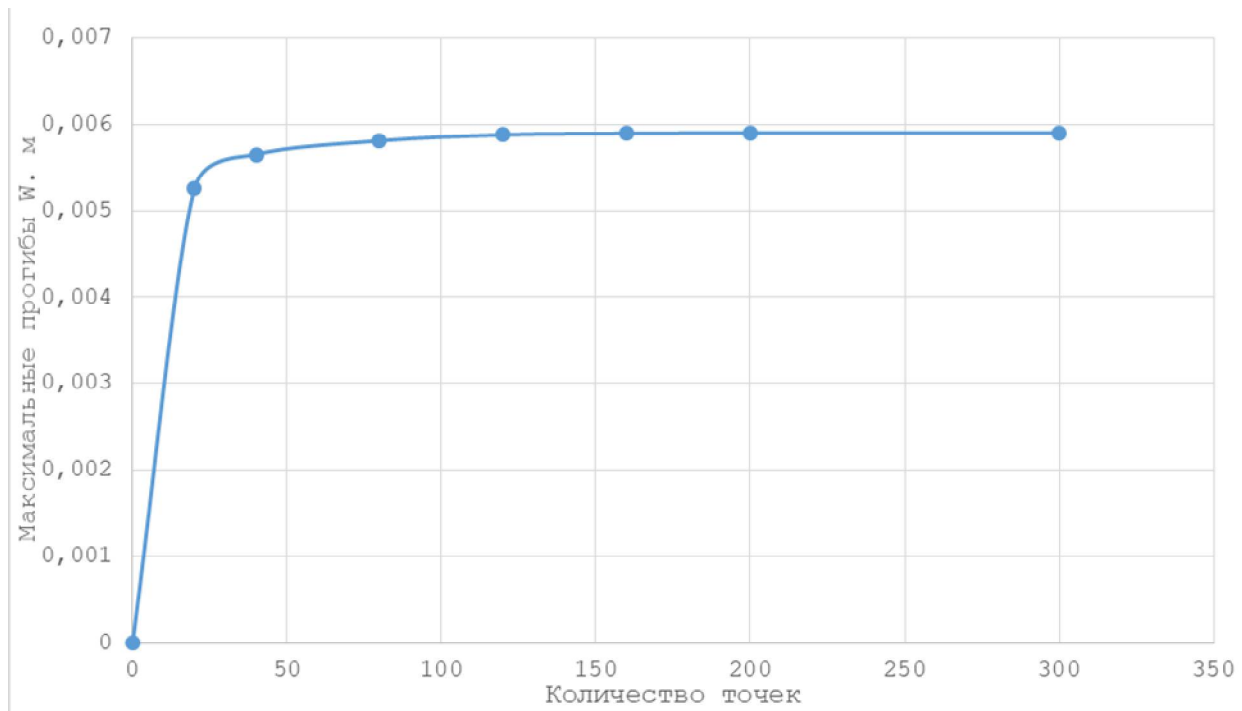


Рис. 2. Тенденция сходимости МКР-процедуры для кольцевой жёстко защемлённой по внешнему контуру пластины

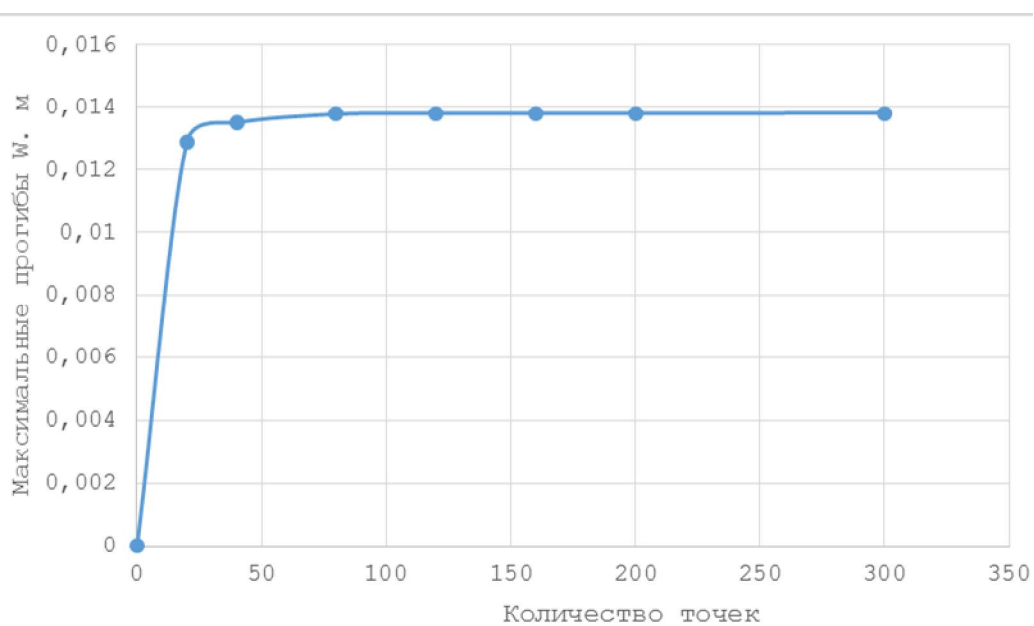


Рис. 3. Тенденция сходимости МКР-процедуры для кольцевой шарнирно опертой по внешнему контуру пластины

Решения, полученные на основе разработанной модели, по всем параметрам НДС пластин сравнивались с их расчетными параметрами, вычисленными на основе наиболее известных теорий деформирования ортотропных материалов, чувствительных к виду напряженного состояния [9–13, 15–20], хотя эти теории и обладают различными недостатками [21, 22]. Сравнение основных из этих результатов по отдельным параметрам при одних и тех же величинах интенсивности поперечной нагрузки $q = 1,0$ МПа для пластины с жестким закреплением контура и $q = 0,2$ МПа – с шарнирным опиранием с оценкой погрешности классической теории приведены в табл. 1, 2. При этом сравнения

расчетов пластин по различным моделям производились в основном для максимальных величин (исключение - см. в табл. 1, 2, примечание «*»).

Таблица 1

Сравнение результатов расчета кольцевой пластины с жёстко защемленным внешним контуром по различным теориям деформирования ортотропных материалов

Вариант уравнений состояния Результаты	Традиционное решение	Предложенная модель решения	Модель R.M. Jones	Модель C.W. Bert, J.N. Reddy	Модель А.А. Золочевского	Модель С.А. Амбарцумяна
Максимальный прогиб w , $m \cdot 10^{-3}/\%$	4,7	5,95/26,6%	5,6/19%	5,5/17%	5,1/8,5%	4,9/4,3%
Напряжение σ_r внеш. край, МПа/%	-38	-50/31,6%	-49/29%	-47/23,7%	-45/18,4%	-43/13,2%
Напряжение σ_θ внут. край, МПа/%	12,5	19/52%	17/36%	16,3/30,4	15,8/26,4%	15/20%
Момент M_r , $kH \cdot m/\%$ ($r=R$)	95	131/37,9%	129/35,8%	123/29,5%	121/27,4%	110/15,8%
Момент M_θ , $kH \cdot m/\%$ ($r=R$)*	14,5	19,5/34,5%	18/24,1%	18,3/26,2%	17/17,2%	15/3,45%

Таблица 2

Сравнение результатов расчета кольцевой пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром по различным теориям деформирования ортотропных материалов

Вариант уравнений состояния Результаты	Традиционное решение	Предложенная модель решения	Модель R.M. Jones	Модель C.W. Bert, J.N. Reddy	Модель А.А. Золочевского	Модель С.А. Амбарцумяна
Максимальный прогиб w , $m \cdot 10^{-3}/\%$	11	13,5/22,7%	13,3/20,9%	13,2/20%	12,1/10%	11,8/7,3%
Напряжение σ_r в зоне их максимума, МПа/%	3,8	6,1/60,5%	5,8/52,6%	5,5/44,7%	5,1/34,2%	4,7/23,7%
Напряжение σ_θ , внут. край, МПа/%	24	34/41,6%	33/37,5%	31,5/31,3%	29/20,8%	27/12,5%
Момент M_r в зоне их максимума, $kH \cdot m/\%$	-96	-110/14,6%	-115/19,8%	-117/21,9%	-118/22,9%	-120/25%
Момент M_θ , внут. край, $kH \cdot m/\%$	-59	-65/10,2%	-67/13,6%	-69/17%	-71/20,3%	-73/23,7%

Характерные, наиболее значимые, результаты расчета пластин в графической интерпретации представлены на рис. 4–13 при жестком защемлении внешнего контура и – на

рис. 14–18 при шарнирном закреплении. Кроме того, на рис. 19–21 продемонстрирована нелинейная зависимость максимальных прогибов и изгибающих моментов от величины интенсивности равномерно распределенной поперечной нагрузки, установленная по указанным различным моделям ортотропных разнородных материалов.

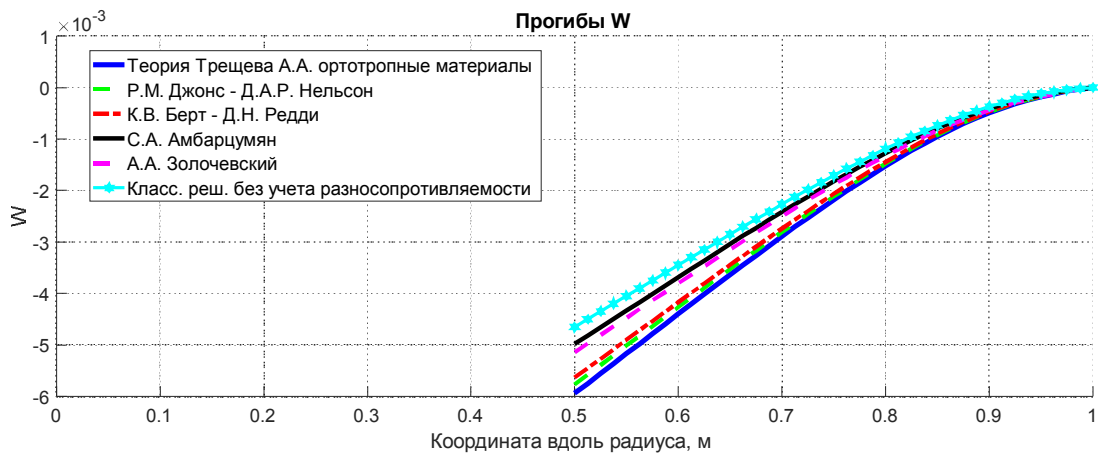


Рис. 4. Распределение прогибов W вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

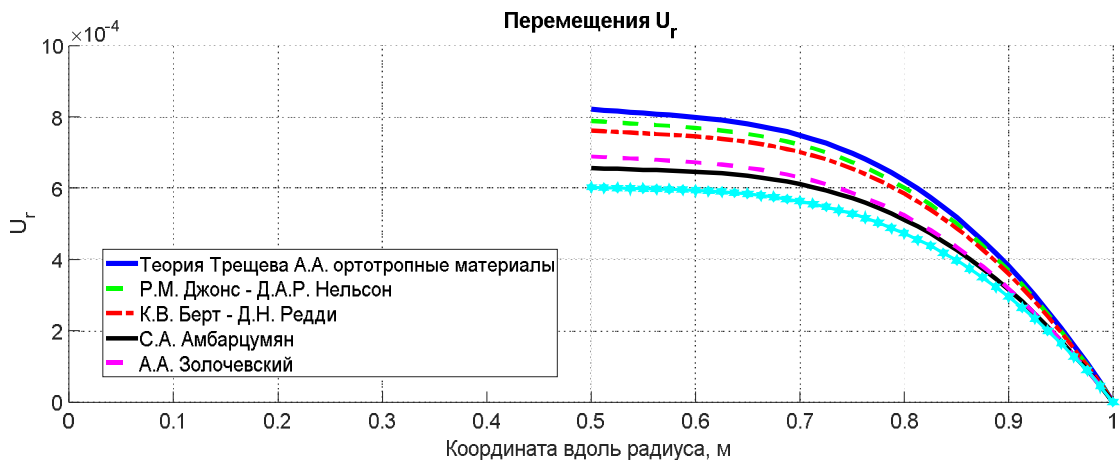


Рис. 5. Распределение горизонтальных перемещений в срединной плоскости U_r вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

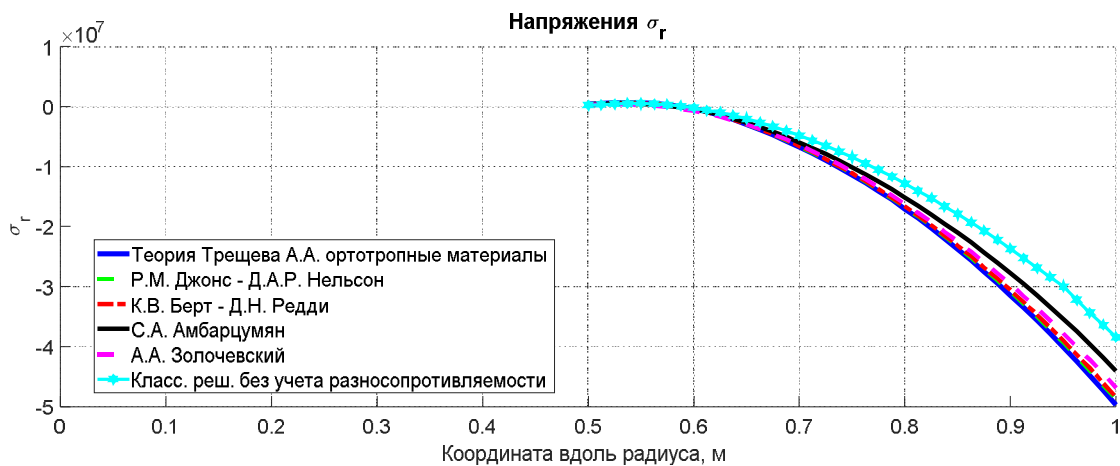


Рис. 6. Распределение напряжений σ_r вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром на нижней поверхности

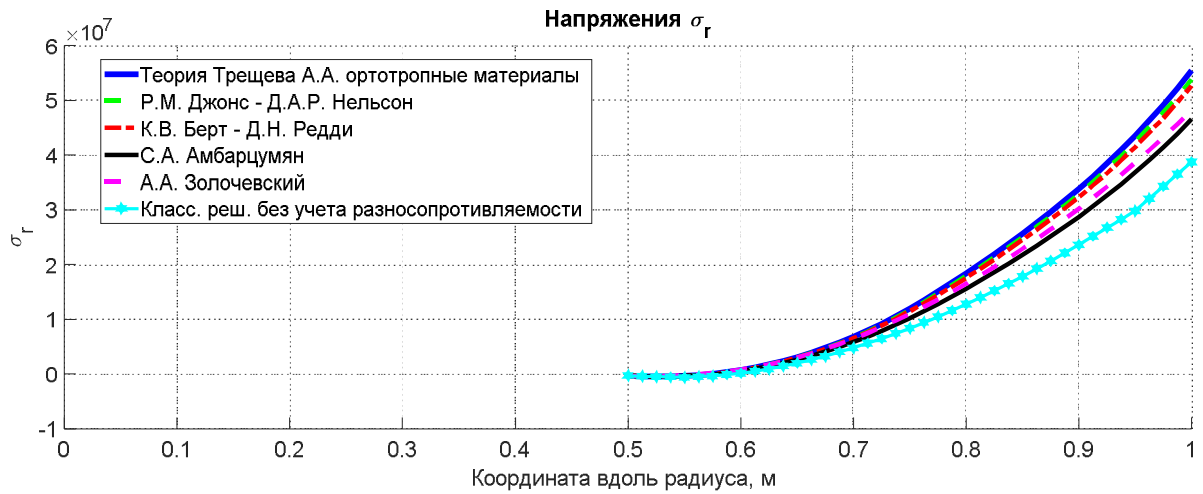


Рис. 7. Распределение напряжений σ_r вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром на верхней поверхности

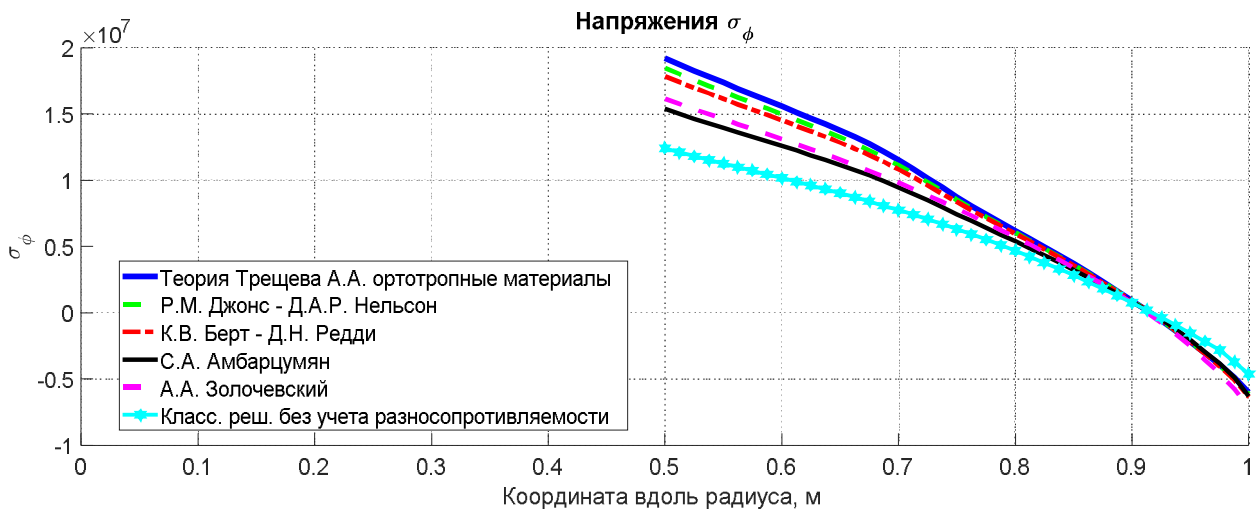


Рис. 8. Распределение напряжений σ_θ вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром на нижней поверхности

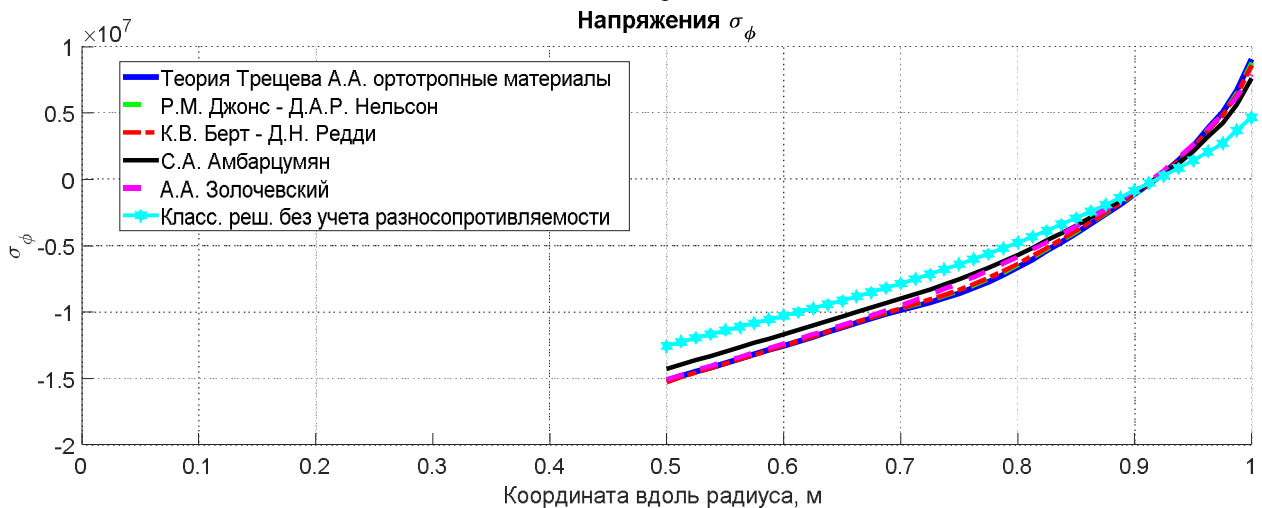


Рис. 9. Распределение напряжений σ_θ вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром на верхней поверхности

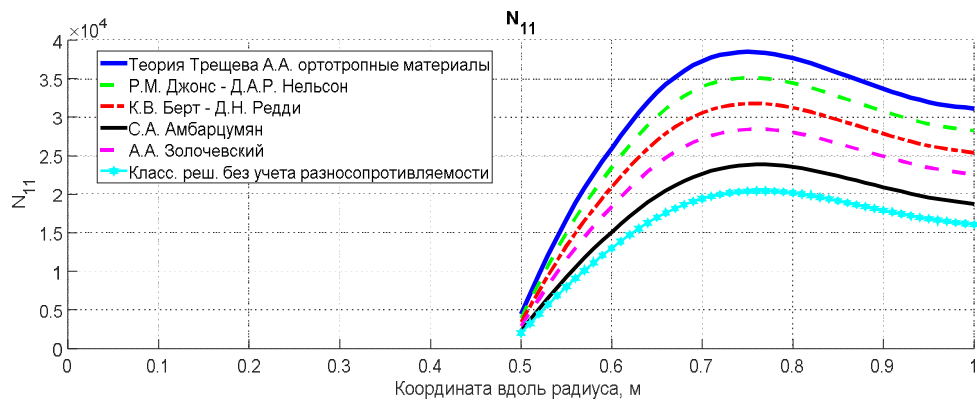


Рис. 10. Распределение усилий N_r вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

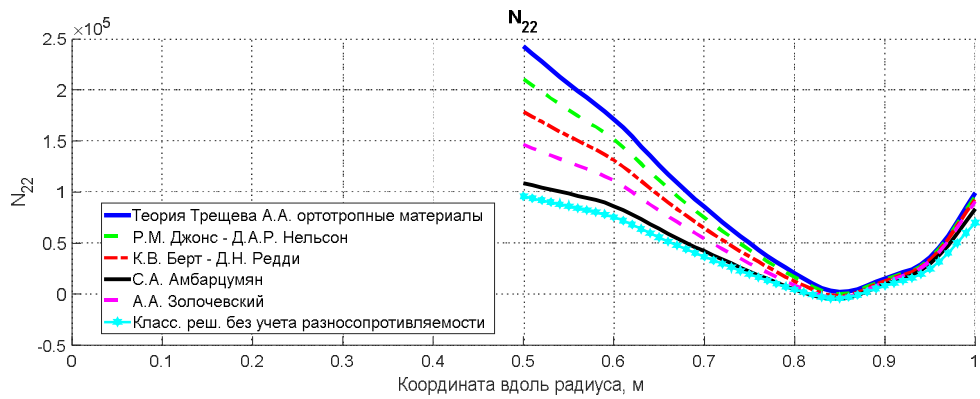


Рис. 11. Распределение усилий N_θ вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

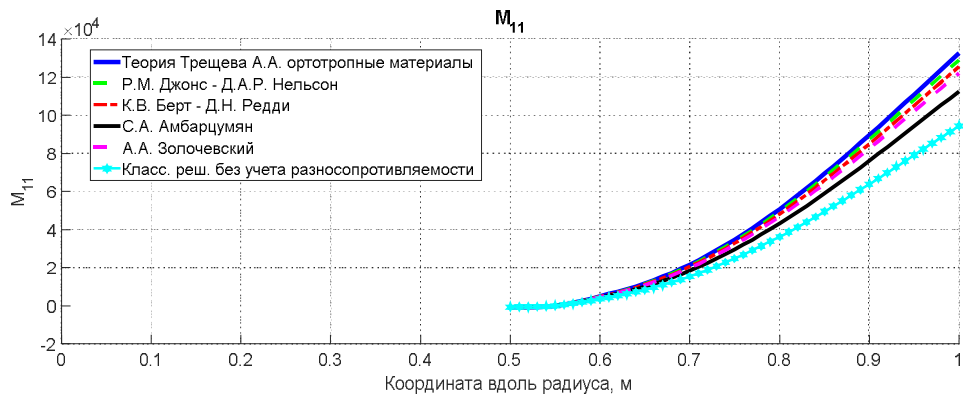


Рис. 12. Распределение моментов M_r вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

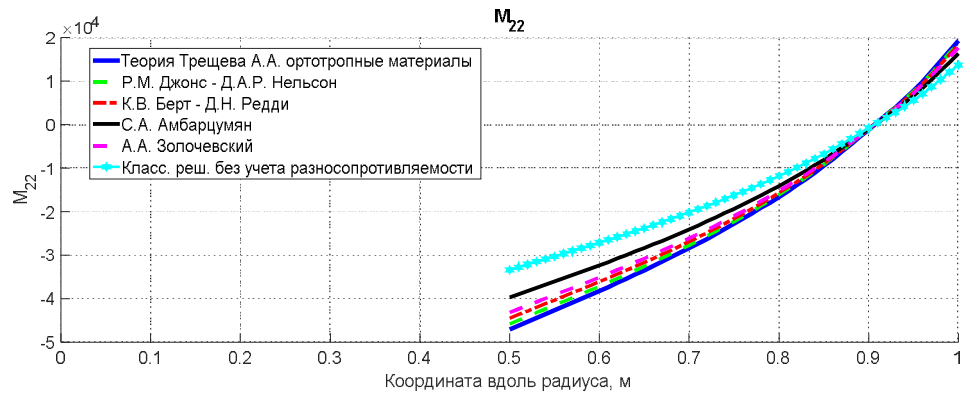


Рис. 13. Распределение моментов M_θ вдоль радиуса пластины с жестко защемленным внешним контуром

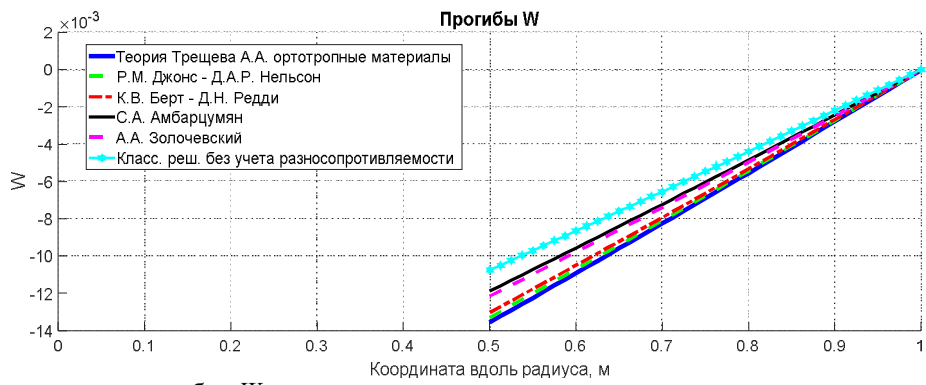


Рис. 14. Распределение прогибов W вдоль радиуса пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром

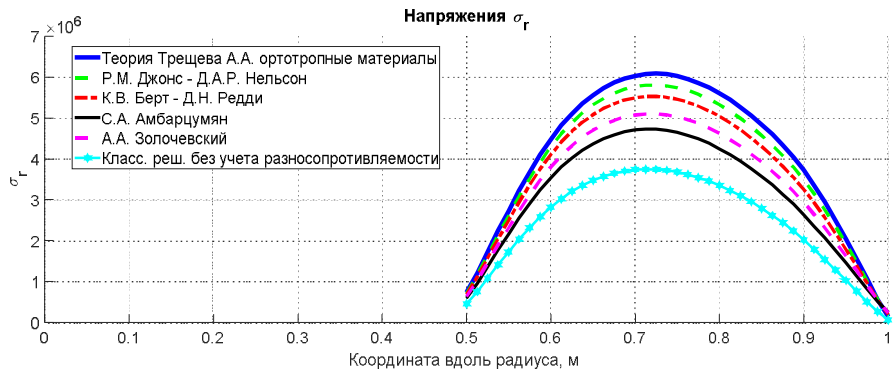


Рис. 15. Распределение напряжений σ_r вдоль радиуса пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром на нижней поверхности

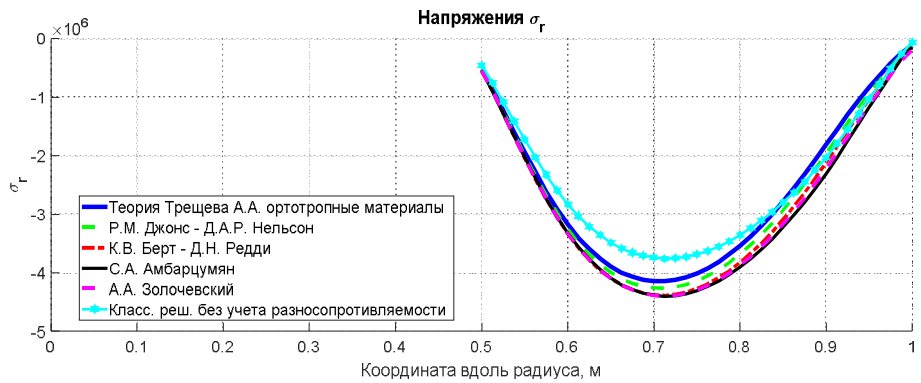


Рис. 16. Распределение напряжений σ_r вдоль радиуса пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром на верхней поверхности

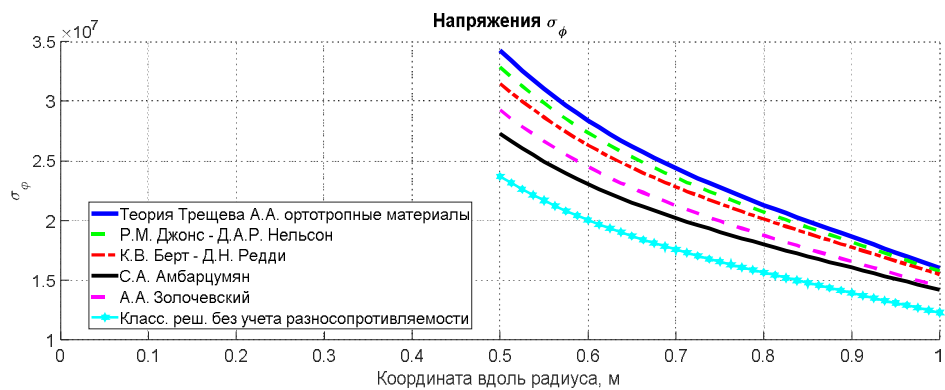


Рис. 17. Распределение напряжений σ_θ вдоль радиуса пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром на нижней поверхности

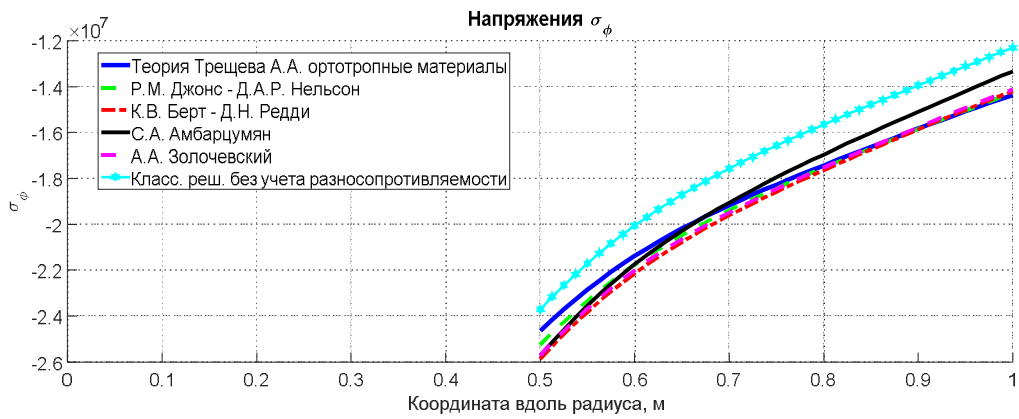


Рис. 18. Распределение напряжений σ_θ вдоль радиуса пластины с шарнирно закрепленным внешним контуром на верхней поверхности

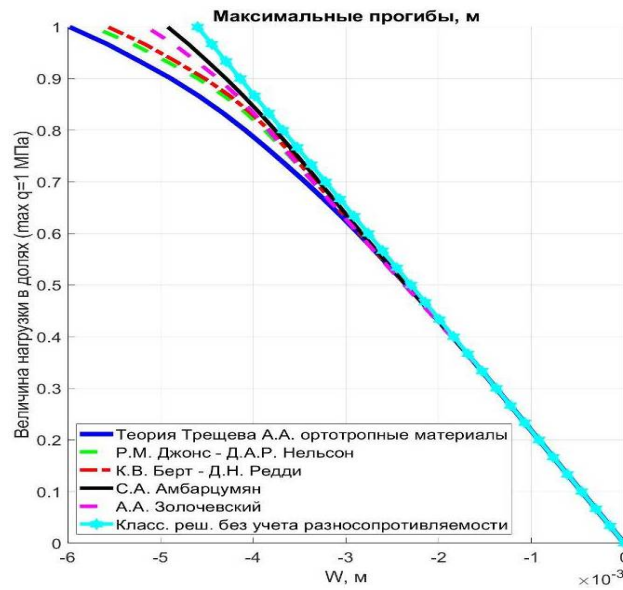


Рис. 19. Влияние величины нагрузки на максимальные прогибы пластины с жестким защемлением внешнего контура

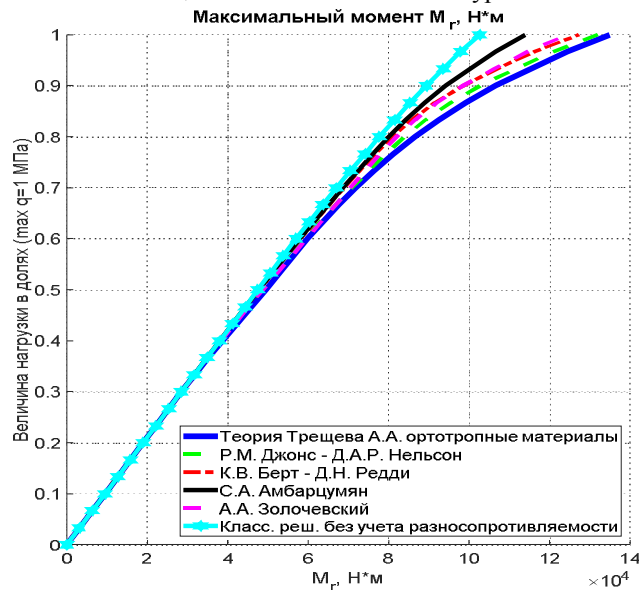


Рис. 20. Влияние величины нагрузки на максимальный момент M_r пластины с жестким защемлением внешнего контура

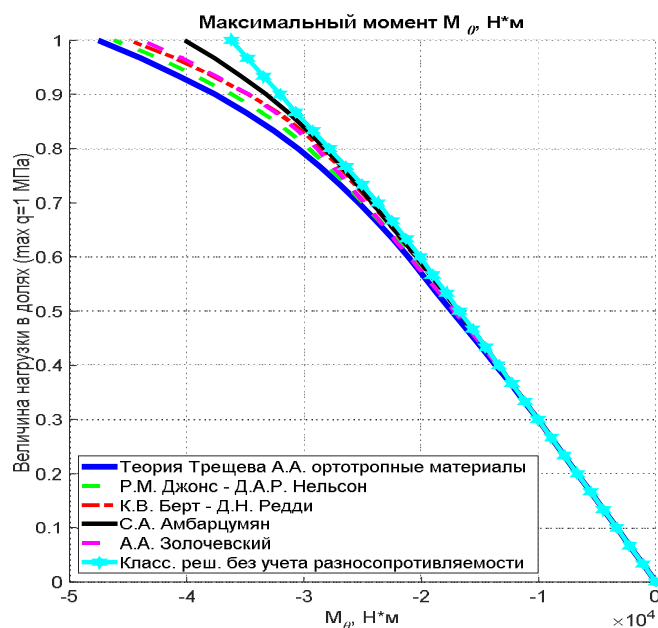


Рис. 21. Влияние величины нагрузки на максимальный момент M_{θ} пластины с жестким защемлением внешнего контура

Анализ результатов расчета кольцевых пластин, обладающих структурной ортотропией и деформационной анизотропией, показывает, что учёт физически нелинейных свойств материала позволяет существенно уточнить результаты решения данного класса задач (погрешность расчетов по классической теории упругости ортотропных материалов приведена в табл. 1, 2 и на рис. 4–21). Также данные по разработанной модели деформирования не противоречат, а лишь уточняют решения, получаемые по другим теориям за счет более гибкого учёта зависимости деформационных свойств материала от вида напряжённого состояния, что и подтверждено на рис. 4 – 21.

Выводы

Анализ результатов решения задач о поперечном изгибе ортотропных кольцевых пластин, материал которых проявляет зависимость жесткостных характеристик от вида напряженного состояния с учетом нелинейности диаграмм деформирования, показал, что наличие подобных свойств может изменить научное мировоззрение на особенности расчетной части проектирования пространственных и объемных конструкций, заключающиеся в серьезном несоответствии традиционных моделей реальной картине НДС. При расчете пластин с использованием разработанной модели выявлены серьезные погрешности в параметрах напряжений, усилий, моментов и перемещений, которые были получены на основе традиционной теории упругости ортотропного материала. Кроме того, установлена нелинейная картина распределения напряжений по толщине пластин.

Библиографический список

1. Розе А.В., Жигулин И.Г., Душин М.Н. Трехармированные тканые материалы // Механика полимеров. – 1970. – № 3. – С. 471–476.
2. Каргин В.А. Энциклопедия полимеров. – М.: Советская энциклопедия, 1977. – Т. 3. – 1152 с.

3. О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчет / Е.В. Амелина и др. // ИВТ СО РАН: Вычислительные технологии. – 2015. –Т. 20. – №5. – С. 27–52.
4. Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов / Р.А. Каюмов, С.А. Луканкин, В.Н. Паймушин, С.А. Холмогоров // Ученые записки Казанского университета. Сер. Физико-математические науки. – 2015. – Т. 157. – Кн. 4. – С. 112–132.
5. Калинин Ю.А., Боровикова С.М. Исследование физико-механических свойств хаотически наполненных стеклопластиков // Механика полимеров. – 1971. – №3. – С. 411–415.
6. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L.N. Shafigullin, A.A. Bobrishev, V.T. Erofeev, A.A. Treshchev, A.N. Shafigullina // International Journal of Applied Engineering Research. – 2015. – Vol. 10. – No. 23. – P. 43758–43762.
7. Sulfur composite technology from oil refinery waste / A.A. Yusupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, L.N. Shafigullin, A.V. Lakhno, A.A. Bobrishev // International Journal of Applied Engineering Research. – 2016. – Vol. 11. – Issue 5. – No. 1. – P. 3057–3061.
8. Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications / A.A. Yusupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, A.A. Bobrishev, L.N. Shafigullin, G.R. Shayakhmetova // Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. – 2016. – RJPBCS 7(4). – P. 1411–1419.
9. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials // AIAA Journal. – 1980. – Vol. 18. – No. 8. – P. 995–1001.
10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // Journal of Thermal Stresses. – 1981. – Vol. 4. – No. 2. – P. 155–177.
11. Reddy J.N., Bert C.W., Hsu Y.S., Reddy V.C. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials // Journal Mach. eng. sci. 1980. Vol. 22. No. 6. Pp. 297–304.
12. Bert C.W. Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // AIAA Journal. – 1981. – Vol. 19. – No. 10. – P. 1342–1349.
13. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of Thick Beams of Multimodular Materials // International Journal for Numerical Methods in Engineering. – 1984. – Vol. 20. – P. 479–503.
14. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.
15. Амбарцумян С.А. Основные уравнения и соотношения разномодульной теории упругости анизотропного тела // Изв. АН СССР. МТТ. – 1969. – №3. – С. 51–61.
16. Tabaddor F. Two-Dimensional Bi-Linear Orthotropic Elastic Materials // Journal of Composite Materials. – 1969. – Vol. 3. – P. 725–727.
17. Мкртчян Р.Е. Закон упругости для слоистого материала, разносопротивляющегося деформациям растяжения и сжатия // Механика полимеров. – 1978. – №2. – С. 199–203.
18. Ломакин Е.В. Соотношения теории упругости для анизотропного тела, деформационные характеристики которых зависят от вида напряженного состояния // Изв. АН СССР. МТТ. – 1983. – №3. – С. 63–69.
19. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite Element Analysis of Laminated Anisotropic Beams of Bimodulus Materials // Computers and Structures. – 1984. – Vol. 18. – No. 5. – P. 779–787.

