

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научный журнал

Выпуск № 1 (28), 2021

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

НАУЧНЫЙ ЖУРНАЛ

Издается с 2010 г.

Выходит 4 раза в год

Учредитель и издатель – федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет».
Территория распространения — Российская Федерация.

РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ ЖУРНАЛА:

Главный редактор: Сафронов В. С., д-р техн. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора: Козлов В. А., д-р физ.-мат. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г. Е., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Буренин А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии
Дальневосточного отделения РАН, г. Комсомольск-на-Амуре

Гриднев С. Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Зверев В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Ефрюшин С. В., канд. техн. наук, доцент, Воронежский государственный технический университет

Кирсанов М. Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Колчунов В. И., д-р техн. наук, проф., академик РААСН, Юго-Западный государственный университет

Леденев В. В., д-р техн. наук, проф., Тамбовский государственный технический университет

Михайлов В. В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный строительный университет, Вьетнам

Нугужинов Ж. С., д-р техн. наук, проф., Казахстанский многопрофильный институт реконструкции и развития
Карагандинского государственного технического университета, Казахстан

Овчинников И. Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет

Пшеничкина В. А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет

Трещев А. А., д-р техн. наук, проф., чл.-корр. РААСН, Тульский государственный университет

Турищев Л. С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Беларусь

Шимановский А. О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта, Беларусь

Шитикова М. В., д-р физ.-мат. наук, проф., советник РААСН, Воронежский государственный технический университет

Журнал «Строительная механика и конструкции» включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук

Подписной индекс «Объединенный каталог. Пресса России» - 66004

Дата выхода в свет 29.03.2021. Усл. печ. л. 14,4. Формат 60×84/8. Тираж 500 экз. Заказ № 45.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС 77 – 72895 от 22. 05. 2018 г.

Цена свободная

АДРЕС РЕДАКЦИИ И ИЗДАТЕЛЯ: 394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84
(строительный факультет, кафедра строительной механики)
тел.: (473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

ОТПЕЧАТАНО: отдел оперативной полиграфии издательства ФГБОУ ВО «ВГТУ»
394006, Воронежская обл., г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84

© ФГБОУ ВО «ВГТУ», 2021

**STRUCTURAL MECHANICS
AND STRUCTURES**

**Scientific Journal
ISSUE № 1 (28), 2021**

- Structural mechanics and strength of materials
- Applied problems of mechanics of solid body under deformation
- Soil mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of bases and foundations of buildings and structures
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic effect on elastic systems
- Pilot and field observations of structures and materials

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

SCIENTIFIC JOURNAL

Published since 2010

Issued 4 times a year

Founder and publisher – Voronezh State Technical University.
Territory of distribution — Russian Federation.

EDITORIAL BOARD OF THE JOURNAL:

Chief editor: Safronov V. S., Dr. of Tech. Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

The deputy chief editor: Kozlov V. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof.,
Voronezh State Technical University

Executive secretary: Gabrielyan G. E., PhD of Tech. Sc., Associate Prof.,
Voronezh State Technical University

EDITORIAL BOARD MEMBERS:

Burenin A. A., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., Corresponding Member of RAS, Institute of Mechanical Engineering and Metallurgy of the Far Eastern Branch of RAS, Komsomolsk on Amur

Gridnev S. Yu., Dr. of Tech. Sc., Prof., Voronezh State Technical University

Zverev V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Efryushin S. V., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Voronezh State Technical University

Kirsanov M. N., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., National Research University «Moscow Power Engineering Institute»

Kolchunov V. I., Dr. of Tech. Sc., Prof., academician of RAACS, South-West State University

Ledenyov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Tambov State Technical University

Mikhailov V. V., Dr. of Tech. Sc., Prof., Lipetsk State Technical University

Nguyen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National University of Civil Engineering, Socialist Republic of Vietnam

Nuguxhinov Zh. S., Dr. of Tech. Sc., Prof., Kazakh Multidisciplinary Reconstruction and Development Institute of Karaganda State Technical University, Republic of Kazakhstan

Ovchinnikov I. G., Dr. of Tech. Sc., Prof., Saratov State Technical University

Pshenichkina V. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Volgograd State Technical University

Trechshev A. A., Dr. of Tech. Sc., Prof., Corresponding Member of RAACS, Tula State University

Turichshev L. S., PhD of Tech. Sc., Associate Prof., Polotsk State University, Republic of Belarus

Shimanovsky A. O., Dr. of Tech. Sc., Prof., Belarusian State University of Transport, Republic of Belarus

Shitikova M. V., Dr. of Physical and Mathematical Sc., Prof., adviser of RAACS, Voronezh State Technical University

The journal "Structural mechanics and structures" is included into the list of peer-reviewed editions in which the results of dissertations for obtaining degrees of a Full Doctor and PhD are published

Subscription index "United catalog. Press of Russia" - 66004

Publication date 29.03.2021. Conventional printed sheets 10,9. Format 60×84/8. Numbers of copies 500. Order № 45.

Journal is registered by Federal Service for Supervision of Communications,

Information Technology and Mass Media (Roskomnadzor)

Registration certificate ПИ № ФС 77 - 72895 от 22. 05. 2018 г.

Price is subject to change

ADDRESS OF EDITORIAL AND PUBLISHER OFFICE: 84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006, Russian Federation
(Faculty of construction, Department of Structural Mechanics)

Tel.: (473)271-52-30; e-mail: vss22@mail.ru

PRINTED: publishing department of operational printing of Voronezh State Technical University

84 20-letiya Oktyabrya str., Voronezh, 394006

© Voronezh State Technical University, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

Трещев А.А., Завьялова Ю.А.

Нагружение цилиндрической оболочки, обладающей двойной анизотропией с учетом перепада температур.....	7
---	---

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Кирсанов М. Н.

Признаки геометрической изменяемости регулярных ферм.....	22
---	----

Kirsanov M.N., Jiaxuan Sun

Analytical dependence of the lower bound of the natural oscillation frequencies of the manipulator truss from the number of panels.....	32
---	----

Kirsanov M.N., Qiao Dai

Dependence of the natural oscillation frequency of the half-tilt console on the number of panels.....	39
---	----

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА УПРУГИЕ СИСТЕМЫ

Аверин А.Н.

Расчет неразрезных тонкостенных сталежелезобетонных балок на подвижную нагрузку с учетом конструктивной нелинейности.....	45
---	----

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

Резунов А.В., Раводин И.В.

Пространственный расчет висячего моста на статическую нагрузку.....	55
---	----

Сафронов В.С., Барченкова Н.А., Осипов С.А., Сова Н.С.

Обзор воронежских научных исследований по мостовой тематике (90-летию ВИСИ (ВГАСА, ВГАСУ) посвящается).....	64
---	----

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Варнавский В.С., Габриелян Г.Е., Востриков В.В.

Расчётный анализ распределения усилий в металлическом рамном каркасе с учётом пластических деформаций материала.....	76
--	----

Свентиков А.А., Кузнецов Д.Н.

Живучесть стального купола с решеткой из шестигранников.....	87
--	----

ПРОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Беляева С.Ю., Григорова П.А., Ляшенко А.В.

Усиление рамных балок при реконструкции.....	98
--	----

Свентиков А.А.

К столетию со дня рождения профессора Н.М. Кирсанова.....	111
---	-----

Правила оформления статей.....	115
--------------------------------	-----

CONTENTS

APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS OF SOLID BODY

UNDER DEFORMATION

Treschev A.A., Zavyalova Yu.A.

Loading of a cylindrical shell with double anisotropy taking into account the temperature difference..... 7

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF MATERIALS

Kirsanov M.N.

Signs of geometric variability of regular trusses..... 22

Kirsanov M.N., Jiakuan Sun

Analytical dependence of the lower bound of the natural oscillation frequencies of the manipulator truss from the number of panels..... 32

Kirsanov M.N., Qiao Dai

Dependence of the natural oscillation frequency of the half-tilt console on the number of panels..... 39

MOBILE LOAD DYNAMIC EFFECT ON ELASTIC SYSTEMS

Averin A.N.

Calculation of non-cut thin-walled steel-reinforced concrete beams for a moving load taking into account constructive nonlinearity..... 45

CALCULATION AND DESIGN OF BRIDGES AND TRANSPORT STRUCTURES

Rezunov A.V., Ravodin I.V.

Spatial calculation of the hanging bridge on static load..... 55

Safronov V.S., Barchenkova N.A., Osipov S.A., Sova N.S.

Review of the Voronezh scientific research on bridge topics (the 90th anniversary VISI, VGASA, VGASU is dedicated)..... 64

CALCULATION AND DESIGN OF METAL STRUCTURES

Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Vostrikov V.V.

Calculated analysis of effort distribution in a metal frame frame taking into account the plastic deformation of the material..... 76

Sventikov A.A., Kuznetsov D.N.

Durability of steel spherical dome with lattice from hexagons..... 87

STRENGTH OF JOINTS OF BUILDING STRUCTURE UNITS

Belyaeva S.Yu., Grigorova P.A., Lyashenko A.V.

Reinforcement of frame beams during reconstruction..... 98

Sventikov A.A.

On the centenary of the birth of Professor N.M. Kirsanov..... 111

Requirements for articles to be published..... 115

ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА

УДК 539.3:624.073

НАГРУЖЕНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ, ОБЛАДАЮЩЕЙ ДВОЙНОЙ АНИЗОТРОПИЕЙ С УЧЕТОМ ПЕРЕПАДА ТЕМПЕРАТУР

А. А. Трещев¹, Ю. А. Завьялова²

Тульский государственный университет^{1, 2}
Россия, г. Тула

¹ Чл.-корр. РААСН, д-р техн. наук, профессор, зав. кафедрой строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(905)-622-90-58, e-mail: taa58@yandex.ru

² Аспирант кафедры строительства, строительных материалов и конструкций, тел.: +7(950)-900-80-83, e-mail: zavyalova_yuliya95@mail.ru

Рассматривается замкнутая цилиндрическая оболочка с круговым очертанием направляющей. Эти конструкции распространены в проектно-строительной практике объектов химической, энергетической промышленности и встречаются в гражданских комплексах. Внимание к таким оболочкам особо привлекается, когда они изготовлены из материалов, которые могут обладать как структурной, так и деформационной анизотропией. Здесь анализируется влияние на состояние оболочки структурной ортотропии с приобретаемой деформационной анизотропией, которая проявляется при нагружении оболочки под влиянием вида напряженного состояния на жесткостные параметры материала. Загружение оболочки осуществлено внутренним давлением, что приводит к осесимметричности задачи. Учитывая, что реальные объекты эксплуатируются не в изолированном пространстве, постановка задачи выполнена при температурном воздействии, которое появляется как температурный перепад между поверхностями оболочки. Несмотря на то, что зачастую поля температуры и механических напряжений проявляют связанность, при постановке и решении задач здесь учтены результаты многочисленных исследований, подтверждающих проявление связанности в исключительно коротком временном интервале изменения температуры, а установившийся перепад достигается весьма быстро. То есть здесь рассмотрена задача в несвязанном варианте нагружения оболочки с разделением ее на задачу строительной механики и термодинамики.

Традиционные модели термомеханического нагружения оболочек не дают надежных результатов в случае наличия у материалов анизотропии двух видов, а известные уравнения состояния, специально разработанные для применения к расчету конструкций из указанных материалов, обильно недостатками и во многом противоречивы. Поэтому авторами применена методика тензорного пространства нормированных напряжений, на основе которой получены дифференциальные уравнения задачи термомеханики цилиндрической оболочки из ортотропных материалов с приобретаемой в процессе нагружения вторичной анизотропией. Продемонстрированы частные решения с отдельными результатами по определению характеристик состояния оболочки, проведен краткий анализ результатов.

Ключевые слова: цилиндрическая оболочка, ортотропия, анизотропия, температурный перепад, несвязанная термомеханическая задача, нормированные напряжения.

Введение

С развитием строительства и методов проектирования зачастую стали использоваться композитные материалы с повышенной жесткостью и прочностью. Большинство из них образуются полимерными матрицами с различным характером армирования стекловолокнами или базальтовыми, особенностью которых является кардинальные отличия

термомеханических свойств от традиционных, проявляющихся в однородных изотропных конструкциях [1 – 11]. Указанные материалы часто обладают структурной ортотропией, а в процессе нагружения приобретают деформационную анизотропию, которая проявляется как зависимость компонентов тензора податливостей от соотношений возникающих напряжений. Подобные композиции часто называют материалами с двойной анизотропией. Структурно ортотропные материалы наряду с жесткостными характеристиками проявляют зависимость от направлений и теплофизических параметров [9 – 12]. Классические теории и подходы строительной механики, напрямую связанные с обобщенным законом Гука либо с вариантом деформационной теории А.А. Ильюшина [13], приводят к заметным погрешностям в значениях параметров НДС строительных конструкций и к искажениям его качественной картины. Поэтому расчет строительных конструкций из рассматриваемых композитных материалов, необходимо выполнять по уточненным математическим моделям, максимально согласующимся с экспериментальными откликами на деформирование. Однако большинство известных моделей определяющих соотношений, специально разработанных для материалов, обладающих анизотропией двоякого рода, имеют существенные недостатки [14 – 22], на которых здесь не будем останавливаться, а используем ниже свой подход и модель уравнений состояния.

Влияние температурных перепадов еще больше усложняет модельные построения расчета оболочек с двойной анизотропией. Решение подобных задач термоупругости, не смотря на их значимость, по-прежнему осуществляется эпизодически, что не дает возможности подойти к разработке рекомендаций для проектирования пространственных тонкостенных сооружений из указанных материалов. Ввиду того, что эти материалы имеют высокие модули упругости и пределы прочности, они получили распространение при возведении сооружений из тонких оболочек, имеющих минимальную толщину, массу и обладающих высокой несущей способностью.

Здесь представлен простейший вариант замкнутой круговой цилиндрической оболочки, подверженной осесимметричной нагрузке, а именно внутренним равномерным давлением. Цилиндрические котлы, испытывающие паровое давление, вертикальные и горизонтальные резервуары, находящиеся под давлением жидкости или газа изнутри, и трубопроводные системы с гидродавлением – это сооружения одного типа постановки и решения деформационно-прочностных задач. Отмеченные конструкции помимо силовых давлений при эксплуатации испытывают температурные перепады, а это расширяет постановку исходной задачи до уровня термомеханики.

Отдельные ортотропные конструкционные материалы обладают эффектом связанности температурных и силовых воздействий, но в основном на начальном этапе проявления температурного перепада между поверхностями конструкций, причем воздействие данного эффекта мало и им чаще всего можно пренебречь, при установлении стационарного температурного перепада влияние связанности на НДС конструкции полностью исчезает [23]. Это обстоятельство позволяет процесс теплопередачи в конструкциях с неравномерным нагревом при контакте с эксплуатационными средами считать происходящим в несвязанной форме задачи термоупругости.

1. Постановка задачи

Ортотропную оболочку, выполненную из материала с приобретаемой деформационной анизотропией [1, 2], свяжем с цилиндрической координатной системой. Координаты точек оболочечной конструкции можно определить гауссовыми переменными $\beta_1, \beta_2, \beta_3$. Направим оси координат вдоль главных осей ортотропии, обозначая геометрические характеристики следующим образом: длина L , толщина стенки h , радиус срединной цилиндрической поверхности R . Закрепление торца оболочки при $\beta_1 = 0$ примем

жестко заземленным, а при $\beta_1 = L$ – не имеющим закреплений и без нагружения. В исходном состоянии оболочки будем считать, что любая ее точка имеет одинаковую температуру – T_0 . В дальнейшем температурный режим эксплуатации устанавливается с разностью температур между внутренней и внешней поверхностями оболочки с соответствующими значениями T_1 и T_2 . При дальнейшем рассмотрении примем, что температурные изменения обнаруживаются исключительно по толщине оболочки с разностью ΔT , которая представляется функцией координаты β_3 , а вдоль осей β_1 и β_2 температура не меняется. Загружение внутренним давлением осуществляется с интенсивностью q_3 .

Конструкция оболочки принята с достаточно тонкой стенкой такой, чтобы справедливость гипотез Кирхгофа-Лява не оспаривалась. Конфигурацию оболочки отнесем к классу пологих, деформирование которых можно описать следующими зависимостями:

а) деформации в средней поверхности:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5\theta_1^2; \quad \varepsilon_2 = v_{,1} + kw + 0,5\theta_2^2; \quad \gamma = v_{,1} + u_{,2} + \theta_1\theta_2, \quad (1)$$

где u, v, w – перемещения вдоль координат средней поверхности; $k = 1/R$ – главная кривизна оболочки до деформации; $\theta_1 = -w_{,1}$; $\theta_2 = -w_{,2} + kv$;

б) крутка и кривизны срединной поверхности:

$$\tau = -w_{,12}; \quad \chi_1 = -w_{,11}; \quad \chi_2 = -w_{,22}; \quad (2)$$

в) суммарные деформации в поперечных сечениях по координате β_3 , сведенные к срединной поверхности:

$$e_{11} = \varepsilon_1 + \beta_3\chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2 + \beta_3\chi_2; \quad \gamma_{12} = \gamma + 2\beta_3\tau. \quad (3)$$

Связи тензоров второго ранга деформаций и напряжений, учитывая приближенность уравнений [24, 25], приняты из потенциала деформаций, сформулированного в тензорном пространстве нормированных напряжений, определенных в главных осях ортотропии материала. Этот вариант соотношений наиболее обоснован экспериментально и теоретически непротиворечив, он подробно представлен в работе [26]. Наличие температурного перепада при соблюдении гипотез Кирхгофа-Лява позволяют упростить зависимости [26] и свести их к виду:

$$\begin{aligned} e_{11} &= C_{1111}\sigma_{11} + C_{1122}\sigma_{22} + \alpha_{1T}\Delta T; \\ e_{22} &= C_{1122}\sigma_{11} + C_{2222}\sigma_{22} + \alpha_{2T}\Delta T; \\ \gamma_{12} &= 2e_{12} = C_{1212}\tau_{12}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $C_{1111} = (A_{1111} + B_{1111}\alpha_{11}) + 0,5[B_{1111}\alpha_{11}(1 - \alpha_{11}^2) - B_{2222}\alpha_{22}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] + B_{1122}\alpha_{22}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})$; $C_{2222} = (A_{2222} + B_{2222}\alpha_{22}) + 0,5[B_{2222}\alpha_{22}(1 - \alpha_{22}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] + B_{1122}\alpha_{11}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})$;
 $C_{1212} = A_{1212} - (B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3) - 2B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22})$;
 $C_{1122} = A_{1122} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})$;

A_{ijkm}, B_{ijkm} – константы потенциала, вычисляемые через зависимости модулей упругости, коэффициентов поперечной деформации, вычисленных в главных материальных осях при испытании эталонных образцов на осевое растяжение, сжатие и через модули сдвига – в главных плоскостях ортотропии; $\alpha_{ij} = \sigma_{ij}/S$ – компоненты нормированного тензора

напряжений; $S = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}} = \sqrt{\sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + 2\tau_{12}^2}$ – норма тензорного пространства напряжений; α_{1T} , α_{2T} – коэффициенты линейного температурного расширения вдоль главных осей ортотропии.

Испытания эталонных образцов, вырезанных вдоль главных осей ортотропии на осевое растяжение и сжатие, а также на сдвиг в соответствующих плоскостях [20, 21], позволяют установить параметры уравнений (4):

$$A_{kkkk} = (1 / E_k^+ + 1 / E_k^-) / 2; \quad B_{kkkk} = (1 / E_k^+ - 1 / E_k^-) / 2; \quad A_{ijij} = 1 / G_{ij};$$

$$A_{iijj} = -(v_{ij}^+ / E_j^+ + v_{ij}^- / E_j^-) / 2; \quad B_{iijj} = -(v_{ij}^+ / E_k^+ - v_{ij}^- / E_j^-) / 2,$$

где $v_{ij}^+ / E_j^+ = v_{ji}^+ / E_i^+$; $v_{ij}^- / E_j^- = v_{ji}^- / E_i^-$; E_k^\pm , v_{ij}^\pm – упругие модули и коэффициенты поперечных деформаций при осевом растяжении и сжатии вдоль соответствующих осей ортотропии; G_{ij} – модуль сдвига в соответствующих плоскостях ортотропии; $i, j, k = 1, 2$.