20. Золочевский А.А. Напряженно-деформированное состояние в анизотропных оболочках из разномодульных композитных материалов // *Механика композитных материалов*. – 1986. – №1. – С. 166–168.
21. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной и наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения. – М.-Тула: РААСН; ТулГУ, 2016. – 326 с.
22. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности разносопротивляющихся материалов. – Тула: ТулГУ, 2020. – 359 с.
23. Описание деформирования ортотропных разносопротивляющихся материалов / А.А. Трещев, Ю.А. Монастырев, В.Д. Чибрикина, Ю.А. Завьялова, М.А. Лапшина // *Строительная механика и конструкции*. – 2019. – №1 (20). – С. 7 – 13.
24. Defining equations of deformation of materials with double anisotropy / A.A. Treshchev, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina, A.E. Gvozdev, O.V. Kuzovleva, E.S. Krupitsyn // *Chebyshevskii sbornik*. – 2021. – Vol. 22. – № 4. – P. 369 – 383.
25. Трещев А.А., Ромашина А.В. Напряженно-деформированное состояние пластины с круглым отверстием из материала с усложненными свойствами при растяжении // *Строительство и реконструкция*. – 2017. – №4 (72). – С. 72 – 79.
26. Трещев А.А., Ромашина А.В. Концентрация напряжений в пластине из ортотропного разносопротивляющегося материала // *Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии*. – 2017. – № 6 (326). – С. 4 – 12.
27. Трещев А.А. О концентрации напряжений в композитных материалах // *Известия вузов. Сер. Строительство*. – 2021. – №11. – С. 120 – 133.
28. Нгуен Ш.Т., Христич Д.В. Идентификация параметров квадратичной модели упругого анизотропного материала // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2021. – № 3(49). – С. 3–11.
29. Нгуен Ш.Т. Нелинейные модели упругости ортотропного материала // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я.Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2021. – № 4(50). – С. 25–32.
30. Khristich D.V., Nguyen S.T. Determining the type of initial anisotropy of elastic material from a series of experiments // *IPO Conference Series: Journal of Physics: Conference Series*. – 2020. – Vol. 1479. 012139. – 12 p.
31. Соколова М.Ю., Христич Д.В., Рудаков В.В. Нелинейная модель пластин из композиционных материалов // *Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И.Я. Яковлева. Сер. Механика предельного состояния*. – 2018. – № 3(37). – С. 100 –106.
32. Трещев А.А., Ющенко Н.С. Нелинейные уравнения состояния для ортотропного материала с несовершенной упругостью // *Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сб. материалов 23-й Международ. науч.-техн. конф.* – Тула: ТулГУ, 2022. – С. 194 – 202.
33. Батов П.А., Батырев К.Г., Матченко Н.М. Применение модифицированного пространства для расчета ортотропных пластин с использованием ANSYS и аналитических методов // *Сборник материалов 2-го Российско-Украинского симпозиума*. – Пенза: ПГУАС, 2002. – С. 165–167.
34. Батырев К.Г. Осесимметричная задача изгиба трансверсально изотропной пластины под действием поперечной нагрузки // *Известия Тульского государственного университета. Сер. Технология, механика и долговечность строительных материалов, конструкций и сооружений*. – 2001. – Вып. 2. – С. 10–18.
35. Трещев А.А., Завьялова Ю.А., Лапшина М.А. Изгиб ортотропных пластин средней толщины с учетом зависимости материальных параметров от вида

- напряженного состояния // Строительная механика и конструкции. – 2022. – №1 (32). – С. 7 – 28.
36. Трещев А.А., Делягин М.Ю. Моделирование оболочки из изотропного разнородного графита с помощью объемных конечных элементов с учетом связанности напряжений и температур // Materials Physics and Mechanics. – 2013. – Vol. 17. – № 1. – P. 59 – 70.
 37. Пикуль В.В. Механика оболочек. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – 536 с.
 38. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
 39. Биргер И.А. Некоторые математические методы решения инженерных задач. – М.: Оборонгиз, 1956. – 151 с.
 40. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций. – М.: Стройиздат, 1977. – 160 с.

Работа выполнена при поддержке гранта Правительства Тульской области для выполнения работ в сфере науки и техники, договор №ДС/284.

References

1. Rose A.V., Zhigulin I.G., Dushin M.N. Trekharmónica fabrics // Mechanics of polymers. 1970. No. 3. Pp. 471–476.
2. Kargin V.A. Encyclopedia of polymer. M.: Sovetskaya Entsiklopediya, 1977. Vol. 3. 1152 p.
3. On nonlinear deformation of carbon fiber plastics: experiment, model, calculation / E.V.Amelina [et al.] // IVT SB RAS: Computational Technologies. 2015. Vol. 20. No. 5. Pp. 27–52.
4. Kayumov R.A., Lukanin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Identification of mechanical characteristics of fiber-reinforced composites // Scientific notes of the Kazan University. Physical and mathematical sciences. 2015. Vol. 157. Book 4. Pp. 112–132.
5. Kalinka Yu.A., Borovikova S.M. Investigation of the physical and mechanical properties of chaotically filled fiberglass // Mechanics of polymers. 1971. No. 3. Pp. 411–415.
6. Shafigullin L.N., Bobrishev A.A., Erofeev V.T., Treshchev A.A., Shafigullina A.N. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts // International Journal of Applied Engineering Research. 2015. Vol. 10. No. 23. Pp. 43758–43762.
7. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Shafigullin L.N., Lakhno A.V., Bobrishev A.A. Sulfur composite technology from oil refinery waste // International Journal of Applied Engineering Research. 2016. Vol. 11. Issue 5. No. 1. Pp. 3057–3061.
8. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Bobrishev A.A., Shafigullin L.N., Shayakhmetova G.R. Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications // Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences. 2016. July-August. RJPBCS 7(4). Pp. 1411–1419.
9. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials // AIAA Journal. 1980. Vol. 18. No. 8. Pp. 995–1001.
10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // Journal of Thermal Stresses. Apr. 1981. Vol. 4. No. 2. Pp. 155–177.

11. Reddy J.N., Bert C.W., Hsu Y.S., Reddy V.C. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials // *Journal Mach. eng. sci.* 1980. Vol. 22. No. 6. Pp. 297-304.
12. Bert C.W. Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // *AIAA Journal.* 1981. Vol. 19. No. 10. Pp. 1342–1349.
13. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of Thick Beams of Multimodular Materials // *International Journal for Numerical Methods in Engineering.* 1984. Vol. 20. Pp. 479–503.
14. Ilyushin, A.A. *Plasticity.* M.: Izd-vo AS USSR, 1963. – 271 p.
15. Ambartsumyan S.A. Basic equations and relations of the multi-module theory of elasticity of an anisotropic body // *Izv. AS USSR. MSB.* 1969. No. 3. Pp. 51–61.
16. Tabaddor F. Two-Dimensional Bi-Linear Orthotropic Elastic Materials // *Journal of Composite Materials.* 1969. Vol. 3. Oct. Pp. 725–727.
17. Mkrtchyan R.E. The law of elasticity for a layered material that is highly resistant to tensile and compression deformations // *Mechanics of polymers.* 1978. No. 2. Pp. 199–203.
18. Lomakin E.V. Relations of the theory of elasticity for an anisotropic body, the deformation characteristics of which depend on the type of stress state // *Izv. AS USSR. MSB.* 1983. No. 3. Pp. 63–69.
19. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite Element Analysis of Laminated Anisotropic Beams of Bimodulus Materials // *Computers and Structures.* 1984. Vol. 18. No. 5. P. 779–787.
20. Zolochovsky A.A. Stress-strain state in anisotropic shells made of different-modulus composite materials // *Mechanics of composite materials.* 1986. No. 1. Pp. 166–168.
21. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of materials with initial and induced sensitivity to the type of stress state. Defining relations. M.; Tula: RAACN; TULSU, 2016. 326 p.
22. Treshchev A.A. Theory of deformation and strength of different resistant materials. Tula: TULSU, 2020. 359 p.
23. Description of deformation of orthotropic different resistive materials / A.A. Treshchev, Yu.A. Monastirev, V.D. Chibrikina, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina // *Construction mechanics and structures.* Voronezh: VSTU. 2019. No. 1(20). Pp. 7 – 13.
24. Defining equations of deformation of materials with double anisotropy / A.A. Treshchev, Yu.A. Zavyalova, M.A. Lapshina, A.E. Gvozdev, O.V. Kuzovleva, E.S. Krupitsyn // *Chebyshevskii sbornik.* 2021. Vol. 22. No. 4. Pp. 369 – 383.
25. Treshchev A.A., Romashina A.V. Stress-strain state of a plate with a round hole made of a material with complicated tensile properties // *Construction and reconstruction.* 2017. No.4 (72). Pp. 72–79.
26. Treshchev A.A., Romashina A.V. Stress concentration in a plate made of orthotropic resistive material // *Fundamental and applied problems of engineering and technology.* 2017. No. 6 (326). Pp. 4–12.
27. Treshchev A.A. On stress concentration in composite materials // *Izvestiya vuzov. Construction.* 2021. No. 11. Pp. 120 – 133.
28. Nguyen Sh.T., Hristich D.V. Identification of parameters of a quadratic model of an elastic anisotropic material // *Bulletin of the I.Ya.Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state.* 2021. No. 3(49). Pp. 3–11.
29. Nguyen S.T. Nonlinear elastic modulus of orthotropic material // *Bulletin of the I.Ya.Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state.* 2021. No. 4(50). Pp. 25–32.

30. Khristich D.V., Nguyen S.T. Determining the type of initial anisotropy of elastic material from a series of experiments // IPO Conference Series: Journal of Physics: Conference Series. 2020. Vol. 1479. 012139. 12 p.
31. Sokolova M.Yu., Hristich D.V., Rudakov V.V. Nonlinear model of plates made of composite materials // Bulletin of the I.Ya.Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. Series: Mechanics of the limit state. 2018. No. 3(37). Pp. 100–106.
32. Treshchev A.A., Yushchenko N.S. Nonlinear equations of state for orthotropic material with imperfect elasticity // Collection of materials of the 23rd International Scientific and Technical Conference "Actual problems of construction and the construction industry. Tula: TulSU. 2022. Pp. 194 – 202.
33. Batov P.A., Batyrev K.G., Matchenko N.M. Application of modified space for calculation of orthotropic plates using ANSYS and analytical methods // Collection of materials of the 2nd Russian-Ukrainian Symposium. Penza: PGUAS. 2002. Pp. 165–167.
34. Batyrev K.G. Axisymmetric problem of bending a transversally isotropic plate under the action of a transverse load // Izvestiya Tula State University. Series: Technology, mechanics and durability of building materials, structures and structures. Tula: TulSU. 2001. Issue. 2. Pp. 10 – 18.
35. Treshchev A.A., Zavyalova Yu.A., Lapshina M.A. Bending of orthotropic plates of medium thickness taking into account the dependence of material parameters on the type of stress state // Construction mechanics and structures. Voronezh: VSTU. 2022. Issue 32. No. 1. Pp. 7 – 28.
36. Treshchev A.A., Delyagin M.Y. Modeling of the shell of isotropic graphite raznonapravleno by the three-dimensional finite elements, taking into account the connectedness of the stresses and of temperatures // Materials Physics and Mechanics. 2013. Vol. 17. No. 1. Pp. 59 – 70.
37. Pikul V.V. Mechanics of shells. Vladivostok: Dalnauka, 2009. 536 p.
38. Ambartsumyan S.A. General theory of anisotropic shells. M.: Nauka, 1974. 446 p.
39. Birger I.A. Some mathematical methods for solving engineering problems. M.: Oborongiz, 1956. – 151 p.
40. Varvak P.M., Varvak L.P. Method of grids in problems of calculation of building structures. M.: Stroyizdat, 1977. 160 p.

**DEFORMATION OF ORTHOTROPIC PLATES TAKING INTO ACCOUNT
TRANSVERSE SHIFTS AND NONLINEAR DEPENDENCE OF MECHANICAL
PROPERTIES OF THE COMPOSITE MATERIAL DEPENDS ON THE TYPE OF STRESS
STATE**

A. A. Treschev¹, N. S. Yushchenko², I. A. Zakharova³, I. A. Sudakova⁴

Tula State University^{1, 2, 3, 4}

Russia, Tula

¹Corresponding member of RAACN, Dr. of Tech. Sciences, Professor, Head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

²Postgraduate student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(953)-190-11-06, e-mail: yushenko_1972@bk.ru

³PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(953)-420-54-82, e-mail: iren160575@mail.ru

⁴PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(903)-039-95-90, e-mail: sudakova.inga@yandex.ru

A finite-difference model of transverse bending of an annular plate of medium thickness has been developed, for which the application of the classical Kirchhoff-Love hypotheses is completely unjustified. In addition, the plate structure is adopted with cylindrical orthotropy, complicated by physical nonlinearity and dependence of the deformation characteristics of the material on the type of stress state. When modeling the equations of state for an orthotropic material with imperfect elasticity, the transition from quasi-linear to substantially nonlinear dependencies is carried out. To move from the general three-dimensional boundary value problem of ring loading to the equations determining the deformations of the median plane, S.P. Timoshenko's approach was adopted, taking into account the influence of transverse shifts, which proved to be a reliable tool for calculating plates of medium thickness. A finite-difference model of plate bending is developed based on the use of high-precision approximations. The convergence of numerical calculations is estimated. Considering that traditionally the study of the stress-strain state of plates having a circular contour is carried out in cylindrical coordinate systems, such was adopted for the construction of the model.

Considering that in the previous works of one of their authors it was demonstrated that the known equations of state for orthotropic materials with imperfect elasticity have gross errors that occur when calculating structural elements. These equations proposed in the previous 40 years are contradictory and full of shortcomings that are insurmountable in calculations. One of the authors of this article, in previous works, formulated approaches to the construction of potential nonlinear dependencies between deformations and stresses, for the identification of which a set of experiments was proposed, among which experiments on complex stress states are necessarily required, some of which cannot be implemented to date. In this regard, in 2021, the deformation potential was formed in a quasi-linear approximation, for which constants can be determined from the simplest experiments conducted in the main material axes of orthotropy. Along with the significant advantages of this potential, it is based on the approximation of nonlinear deformation diagrams by direct rays using the least squares method, which, with high qualitative adequacy for individual materials, can lead to individual quantitative errors. Therefore, the proposed computational model of the plate is based on a departure from the energy nonlinear rules for postulating the relationship of the strain tensor with stresses. For this purpose, a nonlinear model of the interdependence of two second-rank tensors is formulated, which combines the form of the generalized Hooke's law of orthotropic material with the theory of small elastic-plastic deformations, which are transformed using the normalized stress tensor space technique. Such a comprehensive use of theoretical approaches makes it possible to establish material nonlinear functions by processing only the deformation diagrams obtained from the simplest experiments.

Keywords: stress intensity, structural nonlinear orthotropy, annular plate, imperfect elasticity, normalized stress tensor, transverse shifts.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНОЙ ДВУХШАРНИРНОЙ РАМЫ

А. В. Мищенко^{1,2}

Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин)¹
Новосибирское высшее военное командное ордена Жукова училище²
Россия, г. Новосибирск

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики; ²зав. кафедрой общепрофессиональных дисциплин, тел.: +7(383)2663380, e-mail: mavr59@ngs.ru

Рассматривается задача оптимизации геометрических параметров двухшарнирных рам на основе критерия минимума потенциальной энергии упругой деформации. Варьируемыми параметрами являются эксцентриситеты шарнирных опор. Стержни рамы имеют неоднородную структуру и продольное геометрическое профилирование. В качестве примера рассмотрена оптимизация рамы со стойками линейно-переменной высоты сечения. Показаны графики потенциальной энергии деформации для рам различной высоты. Минимумы на графиках дают значение оптимального эксцентриситета, который в зависимости от степени трапецеидальности стоек может иметь различные значения, в том числе - по знаку, который свидетельствует о смещении опорного шарнира внутрь или наружу рамы. Произведено сравнение эпюр изгибающих моментов в раме с оптимальными и нулевыми эксцентриситетами. Изложены методика и расчетные соотношения для компонент напряжений и условий прочности, необходимых для выполнения проектного этапа решения задачи определения абсолютных значений геометрических параметров – размеров сечений рамы.

Ключевые слова: неоднородный стержень, энергетический критерий, минимум потенциальной энергии деформации, оптимизация рамных систем.

Введение. При решении задач оптимального проектирования несущих конструкций каркасов зданий и сооружений в качестве варьируемых параметров используется широкий набор величин, в числе которых - геометрические параметры и функции, описывающие форму и размеры элементов системы, характеристики материалов, параметры топологии и структуры системы, а также геометрические и жесткостные характеристики узловых соединительных устройств [1-5]. В ряде случаев варьирование параметров соединительных устройств является наименее затратным и без трудоемкого изменения формы и размеров конструктивных элементов способно обеспечить реализацию более выгодного с точки зрения принятых расчетных критериев напряженно-деформируемого состояния. Хорошие результаты для комплексной оценки возникающих в конструкции полей внутренних усилий и деформаций дает интегральный энергетический критерий минимума потенциальной энергии деформации (ПЭД)

$$W \rightarrow \min .$$

Данный критерий широко используется в задачах оптимального проектирования [6-12] и позволяет выявлять рациональные геометрические формы и топологию конструкции, величины относительных геометрических и физических параметров соединительных (опорных) устройств.

Постановка задачи. В статье рассматривается задача оптимизации параметров структурно-неоднородной двухшарнирной рамы, образующих вектор

$$\mathbf{P} = [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_\Sigma] \quad (1)$$

В качестве варьируемых параметров приняты геометрические величины: параметры функций формы стержней и параметры опорных устройств (эксцентриситеты).

На рис. 1 показана расчетная схема рамы с неоднородными элементами переменного сечения. Вертикальные составляющие реакций V шарнирных опорных устройств имеют эксцентриситет e_0 относительно осевых линий стоек.

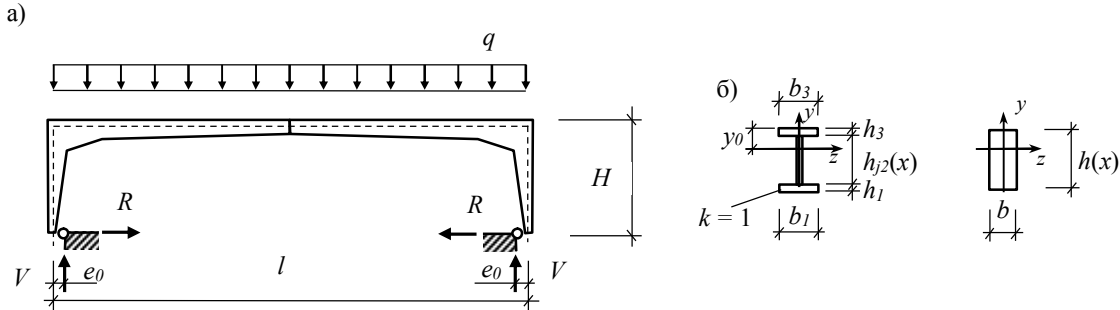


Рис. 1. Расчетная схема двухшарнирной рамы с эксцентричными опорными устройствами (а) и вариантами поперечных сечений элементов (б)

Варианты конфигурации поперечных сечений стоек ($j=1$) и ригеля ($j=2$) рамы показаны на рис. 1, б. Размеры отдельных структурных элементов, например – высота и ширина полки или стенки двутаврового сечения могут быть заданы в функциональном виде. Прямоугольное сечение специфично для рам, выполненных из древесины. Принята произвольная привязка сечений к локальным системам координат стержней x_j, y_j ($j=1, 2$).

Энергия деформации линейно-упругой стержневой системы, содержащей n элементов, может быть записана в виде

$$W(\mathbf{P}) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} M_j(\mathbf{P}) \kappa_j(\mathbf{P}) dx_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} N_j(\mathbf{P}) \varepsilon_{0j}(\mathbf{P}) dx_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \int_{l_j} k_\tau Q_j(\mathbf{P}) \gamma_{0j}(\mathbf{P}) dx_j \quad (2)$$

с использованием кривизны κ_j , осевой деформации ε_{0j} , осредненного сдвига γ_{0j} и соответствующих им усилий M, N, Q в j -м стержне. Для нахождения $\kappa_j, \varepsilon_{0j}, \gamma_{0j}$ воспользуемся физическими зависимостями для неоднородного профилированного стержня [13]

$$\varepsilon_0 - y_0 \kappa = \frac{N - N_t}{D_0}, \quad \kappa - \frac{y_0}{i_z^2} \varepsilon_0 = \frac{M - M_t}{D_{zz}}, \quad D_Q \gamma_0 = Q. \quad (3)$$

Здесь применены жесткостные параметры неоднородного сечения: координата центра жесткости y_0 и радиус жесткости сечения i_z

$$y_0 = \frac{D_z}{D_0}, \quad i_z = \sqrt{\frac{D_{zz}}{D_0}},$$

записанные через жесткостные характеристики: нулевого D_0 , первого D_z и второго D_{zz} геометрических порядков [13,14]:

$$[D_0, D_z, D_{zz}] = \sum_{k=1}^s E_k \iint_{A_k} [1, y, y^2] dA.$$

Здесь dA – дифференциал площади поперечного сечения k -й фазы – A_k . Тепловое стационарное воздействие с распределением температур $t_k(x_j, y_j)$ в материале с коэффициентом теплового расширения α_k ($k=1, \dots, s$) в соотношениях (3) отражают интегральные температурные силовые факторы

$$N_t = -\sum_{k=1}^s E_k \alpha_k \iint_{A_k} t_k dA, \quad M_t = \sum_{k=1}^s E_k \alpha_k \iint_{A_k} t_k y dA.$$

При нахождении сдвиговой жесткости

$$D_{Qy} = \frac{1}{k_y} \sum_{k=1}^s G_k \iint_{A_k} f_y dA$$

применена заданная функция $f_y(y)$ аппроксимации деформаций сдвига, удовлетворяющая граничным условиям на поверхностях; k_y – коэффициент осреднения функции деформаций сдвига. В частности, значению $k_y = 1$ соответствует принятие в качестве γ_0 максимального сдвига. При интегральном осреднении следует положить $k_y = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} f_y dy$. Задание, например, параболической функции $f_y = 1 - (2y/h)^2$ дает значение $k_y = 2/3$.

Решением (3) найдем компоненты обобщенной деформации

$$\varepsilon_{0j} = \frac{N_j - N_{jt}}{\xi D_0} + \frac{M_j - M_{jt}}{\xi D_{zz}} y_0, \quad \kappa_j = \frac{N_j - N_{jt}}{\xi D_0} \frac{y_0}{i_z^2} + \frac{M_j - M_{jt}}{\xi D_{zz}}, \quad \gamma_{j0} = \frac{Q_j}{D_Q}, \quad (4)$$

$$\xi = 1 - \frac{y_0^2}{i_z^2}.$$

В общем случае в силу наличия отличной от нуля жесткости D_z и, как следствие этого, величины y_0 наблюдается связанность осевой деформации ε_0 с кривизной κ . При выполнении перехода к главным центральным осям жесткости, обеспечивающим выполнение условий $D_z = 0 \rightarrow y_0 = 0$, матрица коэффициентов первых двух уравнений (3) – матрица жесткости – принимает диагональный вид с получением двух независимых уравнений, что позволяет впоследствии решать краевые задачи для плоского изгиба и растяжения отдельно на основе простых зависимостей

$$\varepsilon_{0j} = \frac{N_j - N_{jt}}{D_0}, \quad \kappa_{zj} = \frac{M_{zj} - M_{jt}}{D_{zz}}.$$

Усилия в стержнях рамы

$$M_j(x, R, \mathbf{P}), \quad N_j(x, R, \mathbf{P}), \quad Q_j(x, R, \mathbf{P}), \quad (j = 1, 2) \quad (5)$$

определяются из условий равновесия с точностью до неизвестной реакции – распора R . Учитывая принятый в данной работе энергетический способ решения, найдем распор из уравнения совместности деформаций, записанного с использованием теоремы Кастильяно

$$\Delta_R = \frac{\partial W(R, \mathbf{P})}{\partial R} = 0. \quad (6)$$

Окончательное выражение ПЭД получим после подстановки в (2) деформаций (4) и усилий (5), записанных с учетом найденного по условию (6) распора.

Искомому решению задачи соответствует минимум функции (2) при учете ограничений на варьируемые параметры (1).

Численное исследование. Рассмотрим пример оптимизации двухшарнирной деревянной рамы, загруженной на ригеле равномерно распределенной вертикальной нагрузкой q (рис. 1). Для вычислений использовалась программа *Maple*. Стойки и ригель рам, выполненных из древесины, как правило, имеют прямоугольное сечение с размерами $b \times h_1$, $b \times h_2$. Будем считать, что в ригеле высота $h_2(x) = \text{const}$, а в стойках $h_1(x)$ – изменяется по линейному закону.

Для удобства вычислений и анализа результатов, а также с целью исключения влияния неварьируемых параметров на полученное решение перейдем к безразмерным относительным величинам размеров, координат, реакций связей, усилий, обобщенных деформаций, жесткостных характеристик и энергии деформации. Обозначая их с помощью верхнего подчеркивания над символом исходной размерной величины, введем следующие соотношения

$$\bar{x}_j = \frac{x_j}{l_j}, \quad [l_1, l_2] = [kl, l], \quad [\bar{V}, r] = \frac{1}{ql} [V, R], \quad [\bar{M}, \bar{N}, \bar{Q}] = \left[\frac{M}{ql^2}, \frac{N}{ql}, \frac{Q}{ql} \right],$$

$$\bar{\kappa} = \frac{Ebh^3}{ql^2} \kappa, \quad \bar{\varepsilon}_0 = \frac{Ebh}{ql} \varepsilon_0, \quad [\bar{D}_0, \bar{D}_z, \bar{D}_{zz}] = \frac{1}{Eb} \left[\frac{D_0}{h}, \frac{D_z}{h^2}, \frac{D_{zz}}{h^3} \right], \quad \bar{W} = \frac{Ebh^3}{q^2 l^5} W.$$

Здесь использованы следующие размерные величины: модуль упругости E , нагрузка q , длина пролета l , параметр высоты h и ширины сечения b , которые на оптимизационном этапе решения задачи являются стационарными (неварьируемыми).

Кроме них введем геометрические параметры, которые в процессе решения будут изменяться: $k = H/l$ – относительная высота рамы, $e = e_0/l$ – относительный опорный эксцентриситет, $\bar{a}_{j2} = a_{j2}/h$ – привязка координаты y_{j2} – верхняя граница сечения j -го стержня к локальной системе координат, $p = h_1(0)/h$ – относительная высота сечения стойки в начальном (опорном) сечении. При помощи параметра p закон изменения высоты сечения стойки представим в виде

$$\bar{h}_1(x_1) = \frac{h_1(x_1)}{h} = p(1 - \bar{x}_1) + \bar{x}_1, \quad \bar{x}_1 \in [0, 1]. \quad (7)$$

Запишем безразмерные усилия, жесткостные характеристики и обобщенные деформации

$$\begin{aligned} \bar{M}_1(\bar{x}_1) &= -0,5e - r\bar{x}_1, & \bar{M}_2(\bar{x}_2) &= 0,5(\bar{x}_2 - e) - rk - 0,5\bar{x}_2^2, \\ \bar{y}_2 &= \bar{a}_2, & \bar{y}_{j1} &= \bar{y}_{j2} - \bar{h}_j, & \bar{N}_1(\bar{x}_1) &= -0,5, & \bar{N}_2(\bar{x}_2) &= -r, \\ \bar{D}_{j0}(\bar{x}_1) &= \bar{h}_j, & \bar{D}_{jz}(\bar{x}_1) &= \frac{1}{2}(\bar{y}_{j2}^2 - \bar{y}_{j1}^2), & \bar{D}_{jzz}(\bar{x}_1) &= \frac{1}{3}(\bar{y}_{j2}^3 - \bar{y}_{j1}^3), \\ \bar{\kappa}_j(\bar{x}_1) &= \frac{\bar{D}_{j0}\bar{M}_j + \bar{D}_{jz}\bar{N}_j}{\bar{D}_j}, & \bar{\varepsilon}_{0j}(\bar{x}_1) &= \frac{\bar{D}_{jzz}\bar{N}_j + \bar{D}_{jz}\bar{M}_j}{\bar{D}_j}, & \bar{D}_j &= \bar{D}_{jzz}\bar{D}_{j0} - \bar{D}_{jz}^2. \end{aligned}$$

В формуле энергии деформации (2) при заданных значениях параметров k, p учтем осевые и изгибные деформации

$$W_{p,k}(e, r) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_0^1 \bar{M}_j \bar{\kappa}_j d\bar{x}_j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^3 \int_0^1 \bar{N}_j \bar{\varepsilon}_{0j} d\bar{x}_j.$$

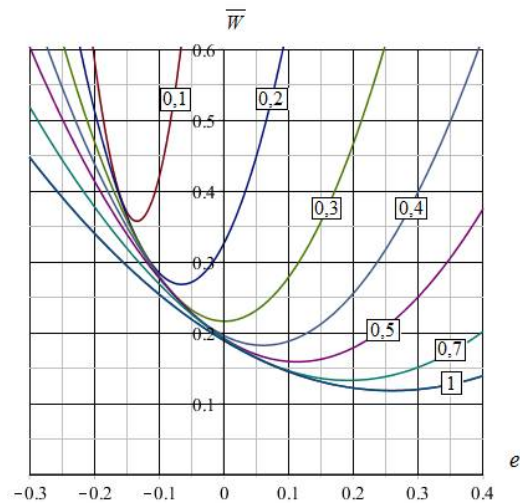


Рис. 2. Графики энергии деформации рамы $W(e)$ при $k = 0,4$ и значениях $p = [0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 1]$ при использовании условия (7)

Выполнив интегрирование и определив распор r из условия совместности (6), получим искомую энергетическую функцию $W(e)$. На рис. 2 показана серия графиков $W(e)$, построенных при $k = 0,4$ и различных значениях параметров $p = [0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,7; 1]$, согласно (7), отражающих степень переменности сечения стоек. Все графики имеют точку минимума, соответствующую энергетически оптимальному эксцентриситету. Аналогичные расчеты, выполненные при высотах рамы $k = 0,5; 0,7$, дали на выходе практически такие же графики энергии деформации $W(e, p)$. Это показывают также графики на рис. 3, отражающие влияние параметра переменности сечения p на значение оптимального эксцентриситета e , построенные при значениях параметра высоты рамы $k = [0,4; 0,5; 0,7]$. При значении $p = 1$ стойки приобретают форму призматическую стержня постоянного поперечного сечения.

Значение оптимального эксцентриситета в зависимости от параметра p может иметь как положительные, так и отрицательные значения. Последнее означает расположение опорного шарнира снаружи от осевой линии стоек (рис. 1). Данная особенность влияния параметра p объясняется значительным повышением деформативности нижней части стоек при малых значениях p , что приводит к росту ПЭД и изменению знака величины эксцентриситета.

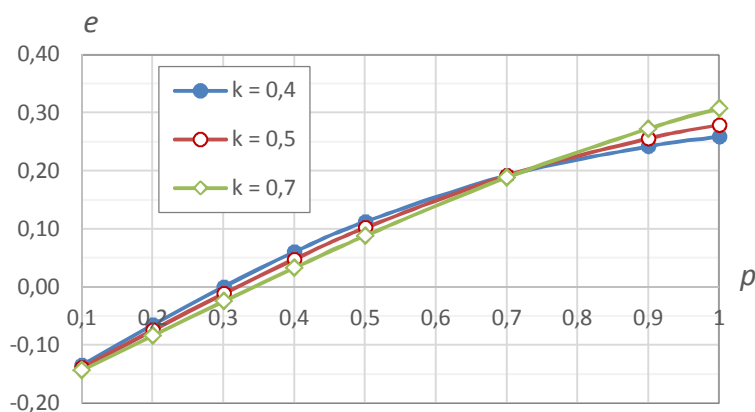


Рис. 3. Зависимость оптимального эксцентриситета e от параметра переменности сечения p при различных относительных высотах рамы при $k = 0,4; 0,5; 0,7$

Опорные эксцентриситеты оказывают существенное влияние на напряженно-деформированное состояние в стержнях рамы и могут выступать в роли активных регуляторов состояния системы [5,12]. Так, на рис. 4 показаны графики безразмерных

изгибающих моментов (эпюры M) в левой стойке (а) и ригеле (б) при нулевом и оптимальном эксцентриситетах для рамы с параметрами $k = 0,4$, $p = 0,2$. Аналогично, графики на рис. 5 показывают изменение кривизны осей в элементах рамы.

По сравнению с критерием выравнивания расчетных изгибающих моментов энергетический критерий отражает более общий подход к рациональному проектированию системы и может применяться в неоднородных системах с геометрическим профилированием элементов при оценке переменного комплекса усилий.

Рассмотренная постановка оптимизационной задачи позволяет определять оптимальное значение опорного эксцентриситета e при заданных значениях параметров p , k . Задание их численного значения может выполняться любым способом. В случае включения их в набор варьируемых параметров следует использовать специальные изопериметрические условия-ограничения, отражающие постоянство некоторой качественной величины: стоимости материала или объема стержня. Так, для выявления оптимальной трапецидальной формы стержня следует вместо условия (7) применить

$$\bar{h}_1(x_1) = \frac{h_1(x_1)}{h} = 2p(1 - \bar{x}_1) + 2(1 - p)\bar{x}_1. \quad (8)$$

В этом случае варьирование параметра p приводит к изменению обоих концевых сечений стоек при постоянстве средней высоты $\bar{h}_1(0,5) = 1$, а значит и объема стержня. Это позволяет выявить оптимальную форму стоек рамы (степень их трапецидальности) при заданном расходе материала. Применение условия (8) для той же задачи дает графики энергии деформации, показанные на рис. 6.

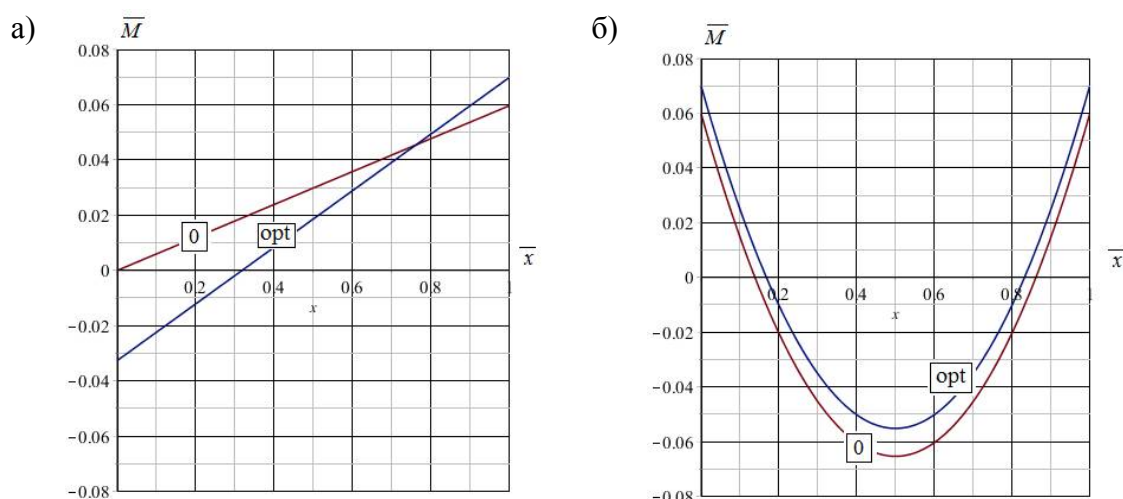


Рис. 4. Графики изгибающих моментов в левой стойке (а) и ригеле (б) при эксцентриситетах $e = 0$ и $e = e_{\text{opt}}$ для рамы с параметрами $k = 0,4$, $p = 0,2$

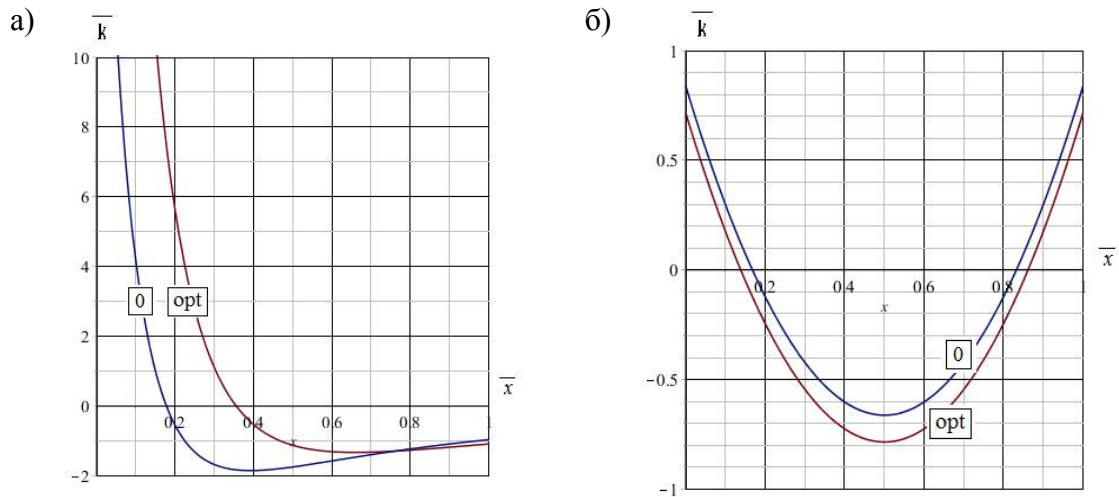


Рис. 5. Графики изменения кривизны оси левой стойки (а) и ригеля (б) при нулевом (0) и оптимальном (opt) эксцентриситетах для рамы с параметрами $k = 0,4$, $p = 0,2$

После решения оптимизационной задачи, сформулированной для безразмерных величин, выполняется проектный этап расчета, на котором на основе критериев прочности $\Psi(\sigma_x, \tau_{yx}, R) \leq 0$, жесткости $\Delta_{\max} \leq [\Delta]$ и других могут быть найдены амплитудные значения параметров b , h выявленных геометрических форм.