2. Система дифференциальных разрешающих уравнений

Для удобства построения дифференциальных разрешающих уравнений деформирования оболочки преобразуем зависимости (4) к обратной форме:

$$\sigma_{11} = D_{11}e_{11} + D_{12}e_{12} - R_{11} - \varphi_{1T}; \quad \tau_{12} = D_{66}e_{12} - R_{12};$$

$$\sigma_{22} = D_{12}e_{11} + D_{22}e_{12} - R_{22} - \varphi_{2T}, \quad (5)$$

где $D_{11} = C_{2222} / \Delta$; $D_{12} = -C_{1122} / \Delta$; $D_{22} = C_{1111} / \Delta$; $D_{66} = 1 / C_{1212}$;

$R_{11} = (A_{2222}T_{11} - A_{1111}T_{22}) / \Delta$; $R_{22} = (A_{1111}T_{22} - A_{1122}T_{11}) / \Delta$; $R_{12} = T_{12} / A_{1212}$;

$$T_{11} = \{B_{1111}\alpha_{11} + 0, 5[B_{1111}\alpha_{11}(1 - \alpha_{11}^2) - B_{2222}\alpha_{22}^3 - B_{1212}\alpha_{12}^3] +$$

$$+ B_{1122}\alpha_{22}(1 - \alpha_{11}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})\}\sigma_{11} + B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})\sigma_{22};$$

$$T_{12} = -[(B_{1111}\alpha_{11}^3 + B_{2222}\alpha_{22}^3) - 2B_{1122}\alpha_{11}\alpha_{22}(\alpha_{11} + \alpha_{22})]\tau_{12};$$

$$T_{22} = B_{1122}(\alpha_{11} + \alpha_{22})\sigma_{11} + \{B_{2222}\alpha_{22} + 0, 5[B_{2222}\alpha_{22}(1 - \alpha_{22}^2) - B_{1111}\alpha_{11}^3 -$$

$$- B_{1212}\alpha_{12}^3] + B_{1122}\alpha_{11}(1 - \alpha_{22}^2 - \alpha_{11}\alpha_{22})\}\sigma_{22}; \quad \varphi_{1T} = D_{11}\alpha_{1T}\Delta T + D_{12}\alpha_{2T}\Delta T;$$

$$\varphi_{2T} = D_{12}\alpha_{1T}\Delta T + D_{22}\alpha_{2T}\Delta T; \quad \Delta = A_{1111}A_{2222} - A_{1122}^2.$$

Независимо от вида и уровня сложности уравнений состояния фундаментальные зависимости и законы механики должны сохраняться полностью (статические уравнения и связи деформаций с перемещениями). Физическая природа материала также не влияет на уравнения неразрывности деформаций. Тогда для ортотропных цилиндрических оболочек, выполненных из деформационно анизотропных, указанные уравнения сохраняют свою справедливость, как и в общей теории нелинейно деформируемых анизотропных оболочек [27], то есть моменты и усилия сводятся к срединной цилиндрической поверхности при $\beta_3 = 0$. Учитывая, что оболочка нагружена равномерным внутренним давлением и отсутствуют крутящие моменты ($\tau_{12} = e_{12} = 0$), а также $\beta_3 k \ll 1$, то условия равновесия и деформационной неразрывности упрощаясь, приводятся к виду:

$$N_{1,1} = 0; \quad M_{1,1} - Q_1 - N_1\theta_1 = 0; \quad Q_{1,1} - kN_2 + q_3 = 0; \quad k\chi_1 + \varepsilon_{2,11} = 0, \quad (6)$$

а из совокупности геометрических зависимостей сохраняются только отдельные:

$$\varepsilon_1 = u_{,1} + 0,5\theta_1^2; \quad \varepsilon_2 = kw; \quad \chi_1 = -w_{,11}; \quad e_{11} = \varepsilon_1 + \beta_3\chi_1; \quad e_{22} = \varepsilon_2, \quad (7)$$

где N_k – компланарные усилия со срединной поверхностью оболочки; Q_1 – перерезывающее усилие; M_1 – момент, приводящий к изгибу:

$$N_k = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{kk} d\beta_3; \quad (k = 1, 2); \quad M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{11} \beta_3 d\beta_3. \quad (8)$$

Проведя операцию интегрирования над уравнениями (5) в границах толщины оболочки по правилам (8), вставляя результаты в уравнения (6), с учетом геометрических зависимостей (7) и соотношений сплошности (6), простейшая перекомбинация их приводит к двум дифференциальным уравнениям в смешанной форме:

$$k\theta_{1,1} + L_{22}N_{2,11} = -\eta_{2,11} - \varepsilon_{2T,11}; \quad P_{11}\theta_{1,11} - kN_2 = -q_3 + J_{11,11} + \chi_{1T,11}, \quad (9)$$

где $L_{11} = K_{22} / \Delta$; $L_{22} = K_{11} / \Delta$; $L_{12} = -K_{12} / \Delta$; $\Delta = K_{11}K_{22} - K_{12}^2$;

$K_{ij} = D_{ij}h$; $P_{ij} = D_{ij}h^3 / 12$; $\eta_1 = L_{11}I_{11} + L_{12}I_{22}$; $\eta_2 = L_{12}I_{11} + L_{22}I_{22}$;

$$I_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} R_{ij} d\beta_3; \quad J_{ij} = \int_{-h/2}^{h/2} R_{ij} \beta_3 d\beta_3; \quad \eta_{iT} = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_{iT} d\beta_3; \quad \chi_{iT} = \int_{-h/2}^{h/2} \varphi_{iT} \beta_3 d\beta_3;$$

$$\varepsilon_{1T} = L_{11}\eta_{1T} + L_{12}\eta_{2T}; \quad \varepsilon_{2T} = L_{12}\eta_{1T} + L_{22}\eta_{2T}.$$

Принимая во внимание совокупность условий задачи по защемлению одного торца оболочки при $\beta_1 = L$ и освобождая второй торец при $\beta_1 = 0$ от нагрузок и закреплений, сформулируем граничные условия для жесткого защемления: $\theta_1 = 0$; $u = 0$;

$$\varepsilon_2 = 0 \Rightarrow N_2 = -\frac{\eta_2 + \varepsilon_{2T}}{L_{22}}.$$

3. Температурная часть задачи

Температурный перепад между поверхностями оболочки снаружи и внутри серьезно корректирует результаты расчета ее НДС [28]. Температурные составляющие в поставленной задаче определяются с учетом исследования процесса теплопередачи через оболочку. Подобный процесс определяется по известному уравнению теплопроводности:

$$T_{,t} = a_1 \cdot T_{,11} + a_2 \cdot T_{,22} + a_3 \cdot T_{,33}, \quad (10)$$

где a_1 , a_2 , a_3 – параметры теплопроводности, характеризующие теплоинерционные свойства материала вдоль соответствующих осей; t – параметр времени; T – температура в точке материала.

Рассматривая процесс стационарным при одномерном распространении поля температуры с перепадом лишь по толщине оболочки, когда изменение температуры происходит только по одной координате β_3 , которая ортогональна к изотермическим поверхностям, приходим к простейшему варианту уравнения теплопроводности в виде: $T_{,t} = a_3 T_{,33}$, где $a_3 = \lambda/c$ – коэффициент теплопроводности по нормальной оси к поверхности оболочки; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная удельная теплоемкость материала.

Учитывая, что коэффициент температуропроводности для выбранных материалов большой по величине, то для тонкой оболочки кинетика распространения температуры до достижения стационарного линейного равновесного ее распределения по толщине весьма кратковременна. Этот факт позволяет прийти к выводу о правомерности рассмотрения задачи термомеханики именно в момент установившегося температурного распределения.

Равновесное распределение температуры по толщине оболочки позволяет определять перепад температур ΔT оболочки линейным законом:

$$T(\beta_3) = (T_2 - T_1) \beta_3/h + (T_1 + T_2)/2 - T_0. \quad (11)$$

Температурная составляющая задачи помимо граничных требует назначить начальные условия в момент времени $t = 0$, когда в любой точке конструкции оболочки температура одинакова и определена величиной T_0 . Условия на границах оболочки в произвольный момент времени $t = t_k$ устанавливаются линейным законом распределения температуры по толщине T_1 и T_2 , соответственно на внутренней и наружной ее поверхностях.

Двойная нелинейность исследуемой задачи привела к необходимости построения ее решения в приращениях искомым функций согласно двухшаговому методу последовательных возмущений параметров В.В. Петрова [29, 30] в сочетании с аппроксимацией производных конечными разностями повышенной точности [31], производя интегрирование функций по координате β_3 методом Симпсона, а по величине нагрузки – Адамса. Для решения системы получаемых алгебраических уравнений привлекался метод Гаусса.

4. Линеаризация дифференциальных уравнений задачи

Прежде чем непосредственно перейти к двухшаговому методу возмущения параметров Петрова В.В. [29, 30], необходимо произвести линеаризацию разрешающих уравнений, но учитывая двойную нелинейность задачи, этот процесс необходимо произвести на этапе их построения. При этом приращения деформаций срединной поверхности определяются так:

$$\delta\varepsilon_1 = \delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}; \quad \delta\varepsilon_2 = k\delta w; \quad \delta\chi_1 = -\delta w_{,11}, \quad (12)$$

где δu , δw – приращения осевых перемещений и прогибов.

Приращения полных деформаций определяются следующим образом:

$$\delta e_{11} = \delta\varepsilon_1 + \beta_3 \delta\chi_1; \quad \delta e_{22} = \delta\varepsilon_2, \quad (13)$$

то есть

$$\delta e_{11} = \delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1} - \beta_3 \delta w_{,11}; \quad \delta e_{22} = k\delta w. \quad (14)$$

Для линеаризации физических зависимостей их необходимо разложить в ряд Тейлора [29, 30], благодаря чему получим:

$$\begin{aligned} \delta e_{11} &= \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22} + \frac{\partial e_{11}}{\partial (\Delta T)} \delta (\Delta T); \\ \delta e_{22} &= \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}} \delta \sigma_{11} + \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}} \delta \sigma_{22} + \frac{\partial e_{22}}{\partial (\Delta T)} \delta (\Delta T). \end{aligned} \quad (15)$$

Обращая варианты линеаризации (15), получим:

$$\delta \sigma_{11} = \Delta_{11} \delta e_{11} + \Delta_{12} \delta e_{22} + \Delta_{1T} \delta (\Delta T);$$

$$\delta\sigma_{22} = \Delta_{21}\delta e_{11} + \Delta_{22}\delta e_{22} + \Delta_{2T}\delta(\Delta T), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_{11} &= \frac{D_{22}}{D_0}; \Delta_{12} = \Delta_{21} = -\frac{D_{21}}{D_0} = -\frac{D_{12}}{D_0}; \Delta_{22} = \frac{D_{11}}{D_0}; \Delta_{1T} = \frac{D_{12}D_{2T} - D_{1T}D_{22}}{D_0}; \\ \Delta_{2T} &= \frac{D_{21}D_{1T} - D_{2T}D_{11}}{D_0}; D_{11} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{11}}; D_{12} = D_{21} = \frac{\partial e_{11}}{\partial \sigma_{22}} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{11}}; D_{22} = \frac{\partial e_{22}}{\partial \sigma_{22}}; \\ D_{1T} &= \frac{\partial e_{11}}{\partial(\Delta T)}; D_{2T} = \frac{\partial e_{22}}{\partial(\Delta T)}; D_0 = D_{11}D_{22} - D_{12}D_{21}; \Delta_{1T} = \frac{D_{12}D_{2T} - D_{1T}D_{22}}{D_0}; \\ \Delta_{2T} &= \frac{D_{21}D_{1T} - D_{2T}D_{11}}{D_0}; \delta\sigma_{11}, \delta\sigma_{22} - \text{приращения компонентов напряжений.} \end{aligned}$$

Приращения моментов и усилий в срединной поверхности определим интегрированием приращений напряжений:

$$\begin{aligned} \delta M_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta\sigma_{11}\beta_3 d\beta_3; & \delta M_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta\sigma_{22}\beta_3 d\beta_3 \\ \delta N_1 &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta\sigma_{11} d\beta_3; & \delta N_2 &= \int_{-h/2}^{h/2} \delta\sigma_{22} d\beta_3, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\delta M_1, \delta M_2, \delta N_1, \delta N_2$ – приращения моментов и усилий в срединной поверхности оболочки.

В результате интегрирования уравнений (16) по правилам (17) с учетом приращений деформаций (12) – (14) устанавливаются зависимости между приращениями моментов и усилий от приращений геометрических параметров:

$$\begin{aligned} \delta N_1 &= B_{11}\delta\varepsilon_1 + B_{12}\delta\varepsilon_2 + C_{11}\delta\chi_1 + \tilde{\eta}_{1T} = \\ &= B_{11}(\delta u_{,1} + w_{,1}\delta w_{,1}) + B_{12}kw - C_{11}\delta w_{,11} + \tilde{\eta}_{1T}; \\ \delta N_2 &= B_{12}\delta\varepsilon_1 + B_{22}\delta\varepsilon_2 + C_{12}\delta\chi_1 + \tilde{\eta}_{2T} = \\ &= B_{12}(\delta u_{,1} + w_{,1}\delta w_{,1}) + B_{22}kw - C_{12}\delta w_{,11} + \tilde{\eta}_{2T}; \\ \delta M_1 &= C_{11}\delta\varepsilon_1 + C_{12}\delta\varepsilon_2 + K_{11}\delta\chi_1 + \tilde{\chi}_{1T} = \\ &= C_{11}(\delta u_{,1} + w_{,1}\delta w_{,1}) + C_{12}kw - K_{11}\delta w_{,11} + \tilde{\chi}_{1T}; \\ \delta M_2 &= C_{12}\delta\varepsilon_1 + C_{22}\delta\varepsilon_2 + K_{12}\delta\chi_1 + \tilde{\chi}_{2T} = \\ &= C_{12}(\delta u_{,1} + w_{,1}\delta w_{,1}) + C_{22}kw - K_{12}\delta w_{,11} + \tilde{\chi}_{2T}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \text{где } B_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta_{ij} d\beta_3; & C_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta_{ij}\beta_3 d\beta_3; & K_{ij} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta_{ij}\beta_3^2 d\beta_3; \\ \tilde{\eta}_{iT} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta_{iT}\delta(\Delta T) d\beta_3; & \tilde{\chi}_{iT} &= \int_{-h/2}^{h/2} \Delta_{iT}\delta(\Delta T)\beta_3 d\beta_3. \end{aligned}$$

Поперечную силу в приращениях можно получить дифференцированием приращений момента $\delta M_{1,1}$:

$$\begin{aligned} \delta Q_1 = \delta M_{1,1} = & C_{11,1} (\delta u_{,1} + w_{,1} \delta w_{,1}) + \\ & + C_{11} (\delta u_{,11} + w_{,11} \delta w_{,1} + w_{,1} \delta w_{,11}) + C_{12,1} kw + C_{12} kw_{,1} - \\ & - K_{11,1} \delta w_{,11} - K_{11} \delta w_{,111} + \tilde{\chi}_{1T,1}. \end{aligned} \quad (19)$$

Разрешая зависимости (19) относительно деформационных приращений срединной поверхности, получим:

$$\begin{aligned} \delta \varepsilon_1 = & \tilde{L}_{11} \delta N_1 + \tilde{L}_{12} \delta N_2 - \delta \chi_1 (\tilde{L}_{11} C_{11} + \tilde{L}_{12} C_{12}) - \tilde{L}_{11} \tilde{\eta}_{1T} - \tilde{L}_{12} \tilde{\eta}_{2T}; \\ \delta \varepsilon_2 = & \tilde{L}_{12} \delta N_1 + \tilde{L}_{22} \delta N_2 - \delta \chi_1 (\tilde{L}_{12} C_{11} + \tilde{L}_{22} C_{12}) - \tilde{L}_{12} \tilde{\eta}_{1T} - \tilde{L}_{22} \tilde{\eta}_{2T}, \end{aligned} \quad (20)$$

где
$$\begin{aligned} \tilde{L}_{11} = \Delta_{22} / \Delta; \quad \tilde{L}_{22} = \Delta_{11} / \Delta; \quad \tilde{L}_{12} = -\Delta_{12} / \Delta; \\ \Delta = \Delta_{11} \Delta_{22} - \Delta_{12}^2. \end{aligned}$$

Третье уравнение из совокупности статических (6) в приращениях для оболочки цилиндрической формы, находящейся под внутренним давлением, представляется в виде:

$$\delta Q_{1,1} - k \delta N_2 + \delta q_3 = 0, \quad (21)$$

где δq_3 – приращение внутреннего давления.

В приращениях уравнение сплошности принимает вид:

$$k \delta \chi_1 + \delta \varepsilon_{2,11} = 0. \quad (22)$$

Рассматривая совместно уравнение (21) с выражениями для приращений усилий в срединной поверхности (18), поперечной силы (19), уравнение неразрывности приращений деформаций (22) и связи (20), окончательно получим линеаризованную систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} & \delta u_{,1} (C_{11,11} - kB_{12}) + 2C_{11,1} \delta u_{,11} + C_{11} \delta u_{,111} + \\ & + \delta w_{,1} (C_{11} w_{,111} + 2C_{11,1} w_{,11} + C_{11,11} w_{,1} + 2kC_{12,1} - kB_{12} w_{,1}) + \\ & + \delta w_{,11} (2C_{11} w_{,11} + 2C_{11,1} w_{,1} + 2kC_{12} - K_{11,11}) + \delta w_{,111} (C_{11} w_{,1} - 2K_{11,1}) - \\ & - K_{11} \delta w_{,1111} + \delta w (kC_{12,11} - k^2 B_{22}) + \tilde{\chi}_{1T,11} - k \tilde{\eta}_{2T} + \delta q_3 = 0; \\ & \delta u_{,1} (B_{12} \tilde{L}_{22,11} + 2B_{12,1} \tilde{L}_{22,1} + B_{12,11} \tilde{L}_{22}) + 2\delta u_{,11} (B_{12,1} \tilde{L}_{22} + B_{12} \tilde{L}_{22,1}) + \\ & + B_{12} \tilde{L}_{22} \delta u_{,111} + 2\delta w_{,1} (kB_{22,1} \tilde{L}_{22} + kB_{22} \tilde{L}_{22,1} + B_{12,1} \tilde{L}_{22,1} w_{,1} + \\ & + B_{12,1} \tilde{L}_{22} w_{,11} + 0.5B_{12} \tilde{L}_{22} w_{,111} + 0.5B_{12,11} \tilde{L}_{22} w_{,1} + B_{12} \tilde{L}_{22,1} w_{,11} + \\ & + 0.5B_{12} \tilde{L}_{22,11} w_{,1}) + \delta w_{,11} (-k + 2B_{12} \tilde{L}_{22} w_{,11} + 2B_{12,1} \tilde{L}_{22} w_{,1} + \\ & + kB_{22} \tilde{L}_{22} + 2B_{12} \tilde{L}_{22,1} w_{,1} + \tilde{L}_{12} C_{11,11} + 2\tilde{L}_{12,1} C_{11,1} + \tilde{L}_{12,11} C_{11}) + \\ & + \delta w_{,111} (B_{12} \tilde{L}_{22} w_{,1} + 2\tilde{L}_{12} C_{11,1} + 2\tilde{L}_{12,1} C_{11}) + \tilde{L}_{12} C_{11} \delta w_{,1111} + \\ & + k \delta w (C_{22} \tilde{L}_{22,11} + 2C_{22,1} \tilde{L}_{22,1} + C_{22,11} \tilde{L}_{22}) - \end{aligned}$$

$$-\tilde{L}_{12,11} \tilde{\eta}_{1T} - 2\tilde{L}_{12,1} \tilde{\eta}_{1T,1} - \tilde{L}_{12} \tilde{\eta}_{1T,11} = 0. \quad (23)$$

Систему уравнений в приращениях (23) требуется замкнуть условиями на границах в приращениях. В частности, для жесткого защемления на контуре с координатой $\beta_1 = L$ в приращениях имеем

$$\delta u = 0; \quad \delta w = 0; \quad \delta w_{,1} = 0; \quad \delta M_2 = 0.$$

5. Получаемые результаты расчета оболочки и их анализ

Рассмотрим вариант напряженно-деформированного состояния оболочки с расчетной схемой, представленной на рис. 1. Геометрия оболочки принята таковой, что длина ее $L = 2,0$ м; толщина стенки $h = 0,04$ м; диаметр срединной поверхности $2R = 0,8$ м. Интенсивность приложенного внутреннего давления для расчета принята $q_3 = 8$ МПа. Перенос тепла рассмотрен такой, что в процессе теплопроводности на внутренней поверхности оболочки сохраняется постоянная температура $T_1 = 0^\circ\text{C}$, а на наружной – устанавливается несколько выше – $T_2 = +30^\circ\text{C}$. Начальная температура всего тела оболочки при этом составляла $T_0 = 0^\circ\text{C}$. Материалом оболочки принят трехармированный тканый композитный полимер ПЗ6-50 [1], со слабой деформационной анизотропией с параметрами: модули упругости и коэффициенты поперечной деформации по главным материальным осям – $E_1^+ = 10,3$ ГПа, $E_1^- = 11,77$ ГПа, $E_2^+ = 17,6$ ГПа, $E_2^- = 18,54$ ГПа, $\nu_{12}^+ = 0,188$, $\nu_{12}^- = 0,215$; коэффициенты теплового линейного расширения по этим же направлениям $\alpha_1^\pm = 33 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$, $\alpha_2^\pm = 40 \cdot 10^{-5} \text{C}^{-1}$ [2]. Разносопротивляемость по направлению вдоль оси β_1 составляет 14,3%, вдоль оси β_2 – 5,3%. Очевидно, это весьма минимальная разносопротивляемость при малом перепаде температур.

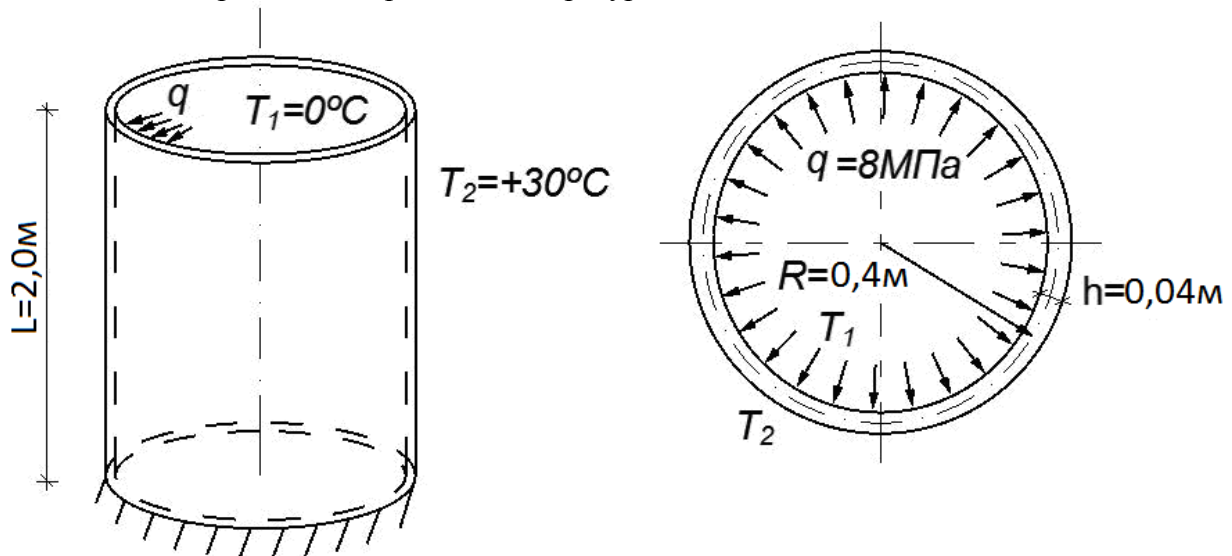


Рис. 1. Расчетная схема оболочки

Рис. 2 – 4 демонстрируют некоторые результаты расчета НДС оболочки с учетом назначенных условий. Разница в значениях максимальных прогибов с учетом температурного воздействия и без него достигает 20,8 %.