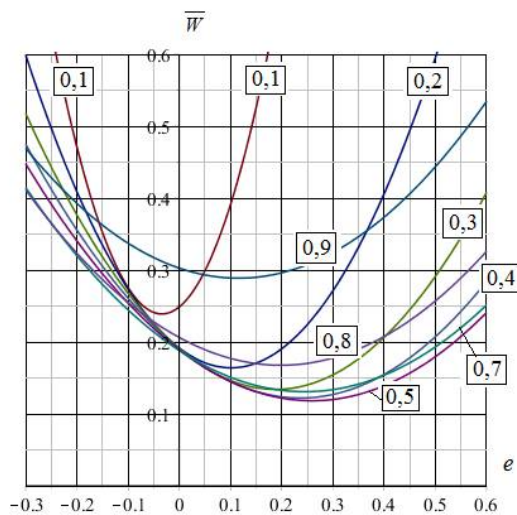


Рис. 6. Графики энергии деформации рамы $W(e)$ при $k = 0,4$ и $p = [0, 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 7; 0, 8; 0, 9]$ при использовании изопериметрического условия (8)

Так, компоненты напряжений в структурно-неоднородных стержнях могут быть определены по методике, изложенной в [14, 15]. В частности, для компонент нормального σ_x и касательного напряжения τ_{yx} при наличии усилий M , N , Q имеем

$$\sigma_{x,k}^N = \frac{N E_k}{\xi D_0} \left(1 - \frac{y \cdot y_0}{i_z^2} \right), \quad \sigma_{x,k}^M = -\frac{M E_k}{\xi D_{zz}} (y - y_0),$$

$$\tau_{yx,k}^N = -\frac{N}{b_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_0^{\text{sec}} - y_0 / i_z^2 D_z^{\text{sec}}}{D_0 \xi} \right), \quad \tau_{yx,k}^M = \frac{M}{b_k} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{D_z^{\text{sec}} - y_0 D_0^{\text{sec}}}{D_{zz} \xi} \right),$$

$$\tau_{yx,k}^Q = \frac{Q}{b_k} \frac{D_z^{\text{sec}} - y_0 D_0^{\text{sec}}}{D_{zz} \xi}, \quad \sigma_{x,k} = \sigma_{x,k}^N + \sigma_{x,k}^M, \quad \tau_{yx,k} = \tau_{yx,k}^N + \tau_{yx,k}^M + \tau_{yx,k}^Q.$$

Здесь выписаны основные напряжения σ_x и τ_{yx} , определяющие прочность относительно тонкого неоднородного стержня ($h/l < 1/8$) при плоском поперечном изгибе с растяжением. В работе [17] показано, что остальные компоненты тензора напряжений при расчете основного напряженного состояния имеют значения на 2-3 порядка меньше и в расчете на прочность могут не учитываться. Их роль возрастает в зонах краевых эффектов, а также при оценке межслойной прочности.

Напряжения $\sigma_{x,k}^N$, $\sigma_{x,k}^M$, $\tau_{yx,k}^O$ определяются лишь усилиями и размерами локального поперечного сечения, а $\tau_{yx,k}^N$, $\tau_{yx,k}^M$, кроме того, зависят от продольных градиентов жесткостных характеристик и возникают в стержнях переменного сечения.

Используя выше введенные выражения для безразмерных и размерных усилий, обобщенных деформаций и жесткостей, условие прочности по нормальным напряжениям запишем в виде

$$\sigma_x = \frac{q l^2}{b h^2} \max_{x,y} \left[\bar{\sigma}_x^M(x,y) + \frac{h}{l} \bar{\sigma}_x^N(x,y) \right] \leq R, \quad (9)$$

$$\bar{\sigma}_x^N(x,y) = \frac{\bar{N}(\bar{x})}{\xi(x) \bar{D}_0(\bar{x})} \left[1 - \frac{\bar{y} \cdot \bar{y}_0(\bar{x})}{\bar{i}_z^2(\bar{x})} \right], \quad \bar{\sigma}_x^M(x,y) = -\frac{\bar{M}(\bar{x})}{\xi(x) \bar{D}_{zz}(\bar{x})} [\bar{y} - \bar{y}_0(\bar{x})],$$

по касательным

$$\tau_{yx} = \frac{q l}{b h} \max_{x,y} \left[\bar{\tau}_{yx}^O(x,y) + \bar{\tau}_{yx}^N(x,y) + \bar{\tau}_{yx}^M(x,y) \right] \leq R_s, \quad (10)$$

$$\bar{\tau}_{yx}^O(x,y) = \bar{Q}(x) \frac{\bar{D}_z^{\text{sec}}(x,y) - \bar{y}_0(x) \bar{D}_0^{\text{sec}}(x,y)}{D_{zz} \xi},$$

$$\bar{\tau}_{yx}^N(x,y) = -h \bar{N}(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\bar{D}_0^{\text{sec}}(x,y) - \bar{y}_0(x) / \bar{i}_z^2(x) \bar{D}_z^{\text{sec}}(x,y)}{\bar{D}_0(x) \bar{\xi}(x)} \right],$$

$$\bar{\tau}_{yx}^M(x,y) = l \bar{M}(x) \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\bar{D}_z^{\text{sec}}(x,y) - \bar{y}_0(x) \bar{D}_0^{\text{sec}}(x,y)}{\bar{D}_{zz}(x) \bar{\xi}(x)} \right].$$

Здесь $\bar{\sigma}_x^M$, $\bar{\sigma}_x^N$, $\bar{\tau}_{yx}^O$, $\bar{\tau}_{yx}^N$, $\bar{\tau}_{yx}^M$ – безразмерные функции формы нормальных и касательных напряжений, зависящих от изгибающего момента, продольной и поперечной сил.

При помощи приведенных выражений для компонент напряжений формулируются и критерии прочности при сложном сопротивлении

$$\sigma_{\text{eqv}} = \frac{q l^2}{b h^2} \max_{x,y} \Psi \left[\bar{\sigma}_x(x,y), \frac{h}{l} \bar{\tau}_{yx}(x,y) \right] \leq R. \quad (11)$$

После анализа функций формы напряжений и выявления опасных точек на основе (9)-(11) формируются условия для назначения или проверки проектных амплитудных параметров b , h .

В случае необходимости при выполнении экспресс-оценки прочности в условиях (9)-(11) могут быть выполнены упрощения, связанные с пренебрежением некоторых малых напряжений, а также напряжений, входящих в условия с коэффициентом h/l .

Выводы. Применение интегрального энергетического критерия в задачах оптимизации позволяет решать разнообразные задачи практического спектра, в их числе - выявление рациональной конфигурации системы с точностью до принятых амплитудных значений параметров, для нахождения которых на заключительном этапе необходимо выполнить проектный расчет с привлечением необходимых расчетных критериев, связывающих искомые параметры с амплитудой внешнего воздействия. В число

варьируемых параметров конфигурации могут быть включены: различные величины, например, отражающие размеры поперечных сечений, характеристики опорных устройств (жесткости, эксцентриситеты), физические параметры, например, дискретные функции распределения характеристик материалов в неоднородных системах. С помощью данного подхода по единой схеме могут быть выполнены постановки задач с полным и частичным учетом видов деформации.

Библиографический список

1. Оптимизация нагельных соединений в деревянных конструкциях / Г.И. Гребенюк, Ю.Д. Стрижаков, Г.Н. Албаут, В.Н. Барышников, И.В. Кучеренко // Известия высших учебных заведений. Сер. Строительство. – 1995. – № 11. – С. 21-26.
2. Оптимизация параметров деревянных рамных конструкций с узловыми соединениями на нагелях / Г.И. Гребенюк, П.А. Дмитриев, Ю.Д. Стрижаков, И.В. Кучеренко // Известия высших учебных заведений. Сер. Строительство. – 1999. – № 11 (491). – С. 4-9.
3. Гребенюк Г.И., Яньков Е.В., Кучеренко И.В. Оптимизация элементов и узловых соединений рамных конструкций // Проблемы оптимального проектирования сооружений: докл. Всерос. семинара. – Новосибирск, 1997. – С. 76-84.
4. Лоцманова В.С., Владимирова Е.А. Оптимизация опорных устройств рамных систем на основе энергетического критерия / Традиции, современные проблемы и перспективы развития строительства: сб. науч. ст. – Гродно: Гродненский гос. ун-т им. Я. Купалы, 2021. – С. 141-145.
5. Гребенюк Г.И., Пуртов В.В., Павлик А.В. Натурные испытания опорных узлов деревянных конструкций на металлических пластинах и дюбелях, усиленных штампованными зубчатыми шайбами // Известия высших учебных заведений. Сер. Строительство. – 2019. – № 4 (724). – С. 128-137.
6. Тамразян А.Г., Алексейцев А.В. Современные методы оптимизации конструктивных решений для несущих систем зданий и сооружений // Вестник МГСУ. – 2020. – Т. 15. – Вып. 1. – С. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.
7. Алпатов В.Ю. Об использовании критерия «энергетическая эффективность» при оптимизации конструктивной формы пространственных решетчатых конструкций // Традиции и инновации в строительстве и архитектуре: материалы 68-й Всерос. научно-техн. конф. по итогам НИР 2010 года. – Самара, 2011. – С. 879-880.
8. Крыжевич Г.Б., Филатов А.Р. Комплексный подход к топологической и параметрической оптимизации судовых конструкций // Труды Крыловского государственного научного центра. – 2020. – № 1 (391). – С. 95-108.
9. Липин Е.К. Необходимые и достаточные условия локальной оптимизации тонкостенных конструкций максимальной жесткости // Ученые записки ЦАГИ. – 1980. – Т. 11. – № 4. – С. 102-114.
10. Зинькова В.А. Оптимизация топологии металлических ферм // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2015. – № 2. – С. 37-40.
11. Кротких А.А., Максимов П.В. Нахождение глобального минимума энергии деформации в рамках разработки алгоритма топологической оптимизации // Математическое моделирование в естественных науках. – 2017. – Т. 1. – С. 39-43.
12. Юрьев А.Г. Естественный фактор оптимизации топологии конструкций // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2013. – №5. – С. 46-48.

13. Mishchenko A.V. Spatially Structure Spatial Problem of the Stressed-Deformed State of a Structural Inhomogeneous Rod // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020. – 953(1), 012004. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/953/1/012004>.
14. Мищенко А.В. Расчетная модель нелинейного динамического деформирования составных многофазных стержней // Вестник МГСУ. – 2014. – № 5. – С. 35-43.
15. Мищенко А.В., Немировский Ю.В. Проектирование и анализ эффективности равнопрочных слоистых рам различных типов // Известия высших учебных заведений. Сер. Строительство. –1999. – № 9 (489). – с. 12-20.
16. Мищенко А.В. Прямая и обратная задачи деформирования слоистых стержней с учетом физической нелинейности // Численные методы решения задач теории упругости и пластичности: труды XIX Всерос. конф. – Новосибирск: «Параллель», 2005. – С. 184–188.
17. Мищенко А.В., Калинин С.А. Анализ напряженно-деформированного состояния рациональных проектов слоисто-неоднородных стержней // Моделирование и механика конструкций. – 2017. – №5. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mehanika/5.3/at_download/file.

References

1. Grebenyuk G.I., Strizhakov Yu.D., Albaut G.N., Baryshnikov V.N., Kucherenko I.V. Optimization of dowel joints in wooden structures. News of Higher Educational Institutions. Construction. No. 11. 1995. Pp. 21-26.
2. Grebenyuk G.I., Dmitriev P.A., Strizhakov Yu.D., Kucherenko I.V. Optimization of the parameters of wooden frame structures with nodal joints on dowels. News of Higher Educational Institutions. Construction. No. 11(491). 1999. Pp. 4-9.
3. Grebenyuk G.I., Yankov E.V., Kucherenko I.V. Optimization of elements and nodal connections of frame structures. Problems of optimal design of structures. Reports of the All-Russian Seminar. 1997. Pp. 76-84.
4. Lotsmanova V.S., Vladimirova E.A. Optimization of frame systems supporting devices based on the energy criterion. Traditions, modern problems and prospects for the development of construction. Collection of Scientific Articles. Grodno, 2021. Pp. 141-145.
5. Grebenyuk G.I., Purtov V.V., Pavlik A.V. Full-scale tests of supporting units of wooden structures on metal plates and dowels reinforced with stamped toothed washers. News of Higher Educational Institutions. Construction. No. 4(724). 2019. Pp. 128-137.
6. Tamrazyan A.G., Alekseytsev A.V. Modern methods of optimizing constructive solutions for bearing systems of buildings and structures. Bulletin of MGSU. Vol. 15. Issue 1. 2020. Pp. 12–30. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.12-30.
7. Alpatov V.Yu. About of the criterion "energy efficiency" when optimizing the constructive form of spatial lattice structures. Traditions and Innovations in Construction and Architecture. Materials of the 68th All-Russian Scientific and Technical Conf. According to the Results of Research in 2010. Samara State Architectural and Construction University. 2011. Pp. 879-880.
8. Kryzhevich G.B., Filatov A.R. An integrated approach to topological and parametric optimization of ship structures. Proceedings of the Krylov State Research Center. No. 1(391). 2020. Pp. 95-108.

9. Lipin E.K. Necessary and sufficient conditions for local optimization of thin-walled structures of maximum rigidity. *Scientific Notes TsAGI*. Vol. 11. No. 4. 1980. Pp. 102-114.
10. Zinkova V.A. Optimization of the topology of metal trusses. *Bulletin of the Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov*. No. 2. 2015. Pp. 37-40.
11. Krotkikh A.A., Maksimov P.V. Finding the global minimum of deformation energy in the framework of the development of an algorithm for topological optimization. *Mathematical Modeling in Natural Sciences*. Vol. 1. 2017. Pp. 39-43.
12. Yuriev A.G. Natural factor of structure topology optimization. *Bulletin of the Belgorod State Technological University V.G. Shukhov*. No. 5. 2013. Pp. 46-48.
13. Mishchenko A.V. Spatially structure spatial problem of the stressed-deformed state of a structural inhomogeneous rod. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. 953(1), 012004. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/953/1/012004>.
14. Mishchenko A.V. Computational model of nonlinear dynamic deformation of compound multiphase rods. *Bulletin of MGSU*. No. 5. 2014. Pp. 35-43.
15. Mishchenko A.V., Nemirovskiy Yu.V. Design and analysis of the effectiveness of equal-strength layered frames of various types. *News of higher educational institutions. Construction*. No. 9(489). 1999. Pp. 12-20.
16. Mishchenko A.V. Direct and inverse problems of of layered rods deformation taking into account physical nonlinearity // Numerical methods for solving problems in the theory of elasticity and plasticity: Proceedings of the XIX All-Russian Conference. Biysk, August 28-31, 2005. Novosibirsk: «Parallel». 2005. Pp. 184-188.
17. Mishchenko A.V., Kalinkin S.A. Analysis of the stress-strain state of rational projects of layered-heterogeneous rods. *Modeling and Mechanics of Structures*. No. 5. 2017. URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitelnaya-mehanika/5.3/at_download/file.

ENERGY OPTIMIZATION OF A STRUCTURALLY HETEROGENEOUS DOUBLE-HINGED FRAME

A. V. Mishchenko^{1,2}

Novosibirsk State University of Architecture and Civil Engineering (Sibstrin)¹
Novosibirsk Higher Military Command Order of Zhukov School²
Russia, Novosibirsk

¹Dr. of Tech. Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics; ²Head of the Department of General Professional Disciplines, Tel.: +7(383)2663380, e-mail: mavr59@ngs.ru

The problem of optimizing the geometrical parameters of double-hinged frames based on the criterion of minimum potential energy of elastic deformation is considered. Variable parameters are the eccentricities of the hinged supports. The frame rods have a heterogeneous structure and longitudinal geometric profiling. As an example, the optimization of a frame with racks of a linearly variable section height is considered. Graphs of potential strain energy for frames of various heights are shown. The minimums on the graphs give the value of the optimal eccentricity, which, depending on the degree of trapezoidality of the racks, can have different values, including the sign, which indicates the displacement of the support hinge in or out of the frame. The diagrams of bending moments in the frame are compared with optimal and zero eccentricities. The technique and calculation ratios for the stress components and strength conditions necessary to perform the design stage of solving the problem of determining the absolute values of geometric parameters - the dimensions of the frame sections are outlined.

Keywords: inhomogeneous rod, energy criterion, minimum potential strain energy, optimization of frame systems.

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ МНОГОПРОЛЕТНОЙ ФЕРМЫ

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Россия, г. Москва

Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

Прогибы многопролетной плоской статически определимой фермы с произвольным числом пролетов определяются в аналитической форме. Крайние опоры конструкции являются неподвижными шарнирами, средние – подвижными. Обнаруживается мгновенная изменяемость конструкции при четном числе пролетов. Для подтверждения этой особенности фермы находится соответствующая схема виртуальных скоростей узлов. Для определения прогиба используется формула Максвелла-Мора. Усилия в стержнях и реакции опор рассчитываются методом вырезания узлов в символьной форме с применением операторов системы символьной математики Maple.

Приводятся аналитические зависимости усилий в некоторых стержнях, наиболее опасных с точки зрения потери устойчивости или прочности. Дается диаграмма распределения усилий по стержням фермы. Серия решений задачи о прогибе для ферм с различным числом пролетов обобщается на произвольное число пролетов индуктивным методом.

Ключевые слова: ферма, прогиб, число пролетов, индукция, Maple, мгновенная изменяемость, формула Максвелла-Мора

Введение. На практике расчет прогибов ферм и усилий в стержнях выполняется численно в специализированных численных пакетах, основанных на методе конечных элементов [1]–[3]. Для статически определимых конструкций вполне реально найти аналитические решения. Однако, если эти решения не рассчитаны на широкий круг объектов, например, для однотипных ферм с различным числом панелей, то ценность таких решений невысока. Аналитические решения хорошо использовать для поиска каких-то оптимальных решений или для анализа предельных свойств конструкции, например при изменении заданных параметров конструкции, входящих в расчетную формулу. Метод индукции [4], применимый для регулярных ферм, позволяет ввести число панелей (или пролетов) в параметры расчетной формулы. Впервые проблемы существования и расчета регулярных систем рассмотрели Hutchinson R.G. и Fleck N.A. [5], [6] и Игнатьев В.А. [7]. Определение регулярной фермы в терминах дискретной математики как фермы, являющейся произведением графов двух или трех ферм, дали Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. [8]. Схемы плоских регулярных ферм и аналитические решения задачи о прогибе приведены в справочнике [9]. Формулы для определения прогиба плоских ферм с произвольным числом панелей получены в работах [10-15]. Используемый в этих работах метод индукции применим для расчета пространственных ферм [16] и при нахождении аналитических оценок нижней границы первой собственной частоты свободных колебаний ферм методом Донкерлея [17-21].

Схема конструкции. Верхний пояс фермы с n пролетами горизонтальный. Нижние пояса пролетов имеют форму арок. Боковые опоры фермы — неподвижные шарниры, промежуточные — подвижные. Общее число стержней конструкции равно $n_s = 22n + 4$. В это число включены и $n + 3$ стержня, моделирующие опоры.

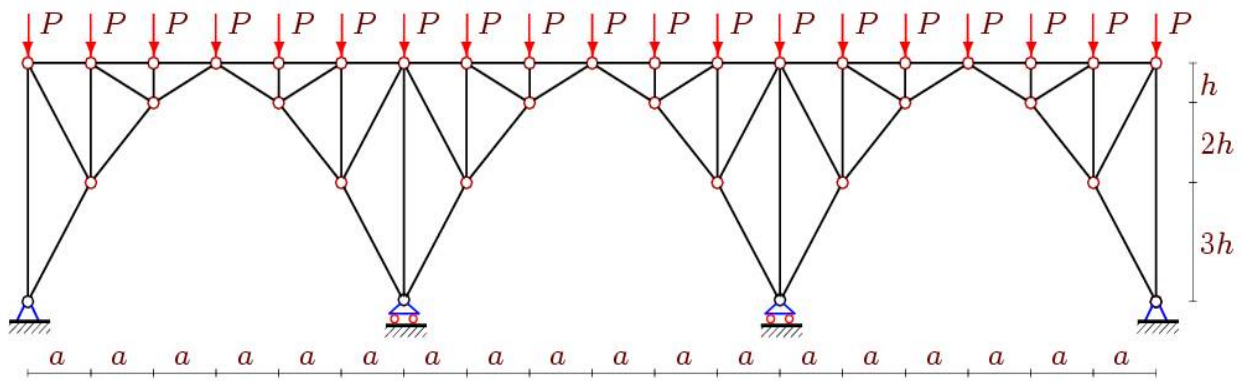


Рис. 1. Нагрузка, равномерно распределенная по верхнему поясу, $n = 3$

Расчет усилий в стержнях производится по программе [4], написанной на языке символьной математики Maple. В программу вводятся координаты узлов, списки концов стержней, нагрузки. Расчет может быть произведен как в численной форме, так и в символьной. Пробные расчеты показали, что для четного числа пролетов определитель матрицы системы линейных алгебраических уравнений равновесия узлов в проекции на оси координат вырождается. Наиболее четко это видно в символьных расчетах. Для подтверждения мгновенной изменяемости можно привести одну из возможных схем распределения скоростей узлов при $n = 2$ (рис. 2). Крайние части ферм, образующие неизменяемые кинематические диски, совершают мгновенные повороты по часовой стрелке вокруг шарниров A и B . Средняя часть вращается вокруг мгновенного центра скоростей Q против часовой стрелки. Подобная картина распределения виртуальных скоростей может быть построена и для ферм с любым другим четным числом пролетов. Избегая случаев кинематического вырождения, все расчеты будем производить для нечетного числа пролетов $n = 2k - 1, k = 1, 2, 3, \dots$.

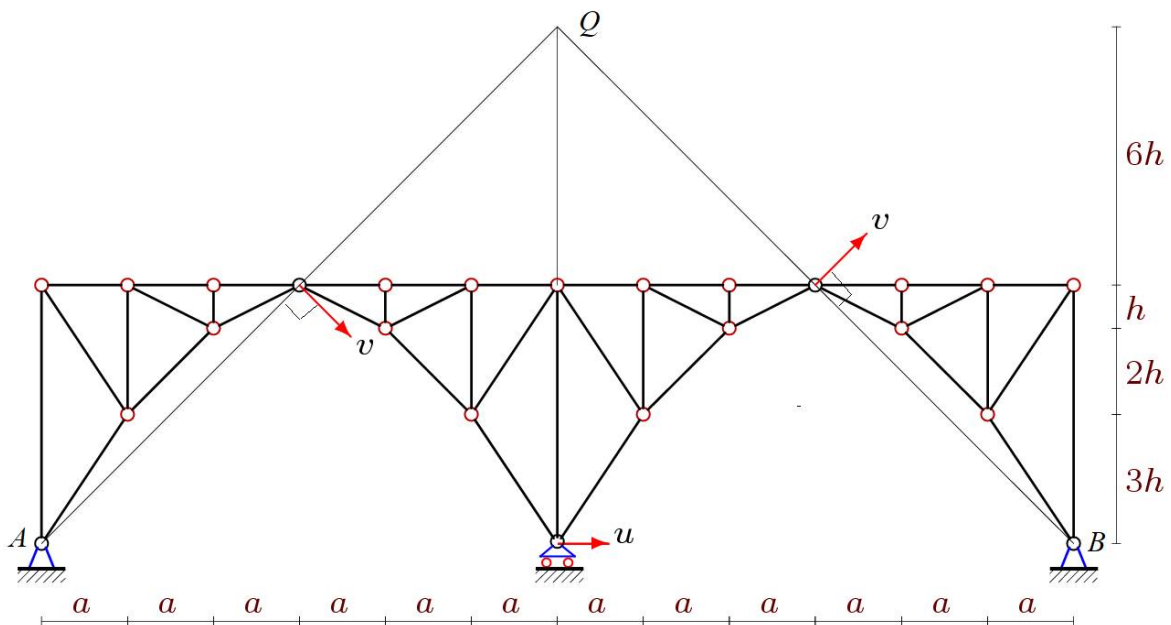


Рис. 2. Схема распределения возможных скоростей изменяемой фермы, $n = 2$

Усилия и реакции опор. Рассмотрим нагрузку, равномерно распределенную по узлам верхнего пояса. Усилия в стержнях фермы при $a = 3\text{ м}, h = 2\text{ м}, n = 3$ представлены на рисунке 3. Красным цветом обозначены растянутые стержни, синим цветом — сжатые

стержни. Картина распределения усилий периодическая. Величины усилий отнесены к силе P и округлены до двух значащих цифр. Почти все стержни при такой нагрузке сжаты. Исключения составляют боковые раскосы, растянутые небольшими силами. Наиболее сжатые стержни находятся внизу арочных сводов.

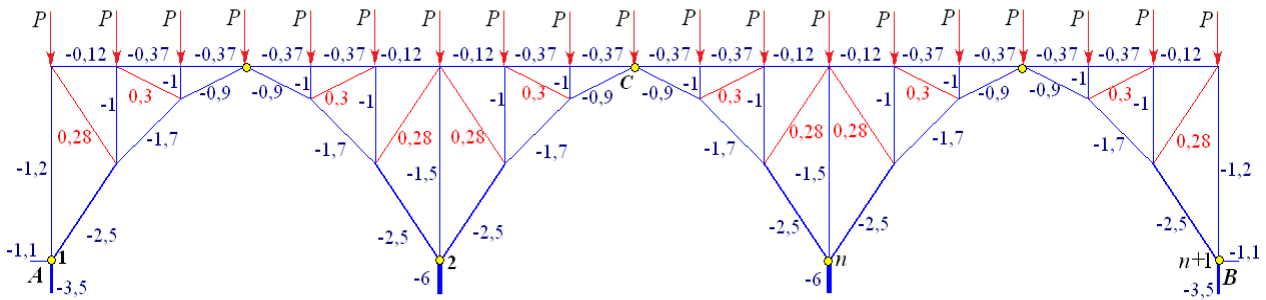


Рис. 3. Распределение усилий в стержнях фермы, $n = 3, P = 1$

Помимо численного решения в системе Maple можно получить формулы для расчета усилий в стержнях, обозначенных на рис. 4 для произвольного пролета.

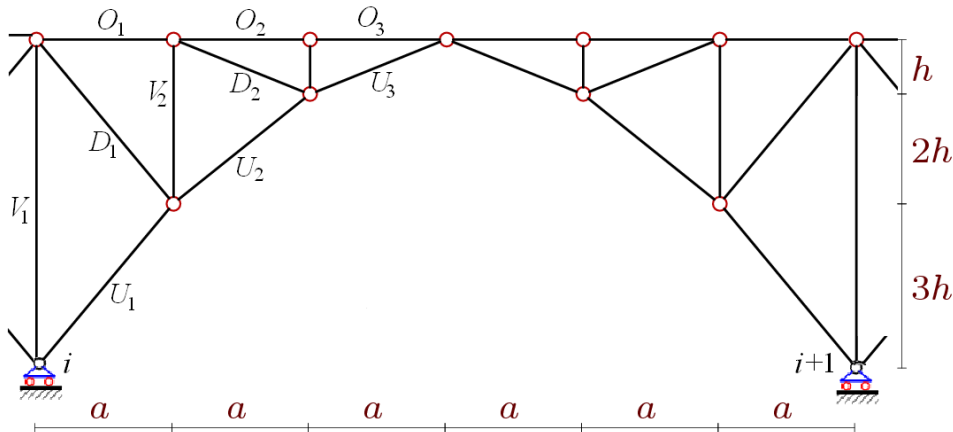


Рис. 4. Обозначение стержней i -го пролета, $n > i > 1$

Для равномерной нагрузки по верхнему поясу усилия не зависят от числа пролетов и одинаковы в соответствующих стержнях во всех пролетах:

$$O_1 = -Pa / (12h), O_2 = O_3 = -Pa / (4h), U_1 = -3bP / (4h), U_2 = -2bPa / (3h),$$

$$U_3 = -cP / (2h), D_1 = Pb / (12h), D_2 = Pc / (6h), V_1 = -3P / 2, V_2 = -7P / 6,$$

где $b = \sqrt{a^2 + 9h^2}$, $c = \sqrt{a^2 + h^2}$.

Реакции опор: $Y_A = Y_B = 7P / 2, Y_i = 6P, i = 2, \dots, n, X_A = X_B = 3aP / (4h)$.

Если на конструкцию действует сосредоточенная сила, приложенная к узлу C в среднем пролете, то усилия в пролетах будут разными, а в среднем пролете усилия зависят от числа пролетов. Результаты расчетов в серии ферм обобщаются методом индукции в следующие формулы:

$$O_1 = Pa(3(-1)^k + 4) / (12h), O_2 = O_3 = Pa((-1)^k + 2) / (4h), U_1 = -bP / (4h), U_2 = -bPa / (3h),$$

$$U_3 = -cP / (2h), D_1 = -Pb / (12h), D_2 = -Pc / (6h), V_1 = P / 2, V_2 = P / 6.$$

Усилия в стержнях верхнего пояса O и стойках V при таком нагружении оказываются растягивающими. Реакции опор:

$$Y_A = Y_B = -(-1)^k P / 2, Y_i = -(-1)^{i+k} P, i = 2, \dots, k-1, X_A = X_B = -(-1)^k aP / (4h).$$

Прогиб. Прогиб фермы, вычисленный по вертикальному смещению среднего шарнира C , рассчитывается по формуле Максвелла – Мора:

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^{n_s-n-3} S_i^{(1)} S_i^{(P)} l_i / (EF). \quad (1)$$

где l_i — длина стержня, $S_i^{(P)}$ — усилие в стержне i от действия внешней нагрузки, $S_i^{(1)}$ — усилие в этом же стержне от единичной (безразмерной) вертикальной силы, приложенной к узлу C , EF — жесткость стержней. Усилия в опорных стержнях не входят в сумму. Вертикальные и горизонтальные опорные стержни считаются недеформируемыми. Расчет прогибов ферм с различным числом пролетов по формуле (1), в которой усилия в стержнях вычисляются методом вырезания узлов, дает следующие формулы:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -P(19a^3 - 26b^3 - 32c^3 - 32d^3 + 354h^3) / (72h^2 EF), \\ \Delta_2 &= -P(103a^3 - 26b^3 - 32c^3 - 32d^3 + 462h^3) / (72h^2 EF), \\ \Delta_3 &= P(65a^3 + 26b^3 + 32c^3 + 32d^3 - 354h^3) / (72h^2 EF), \\ \Delta_4 &= -P(187a^3 - 26b^3 - 32c^3 - 32d^3 + 462h^3) / (72h^2 EF), \dots \end{aligned}$$

Здесь $d = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. Коэффициенты при b^3 , c^3 и d^3 при увеличении числа пролетов не меняются. Для остальных коэффициентов вычислим общие члены полученных последовательностей, используя операторы системы Maple. Итоговая формула зависимости прогиба от числа пролетов и размеров конструкции имеет вид:

$$\Delta_k = P(C_1 a^3 + C_2 b^3 + C_3 c^3 + C_4 d^3 + C_5 h^3) / (h^2 EF), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= (42k(-1)^{k+1} + 21(-1)^k - 40) / 72, \quad C_2 = 13 / 36, \\ C_3 &= C_4 = 4 / 9, \quad C_5 = -(9(-1)^k + 68) / 12. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналогично, в случае нагрузки по нижнему поясу (рис. 5) решение также имеет форму (2) с коэффициентами (3), кроме коэффициента $C_5 = -(9(-1)^k + 20) / 12$.

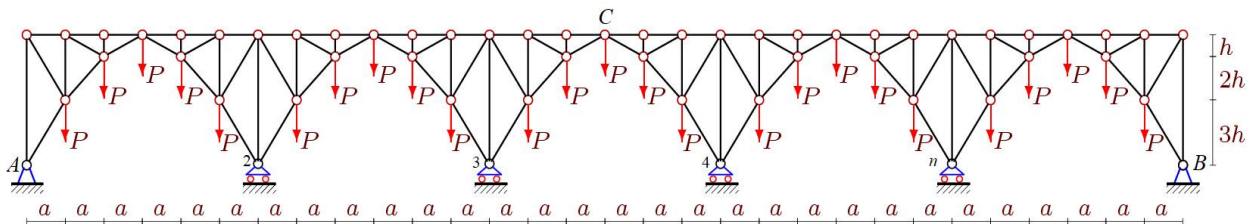


Рис. 5. Нагрузка по нижнему поясу, $n=5$

При действии на ферму сосредоточенной вертикальной силы в узле C получено решение (2) с коэффициентами:

$$\begin{aligned} C_1 &= (230k + 96(-1)^k - 115) / 72, \quad C_2 = 5(2k - 1) / 36, \\ C_3 &= 5(2k - 1) / 9, \quad C_4 = 2(2k - 1) / 9, \quad C_5 = (40k - 29) / 12. \end{aligned}$$

В случае распределенной нагрузки по верхнему поясу решение проиллюстрировано на рисунке 6 тремя ломаными кривыми, построенными для безразмерного прогиба: $\Delta' = \Delta_k EF / (P_{sum} L)$, где $P_{sum} = (6n + 1)P$, $L = 6na = 150m$.

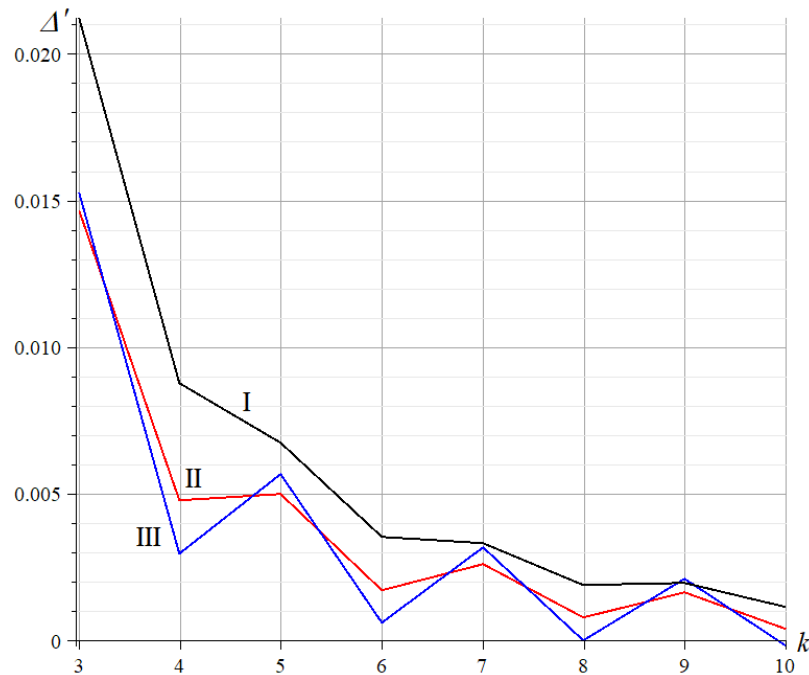


Рис. 6. Зависимости безразмерного прогиба фермы от числа пролетов. I — $h=2a$; II — $h=a$; III — $h=2a/3$

Зависимость получается с явно выраженными скачками. Чем меньше высота фермы, тем большего размаха достигают скачки прогиба при изменении числа пролетов. Кривая III при большом числе пролетов пересекает ось абсцисс. Начиная с $k = 10$ при $L = 6na = 150\text{ м}$, прогиб в середине пролета может быть даже отрицательным.

Заключение. Показано, что плоская модель статически определимой многопролетной фермы при четном числе пролетов приобретает мгновенную кинематическую изменяемость. Найдена кинематически непротиворечивая схема распределения соответствующих возможных скоростей узлов. Получено несложное аналитическое решение задачи о прогибе фермы при произвольном числе пролетов. Найденные формулы для усилий в характерных стержнях можно использовать для проверки численных решений и предварительной оценки проектируемого сооружения.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФ 22-21-00473.

Библиографический список

1. Vatin N., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A.S., Orlova A. V., Salamakhin S. V. Thin-walled cross-sections and their joints: Tests and FEM-modelling // *Advanced Materials Research*. 2014. (945–949). С. 1211–1215. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMR.945-949.1211.
2. Macareno L.M., Agirrebeitia J., Angulo C., Avilés R. FEM subsystem replacement techniques for strength problems in variable geometry trusses // *Finite Elements in Analysis and Design*. 2008. № 6–7(44). С. 346–357. DOI:10.1016/j.finel.2007.12.003.
3. Han Q.H., Xu Y., Lu Y., Xu J., Zhao Q.H. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis // *Engineering Structures*. 2015. (82). С. 186–198. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2014.10.013.
4. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels // *Vestnik MGSU*. 2020. № 4(4). С. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517.
5. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids - The hunt for statically determinate periodic trusses // *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und*

- Mechanik. 2005. № 9(85). С. 607–617. DOI:10.1002/zamm.200410208.
6. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss // Journal of the Mechanics and Physics of Solids. 2006. № 4(54). С. 756–782. DOI:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
 7. Игнатъев В.А. Расчет регулярных стержневых систем – Саратов: Саратовское высшее военно-химическое военное училище, 1973. 433 с.
 8. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods. 2020. 290. DOI: 10.1007 //URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-45549-1> (date of application: 11.03. 2022).
 9. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels // Vestnik MGSU. 2020. № 4. С. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517.
 10. Комерзан Е.В., Свириденко О.В. Аналитический расчет прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2021. №2 (29). С. 29–37.
 11. Овсянникова В.М. Зависимость деформаций балочной фермы трапецевидной формы от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2020. №3 (26). С.13-20.
 12. Овсянникова В.М. Зависимость прогиба плоской внешне статически неопределимой фермы от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2020. №4 (27). С. 16-25.
 13. Комерзан Е.В., Лушнов Н.А., Осипова Т.С. Аналитический расчет прогиба плоской шпренгельной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2022. №2(33). С. 17-25. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.002
 14. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels; 2021; AlfaBuild; 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
 15. Kirsanov M. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution; 2021; Construction of Unique Buildings and Structures; 95 Article No 9501. doi: 10.4123/CUBS.95.1
 16. Sviridenko, O.; Komerzan, E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels; 2022; Construction of Unique Buildings and Structures; 101Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1
 17. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
 18. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
 19. Воробьев О.В. О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // Строительная механика и конструкции. 2020. № 1 (24). С. 25-38.
 20. Петренко В.Ф. Оценка собственной частоты двухпролётной фермы с учетом жесткости опор // Строительная механика и конструкции. 2021. №4(31). С.16-25. doi 10.36622/VSTU.2021.31.4.002

References

1. Vatin N., Havula J., Martikainen L., Sinelnikov A.S., Orlova A. V., Salamakhin S. V. Thin-walled cross-sections and their joints: Tests and FEM-modelling. Advanced Materials Research. 2014. (945–949). С. 1211–1215. DOI:10.4028/www.scientific.net/AMR.945-949.1211.
2. Macareno L.M., Agirrebeitia J., Angulo C., Avilés R. FEM subsystem replacement

- techniques for strength problems in variable geometry trusses. *Finite Elements in Analysis and Design*. 2008. № 6–7(44). C. 346–357. DOI:10.1016/j.finel.2007.12.003.
3. Han Q.H., Xu Y., Lu Y., Xu J., Zhao Q.H. Failure mechanism of steel arch trusses: Shaking table testing and FEM analysis. *Engineering Structures*. 2015. (82). pp. 186–198. DOI:10.1016/J.ENGSTRUCT.2014.10.013.
 4. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. № 4(4). pp. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517.
 5. Hutchinson R.G., Fleck N.A. Microarchitected cellular solids – The hunt for statically determinate periodic trusses. *ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*. 2005. № 9(85). pp. 607–617. DOI:10.1002/zamm.200410208.
 6. Hutchinson R.G., Fleck N.A. The structural performance of the periodic truss. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. 2006. № 4(54). pp. 756–782. DOI:10.1016/j.jmps.2005.10.008.
 7. Ignatiev V.A. Raschet reguljarnykh sterzhnevnykh sistem [Calculation of regular rod systems]. Saratov: Saratov Higher Military Chemical Military School, 1973.
 8. Kaveh A., Rahami H., Shojaei I. Swift Analysis of Civil Engineering Structures Using Graph Theory Methods. 2020. 290. DOI: 10.1007 //URL: <http://link.springer.com/10.1007/978-3-030-45549-1> (date of application: 11.03. 2022).
 9. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. *Vestnik MGSU*. 2020. № 4. pp. 510–517. DOI:10.22227/1997-0935.2020.4.510-517.
 10. Komerzan E.V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2021. No. 2 (29). pp. 29–37.
 11. Ovsyannikova V.M. Dependence of deformations of a trapezoidal beam truss on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 3 (26). pp.13-20.
 12. Ovsyannikova V.M. Dependence of the deflection of a flat outwardly statically indeterminate truss on the number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 4 (27). pp. 16-25.
 13. Komerzan E.V., Lushnov N.A., Osipova T.S. Analytical calculation of the deflection of a flat truss with an arbitrary number of panels. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2022. No. 2(33). pp. 17-25. DOI 10.36622/VSTU.2022.33.2.002
 14. Dai Qiao. Analytical Dependence of Planar Truss Deformations on the Number of Panels; 2021; AlfaBuild; 17 Article No 1701. doi: 10.34910/ALF.17.1
 15. Kirsanov M. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution; 2021; Construction of Unique Buildings and Structures; 95 Article No 9501. doi: 10.4123/CUBS.95.1
 16. Sviridenko, O.; Komerzan, E. The dependence of the natural oscillation frequency of the console truss on the number of panels; 2022; Construction of Unique Buildings and Structures; 101Article No 10101. doi: 10.4123/CUBS.101.1
 17. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
 18. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. *Construction of Unique Buildings and Structures*. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
 19. Vorobyov O.V. On methods for obtaining an analytical solution for the problem of natural frequencies of hinged structures. *Stroitel'naya mekhanika i konstruksii*. 2020. No. 1 (24). pp. 25-38.
 20. Petrenko V.F. Evaluation of the natural frequency of a two-span truss, taking into account

FORMULAS FOR CALCULATION OF DEFORMATIONS OF A MULTI-SPAN TRUSS

M. N. Kirsanov

National Research University «MPEI»
Moscow, Russia

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

Deflections of a multi-span planar statically determined truss with an arbitrary number of spans are determined in an analytical form. The extreme supports of the structure are fixed hinges, the middle ones are movable. An instantaneous variability of the structure is found for an even number of spans. To confirm this feature of the truss, a corresponding scheme of virtual node speeds is found. To determine the deflection, the Maxwell – Mohr formula is used. The forces in the bars and the reactions of the supports are calculated by cutting out the nodes in symbolic form using the operators of the Maple symbolic mathematics system.