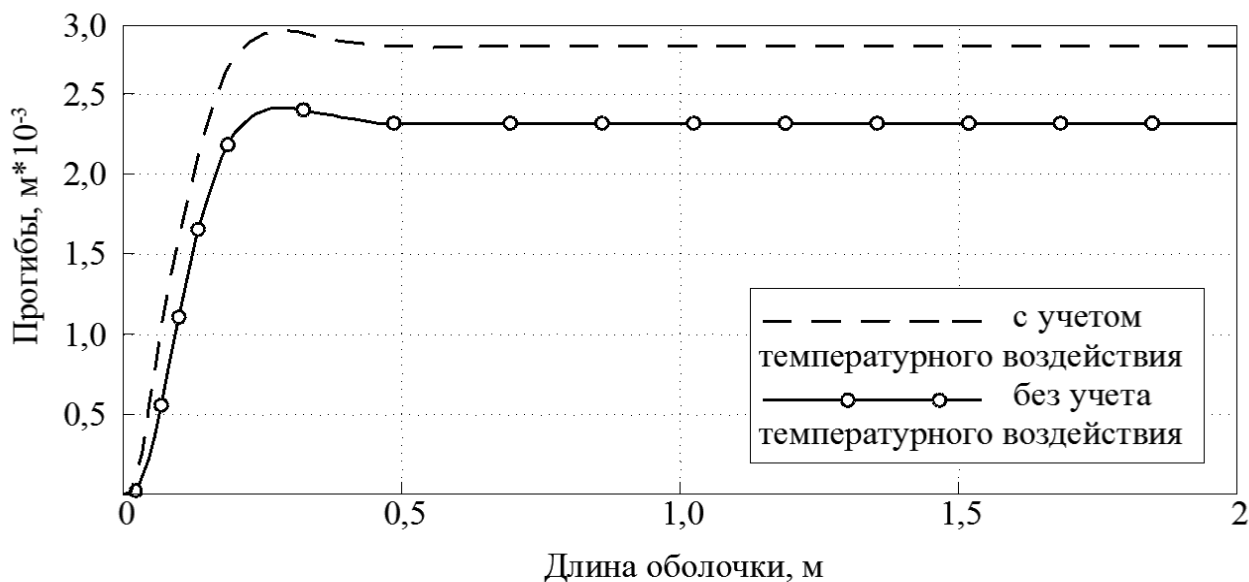


Рис. 2. Прогибы оболочки

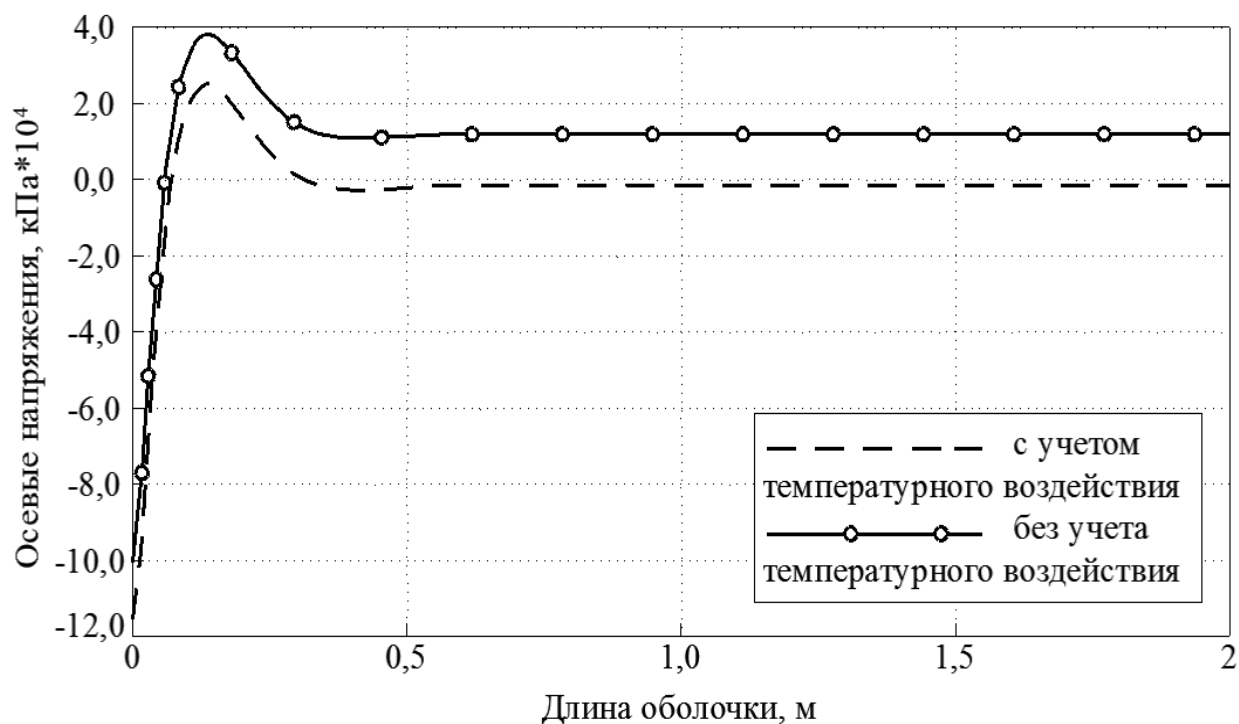


Рис. 3. Осевые напряжения

Окружные и осевые напряжения на поверхности внутри оболочки без температурного воздействия и с его учетом совпадают, что обусловлено неизменным значением температуры по всей поверхности в любое время. На внешней поверхности осевые напряжения в заделке без учета температурного перепада меньше, чем с ним на 15 %. Однако для максимальных растягивающих напряжений подобная разница составляет 34,6 %. Кроме того, на участке $0,125L-L$ температурное воздействие приводит к изменению знака напряжений на противоположный.

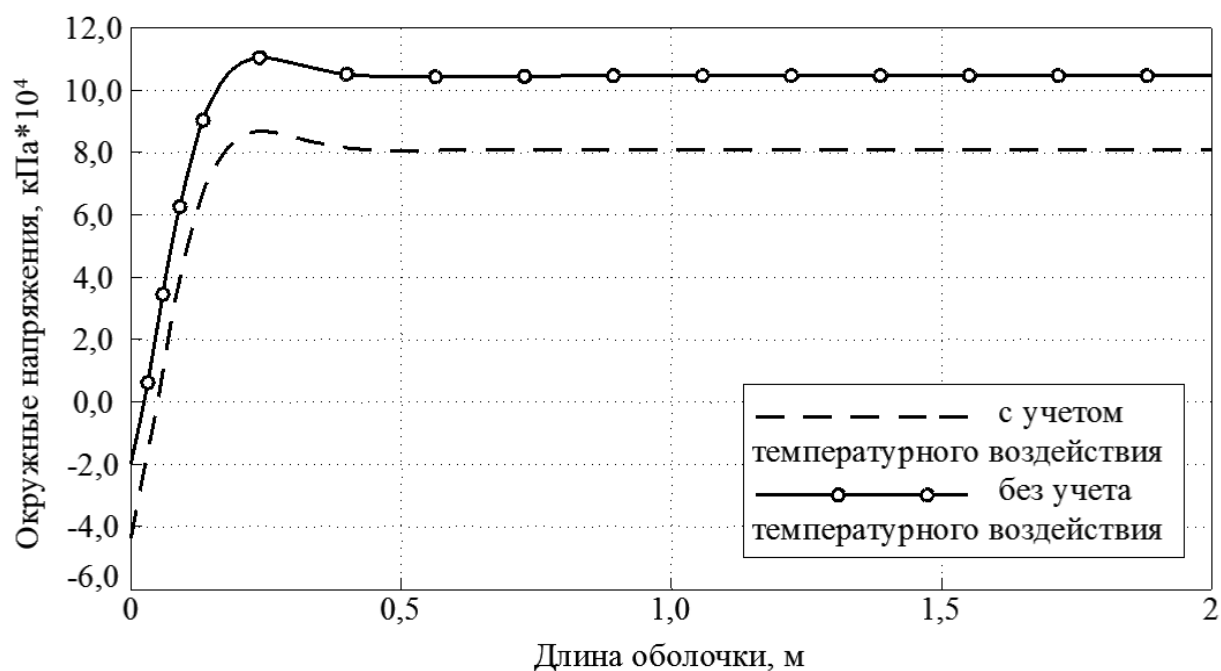


Рис. 4. Окружные напряжения

На наружной поверхности оболочки окружные напряжения, полученные без учета теплового воздействия, в сравнении с вариантом расчета при изменении температуры в зоне заземления, в 2 и более раз ниже. Окружные максимальные напряжения в наружных волокнах оболочки при нагреве - ниже на 21,5 %, чем без него. Для оболочки из материала с большими разностями жесткостных характеристик на растяжение и сжатие вдоль главных материальных осей ортотропии погрешность классических моделей заметно повысится и может достигать 100% в отдельных параметрах НДС, а в некоторых случаях и более [32].

5. Выводы

Анализируя результаты расчета цилиндрической оболочки из ортотропных материалов с деформационной анизотропией, приходим к выводу о том, что учет ее нагрева демонстрирует наличие существенного несоответствия полученных результатов общей теории, которую требуется преобразовать на основе введенных уравнений состояния (4). Данная ситуация проявлялась даже в случае использования упрощенной модели [24, 25].

Библиографический список

1. Розе А.В., Жигулин И.Г., Душин М.Н. Трехармированные тканые материалы // Механика полимеров. 1970. № 3. С. 471–476.
2. Каргин В.А. Энциклопедия полимеров. М.: Советская энциклопедия, 1972. Т. 1. 1224 с.
3. О нелинейном деформировании углепластиков: эксперимент, модель, расчет / Е.В. Амелина др. // ИВТ СО РАН: Вычислительные технологии. 2015. Т. 20. №5. С. 27–52.
4. Идентификация механических характеристик армированных волокнами композитов / Р.А. Каюмов, С.А. Луканкин, В.Н. Паймушин, С.А. Холмогоров // Ученые записки Казанского университета. Физико-математические науки. 2015. Т. 157. Кн. 4. С. 112–132.

5. Калинка Ю.А., Боровикова С.М. Исследование физико-механических свойств хаотически наполненных стеклопластиков // *Механика полимеров*. 1971. №3. С. 411–415.
6. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts / L.N. Shafigullin, A.A. Bobrishev, V.T. Erofeev, A.A. Treshchev, A.N. Shafigullina // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2015. Vol. 10. №23. P. 43758-43762.
7. Sulfur composite technology from oil refinery waste / A.A. Yusupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, L.N. Shafigullin, A.V. Lakhno, A.A. Bobrishev // *International Journal of Applied Engineering Research*. 2016. Vol. 11. Issue 5. №1. P. 3057-3061.
8. Production of Sulfur Composite Materials from Sulfur Containing Waste for Construction Applications / A.A. Yusupova, R.T. Akhmetova, A.A. Treshchev, A.A. Bobrishev, L.N. Shafigullin, G.R. Shayakhmetova // *Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences*. 2016. July-August. RJPBCS 7(4). PP. 1411-1419.
9. Hart P.E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young's modulus of graphite // *Carbon*. 1972. Vol. 10. P. 233-236.
10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of Circular Cylindrical Shells Laminated of Bimodulus Composite Materials // *Journal of Thermal Stresses*. 1981. Vol. 4. № 2. P. 155-177.
11. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials / J.N. Reddy, C.W. Bert, Y.S. Hsu, V.C. Reddy // *Journal Mach. eng. sci.* 1980. Vol. 22. № 6. P. 297-304.
12. Спасская М.В., Трещёв А.А. Термомеханическая задача для полой сферической оболочки из материала с усложненными свойствами // *Строительная механика и расчет сооружений*. М.: АО «НИЦ «СТРОИТЕЛЬСТВО», ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, 2018. №5. С. 58 – 65.
13. Ильюшин А.А. Пластичность. М.: Изд-во АН СССР, 1963. 271 с.
14. Амбарцумян С.А. Основные уравнения и соотношения разномодульной теории упругости анизотропного тела // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1969. №3. С. 51–61.
15. Tabaddor F. Two-Dimensional Bi-Linear Orthotropic Elastic Materials // *Journal of Composite Materials*. 1969. Vol. 3. P. 725–727.
16. Мкртчян Р.Е. Закон упругости для слоистого материала, разносопротивляющегося деформациям растяжения и сжатия // *Механика полимеров*. 1978. №2. С. 199–203
17. Jones R.M. Modeling Nonlinear Deformation of Carbon-Carbon Composite Materials // *AIAA Journal*. 1980. Vol. 18. №8. P. 995–1001.
18. Bert C.W. Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials // *AIAA Journal*. 1981. Vol. 19. №10. P. 1342–1349.
19. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of Thick Beams of Multimodular Materials // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1984. Vol. 20. P. 479–503.
20. Ломакин Е.В. Соотношения теории упругости для анизотропного тела, деформационные характеристики которых зависят от вида напряженного состояния // *Изв. АН СССР. МТТ*. 1983. №3. С. 63–69.
21. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite Element Analysis of Laminated Anisotropic Beams of Bimodulus Materials // *Computers and Structures*. 1984. Vol. 18. №5. P. 779–787.
22. Золочевский А.А. Напряженно-деформированное состояние в анизотропных оболочках из разномодульных композитных материалов // *Механика композитных материалов*. 1986. №1. С. 166–168.
23. Трещёв А.А., Делягин М.Ю. Моделирование оболочки из изотропного разносопротивляющегося графита с помощью объемных конечных элементов с учетом связанно-

- сти напряжений и температур // *Materials Physics and Mechanics*. 2013. Vol. 17. № 1. P. 59-70.
24. Трещев А.А., Теличко В.Г., Ходорович П.Ю. Моделирование напряженно-деформированного состояния толстых цилиндрических оболочек из материалов с усложненными свойствами // *Materials Physics and Mechanics*. - 2014. - Vol 21. № 1. – P. 38-50.
 25. The Stress-Strain State Of Layered Orthotropic Conditional Half-Space Taking Into Account Different Resistance / L.N. Shafigullin, A.A. Treschev, P.Y. Hodorovich, V.T. Erofeev // *Revista Publicando*. 2017. Vol. 4. № 13 (2). P. 109-127.
 26. Описание деформирования ортотропных разносопротивляющихся материалов / А.А. Трещев, Ю.А. Монастырев, В.Д. Чибрикина, Ю.А. Завьялова, М.А.Лапшина // *Строительная механика и конструкции*. 2019. №1 (20). С. 7-13.
 27. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. М.: Наука, 1974. 446 с.
 28. Коваленко А.Д. Термоупругость. Киев: Вищ. шк., 1975. 216 с.
 29. Петров В.В., Кривошеин И.В. Методы расчета конструкций из нелинейно деформируемого материала. М.: Изд-во АСВ, 2009. 208 с.
 30. Петров В.В., Кривошеин И.В. Неоднородные пологие оболочки с двумя видами нелинейности // *ACADEMIA. Архитектура и строительство*. 2013. Вып. № 1. С. 114-123.
 31. Варвак П.М., Варвак Л.П. Метод сеток в задачах расчёта строительных конструкций. М.: Стройиздат, 1977. 160 с.
 32. Treschev A.A., Zhurin E.A. Bending of Ring Plates, Performed from an Orthotropic Non-linear Differently Resistant Material // *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*. 2020. Vol. 16. Issue 1. PP. 130-146.
 33. Маркин А.А. К обоснованию теории оболочек // *Работы по механике деформируемых сред*. Тула: ГПИ. 1974. С. 121-129.
 34. Амбарцумян С.А. Осесимметричная задача круговой цилиндрической оболочки, изготовленной из материала, разносопротивляющегося растяжению и сжатию // *Изв. АН СССР. Сер. Механика*. 1965. №4. С. 77–85.

References

1. Rose A.V., Zhigulin I.G., Dushin M.N. Trekharmónica fabrics. *Mechanics of polymers*. No. 3. 1970. Pp. 471–476.
2. Kargin V.A. *Encyclopedia of polymer*. М.: Sovet Encyclopedia, 1972. Vol. 1. 1224 p.
3. Amelina E.V. On nonlinear deformation of carbon fiber plastics: experiment, model, calculation. *Computational Technologies*. Vol. 20. No. 5. 2015. Pp. 27–52.
4. Kayumov R.A., Lukanin S.A., Paimushin V.N., Kholmogorov S.A. Identification of mechanical characteristics of fiber-reinforced composites. *Scientific notes of the Kazan University. Physical and mathematical sciences*. Vol. 157. Book 4. 2015. Pp. 112–132.
5. Kalinka Yu.A., Borovikova S.M. Investigation of the physical and mechanical properties of chaotically filled fiberglass. *Mechanics of polymers*. No. 3. 1971. Pp. 411–415.
6. Shafigullin L.N., Bobrishev A.A., Erofeev V.T., Treshchev A.A., Shafigullina A.N. Development of the recommendations on selection of glass-fiber reinforced polyurethanes for vehicle parts. *International Journal of Applied Engineering Research*. Vol. 10. No. 23. 2015. Pp. 43758–43762.
7. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Shafigullin L.N., Lakhno A.V., Bobrishev A.A. Sulfur composite technology from oil refinery waste. *International Journal of Applied Engineering Research*. Vol. 11. Issue 5. No. 1. 2016. Pp. 3057–3061.

8. Ysupova A.A., Akhmetova R.T., Treshchev A.A., Bobrishev A.A., Shafigullin L.N., Shakhmetova G.R. Production of sulfur composite materials from sulfur containing waste for construction applications. *Research Journal of Pharmaceutical, Biological and Chemical Sciences*. RJPBCS 7(4). 2016. July-August. Pp. 1411–1419.
9. Hart, P.E. The effect of pre-stressing on the thermal expansion and Young's modulus of graphite Carbon. Vol. 10. 1972. Pp. 233–236.
10. Hsu Y.S., Bert C.W., Reddy J.N. Thermoelasticity of circular cylindrical shells laminated of bimodulus composite materials. *Journal of Thermal Stresses*. Vol. 4. No. 2. 1981. Pp. 155–177.
11. Reddy J.N. Bert C.W., Hsu Y.S., Reddy V.C. Thermal bending of thick rectangular plates of bimodulus composite materials. *Journal Mach. eng. sci.* Vol. 22. No. 6. 1980. Pp. 297–304.
12. Spasskaya M.V., Treschev A.A. Thermo-mechanical problem for a hollow spherical shell of material with complicated properties structural mechanics and calculation of structures. M.: JSC research center of CONSTRUCTION", Tsiensk named after V. A. Kucherenko. No. 5. 2018. Pp. 58 – 65.
13. Ilyushin A.A. *Plasticity*. M.: AS USSR Ed., 1963. 271 p.
14. Ambartsumyan S.A. Basic equations and relations of the multi-module theory of elasticity of an anisotropic body. AS USSR. MSB. Ed. No. 3. 1969. Pp. 51–61.
15. Tabaddor F. Two-dimensional bi-linear orthotropic elastic materials. *Journal of Composite Materials*. Vol. 3. 1969. Pp. 725–727.
16. Mkrtchyan R.E. The law of elasticity for a layered material that is highly resistant to tensile and compression deformations. *Mechanics of polymers*. No. 2. 1978. Pp. 199–203.
17. Jones R.M. Modeling nonlinear deformation of carbon-carbon composite materials. *AIAA Journal*. 1980. Vol. 18. No. 8. Pp. 995–1001.
18. Bert C.W., Reddy J.N., Chao W.C. Bending of Thick Rectangular Plates Laminated of Bimodulus Composite Materials. *AIAA Journal*. 1981. Vol. 19. No. 10. Pp. 1342–1349.
19. Bert C.W., Gordaninejad F. Deflection of thick beams of multimodular materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. Vol. 20. 1984. Pp. 479–503.
20. Lomakin E.V. Relations of the theory of elasticity for an anisotropic body, the deformation characteristics of which depend on the type of stress state. AS USSR. MSB. Ed. No. 3. 1983. Pp. 63–69.
21. Ramana Murthy P.V., Rao K.P. Finite element analysis of laminated anisotropic beams of bimodulus materials. *Computers and Structures*. Vol. 18. No. 5. 1984. Pp. 779–787.
22. Zolochovsky A.A. Stress-strain state in anisotropic shells made of different-modulus composite materials. *Mechanics of Composite Materials*. No. 1. 1986. Pp. 166–168.
23. Treschev A.A., Delyagin M.Y. Modeling of the shell of isotropic graphite raznonapravleno by the three-dimensional finite elements, taking into account the connectedness of the stresses and temperatures. *Materials Physics and Mechanics*. Vol. 17. No 1. 2013. Pp. 59–70.
24. Treschev A.A., Telichko V.G., Khodorovich P.Yu. Modeling of the stress-strain state of thick cylindrical shells made of materials with complicated properties. *Materials Physics and Mechanics*. Vol. 21. No. 1. 2014. Pp. 38–50.
25. Shafigullin L.N. Treschev A.A., Khodorovich P.Y., Erofeev V.T. The stress-strain state of layered orthotropic conditional half-space taking into account different resistance. *Revista Publicando*. Vol. 4. No. 13(2). 2017. Pp. 109–127.
26. Treschev A.A., Monastyrev Yu.A., Chibrikina V.D., Zavyalova Yu.A., Lapshina M.A. Description of the deformation of orthotropic different-resisting materials. *Construction mechanics and structures*. Voronezh: VSTU. 2019. No. 1(20). Pp. 7–13.
27. Ambartsumyan S.A. *General theory of anisotropic shells*. M.: Nauka, 1974. 446 p.

28. Kovalenko A.D. Thermoelasticity. Kiev: High School, 1975. 216 p.
29. Petrov V.V., Krivoshein I.V. Methods for calculating structures made of non-linearly deformable material. M.: Publishing House of the DIA, 2009. 208 p.
30. Petrov V.V., Krivoshein I.V. Inhomogeneous flat shells with two types of nonlinearity. ACADEMIA. Architecture and construction. Vol. No. 1. 2013. Pp. 114–123.
31. Varvak P.M., Varvak L.P. The method of grids in the problems of calculating building structures. Moscow: Stroizdat, 1977. 160 p.
32. Treschev A.A., Zhurin E.A. Bending of ring plates, performed from an orthotropic nonlinear differently resistant material. International Journal for Computational Civil and Structural Engineering. Vol. 16. Issue 1. 2020. Pp. 130–146.
33. Markin A.A. To substantiate the theory of shells. Works on the mechanics of deformable media. Tula: TPI, 1974. Pp. 121–129.
34. Ambartsumyan S.A. Axisymmetric problem of a circular cylindrical shell made of a material that is variously resistant to stretching and compression. News of the USSR Academy of Sciences. Mechanics. No. 4. 1965. Pp. 77–85.

LOADING OF A CYLINDRICAL SHELL WITH DOUBLE ANISOTROPY TAKING INTO ACCOUNT THE TEMPERATURE DIFFERENCE

A. A. Treschev¹, Yu. A. Zavyalova²

Tula State University^{1,2}
Russia, Tula

¹ Corresponding member of RAACN, Dr. of Tech. sciences, Prof., Head of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(905)6229058, e-mail: taa58@yandex.ru

² Graduate Student of the Department of Construction, Building Materials and Structures, Tel.: +7(950)9008083, e-mail: zavyalova_yuliya95@mail.ru

A closed cylindrical shell with a circular outline of the guide is considered. These structures are common in the design and construction practice of chemical and energy industry facilities and are found in civil complexes. Attention to such shells is particularly drawn when they are made of materials that can have both structural and deformation anisotropy. Here we analyze the effect on the shell states of structural orthotropy with the acquired deformation anisotropy, which manifests itself when the shell is loaded under the influence of the type of stress state on the stiffness parameters of the material. Upload shell implemented internal pressure, which leads to the axisymmetric option of the task. Taking into account that real objects are not operated in an isolated space, the problem statement is performed under the temperature influence, which appears as a temperature difference between the shell surfaces. Despite the fact that the fields of temperature and mechanical stress often show connectivity, when setting and solving problems, the results of numerous studies are taken into account here, confirming the manifestation of connectivity in an exceptionally short time interval of temperature changes, and the steady-state difference is achieved very quickly. That is, here we consider the problem in an unrelated version of the loading of the shell with its division into the problem of structural mechanics and thermodynamics.

Traditional models of thermomechanical loading of shells do not give reliable results in the case of two types of anisotropy in materials, and the known equations of state, specially developed for application to the calculation of structures made of these materials, are full of shortcomings and are largely contradictory. Therefore, the authors applied the method of the tensor space of normalized stresses, on the basis of which the differential equations of the problem of thermomechanics of a cylindrical shell made of orthotropic materials with secondary anisotropy acquired during loading are obtained. Partial solutions with separate results for determining the characteristics of the shell state are demonstrated, and brief analysis of the results is carried out.

Keywords: cylindrical shell, orthotropy, anisotropy, temperature difference, not associated thermomechanical problem, the normalized stresses.

УДК 624.041.5, 539.4

ПРИЗНАКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИЗМЕНЯЕМОСТИ РЕГУЛЯРНЫХ ФЕРМ

М. Н. Кирсанов

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин,
тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

Рассмотрены особенности структуры плоских статически определимых регулярных (периодических) ферм, допускающих при некотором значении числа панелей мгновенную геометрическую изменяемость. Предлагается достаточный критерий изменяемости, расширяющий известный критерий И.М. Рабиновича. Формулировка обоих критериев дается в терминах теории графов. Доказательство предложенного критерия, основанного на существовании незамкнутой цепи стержней определенного вида в решетке фермы, дается методами статики. Приводятся примеры десяти ферм и соответствующие картины распределения виртуальных скоростей узлов в случаях изменяемости конструкций. Для выявления кинематики таких ферм используется алгоритм пошагового вычисления скоростей узлов изменяемой фермы с помощью метода определения скорости среднего узла шарнирного стержневого двухзвенника по данным скоростей его концов. Записана система четырех кинематических уравнений алгоритма, реализуемого в виде подпрограммы.