Analytical dependences of forces in some rods, the most dangerous in terms of buckling or strength loss, are given. A diagram of the distribution of forces on the truss rods is given. A series of solutions to the deflection problem for trusses with different numbers of spans is generalized to an arbitrary number of spans by the inductive method.

Keywords: truss, deflection, number of spans, induction, Maple, instantaneous variability, Maxwell – Mohr formula

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ДЕФОРМАЦИЙ ПЛОСКОЙ РАМЫ

А. Д. Иваницкий

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Россия, г. Москва

Студент кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7(922)653-66-96;
e-mail: artem.ivanitskii@outlook.com

Предложена схема плоской статически определимой плоской рамы с прямолинейными верхним и нижним поясами. Рама крепится на две опоры: подвижную и неподвижную. Анализируются зависимости прогиба фермы от количества панелей и вариантов нагрузки (нагружение по верхнему, а также нижнему поясам; сосредоточенная узловая нагрузка в середине пролета). На основании расчетов в символьной форме получены формулы для усилий в наиболее растянутых или сжатых стержнях. Для примера приведено распределение усилий по стержням конструкции. Чтобы получить аналитическое решение прогиба конструкции и изменения ее подвижной опоры, применяется метод обобщения частных решений на случай произвольного числа панелей. Прогиб рассчитан по формуле Максвелла-Мора. Построение системы уравнений равновесия узлов и преобразование результатов выполняются в системе компьютерной математики Maple.

Ключевые слова: ферма, прогиб, сдвиг опоры, формула Максвелла – Мора, индукция, число панелей, Maple

Введение. В инженерной практике при расчете строительных конструкций обычно используются численные методы. При этом аналитические решения могут дополнять численные. Выполняя роль тестовых решений, они оказываются удобны как для оценки точности численных решений, так и для предварительных расчетов проектируемых сооружений. При помощи метода индукции можно получать не просто аналитические решения, такие как решения в рядах [1, 2], а компактные конечные расчетные формулы, справедливые для конструкции произвольного порядка регулярности [3–5] (где порядком, например, является число панелей). Hutchinson R. G. и Fleck N. A. впервые решали проблему существования и поиска аналитических решений для статически определимых регулярных стержневых систем [6]. В справочниках [7, 8] приведены схемы плоских регулярных балочных, рамных и арочных ферм и формулы как для усилий в критических стержнях, так и для прогиба. Некоторые из решений задачи о прогибе представлены в работах [9–11]. По этим данным можно сделать вывод о том, что такие решения существуют и для пространственных ферм. Для определения аналитических оценок первой собственной частоты свободных колебаний ферм [15–17] методом Донкерлея или Рэля используется метод математической индукции. Этим же методом получены решения для расчета деформации решетчатых [18–20] и пространственных [21–23] ферм.

Описание схемы конструкции. На рис. 1 и рис. 2 изображена плоская рама, которая состоит из n ячеек периодичности, условно называемых панелями. Опоры фермы шарнирные. Одна опора – подвижный шарнир, другая – неподвижный. Длина пролета плоской рамы: $L = 4na$, где $2a$ – длина горизонтального стержневого элемента конструкции в верхнем и нижнем поясе. Число стержней конструкции, включая стержни, моделирующие опоры – $n_s = 8n + 10$.

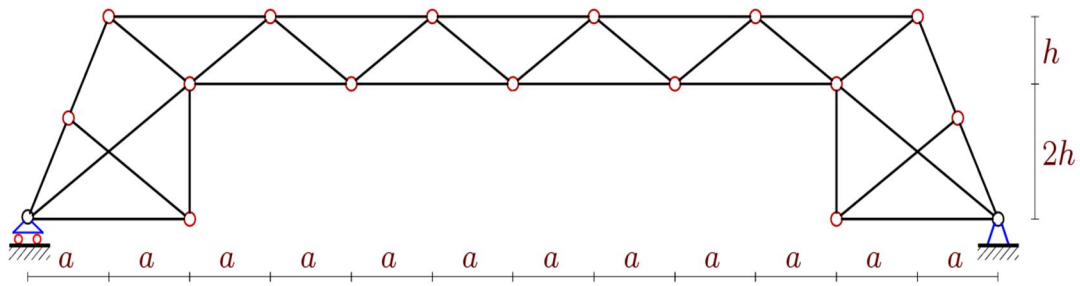


Рис. 1. Схема конструкции плоской рамы при $n = 3$

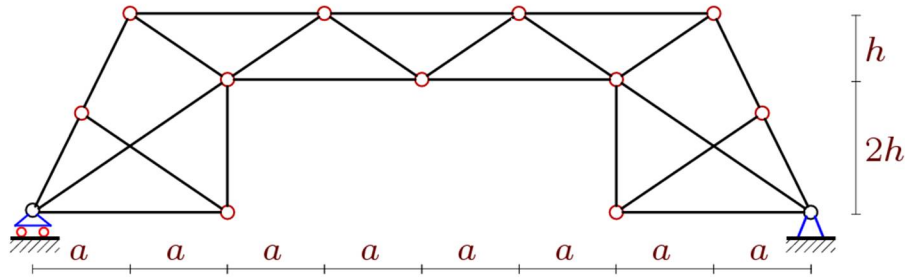


Рис. 2. Схема конструкции плоской рамы при $n = 2$

Сначала нумеруются стержни нижнего пояса, затем – стержни решетки. Начало координат x - y размещается в подвижной опоре. Для этого в следующем фрагменте программы вводятся координаты узлов (рис. 3):

```

k:=4*n+8;           L=4*a*n; #Длина пролета
x[1]:=0;            y[1]:=0;
x[2]:=2*a;          y[2]:=0;
for i to 2*n-1 do
  x[i+2]:=2*i*a;    y[i+2]:=2*h; # Нижний пояс
od;
x[2*n+2]:=L-2*a;    y[2*n+2]:=0; # Нижний пояс
x[2*n+3]:=L;        y[2*n+3]:=0; # Нижний пояс
x[2*n+4]:=a/2;      y[2*n+4]:=3*h/2;
for i to 2*n do
  x[i+2*n+4]:=a*(2*i-a); y[i+2*n+4]:=3*h; # Верхний пояс
od;
x[4*n+5]:=L-a/2;    y[4*n+5]:=3*h/2;
x[k-2]:=0;          y[k-2]:=-2; #Опоры
x[k-1]:=x[3+2*n];  y[k-1]:=-2; #Опоры
x[k]:=x[3+2*n]+2;  y[k]:=0;    #Опоры

```

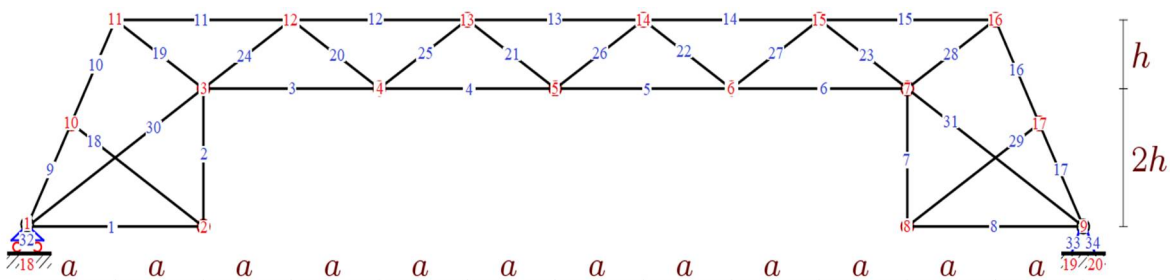


Рис. 3. Схема конструкции плоской рамы с нумерацией узлов и стержней при $n = 3$

С помощью специальных упорядоченных списков $K[i]$ номеров концов соответствующих стержней можно создать схему решетки. На величину усилия или его знака не влияет выбор начала и конца стержня. Фрагмент кода в Maple, формирующий структуру решетки, выглядит следующим образом:

```

for i to 2*n+2 do
  K[i]:= [i,i+1];
end;
K[2*n+3]:= [1,2*n+4];
for i to 2*n+1 do
  K[i+2*n+3]:= [i+2*n+3,i+2*n+4];
end;
K[4*n+5]:= [4*n+5,2*n+3];
K[8*n+6]:= [1,3]; K[8*n+7]:= [2*n+1,2*n+3];
for i to 2*n do
  K[i+4*n+5]:= [i+1,i+2*n+3];
  K[i+6*n+5]:= [i+2,i+2*n+5];
end;

```

Усилия в стержнях и реакции опор. С учетом данных о координатах шарниров и структуры решетки определяются направляющие косинусы усилий. Последние входят в матрицу системы линейных уравнений равновесия узлов. Операторы системы Maple позволяют получить решение системы (силы в стержнях и реакции опор) как в числовой, так и в символьной формах.

С помощью данных численных расчетов была составлена картина распределения усилий в стержне ферм (рис. 4) при $n = 3$, $a = 4$ м, $h = 4$ м. Значения усилий, отнесенных к узловой нагрузке P , округлены до двух значащих цифр. В данном случае стержни синего цвета – это сжатые, красного – растянутые, черного – ненапряженные. Толщины линий стержней пропорциональны их усилиям по модулю. Интересно отметить, что наибольшее растяжение испытывают стержни в центре нижнего пояса, а наибольшее сжатие – в центре верхнего. Примечательно также и то, что некоторые стержни вовсе не испытывают деформаций (в частности, некоторые раскосы и стержни в нижнем поясе фермы).

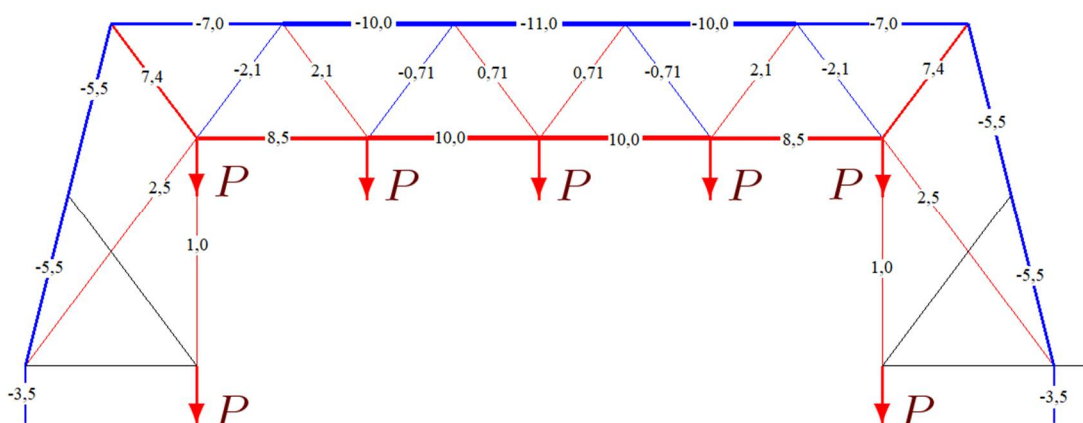


Рис. 4. Усилия в стержнях фермы в случае нагрузки по нижнему поясу

3. Прогиб. При прогибе фермы (рис. 5) происходит вертикальное перемещение нижнего пояса, вычислим его по формуле Максвелла-Мора:

$$\Delta_k = \sum_{i=1}^{n-3} S_i^{(1)} S_i^{(P)} l_i / (EF). \quad (1)$$

где $S_i^{(P)}$ – усилие в стержне j от действия нагрузки, $S_i^{(1)}$ – усилие от единичной вертикальной силы, приложенной к узлу, в котором вычисляется прогиб, E и F – модуль упругости и площадь сечения стержней, l_j – длина стержня.

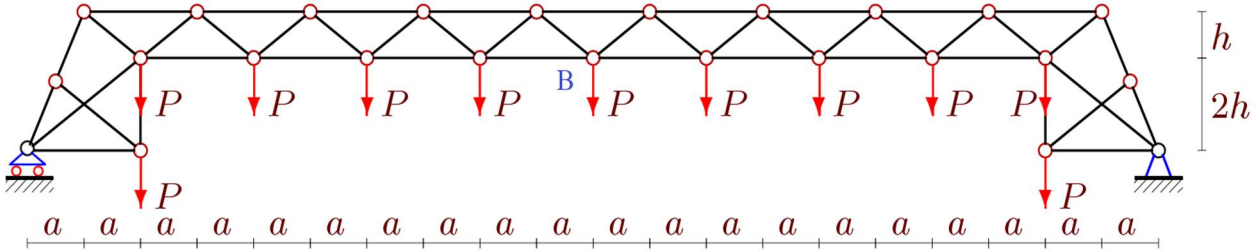


Рис. 5. Действие нагрузки на нижний пояс плоской рамы при $n = 5$

Не входят в сумму формулы (1) усилия трех опорных стержней, так как они условно приняты недеформируемыми. Расчет прогиба плоской рамы (с различным последовательно увеличивающимся количеством панелей n), нижний пояс которой нагружен, дает следующие результаты:

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= P(616a^3 + 63c^3 + 5d^3) / (8h^2 EF), \\ \Delta_3 &= P(2640a^3 + 109c^3 + 7d^3) / (8h^2 EF), \\ \Delta_4 &= P(7720a^3 + 171c^3 + 9d^3) / (8h^2 EF), \\ \Delta_5 &= P(18096a^3 + 249c^3 + 11d^3) / (8h^2 EF), \dots \end{aligned}$$

Применяя операторы системы Maple, вычислим общие члены полученной последовательности коэффициентов при кубах размеров фермы: a^3, c^3, h^3 . Из формулы следует, что зависимость прогиба от числа панелей и размеров конструкции имеет вид:

$$\Delta_k = P(C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 d^3) / (h^2 EF), \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= (10n^4 + 23n^2 - 6n - 9) / 3, \\ C_2 &= (8n^2 + 6n + 19) / 8, \\ C_3 &= (2n + 1) / 8. \end{aligned}$$

Точно так же при нагружении верхнего пояса плоской рамы (рис. 6) получаем коэффициенты в (2):

$$\begin{aligned} C_1 &= (10n^4 + 8n^2 - 6n - 3) / 3, \\ C_2 &= (16n^2 + 12n + 3) / 16, \\ C_3 &= (2n + 1) / 8. \end{aligned}$$

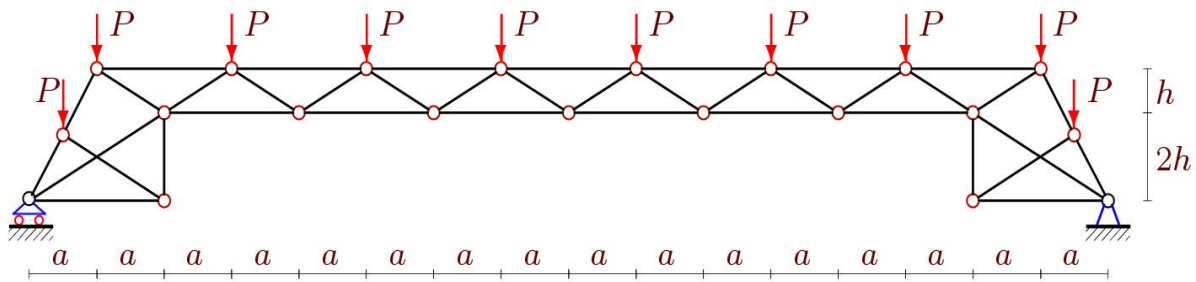


Рис. 6. Действие нагрузки на верхний пояс плоской рамы при $n = 4$

Когда узловая нагрузка сосредоточена в середине пролета (рис. 7), то коэффициенты в (2) имеют вид:

$$C_1 = (8n^3 + n - 3)/3,$$

$$C_2 = (8n + 3)/8,$$

$$C_3 = 1/8.$$

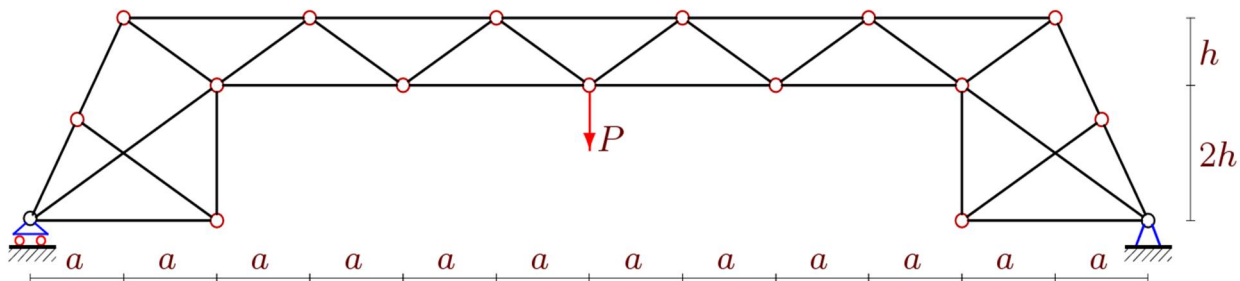


Рис. 7. Действие сосредоточенной узловой нагрузки в пролете плоской рамы при $n = 3$

4. Численный пример. На рис. 8 полученное решение для безразмерного прогиба в случае распределенной нагрузки по нижнему поясу представлено в зависимости от числа панелей для $\Delta' = \Delta_k EF / (P_{sum} L)$, где фиксирована суммарная нагрузка $P_{sum} = P(2n + 1)$ и длина пролета $L = 4an = 32$ м (рис. 8).

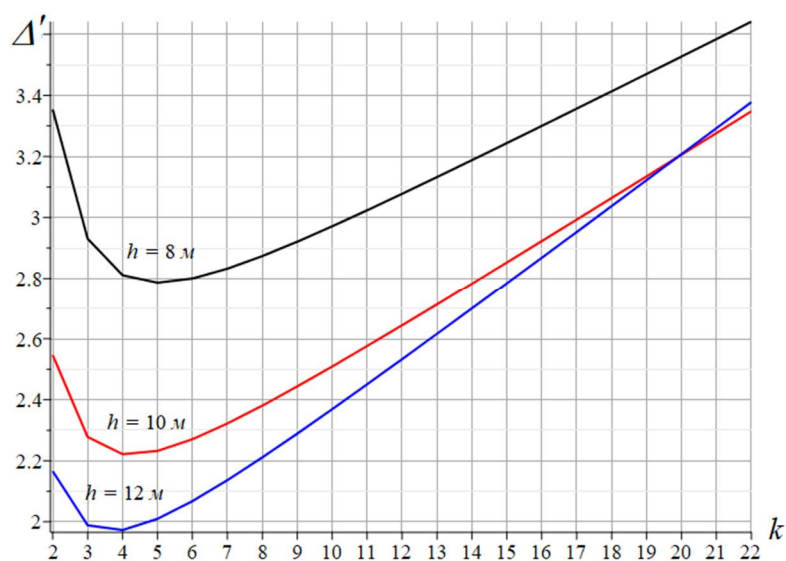


Рис. 8. Безразмерный прогиб фермы в зависимости от числа панелей

В частности интересно отметить, что для небольшого числа k зависимость прогиба от числа панелей при разных высотах h предсказуема: чем меньше высота, тем больше прогиб. Однако при высотах $h = 10$ м, $h = 12$ м и $k = 20$ значение безразмерного прогиба одинаково, что может быть использовано для проектирования рамы рациональной формы.

Кривые имеют асимптотики, значения углов наклона которых можно вычислить с помощью оператора limit системы символьной математики:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \Delta' / n = h / (2L).$$

4. Смещение подвижной опоры. Благодаря вертикальным нагрузкам подвижная опора перемещается по горизонтали. На основе уже существующего алгоритма можно вычислить величину этого смещения и оценить его. По формуле Максвелла-Мора (1):

$$\delta_2 = 10P(13a^3 + 30c^3 + 2d^3) / (ahEF),$$

$$\delta_3 = 4P(102a^3 + 105c^3 + 7d^3) / (ahEF),$$

$$\delta_4 = 2P(463a^3 + 270c^3 + 18d^3) / (ahEF),$$

$$\delta_5 = 4P(441a^3 + 165c^3 + 11d^3) / (ahEF), \dots$$

Применяя операторы системы компьютерной математики, вычислим общие члены полученной последовательности коэффициентов при степенях a^3 , c^3 , h^3 . В результате итоговая формула зависимости смещения опоры от воздействия нагрузки по нижнему поясу плоской рамы:

$$\delta_k = P(A_1 a^3 + A_2 c^3 + A_3 d^3) / (ahEF),$$

где

$$A_1 = 2(20n^3 + 37n - 39) / 3,$$

$$A_2 = 60(2n + 1),$$

$$A_3 = 4(2n + 1).$$

Заключение. Рассмотрена новая модель внешне статически определяемой фермы рамного типа. Получены аналитические зависимости величины прогиба середины пролета и горизонтального смещения подвижной опоры для произвольного числа панелей в конструкции. Полиномы, которые входят в решение, имеют четвертый порядок по количеству панелей. С помощью формулы деформаций и усилий в характерных стержнях можно проверить численные решения и использовать их как в задачах оптимизации, так и для предварительной оценки проектируемого сооружения.

Библиографический список

1. Goloskokov D. P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages // 2015 International Conference on "Stability and Control Processes" in Memory of V. I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. Pp. 382 — 385. doi: 10.1109/SCP.2015.7342169.
2. Matrosov A. V. Computational Peculiarities of the Method of Initial Functions // Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2019. 11619 LNCS. Pp. 37 — 51. doi: 10.1007/978-3-030-24289-3_4.
3. Kirsanov M. N. Analytical calculation of deflection of a planar truss with a triple lattice // Magazine of Civil Engineering. 2021. No. 02. Pp. 10211 doi: 10.34910/MCE.102.11

4. Kirsanov M. N., Shirokov A. The lower limit of the first frequency of natural vibrations externally statically indeterminate truss: analytical solution // E3S Web of Conferences. — EDP Sciences, 2021. Vol. 264. Pp. 02034. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402034>
5. Kirsanov M. N. Dependence of the two-span truss bridge vibration frequency on the number of panels // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 97 Article No 9703. doi: 10.4123/CUBS.97.3
6. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids — The hunt for statically determinate periodic trusses // ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005. 85(9). Pp. 607 — 617. doi: 10.1002/zamm.200410208.
7. Kirsanov M. N. Planar Trusses: Schemes and Formulas // Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2019. 206 p.
8. Kirsanov M. N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas // Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020. 178 p.
9. Komerzan E. V., Sviridenko O.V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels // Строительная механика и конструкции. 2021. No. 2 (29). Pp. 29 — 37.
10. Ovsyannikova V. M. Dependence of deformations of a trapezoidal beam truss on the number of panels // Строительная механика и конструкции. 2020. No. 3 (26). Pp.13 — 20.
11. Kirsanov M. N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2020. 96(4). Pp. 110 — 117. doi: 10.18720/MCE.96.9
12. Kirsanov M. N., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
13. Kirsanov M. N. Model and Analytical Calculation of a Spatial Truss // Lecture Notes in Civil Engineering, 2021. 150 LNCE. 496–503. doi: 10.1007/978-3-030-72404-7_48
14. Kirsanov M. N. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution // Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 95 Article No 9501. doi: 10.4123/CUBS.95.1
15. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss // AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
16. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4
17. Kirsanov M. N. Deformations of a Triangular Trussed Rafter With an Arbitrary Number of Panels: An Analytical Solution // AlfaBuild. 2021. 19 Article No 1903. doi: 10.34910/ALF.19.3
18. Kirsanov M. N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels // Magazine of Civil Engineering. 2018. № 5(81). Pp. 174–182. doi: 10.18720/MCE.81.17.
19. Кирсанов М.Н., Воробьев О.В. Аналитический расчет деформаций и кинематический анализ плоской фермы с произвольным числом панелей // Научный журнал строительства и архитектуры. 2021. № 3 (63). С. 113-122. DOI: 10.36622/VSTU.2021.63.3.011
20. Бука-Вайваде К., Кирсанов М.Н., Сердюк Д.О. Calculation of deformations of a cantileverframe planar truss model with an arbitrary number of panels // Вестник МГСУ. 2020. Т. 15. Вып. 4. С. 510–517. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.4.510-517
21. Kirsanov M. N. Model of a spatial dome cover. Deformations and oscillation frequency. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. № 9904(99). doi: 10.4123/CUBS.99.4.
22. Kirsanov M. N., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System // TransSiberia 2021: International Scientific Siberian

Transport Forum TransSiberia - 2021. 2022. (403). Pp. 1196–1203. doi: 10.1007/978-3-030-96383-5_133.

23. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss // Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Volume 91. Article No 9104. DOI: 10.18720/CUBS.91.4

References

1. Goloskokov D. P., Matrosov A. V. Comparison of two analytical approaches to the analysis of grillages. 2015 International Conference on “Stability and Control Processes” in Memory of V.I. Zubov, SCP 2015. Proceedings. 2015. Pp. 382–385. doi: 10.1109/SCP.2015.7342169.
2. Matrosov A. V. Computational Peculiarities of the Method of Initial Functions. Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics). 2019. 11619 LNCS. Pp. 37 — 51. doi: 10.1007/978-3-030-24289-3_4.
3. Kirsanov M. N. Analytical calculation of deflection of a planar truss with a triple lattice. Magazine of Civil Engineering. 2021. No. 02. Pp. 10211 doi: 10.34910/MCE.102.11
4. Kirsanov M. N., Shirokov A. The lower limit of the first frequency of natural vibrations externally statically indeterminate truss: analytical solution. E3S Web of Conferences. — EDP Sciences, 2021. Vol. 264. Pp. 02034. <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202126402034>
5. Kirsanov M. N. Dependence of the two-span truss bridge vibration frequency on the number of panels. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 97 Article No 9703. doi: 10.4123/CUBS.97.3
6. Hutchinson R. G., Fleck N. A. Microarchitected cellular solids — The hunt for statically determinate periodic trusses. ZAMM Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. 2005. 85(9). Pp. 607 — 617. doi: 10.1002/zamm.200410208.
7. Kirsanov M. N. Planar Trusses: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2019. 206 p.
8. Kirsanov M. N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing Lady Stephenson Library. Newcastle upon Tyne, GB, 2020. 178 p.
9. Komerzan E. V., Sviridenko O. V. Analytical calculation of the deflection of a flat externally statically indeterminate truss with an arbitrary number of panels. Stroitel'naya mekhanika i konstrukt'sii. 2021. No. 2 (29). Pp. 29 — 37.
10. Ovsyannikova V. M. Dependence of deformations of a trapezoidal beam truss on the number of panels. Stroitel'naya mekhanika i konstrukt'sii. 2020. No. 3 (26). Pp.13-20.
11. Kirsanov M. N. Analytical dependence of the deflection of the spatial truss on the number of panels. Magazine of Civil Engineering. 2020. 96(4). Pp. 110 — 117. doi: 10.18720/MCE.96.9
12. Kirsanov M. N., Khromatov V. Deformation of the transmission towers: analytical solution. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 96 Article No 9602. doi: 10.4123/CUBS.96.2
13. Kirsanov M. N. Model and Analytical Calculation of a Spatial Truss. Lecture Notes in Civil Engineering, 2021. 150 LNCE. 496 — 503. doi: 10.1007/978-3-030-72404-7_48
14. Kirsanov M. N. Deformations of the Rod Pyramid: An Analytical Solution. Construction of Unique Buildings and Structures. 2021. 95 Article No 9501. doi: 10.4123/CUBS.95.1
15. Petrenko V. The natural frequency of a two-span truss. AlfaBuild. 2021. 20 Article No 2001. doi: 10.34910/ALF.20.1
16. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 doi: 10.18720/CUBS.92.4

17. Kirsanov M. N. Deformations of a Triangular Trussed Rafter With an Arbitrary Number of Panels: An Analytical Solution. AlfaBuild. 2021. 19 Article No 1903. doi: 10.34910/ALF.19.3
18. Kirsanov M. N. Installation diagram of the lattice truss with an arbitrary number of panels. Magazine of Civil Engineering. 2018. № 5(81). Pp. 174 — 182. doi: 10.18720/MCE.81.17.
19. Kirsanov M.N., Vorobev O.V. Analytical calculation of deformations and kinematic analysis of a planar truss with an arbitrary number of panels. Scientific Journal of Construction and Architecture. 2021. No. 3 (63). Pp. 113-122. DOI: 10.36622/VSTU.2021.63.3.011
20. Buka-Vaivade K., Kirsanov M.N., Serdjuks D.O. Calculation of deformations of a cantilever-frame planar truss model with an arbitrary number of panels. Vestnik MGSU. 2020; 15(4):510-517.
21. Kirsanov M. N. Model of a spatial dome cover. Deformations and oscillation frequency. Construction of Unique Buildings and Structures. 2022. № 9904(99). doi: 10.4123/CUBS.99.4.
22. Kirsanov M. N., Buka-Vaivade K., Shirokov A. Models of Spatial and Planar Light Bar Structures in the Maple System. TransSiberia 2021: International Scientific Siberian Transport Forum TransSiberia — 2021. 2022. (403). Pp. 1196–1203. doi: 10.1007/978-3-030-96383-5_133.
23. Kirsanov M. The Stress-Strain State of a Rectangular Covering Spatial Truss. Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Volume 91 Article No 9104. DOI: 10.18720/CUBS.91.4

FORMULAS FOR CALCULATING DEFORMATIONS OF A PLANAR FRAME

A. D. Ivanitskii

National Research University «MPEI»
Moscow, Russia

Student of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(922)653-66-96;
e-mail: artem.ivanitskii@outlook.com

A scheme of a planar statically definable planar truss with rectilinear upper and lower belts is proposed. The truss is attached by two supports: one movable, the other fixed. The dependences of the deflection of the truss on the number of panels and load options (loading along the upper and lower belts; concentrated nodal load in the middle of the span) are analyzed. Based on calculations in symbolic form, formulas for the forces in the most stretched or compressed rods are obtained. For example, the distribution of forces on the rods of the structure is given. In order to obtain an analytical solution of the deflection of the structure and the change of its movable support, a method of generalization of partial solutions for the case of an arbitrary number of panels is used. The deflection is calculated according to the Maxwell–Mohr formula. The construction of a system of node equilibrium equations and the transformation of the results are performed in the Maple computer mathematics system.

Keywords: truss, deflection, support shift, Maxwell – Mohr formula, induction, number of panels, Maple

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ОБЪЕМНО-БЛОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ СТАДИЙНОСТИ ВОЗВЕДЕНИЯ

А. С. Саражинский¹, С. В. Ефрюшин²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹ Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(904)211-40-22, e-mail: sarazhinskijandrew@gmail.com

² Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)341-52-66,
e-mail: ooo.stroynauka@mail.ru

Исследование выполнено на примере 17-ти этажного жилого дома с техническим подпольем и чердаком. Сравнение результатов определения усилий и армирования объемно-блочных конструкций нулевого цикла на упругом основании двух методов расчета - с учётом изменения расчётной схемы здания на этапах его возведения и без учета этапов его возведения - является целью исследования. Выполнены анализ усилий объемно-блочных конструкций и подбор армирования.

Приводятся рекомендации и практические выводы по расчету объемно-блочных конструктивных систем на упругом основании с учётом изменения расчётной схемы здания на этапах его возведения. Опыт проделанных расчётов может быть использован при проектировании объемно-блочных зданий.

Ключевые слова: объемно-блочное домостроение, монтаж, нелинейный расчет, напряженно-деформированное состояние.

Метод расчета с использованием моделирования процесса возведения здания является малоизученным методом, поэтому исследование напряженно-деформированного состояния (НДС) конструкций данным методом имеет свою актуальность [1]. Сравнение результатов определения усилий и армирования конструкций нулевого цикла объемно-блочного домостроения на упругом основании двух методов расчета: с учётом изменения расчётной схемы здания на этапах его возведения и без учета этапов его возведения является целью исследования. Для исследования был взят 17-ти этажный жилой дом с техническим подпольем и техническим чердаком (рис. 1). Указанный объект по конструктивной схеме относится к блочно-панельной системе, состоящей из объемных блоков типа «колпак» производства ООО «Выбор-ОБД» (рис. 2), призматической оболочки, имеющей пять граней (четыре стены и потолок), и панелей плит перекрытия.

При разработке расчетной модели объемно-блочных конструктивных систем за основу приняты устоявшиеся инженерные практики расчета крупнопанельных зданий [2], [3], [4].

Нагрузки, действующие на здание - постоянные нагрузки, временные нагрузки, снеговая нагрузка, ветровая нагрузка (с учетом пульсационной составляющей). Сбор нагрузок выполнялся согласно СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия» [5].

Расчетная модель здания формировалась в программном комплексе Лира-САПР 2018 в следующем порядке:

- создание аналитической модели здания (см. рис. 3, 4) и сбор нагрузок;
- назначение типов конечных элементов (КЭ) несущим конструкциям: фундаментная плита, стены, плиты - КЭ оболочки (КЭ 42, КЭ 44); растворный шов (платформенный стык) - специальные конечные элементы платформенного стыка (КЭ 58, КЭ 59) [9]; стальные сварные связи на закладных деталях - упругие связи (КЭ 55);
- назначение материалов и жесткостей [7], [8], [9];
- назначение связей (коэффициенты постели C_1 , C_2);
- составление расчетных сочетаний нагрузок и расчетных сочетаний усилий.

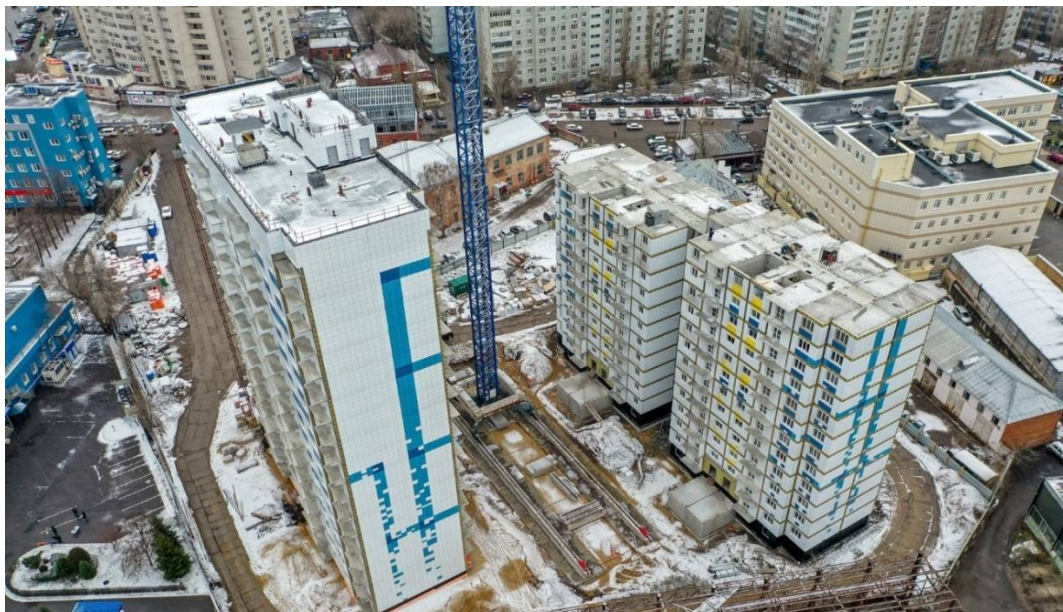


Рис. 1. Объемно-блочный жилой дом



Рис. 2. Конструкция объемного блока «Выбор-ОБД»



Рис. 3. Фрагмент аналитической модели жилого дома



Рис. 4. Аналитическая модель жилого дома

Для проведения численных исследований с учётом изменения расчётной модели в процессе возведения здания использовалась система МОНТАЖ-плюс [6] программного комплекса Лира-САПР 2018.

Смоделирован процесс возведения здания [10], состоящий из 20 стадий:

- возведение конструкций нулевого цикла (стадия 1);
- возведение конструкций жилых этажей с 1-о по 17-й этаж (стадии 2-18);
- возведение конструкций технического чердака (стадия 19);
- возведение конструкций машинного помещения и выхода на кровлю (стадия 20);
- прикладывание нагрузок от постоянной нагрузки, кратковременной нагрузки, снеговой нагрузки, ветровой нагрузки.

Назначение связей выполнено с помощью переменных по площади фундаментной плиты коэффициентов постели. Принята двухпараметрическая модель упругого основания Пастернака, определение коэффициентов постели C_1 и C_2 выполнялось с использованием системы Лира-ГРУНТ [6].

Основанием плитного фундамента служит песок средней крупности, средней плотности, малой степени водонасыщения.

Нормативные значения механических характеристик: удельное сцепление: $C_n=2$ кПа, угол внутреннего трения: $\varphi_n=35^\circ$, модуль деформации: $E=26$ МПа.

Значения коэффициентов постели:

$C_1=4350-5930$ кН/м³ (рис. 5);

$C_2=287000-392000$ кН/м (рис. 6).

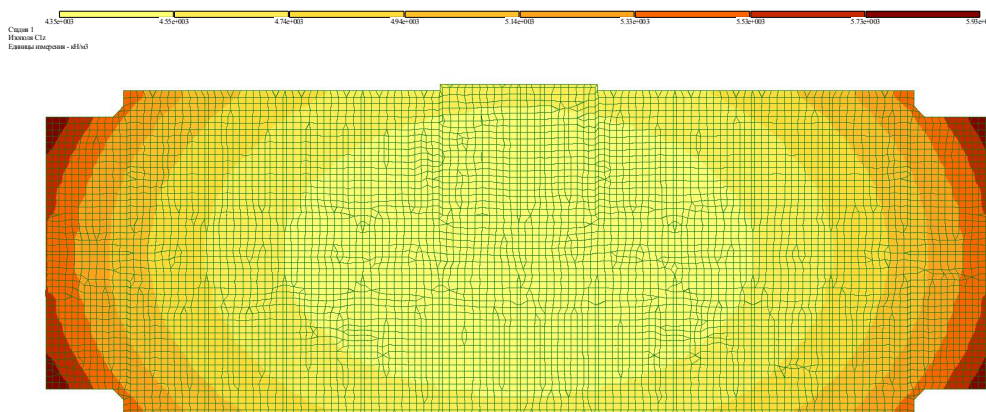


Рис. 5. Коэффициент постели C_1

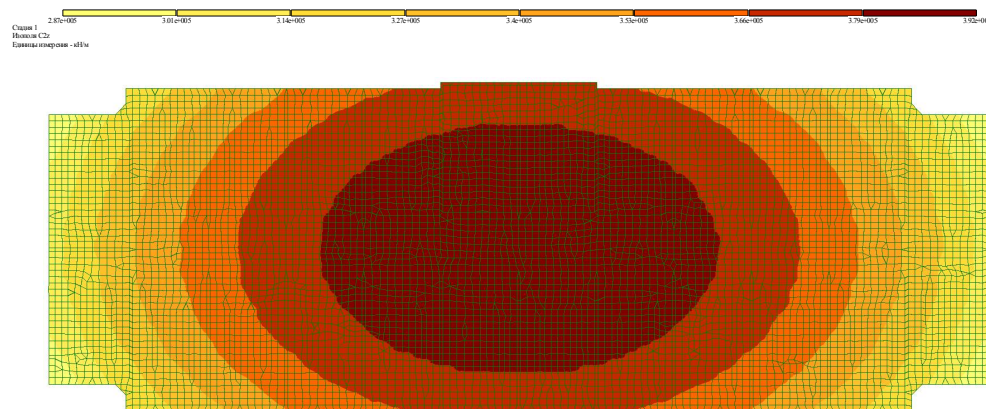


Рис. 6. Коэффициент постели C_2

Анализ результатов определения усилий и армирования фундаментной плиты

Давление на фундаментную плиту R_z : численно не имеют существенных различий (таблица, различие меньше 1%). Области распределения вертикального давления R_z по площади фундаментной плиты двух методов расчета представляют схожую картину.