Ключевые слова: ферма, Maple, критерий изменяемости, анализ структуры фермы, расчет усилий, теория графов

Введение

Анализ конструкции фермы на этапе проектирования помимо анализа статической определимости включает в себя исследование геометрической изменяемости конструкции. Необходимым условием статической определимости фермы является отношение один к двум числа внутренних шарниров и стержней, включая опорные. Иначе говоря, число уравнений равновесия узлов (по два уравнения на узел для плоских систем) должно быть равно числу неизвестных усилий. Значительно труднее оценить правильность структуры — достаточный признак неизменяемости конструкции. В ферме недопустима как изменяемость, так и мгновенная изменяемость. Далее будут рассматриваться случаи только мгновенной изменяемости. Анализ изменяемости некоторых регулярных ферм с нахождением схем виртуальных скоростей узлов проведен в работе [1]. Большое число схем плоских статически определимых ферм регулярного типа, допускающих в определенных случаях изменяемость, приведено в справочниках [2, 3]. Алгоритмы выбора метода исследования геометрической неизменяемости изложены в [4]. Некоторые вопросы структурно-параметрического синтеза, оптимизации и анализа решеток ферм изучены в [5-8].

Критерии

Существуют изменяемые фермы, не попадающие под три известных критерия изменяемости:

а) Если два диска соединены между собой тремя параллельными стержнями, то полученная система изменяема или мгновенно изменяема. В данном случае под диском в строительной механике понимается или отдельный стержень или неизменяемая часть фермы, например, жесткий треугольник.

б) Если два диска соединены между собой тремя стержнями, лежащими на прямых, пересекающихся в одной точке, то полученная система изменяема или мгновенно изменяема.

с) Если три диска соединены тремя шарнирами, лежащими на одной прямой, то такая система мгновенно изменяема. Шарниры здесь могут быть фиктивными — точками пересечения стержней.

Рассмотрим случаи изменяемости ферм, не попадающие под эти признаки.

В ферме на рис. 1 есть необходимое для статической определимости соотношение числа стержней и узлов: шесть узлов и двенадцать стержней, включая четыре опорные (неподвижный опорный шарнир моделируется двумя стержнями, подвижный — одним). Однако при соотношении $h_1 = h_2 = h$ ферма изменяема. Приведена схема виртуальных скоростей узлов. Мгновенные центры раскосов находятся в опорах фермы. Отсюда следует соотношение скоростей: $v / \sqrt{a^2 + h^2} = u / (2h)$.

Определитель системы двенадцати уравнений равновесия шести узлов фермы, в которую входят восемь неизвестных усилий в стержнях и четыре опорные реакции, имеет вид:

$$\det = \frac{4h_2^2 a^3 (h_1 - h_2)}{(a^2 + h_2^2)^2 (a^2 + h_1^2)}.$$

Если выполняется равенство $h_1 = h_2$, то определитель вырождается. Такой же случай изменяемости, не попадающий под стандартные критерии, наблюдается в ферме 2 (рис. 2). Ферма допускает изменяемость при $c=b$. Приведена схема виртуальных скоростей узлов.

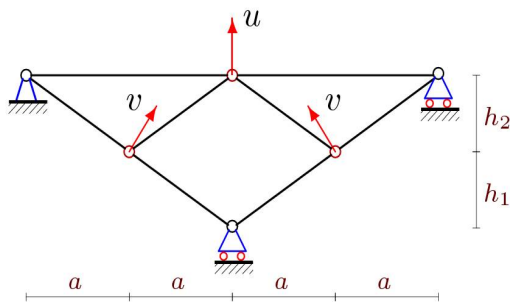


Рис. 1. Ферма 1. Виртуальные скорости узлов изменяемой фермы

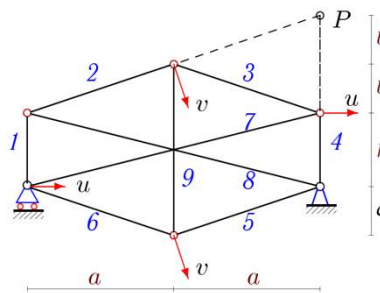


Рис. 2. Ферма 2. Виртуальные скорости

Стержень с номером 3 совершает вращательное движение около мгновенного центра скоростей P с угловой скоростью $\omega = u / (2b) = v / \sqrt{a^2 + b^2}$. Элементы фермы 4 и 5 вращаются вокруг правой опоры. Стержни 7 и 9 имеют поступательное движение. Стержень 8 неподвижный. Определитель матрицы системы уравнений равновесия узлов этой фермы, найденный методами компьютерной алгебры, имеет вид:

$$\det = \frac{8a^5 (b - c)}{(a^2 + c^2)(a^2 + b^2)(4a^2 + h^2)}.$$

При $b = c$ определитель обращается в ноль. Геометрическая изменяемость фермы проявляется при расчете из условия равенства нулю определителя системы уравнений

равновесия всех узлов. В практических расчетах этот критерий изменяемости использовать неудобно. Численный расчет может скрывать равенство нулю определителя за погрешностями счета. Это наиболее характерно при большом числе стержней. Кроме того, вполне возможно, что вычисления для одних размеров фермы может дать ненулевой определитель, а при иных для той же структуры, определитель обращается в ноль. Известны критерии геометрические, проверяющие возможность виртуальных скоростей шарниров, свидетельствующих об изменяемости фермы. Рабинович И. М. [9], ссылаясь на работу Г. Мюллер-Бреслау [10] использовал критерий изменяемости решетчатой фермы с построением плана скоростей узлов. Согласно этому критерию проверку изменяемости можно свести к нахождению замкнутой цепи стержней, которая свидетельствует о виртуальных скоростях узлов, находящихся в шарнирах этой цепи. Таким образом, имеем следующий геометрический критерий.

Критерий 1. Если в ферме имеется замкнутая цепь стержней, каждый узел которой соединяет четыре стержня, два из которых не принадлежат цепи и лежат на одной прямой, то такая ферма геометрически изменяема.

Доказательство критерия на основе построения плана скоростей дано в [9].

Приведем схему фермы с решетчатой структурой, содержащую n ячеек периодичности по горизонтали (панелей длиной a) и m панелей высотой h по высоте (рис. 3). Ферма содержит одну лишнюю связь, так как число неизвестных усилий в ней $4(n+m)+1$, включая три реакции опоры, а число узлов $2(n+m)$. Несмотря на это, при определенном соотношении чисел m и n эта ферма допускает изменяемость. Схема виртуальных скоростей узлов фермы при $m=3$ и $n=6$ (37 стержней и 18 шарниров) приведена на рис. 3.

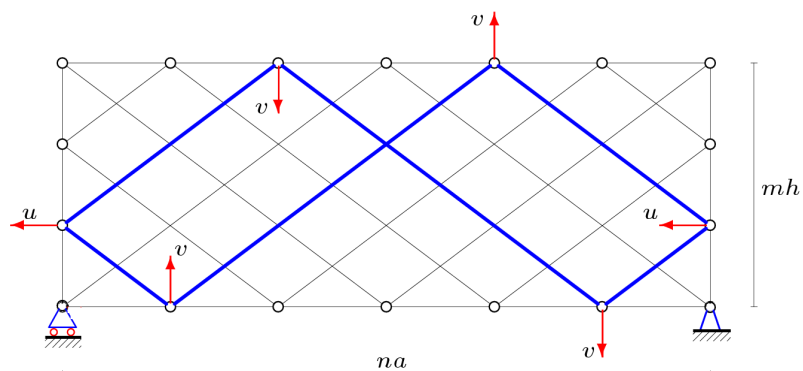


Рис. 3. Ферма 3. Виртуальные скорости, $n=6$, $m=3$

Приведенная схема скоростей в данной ферме не единственная. Еще одна замкнутая цепь симметрична приведенной относительно горизонтали. Можно предложить простую аналогию. Указанная цепь, указывающая на изменяемость фермы, похожа на траекторию шарика, катающегося по коробке с отскоками от ее боковых сторон. Правило о равенстве углов падения и отражения здесь не всегда выполняется. Однако если шарик попадет в угол коробки, то траектория оборвется. Это будет соответствовать не замкнутости цепи стержней. Для изменяемости фермы достаточно одной цепи. В оригинальной работе [9] план скоростей построен на векторах скоростей, повернутых на 90° . В приведенной схеме скоростей (рис. 3) направления скоростей соответствуют реальным. Обобщая эту задачу на произвольные числа панелей по сторонам, можно показать, что данная ферма геометрически неизменяема, если числа n и m взаимно просты.

Аналогичные замкнутые цепи можно обнаружить в решетчатой ферме 4 (рис. 4) при числе панелей в половине пролета $n = 3$. При $n = (6k - 3 - (-1)^k) / 4$, $k = 1, 2, 3, \dots$, или, что то же $n=1, 2, 4, 5, 7, \dots$, ферма геометрически неизменяема. Зависимость $n(k)$, задающая последовательность порядков неизменяемых ферм, получается из расчета усилий ряда ферм

с увеличивающимся n в аналитической форме. Для этого по программе, записанной на языке символьной математики, например, Maple [2,3], определяются те случаи, когда определитель обращается в ноль. Общий член полученной последовательности можно найти либо в online-программах [11], либо средствами Maple в пакете genfunc.

Ферма 5 (рис. 5), имеющая n панелей в пролете, геометрически неизменяема для более разряженной последовательности порядков: $n = (10k - 5 - \cos 2\varphi - 2 \cos \varphi + 2 \sin \varphi) / 8$, $k = 1, 2, 3, \dots$, где $\varphi = \pi k / 2$, или при $n = 1, 2, 3, 4, 6, 7, \dots$. Здесь каждая пятая ферма в последовательности ферм с растущим числом панелей изменяема. Узлы, имеющие виртуальные скорости, соединяет замкнутая цепь стержней. Критерий 1 выполняется.

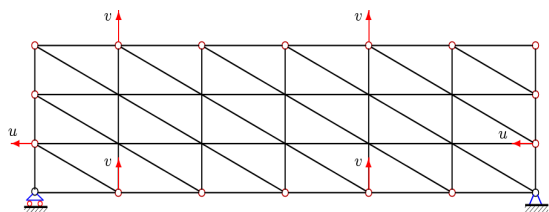


Рис. 4. Ферма 4. Виртуальные скорости, $n=3$

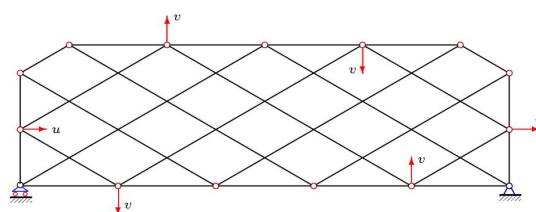


Рис. 5. Ферма 5. Виртуальные скорости, $n=5$

Ферма 6, содержащая n панелей в половине пролета (рис. 6) изменяема при $n=4, 7, 10, \dots$ и неизменяема при $n = (6k + 1 - (-1)^k) / 4$, $k = 1, 2, 3, \dots$. При $n=4$ замкнутая цепь, удовлетворяющая критерию 1, состоит из восьми стержней. Скорости u и v связаны друг с другом соотношениями, следующими, например, из соотношений кинематики вращательного движения на основе рассмотрения мгновенных центров скоростей стержней. Часть стержней в поясах фермы движется вращательно, часть стержней в отмеченной цепи — мгновенно поступательно.

Похожий критерий кинематической изменяемости обнаруживается при рассмотрении фермы 7 (рис. 7). Ферма содержит $2n$ стержневых элементов по верхнему поясу [2]. Ферма геометрически неизменяема, если число панелей равно $n = 2, 5, 7, 10, \dots$, или при $n = (10k - 1 + (-1)^k) / 4$, $k = 1, 2, 3, \dots$. Изменяемость фермы обнаруживается из условия вырождения определителя матрицы системы уравнений равновесия. Это подтверждается схемой виртуальных скоростей. Более того здесь есть целых три варианта распределения виртуальных скоростей. Наличие одной цепи 1–5–3 достаточно для подтверждения изменяемости фермы. Вторая независимая цепь это 2–6–4. Объединение этих цепей также дает признак изменяемости. Причем на схеме скорости узлов 1 и 2 не обязательно должны быть равными. На основании этого сформулируем еще один геометрический признак изменяемости.

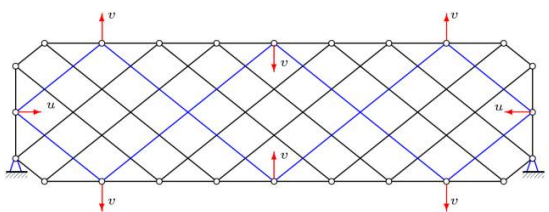


Рис. 6. Ферма 6. Виртуальные скорости, $n=4$

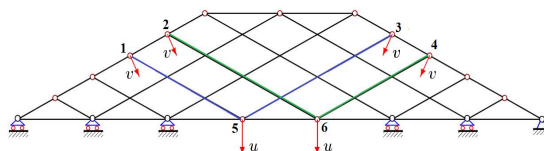


Рис. 7. Ферма 7. Виртуальные скорости, $n=1$

Критерий 2. Если в ферме имеется незамкнутая цепь стержней, каждый внутренний узел которой соединен с четырьмя стержнями, из которых два не включены в цепь и лежат

на одной прямой, а концевые узлы соединяют по три стержня каждый, два из которых не включены в цепь и лежат на одной прямой, то такая ферма геометрически изменяема.

Оба эти критерия можно формулировать проще, если пользуясь терминологией теории графов ввести условную степень вершин δ , и принять стержни, не принадлежащие цепи и лежащие на одной прямой, не меняющими степень вершины. В этом случае условием изменяемости фермы по критерию 1 является наличие цикла с вершинами степени $\delta = 2$, а по критерию 2 признаком изменяемости является цепь, условные степени вершин которой $\delta = 2$, кроме концевых вершин степени $\delta = 1$.

Приведем еще два примера изменяемых ферм, удовлетворяющих критерию 2.

Ферма (рис. 8) содержит n стержней в верхнем поясе и неизменяема при $n = (15k + 6 - \sqrt{3} \sin \varphi + 3 \cos \varphi) / 9$, где $\varphi = 2\pi k / 3$, $k=1,2,3...$ Симметричная незамкнутая цепь из двух стержней подтверждает критерий 2. Цепь из пяти стержней есть в ферме 9 (рис. 9). Пролет фермы состоит из $2n$ панелей. Она неизменяема при $n = 1, 2, 4, 5, 7 ...$ или $n = (6k - 3 - (-1)^k) / 4$, $k=1, 2, 3..$

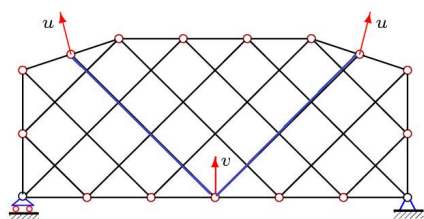


Рис. 8. Ферма 8. Виртуальные скорости, $n=4$

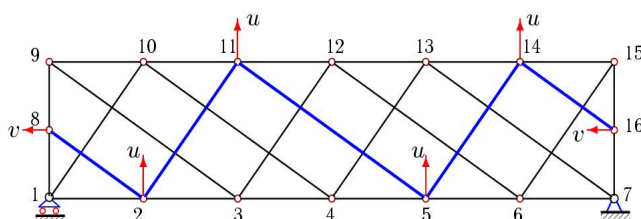


Рис. 9. Ферма 9. Виртуальные скорости, $n=3$

Признаком изменяемости является незамкнутая цепь $8 - 2 - 11 - 5 - 14 - 16$. Стержни 1–2, 8–1, 2–8 вращаются вокруг шарнира 1 левой опоры (сама подвижная опора скорости не имеет), стержни 5–11, 2–11 и 5–14 движутся поступательно. Стержень 14–16 совершает вращение около мгновенного центра скоростей в узле 15. Таким образом, только шесть шарниров имеют виртуальную скорость, остальные неподвижны. Наличие указанной схемы уже само по себе является доказательством кинематической изменяемости фермы.

Противоречивость статических уравнений фермы с такой цепью, приводящую к равенству нулю определителя системы уравнений равновесия узлов, можно подтвердить следующими простыми рассуждениями на примере рассматриваемой фермы. Фактически это будет статическим доказательством критерия 2.

Пусть к ферме приложена только нагрузка к узлу 16. Если эта нагрузка горизонтальна, то усилие в элементе 14–16 не равно нулю, что следует из уравнения равновесия узла в проекции на горизонтальную ось. Исходя из леммы о нулевых стержнях, в стержне усилие 8–2 отсутствует. По этой же лемме равно нулю усилие и в стержне 2–11. Рассматривая последовательно равновесие всех незагруженных шарниров выбранной цепи, получаем, что усилие и в стержне 14–16 также должно быть равно нулю, а это противоречит условию равновесия узла 16. Точно также, не накладывая никаких условий на нагрузки, приложенные к узлам цепи стержней, можно для каждого узла составить уравнение равновесия в проекции на вертикальную ось (узлы 5, 2, 11, 14) или горизонтальную (узел 8). Усилие в последнем стержне цепи при этом можно будет найти как из решения задачи о равновесии узлов 8, 2, 11, 5, 15, так и из условия равновесия узла 16. Это противоречит независимости приложенных нагрузок к узлам.

Заметим принципиальное отличие ферм 1 и 2 от ферм 3 – 9. В первом случае условие изменяемости определяется размерами фермы, в фермах же 3 – 9 на изменяемость влияет число панелей, а от размеров фермы условие изменяемости не зависит. Список таких ферм

можно продолжить. В справочниках [2, 3] приведены 44 регулярные фермы, имеющие свойство изменяемости при определенном числе панелей.

Алгоритм нахождения распределения виртуальных скоростей узлов изменяемой фермы

Случаи кинематической изменяемости фермы обнаруживаются в процессе вывода формулы для прогиба, собственной частоты или какой-нибудь другой интегральной характеристики регулярной фермы как функции числа панелей. Метод индукции для получения аналитической формулы предполагает последовательный расчет ферм с разным последовательно увеличивающимся числом панелей. При определенном числе панелей выясняется, что определитель матрицы системы алгебраических уравнений равновесия шарниров, из которой находят усилия в стержнях, обращается в ноль. Характерно здесь то, что при численном расчете усилий этот момент можно не заметить. Погрешность вычислений, как правило, скрывает факт вырождения матрицы большого размера. В аналитической же форме решения, выполненном в какой-либо системе компьютерной математики, определитель вычисляется точно, в виде некоторого аналитического выражения. Однако лучшим подтверждением кинематического вырождения является явная схема виртуальных скоростей узлов. Схема может быть неединственной. В некоторых случаях (рис. 1-9) схемы строятся достаточно просто. В большинстве же случаев, особенно для полигональных ферм и ферм со сложной решеткой, определить картину распределения виртуальных скоростей трудно. Здесь требуется какой-то универсальный алгоритм получения схем скоростей узлов изменяемых ферм.

Рассмотрим ферму 10 (рис. 10) с $2n$ панелями по нижнему поясу. Ферма не является регулярной в строгом смысле этого понятия. Не все панели фермы однотипны. В этой ферме три боковые панели укорочены по высоте. Несмотря на это, индуктивный метод расчета применим и здесь. Выяснено, что ферма неизменяема при $n = (6k + 5 - (-1)^k) / 4$, $k=1, 2, 3, \dots$

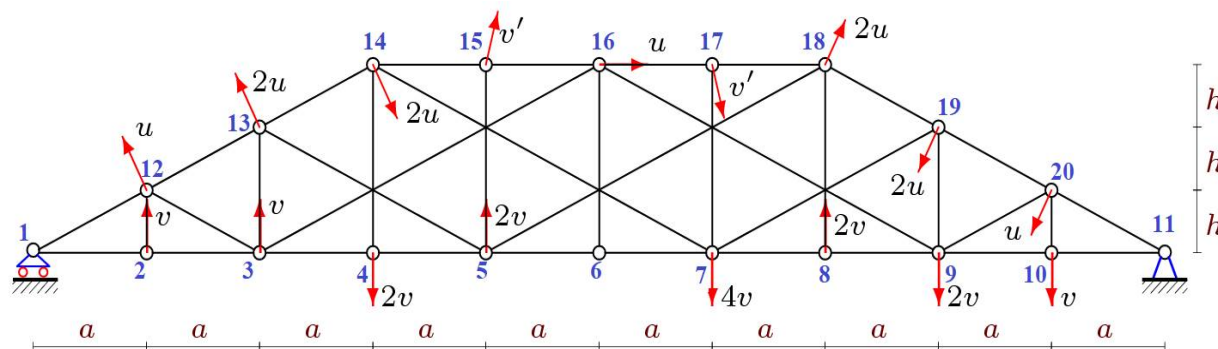


Рис. 10. Ферма 10. Виртуальные скорости, $n=5$

Для решения задачи рассмотрим алгоритм нахождения скорости среднего звена двухзвенника (рис. 11) по данным координат узлов и скоростям конечных точек.

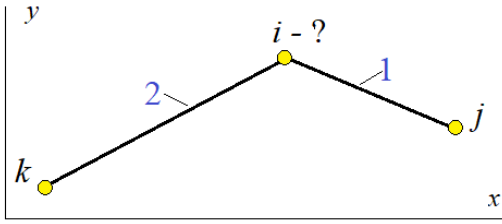


Рис. 11. Двухзвенник. Вычисление скорости узла i

Предположим, что известны скорости узлов k и j . Уравнения для связи компонент скоростей имеют вид:

$$V_{x,j} = V_{x,i} - (y_j - y_i)\omega_1,$$

$$V_{x,k} = V_{x,i} - (y_k - y_i)\omega_2,$$

$$V_{y,j} = V_{y,i} + (x_j - x_i)\omega_1,$$

$$V_{y,k} = V_{y,i} + (x_k - x_i)\omega_2.$$

(1)

Здесь ω_1, ω_2 — алгебраические значения скоростей звеньев, или, что то же, проекции векторов угловых скоростей на ось z . На основе (1) создадим процедуру вычисления компонент скорости среднего узла двухзвенника. Угловые скорости в процедуре будут локальными переменными, а скорости и координаты — глобальными. Это позволит использовать процедуру для последовательного перебора узлов фермы. Начинать надо с двух узлов фермы, скорости которых можно однозначно задать или они известны из условия задачи. Логичнее всего начинать с опоры, скорость которой равна нулю. Здесь начинать надо с узлов 11 и 10, при этом скорость узла 10 необходимо задать. Очевидно, вектор скорости узла 10 перпендикулярен стержню 10-11 нижнего пояса. Направление этой скорости может быть произвольным. Направим скорость вниз. Скорость опоры 11 равна 0. Оформим процедуру в виде записи $\{k, j\} \rightarrow i$, означающей, что определяется скорость шарнира i по данным скоростей шарниров k, j . Начнем с определения скорости шарнира 20: $\{10, 11\} \rightarrow 20$.

Получим $\bar{V}_{20} = [-hv/a, -v]$. Таким образом, скорость точки 20 стала известной. Процесс можно продолжить: $\{10, 20\} \rightarrow 9$, $\bar{V}_9 = [0, -2v]$, $\{9, 20\} \rightarrow 19$, $\bar{V}_{19} = [-2hv/a, -2v]$.

Далее процесс останавливается. В схеме фермы нет необходимого двухзвенника с двумя известными или ранее найденными скоростями. В этом случае вводится еще один неизвестный параметр — величина вертикальной компоненты скорости узла 8: $V_{8,y} = Y$. Найти эту величину можно будет из условия равенства нулю скорости другой опоры. Горизонтальная компонента скорости 8, очевидно, равна нулю. Это следует из известной теоремы о равенстве проекций векторов скоростей на ось отрезка, соединяющего точки 8 и 9. Таким образом, получается требуемый двухзвенник с заданной скоростью 8 и найденной ранее скоростью точки 19. Горизонтальная компонента скорости 18 выражается через введенный и пока неизвестный параметр:

$$\{8, 19\} \rightarrow 18, \quad \bar{V}_{18} = [hY/a, -4v]$$

Далее последовательно определяем скорости:

$$\{8, 19\} \rightarrow 7, \quad \bar{V}_7 = [0, -4v], \quad \{7, 18\} \rightarrow 17, \quad \bar{V}_{17} = [hY/a, -4v],$$

$$\{17, 9\} \rightarrow 16, \quad \bar{V}_{16} = [hY/a, Y - 2v], \quad \{7, 16\} \rightarrow 6, \quad \bar{V}_6 = [0, Y - 2v],$$

$$\{6, 18\} \rightarrow 5, \quad \bar{V}_5 = [0, 2Y], \quad \{5, 16\} \rightarrow 15, \quad \bar{V}_{15} = [hY/a, 2Y],$$

$$\{7, 15\} \rightarrow 14, \quad \bar{V}_{14} = [hY/a, Y - 4v], \quad \{5, 14\} \rightarrow 13, \quad \bar{V}_{13} = [-2hv/a, 2Y - 2v],$$

$$\{5, 14\} \rightarrow 4, \quad \bar{V}_4 = [0, Y - 4v], \quad \{4, 13\} \rightarrow 3, \quad \bar{V}_3 = [0, 2Y - 2v],$$

$$\{3, 13\} \rightarrow 12, \quad \bar{V}_{12} = [-hv/a, 2Y - 3v], \quad \{3, 12\} \rightarrow 2, \quad \bar{V}_2 = [0, 2Y - 3v].$$

Из последнего двухзвенника выражается скорость неподвижного шарнира 1:

$$\{2, 12\} \rightarrow 1, \quad \bar{V}_1 = [0, 2Y - 4v].$$

Из равенства нулю вертикальной компоненты скорости опоры следует величина введенного параметра $Y = 2v = V_{8,y}$. Подставляем эту величину в компоненты скоростей 17,

16, 6, 5, 15, 14, 13, 4, 3, 12, 2. В результате получаем искомое распределение скоростей, подтверждающее геометрическую изменяемость конструкции при $n=5$. На рисунке 10 обозначено: $u = vc/a$, $v' = 2v\sqrt{(h/a)^2 + 4}$.

Существуют также схемы регулярных ферм, которые геометрически изменяемы при любых значениях числа панелей. Ферма 11 (рис. 12) внешне статически неопределима и опирается на два неподвижных шарнира, и закреплена двумя горизонтальными стержнями по краям. Однако соотношение числа стержней и шарниров удовлетворяют необходимому условию статической определимости. В ферме с $2n$ панелями в пролете содержится $4n+10$, шарниров, а число стержней, включая шесть стержней, соответствующие опорам, вдвое больше: $8n+20$. К рассматриваемой ферме не применимы рассмотренные выше критерии изменяемости, однако определитель системы уравнений равновесия всегда обращается в ноль. Следовательно, ферма изменяема. Однако если искусственно нарушить регулярность системы, подняв на высоту d крайние шарниры в нижнем поясе, то ферма становится неизменяемой (рис. 13). Более того, сравнительно легко в аналитической форме находятся усилия в стержнях и реакции опор.

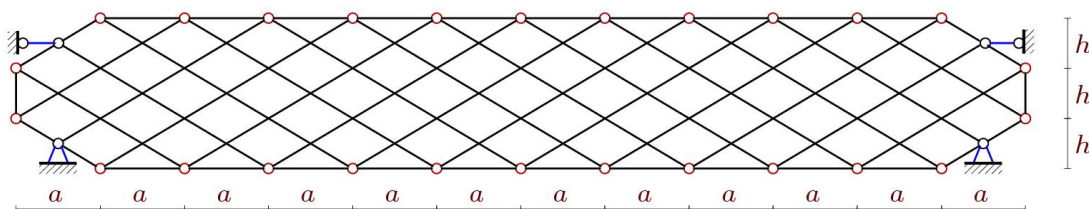


Рис. 12. Ферма 11. Геометрически изменяемая ферма, $n=5$

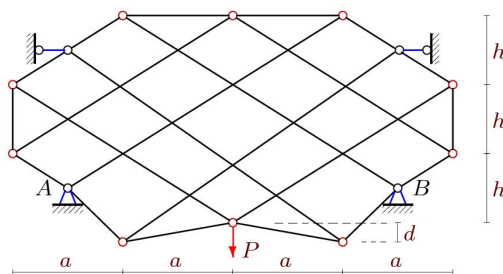


Рис. 13. Ферма 11 ($n=1$) с нарушенной геометрией нижнего пояса

Решение системы уравнений всех узлов дает распор в опорах A и B :

$$R_A = -P \frac{a(3d^2 - 7dh + 5h^2)}{2dh(6d - 5h)}.$$

При $d \rightarrow 0$ или $d \rightarrow 5h/6$ распор стремится к бесконечности, ферма становится изменяемой. Этот же результат можно получить из равенства нулю определителя матрицы \mathbf{G} системы уравнений равновесия узлов фермы, однако в системе Maple оператор Determinant из пакета линейной алгебры LinearAlgebra работает во много раз менее производительнее, чем операция обращения матрицы системы $\mathbf{G}' = 1/\mathbf{G}$, с помощью которой находится решение.

Заключение

Фермы со сложной решеткой, в отличие от ферм, состоящих из стержневых треугольников, в некоторых случаях могут иметь весьма опасное и коварное свойство изменяемости при определенном числе панелей, если речь идет о некоторой периодической

(регулярной) структуре. Опасность изменчивости, пусть даже эта изменчивость мгновенная, очевидна. Коварство же состоит в том, что имея некоторое готовое решение для фермы с определенным числом панелей, проектировщик может, не задумываясь, изменить число панелей, рассчитывая, что и результаты изменятся несильно. Трудно представить, что результат как-то заметно изменится, если вместо 30 панелей рассмотреть ферму с 31 панелью. Но, как показывает приведенный анализ, эти две фермы могут отличаться принципиально. Одна ферма будет изменяться другая — нет. Конечно, и изменяемая ферма с "заваренными" шарнирами будет работать. Можно рассчитать ее как статически неопределимую. Однако практический инженер никогда не поставит в производство ферму, держащуюся только на сварке узлов. Все преимущество ферм состоит именно из того, что элементы в конструкции работают только на сжатие и растяжение.

Здесь рассмотрены некоторые внешние, геометрические *признаки* изменчивости плоских стержневых систем. Кроме *признаков*, для проверки изменчивости есть также *методы* проверки: метод нулевых нагрузок, метод отделения узлов, соединенных с фермой двумя стержнями и др. Ферма 11, для которой еще не найден геометрический критерий изменчивости, показывает, что работа в выбранном направлении анализа стержневых структур может быть продолжена.

Исследование выполнено при поддержке Междисциплинарной научно-образовательной школы Московского университета «Фундаментальные и прикладные исследования космоса».

Библиографический список

1. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12(26). С. 28.
2. Кирсанов М.Н. Плоские фермы. Схемы и расчетные формулы: справочник. М.: ИНФРА-М, 2019. 238 с.
3. Kirsanov M.N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing, 2020. 178 p.
4. Хазанов Х.С. Алгоритм выбора метода исследования геометрической неизменяемости и определения усилий в стержнях ферм; Куйбышевский авиационный институт. Куйбышев, 1984. 32 с.
5. Структурно-параметрическая оптимизация стержневых металлических конструкций на основе эволюционного моделирования / И.Н. Серпик, А.В. Алексейцев, Ф.Н. Левкович, А.И. Тютюнников // Изв. вузов. Сер. Строительство. 2005. №8. С. 16-24.
6. Алексейцев А.В. Оптимальный структурно-параметрический синтез систем усиления металлических ферм // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2014. №. 2. С. 37-46.
7. Маркосян Г.Х. Выполнение кинематического анализа и расчёт плоских ферм в интерактивной форме // Смотр-конкурс научных, конструкторских и технологических работ студентов Волгоградского государственного технического университета. Волгоград, 2017. С. 142–143.
8. Лисовенко Д.В., Доронина Е.Р. Исследование геометрической неизменяемости плоских стержневых систем // Современные технологии в промышленном производстве: материалы и программа III Всеукраинской межвуз. науч.-техн. конф.: в 2-х ч. Сумы: СумДУ, 2014. Ч.1. С. 186.
9. Рабинович И.М. Курс строительной механики стержневых систем. Ч. 1. Статически определимые системы. 2-е изд. М.-Л.: Стройиздат, 1950. 388 с.
10. Мюллер-Бреслау Г. Графическая статика сооружений. 2-е изд. СПб.: К. Л. Риккер, 1908. Т. 1. 505 с.
11. <https://www.wolframalpha.com/>

References

1. Osadchenko N.V. Calculation of the deflection of a flat continuous statically definable truss with two spans. *Postulate*. 2017. №. 12 (26). 28.
2. Kirsanov M.N. *Planar trusses. Schemes and formulas: a handbook*. Moscow: INFRA-M, 2019. 238 p.
3. Kirsanov M. N. *Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas*. Cambridge Scholars Publishing, 2020. 178 p.
4. Khazanov Kh.S. Algorithm for choosing a method for studying geometric immutability and determining forces in truss rods. *Kuibyshev Aviation Institute*. Kuibyshev 1984. 32 p.
5. Serpik I.N., Alekseytsev A.V., Levkovich, F.N., Tyutyunnikov, A.I. Structural-parametric optimization of rod metal structures based on evolutionary modeling. *Izvestiya vysshikh educational institutions. Construction*. 2005 (8). Pp. 16–24.
6. Alekseytsev A.V. Optimal structural-parametric synthesis of reinforcement systems for metal trusses. *Structural mechanics of engineering structures and structures*. 2014. No. 2. Pp. 37–46.
7. Markosyan G.Kh. Implementation of kinematic analysis and calculation of flat trusses in an interactive form. *Review-competition of scientific, design and technological works of students of Volgograd State Technical University*. 2017. Pp. 142–143.
8. Lisovenko D.V., Doronina E.R. Study of geometric immutability of plane rod systems: Modern technologies in industrial production: materials and program of the III All-Ukrainian interuniversity. scientific and technical conf. : in 2 p. *Sumy State University*, 2014.
9. Rabinovich I.M. *A course in structural mechanics of rod systems*. 2nd ed. Part 1. Statically determinate systems. Moscow-Leningrad. Stroyizdat, 1950. 388 p.
10. Müller-Breslau G. *Graphic statics of structures*. 2nd ed. T. 1. SPb. : K.L. Rikker, 1908. 505 p.
11. <https://www.wolframalpha.com/>

SIGNS OF GEOMETRIC VARIABILITY OF REGULAR TRUSSES

M. N. Kirsanov

National Research University «MPEI»
Russia, Moscow

Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

The features of the structure of planar statically determinate regular (periodic) trusses that allow instantaneous geometric variability at a certain value of the number of panels are considered. A sufficient criterion of variability is proposed, extending the well-known criterion of I. M. Rabinovich. The formulation of both criteria is given in terms of graph theory. The proof of the proposed criterion, based on the existence of an open chain of rods of a certain type in the truss lattice, is given by static methods. Examples of ten trusses and corresponding patterns of the distribution of virtual speeds of nodes in cases of design variability are given. To identify the kinematics of such trusses, an algorithm is used for step-by-step calculation of the velocities of the nodes of the variable truss using the method for determining the velocity of the middle node of a hinged rod two-link link according to the velocities of its ends. A system of four kinematic equations of the algorithm implemented as a subroutine is written.

Keywords: truss, Maple, variability criterion, truss structure analysis, forces calculation, graph theory

**ANALYTICAL DEPENDENCE OF THE LOWER BOUND OF THE NATURAL
OSCILLATION FREQUENCIES OF THE MANIPULATOR TRUSS
FROM THE NUMBER OF PANELS**M. N. Kirsanov¹, Sun Jiaxuan²National research University «MPEI»
Russia, Moscow

¹Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechatronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru²Student, tel.: +79852244660, e-mail: laogejiangdaoli@gmail.com

An analytical estimation of the fundamental frequency of oscillations of a planar statically determinate model of a manipulator with an arbitrary number of panels in the console part and rack is derived by the method of induction using two parameters with the involvement of operators of the Maple computer mathematics system. The mass is allocated to the nodes of the lower belt of the console. To output the formula, the operators of the specialized LinearAlgebra and genfunc packages are used. The coefficients in the desired formula are found as solutions of recurrent equations composed according to a series of solutions for trusses with a consistently increasing number of panels. Compared to similar solutions for planar regular trusses that use Dunkerley estimation, the solution is distinguished by its high accuracy. Numerical analysis of the truss oscillation spectrum, taking into account many degrees of freedom, shows that the error of the obtained analytical estimate does not exceed 2% on average.

Key words: truss, console, method of Dunkerley, the oscillations of lower frequency, induction, Maple.

Introduction

The calculation of manipulators designed for high-speed work involves the analysis of natural oscillation¹ frequencies. One of the most significant dynamic characteristics of a structure is its first (lowest) natural frequency. If the structure contains a large number of elements (rods), the complete calculation of a system with many degrees of freedom (based on the number of nodes endowed with masses) is a complex numerical problem. The development of modern systems of symbolic mathematics makes it possible to use analytical methods along with numerical methods. The value of such solutions is determined by both accuracy and versatility. An analytical solution in the form of a formula obtained for a single structure with parametrically specified dimensions and loads has significantly less value than a solution that takes into account the number of elements. For regular structures with periodically repeated elements, it is possible to take into account their number in the final calculation formula using the induction method [1]. In this paper, we consider a planar, statically determinate model of the truss of a cantilever manipulator with a mass distributed over the nodes of the lower belt of the console. The solution is based on the method used earlier in the problems of analyzing the static deflection of trusses [1]. The frequencies of beam truss oscillation were studied analytically in [2–10].

Solution

The truss post (Fig. 1) with two supports has m cross-shaped panels in height. The console contains n panels with a triangular grid. In total, there are $\eta = 4(m + n) + 6$ rods in the truss, counting three rods that model movable and fixed supports. Ignoring the horizontal displacements, we consider only the vertical oscillations of the loads in the nodes of the structure. The number of degrees of freedom of such a model is equal to the number of loads $N = n$. The truss diagram has a

regular type with two parameters n and m . The stress state of the truss rods can be calculated analytically using the program in the Maple system [1, 4–7]. The program includes a method for cutting out nodes.

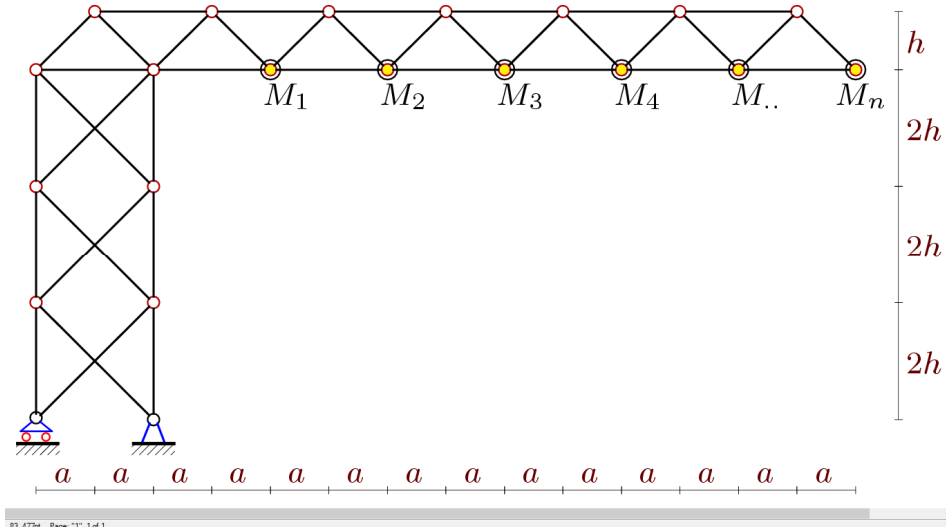


Fig. 1. The scheme of the manipulator, $m=2, n=5$

The equations of mass oscillations have the form:

$$\mathbf{J}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_N \mathbf{Y} = 0, \quad (1)$$

where \mathbf{D}_N is the stiffness matrix, $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ is the vector of vertical displacements of loads. If all the masses are equal $M_1 = M_2 = \dots = M_n = M$, then $\mathbf{J}_N = M \mathbf{I}_N$ – is the diagonal inertia matrix, \mathbf{I}_N – the unit matrix, $\ddot{\mathbf{Y}}$ – the acceleration vector of nodes with masses. The inverse of the stiffness matrix \mathbf{D}_N is the matrix \mathbf{B}_N , whose elements are calculated using the Mohr's integral:

$$b_{i,j} = \sum_{k=1}^{\eta-3} S_k^{(i)} S_k^{(j)} l_k / (EF). \quad (2)$$

Here, $S_k^{(i)}$ is the force in the rod k from the action of a single vertical force at the node i , l_k is the length of the rod k , E is the elastic modulus of the rod material, F is the cross-sectional area of the rods. The stiffness of the rods is assumed to be the same. The three support rods are not deformed. The forces in these rods are not included in the sum (2).

The approximate solution according to the Dunkerley method [8] for the lower estimate of the first oscillation frequency ω_D is expressed in terms of the oscillation frequencies of individual loads in the marked nodes:

$$\omega_D^{-2} = \sum_{k=1}^N \omega_k^{-2}, \quad (3)$$

where ω_k is the partial oscillation frequency of the mass M located in the console node on the lower belt. In the case of oscillations of one mass, equation (1) has the form: $M \ddot{y}_k + d_k y_k = 0$, where d_k is the coefficient of rigidity, y_k is the displacement of the mass, and \ddot{y}_k is the acceleration. Hence, the oscillation frequency of a single load (partial frequency) has the form: $\omega_k = \sqrt{d_k / M}$. The stiffness coefficient is calculated using the Mohr integral: $\delta_k = 1 / d_k = \sum_{j=1}^{\eta-3} (\tilde{S}_j^{(k)})^2 l_j / (EF)$. Here it

is indicated: $\tilde{S}_j^{(k)}$ – the forces in the rod with the number j from the action of a single vertical force applied to the node where the mass with the number k is located . From (3) follows:

$$\omega_D^{-2} = M \sum_{k=1}^N \delta_k = M \Delta_n. \quad (4)$$

General view of the solution for the Δ_n coefficient at $m = 3$:

$$\Delta_n = (C_{1,n}a^3 + C_{2,n}c^3 + C_{3,n}h^3) / (h^2 EF) \quad (5)$$

Solving the problem sequentially for $n = 1, 2, 3, \dots$, we get:

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2(15h^3 + 6a^3 + 2c^3) / (h^2 EF), & \Delta_2 &= 4(27h^3 + 20a^3 + 4c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_3 &= 2(129h^3 + 140a^3 + 20c^3) / (h^2 EF), & \Delta_4 &= 8(63h^3 + 90a^3 + 10c^3) / (h^2 EF), \\ \Delta_5 &= 10(87h^3 + 90a^3 + 14c^3) / (h^2 EF), & \Delta_6 &= 4(345h^3 + 728a^3 + 56c^3) / (h^2 EF), \dots \end{aligned}$$

Using the **rgf_findrecur** operator from the special **genfunc** package of the Maple system, you can get recurrent equations for sequence elements. For the coefficient C_1 , we have a fifth-order linear equation: $C_{1,n} = 5C_{1,n-1} - 10C_{1,n-2} + 10C_{1,n-3} - 5C_{1,n-4} + C_{1,n-5}$.

The **rsolve** operator gives a solution to this equation:

$$C_{1,n} = (4n^4 + 14n^3 + 14n^2 + 4n) / 3. \quad (6)$$

Other coefficients are found in the same way:

$$C_{2,n} = 4n^3 + 12n^2 + 14n, \quad C_{3,n} = (2n^3 + 4n^2 + 4n) / 3. \quad (7)$$

To generalize the solution to an arbitrary number, you need to repeat the entire solution sequentially for different $m = 1, 2, \dots$. Calculations show that only the coefficient C_2 depends on the number of panels m vertically, and then linearly. Thus, we have the values of the coefficients in the general case

$$C_1 = 2n(2n+1)(n+2)(n+1) / 3, \quad C_2 = 2m(n+1)(2n^2 + 4n + 3) / 3, \quad C_3 = 2n(n+1)(n+2) / 3.$$

Hence, taking into account (4) and (5), we obtain the final formula for the lower bound of the first natural frequency of oscillation of the truss:

$$\omega_D = h \sqrt{\frac{3EF}{2M(n+1)(n(n+2)((2n+1)a^3 + c^3) + m(2n^2 + 4n + 3)h^3)}}. \quad (8)$$

Analysis of the obtained results

The accuracy of analytical solutions (4) factors (6, 7) can be estimated from a comparison with the solution of the problem of oscillation of a system with many degrees of freedom, N , obtained numerically. To find the eigenvalues of a matrix \mathbf{B}_N , we use the **Eigenvalues** operator from the LinearAlgebra package of the Maple system. The graph (Fig. 2) shows the curves of the dependence of the first frequency ω_{num} obtained numerically and ω_D according to the formula (4). The curves are almost identical. Accepted: $EF = 1000H$, $M = 100\text{kg}$, $a = 3\text{m}$, $h = 4\text{m}$. Accuracy (relative error) $\varepsilon = (\omega_{num} - \omega_D) / \omega_{num}$ depends on the number of panels (fig. 3).

The resulting formula can be used to estimate the frequency of oscillation of the truss with a very large number of rods. As you know, the accuracy of the numerical calculation decreases with an increase in the number of structural elements, while the analytical solution has an almost

constant and high accuracy. This can be seen from the curve in Figure 3, which goes to the horizontal asymptote.

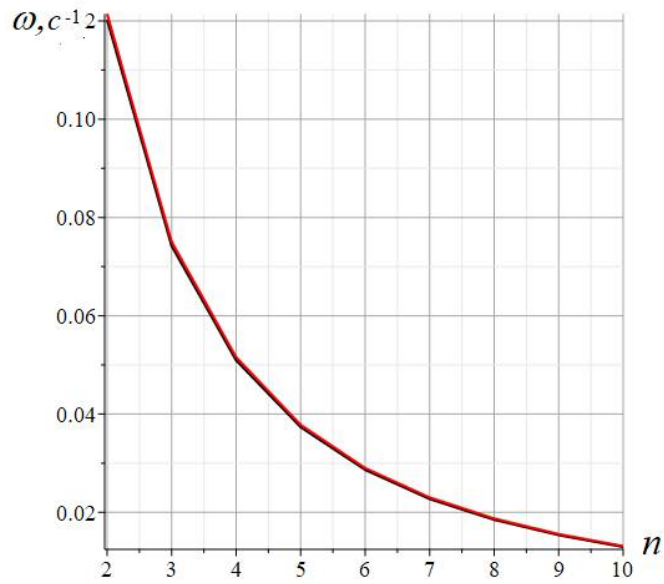


Fig. 2. Frequency dependence on the number of panels

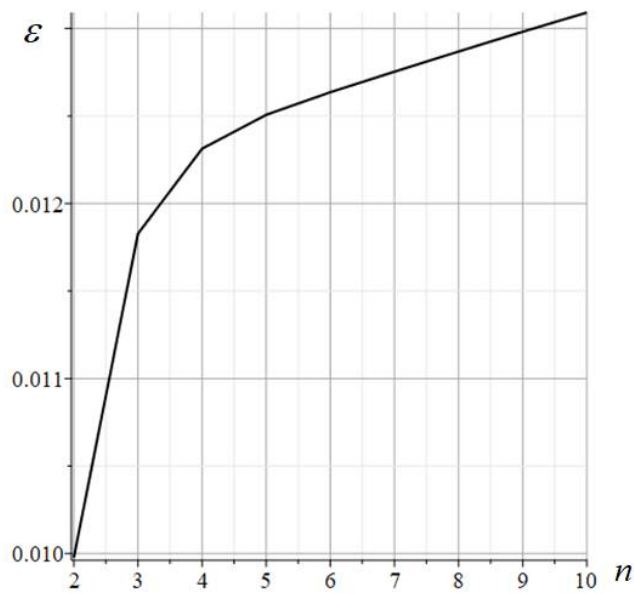


Fig. 3. The error of Dunkerley's estimation depending on number of panels

The error of the solution varies depending on the number of panels from 1%, for $n = 2$, to 1.3% for a large number of panels. For comparison, we note that in [11] in the problem of vibrations of the nodes of a beam truss with a triangular lattice and with two panels, the solution according to the Dunkerley method gives an error of 29%.