Перемещение по Z (осадка): наблюдается перераспределение областей осадки фундаментной плиты. В методе расчета без учета этапов возведения наблюдается скачкообразное распределение осадки по площади фундаментной плиты с эффектом выпучивания. Численно не имеют существенных различий (таблица, различие меньше 1%). Изополю перемещений по Z показаны на рис. 7.

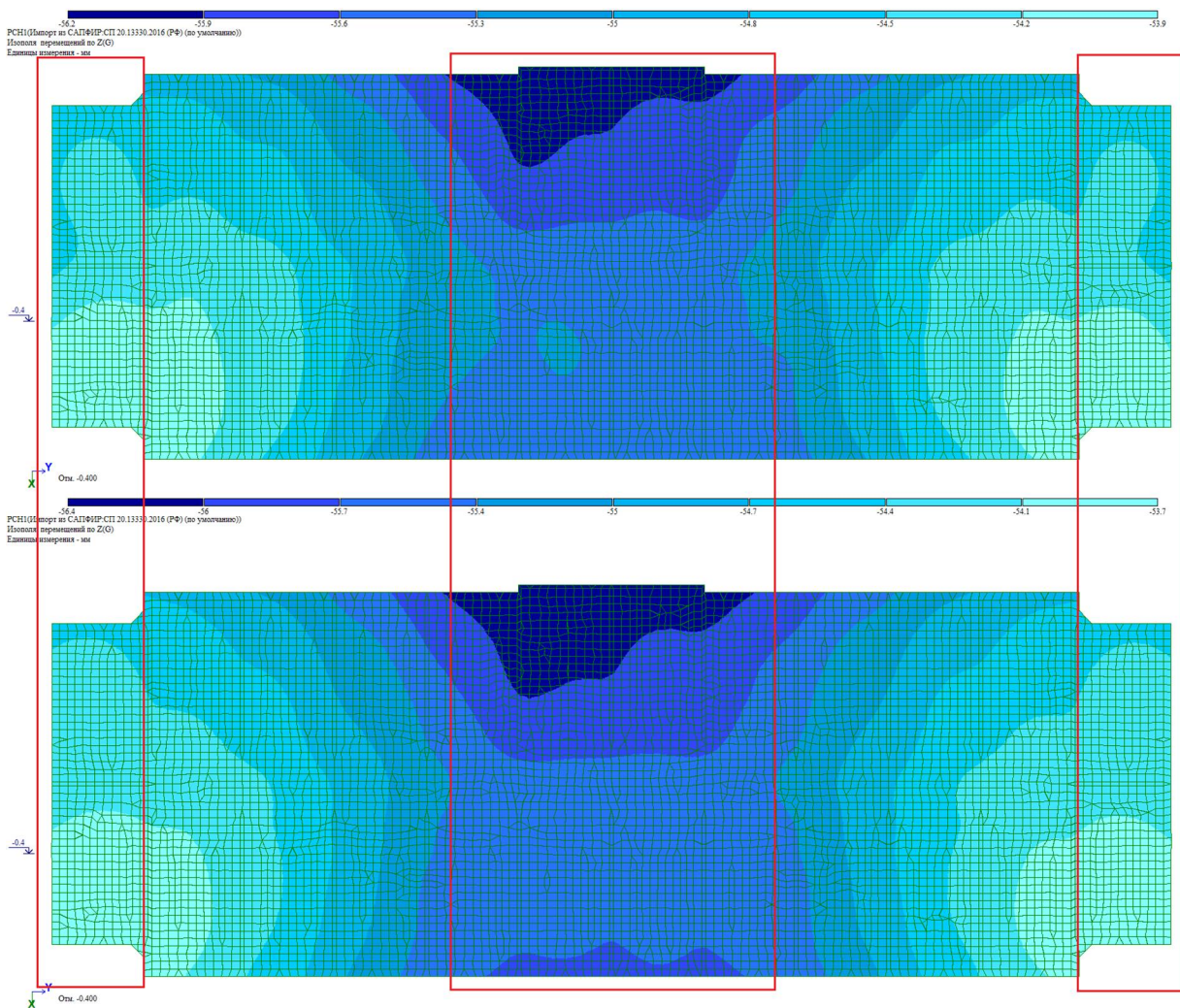


Рис. 7. Перемещение по Z . Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Изгибающий момент M_x : по площади фундаментной плиты наблюдается перераспределение областей изгибающего момента. Замечено увеличение областей максимальных значений изгибающего момента M_x в середине фундаментной плиты (указаны черной рамкой на рис. 8) и уменьшение областей максимальных значений изгибающего момента M_x по краям фундаментной плиты (указаны красной рамкой на рис. 8) в расчете с учетом этапов возведения здания. Численно не имеют существенных различий (таблица, различие 3.26%).

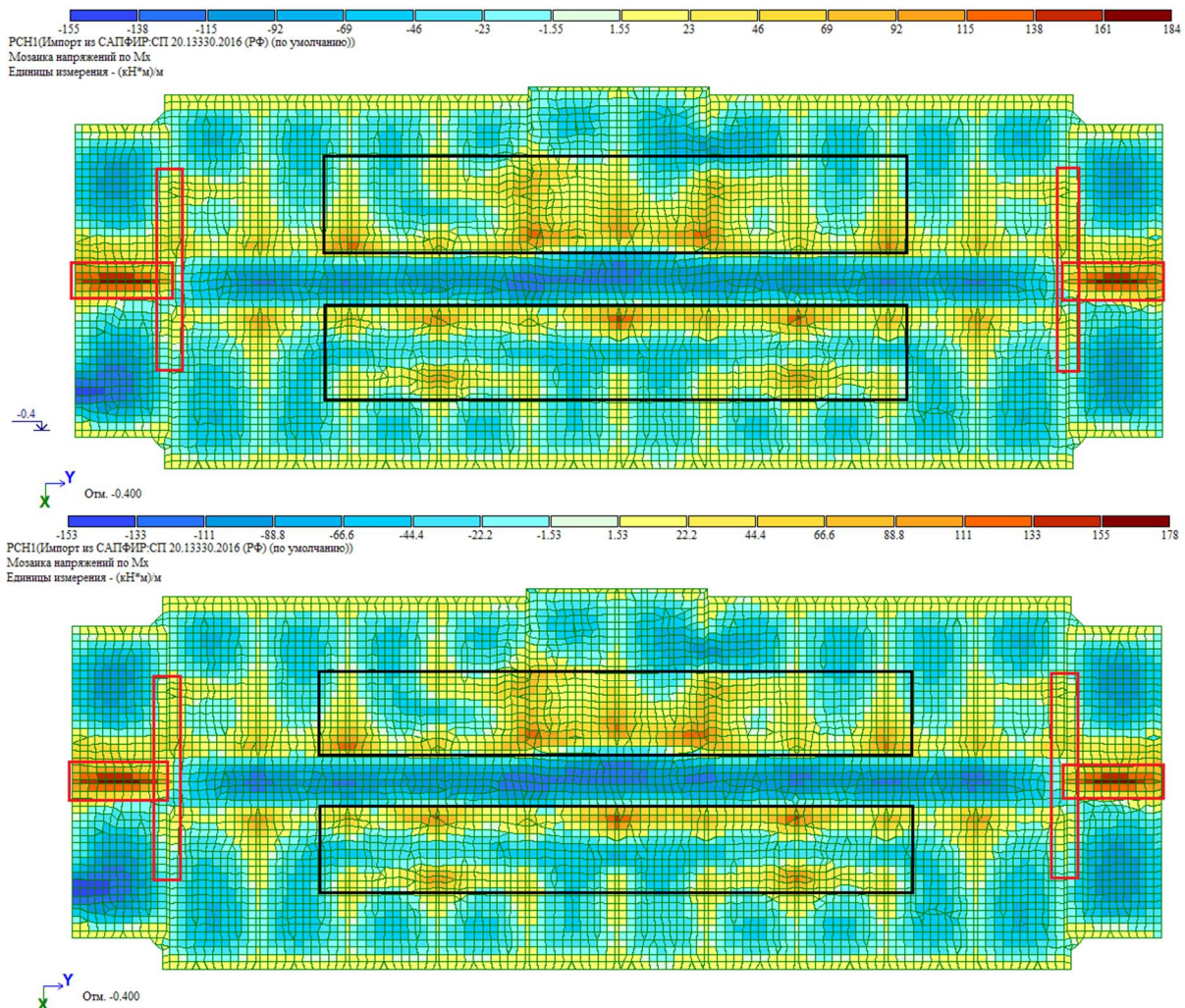
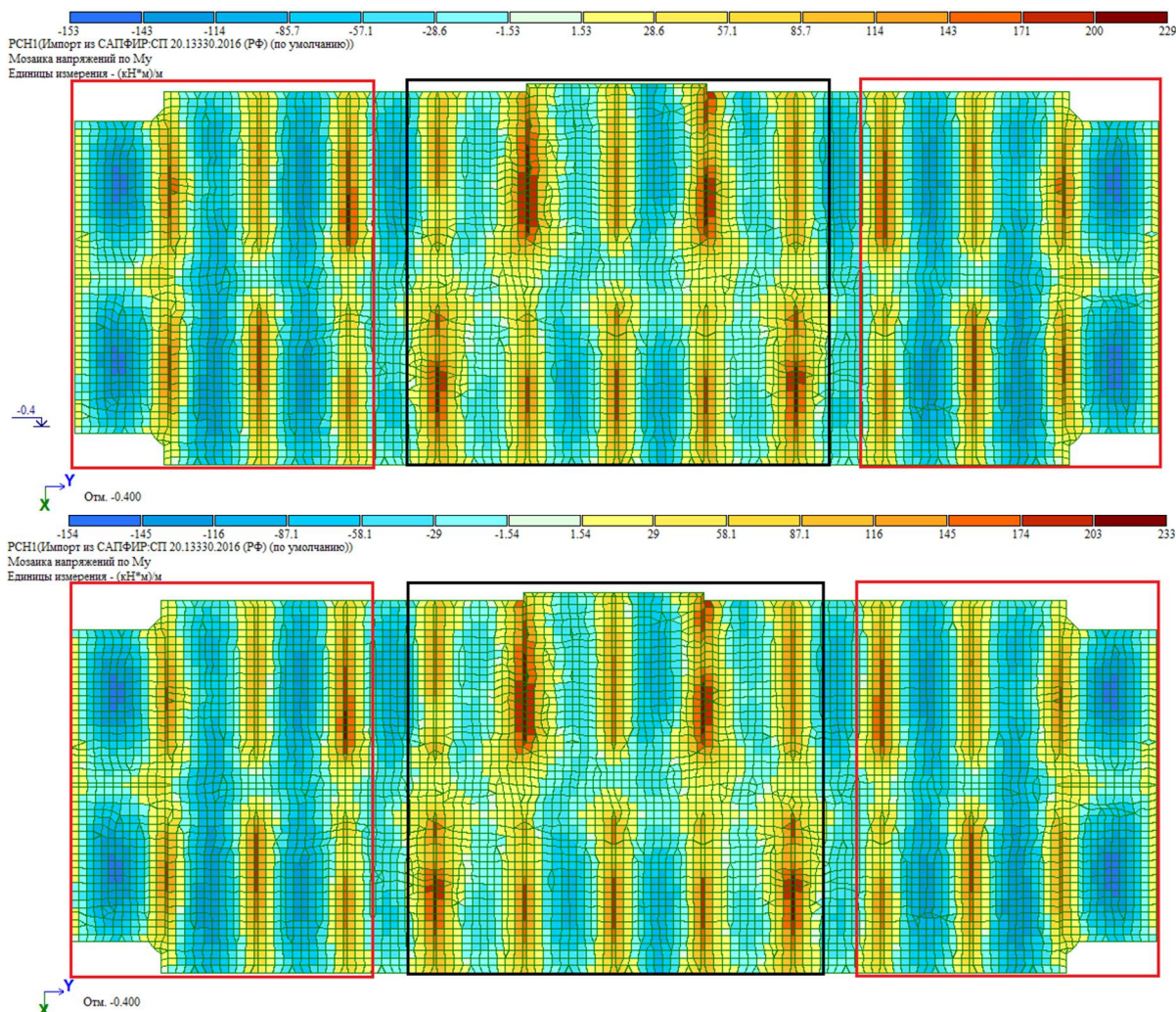


Рис. 8. Изгибающий момент M_x . Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Изгибающий момент M_y : по площади фундаментной плиты наблюдается перераспределение областей изгибающего момента. Замечено увеличение областей максимальных значений изгибающего момента M_y в середине фундаментной плиты (указаны черной рамкой на рис. 9) и уменьшение областей максимальных значений изгибающего момента M_y по краям фундаментной плиты (указаны красной рамкой на рис. 9) в расчете с учетом этапов возведения здания. Численно не имеют существенных различий (таблица, различие 1.75%).



Армирование: мозаики армирования подтверждают перераспределение по площади фундаментной плиты областей изгибающих моментов. Верхнее армирование практически не имеет различий, поэтому на рис. 10 и рис. 11 указаны мозаики нижнего армирования. По требуемой по расчету арматуре не имеют различий ввиду определенного сортамента диаметров арматуры (таблица).

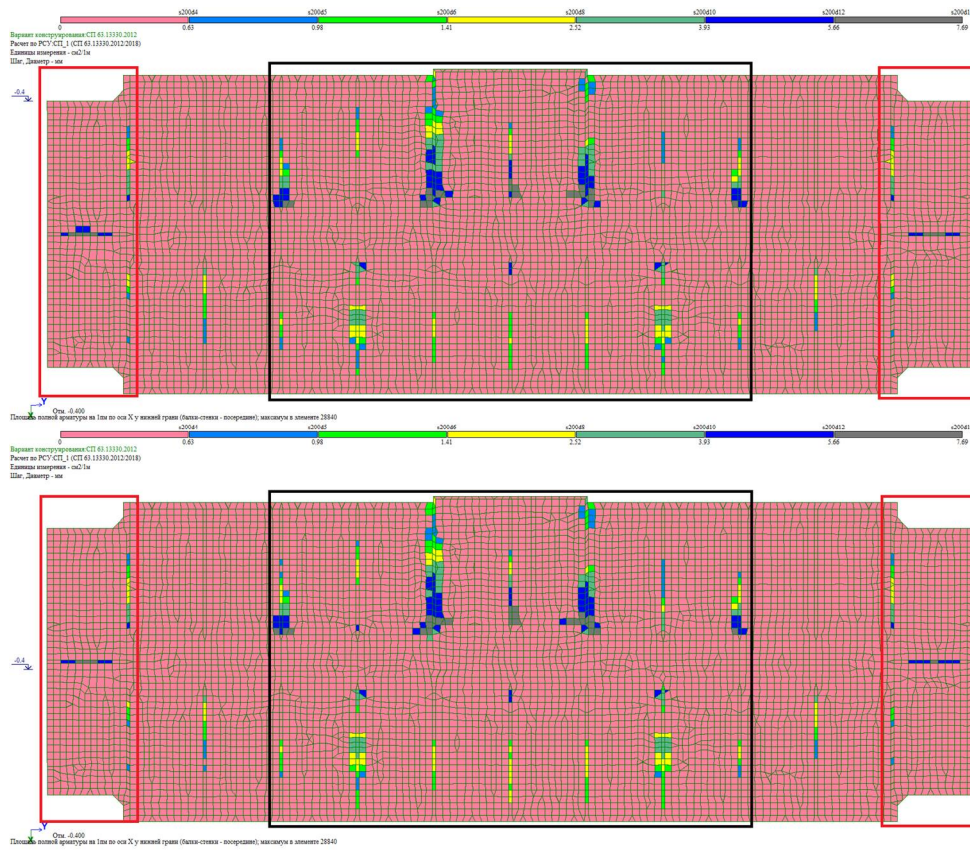


Рис. 10. Площадь арматуры по оси X у нижней грани. Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

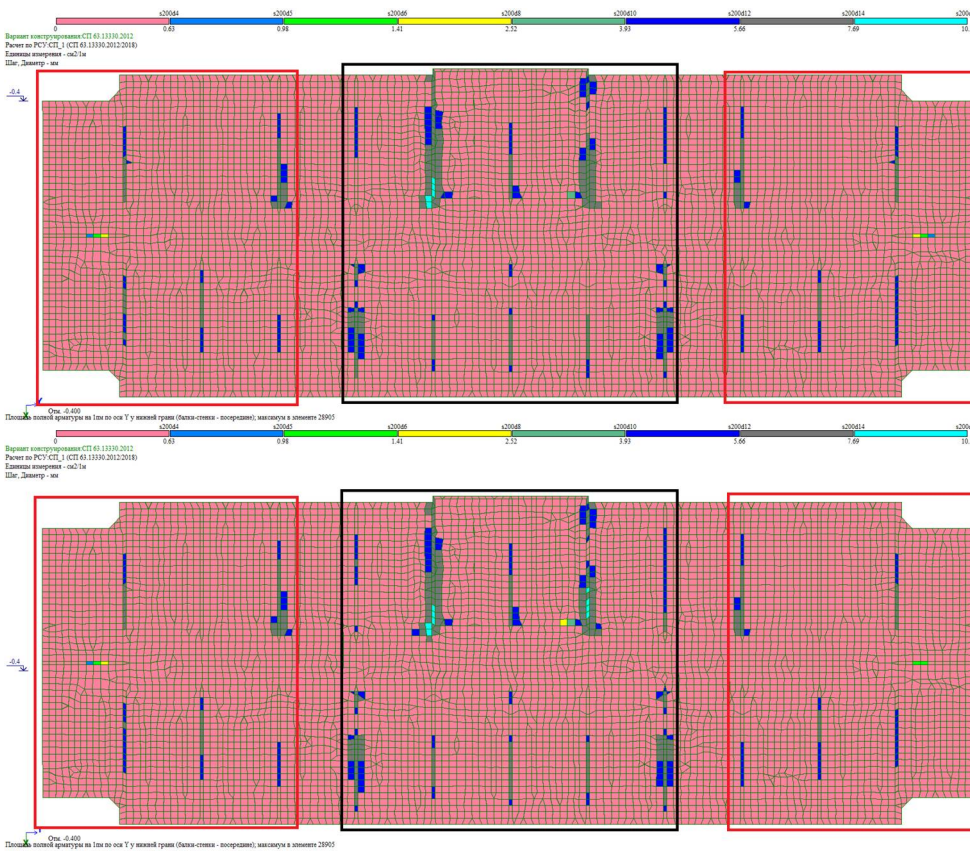


Рис. 11. Площадь арматуры по оси Y у нижней грани. Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Анализ результатов определения усилий и армирования стен технического подполья

Напряжения в платформенном стыке N_y : численно не имеют существенных различий (таблица, различие 2.76%). Мозаики напряжений в платформенном стыке N_y двух методов расчета представляют схожую картину.

Продольное усилие N_x : численно не имеют существенных различий (таблица, различие 1.05%). Мозаики продольного усилия N_x в стенах технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Изгибающий момент M_x : численно не имеют существенных различий (таблица, различие меньше 1%). Мозаики изгибающего момента M_x в стенах технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Продольное усилие N_y : численно не имеют существенных различий (таблица, различие 2.25%). Мозаики продольного усилия N_y в стенах технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Изгибающий момент M_y : численно не имеют существенных различий (таблица, различие меньше 1%). Мозаики изгибающего момента M_y в стенах технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Армирование: мозаики армирования в стенах технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину. По требуемой по расчету арматуре не имеют различий ввиду определенного сортамента диаметров арматуры (таблица).

Анализ результатов определения усилий и армирования плит перекрытия технического подполья

Продольное усилие N_x : численно имеют различие 15.67% (таблица). Мозаики продольного усилия N_x в плитах перекрытия технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Изгибающий момент M_x : по площади плит перекрытия наблюдается перераспределение областей изгибающего момента. Наблюдается увеличение областей максимальных значений изгибающего момента M_x в расчете с учетом этапов возведения здания (указаны красной рамкой на рис. 12). Численно не имеют существенных различий (таблица, различие меньше 1%).

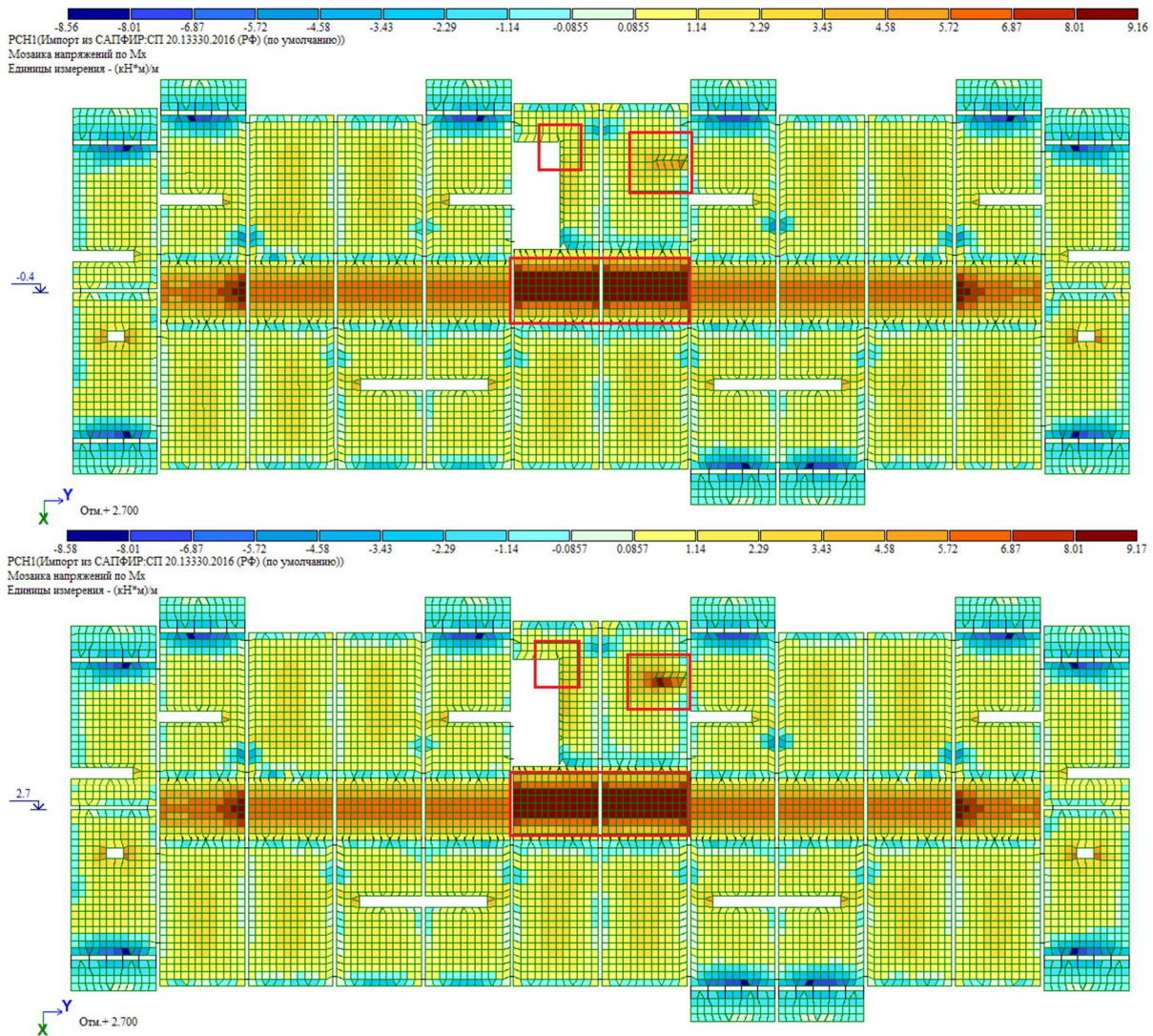


Рис. 12. Изгибающий момент M_x . Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Продольное усилие N_y : численно не имеют существенных различий (таблица, различие 4.35%). Мозаики продольного усилия N_y в плитах перекрытия технического подполья двух методов расчета представляют схожую картину.

Изгибающий момент M_y : по площади плит перекрытия произошло перераспределение областей изгибающего момента. Наблюдается увеличение областей максимальных значений изгибающего момента M_y в расчете с учетом этапов возведения здания (указаны красной рамкой на рис. 13). Численно не имеют существенных различий (таблица, различие 3.7%).

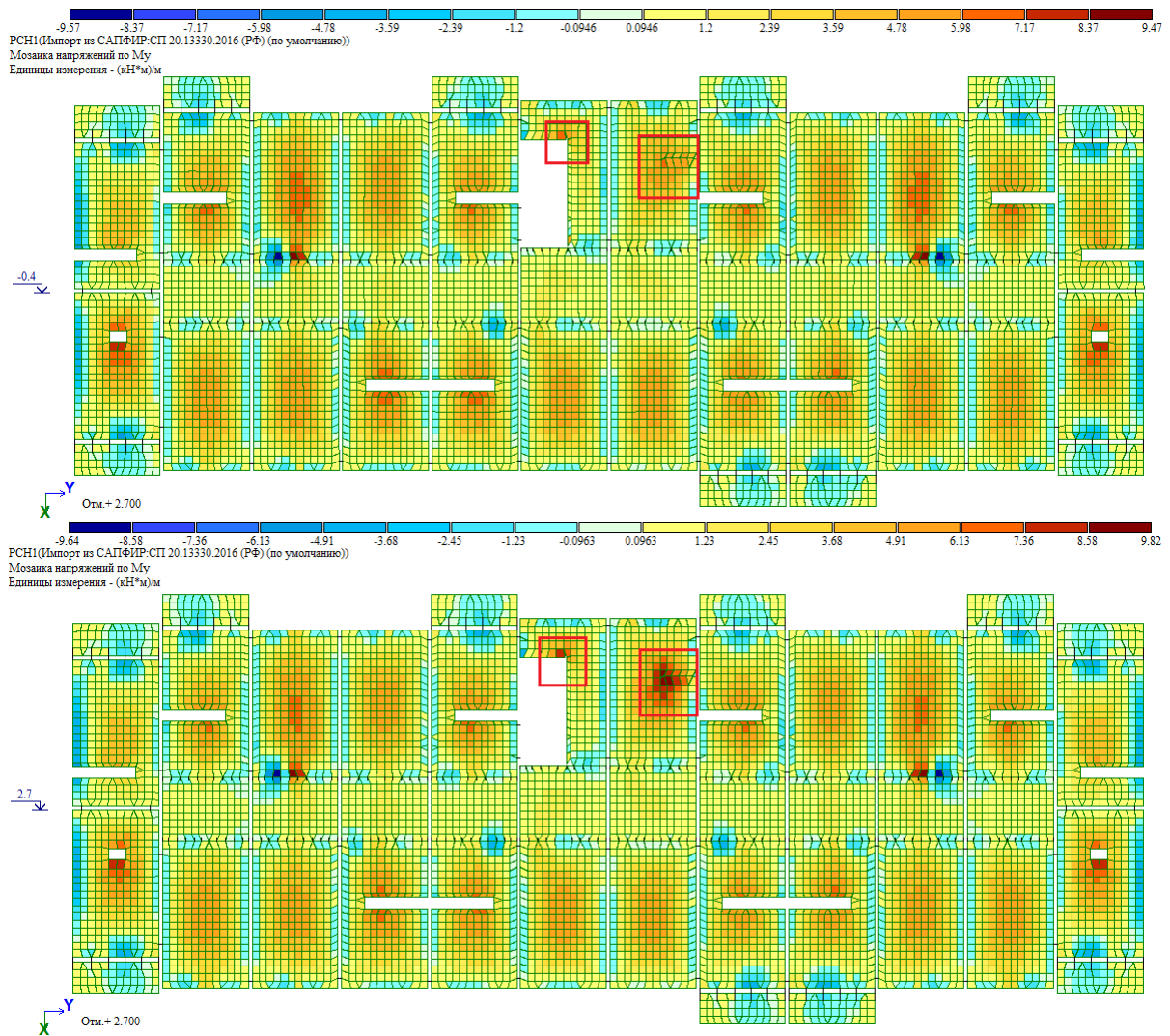


Рис. 13. Изгибающий момент M_y . Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Армирование: мозаики армирования подтверждают перераспределение по площади плит перекрытия областей изгибающих моментов. Верхнее армирование практически не имеет различий, поэтому на рис. 14 и рис. 15 указаны мозаики нижнего армирования. По требуемой по расчету арматуре не имеют различий ввиду определенного сортамента диаметров арматуры (таблица).

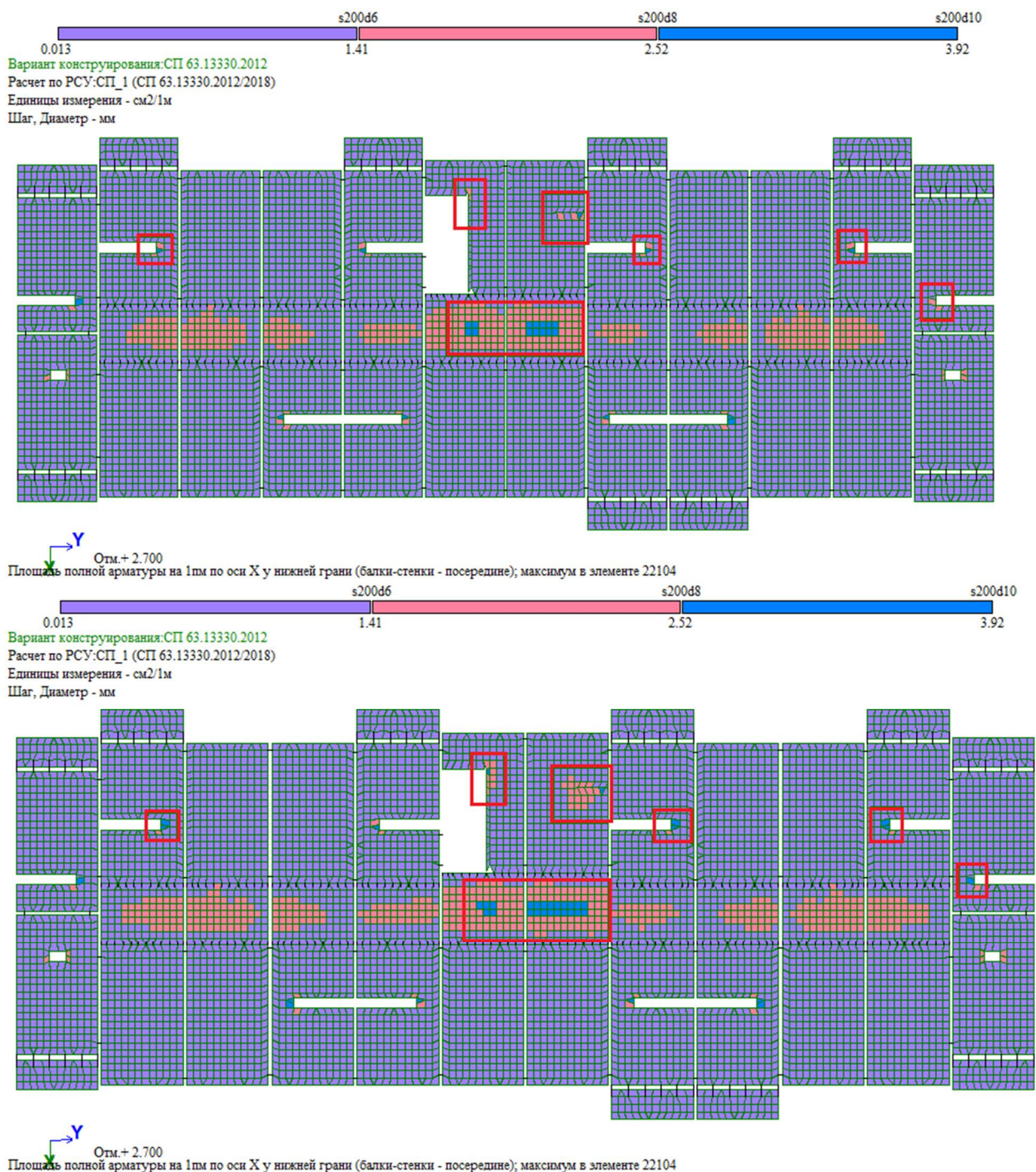


Рис. 14. Нижнее армирование по X. Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

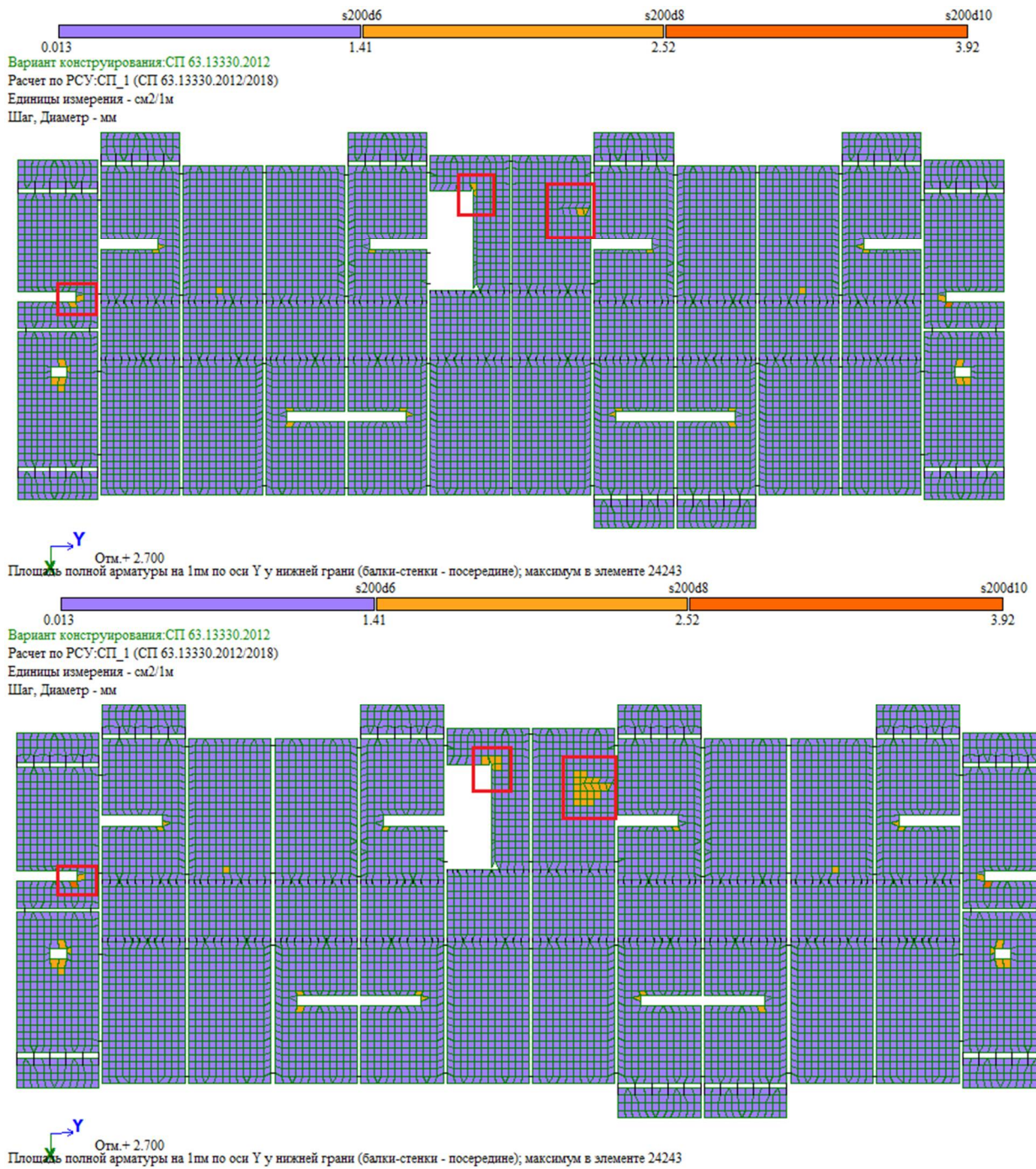


Рис. 15. Нижнее армирование по Y. Верхнее изображение – без учета этапов возведения здания, нижнее – с учетом этапов возведения здания

Сравнение результатов расчета конструкций нулевого цикла объемно-блочного домостроения

Наименование параметра НДС	С учетом этапов возведения здания		"Традиционный" метод расчета		%	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
Фундаментная плита						
Rz (кН/м ²)	-323	-241	-324	-241	0,31	0,00
Осадка Z (мм)	-56,4	-53,7	-56,2	-53,9	0,36	0,37
Mx (кНм/1м)	-153	178	-155	184	1,29	3,26
My (кНм/1м)	-154	233	-153	229	0,65	1,75
Верх. арм. по X (см ² /1м)	5,38	d12	5,38	d12	0,00	0,00
Верх. арм. по Y (см ² /1м)	5	d12	4,97	d12	0,60	0,00
Нижн. арм. по X (см ² /1м)	6,71	d14	6,49	d14	3,39	0,00
Нижн. арм. по Y (см ² /1м)	8,22	d16	8,06	d16	1,99	0,00
Стены						
Ny (стык)	-6790	-745	-6820	-725	0,44	2,76
Nx	-1750	1930	-1740	1910	0,57	1,05
Mx	-2,77	2,78	-2,77	2,78	0,00	0,00
Ny	-7420	363	-7430	355	0,13	2,25
My	-5,05	4,7	-5,04	4,7	0,20	0,00
Верх. арм. по X (см ² /1м)	4,77	d12	4,68	d12	1,92	0,00
Верх. арм. по Y (см ² /1м)	3,69	d10	3,61	d10	2,22	0,00
Нижн. арм. по X (см ² /1м)	3,63	d10	3,53	d10	2,83	0,00
Нижн. арм. по Y (см ² /1м)	3,31	d10	3,23	d10	2,48	0,00
Перекрытие						
Nx	-296	1150	-351	1100	15,67	4,55
Mx	-8,58	9,17	-8,56	9,16	0,23	0,11
Ny	-600	1030	-575	1020	4,35	0,98
My	-9,64	9,82	-9,57	9,47	0,73	3,70
Верх. арм. по X (см ² /1м)	3,13	d10	3,09	d10	1,29	0,00
Верх. арм. по Y (см ² /1м)	5,33	d12	5,47	d12	2,56	0,00
Нижн. арм. по X (см ² /1м)	3,89	d10	3,8	d10	2,37	0,00
Нижн. арм. по Y (см ² /1м)	2,56	d10	2,78	d10	7,91	0,00

В заключение отметим, что применение метода расчета с использованием компьютерного моделирования процесса возведения здания позволяет более адекватно построить распределение параметров НДС и арматуры, наглядно демонстрируется на примере распределения осадки фундаментной плиты – в методе расчета без учета этапов возведения здания наблюдается скачкообразное распределение осадки по площади фундаментной плиты с эффектом выпучивания, что в практике строительства не является действительным.

Различия в результатах НДС и армирования конструкций нулевого цикла объемно-блочного домостроения для двух методов расчета не столько количественные, сколько качественные. При применении метода расчёта без учета этапов возведения здания возможен риск недоармирования одних участков и заложение избыточной арматуры в других.

Библиографический список

1. Перельмутер А.В., Кабанцев О.В. Анализ конструкций с изменяющейся расчётной схемой. – М.: Издательство СКАД СОФТ, Издательский дом АСВ, 2015. – 148.
2. Пособие по проектированию жилых зданий/ЦНИИЭП жилища Госкомархитектуры. Вып. 3. Конструкции жилых зданий (к СНиП 2.08.01-85). – М.: Стройиздат, 1989. – 304 с.
3. Шапиро Г.И., Гасанов А.А., Юрьев Р.В. Расчет зданий и сооружений в МНИИТЭП // Промышленное и гражданское строительство. – 2007. – №6. – С. 31-33.
4. Шапиро Г.И., Юрьев Р.В. К вопросу о построении расчетной модели панельного здания // Промышленное и гражданское строительство. – 2004. – №12. – С. 32-33.
5. СП 20.13330.2016. Нагрузки и воздействия. – М.: Стандартиформ, 2017. – 180 с.
6. Ромашкина М.А., Титок В.П. Программный комплекс ЛИРА-САПР. Руководство пользователя. Обучающие примеры; под ред. академика РААСН А.С. Городецкого. Электронное издание, 2018. – 254 с.
7. СП 63.13330.2018. Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Стандартиформ, 2019. – 150 с.
8. СП 335.1325800.2017. Крупнопанельные конструктивные системы. – М.: Стандартиформ, 2018. – 89 с.
9. Саражинский А.С., Ефрюшин С.В. Анализ расчетных моделей платформенных стыков при проектировании конструкций объемно-блочных зданий // Строительная механика и конструкции. – 2022. - №1(32). – С. 69-81.
10. Руководство по проектированию крупнопанельных зданий с применением несущих объемных блоков / Н.-и. ин-т строительных конструкций Госстроя СССР. – М.: Стройиздат, 1983. – 60 с.

References

1. Perelmuter A.V., Kabantsev O.V. Analysis of structures with a changing design scheme. M.: Publishing house SKAD SOFT, Publishing house DIA, 2015. 48 p.
2. Manual for the design of residential buildings. TsNIIEP housing of the State Committee for Architecture. Issue. 3. Structures of residential buildings (to SNiP 2.08.01-85). M.: Stroyizdat, 1989. 304 p.
3. Shapiro G.I., Gasanov A.A., Yuriev R.V. Calculation of buildings and structures in MNIITEP. Industrial and Civil Construction. No. 6. 2007. Pp. 31-33.
4. Shapiro G.I., Yuriev R.V. On the issue of constructing a design model of a panel building. Industrial and Civil Construction. No. 12. 2004. Pp. 32-33.
5. SP 20.13330.2016. Loads and impacts. M.: Standartinform, 2017. 180 p.
6. Romashkina M.A., Titok V.P. LIRA-SAPR software package. User's manual. Teaching examples; ed. Academician of RAASN A.S. Gorodetsky. Electronic edition. 2018. 254 p.
7. SP 63.13330.2018. Concrete and reinforced concrete structures. M.: Standartinform, 2019. 150 p.
8. SP 335.1325800.2017. Large-panel structural systems. M.: Standartinform, 2018. 89 p.
9. Sarazhinsky A.S., Efyushin S.V. Analysis of computational models of platform joints in the design of structures of volume-block buildings. Structural Mechanics and Constructions. No. 1(32). 2022. Pp. 69-81.
10. Guidelines for the design of large-panel buildings using load-bearing volumetric blocks. National Institute of Building Structures of Gosstroy of the USSR. M. Stroyizdat, 1983. 60 p.

INVESTIGATION OF THE STRESS-STRAIN STATE OF VOLUMETRIC-BLOCK STRUCTURES TAKING INTO ACCOUNT THE STAGES OF CONSTRUCTION

A. S. Sarzhinsky¹, S. V. Efyushin²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(904)2114022,
e-mail: sarzhinskijandrew@gmail.com

²PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(910)3415266,
e-mail: ooo.stroyнаука@mail.ru

The study was carried out on the example of a 17-storey residential building with a technical underground and an attic. Comparison of the results of determining the forces and reinforcement of volume-block structures of the zero cycle on the elastic foundation of two calculation methods - taking into account the change in the design scheme of the building at the stages of its construction and without taking into account the stages of its construction is the purpose of the study. The analysis of the forces of volumetric-block structures and the selection of reinforcement were carried out.

Recommendations and practical conclusions are given on the calculation of volume-block structural systems on an elastic foundation, taking into account changes in the design scheme of the building at the stages of its construction. The experience of the performed calculations can be used in the design of volume-block buildings.

Keywords: volume-block housing construction, installation, non-linear calculation, stress-strain state.

ОБОБЩЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЙ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ РАЗРЕЗНЫХ ПРОЛЕТНЫХ СТРОЕНИЙ С МЕТАЛЛИЧЕСКИМИ БАЛКАМИ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ СОЛНЕЧНОЙ РАДИАЦИИ

И. С. Подлесных¹, С. Ю. Гриднев²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}

Россия, г. Воронеж

¹Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(903)851 35 95; e-mail: 94igor@mail.ru

²Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.:+7(473)271 42 30;
e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

Обобщены выполненные исследования по расчету напряженно-деформируемого состояния разрезных пролетных строений с металлическими балками при воздействии солнечной радиации. Разработаны конечно-элементные модели двух типов пролетных строений, включающие слои дорожной одежды с возможностью учета неравномерного воздействия солнечной радиации. Выполнен расчет без допущения об абсолютно жестком соединении главной балки и плиты пролетного строения. Выполнен анализ результатов серий натурных измерений температурных полей элементов пролетного строения и НДС главных балок при различных случаях воздействия солнечной радиации. Изучено влияние неравномерного нагрева на характер НДС пролетного строения и верифицированы результаты численных расчетов инструментальными измерениями. Определены температурные границы применения разработанной методики и подготовлены рекомендации для практических расчетов.

Ключевые слова: пролетное строение, железобетонная плита, ортотропная плита, главные балки, дорожная одежда, солнечная радиация, натурные измерения, распределение температуры, напряженно-деформируемое состояние

Введение. Пролетные строения с ортотропной плитой и сталежелезобетонные пролетные строения наиболее чувствительны к температурным воздействиям, так как они являются внутренне многократно статически неопределимыми системами. Они испытывают неравномерный нагрев разных элементов, меняющийся в течение суток и времени года. В настоящее время в действующих нормативных документах по проектированию пролетных строений воздействие солнечной радиации при определении текущего напряженно-деформируемого состояния (НДС) учитывается упрощенно. Отсутствие адекватной картины особенностей НДС в условиях воздействия солнечной радиации не позволяет принимать рациональные проектные решения, что в ряде случаев может стать причиной снижения надежности элементов транспортного сооружения.

На начальном этапе исследования для изучения состояния вопроса был проведен анализ научных работ, посвященных влиянию температурного воздействия на НДС пролетных строений и строительных конструкций. В статьях [1-6] рассмотрено влияние температурного воздействия окружающей среды на НДС пролетных строений мостов. Поставлен численный эксперимент с учетом дополнительного нагрева пролетного строения от солнечной радиации. Предложен порядок расчета температурных полей и напряжений в дорожной конструкции и главных балках.

Авторами были проведены многочисленные всесторонние исследования, опубликованные в научных изданиях. В работах [7-11] разработана КЭ модель сталежелезобетонного пролетного строения и показана необходимость учета изменения температуры в слоях дорожной одежды. Выявлено, что воздействие солнечной радиации увеличивает вероятность образования продольных трещин в асфальтобетоне и их дальнейшего развития в слоях дорожной одежды. В статьях [12-19] разработана конечно-элементная модель пролетного строения с ортотропной плитой. Проведены многочисленные натурные измерения температуры элементов находящихся в эксплуатации пролетного строения в разное время года и выполнены сравнительные расчеты НДС. В работах [20, 21] описаны два этапа экспериментальных исследований прогибов и деформаций главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации и определен характер изменения НДС пролетного строения в течение дня. Сопоставлены результаты, полученные на основании экспериментальных исследований и расчета в программном комплексе.

При выполнении всего комплекса исследований особенностей НДС при воздействии солнечной радиации были решены следующие задачи:

1. Разработана методика расчета НДС разрезных пролетных строений с металлическими балками при воздействии солнечной радиации, которая включает:

а) разработку конечно-элементных (КЭ) моделей пролетных строений, включающих слои дорожной одежды и позволяющих учитывать реальное неравномерное воздействие солнечной радиации;

б) выполнение натурных измерений полей годовых и суточных колебаний температур пролетного строения под воздействием солнечной радиации;

в) определение характера распределения температуры по толщине слоев дорожной одежды и высоте поперечного сечения;

г) разработку программы и осуществление инструментальных измерений НДС главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации в течение светового дня для верификации результатов расчета.

2. Выявлены особенности НДС в течение дня на основе анализа результатов натурных измерений температурных полей, прогибов и деформаций элементов пролетного строения.

3. Выполнены сравнительные расчеты НДС пролетных строений в соответствии с рекомендациями нормативных документов.

4. Изучено влияние неравномерного нагрева при различных случаях воздействия солнечной радиации на характер НДС пролетного строения.

5. Верифицированы результаты численных расчетов с использованием современных КЭ комплексов инструментальными измерениями.

6. Определены температурные границы применения разработанной методики и подготовлены рекомендации для практических расчетов.

Описание методики экспериментальных исследований на пролетном строении.

Для получения более полной картины воздействия солнечной радиации на НДС элементов мостовых сооружений исследования проводились на двух типах пролетных строений. Натурные исследования выполнялись на пролетном строении с ортотропной плитой $L = 43,1$ м автодорожного моста через реку Ворона в г. Борисоглебске Воронежской области. Вторым объектом исследования был выбран сталежелезобетонный пролет автодорожного моста, построенного по типовому проекту Ленгипротрансмост серии 3.503-50 инв.№1180/2, Подробное описание конструктивных особенностей пролетных строений приведены в статьях [8, 9, 12].

Выполнено три этапа натурных измерений температурных полей пролетного строения с ортотропной плитой в разное время года: в теплое время года, в период температур, близких к нулю и в период экстремально высоких температур. На каждом этапе измерялись

температура в нескольких точках асфальтобетонного покрытия пролетного строения и распределение температуры по высоте главных балок в сечении 1/4 длины пролета при различных температурах воздуха и положениях солнца. Измерение температуры выполнялось с использованием двух приборов разного типа действия: бесконтактного пирометра и контактного термометра. Пролетное строение ориентировано таким образом, что элементы подвержены воздействию солнечной радиации разной интенсивности, которая может изменяться в течение дня. В качестве примера на рис. 1 приведены результаты измерения максимальных температурных полей элементов пролетного строения в летнее время года в течение дня 15.08.2019 г.

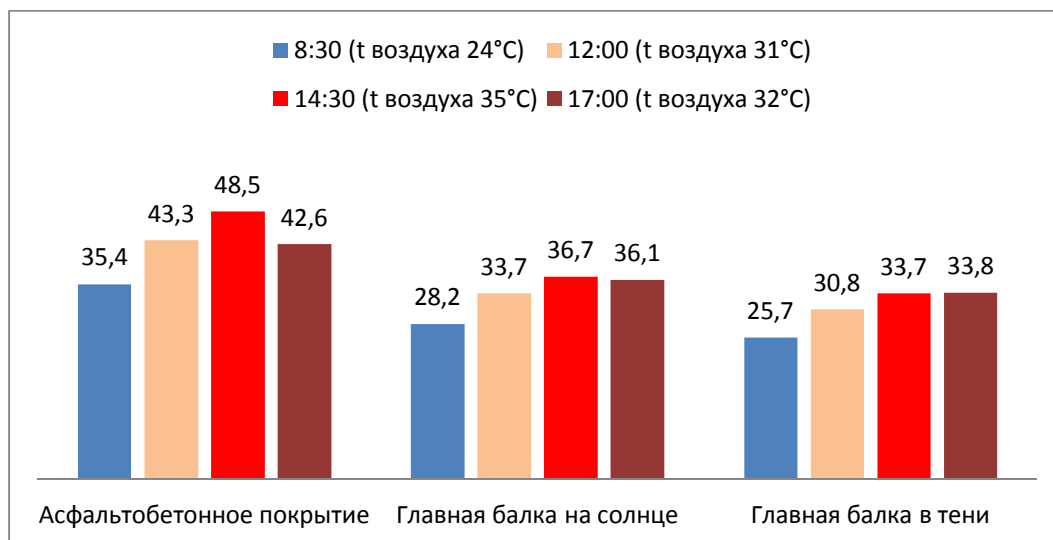


Рис. 1. Результаты натурных измерений максимальных температурных полей элементов пролетного строения в течение дня 15.08.2019 г.

Принципиальный характер распределения температуры по высоте поперечного сечения сталежелезобетонного пролетного строения принят аналогичным распределению, полученному при натурных измерениях пролетного строения с ортотропной плитой. Было рассмотрено три характерных случая положения солнца относительно пролетного строения:

1. Солнце расположено низко над горизонтом и происходит нагрев только одной главной балки.
2. Промежуточное положение солнца, в результате которого происходит нагрев асфальтобетонного покрытия и главной балки.
3. Солнце расположено высоко над горизонтом и происходит нагрев только асфальтобетонного покрытия.

Натурные измерения НДС главных балок проводились в два этапа. Первый этап испытаний на объекте проводился в течение светового дня 21 июля 2020 года. На первом этапе погодные условия не позволили провести натурные измерения в области высоких температур. Для получения более детальной картины был выполнен второй этап исследования в диапазоне высоких температур. Второй этап натурных измерений был выполнен в один из самых жарких дней лета (19 июля 2021 года). Были осуществлены инструментальные измерения прогибов главных балок при различных температурах воздуха и положениях солнца. Прогибомеры и деформометры устанавливались на нижнем поясе двух главных балок в 1/4 длины пролетного строения.

Ниже, на диаграммах рис. 2, приведем характер изменения прогибов главной балки Б1, находящейся на солнце в течение дня, данные получены на основании двух этапов натурных измерений.

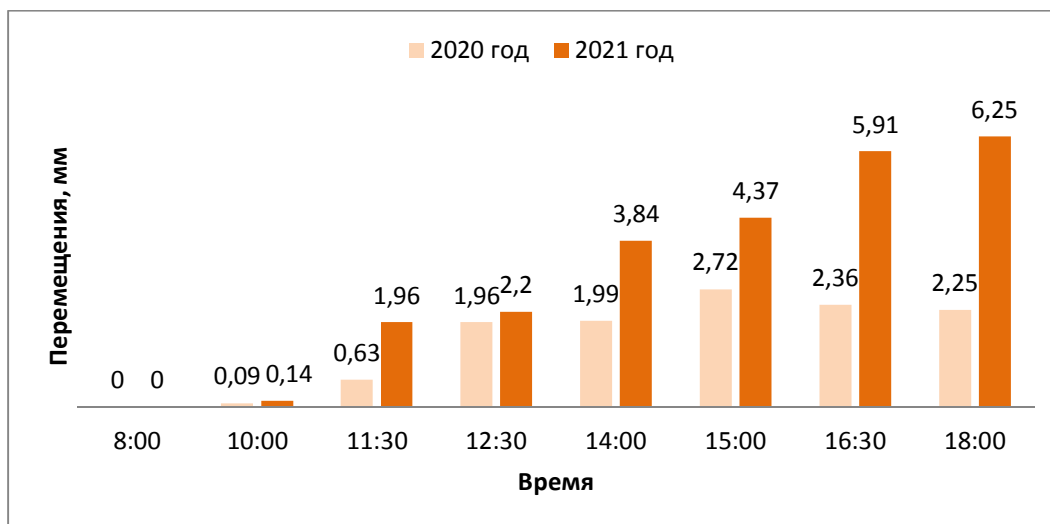


Рис. 2. График изменения прогибов главной балки Б1 на солнце в течение дня

При анализе НДС пролетных строений в программном комплексе «ПК Ли́ра САПР» были разработаны конечно-элементные (КЭ) пространственные модели, включающие слои дорожной одежды и позволяющие учитывать неравномерное распределение температуры по высоте поперечного сечения мостового сооружения. Для моделирования железобетонной плиты, ортотропной плиты и слоев дорожной одежды использованы объемные конечные элементы, для главных балок и ребер жесткости - КЭ оболочки, для поперечных и продольных связей - стержневые КЭ. В КЭ модели учтены механические свойства материалов слоев дорожной одежды, которые могут меняться в диапазоне температур от воздействия солнечной радиации [22, 23].

Пролетное строение подвергается постоянно меняющимся со временем температурным воздействиям. При расчете на дневное колебание температуры важно учитывать результаты предыдущего нагружения и использовать их в качестве начальных условий для последующего нагружения. Для расчета поэтапного нагружения с учётом результатов предыдущих нагружений использовалась функция "монтаж" в комплексе Ли́ра САПР (рис. 3).

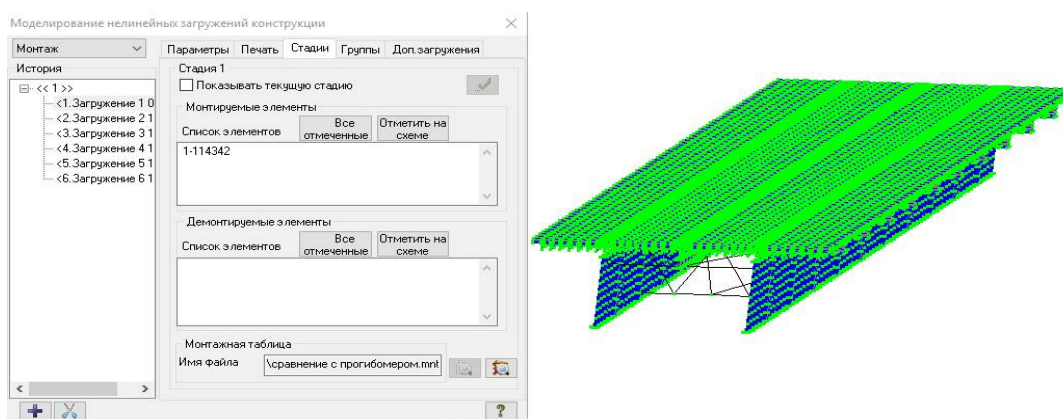


Рис. 3. Расчет поэтапного нагружения с учётом результатов предыдущих нагружений с использованием функции "монтаж" в комплексе Ли́ра САПР

С целью повышения точности определения НДС в элементах пролетного строения был выполнен расчет без допущения об абсолютно жестком соединении главной балки и ортотропной плиты [24, 25]. Составлены две КЭ-модели с податливыми упорами и с

жесткими упорами (рис. 4). В расчетной схеме соединительные элементы между главной балкой и ортотропной плитой смоделированы с помощью специальных КЭ 55, описываемых коэффициентами жесткости по шести степеням свободы (рис. 5).

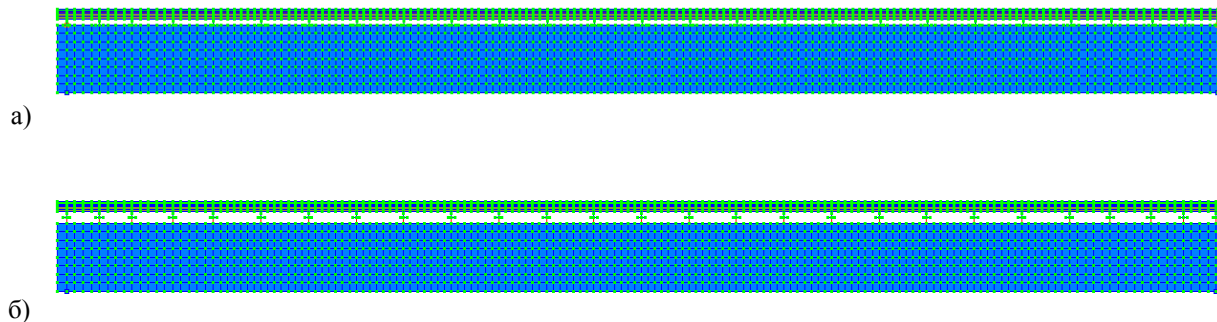


Рис. 4. КЭ-модели пролетного строения с ортотропной плитой:
а) с жесткими связями б) с податливыми упорами

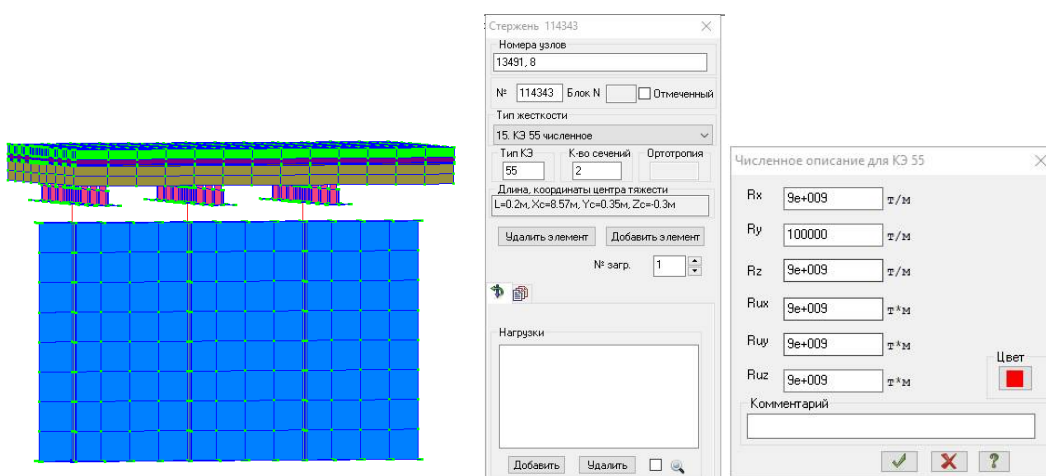


Рис. 5. Фрагмент соединительных элементов между главной балкой и ортотропной плитой

При учете проскальзывания между главной балкой и ортотропной плитой происходит значительное перераспределение напряжений в элементах пролетного строения и наблюдается нарастание сдвига плиты от середины пролета к торцам балки (рис. 6).

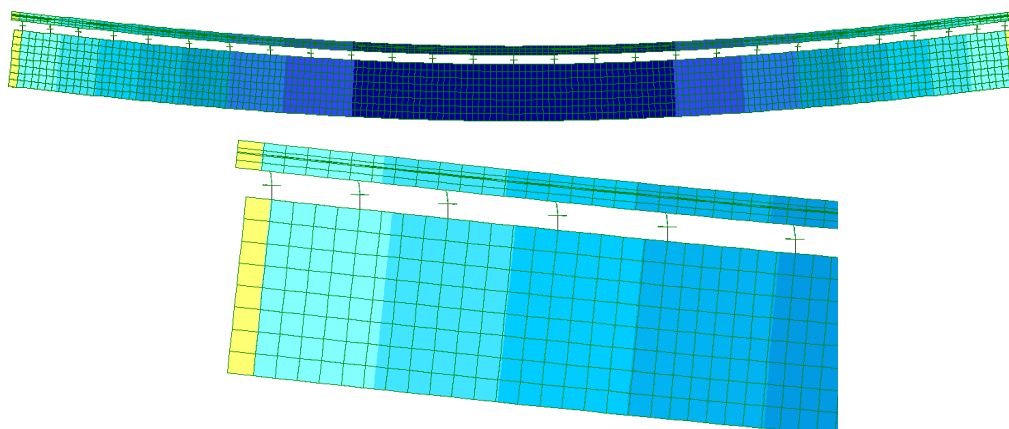


Рис. 6. Проскальзывания между главной балкой и ортотропной плитой при расчете НДС пролетного строения с податливыми упорами

Таким образом, при проектировании пролетных строений рекомендуется выполнять учет сдвиговой жесткости между главными балками и ортотропной плитой.

Распределение температуры в слоях дорожной одежды зависит от температуры верхней поверхности асфальтобетонного покрытия, которое подвергается нагреву от воздействия солнечных лучей. Для решения данной задачи был использован программный комплекс для моделирования тепловых полей ELCUT Student. При решении тепловых задач используется уравнение теплопроводности для линейных задач плоском случае:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_x \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda_y \frac{\partial T_i}{\partial y} \right) = -q_i, \quad (1)$$

где T_i – температура;

$\lambda_{x(y)}$ – компоненты тензора теплопроводности (в линейной постановке);

q_i – удельная мощность тепловыделения.

Определение зимней расчетной температуры асфальтобетонных покрытий можно также вычислить по формуле Я.Н. Ковалева:

$$T_{\Pi} = 0,71T_{в}, \quad (2)$$

где T_{Π} – температура покрытия;

$T_{в}$ – температура воздуха.

Для получения распределения температурных полей в асфальтобетонных слоях дорожной одежды температуры рассчитывают аналитически в соответствии с формулой:

$$T_z = T_{\Pi} \exp(-7,727z), \quad (3)$$

где T_z – температура покрытия, °С,

z – толщина слоя, м.

В результате проведенных натурных измерений подготовлены исходные данные для выполнения дальнейших расчетов с учетом полной картины распределения температуры по высоте пролетного строения от воздействия солнечной радиации.

Результаты численных исследований. При расчетах пролетных строений учитывалось влияние податливости главных балок на деформированное состояние плиты совместно со слоями дорожной одежды, что позволило уточнить величину напряжений. Расчет пролетного строения был выполнен на совместное действие следующих нагрузок:

- а) постоянная нагрузка от собственного веса,
- б) временная вертикальная нагрузка от автотранспортных средств,
- в) температурное воздействие от солнечной радиации.

При расчетах вводится коэффициент сочетаний, учитывающий уменьшение вероятности одновременного появления расчетных нагрузок.

Максимальные напряжения в асфальтобетонном покрытии для трех характерных случаев воздействия солнечной радиации на сталежелезобетонное пролетное строение представлены на диаграммах рис. 7.

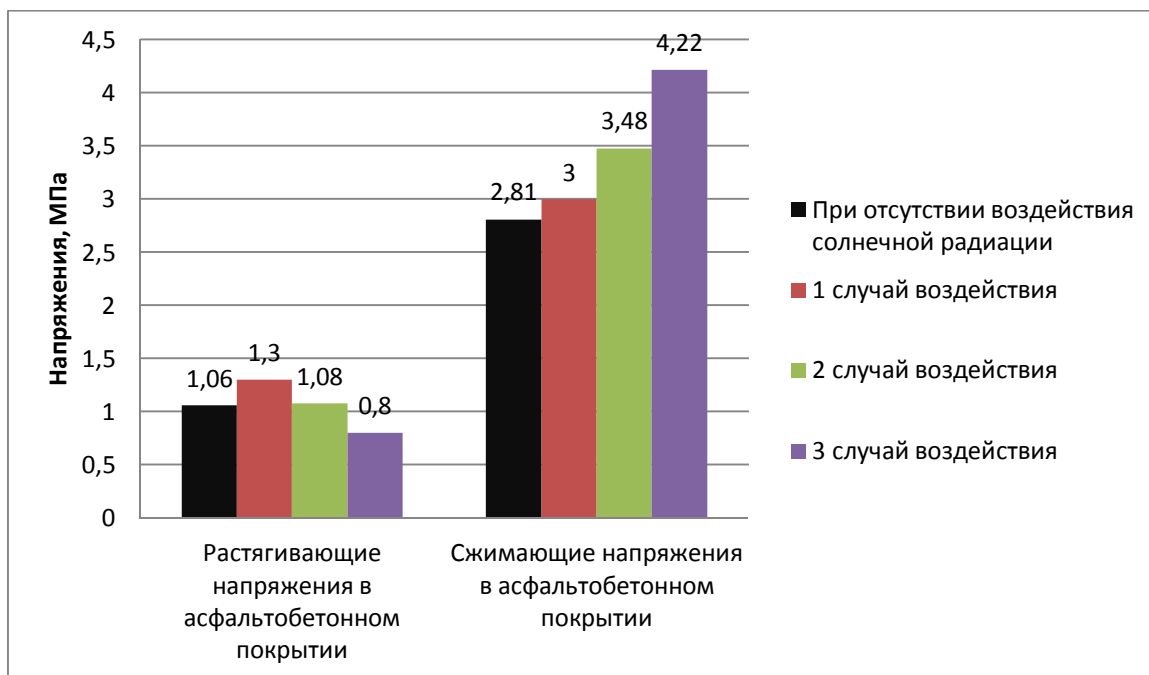


Рис. 7. Максимальные напряжения в асфальтобетонном покрытии для трех характерных случаев воздействия солнечной радиации

Отмечено, что в результате воздействия солнечной радиации в асфальтобетонном покрытии может образоваться область, где прочность на растяжение не обеспечена, что может являться причиной образования продольных трещин и дальнейшего интенсивного разрушения асфальтобетонного покрытия.

Анализ результатов показывает, что солнечная радиация существенно меняет напряжения в главных балках. Максимальные напряжения в главной балке Б1 для трех характерных случаев воздействия солнечной радиации представлены на диаграммах рис. 8.

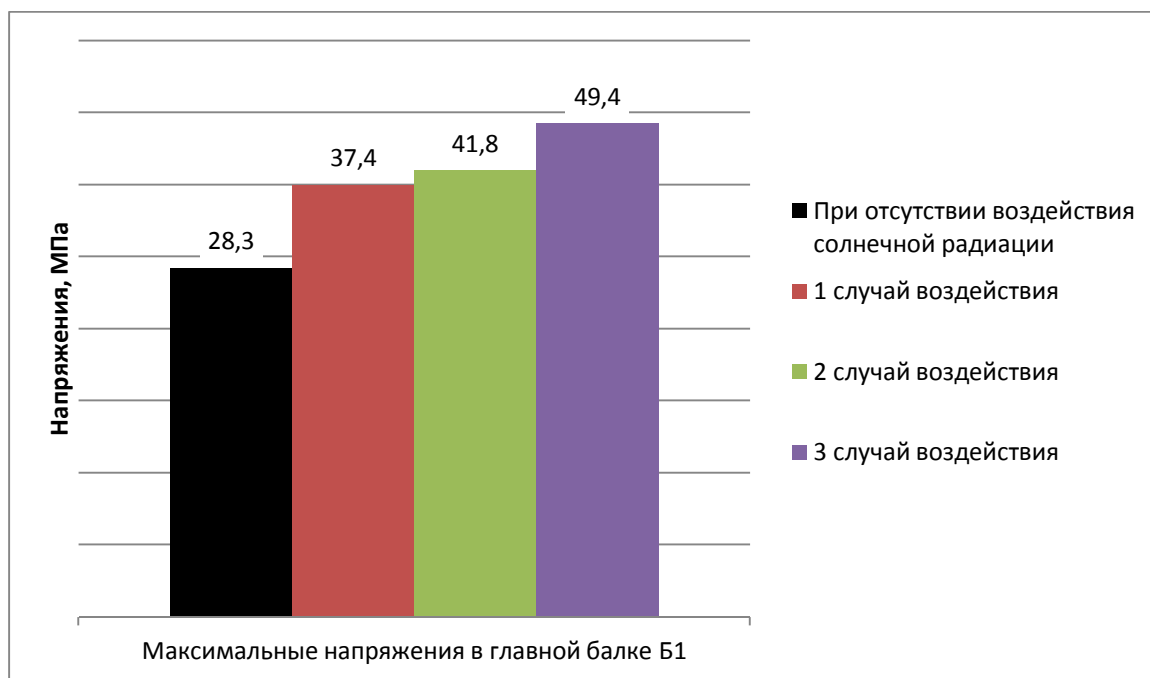


Рис. 8. Максимальные напряжения в главной балке Б1 для трех характерных случаев воздействия солнечной радиации

Аналогично для пролетного строения с ортотропной плитой проведен сравнительный анализ результатов расчета для каждого случая воздействия солнечной радиации в разное время года. Результаты численных исследований показали, что дневные и сезонные колебания температуры создают значительные дополнительные напряжения в пролетном строении. Максимальная разница напряжений в течение года может достигать 34,8 МПа. При этом неравномерное дневное изменение температурного поля при воздействии солнечной радиации оказывает существенно разный характер влияния на НДС элементов металлических и сталежелезобетонных пролетных строений.

Проанализированы подходы к учету температурно-климатических воздействий, рекомендованных основными нормативными документами по расчету пролетных строений. Согласно СП 35.13330.2011 (п.6.27) [26] средняя по сечению нормативная температура для металлических конструкций в любое время года принимается равной нормативной температуре наружного воздуха. При этом распределение температуры по высоте и длине пролетного строения никак не учитывается. Нормативная температура воздуха в теплое $t_{n,T}$ время года определяется по формуле:

$$t_{n,T} = t_{VII} + T, \quad (4)$$

где t_{VII} - средняя температура воздуха самого жаркого месяца, принимаемая по СП 131.13330, для Воронежа $t_{VII} = 20,1 \text{ } ^\circ\text{C}$;

T - средняя суточная амплитуда температуры воздуха наиболее теплого месяца, принимаемая по СП 131.13330, для Воронежа $t_{VII} = 11,2 \text{ } ^\circ\text{C}$.

$$t_{n,T} = 20,1 + 11,2 = 31,3 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Влияние солнечной радиации на температуру элементов следует учитывать в виде дополнительного нагрева на 10°C освещенного солнцем поверхностного слоя толщиной 15 см (включая одежду ездового полотна).

Сравнение максимальных напряжений, полученных по расчету, согласно рекомендациям СНиП и на основании натуральных измерений приведены на диаграмме, изображенной на рис. 9.

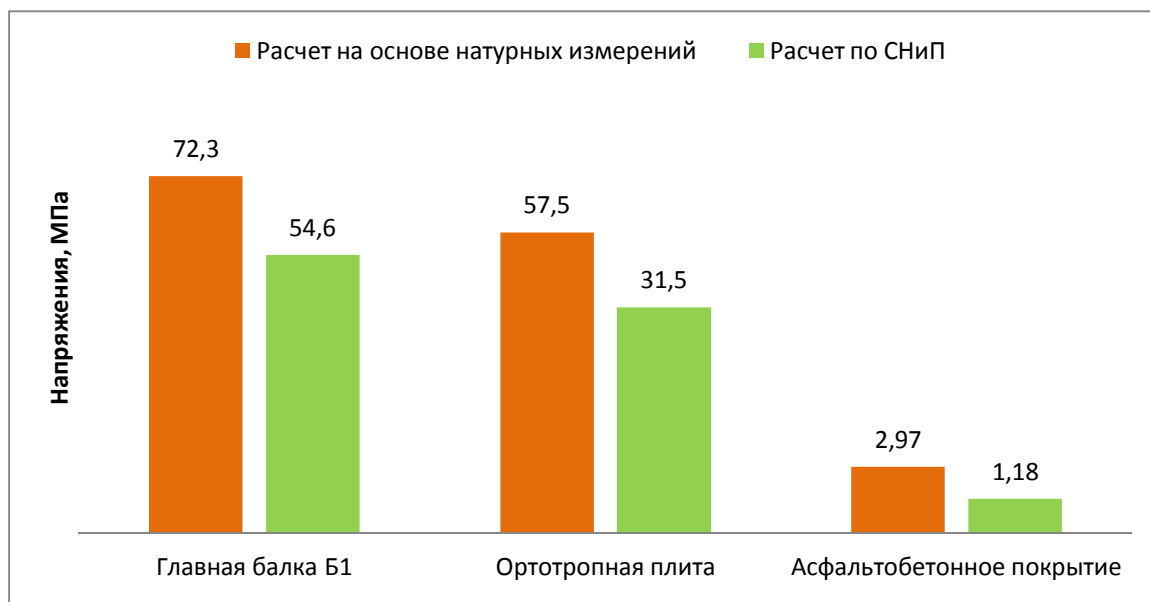


Рис. 9. Сравнение максимальных напряжений, полученных по расчету СНиП и на основании натуральных измерений

Таким образом, результаты численных исследований показывают, что методика расчета, рекомендуемая СНиП для учета воздействия солнечной радиации, в ряде случаев не позволяет получать реальное НДС пролетного строения.

Проведен сравнительный анализ результатов инструментальных измерений НДС главных балок. Результаты инструментальных измерений прогибов главных балок подтверждаются численными расчетами. Совмещенные графики перемещений главных балок, полученные по результатам инструментальных измерений и численных расчётов в среде КЭ комплекса для каждого случая воздействия солнечной радиации, показаны на рис. 10.

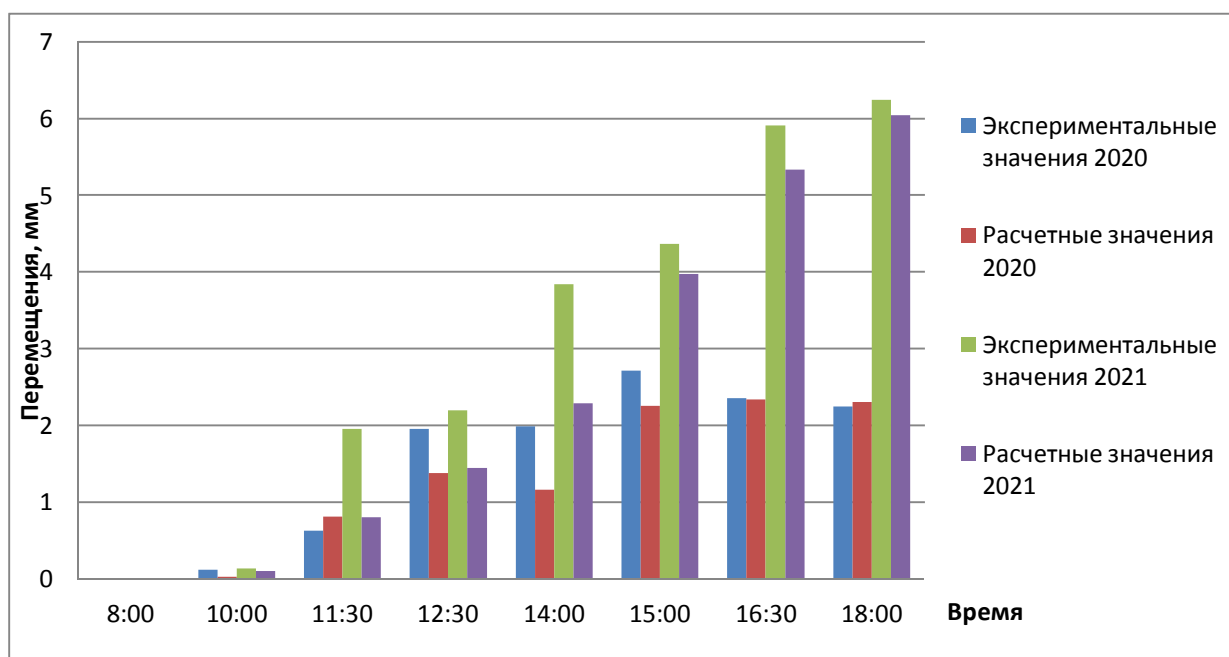


Рис. 10. Графики перемещений главной балки Б1 по результатам инструментальных измерений и численных расчётов

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕДЕННЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

1. Разработана и апробирована методика выполнения расчета НДС разрезных пролетных строений с металлическими балками на воздействие солнечной радиации.

2. Разработаны КЭ модели двух типов пролетных строений, включающие слои дорожной одежды, и позволяющие учитывать неравномерное воздействие солнечной радиации, изменение прочностных характеристик материалов, а также проскальзывание между главными балками и плитой.

3. Проведены серии натуральных измерений полей годовых и суточных колебаний температур пролетного строения при воздействии солнечной радиации.

4. С использованием программного комплекса для моделирования тепловых полей ELCUT определен характер распределения температуры по толщине слоев дорожной одежды с учетом различия свойств материалов.

5. Выполнены инструментальные измерения НДС главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации в течение светового дня.

6. Разработанная методика позволила выявить значительные дополнительные напряжения в элементах двух пролетных строений при учете неравномерного распределения

температуры, а также выявить наиболее неблагоприятные случаи воздействия солнечной радиации.

7. Определены границы температур, при которых вместо расчетов в соответствии с рекомендациями нормативных документов необходимо выполнять расчеты с использованием натуральных измерений фактических температурных полей пролетного строения.