The oscillation frequency depends non-linearly on the height of the panel h (Fig. 4). The graphs are constructed according to the analytical solution (8) at $m = 7$ and the same values of mass and stiffness as the previous graphs. As the number of n panels in the console increases, the maximum frequency value shifts to the right on the graph.

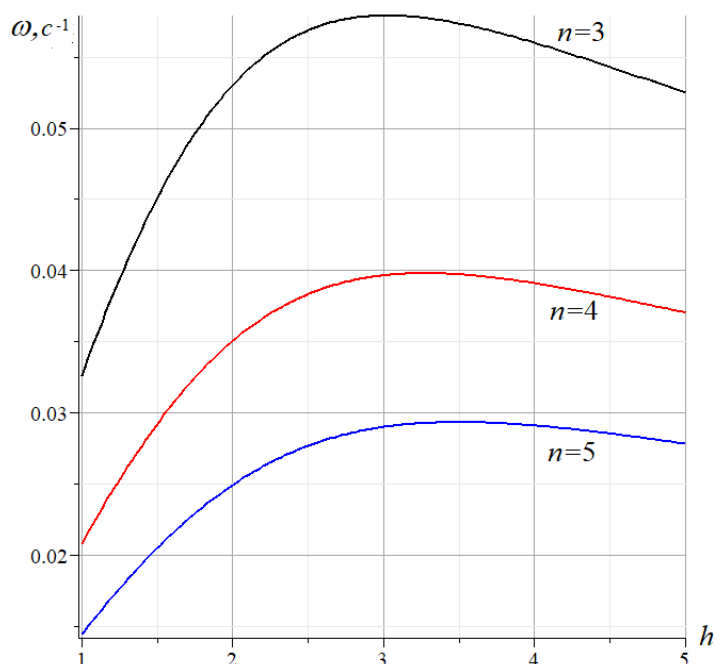


Fig. 4. Dependence of the oscillation frequency on the height of the truss

Another method for obtaining an analytical estimate of the lowest frequency is based on the Rayleigh method [11]. This method gives even greater accuracy and estimates the frequency from above, but the resulting formula is too cumbersome.

Conclusion

The method of estimating the first frequency by Dunkerley is known, but it is rarely used in practice, since its accuracy is low and in the case of complex systems with many degrees of freedom it involves numerical counting. The development of computer mathematics systems and the method of induction used in the derivation of analytical dependencies for regular systems allowed us to obtain a number of analytical solutions, in particular for the problem of the truss oscillation. The proposed solution turned out to have high accuracy and a very compact shape. The authors still do not know what caused such a high accuracy — whether the choice of the design model, the neglect of horizontal oscillations, or something else. In any case, the formula is quite convenient for use in practice, and the proposed algorithm can be used in solving other similar problems for statically determinate systems.

The investigation was carried out within the framework of the project “Dynamics of light rod structures of manipulators” with the support of a grant from NRU “MPEI” for implementation of scientific research programs “Energy”, “Electronics, Radio Engineering and IT”, and “Industry 4.0, Technologies for Industry and Robotics in 2020-2022”.

Библиографический список

1. Kirsanov M.N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing UK, 2020.
2. Воробьев О.В. О методах получения аналитического решения для проблемы собственных частот шарнирных конструкций // Строительная механика и конструкции. 2020. № 1 (24). С. 25–38.
3. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss // Construction

- of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 (doi: 10.18720/CUBS.92.4).
4. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Аналитические выражения частот малых колебаний балочной фермы с произвольным числом панелей // Строительная механика и конструкции. 2019. № 1(20). С. 14-20.
 5. Тиньков Д.В. Аналитические решения задач о собственных частотах колебаний регулярных стержневых систем: дис. ... канд. техн. наук: 01.02.01. Москва, 2019. 113 с.
 6. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. 2019. Т.14. № 3(126). С. 284–292.
 7. Петриченко Е.А. Нижняя граница частоты собственных колебаний фермы Финка // Строительная механика и конструкции. 2020. №3 (26). С. 21-29.
 8. Ахмедова Е.Р., Канатова М.И. Собственные частоты колебаний плоской балочной фермы регулярной структуры // Наука и образование в XXI веке: сб. науч. тр. по материалам Междунар. науч.-практ. конф.. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2014. С. 17–18.
 9. Заборская Н.В. О зависимости частоты колебаний груза от его местоположения на ферме // Радиоэлектроника, электротехника и энергетика: тез. докл. XXII Междунар. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов: в 3 т. М., 2016. С. 244.
 10. Канатова М.И. Частотное уравнение и анализ колебаний плоской балочной фермы // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М: Инфра-М, 2015. Т. 1. С. 31–34.
 11. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. М.: Высш. шк., 1975.

References

1. Kirsanov M. N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing. UK. 2020.
2. Vorobyov O. V. On methods for obtaining an analytical solution for the eigenfrequency problem of articulated structures. Construction mechanics and structures. 2020. No. 1 (24). Pp. 25–38.
3. Vorobev O. Bilateral analytical estimation of first frequency of a plane truss. Construction of Unique Buildings and Structures. 2020. Vol. 92. Article No 9204 DOI: 10.18720/CUBS.92.4
4. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analytical expressions of the frequencies of small vibrations of a beam truss with an arbitrary number of panels. Construction mechanics and structures. 2019. Vol. 1. No. 20. Pp. 14–20.
5. Tinkov D. V. Analytical solutions of problems on natural frequencies of oscillations of regular rod systems: Dis. ... Cand. of technical sciences: 01.02.01.- Moscow, 2019. 113 p.
6. Kirsanov M. N., Tinkov D. V. Analysis of natural vibration frequencies of a flat truss with an arbitrary number of panels. Bulletin of the MSU. 2019. Vol. 14. no. 3(126). 284–292.
7. Petrichenko E. A. Lower bound of the frequency of natural oscillations of the Fink truss. Construction mechanics and structures. 2020. No. 3 (26). Pp. 21–29.
8. Akhmedova E. R., Kanatova M. I. Eigenfrequencies of oscillations of a flat beam truss of a regular structure. Nauka i obrazovanie v XXI veka: sbornik nauchnykh trudov po materia Mezhdunarodnoy nauchno-prakticheskoy konferentsii. Tambov: LLC "Consulting company Ucom", October 31, 2014. Pp. 17–18.
9. Zaborskaya N. V. On the dependence of the frequency of vibrations of the cargo on its location on the truss. In the book: Radioelectronics, Electrical Engineering and Power Engineering. Abstracts of the Twenty-second International Scientific and Technical

- Conference of Students and Postgraduates: in 3 volumes. 2016. p. 244.
10. Kanatova M. I. Frequency equation and analysis of vibrations of a flat beam truss. Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. Moscow: Infra-M. 2015. Vol. 1. Pp. 31–34.
 11. Yablonsky A. A., Noreyko S. S. Course of the theory of oscillations. Moscow: Higher School, 1975.

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЗАВИСИМОСТЬ НИЖНЕЙ ГРАНИЦЫ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ФЕРМЫ МАНИПУЛЯТОРА ОТ ЧИСЛА ПАНЕЛЕЙ

М. Н. Кирсанов¹, Сунь Цзясюань²

Национальный исследовательский университет «МЭИ»
Россия, г. Москва

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

²Студент, тел.: +79852244660; e-mail: laogejiangdaoli@gmail.com

Методом индукции по двум параметрам с привлечением операторов системы компьютерной математики Maple выведена аналитическая оценка основной частоты колебаний плоской статически определимой модели манипулятора с произвольным числом панелей в консоли и стойке. Массой наделены узлы нижнего пояса консоли. Для вывода формулы используются операторы специализированных пакетов LinearAlgebra и genfunc. Коэффициенты в искомой формуле находятся как решения рекуррентных уравнений, составленных по серии решений для ферм с последовательно увеличивающимся числом панелей. По сравнению с аналогичными задачами для плоских регулярных ферм, где используется оценка по Донкерлею, полученное решение отличается высокой точностью. Численный анализ спектра колебаний фермы с учетом многих степеней свободы показывает, что погрешность полученной аналитической оценки в среднем не превышает 2%.

Ключевые слова: ферма, консоль, метод Донкерлея, колебания, нижняя частота, индукция, Maple

DEPENDENCE OF THE NATURAL OSCILLATION FREQUENCY OF THE HALF-TILT CONSOLE ON THE NUMBER OF PANELS

M. N. Kirsanov¹, Dai Qiao²

National Research University "MPEI",
Russia, Moscow

¹Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor of the Department of Robotics, Mechanotronics, Dynamics and Strength of Machines, tel.: +7(495)362-73-14, e-mail: c216@ya.ru

²Sudent, tel: +7(919)990-97-59, e-mail:228441531@qq.com

We consider a planar cantilever truss, the mass of which is distributed over the nodes. The solution of the problem using the induction method is found in the Maple computer mathematics system. To determine the forces in the rods, the method of cutting out the nodes is used. The main frequency of oscillation is determined by the method of Dunkerley. The error of the obtained dependence is compared with the numerical solution of the problem of the oscillation of the cargo system and turns out to be very small, decreasing to 1% with an increase in the number of panels.

Keywords: console, natural oscillation frequency, Maple, induction, number of panels

Statement of the problem

Numerical calculations controlled by some analytical estimates acquire greater reliability, especially in cases where the complexity of the design model may inevitably lead to the accumulation of rounding errors. Obtaining analytical estimates that contain not only loads, dimensions, and properties of materials as problem parameters, but also integer parameters that determine the proportions of the structure, became possible with the use of symbolic mathematics systems and the development of the induction method. This method is used to find formulas for the deflection of some flat trusses [1-4] and the oscillation frequency [5,6]. In this paper, we consider a cantilever truss with masses distributed over the nodes (Fig.1).

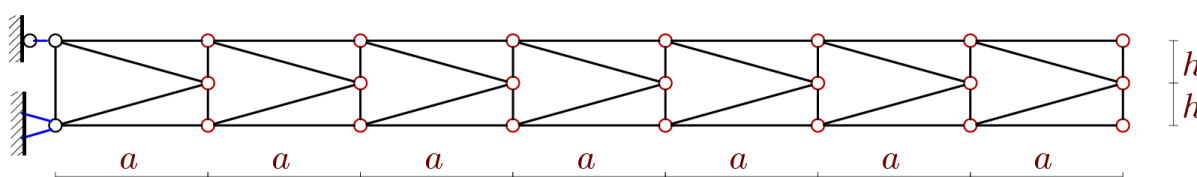


Fig. 1. The truss, $n = 7$

Dunkerley's approximation

To derive the required dependence in an analytical form, we will use the approximate lower approximation of Dunkerley [7]. The number of all nodes of the truss (except for the fixed hinge) endowed with mass is equal to $N = 3n + 1$, the number of rods, including the support rods, $K = 6n + 4$. Dunkerley's formula is as follows:

$$\omega_D^2 = 1 / \sum_{i=1}^N 1 / \omega_i^2 \quad (1)$$

where $\omega_i, i=1,2,\dots,3n+1$ is the frequency of the mass m_i oscillation in the absence of all other masses (partial frequency). We write down the differential equation of vertical oscillations of one mass placed in the truss node (the other masses are absent):

$$m\ddot{y}_i + d_{i,n}y_i = 0,$$

where y_i — is the vertical displacement of the mass, $d_{i,n}$ is the stiffness coefficient (i — mass number, n — number of panels). The oscillation frequency of the load

$$\omega_i = \sqrt{d_{i,n} / m} = \sqrt{1 / (\delta_{i,n} m)}. \quad (2)$$

The compliance coefficient $\delta_{i,n}$ is calculated in terms of the stiffness coefficient and is determined by the Maxwell-Mohr's formula:

$$\delta_{i,n} = 1 / d_{i,n} = \sum_{k=1}^{K-3} (S_k^i)^2 l_k / (EF). \quad (3)$$

Summation is carried out over all deformable bars of the structure, except for three rigid support bars. To determine the efforts in analytical form, the program [1-4] is used, written in the language of the Maple computer mathematics system. The coordinates of the nodes of the truss are entered into the program. Here is the corresponding fragment of the program:

```
for i to n+1 do x[i]:=a*i-a; y[i]:=0;x[i+n+1]:=a*i-a; y[i+n+1]:=2*h; end;
for i to n do x[i+2*n+2]:=a*i; y[i+2*n+2]:=h; end;
```

The lattice structure is specified by conditional vectors containing the numbers of the ends of the corresponding bars:

```
for i to n do N[i]:=i,i+1; N[i+n]:=i+n+1,i+n+2;
N[i+2*n]:=i,i+2*n+2; N[i+3*n]:=i+n+1,i+2*n+2;
N[i+4*n]:=i+1,i+2*n+2;N[i+5*n]:=i+n+2,i+2*n+2;end;
N[6*n+1]:=1,n+2;
```

Based on these data, a matrix of the system of equations for the equilibrium of nodes is constructed, which consists of the direction cosines of the forces applied to the nodes. External forces (in this case, these are unit forces applied to the nodes containing masses) are taken into account in the vector of the right side of this system. The solution of the system of equations by the inverse matrix method gives the values of the forces included in the Maxwell – Mohr's formula (3).

Placing the mass alternately in the console nodes $i=1,2,\dots,3n+1$, we obtain in each case the same expression

$$\delta_{i,n} = (C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3) / (EFh^2), \quad (4)$$

where $c = \sqrt{a^2 + h^2}$. The coefficients $C_1(n), \dots, C_3(n)$ in this formula are determined by induction. First, the sequences of the coefficients obtained from the solution of the problem for individual trusses are written out, and their common members are found. The length of such sequences should be sufficient to determine the common term. The special operator *rgf_findrecur* of the Maple system gives a recurrence equation from which the desired dependence can be found. The recurrent equation has the form

$$C_{1,n} = 5C_{1,n-1} - 10C_{1,n-2} + 10C_{1,n-3} - 5C_{1,n-4} + C_{1,n-5}$$

Its solution is given by the *rsolve* operator

$$C_1 = n(n-1)(3n^2 - n + 2) / 24, \quad (5)$$

Other coefficients are found in the same way:

$$C_2 = 4(8 + 3n^2 + 9n^2), C_3 = n(3n + 1) / 4. \quad (6)$$

Hence, taking into account (1) and (2), we obtain the final formula for the lower bound of the first natural frequency of vibrations of the truss:

$$\omega_D = h\sqrt{EF / (C_1 a^3 + C_2 c^3 + C_3 h^3)}. \quad (7)$$

Formula (6) with coefficients (7), (8) gives a solution to the problem — the expression of the lower bound ω_D depending on the number of panels and the size of the truss.

Numerical calculation of the natural frequency spectrum of the console

We check the obtained solution by comparing it with the lowest frequency of natural oscillations of the system N masses. The dynamic equations for a system of massive loads are written in matrix form:

$$\mathbf{M}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{D}_N \mathbf{Y} = 0, \quad (8)$$

where $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ is the vector of vertical displacements of masses $1, \dots, N$, $\mathbf{M}_N = m\mathbf{I}_N$ — is the inertia matrix of size, \mathbf{D}_N is the stiffness matrix, $\ddot{\mathbf{Y}}$ is the acceleration vector. The pliability matrix \mathbf{B}_N , the inverse of the stiffness matrix \mathbf{D}_N , is defined using the Mohr's integral

$$b_{i,j} = \sum_{\alpha=1}^{K-3} S_{\alpha}^{(i)} S_{\alpha}^{(j)} l_{\alpha} / (EF) \quad (9)$$

where $S_{\alpha}^{(i)}$ is the force in the rod α from the action of a single vertical force applied to the node i , l_{α} — is the length of the rod α , EF is the stiffness of the rods. In the number, multiplying equation (2) on the left by the malleability matrix \mathbf{B}_N gives the equation:

$$m\mathbf{B}_N \ddot{\mathbf{Y}} + \mathbf{Y} = 0. \quad (10)$$

The representation of the waveform in the form $y_k = u_k \sin(\omega t + \varphi_0)$, where ω is the natural frequency of the oscillations, gives the relation $\ddot{\mathbf{Y}} = -\omega^2 \mathbf{Y}$. Hence from (3) it follows $\mathbf{B}_N \mathbf{Y} = \lambda \mathbf{Y}$, where the oscillation frequency is expressed in terms of the eigenvalues of the matrix \mathbf{B}_N : $\lambda = 1 / (m\omega^2)$. The problem is reduced to the eigenvalues problem of the flexibility matrix. The eigenvalues of a matrix in the Maple system can be obtained using the special operator *Eigenvalues* from the linear algebra package *LinearAlgebra*. The oscillation frequencies correspond to the eigenvalues: $\omega = \sqrt{1 / (m\lambda)}$. The lowest frequency is the first frequency, the lower value of which must be found.

The graph in Figure 2 is plotted at $EF = 1.0 \cdot 10^3 \text{ kH}$, $a = 3\text{ m}$.

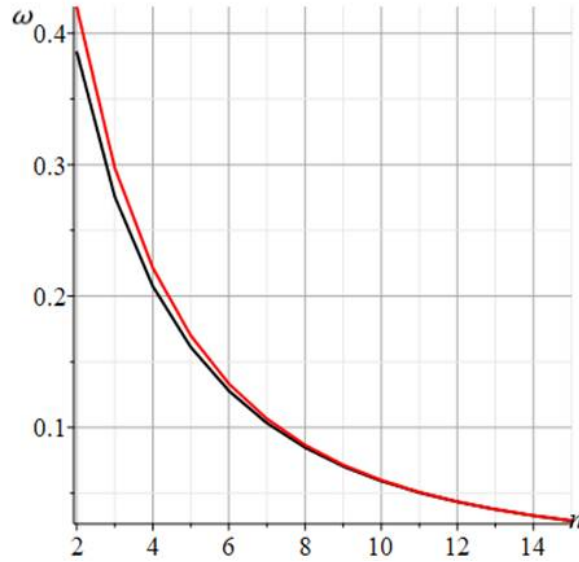


Fig. 2. Dependence of the oscillation frequency (c^{-1}) on the number of panels n at $a=3$ m

The numerical value ω_{Nm} of the natural frequency of the system with $N = 3n + 1$ degrees of freedom, found as the minimum frequency of the full frequency spectrum, almost completely coincides with the Dunkerley approximation, the curves completely merge. For a refined estimate of the degree of the obtained approximation, we introduce the value of the relative error $\varepsilon = (\omega_{Nm} - \omega_D) / \omega_{Nm}$.

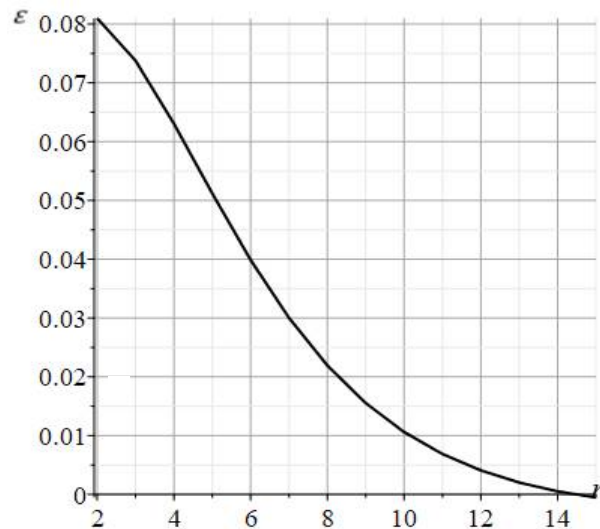


Fig. 3. The error of the Donkerley approximation as a function of the number of panels at $h=4$ m, $a=3$ m.

Calculations using formula (7) show that the oscillation frequency depends non-linearly on the height of the panel h (Fig. 4). The graphs are constructed according to the analytical solution with the same values of the masses and stiffness of the rods as the previous graphs. The curves detect maxima, which allows us to use the obtained solution in optimization problems for choosing the lower frequency of natural oscillations. As the number of panels increases, the maximum shifts towards higher truss heights.

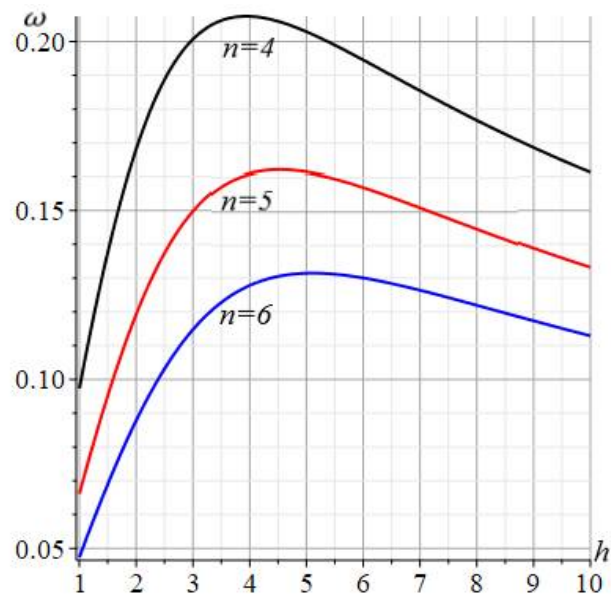


Fig. 4. Oscillation frequency (c^{-1}) as a function of height h (m)

Conclusion

For a planar cantilever truss, an estimate of the lowest natural oscillation frequency is obtained. The accuracy of the solution from the comparison with the numerical one turned out to be quite acceptable. As the number of panels increases, the error tends to zero. The solution has the form of a simple formula and can be used to quickly evaluate the frequency characteristics of the structure. A separate result of the work is the given algorithm for allocating the frequency estimate, which allows its application in other similar problems for statically definable rod systems.

The investigation was carried out within the framework of the project “Dynamics of light rod structures of manipulators” with the support of a grant from NRU "MPEI" for implementation of scientific research programs "Energy", "Electronics, Radio Engineering and IT", and “Industry 4.0, Technologies for Industry and Robotics in 2020-2022” and supported by the Interdisciplinary Scientific and Educational School of Moscow University «Fundamental and Applied Space Research».

Библиографический список

1. Kirsanov M. N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing. UK. 2020.
2. Белянкин Н.А., Бойко А.Ю. Формулы для прогиба балочной фермы с произвольным числом панелей при равномерном нагружении // Строительная механика и конструкции. 2019. №1(20). С. 21-29.
3. Ткачук Г.Н. Формула зависимости прогиба несимметрично нагруженной плоской фермы с усиленными раскосами от числа панелей // Строительная механика и конструкции. 2019. №2(21). С. 32-39.
4. Бойко А.Ю., Ткачук Г. Н. Вывод формул зависимости прогиба плоской шарнирно-стержневой рамы от числа панелей в системе *maple* // Строительная механика и конструкции. 2019. №4 (23). С. 15-25.
5. Канатова М.И. Частотное уравнение и анализ колебаний плоской балочной фермы // Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. М.: Инфра-М, 2015. Т. 1. С. 31–34.