8. Определены области достоверности результатов расчетов с использованием современных КЭ программных комплексов инструментальными измерениями прогибов главных балок пролетного строения при воздействии солнечной радиации.

9. Выявлены области в асфальтобетонном покрытии, в которых могут образоваться продольные трещины с дальнейшим интенсивным разрушением покрытия в результате воздействия солнечной радиации.

ПРЕДЛАГАЕМЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ

1. Анализ результатов натуральных измерений в течение года показал, что максимальная разница температуры в элементах пролетных строений в одинаковый момент времени достигает 35°C - 40°C. Это приводит к появлению значительных дополнительных напряжений в пролетном строении. Важно выполнять расчет НДС с учетом температурных воздействий от солнечной радиации в разное время года.

2. Напряжения в главных балках в теплое время года при пиковой дневной температуре от воздействия солнечной радиации на 12,3% превосходят напряжения, полученные в результате расчета по рекомендациям нормативных документов. Методика расчета, рекомендуемая СНиП, в ряде случаев не позволяет адекватно оценивать НДС. При проектировании и расчете пролетных строений рекомендуется выполнять расчет по предложенной методике с учетом реальных климатических условий конкретного региона, воздействия солнечных лучей на элементы и их неравномерного нагрева, а также изменения температуры по высоте поперечного сечения пролетного строения.

3. По результатам численных исследований установлено, что расчет на основании нормативных документов позволяет получить реальное НДС, если нормативная температура воздуха, принятая по СНиП для конкретного региона, ниже фактической. При экстремально высоких температурах элементов пролетного строения напряжения превышают значения, полученные по рекомендациям СНиП. В этих случаях необходимо руководствоваться рекомендациям разработанной методики.

4. Рекомендуется провести аналогичные исследования особенностей НДС при воздействии солнечной радиации в более жарких регионах с целью уточнения, апробирования и определения границ применимости разработанной методики.

Библиографический список

1. Мишутин В.О. Необходимость учета температурных деформаций при проектировании и строительстве мостовых конструкций // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2014. – № 3 (43). – С. 203-208.
2. Безбачичева, О.И., Бильченко А.В., Кислов А.Г. Прогнозирование температурных напряжений в фасадных балках мостовых конструкций // Наука и прогресс транспорта. Вестник Днепропетровского национального университета железнодорожного транспорта. – 2010. – №33. – С. 28-31.
3. Афанасьев В.С. Устранение влияния температурного воздействия на динамические параметры пролетных строений балочных мостов // Интернет-журнал «Транспортные сооружения». – 2019. – № 2. – <https://t-s.today/PDF/10SATS219.pdf> (доступ свободный). DOI: 10.15862/10SATS219

4. Мельникова И.С. Моделирование воздействия температуры и транспортных нагрузок на возникновение и развитие трещин в асфальтобетонных дорожных покрытиях // Наука и техника. – 2012. – № 4. – С. 42–52.
5. Temperature Analysis of a Long-Span Suspension Bridge Based on Field Monitoring and Numerical Simulation / Linren Zhou, Yong Xia, James M. W. Brownjohn, Ki Young Koo // Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 1.
6. Effects of Solar Temperature Gradient on Long-Span Concrete Box Girder during Cantilever Construction / XuMing Song, Hani Melhem, Jun Li, QingYuan Xu, LiJun Cheng // Journal of Bridge Engineering. – 2016. – Vol. 21. – Issue 3.
7. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю. Расчет сталежелезобетонных пролетных строений автодорожных мостов с учетом одежды ездового полотна // Опыт прошлого – взгляд в будущее: материалы 7 Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых и студентов. –Петрозаводск, 2017. – С. 193-198.
8. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Расчет напряженно-деформированного состояния сталежелезобетонных пролетных строений с учетом распределения температуры в слоях дорожной одежды // Строительная механика и конструкции. – 2017. – №2(15). – С. 75-84.
9. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Барченкова Н.А. Анализ влияния солнечной радиации на напряженно-деформированное состояние сталежелезобетонного пролетного строения автодорожного моста // Интернет журнал «Транспортные сооружения». – 2018. – №2. – <https://t-s.today/PDF/12SATs218.pdf> (доступ свободный). DOI: 10.15862/12SATs218
10. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Влияние солнечной радиации на сохранность верхнего слоя дорожной одежды сталежелезобетонного пролетного строения // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 34-36.
11. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Распределение температуры по высоте поперечного сечения сталежелезобетонного пролетного строения автодорожного моста // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XIX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2018. – С. 36-39.
12. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying Regulatory Documents for Solar Radiation Level Control When Estimating Stress-Strain State of the Spans Based on the Ortho-tropic Slab // The 24th International Scientific Conference MECHANIKA-2019. – 2019. – P. 116-122.
13. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Влияние неравномерного нагрева на распределение напряжений в элементах пролетного строения с ортотропной плитой // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 108-110.
14. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Особенности температурного поля в элементах пролетного строения автодорожного моста при близких к нулю отрицательных температурах // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и архитектуры: сб. материалов XX Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2019. – С. 110-112.
15. Подлесных И.С., Гриднев С.Ю., Скалько Ю.И. Уточнение напряженно-деформированного состояния пролетного строения с ортотропной плитой при учете солнечной радиации // Транспортные сооружения. – 2019. – № 4. – <https://t-s.today/PDF/15SATs419.pdf> (доступ свободный). DOI: 10.15862/15SATs419
16. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an ortotropic plate / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, Yu.I. Skalko, A.V. Rezunov // Archives for Technical Sciences. – 2020. – № 23. – P. 59-66.

17. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Методика измерения температурного поля пролетного строения с ортотропной плитой при воздействии солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XXI Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2020. – С. 62-68.
18. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the exposure of solar radiation / S.Yu. Gridnev, I.S. Podlesnykh, A.V. Rezunov, R.A. Mukhtarov // E3S Web of Conferences. 24. Сер. "24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment", FORM 2021", 2021. – С. 03020.
19. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Особенности напряженно-деформированного состояния пролетного строения при учете изменяющегося во времени динамического воздействия солнечной радиации // Актуальные проблемы строительства, строительной индустрии и промышленности: сб. материалов XXII Междунар. науч.-техн. конф. – Тула, 2021. С. 67-69.
20. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab // IOP CONFERENCE SERIES: MATERIALS SCIENCE AND ENGINEERING, 2020. – С. 012001.
21. Гриднев С.Ю., Подлесных И.С. Апробация разработанной методики натуральных измерений напряженно-деформированного состояния пролетного строения при повышенном воздействии солнечной радиации // Строительная механика и конструкции. – 2022. – №2(33). – С.133-144.
22. Телегин М.А., Овчинников И.Г. Дорожная одежда на ортотропных плитах мостов // Дорожная держава. – 2011. – № 35. – С. 34-39.
23. Овчинников И.Г., Зинченко Е.В., Кужель В.Н. Анализ конструкций дорожной одежды (мостового полотна), применяемых в мостостроении // Дороги. Инновации в дорожном строительстве. – 2011. – №52. – С. 52-55.
24. Козлов А.В. Расчет сталежелезобетонных мостов с учетом сдвига плиты по верхнему поясу балки // Строительная механика и конструкции. – 2018. – №4(19). – С.64-71.
25. Козлов А.В., Егорычев А.С. Расчет сталежелезобетонных мостов с учетом податливости сдвигового соединения железобетонной плиты со стальной балкой // Дороги и мосты. – 2019. – № 41. – С. 111-128.
26. СНиП 2.05.03-84* (СП 35.13330.2011) Мосты и трубы (Актуализированная редакция) / Минрегионразвития РФ. – М.: ОАО «ЦПП», 2011. – 339 с.

References

1. Mishutin V.O. The need to take into account temperature strains at projection and construction of bridge structures. The Modern Technologies. System Analysis. Model Operation. No. 3(43). 2014. Pp. 203-208 (in Russian).
2. Bezbabicheva O.I., Bilchenko A.V., Kislov A.G. Prediction of temperature stresses in front beams of bridge structures. Science and Progress of Transport. Messenger of Dnepropetrovsk National University of Railway Transport. No. 33. 2010. Pp.28-31 (in Russian).
3. Afanasev V.S. Elimination of the effect of temperature on the dynamic parameters of bridge beams. Russian Journal of Transport Engineering. 2019. No. 2(6). <https://t-s.today/PDF/10SATs219.pdf> (in Russian). DOI: 10.15862/10SATs219
4. Melnikova I.S. Modeling of the temperature effect and transport loads on the occurrence and development of fracture in asphalt concrete coatings. Science and Technology. No. 4. 2012. Pp. 42–52.

5. Linren Zhou, Yong Xia, James M. W. Brownjohn, Ki Young Koo. Temperature analysis of a long-span suspension bridge based on field monitoring and numerical simulation. *Journal of Bridge Engineering*. Vol. 21, Issue 1, 2016.
6. XuMing Song, Hani Melhem, Jun Li, QingYuan Xu, LiJun Cheng. Effects of solar temperature gradient on long-span concrete box girder during cantilever construction. *Journal of Bridge Engineering*. Vol. 21, Issue 3, 2016.
7. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu. Calculation of steel reinforced concrete spans with account of the road base. The experience of the past - look to the future: 7 International Scientific and Practical Conference of Young Scientists and Students: conference proceedings. 2017. Pp.193-198.
8. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Calculation of deflected mode of steel reinforced concrete spans with account of temperature effect in the road base layers. *Structural Mechanics and Structures*. No. 2(15). 2017. Pp.75-84.
9. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Analysis of influence of solar radiation on the deflected mode of steel-reinforced concrete span. *Russian Journal of Transport Engineering*. No. 2(5). 2018. <https://t-s.today/PDF/12SATS218.pdf> (in Russian). DOI: 10.15862/12SATS218
10. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Influence of solar radiation on the safety of the top layer of the pavement of an iron-concrete span structure. Collected materials of the XIX International Scientific and Technical Conference "Actual problems of the construction, construction industry and industry". 2018. Pp. 34-36. (in Russian).
11. Gridnev S.Yu.; Podlesnykh I.S. Temperature distribution along the height of the cross section of the steel concrete bridge span of a highway bridge. Collected materials of the XIX International Scientific and Technical Conference "Actual problems of construction, construction industry and industry". 2018. Pp. 36-39. (in Russian).
12. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Barchenkova N.A. Verifying Regulatory Documents for Solar Radiation Level Control When Estimating Stress-Strain State of the Spans Based on the Ortho-tropic Slab. The 24th International Scientific Conference "Mechanics". 2019. Pp.116-122.
13. Gridnev S.Yu.; Podlesnykh I.S. The influence of uneven heating on the stress distribution in the elements of the superstructure with orthotropic slab. Collected materials of the XX International Scientific and Technical Conference "Actual problems of the construction, construction industry and industry". 2019. Pp. 108-110. (in Russian).
14. Gridnev S.Yu.; Podlesnykh I.S. Features of the temperature field in the elements of the superstructure of the road bridge at close to zero negative temperatures. Collected materials of the XX International Scientific and Technical Conference "Actual problems of the construction, construction industry and industry". 2019. Pp. 110-112. (in Russian).
15. Podlesnykh I.S., Gridnev S.Yu., Skalko Yu.I. Clarification of the stress-strain state of the superstructure with orthotropic slab taking into account solar radiation. *Russian Journal of Transport Engineering*. No. 4(6). 2019. <https://t-s.today/PDF/15SATS419.pdf> (in Russian). DOI: 10.15862/15SATS419
16. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Skalko Yu.I., Rezunov A.V. Estimating the influence of solar radiation at different seasons on the mode of deformation of a span structure with an orthotropic plate. *Archives for Technical Sciences* No. 23. 2020. Pp. 59-66.
17. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Technique for measuring the temperature field of a span with an orthotropic slab under the influence of solar radiation. Collection of materials of the XXI International Scientific and Technical Conference "Actual problems of construction and construction industry." 2020. Pp. 62-68.
18. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Rezunov A.V., Mukhtarov R.A. Comparative statement analysis of span structures with a reinforced concrete and orthotropic plate under the

- exposure of solar radiation. E3S Web of Conferences. "24th International Scientific Conference "Construction the Formation of Living Environment." 2021. P. 03020.
19. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Features of the stress-strain state of the superstructure when taking into account the time-varying dynamic effects of solar radiation. Collection of materials of the XXII International Scientific and Technical Conference "Actual problems of construction and construction industry." – 2021. – p.67-69.
 20. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S., Barchenkova N.A. Experimental assessment of solar radiation effect on the stress-strain state of a span with an orthotropic slab. IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2020. P. 012001.
 21. Gridnev S.Yu., Podlesnykh I.S. Approbation of the developed methodology of full-scale measurements of the stress-strain state of the span under increased exposure to solar radiation. Construction Mechanics and Structures. No. 2(33). 2022. Pp. 133-144.
 22. Telegin M.A., Ovchinnikov I.G. Road surface on orthotropic plates of bridges. Road Power. No. 35. 2011. Pp. 34-39.
 23. Ovchinnikov I.G., Zinchenko E.V., Kuzhel V.N. The analysis of the designs of road surface applied in a bridge building. Roads. Innovations in Road Construction. No. 52. 2011. Pp. 52-55.
 24. Kozlov A.V. Calculation of steel-reinforced concrete bridges taking into account the shift of the plate along the upper girder belt. Construction Mechanics and Structures. No. 4(19). 2018. Pp. 64-71.
 25. Kozlov A.V., Egorychev A.S. Calculation of steel-reinforced concrete bridges taking into account the malleability of the shear joint of a reinforced concrete slab with a steel beam. Roads and Bridges. No. 41. 2019. Pp. 111-128.
 26. SNiP 2.05.03-84 * (joint venture 35.13330.2011). Building Regulations. Bridges and pipes (Updated edition). Ministry of Regional Development of the Russian Federation. M.: OJSC "ZPP", 2011. 339 p.

GENERALIZATION OF THE RESULTS OF STUDIES OF THE STRESS-STRAIN STATE OF SPANS UNDER THE INFLUENCE OF SOLAR RADIATION

I. S. Podlesnykh¹, S. Yu. Gridnev²

Voronezh State Technical University^{1,2}

Russia, Voronezh

¹ Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +79038513595; e-mail: 94igor@mail.ru

² Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.:+7(473)2714230; e-mail: gridnev_s_y@rambler.ru

Abstract. The performed studies on the calculation of stress-strain state of load-bearing systems of transport structures under the influence of solar radiation are summarized. Finite element models of two types of superstructures have been developed, including layers of pavement with the possibility of taking into account the uneven effects of solar radiation. The calculation was performed without the assumption of an absolutely rigid connection of the main beam and the superstructure plate. The analysis of the results of a series of full-scale measurements of the temperature fields of the superstructure elements and the stress-strain state of the main beams in various cases of exposure to solar radiation is carried out. The influence of uneven heating on the nature of the stress-strain state of the superstructure is studied and the results of instrumental measurements and numerical calculations are verified. The temperature limits of the application of the developed methodology are determined and recommendations for practical calculations are prepared.

Keywords: span, reinforced concrete slab, orthotropic plate, main beams, road surface, solar radiation, full-scale measurements, temperature distribution, stress-strain state.

ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ ХОЛОДНЫХ АСФАЛЬТОБЕТОННЫХ СМЕСЕЙ ПРИ НЕОТЛОЖНОМ РЕМОНТЕ ПОКРЫТИЯ ПРОЕЗЖЕЙ ЧАСТИ АВТОДОРОЖНОГО МОСТА

Ю. И. Калгин¹, А. Ю. Калгин², В. А. Козлов³, Н. И. Паневин⁴

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

¹Д-р техн. наук, профессор кафедры строительства и эксплуатации автомобильных дорог, тел.: +7 (473) 236-18-89, e-mail: kalgin36@yandex.ru

² Аспирант кафедры строительной механики, e-mail: aleksejkalgin@yandex.ru

³Д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой строительной механики, тел.: +7 (473) 271-52-30, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

⁴Канд. техн. наук, доцент кафедры строительства и эксплуатации автомобильных дорог, тел.: +7 (473) 236-18-89, e-mail: panevinn@mail.ru

Постановка задачи. Рассматривается задача разработки и обоснования применения холодных асфальтобетонных смесей для неотложного ремонта покрытия проезжей части автодорожных мостов.

Результаты. Показаны результаты эксперимента и их анализ по определению физико-механических и технологических свойств холодных смесей с применением жидкого битумного вяжущего. Проведён анализ физико-механических свойств холодных смесей с использованием разжиженных нефтяных битумов. Показана роль жидкого битумного вяжущего в повышении качества холодного асфальтобетона, применяемого для неотложного ремонта покрытия проезжей части автодорожного моста. Приведены оптимальные рецептурные показатели холодных смесей для неотложного ремонта покрытий проезжей части автодорожных мостов.

Выводы. Установлено, что основным фактором, оказывающим влияние на характеристики холодных асфальтобетонных смесей, является качество жидкого битумного вяжущего. Показано, что для холодных асфальтобетонных смесей значительное отличие их физико-механических показателей наблюдается в зависимости от гранулометрического состава минеральной части.

Ключевые слова: проезжая часть автодорожного моста, неотложный ремонт, холодная асфальтобетонная смесь, асфальтобетон, жидкий битум, жидкое полимерно-битумное вяжущее.

Введение. В Российской Федерации, как и в большинстве других стран, на проезжей части автодорожных мостов используется асфальтобетонное покрытие. Самыми распространёнными дорожными смесями, применяемыми при устройстве асфальтобетонных покрытий проезжей части и тротуаров автодорожных мостов, являются горячие асфальтобетонные смеси. На асфальтобетонном покрытии проезжей части автодорожных мостов при их эксплуатации возникают дефекты и разрушения, которые устраняют при выполнении плановых или неотложных ремонтных работ [1-16].

Неотложным ремонтом асфальтобетонных покрытий принято называть ремонт дорожных покрытий при положительных или отрицательных температурах до -20°C , выполняемый с целью устранения дефектов и повреждений, создающих угрозу безопасности дорожного движения и требующих срочной ликвидации в течение установленного количества суток [1].

Для неотложного ремонта асфальтобетонных покрытий проезжей части автодорожных мостов в зависимости от погодных-климатических факторов и эксплуатационного состояния покрытия преимущественно применяют следующие виды горячих смесей: горячие асфальтобетонные, литые асфальтобетонные. Указанные асфальтобетонные смеси не являются

складируемыми материалами, и поэтому в зимний, а также переходные периоды года не доступны дорожным организациям, что не позволяет своевременно выполнять ремонтные работы. Холодные складируемые асфальтобетонные смеси на жидких органических вяжущих можно использовать круглогодично для выполнения дорожно-ремонтных работ, но их физико-механические и технологические показатели существенно уступают вышеуказанным горячим смесям [1,2,3,4].

По современным представлениям холодная асфальтобетонная смесь – это рационально подобранная смесь, состоящая из минеральной части (щебня, песка и минерального порошка или без него) и жидкого органического вяжущего (жидкий битум, жидкое битумно-полимерное вяжущее, жидкий модифицированный битум, гелеобразное жидкое органическое вяжущее), взятых в определенных соотношениях и перемешанных в нагретом состоянии [2].

В традиционной технологии приготовления холодных асфальтобетонных смесей существуют недостатки, ограничивающие применение холодного асфальтобетона для неотложного ремонта покрытий автодорожных мостов:

- недостаточная прочность и водостойкость холодного асфальтобетона, что обусловлено низкими требованиями к исходным применяемым материалам;
- невысокие технологические свойства (недостаточная удобоукладываемость, обусловленная слеживаемостью холодных асфальтобетонных смесей при хранении, что является следствием низкого качества жидких органических вяжущих);
- длительный первоначальный период формирования асфальтобетона после укладки и уплотнения холодной смеси, что, в первую очередь, происходит по причине использования неоптимальных составов холодных асфальтобетонных смесей.

Согласно ПНСТ 362-2019 [2] классификация асфальтобетонных холодных смесей (АХ) в зависимости от номинального максимального размера зерен заполнителя (мм) подразделена на типы: 22,4; 16,0; 11,2; 8,0; 5,6. Для неотложного ремонта асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов оптимальным вариантом является АХС 11 – холодная асфальтобетонная смесь, складируемая, с номинальным максимальным размером зерен 11,2 мм.

Разработка и обоснование применения холодных асфальтобетонных смесей с улучшенными характеристиками, соответствующих требованиям ПНСТ 362-2019 [2], с использованием разжиженного нефтяного дорожного и жидкого модифицированного битума.

При проведении исследований холодных смесей для ремонта покрытий автодорожных мостов было использовано различное битумное вяжущее. В качестве битумного вяжущего выбирались: жидкий битум марки СГ 70/130, полученный разжижением дизельным топливом нефтяного битума БНД 50/70, и жидкие полимерно-битумные вяжущие, отвечающие требованиям ПНСТ 362-2019 [2]. Оптимизация составов и показателей свойств холодных асфальтобетонных смесей была проведена с помощью регрессионной модели их взаимозависимости. Были приготовлены холодные смеси АХС 11, зерновой состав которых удовлетворяет требованиям вышеуказанного норматива.

В качестве варьируемых величин были выбраны следующие факторы: X_1 – содержание щебень/минеральный порошок, % в 100 % минеральной части смеси; X_2 – содержание жидкого битума, % сверх 100 % минеральной части смеси.

Матрица планирования оптимизации состава холодного асфальтобетона АХС 11 на жидком битуме марки СГ 70/130 приведена в табл. 1.

Матрица планирования испытания холодного асфальтобетона АХС 11
на жидком битуме марки СГ 70/130

№ плана	План эксперимента		Натуральные значения переменных	
	X ₁	X ₂	Содержание щебень/минеральный порошок, %	Содержание жидкого битума, %
1	-1	-1	40/0	5
2	-1	1	40/0	7
3	1	-1	50/6	5
4	1	1	50/6	7
5	0	0	45/3	6

Вид модели – полный многочлен 2-го порядка от двух переменных X₁, X₂:

$$Y = A_0 + B_1X_1 + B_2X_2 + C_1X_1^2 + C_2X_2^2 + C_3X_1X_2, \quad (1)$$

Основными исследуемыми характеристиками холодного асфальтобетона являлись: водостойкость TSR, Y₁; предел прочности (первая группа) при непрямом растяжении (кПа), Y₂; предел прочности (вторая группа) при непрямом растяжении (кПа), Y₃; слёживаемость (холодная формовка), Y₄.

Показатель водостойкости *TSR* рассчитывают как отношение среднеарифметических значений пределов прочности при непрямом растяжении между второй и первой группами образцов [2]:

$$TSR = \frac{S_2}{S_1}, \quad (2)$$

где S₂ - среднеарифметическое значение предела прочности при непрямом растяжении образцов из второй группы, подвергнутых неполному водонасыщению, а также циклу "замораживание - оттаивание", кПа;

S₁ - среднеарифметическое значение предела прочности при непрямом растяжении образцов из первой группы, выдержанных на воздухе при температуре (21±1)°С в течение (120±10) мин, кПа.

Ранее проведенные исследования [5] показали, что водостойкость *TSR* может служить комплексным показателем прочности и водостойкости холодного асфальтобетона. Поэтому далее из трех вышеуказанных характеристик Y₁ – Y₃ рассмотрим только модель Y₁.

Модель Y₁ – «водостойкость *TSR*» холодного асфальтобетона представлена на рис. 1.

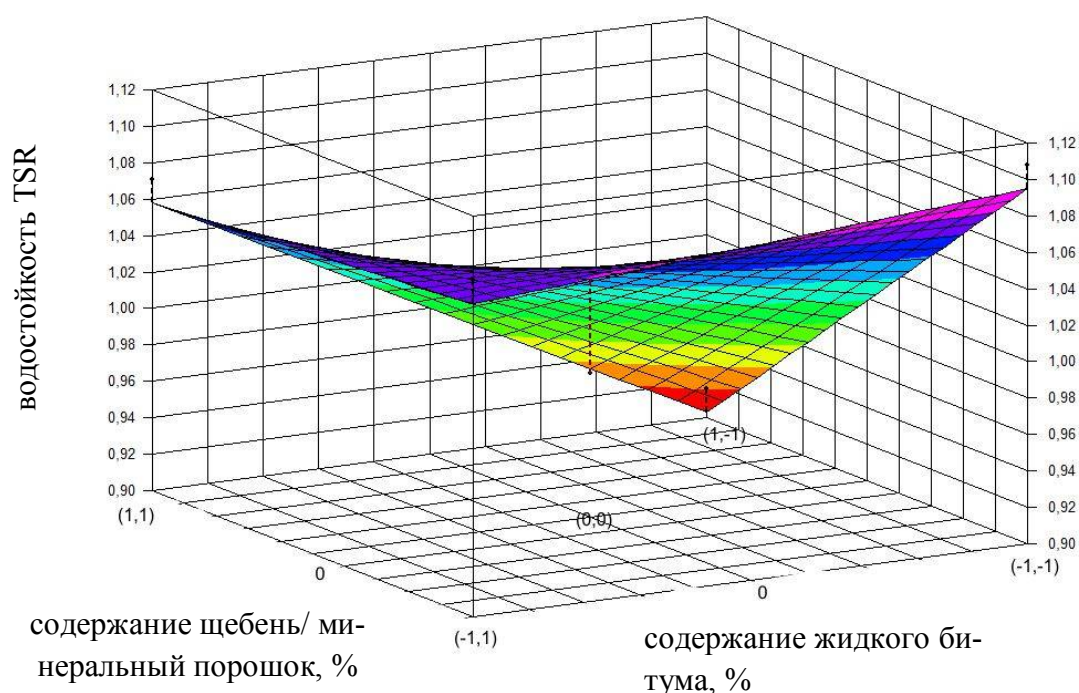


Рис. 1. Зависимость водостойкости TSR холодного асфальтобетона АХС 11 от исследуемых факторов

Аналитическая запись модели 1:

$$Y_1 = 1,0318 - 0,003X_1 + 0,033X_2 - 0,050X_1^2 - 0,050X_2^2 - 0,0445X_1X_2, \quad (3)$$

где Y_1 - водостойкость TSR; X_1 - содержание щебень/минеральный порошок, % в 100 % минеральной части смеси; X_2 - содержание жидкого битума, % сверх 100 % минеральной части смеси.

Параметры точности модели Y_1 приведены в табл. 2.

Таблица 2

Параметры точности модели Y_1

Наименование параметра	Значение параметра
Стандартное (среднее квадратическое) отклонение	$\sigma(Y_1) = 5,90321946059944E-02$
Коэффициент множественной детерминации	$(R^2) = 0,8678538383$
Доля отклонения Y_1 от среднего, объясняемая регрессией	86,78 %
Модифицированный коэффициент множественной детерминации	$(Ra^2) = 0,4714153533$

Результаты проверки значимости параметров модели Y_1 на основе критерия Стьюдента приведены в табл. 3.

Таблица 3

Проверка значимости параметров модели Y_1 на основе критерия Стьюдента

Параметры модели	Оценка параметра	Среднее квадратическое отклонение	t-отношение Стьюдента	Вероятность Prob(T) равенства параметра нулю
A_0	1,0318	0,0264	39,08333333	0,01629
B_1	-0,003	0,004057	-0,86273	0,47921
B_2	0,033	0,029516097	1,118033989	0,46456
C_1	-0,050	996075,1	-5,10E-08	1
C_3	-0,050	996075,1	-5,10E-08	1
C_3	0,0445	0,029516097	1,507651894	0,37284

Коэффициенты A_0, B_1, B_2, C_3 значимы, так как их вероятности Prob (t) не велики. Дисперсионный анализ модели Y_1 приведен в табл. 4.

Таблица 4

Дисперсионный анализ модели Y_1

Дисперсионный анализ модели Y_1		Сумма квадратов относительно источника	Дисперсии воспроизводимости и адекватности	Отношение Фишера (F Ratio)	Вероятность P(F) отсутствия значимой регрессии
Источник	Степени свободы				
Регрессия	3	0,022886	0,007628667	2,18912611	0,45244
Отклонение	1	0,0034848	0,0034848		
Вся выборка	4	0,0263708			

Так как вероятность P(F) мала, то модель адекватна. Анализ качества модели Y_1 приведен в табл. 5.

Таблица 5

Исходные данные и оценка точности вычисления Y на основе модели Y_1

№ плана	X_1	X_2	Коэффициент водостойкости TSR, экспериментальные значения (средние)	Коэффициент водостойкости TSR, вычисленный по построенной модели	Абсолютная погрешность аппроксимации экспериментальных данных	Относительная погрешность, %
1	-1	-1	1,108	1,0948	0,0132	1,191336
2	-1	1	1,085	1,0718	0,0132	1,21659
3	1	-1	0,916	0,9028	0,0132	1,441048
4	1	1	1,071	1,0578	0,0132	1,232493
5	0	0	0,979	1,0318	-0,0528	-5,39326

Для показателя водостойкости TSR холодного асфальтобетона АХС 11 являются значимыми все исследуемые факторы. Максимальная величина показателя соответствует области значений исследуемых факторов для составов смесей с более высоким содержанием жидкого битума и меньшим содержанием крупного заполнителя в минеральной части. Таким образом, наиболее значимым фактором, определяющим прочность и водостойкость холодного асфальтобетона, являются качество и содержание жидкого битумного вяжущего.

Модель Y_4 – «слёживаемость (холодная формовка)» холодного асфальтобетона АХС 11 представлена на рис. 2.

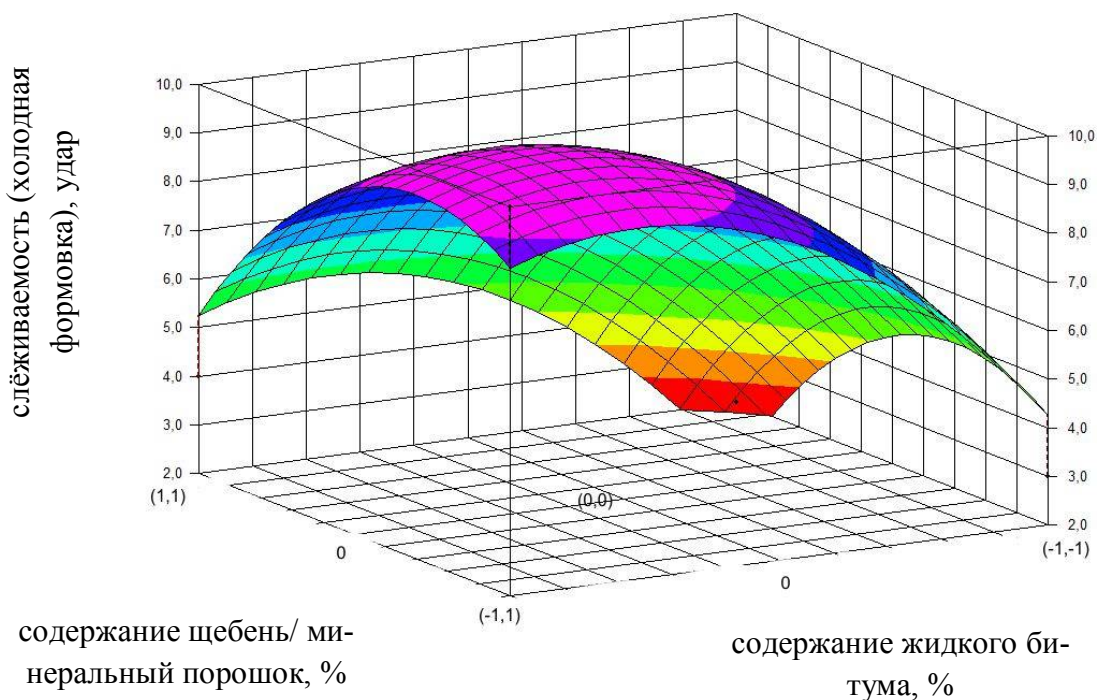


Рис. 2. Зависимость слеживаемости (холодная формовка) холодного асфальтобетона АХС 11 от исследуемых факторов

Аналитическая запись модели 4:

$$Y_4 = 9 - 1,75X_1 + 2,25X_2 - 2,125X_1^2 - 2,125X_2^2 - 0,0X_1X_2, \quad (4)$$

где Y_4 - слёживаемость (холодная формовка); X_1 - содержание щебень/минеральный порошок, % в 100 % минеральной части смеси; X_2 - содержание жидкого битума, % сверх 100 % минеральной части смеси.

Параметры точности модели Y_4 приведены в табл. 6, результаты проверки значимости параметров модели Y_4 на основе критерия Стьюдента - в табл. 7.

Таблица 6

Параметры точности модели Y_4

Наименование параметра	Значение параметра
Стандартное (среднее квадратическое) отклонение	$\sigma(Y_4) = 4,5$
Коэффициент множественной детерминации	$(R^2) = 0,882518797$
Доля отклонения Y_{12} от среднего, объясняемая регрессией	88,25 %
Модифицированный коэффициент множественной детерминации	$(Ra^2) = 0,530075188$

Таблица 7

Проверка значимости параметров модели Y_4 на основе критерия Стьюдента

Параметры модели	Оценка параметра	Среднее квадратическое отклонение	t-отношение Стьюдента	Вероятность Prob(T) равенства параметра нулю
A_0	9	-	-	-
B_1	-1,75	0,005782922	-302,6151973	0,0021
B_2	2,25	6,13256E-09	366894229,5	0,0
C_1	-2,12499399	2,40984E+11	8,818E-12	1,0
C_3	-2,12499399	2,40984E+11	8,818E-12	1,0
C_3	0,0	-	-	0

Коэффициенты A_0, B_1, B_2, C_3 значимы, так как их вероятности Prob(t) не велики. Дисперсионный анализ модели Y_4 приведен в табл. 8.

Таблица 8

Дисперсионный анализ модели Y_4

Дисперсионный анализ модели Y_{12}		Сумма квадратов относительно источника	Дисперсии воспроизводимости и адекватности	Отношение Фишера (F Ratio)	Вероятность P(F) отсутствия значимой регрессии
Источник	Степени свободы				
Регрессия	3	46,95	15,65	2,504	0,42771
Отклонение	1	6,25	6,25		
Вся выборка	4	53,2			

Вывод: так как вероятность P(F) мала, то модель адекватна. Анализ качества модели Y_4 приведен в табл. 9.

Таблица 9

Исходные данные и оценка точности вычисления Y на основе модели Y_4

№ плана	X_1	X_2	Слэживаемость, количество ударов, экспериментальные значения (средние)	Слэживаемость, количество ударов, вычисленная по построенной модели	Абсолютная погрешность аппроксимации экспериментальных данных	Относительная погрешность, %
1	-1	-1	3	4,25	-1,25	-41,6667
2	-1	1	10	8,75	1,25	12,5
3	1	-1	2	0,75	1,25	62,5
4	1	1	4	5,25	-1,25	-31,25
5	0	0	9	9	0	0

Наиболее значительно показатель слэживаемости зависит от наличия и содержания минерального порошка, количества жидкого битума, соотношения мелких и крупных частиц в минеральной части в холодной смеси. Слеживаемость образцов, уплотненных в холодном состоянии, существенно менее выражена для составов холодных асфальтобетонных смесей с минимальным количеством жидкого органического вяжущего.

Результаты проведенного эксперимента показали, что для получения наилучших значений показателей прочности, водостойкости и низкой слэживаемости необходимо исполь-

зовать составы холодных асфальтобетонных смесей с минимальным количеством качественного жидкого органического вяжущего.

Полученная область оптимальных рецептурных значений холодной смеси АХС 11 была использована при определении температурного диапазона применения холодного асфальтобетона при выполнении неотложных работ.

Для качественного выполнения работ по неотложному ремонту асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов при пониженных и отрицательных температурах следует использовать холодные асфальтобетонные смеси на жидком модифицированном вяжущем, что подтверждается результатами ранее проведенных исследований [6].

Для определения температурного диапазона применения холодных асфальтобетонных смесей АХС 11 при выполнении работ по неотложному ремонту асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов был использован «Метод определения пенетрации холодных асфальтобетонных смесей при температуре минус 10 °С» согласно ОДМ 218.6.1.003-2021 [1]. Испытания холодных асфальтобетонных смесей АХС 11 выполняли в следующей последовательности (см. рис. 3-4):

- уплотненную холодную смесь в форме помещали в климатическую камеру при температуре минус (10 ± 1) °С на (14 ± 1) час;

- нож для измерения пенетрации устанавливали на переходник под верхней плитой испытательного пресса;

- переносили форму с уплотненным материалом из морозильника на нагрузочное устройство и помещали под нож на нижнюю плиту испытательного пресса. Нож располагается над серединой образца;

- на прессе задавали скорость нагружающего устройства 50 мм/мин;

- включали мотор, подводили образец к ножу, выполняли движение нагрузочного приспособления. Включали таймер, когда начнется погружение ножа в испытываемый образец. Наблюдали за табло измерений и записывали наибольшее показание нагрузки, наблюдавшееся в течение 30 секунд пенетрации;

- останавливали мотор и снимали образец с аппарата. Время, затраченное на испытание образца от момента извлечения его из морозилки до окончания 30 секундной пенетрации, не превышало 1 минуты.

Температурный диапазон использования холодной смеси в зависимости от результата её испытания в соответствии с методикой [1] приведен в табл. 10.



Рис. 3. Проведение испытания для определения показателя удобоукладываемости холодной смеси



Рис. 4. Вид образца после испытания

Таблица 10

Температурный диапазон использования холодных асфальтобетонных смесей АХС 11 на жидком битуме СГ 70/130 для неотложного ремонта асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов

№ п/п	Вид жидкого вяжущего	Содержание жидкого вяжущего, %	Содержание щебня в минеральной части, %	Пенетрация, при температуре -10 °С, (Н)	Температурный диапазон использования смеси, °С
1	СГ 70/130	4	40	1843	(-1) – (+21)
2	СГ 70/130	7	40	3713	(+10) – (+32)
3	СГ 70/130	4	50	1173	(-1) – (+21)
4	СГ 70/130	7	50	1690	(-1) – (+21)
5	СГ 70/130	5,5	45	1760	(-1) – (+21)
6	СГ 70/130	5,5	40	2996	(+10) – (+32)
7	СГ 70/130	7	45	2972	(+10) – (+32)
8	СГ 70/130	5,5	50	1496	(-1) – (+21)
9	СГ 70/130	4	45	2120	(+10) – (+32)
10	Жидкое ПБВ 70/130	4	40	882	(-10) – (+10)

Выводы

1. Для выполнения работ по неотложному ремонту асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов следует использовать холодные асфальтобетонные смеси по ПНСТ 363-2019 [2].

2. Повышенная водостойкость холодного асфальтобетона АХС 11 соответствует составам смесей с более высоким содержанием жидкого битума и наименьшим содержанием крупного заполнителя в минеральной части.

3. Технологические свойства холодной асфальтобетонной смеси АХС 11 зависят от наличия и содержания минерального порошка, количества жидкого битума, соотношения мелких и крупных частиц в минеральной части (дробленый песок/щебень) в холодной смеси.

4. Наименьшие показатели слеживаемости холодного асфальтобетона, соответствующие требованиям ПНСТ 362-2019 [2], у составов холодной смеси с минеральной частью с щебнем в количестве 40-45 %, минерального порошка 2 %, при содержании жидкого битума 4 % сверх 100 % минеральной части.

5. Температурный диапазон использования холодных асфальтобетонных смесей АХС 11 для неотложного ремонта асфальтобетонных покрытий автодорожных мостов составляет от (-10) – (+32) °С в зависимости от вида применяемого жидкого вяжущего и рецептурных показателей холодных смесей.

Библиографический список

1. ОДМ 218.6.003-2021. Методические рекомендации по технологиям устранения деформаций и повреждений с использованием различных типов специальных асфальтобетонных смесей при выполнении неотложных работ: издание официальное: утв. распоряжением Федерального дорожного агентства от 17.02.2021 г. № 572-р: дата введения 26.04.2021 г. – М.: Росавтодор, 2021. – 74 с.