6. Кирсанов М.Н., Тиньков Д.В. Анализ собственных частот колебаний плоской фермы с произвольным числом панелей // Вестник МГСУ. 2019. Т.14. № 3(126). С. 284–292.
7. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. М.: Высш. шк., 1975.

References

1. Kirsanov M. N. Trussed Frames and Arches: Schemes and Formulas. Cambridge Scholars Publishing. UK. 2020.
2. Belyankin N. A., Boyko A. Yu. Formulas for deflection of a beam truss with an arbitrary number of panels at uniform loading. Construction mechanics and structures. 2019. No. 1(20). Pp. 21-29.
3. Tkachuk G. N. Formula for the dependence of the deflection of an asymmetrically loaded flat truss with reinforced struts on the number of panels. Construction mechanics and structures. 2019. No. 2(21). Pp. 32-39.
4. Boyko A. Yu., Tkachuk G. N. Derivation of formulas for the dependence of the deflection of a flat hinge-rod frame on the number of panels in the maple system. Construction mechanics and structures. 2019. No. 4 (23). Pp. 15-25.
5. Kanatova M. I. Frequency equation and analysis of vibrations of a flat beam truss. Trends in Applied Mechanics and Mechatronics. M: Infra-M-2015. Vol. 1. Pp. 31-34.
6. Kirsanov M.N., Tinkov D.V. Analysis of natural frequencies of vibrations of a flat farm with an arbitrary number of panels. Vestnik MGSU. 2019.Т.14. No. 3 (126). 284-292.
7. Yablonsky A.A., Noreyko S.S. Oscillation theory course. M .: Higher school, 1975.

ЗАВИСИМОСТЬ СОБСТВЕННОЙ ЧАСТОТЫ КОЛЕБАНИЙ ПОЛУРАСКОСНОЙ КОНСОЛИ ОТ ЧИСЛА ПАНЕЛЕЙ

М. Н. Кирсанов¹, Дай Цяо²

Национальный исследовательский университет «МЭИ»

Россия, г. Москва

¹Д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры робототехники, мехатроники, динамики и прочности машин, тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

²Студент, тел. +7(919)990-97-59; e-mail:228441531@qq.com

Рассмотрена плоская консольная ферма, масса которой распределена по узлам. Решение задачи с помощью метода индукции находится в системе компьютерной математики Maple. Для определения усилий в стержнях используется метод вырезания узлов. Основная частота колебаний определяется по методу Донкерлея. Погрешность полученной зависимости сравнивается с численным решением задачи о колебании системы грузы и оказывается весьма небольшой, уменьшаясь до 1% с увеличением числа панелей.

Ключевые слова: консоль, собственная частота колебаний, Maple, индукция, число панелей

ДИНАМИЧЕСКОЕ ВОЗДЕЙСТВИЕ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКИ НА УПРУГИЕ СИСТЕМЫ

УДК 624.014.2:624.156.31:624.042.8

РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ ТОНКОСТЕННЫХ СТАЛЕЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ БАЛОК НА ПОДВИЖНУЮ НАГРУЗКУ С УЧЕТОМ КОНСТРУКТИВНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

А. Н. Аверин

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)271-52-30, e-mail:an_averin@mail.ru

Описываются методика и её апробация для расчета неразрезных тонкостенных сталежелезобетонных балок на постоянную и временную нагрузку с учетом раскрытия трещин. Подвижная нагрузка задана в виде сосредоточенной силы, приложенной с эксцентриситетом по отношению к оси стержня. Для стержня, испытывающего деформации изгиба и кручения, получены аналитические выражения для усилий и перемещений в зависимости от положения временной нагрузки, построены объемлющие эпюры изгибающих моментов и бимоментов. На основе объемлющих эпюр вычислены наибольшие нормальные растягивающие напряжения в нижних точках главных балок и в точках железобетонной плиты. Расчет раскрытия трещин при подвижной нагрузке выполнен на основе дискретной модели неразрезного тонкостенного стержня переменного сечения методом конечных разностей. По результатам вычислений сформирован список ослабленных сечений балки, характеризующий последовательность и интенсивность возникновения трещин, построены схемы раскрытия трещин.

Ключевые слова: сталежелезобетонная неразрезная балка, подвижная нагрузка, раскрытие трещин в бетоне, неразрезной тонкостенный стержень открытого профиля, крайняя задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений, конструктивно-нелинейная система.

Введение

В практике мостостроения широко используются неразрезные сталежелезобетонные мосты. Под действием подвижной нагрузки в неразрезных сталежелезобетонных пролетных строениях, в сечениях вблизи промежуточных опор, в плите проезжей части происходит раскрытие трещин, что приводит к нарушению совместной работы железобетонной плиты с металлическими балками. Этот фактор необходимо учитывать в расчетах, рассматривая пролетное строение как конструктивно-нелинейную систему с изменяющейся по длине изгибной жесткостью [1].

Для сталежелезобетонных пролетных строений используются расчетные схемы в виде тонкостенных стержней [2]. Нагрузка по мосту движется с эксцентриситетом по отношению к его оси, следовательно, наряду с изгибом пролетного строения происходит его закручивание. Поэтому расчетную схему пролетных строений можно представлять неразрезным тонкостенным стержнем переменного сечения открытого профиля прямолинейного или криволинейного очертания [3,4,5,6].

Постановка задачи

© Аверин А. Н., 2021

Рассмотрим сталежелезобетонное пролетное строение неразрезного моста. Схема пролетов 63,0 м + 63,0 м + 63,0 м. Конструкция пролетного строения и геометрические характеристики поперечного сечения приведены на рис. 1.

Стержень загружен постоянной нагрузкой интенсивностью q симметричной относительно оси. Подвижная нагрузка представлена сосредоточенной силой P . Сила P прикладывается с эксцентриситетом e по отношению к продольной оси стержня.

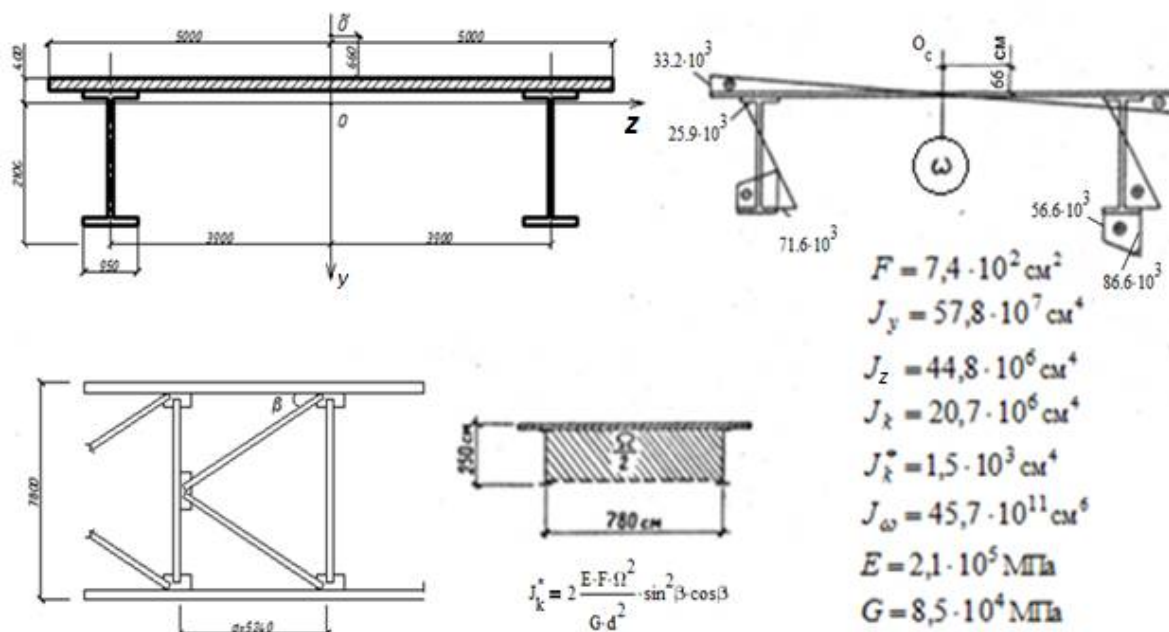


Рис. 1. Конструкция, геометрические характеристики поперечного сечения

Приведем сосредоточенную силу P в точку оси стержня, но при этом добавим пару сил $m_x = P \cdot e$. В результате приходим к двум расчетным схемам неразрезного тонкостенного стержня.

На рис. 2 показана расчетная схема стержня, работающего на изгиб. Точка приложения сосредоточенной силы P фиксируется координатой ξ .

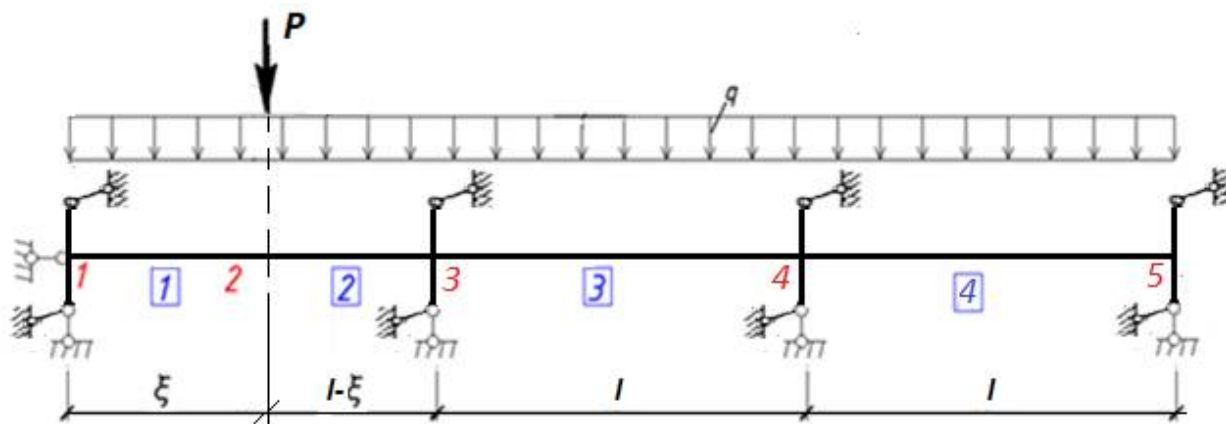


Рис. 2. Расчетная схема стержня, работающего на изгиб

На рис. 3 показана расчетная схема стержня, работающего на кручение. Точка приложения пары сил m_x фиксируется координатой ξ .

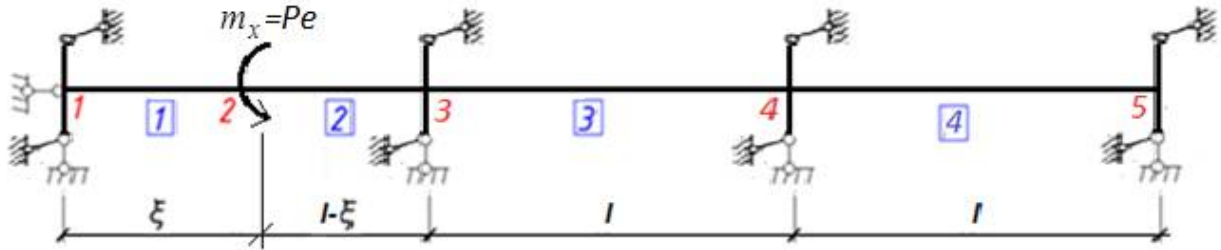


Рис. 3. Расчетная схема стержня, работающего на кручение

Неразрезной стержень (рис. 2) разбиваем на четыре участка длиной ξ , $l - \xi$, l , l . На каждом участке записываем по четыре дифференциальных уравнения первого порядка

$$\frac{d}{dx} Q_i(x) = -q, \frac{d}{dx} M_i(x) = Q_i(x), EJ_z \frac{d}{dx} \varphi_i(x) = -M_i(x), \frac{d}{dx} V_i(x) = \varphi_i(x), \quad (1)$$

$(i = 1, 2, 3, 4)$.

В уравнениях (1) введены следующие обозначения: $V_i(x)$ - прогиб стержня в сечении с координатой x на участке с номером i ; $\varphi_i(x)$ - угол поворота поперечного сечения; $M_i(x)$ - изгибающий момент; $Q_i(x)$ - поперечная сила; EJ_z - изгибная жесткость; q - интенсивность распределенной нагрузки.

Систему уравнений (1) дополняем граничными условиями по концам стержня и условиями сопряжения на границах участков

$$V_1(0) = 0, M_1(0) = 0, V_1(\xi) = V_2(\xi), \varphi_1(\xi) = \varphi_2(\xi), M_1(\xi) = M_2(\xi), Q_1(\xi) - Q_2(\xi) = P, \quad (2)$$

$$V_2(l) = 0, V_3(l) = 0, \varphi_2(l) = \varphi_3(l), M_2(l) = M_3(l),$$

$$V_3(2l) = 0, V_4(2l) = 0, \varphi_3(2l) = \varphi_4(2l), M_3(2l) = M_4(2l), V_4(3l) = 0, M_4(3l) = 0.$$

В уравнениях (2) P - сосредоточенная сила, приложенная в точке ξ .

Ниже представлено аналитическое решение дифференциальной задачи (1)-(2), полученное в системе компьютерной математики Maple [7].

Выражения функции изгибающего момента (эпюры) при перемещении силы P в пределах 1-го пролета $0 \leq \xi \leq l$ имеют вид

$$M_1(x, \xi) = -\frac{1}{2} q x^2 + \frac{1}{15} \frac{(4\xi^3 P - 19l^2 \xi P + 6q l^4 + 15l^3 P) x}{l^3}, \quad 0 \leq x \leq \xi,$$

$$M_2(x, \xi) = -\frac{1}{2} q x^2 - \frac{1}{15} \frac{(-4\xi^3 P + 19l^2 \xi P - 6q l^4) x}{l^3} + \xi P, \quad \xi \leq x \leq l,$$

$$M_3(x, \xi) = -\frac{1}{2} q x^2 + \frac{1}{6} \frac{(9q l^4 - 2\xi^3 P + 2l^2 \xi P) x}{l^3} - \frac{1}{10} \frac{11q l^4 - 6\xi^3 P + 6l^2 \xi P}{l^2}, \quad l \leq x \leq 2 \cdot l.$$

(3)

$$M_4(x, \xi) = -\frac{1}{2} q x^2 - \frac{1}{15} \frac{(-\xi^3 P + l^2 \xi P - 39 q l^4) x}{l^3} + \frac{1}{10} \frac{-33 q l^4 - 2 \xi^3 P + 2 l^2 \xi P}{l^2}, \quad 2 \cdot l \leq x \leq 3 \cdot l.$$

На рис. 4 показаны эпюры изгибающих моментов в сечениях неразрезного стержня при перемещении силы P в первом пролете (стержень загружен постоянной нагрузкой интенсивностью q)

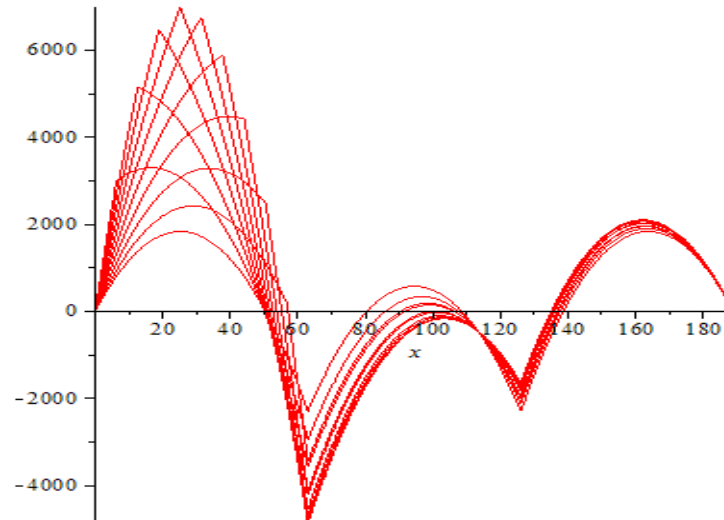


Рис. 4. Эпюры изгибающих моментов при перемещении силы в первом пролете

Аналогичные аналитические выражения получены для эпюр прогибов и изгибающих моментов при перемещении силы P во втором и третьем пролетах.

На рис. 5 показаны эпюры изгибающих моментов в сечениях неразрезного стержня при перемещении силы P в первом пролете (красный цвет), во 2-м пролете (синий цвет), в 3-м пролете (зеленый цвет). На рис. 6 представлены объемлющие эпюры изгибающих моментов M_{\max}^+ и M_{\max}^- от совместного действия постоянной и временной нагрузок.

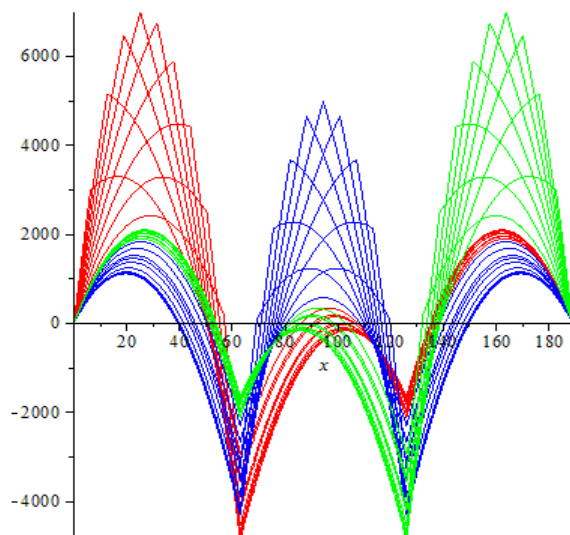


Рис. 5. Эпюры моментов

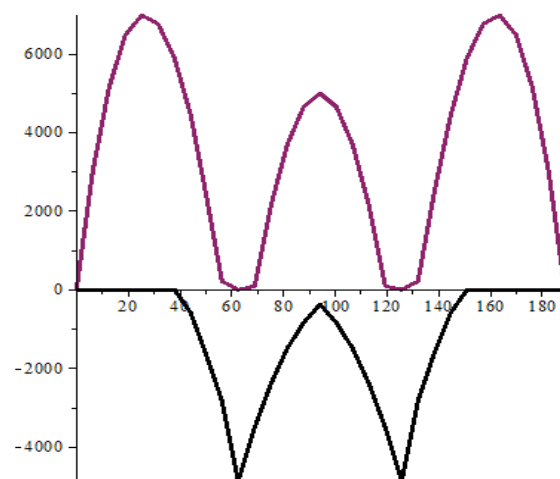


Рис. 6. Объемлющие эпюры M_{\max}^+, M_{\max}^-

Рассмотрим кручения неразрезного тонкостенного стержня, загруженного парой $m_x = P \cdot e$ в точке ξ (рис. 3). Неразрезной стержень разбиваем на четыре участка длиной ξ ,

$l - \xi, l, l$. На каждом участке записываем по четыре дифференциальных уравнения первого порядка

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} M_{\omega_j}(x) + GJ_d \left(\frac{d}{dx} \theta_j(x) \right) &= 0, \\ \frac{d}{dx} B_{\omega_j}(x) &= M_{\omega_j}(x), \\ EJ_{\omega} \left(\frac{d}{dx} \theta_j(x) \right) &= -B_{\omega_j}(x), \\ \frac{d}{dx} \varphi_j(x) &= \theta_j(x) \quad (i=1,2,3,4). \end{aligned} \quad (4)$$

В уравнениях (4) введены следующие обозначения: $\varphi_j(x)$ - угол закручивания сечения с координатой x на участке с номером j ; $\theta_j(x)$ - относительный угол закручивания; $B_{\omega_j}(x)$ - бимомент, $M_{\omega_j}(x)$ - изгибно-крутящий момент; GJ_d, EJ_{ω} - крутильная и секториальная жесткости; G, E - модуль сдвига и модуль упругости материала стержня.

Система уравнений (4) дополняется граничными условиями по концам стержня и условиями сопряжения на границах участков

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) = 0, B_{\omega_1}(0) &= 0, \\ \varphi_1(\xi) = \varphi_2(\xi), \theta_1(\xi) = \theta_2(\xi), B_{\omega_1}(\xi) = B_{\omega_2}(\xi), M_{\omega_1}(\xi) - M_{\omega_2}(\xi) &= m_x, \\ \varphi_2(l) = 0, \varphi_3(l) = 0, \theta_2(l) = \theta_3(l), B_{\omega_2}(l) = B_{\omega_3}(l), \\ \varphi_3(2l) = 0, \varphi_4(2l) = 0, \theta_3(2l) = \theta_4(2l), B_{\omega_3}(2l) = B_{\omega_4}(2l), \\ \varphi_4(3l) = 0, B_{\omega_4}(3l) &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В уравнениях (5) $m_x = P \cdot e$ обозначена пара сил, приложенная в точке ξ .

Решение дифференциальной задачи (4)-(5) получено в системе Maple.

На рис. 7 показаны эпюры бимоментов в сечениях неразрезного стержня при перемещении пары сил $m_x = P \cdot e$ в первом пролете (красный цвет). Синим цветом показаны эпюры бимоментов при перемещении пары m_x во втором пролете, зеленым - при перемещении пары m_x в третьем пролете.

На рис. 8 представлены объемлющие эпюры бимоментов $B\omega_{\max}^+$ и $B\omega_{\max}^-$ от действия временной нагрузки.

Нормальные напряжения от изгиба и кручения в точках поперечного сечения тонкостенного стержня определяются по формуле

$$\sigma_x = \frac{M}{J_z} y + \frac{B_{\omega}}{J_{\omega}} \omega, \quad (6)$$

где y - координата точки поперечного сечения относительно главных осей инерции, ω - главная секториальная координата точки поперечного сечения.

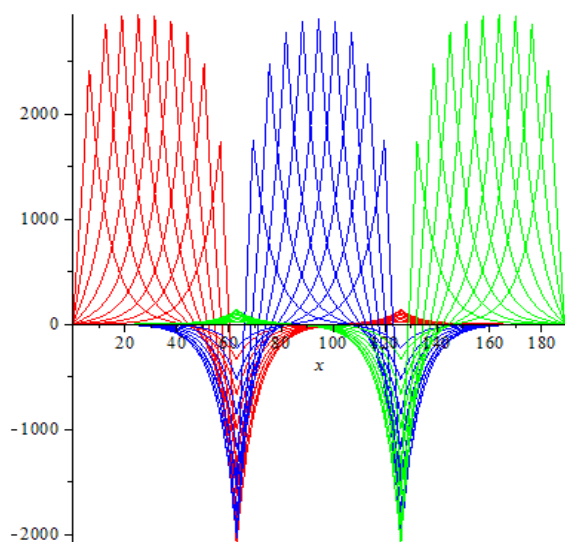


Рис. 7. Эпюры бимоментов

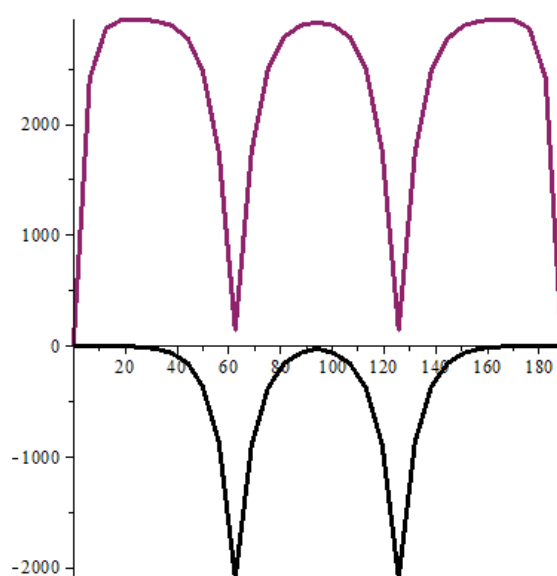


Рис. 8. Объемлющие эпюры бимоментов $B\omega_{\max}^+$, $B\omega_{\max}^-$

На рис. 9 показан график изменения нормальных растягивающих напряжений в нижних точках полков главных стальных балок поперечного сечения от изгиба и кручения ($y = 2.1$ м, $\omega = 7.16$ м²). Вклад нормальных напряжений от кручения в суммарное напряжение (от изгиба и кручения) составляет 12.5% (сечения балки: $x = 61.5$ м; $x = 157.5$ м в серединах 1-го и 3-го пролетов). Значения напряжений, представленные на графике, можно использовать при расчете тонкостенной балки на подвижную нагрузку с учетом работы материала в упругопластической стадии [8].