2. ПНСТ 362-2019. Дороги автомобильные общего пользования. Смеси асфальтобетонные холодные и асфальтобетон. Технические условия: предварительный национальный стандарт РФ : издание официальное : утв. приказом Росстандарта от 17.09.2019 № 32-пнст : срок действия с 2019-12-01 до 2022-12-01. – М.: Стандартиформ, 2019. – 50 с.
3. Калгин Ю.И. Дорожные битумоминеральные материалы на основе модифицированных битумов. – Воронеж: изд-во Воронеж. гос. ун-та, 2006. – 272 с.
4. Калгин Ю.И., Строкин А.С., Тюков Е.Б. Перспективные технологии строительства и ремонта дорожных покрытий с применением модифицированных битумов. – Воронеж: Воронежская областная типография, 2014. – 224 с.
5. Калгин Ю.И., Строкин А.С., Седаев А.А. Разработка специальных асфальтобетонных смесей для ремонта дорожных покрытий в холодные периоды года // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2018. – № 3 (51). – С. 66-71.
6. Калгин Ю.И., Паневин Н.И., Строкин А.С. Технологические показатели и область применения специальных асфальтобетонных смесей при ремонте дорожных покрытий в холодные периоды года // Научный журнал строительства и архитектуры. – 2018. – №4 (52). – С. 74-82.
7. Руденский А.В., Калгин Ю.И. Дорожные асфальтобетонные покрытия на модифицированных битумах. – Воронеж, 2009. – 143 с.
8. Руденский А.В. Дифференцирование требований к прочности и деформативности асфальтобетона для различных условий применения при строительстве покрытий: автореф. дис... д-ра техн. наук. – Томск, 2000. – 35 с.
9. Руденский А. В. Дорожные асфальтобетонные покрытия. – М.: Транспорт, 1992. – 255 с.
10. Хученройтер Ю., Вёрнер Т. Асфальт в дорожном строительстве. – М.: ИД «АБВ-пресс», 2013. – 450 с.
11. Hardzynski F., Such Ch. Modelisation du comportement rheologique des bitumes polymers. Le model autocohérant // Bull. des Labo P. et Ch. – 1998. – № 214. – Pp. 3–18.
12. Chaussees a longue duree de vie et cas de reussite // Rapport du Comite Technique 4.3 sur Chaussees Routieres AIPCR. – 2007. – 42 p.
13. Contribution des mesures rheologiques sur liants a la prevision l'ornierage en laboratoire / J. Jolivet, M. Malot, G. Ramond, M. Pastor // Bull. Liaison Labo. P. et Ch. – 1994. – № 194. – P. 3–10.
14. Molenaar J.M.M., Hagos E.T., Van De Ven M.F.C. An investigation into the specification of rheological properties of polymer modified bitumen // Proceedings 3rd Eurasphalt & Eurobitume Congress. 12–14 may 2004. – Vienna, 2004. – Pp. 2080–2091.
15. Carswel J., Noglia O. Etude des essais de fluage repetes comme method predictive de la resistance a l'ornierage des enrobes // RGRA. – 2003. – № 817. – Pp. 55–59.
16. Olard F., Chabert D. Developpement de l'essai de fatigue sur liants et mastics bitumineux // RGRA. – 2008. – № 865. – Pp. 69–74.

References

1. ODM 218.6.003-2021. Methodological recommendations on technologies for eliminating deformations and damages using various types of special asphalt concrete mixtures when performing urgent work: official publication: approved. by order of the Federal Road Agency, dated 02/17/2021 No. 572: introduction date 04/26/2021. М.: Rosavtodor, 2021. 74 p.

2. PNST 362-2019. Public roads. Cold asphalt concrete mixes and asphalt concrete. Specifications: preliminary Federal Standard of the Russian Federation: official edition: approved. by Rosstandart, dated 09/17/2019 No. 32: valid from 2019/12/01 to 2022/12/01. M.: Standartinform, 2019. 50 p.
3. Kalgin Yu.I. Road bitumen-mineral materials based on modified bitumen. Voronezh: VSTU publishing house, 2006. 272 p.
4. Kalgin Yu.I., Strokin A.S., Tyukov E.B. Promising technologies for the construction and repair of road surfaces using modified bitumen. Voronezh: Voronezh Regional Printing House, 2014. 224 p.
5. Kalgin Yu.I., Strokin A.S., Sedaev A.A. Development of special asphalt concrete mixtures for repairing road surfaces in cold periods of the year. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 3(51). 2018. Pp. 66-71.
6. Kalgin Yu.I., Panevin N.I., Strokin A.S. Technological indicators and the scope of special asphalt concrete mixtures in the repair of road surfaces in the cold periods of the year. Scientific Journal of Construction and Architecture. No. 4(52). 2018. Pp. 74-82.
7. Rudensky A.V., Kalgin Yu.I. Road asphalt pavements based on modified bitumen. Voronezh, 2009. 143 p.
8. Rudensky A.V. Differentiation of requirements for the strength and deformability of asphalt concrete for various conditions of use in the construction of coatings: abstract of the thesis. thesis ... Dr. tech. Sciences. Tomsk, 2000. 35 p.
9. Rudensky A.V. Road asphalt coatings. M.: Transport, 1992. 255 p.
10. Huchenreuter Yu., Wörner T. Asphalt in road construction. M.: Publishing house "ABVpress", 2013. 450 p.
11. Hardzynski F., Such Ch. Modelization du comporment rheologique des bitumes polymers. Le model autocohérent. Bull. des Labo P. et Ch. No. 214. 1998. Pp. 3–18.
12. Chaussees a longue duree de vie et cas de reussite. Rapport du Comite Technique 4.3 sur Chaussees Routieres AIPCR. 2007. 42 p.
13. Jolivet J., Malot M., Ramond G., Pastor M. Contribution des mesures rheologiques sur liants a la prevision l'ornierage en laboratoire. Bull. Liaison Labo. P. et Ch. 1994. No. 194. Pp. 3-10.
14. Molenaar J.M.M., Hagos E.T., Van De Ven M.F.C. An investigation into the specification of rheological properties of polymer modified bitumen. Proceedings 3rd Eurasphalt & Eurobitume Congress. May 12–14, 2004. Vienna, 2004. Pp. 2080–2091.
15. Carswel J., Noglia O. Etude des essais de fluage repetes comme method predictive de la resistance a l'ornierage des enrobes. RGRA. No. 817. 2003. Pp. 55–59.
16. Olard F., Chabert D. Developpement de l'essai de fatigue sur liants et mastics bitumineux. RGRA. No. 865. 2008. Pp. 69–74.

JUSTIFICATION OF THE APPLICATION OF COLD ASPHALT CONCRETE MIXTURES FOR URGENT COATING REPAIR OF THE ROAD BRIDGE

Y. I. Kalgin¹, A. Y. Kalgin², V. A. Kozlov³, N. I. Panevin⁴

Voronezh State Technical University^{1,2,3,4}
Russia, Voronezh

¹Dr. of Technical Sciences. Professor of the Department of Construction and Highway Usages. Tel.: +7(473)2361889, e-mail: kalgin36@yandex.ru

²Postgraduate Student of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(952)5506008, e-mail: aleksejkalgin@yandex.ru

³Dr. of Physical and Mathematical Sciences, Head of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2764006, e-mail: vakozlov@vgasu.vrn.ru

⁴PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of the Department of Construction and Highway Usages. Tel.: +7(473)2361889, e-mail: panevinn@mail.ru

Problem statement. The problem of development and substantiation of the use of cold asphalt concrete mixes for urgent repair of the pavement of the carriageway of road bridges is considered.

Results. The results of the experiment and their analysis to determine the physical, mechanical and technological properties of cold mixtures using a liquid bituminous binder are shown. An analysis of the physical and mechanical properties of cold mixtures using liquefied petroleum bitumen has been carried out. The role of a liquid bituminous binder in improving the quality of cold asphalt concrete used for urgent repair of the pavement of the carriageway of a road bridge is shown. Optimal recipe indicators of cold mixtures for urgent repair of pavements of the carriageway of road bridges are given.

Conclusions. It has been established that the main factor influencing the characteristics of cold asphalt concrete mixes is the quality of the liquid bituminous binder. It is shown that for cold asphalt mixes, a significant difference in their physical and mechanical properties is observed depending on the granulometric composition of the mineral part.

Keywords: road bridge carriageway, emergency repairs, cold mix asphalt, asphalt concrete, liquid bitumen, liquid polymer-bitumen binder.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНО АРМИРОВАННЫХ ПЕСЧАНЫХ ОСНОВАНИЙ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

В. М. Антонов¹, И. А. Аль-Накди²

Тамбовский государственный технический университет^{1,2}
г. Тамбов, Россия

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры «Конструкции зданий и сооружений», тел.: +7(920) 2308699,
e-mail: antonov280562@mail.ru;

²Аспирант кафедры «Конструкции зданий и сооружений», тел.: +7(977) 8538173,
e-mail: iabdulmonem2017@gmail.com.

Аннотация. Проведено моделирование взаимодействия круглого жесткого штампа с армированной упругопластической средой, описываемой физическими соотношениями закона Гука (на допредельной стадии деформирования) и условием текучести Мизеса-Шлейхера-Боткина, путем использования решения смешанной задачи теорий упругости и пластичности на математической основе МКЭ. Выполнена конечно-элементная формализация расчетных областей, назначены параметры упругопластической армированной области при действии статических повторно-переменных и циклических нагрузок. Использована трехмерная конечно-элементная модель изотропного упрочнения для разработки метода расчета армированного основания. Предложен алгоритм и разработана методика расчета несущей способности армированных оснований при передаче циклических нагрузок. Для проверки регрессионной модели результаты расчета сравнивались с экспериментальными результатами и результатами численного моделирования, полученными с помощью программы PLAXIS 3D V20.

Постановка задачи. Проведение экспериментальных и численных исследований армированных оснований с последующим выполнением многофакторного анализа и разработкой регрессионной модели для определения несущей способности основания при действии циклических и повторно переменных нагрузок.

Результаты. Разработан метод расчета несущей способности армированных оснований, который корректно отражает поведение армированных песчаных грунтов при статических и циклических нагрузках.

Выводы. Получена регрессионная модель для определения повышающего коэффициента за счет армирования для определения несущей способности основания при циклических и повторно-переменных нагрузках. Результаты работы могут быть использованы для дальнейшего совершенствования методов расчета несущей способности и прочности армированных оснований фундаментов машин периодического и циклического действия.

Ключевые слова: циклическая нагрузка, штамп, армированное основание, вертикальное перемещение.

Введение. Основания фундаментов под оборудование испытывают повторно-переменные и циклические нагрузки. Сопротивление грунтов действию нагрузок, меняющих свою величину или величину и знак во времени, существенно отличается от сопротивления статическому действию нагрузок [1]. Как показывает опыт, чтобы перераспределить напряжения на дополнительный объем грунта, повысить жесткость основания, а в некоторых случаях и изменить собственную частоту колебаний, можно использовать армирование грунтов [2-4].

В связи с отсутствием методов расчета, полностью отражающих вышеназванные условия, необходимы решения инженерных задач, основанные на современных расчетных моделях строительной механики и геомеханики [5-8].

Методика проведения исследований.

В соответствии с требованиями европейских норм ЕВГЕО для определения несущей способности армированных грунтовых подушек необходимо использовать формулу:

$$R_{n,k} = R'_{n,k} + \Delta R_{n,k}, \quad (1)$$

где $R'_{n,k}$ - несущая способность неармированной грунтовой подушки;

$\Delta R_{n,k}$ - увеличение несущей способности за счет армирования.

При расчете $R_{n,k}$ исходят из наименьшего из значений разрывной прочности и сопротивления выдергиванию армирующего материала [9].

Сен. Q [10] выделил несколько различных видов разрушения армированного основания: над арматурой, в армированной зоне, разрушение по слабому подстилающему слою.

Если прочность армированной зоны намного больше, чем у нижележащей неармированной зоны, а отношение глубины расположения армирования к размеру подошвы (d/B) относительно невелико, разрушение произойдет аналогично разрушению двуслойного основания со слабым подстилающим слоем.

В этом случае (рис. 1) несущая способность для ленточного фундамента на основании с горизонтальным армированием:

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{2(C_a + P_p \sin \delta)}{B} - \gamma_t d + \Delta q_T, \quad (2)$$

где $q_{u(R)}^*$ - несущая способность армированного основания при статической нагрузке; q_b - несущая способность нижележащего неармированного грунта; C_a - сила сцепления арматуры с грунтом = $c_a d$; c_a - единичное сцепление; d - толщина армированной зоны; P_p - пассивная сила (реакция грунта); δ - угол наклона пассивной силы к горизонтали; B - ширина подошвы; γ_t - удельный вес грунта в усиленной зоне; и Δq_T - несущая способность за счет армирования,

$$q_b = c_b N_c + q N_q + 0,5 \gamma_b B N_\gamma, \quad (3)$$

где c_b - сцепление грунта в неармированной зоне; q - пригрузка; γ_b - удельный вес грунта подстилающего слоя; N_c , N_q , и N_γ - коэффициенты несущей способности, которые зависят от угла внутреннего трения грунта, φ в неупрочненной зоне.

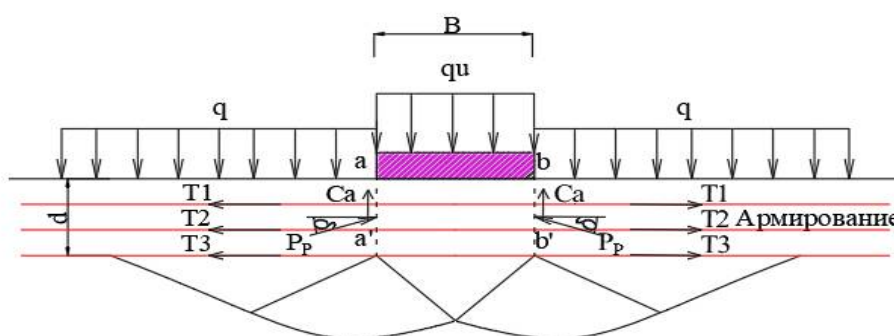


Рис. 1. Разрушение по подстилающему слою

$$P_p = \left(\frac{1}{2} \gamma_t d^2 + \gamma_t D_f d \right) \frac{K_{pH}}{\cos \delta}, \quad (4)$$

где D_f - глубина заложения; K_{pH} - горизонтальная составляющая коэффициента пассивного давления грунта.

$$\Delta q_T = \frac{2 \sum_{i=1}^N T_i \tan \delta}{B}, \quad (5)$$

где T_i – растягивающее усилие в i – м слое арматуры; N – количество слоев арматуры.

Тогда

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{2C_a d}{B} + \gamma_t d^2 \left(1 + \frac{2D_f}{d}\right) \frac{K_{pH} \tan \delta}{B} + \frac{2 \sum_{i=1}^N T_i \tan \delta}{B} - \gamma_t d. \quad (6)$$

Предположив, что

$$K_{pH} \tan \delta = K_s \tan \varphi_t, \quad (7)$$

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{2C_a d}{B} + \gamma_t d^2 \left(1 + \frac{2D_f}{d}\right) \frac{K_s \tan \varphi_t}{B} + \frac{2 \sum_{i=1}^N T_i \tan \delta}{B} - \gamma_t d, \quad (8)$$

где K_s – коэффициент сдвига, который зависит от угла внутреннего трения грунта в армированной зоне φ и несущей способности грунта как в армированной зоне, так и в нижележащей неармированной зоне,

или

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{4C_a s_a d}{B} + 2\gamma_t d^2 \left(1 + \frac{2D_f}{d}\right) \frac{K_s s_s \tan \varphi_t}{B} + \frac{4 \sum_{i=1}^N T_i s_T \tan \delta}{B} - \gamma_t d, \quad (9)$$

где s_a, s_s и s_T – коэффициенты формы для оценки сопротивления сдвигу.

$$q_b = 1,3c_b N_c + q N_q + 0,4\gamma_b B N_\gamma. \quad (10)$$

При разрыве арматуры расчетная схема будет выглядеть как на рис. 2.

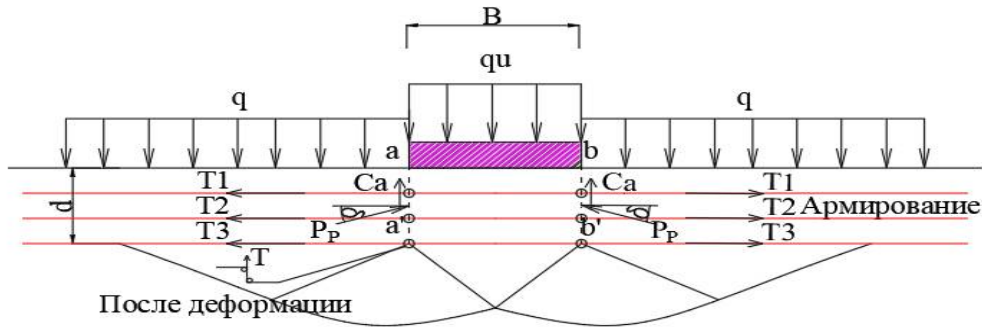


Рис. 2. Потеря прочности армированного основания вследствие разрыва арматуры

Для ленточного фундамента на армированном грунте:

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{2C_a d}{B} + \gamma_t d^2 \left(1 + \frac{2D_f}{d}\right) \frac{K_s \tan \varphi_t}{B} + \frac{2 \sum_{i=1}^N T_i}{B} - \gamma_t d. \quad (11)$$

Для квадратного фундамента на армированном грунте:

$$q_{u(R)}^* = q_b + \frac{4C_a d}{B} + 2\gamma_t d^2 \left(1 + \frac{2D_f}{d}\right) \frac{K_s \tan \varphi_t}{B} + \frac{4 \sum_{i=1}^N T_i}{B} - \gamma_t d. \quad (12)$$

Если прочность армированной зоны сопоставима с нижележащей неармированной зоной или если соотношение глубины расположения армирующих элементов (d/B) относительно велико, разрушение произойдет в армированной зоне за счет нарушения сцепления арматуры с грунтом, как показано на рис. 3.

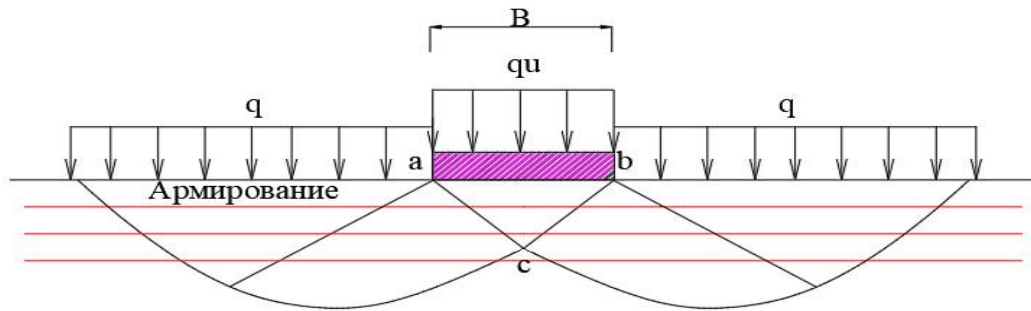


Рис. 3. Разрушение за счет проскальзывания арматуры

Несущая способность для ленточного фундамента:

$$q_u = cN_c + qN_q + 0,5\gamma BN_\gamma, \quad (13)$$

где q_u – несущая способность фундамента из неармированного грунта; c – сцепление грунта; q – дополнительная пригрузка; γ – удельный вес грунта; B – ширина подошвы; N_c , N_q , и N_γ – коэффициенты несущей способности, которые зависят от угла внутреннего трения грунта φ .

Формула несущей способности для армированного грунта:

$$q_{u(R)}^* = cN_c + qN_q + 0,5\gamma BN_\gamma + \Delta q_T, \quad (14)$$

Δq_T – повышение несущей способности за счет армирования.

Пассивное сопротивление P_p включает четыре компонента и может быть записано как

$$P_p = P_{pc} + P_{pq} + P_{p\gamma} + P_{pT}, \quad (15)$$

где P_{pc} , P_{pq} , $P_{p\gamma}$, и P_{pT} – пассивное сопротивление, обусловленное пригрузкой q , сцеплением c , удельным весом грунта γ и растягивающими усилиями в арматуре T_L и T_R .

Силовой многоугольник на единицу длины призмы $bc dg$, обусловленный действием арматуры, включает P_{pT} , T_L и T_R , а также силу сопротивления вдоль логарифмической спирали cd , F , как показано на рис. 4.

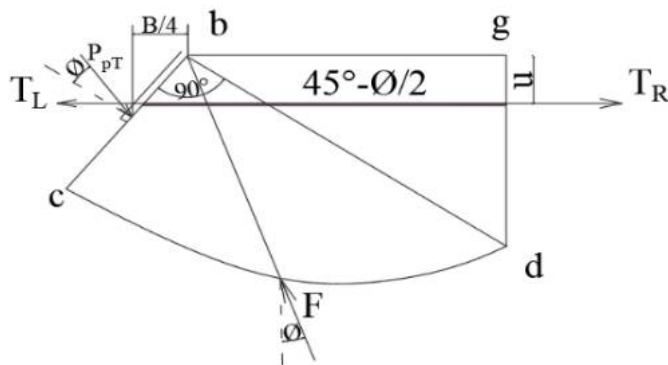


Рис. 4. Схема призмы $bc dg$ грунта

Логарифмическая спираль описывается уравнением $r = r_0 e^{\theta \tan \varphi}$. Это означает, что сила сопротивления F образует угол φ с нормальным направлением логарифмической спирали.

$$P_{pT} \cos \varphi \frac{B/4}{\cos(\pi/4 + \varphi/2)} = (T_L - T_R) u * 1; \quad (16)$$

$$P_{pT} = \frac{4(T_L - T_R)u \cos(\pi/4 + \varphi/2) * 1}{B \cos \varphi} \quad (17)$$

С учетом равновесия грунтовой призмы abc , показанной на рис. 5

$$\Delta q_T B * 1 = 2P_{pT} \sin(\pi/4 + \varphi/2); \quad (18)$$

$$\Delta q_T = \frac{4(T_L - T_R)u}{B^2}. \quad (19)$$

Растягивающее усилие в арматуре T_R на этом расстоянии незначительно, поэтому его можно принять равным нулю, а уравнение (19) затем можно упростить следующим образом:

$$\Delta q_T = \frac{4T_L u}{B^2} = \frac{4T u}{B^2}. \quad (20)$$

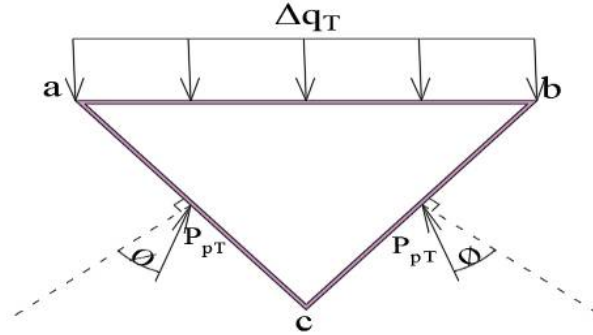


Рис. 5. Схема грунтовой призмы под подошвой штампа

Для двух или более слоев армирования несущая способность Δq_T составляет

$$\Delta q_T = \sum_{i=1}^N \frac{4T_i[u+(i-1)h]}{B^2}, \quad (21)$$

где T_i –растягивающее усилие в i – м слое арматуры; N –количество слоев арматуры; u – расстояние до верхнего слоя арматуры; h – вертикальное расстояние между слоями арматуры.

Несущая способность ленточного фундамента на основании с горизонтальным армированием:

$$q_{u(R)}^* = cN_c + qN_q + 0,5\gamma BN_\gamma + \sum_{i=1}^N \frac{4T_i[u+(i-1)h]}{B^2}. \quad (22)$$

Для квадратных фундаментов несущая способность Δq_T может быть рассчитана следующим образом:

$$\Delta q_T = \sum_{i=1}^N \frac{12T_i[u+(i-1)h]r_T}{B^2}, \quad (23)$$

где

$$r_T = f(x) = \begin{cases} \left[1 - 2 \frac{u+(i-1)h}{B} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \right] & u+(i-1)h < \frac{B}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \\ \frac{1}{2} - \frac{u+(i-1)h}{2H_f} & u+(i-1)h \geq \frac{B}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \end{cases} \quad (24)$$

где H_f – глубина поверхности разрушения может быть оценена как

$$H_f = \frac{B}{2 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} * e^{(\pi/4 + \varphi/2) \tan \varphi} * \cos \varphi. \quad (25)$$

Несущая способность для квадратных фундаментов:

$$q_{u(R)}^* = 1,3cN_c + qN_q + 0,4\gamma BN_\gamma + \sum_{i=1}^N \frac{12T_i[u+(i-1)h]r_T}{B^2}. \quad (26)$$

Этот механизм разрушения характерен для армированного песчаного грунта.

Результаты. Экспериментальные исследования показали, что основные преимущества армированных оснований проявляются при переходе их из упругой в упругопластическую стадию работы. Наиболее распространенным методом, позволяющим

решать задачи по расчету армированных оснований, является метод конечных элементов (МКЭ). На этом методе базируется пакет прикладных программ Plaxis, который позволяет определить вертикальное перемещение и несущую способность штампа, а также прогнозировать напряженно-деформированное состояние активной зоны основания. Особенностью комплекса Plaxis 3D является возможность моделирования как статической, так и циклической нагрузки.

По формуле Шлейхера для расчета вертикального перемещения штампа:

$$S_u = \omega * D * (1 - \nu^2) * p_u / E \quad (27)$$

где ω – коэффициент, принимаемый для круглых фундаментов 0,8; D – диаметр фундамента; ν – коэффициент Пуассона, принимаемый 0,3 для песка; p_u – предельное давление по подошве штампа на участке линейной зависимости между давлением и вертикальным перемещением; S_u – вертикальное перемещение штампа при давлении p_u .

Следовательно, вертикальное перемещение за счет приложения циклической нагрузки:

$$\Delta s = \omega * D * (1 - \nu^2) * p_c / E, \quad (28)$$

где p_c – циклическая нагрузка.

При делении уравнения (28) на (27) получим:

$$\Delta s / S_u = p_c / p_u, \quad (29)$$

из уравнения (29) несущая способность за время передачи циклической нагрузки - Δq_c

$$\text{будет: } p_c = \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right) * p_u; \quad \Delta q_c = \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right) * q_u, \quad (30)$$

где q_u – несущая способность неармированного основания при статической нагрузке.

Основываясь на уравнениях (29 и 30) и результатах экспериментов, определялась несущая способность неармированного и армированного основания. Несущая способность неармированного основания - $\Delta q_{u(\text{неар})}$:

$$q_{u(\text{неар})} = q_u + \Delta q_{c_{\text{неар}}}; \quad \text{или} \quad (31)$$

$$q_{u(\text{неар})} = q_u + \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right)_{\text{неар}} * q_u; \quad (32)$$

$$q_{u(\text{неар})} = q_u * \left[1 + \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right)_{\text{неар}}\right]. \quad (33)$$

При расчете несущей способности армированного основания $q_{u(R)}$ рассматривали три составляющих – приращение несущей способности армированного грунта за счет уплотнения при приложении циклической нагрузки – $\Delta q_{c_{\text{арм}}}$, несущую способность при приложении статической нагрузки – $q_u + \Delta q_T$, где Δq_T – приращение несущей способности за счет армирования.

$$q_{u(R)} = q_u + \Delta q_T + (\Delta q_c)_{\text{арм}}. \quad (34)$$

Тогда аналогично уравнению (30):

$$(\Delta q_c)_{\text{арм}} = (q_u + \Delta q_T) * \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right)_{\text{арм}}. \quad (35)$$

Подставляя уравнение (35) в уравнение (34) получим:

$$q_{u(R)} = q_u + \Delta q_T + (q_u + \Delta q_T) * \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right)_{\text{арм}}, \quad (36)$$

подставляя уравнение (23) в уравнение (36) получим:

$$q_{u(R)} = \left[q_u + \left[\sum_{i=1}^N \frac{12T_i [h_{s1} + (i-1)(h_{s2} - h_{s1})] r_T}{\pi D^2} \right] \right] \left[1 + \left(\frac{\Delta s}{S_u}\right)_{\text{арм}} \right]. \quad (37)$$

На рис. 6 приведена схема, иллюстрирующая метод расчета общей несущей способности армированного грунта.

В таблице приведено сравнение экспериментальных и расчетных значений $q_u(R)$, полученных в лабораторных условиях и по формулам (37) и (39) при некоторых переменных параметрах.

Сравнение экспериментальных и теоретических значений несущей способности армированного основания при действии циклических нагрузок

$\frac{F_i}{F_u}$	$\frac{F_c}{F_u}$	$\frac{h_s}{D}$	$\frac{\gamma_0}{\gamma_{st}}$	$\frac{V_{st}}{A_\phi * t_\phi}$	$\frac{L}{B}$	n	$q_{u(R)}$ эксперим.	$q_{u(R)}$ по формуле (37)	$q_{u(R)}$ по формуле (39)
0,3	0,5	0,4	0,194	0,152	1,2	25	0,176	0,138	0,12817
0,6	0,5	0,4	0,194	0,152	1,2	25	0,197	0,1367	0,14371
0,7	0,5	0,4	0,194	0,152	1,2	25	0,213	0,136	0,15505
0,6	0,6	0,2	0,194	0,168	1,5	20	0,14	0,1657	0,14364
0,6	0,6	0,2	0,194	0,246	2	20	0,176	0,158	0,16205
0,6	0,6	0,2	0,194	0,3318	3	20	0,218	0,1587	0,16436
0,6	0,6	0,1	0,194	0,152	1,2	20	0,154	0,141	0,16982
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	20	0,149	0,168	0,15575
0,6	0,6	0,3	0,194	0,152	1,2	20	0,097	0,176	0,12404
0,6	0,6	0,4	0,194	0,152	1,2	20	0,098	0,137	0,10633
0,6	0,6	0,5	0,194	0,152	1,2	20	0,097	0,129	0,09352
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	4	0,176	0,166	0,17059
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	8	0,17	0,167	0,1652
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	12	0,197	0,1675	0,1589
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	16	0,181	0,168	0,15071
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	20	0,224	0,1684	0,15575
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	24	0,149	0,169	0,14539
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	28	0,149	0,1694	0,14322
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	32	0,149	0,170	0,13671
0,6	0,6	0,2	0,194	0,152	1,2	36	0,149	0,1706	0,13293

Вывод

Разработанный метод расчета несущей способности армированных оснований и регрессионная модель для определения повышающего коэффициента за счет армирования дают результаты, близкие к экспериментальным.

Библиографический список

1. Мирсаяпов И.Т., Алюшев И.И. Экспериментальные исследования моделей армированных горизонтальными сетками оснований при циклическом нагружении // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. – 2016. – №3(37). – С. 173-178.
2. Антонов В.М. Экспериментальные исследования армированных оснований. – Тамбов: Изд-во ГОУ ВПО ТГТУ, 2011. – 80 с.
3. Антонов В.М. Аль-Накди И.А., Попов М.А. Экспериментальные исследования дискретно армированных оснований // Устойчивое развитие региона: Архитектура,

- строительство, транспорт: материалы 5-й Междунар. науч.-практ. конф. института архитектуры, строительства и транспорта. – Тамбов: ТГТУ, 2018. - С. 148-155.
4. Бай В.Ф., Краев А.Н. Экспериментальные исследования работы площадных фундаментов на слабом глинистом основании, усиленном песчаной армированной подушкой // Научно-технический вестник Поволжья. – 2011. – №1. – С. 72-75.
 5. Чернов Ю.Т., Зебилина М.Д.Х. Расчет систем виброизоляции оборудования, в том числе с нелинейными характеристиками // Строительная механика и расчет сооружений. – 2017. – № 4(273). – С. 47-54.
 6. Чернов Ю.Т. Расчет массивных фундаментов под виброактивное оборудование // Основания, фундаменты и механика грунтов. – 2021. – № 2. – С. 15-19.
 7. Козунова О.В., Васильев А.А., Гурский Д.М. Расчет жестких круглых плит на двухслойном основании. Постановка задачи вариационным методом // Материалы, оборудование и ресурсосберегающие технологии: материалы междунар. науч.-техн. конф. – Могилев: Белорусско-Российский университет, 2018. – С. 287-288.
 8. Козунова О.В., Сигаев Е.А. Нелинейный расчет инженерной системы "плита-основание" с использованием переменного модуля деформации // Вестник гражданских инженеров. – 2011. – № 1(26). – С. 72-81.
 9. Татьянников Д.А., Пономарев А.Б., Клевеко В.И. Исследование механических характеристик геосинтетических материалов для разработки методики расчета несущей способности армированных фундаментных подушек // Академический вестник УралНИИпроект РААСН. – 2015. – №1. – С. 84-89.
 10. Chen Qiming. An experimental study on characteristics and behavior of reinforced soil foundation: Doctoral Dissertations, Louisiana State University, Louisiana, 2007. – 344 p.

References

1. Mirsayapov I.T., Alyushev I.I. Experimental studies of models of bases reinforced with horizontal grids under cyclic loading. News of Kazan State University of Architecture and Civil Engineering. No. 3(37). 2016. Pp. 173-178.
2. Antonov V.M. Experimental studies of reinforced bases. Tambov: Publishing House of GOU VPO TSTU, 2011. 80 p.
3. Antonov V.M. Al-Naqdi I.A., Popov M.A. Experimental studies of discretely reinforced bases. Sustainable development of the region: Architecture, construction, transport. Materials of the 5th International Scientific and Practical Conference of the Institute of Architecture, Construction and Transport. Tambov. May 24-25, 2018; FSBEI VO TSTU. Tambov: TSTU, 2018. Pp. 148-155.
4. Bai V.F., Kraev A.N. Experimental studies of the work of areal foundations on a weak clay base reinforced with a sand reinforced cushion. Scientific and Technical Bulletin of the Volga region. No. 1. 2011. Pp. 72-75.
5. Chernov Yu.T., Zebilina D.H. Calculation of vibration isolation systems of equipment, including those with nonlinear characteristics. Construction Mechanics and Calculation of Structures. No. 4(273). 2017. Pp. 47-54.
6. Chernov Yu.T. Calculation of massive foundations for vibroactive equipment. Foundations, Bases and Soil Mechanics. No. 2. 2021. Pp. 15-19.
7. Kozunova O.V., Vasiliev A.A., Gursky D.M. Calculation of rigid round plates on a two-layer base. Problem statement by the variational method. Materials, Equipment and Resource-Saving Technologies: Materials of the International Scientific and Technical Conference, Mogilev, April 26-27, 2018. Editorial board: I.S. Sazonov [et al.]. Mogilev: Belarusian-Russian University, 2018. Pp. 287-288.

8. Kozunova O.V., Sigai E.A. Nonlinear calculation of the engineering system "plate-base" using a variable modulus of deformation. Bulletin of Civil Engineers. No. 1(26). 2011. Pp. 72-81.
9. Tatiannikov D.A., Ponomarev A.B., Kleveko V.I. Investigation of the mechanical characteristics of geosynthetic materials for the development of methods for calculating the bearing capacity of reinforced foundation pillows. Academic Bulletin of UralNIIproekt RAASN. No. 1. 2015. Pp. 84-89.
10. Chen Qiming. An experimental study on characteristics and behavior of reinforced soil foundation: Doctoral Dissertations, Louisiana State University. Louisiana, 2007. 344 p.

DETERMINATION OF THE BEARING CAPACITY OF HORIZONTALLY REINFORCED SAND BASES UNDER CYCLIC IMPACTS

V. M. Antonov¹, I. A. Al-Naqdi²

Tambov State Technical University^{1,2}
Tambov, Russia

¹PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Construction of Buildings and Structures, Tel.: +7(920) 2308699, e-mail: antonov280562@mail.ru;

²Graduate Student of the Department of Construction of buildings and structures, Tel.: +7(977) 8538173, e-mail: iabdulmonem2017@gmail.com.

Abstract. The interaction of a round rigid plate with a reinforced elastic-plastic medium described by the physical relations of Hooke's law (at the pre-limit stage of deformation) and the Mises-Schleicher-Botkin flow condition is simulated by using the solution of a mixed problem of elasticity and plasticity theories on the mathematical basis of FEM. The finite element formalization of the calculated areas was performed, the parameters of the elastic-plastic reinforced area were assigned under the action of static re-variable and cyclic loads. A three-dimensional finite element model of isotropic hardening is used to develop a method for calculating the reinforced base. An algorithm is proposed and a method for calculating the load-bearing capacity of reinforced bases during the transmission of cyclic loads is developed. To test the regression model, the calculation results were compared with experimental results and numerical simulation results learned using the PLAXIS 3D V20 program.

Problem statement. Conducting experimental and numerical studies of reinforced bases, followed by multivariate analysis and the development of a regression model to determine the bearing capacity of the base under the action of cyclic and repeatedly variable loads.

Results. A method has been developed for calculating the load-bearing capacity of reinforced bases, which correctly reflects the behavior of reinforced sandy soils under static and cyclic loads.

Conclusions. A regression model was obtained to determine the increasing coefficient due to reinforcement to determine the bearing capacity of the base under cyclic and repeatedly variable loads. The results of the work can be used for further improvement of methods for calculating the bearing capacity and strength of reinforced foundations of periodic and cyclic machines.

Keywords: cyclic load, stamp, reinforced base, vertical displacement.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

1. К рассмотрению принимаются научные статьи общим объемом от 8 до 16 страниц. Материал статьи следует представить в редакцию в электронном и печатном виде.

2. Формат страницы – А4. Поля: верхнее – 2, нижнее – 3, правое и левое – 2 см.

Шрифт текста – Times New Roman с одинарным интервалом. Размер шрифта основного текста – 12 пт. Аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, информация об авторах – 10 пт. Абзацный отступ – 1,25 см.

3. Структура статьи:

3.1. УДК (приводится в левом верхнем углу);

3.2. Название статьи (шрифт – 12 пт., жирный);

3.3. Имя, отчество, фамилия автора (-ов);

3.4. Сведения об авторе(-ах): ученая степень, ученое звание, занимаемая должность, место работы, город, контактная информация;

3.5. Аннотация (основная информация о статье и полученных результатах исследования; требуемый объем аннотации – от 100 до 250 слов);

3.6. Ключевые слова (основные понятия, рассматриваемые в статье);

3.7. Текст статьи;

3.8. Библиографический список (на русском и английском языках);

3.9. Пункты 3.2–3.6 на английском языке. Предлагаемый перевод должен полностью соответствовать тексту на русском языке;

3.10. Сведения о финансировании (если есть).

4. Основной текст статьи должен быть структурирован (введение, постановка задачи, методы исследования, результаты, выводы или заключение и т.п.).

5. Рисунки и таблицы располагаются по мере их упоминания в тексте. Рисунки в виде ксерокопий из книг и журналов, а также плохо отсканированные не принимаются.

6. Ссылки на литературу в статье указываются в квадратных скобках (например, [1]).

Библиографический список приводится в конце статьи (по порядку упоминания в тексте) и оформляется по ГОСТ Р 7.05-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Самоцитирование не более 30 %.

7. Для публикации статьи необходимо выслать на почтовый адрес редакции внешнюю рецензию. Обращаем внимание авторов на то, что наличие внешней рецензии не отменяет внутреннего рецензирования и не является основанием для принятия решения о публикации.

8. Все представленные в редакцию материалы проверяются в программе «Антиплагиат». Автор несет ответственность за научное содержание статьи и гарантирует оригинальность представляемого материала.

9. Редакция имеет право производить сокращения и редакционные изменения текста рукописи.

ПО ВСЕМ ВОПРОСАМ,
СВЯЗАННЫМ С ПУБЛИКАЦИЕЙ СТАТЕЙ, ОБРАЩАТЬСЯ:

главный редактор – Сафронов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, проф.,
зам. главного редактора – Козлов Владимир Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ответственный секретарь – Габриелян Грайр Егишеевич, канд. техн. наук, доцент.

Почтовый адрес редакции: 394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ком. 2211.
Тел./факс: +7(473)271-52-30, e-mail: vss22@mail.ru.