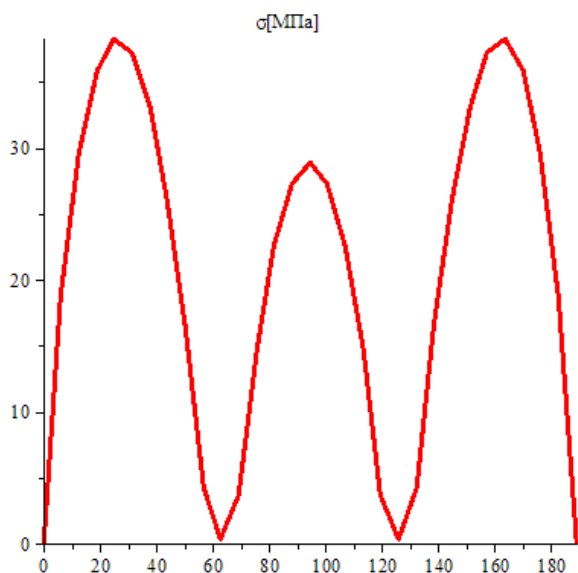


Рис. 9. График нормальных напряжений в нижних точках главных балок

На рис. 10 показаны график изменения растягивающих напряжений в крайних точках железобетонной плиты ($y = 0.4$ м, $\omega_1 = -3.32$ м²) – синий цвет, ($y = 0.4$ м, $\omega_2 = 3.32$ м²) – зеленый цвет

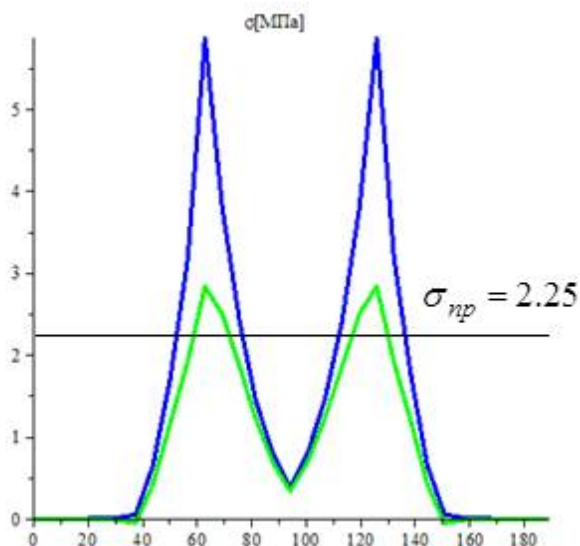


Рис. 10. График растягивающих напряжений в крайних точках железобетонной плиты

Отметим, что нормальные напряжения от изгиба по ширине плиты постоянны, а нормальные напряжения от кручения изменяются по линейному закону (рис. 1, эпюра ω).

Вклад нормальных напряжений (в опорных сечениях балки) от кручения в суммарное напряжение (от изгиба и кручения) составляет 25.8 % (в крайней точке плиты).

Как уже отмечалось, существенной особенностью работы неразрезных сталежелезобетонных балок является попеременное включение и выключение железобетонной плиты из совместной работы с металлическими балками.

Поэтому для решения данной задачи используется дискретная расчетная схема неразрезного тонкостенного стержня, в которой задачи изгиба и кручения решаются параллельно при каждом новом положении подвижной нагрузки [3].

Расчет неразрезной тонкостенной сталежелезобетонной балки на подвижную нагрузку с учетом раскрытия трещин выполнялся при следующих исходных данных: $q=5.772$ кН/м - интенсивность постоянной нагрузки, $P=400$ кН - величина сосредоточенной силы, $e=2$ м эксцентриситет приложения силы P , $\sigma_{np}=2.25$ МПа - предельное значение растягивающих напряжений в железобетонной плите, $\varphi=0,7$ - коэффициент снижения изгибной и секториальной жесткостей. Балка разбивалась на участки длиной $h=L/n$ точками с координатами $x_i = x_{i-1} + h; (i=1, \dots, n=189)$. Шаг перемещения силы P задавался, равны $h=1$ м.

Приведем алгоритм решения задачи. При каждом положении силы P вычислялось суммарное нормальное напряжение от изгиба и кручения во всех сечениях с координатами x_k (в точках поперечного сечения железобетонной плиты). Значения напряжений сравнивались с напряжением σ_{np} . Если напряжение $\sigma(x_k)$ превышает предельное значение σ_{np} , то ослабляем соответствующее сечение, изменяем его изгибную и секториальную жесткости: $EJx_k = \varphi \cdot EJx_k$; $EJ\omega_k = \varphi \cdot EJ\omega_k$. Скорректированные на участке жесткости при новом положении силы P остаются неизменными. По результатам вычислений выполнялось построение схемы раскрытия трещин.

На рис. 11 представлена схема раскрытия трещин при движении нагрузки вдоль оси балки, полученная в [9] (в расчетах учитывались только нормальные напряжения от изгиба). Каждый отрезок на рисунке отмечен сноской из двух чисел, например, 29 – 73.

Первое число указывает на координату $x=29$ м приложения силы F , а второе на координату $x=73$ м ослабленного сечения.

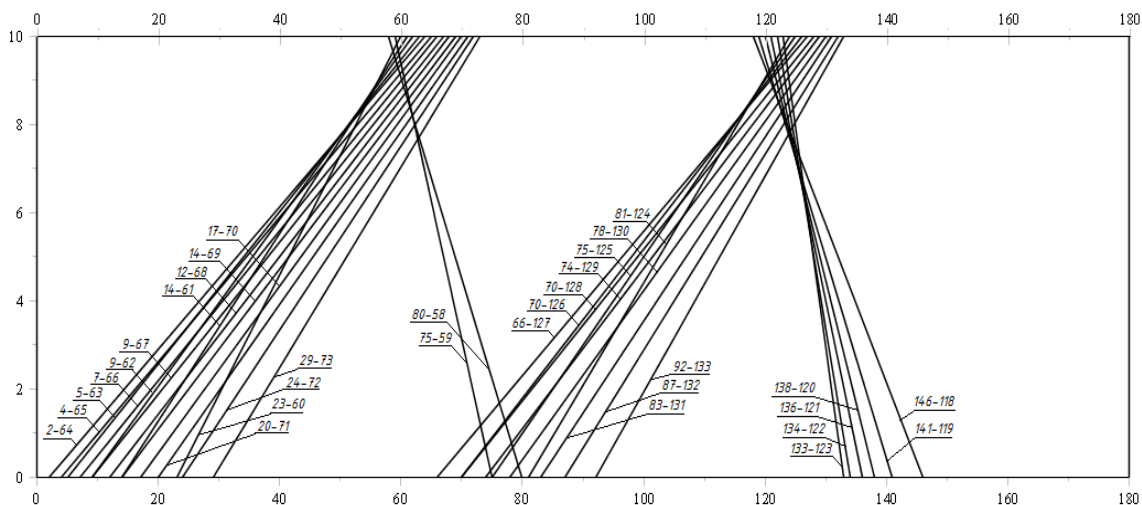


Рис. 11. Схема раскрытия трещин по длине балки ($\sigma_{np} = 2.25$ МПа)

Ниже представлен список ослабленных сечений (всего 33), характеризующий последовательность и интенсивность возникновения трещин

[2., 64], [5., 63], [6., 66], [8., 62], [10., 68], [11., 61], [14., 70], [15., 65], [16., 60], [18., 72], [20., 67], [24., 59], [24., 74], [28., 69], [67., 127], [70., 126], [74., 125], [74., 129], [75., 58], [79., 57], [79., 124], [80., 131], [85., 123], [87., 128], [88., 133], [100., 130], [133., 122], [134., 121], [136., 120], [137., 119], [139., 118], [142., 117], [145., 116].

На рис. 12 представлена схема раскрытия трещин при движении нагрузки с эксцентриситетом по отношению к оси балки (в расчетах учитывались суммарные нормальные напряжения от изгиба и кручения)

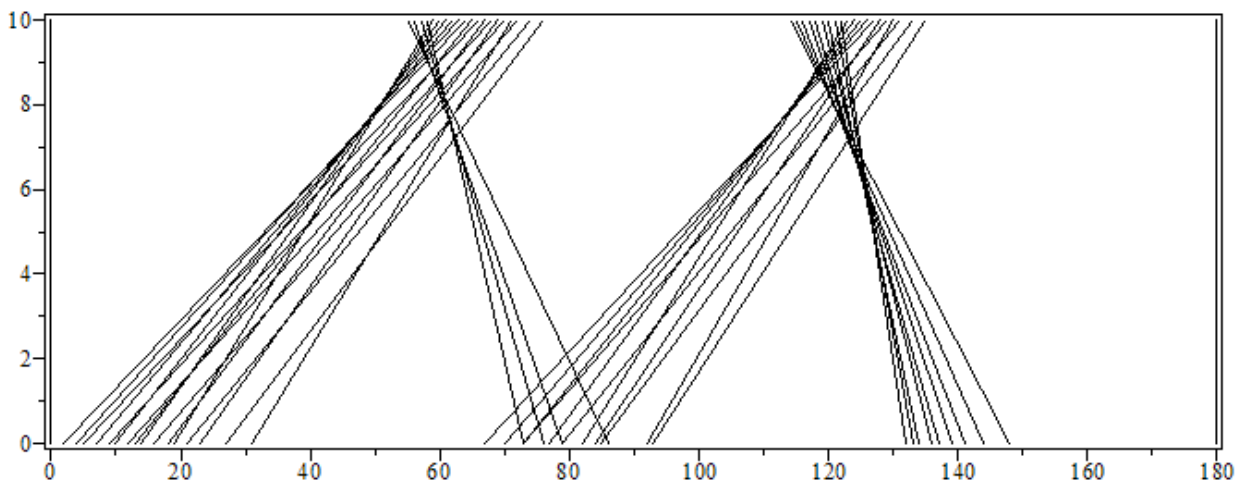


Рис. 12. Схема раскрытия трещин по длине балки ($\sigma_{np} = 2.25$ МПа)

Ниже представлен список ослабленных сечений (всего 40), характеризующий последовательность и интенсивность возникновения трещин

[2., 64], [4., 63], [5., 66], [7., 62], [9., 68], [10., 61], [12., 70], [13., 65], [14., 60], [16., 72], [18., 67], [19., 59], [21., 74], [23., 69], [27., 76], [31., 71], [67., 127], [70., 126], [73., 58], [73., 125], [73., 129], [76., 57], [77., 124], [79., 56], [79., 131], [82., 123], [84., 128], [85., 133], [86., 55], [92., 130], [93., 135], [132., 122], [133., 121], [134., 120], [136., 119], [137., 118], [139., 117], [141., 116], [144., 115], [148., 114].

Сравнение результатов расчетов показывает, что число ослабленных сечений возросло от 33 до 40. Расширились зоны образования трещин в окрестности промежуточных опор. Изменился наклон траекторий раскрытия трещин.

Вывод

Уточненная расчетная модель неразрезного тонкостенного стержня переменного сечения, позволила наиболее полно отразить работу и напряженно-деформированное состояние неразрезной сталежелезобетонной балки при подвижной нагрузке с учетом развития трещин в железобетонной плите. По результатам вычислений построены схемы раскрытия трещин, характеризующие последовательность и интенсивность их возникновения.

Библиографический список

1. Стрелецкий Н.Н. Сталежелезобетонные пролетные строения мостов. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Транспорт, 1981. 360с.
2. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни. М.: Физматгиз, 1959. 566 с.
3. Аверин А.Н. Применение разностной схемы для расчета свободных изгибно-крутильных колебаний неразрезного тонкостенного стержня открытого профиля // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1982. № 8. С. 51-55.
4. Хмыров А.Ф., Аверин А.Н., Журавлев В.А. Разностная схема расчета свободных колебаний неразрезных тонкостенных стержней с плоской криволинейной осью // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1984. № 4. С. 34-38.
5. Динамический расчет неразрезных сталежелезобетонных пролетных строений мостов на действие колонны тяжелых автомобилей / А.Г. Барченков, А.Н. Аверин, Р.Х. Биджиев, М.М. Кравцов // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1986. № 8. С. 99-102.
6. Хмыров А.Ф., Аверин А.Н., Журавлев В.А. Расчет свободных колебаний неразрезных криволинейных пролетных строений мостов с учетом деформаций сдвига и инерции вращения // Известия вузов. Сер. Строительство и архитектура. 1987. № 2. С. 100-104.
7. Аверин А.Н. Решение задач сопротивления материалов в среде компьютерной математики Maple // Строительная механика и конструкции. 2017. № 1 (14). С. 5-26.
8. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика: учебник. 12-е изд., стер. СПб.: Издательство «Лань», 2010. 656 с.
9. Аверин А.Н., Рыдченко Д.Г., Провоторова М.В. Расчет неразрезной сталежелезобетонной балки на подвижную нагрузку с учетом раскрытия трещин. // Строительная механика и конструкции. 2019. № 4 (23). С. 63-74.

References

1. Streletsky N.N. Steel-reinforced concrete spans of bridges. 2nd Ed. Revised. M.: Transport, 1981. 360 p.
2. Vlasov V.Z. Thin-walled elastic bars. M.: Fizmatgiz, 1959. 566 p.

3. Averin A.N. Application of different scheme for calculation of free flexural and torsional vibrations of continuous thin-walled bar of open profile. Universities news. Construction and Architecture. No. 8. 1982. Pp. 51-55.
4. Khmyrov A.F., Averin A.N., Zhuravlyov V.A. Different scheme of calculation of continuous thin-walled bars with plane curvilinear axe free vibrations. Universities news. Construction and Architecture. No. 4. 1984. Pp. 34-38.
5. Barchenkov A.G., Averin A.N., Bidzhiev R.Kh., Kravtsov M.M. Heavy vehicles dynamic calculation of continuous reinforced concrete bridge spans under. University news. Construction and Architecture. No. 8. 1986. Pp. 99-102.
6. Khmyrov A.F., Averin A.N., Zhuravlyov V.A. Calculation of free oscillations of continuous curvilinear bridge spans with account of shear deformations and rotary inertia. Universities news. Construction and Architecture. No. 2. 1987. Pp. 100-104.
7. Averin A.N. The solution to the problems of material resistance in the environment of Maple computer mathematics. Structural Mechanics and Structures. Vol. 1. No. 14. 2017. Pp. 5-26.
8. Darkov A.V., Shaposhnikov N.N. Structural Mechanics: Textbook 12th ed. Erased. SPb.: Publishing house "Lan", 2010. 656 p.
9. Averin A.N., Rydchenko D.G., Provotorova M.V. Calculation of a continuous reinforced concrete beam for moving load taking into account crack opening displacement. Structural Mechanics and Structures. Vol. 4. No. 23. 2019. Pp. 63-74.

CALCULATION OF NON-CUT THIN-WALLED STEEL-REINFORCED CONCRETE BEAMS FOR A MOVING LOAD TAKING INTO ACCOUNT CONSTRUCTIVE NONLINEARITY

A. N. Averin

Voronezh State Technical University
Russia, Voronezh

PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230,
e-mail:an_averin@mail.ru

The technique and its approbation for the calculation of continuous thin-walled steel-reinforced concrete beams for permanent and temporary loads, taking into account the opening of cracks, are described. The movable load is specified as a concentrated force applied with an eccentricity with respect to the axis of the bar. For a bar experiencing bending and torsional deformations, analytical expressions for the forces and displacements are obtained depending on the position of the temporary load and enveloping diagrams of bending moments and moments are constructed. The highest normal tensile stresses at the lower points of the main beams and at the points of the reinforced concrete slab were calculated on the basis of the enclosing diagrams. The calculation of crack opening under a moving load is carried out on the basis of a discrete model of a continuous thin-walled bar of the variable cross-section by the method of finite differences. Based on the results of the calculations, a list of weakened sections of the beam was formed, which characterizes the sequence and intensity of cracks, and schemes of crack opening were constructed.

Keywords: steel-reinforced concrete continuous beam, moving load, the opening of cracks in concrete, continuous thin-walled open profile bar, boundary value problem for a system of ordinary differential equations, constructive nonlinear system.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МОСТОВ И ТРАНСПОРТНЫХ СООРУЖЕНИЙ

УДК 624.5

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ РАСЧЕТ ВИСЯЧЕГО МОСТА НА СТАТИЧЕСКУЮ НАГРУЗКУ

А. В. Резунов¹, И. В. Раводин²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(910)7440700,
e-mail: rezav1950@rambler.ru

²Аспирант кафедры строительной механики, тел.: +7(908)1308513, e-mail: iravodin@yandex.ru

Постановка задачи. Разработать методику пространственного расчета висячего моста с учетом геометрической нелинейности и с ее помощью исследовать влияние накопленных в процессе эксплуатации дефектов на параметры напряженно-деформированного состояния пешеходного висячего моста.

Результаты. Составлена пространственная конечно–элементная расчетная схема сооружения. Описана методика пространственного расчета висячего моста с учетом геометрической нелинейности методом конечных элементов с использованием программы Midas Civil. На примере расчета однопролётного пешеходного моста выполнено подробное численное исследование влияния дефектов на величину усилий в основных несущих конструкциях моста, величину изгибающего момента и прогибы балки жесткости. Рассмотрены характерные загрузки пролетного строения равномерно распределенной нагрузкой. Отдельно изучены последствия обрыва одной из подвесок.

Выводы. Полученные результаты численных исследований рассматриваемого моста свидетельствуют о его аварийном состоянии, что подтверждает выводы, сделанные при обследовании. Анализ влияния обрыва подвесок на несущую способность висячего моста может быть использован при назначении размеров поперечного сечения подвесок и расстояния между подвесками. Описанную в работе методику можно применить для выполнения пространственных расчетов различных висячих мостов.

Ключевые слова: висячий мост, геометрическая нелинейность, пространственный расчет, обрыв подвески, метод конечных элементов.

Введение. Висячие мосты находят широкое применение в мостостроении, в частности, в местах, где использование мостов иной конструкции неэффективно или представляется невозможным. С историей развития конструкции висячих мостов и методов их расчета можно ознакомиться в источниках [1–8]. В [9] подробно описаны сверхбольшие современные висячие мосты.

Первоначально для расчета висячих мостов использовались классические линейные методы строительной механики, например, метод сил [2]. Примерно с середины прошлого века получили развитие методы расчета висячих и вантовых мостов по деформированной схеме с использованием плоской расчетной схемы [1]. Эти методы используются и в настоящее время в основном для эскизного проектирования [10–11]. В последние годы в связи с бурным развитием вычислительной техники для статических и динамических пространственных расчетов висячих и вантовых мостов стали применяться конечно–элементные вычислительные комплексы [12–13]. В работе [14] авторами на примерах

© Резунов А. В., Раводин И. В., 2021

расчетов висячих мостов с разной длиной пролетов в плоской постановке исследовались точность и область применения метода сил [2], полуаналитического метода Смирнова [1] и метода конечных элементов (ВК Лира и Midas Civil).

В данной статье рассматривается пространственный расчет висячего моста методом конечных элементов с использованием программы Midas Civil. Построенная трёхмерная численная модель предоставляет более подробную информацию о напряжённо-деформированном состоянии конструкций моста, позволяет учесть наличие дефектов, в том числе имеющих односторонний характер (обрыв подвески), выполнить расчет на действие нагрузки, произвольно установленной по ширине пролетного строения.

Методика расчета. Основными элементами висячих мостов, параметры которых используются в дальнейших расчетах, являются кабели, балка жесткости, пилоны, подвески и растяжки. Для однопролетного висячего моста эти элементы показаны на рис. 1.

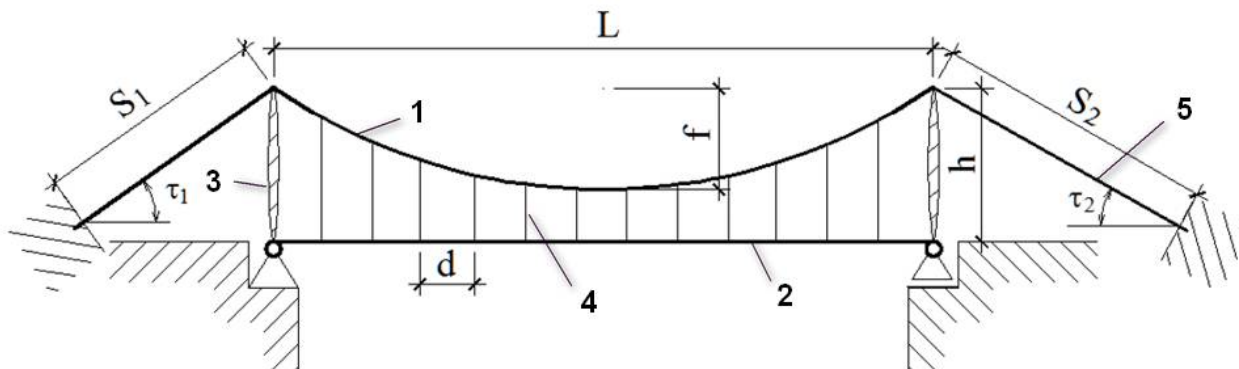


Рис. 1. Элементы висячего моста: 1 – кабель, 2 – балка жесткости, 3 – пилоны, 4 – подвески, 5 – растяжки

К основным элементам висячих мостов относятся также анкеры – концевые устройства крепления кабелей. В современных конструкциях большепролётных висячих мостов пилоны обычно жёстко заделаны в основание.

Расчет висячего моста по деформированной схеме можно разделить на следующие основные этапы:

- ✓ загрузка несущего кабеля постоянной нагрузкой от собственного веса и веса балки жесткости, передающегося на кабель через подвески;
- ✓ обеспечение (тем или иным способом) равенства нулю прогибов и изгибающих моментов в балке жесткости; точки кабеля при этом получают некоторые перемещения и в его сечениях возникнут усилия преднапряжения;
- ✓ загрузка полученной системы временной нагрузкой и выполнение расчета с определением перемещений и усилий в ее элементах.

Возможная реализация этого алгоритма, используемая в данной работе, подробно описана в [14] на примере расчета висячих мостов по плоской схеме методом конечных элементов с использованием программных комплексов Лира и Midas Civil.

Результаты численных исследований. Пространственный расчет висячего моста рассмотрим на примере расчета однопролетного пешеходного висячего моста (рис. 1) через реку Репинка в г. Обнинске Калужской области (в 2015 г. заменен балочным мостом).

Перед реконструкцией в 2014 г. мост был обследован сотрудниками ВГАСУ. По результатам предыдущих обследований (2002 г. и 2007 г.) техническое состояние моста было оценено как аварийное и принято решение о необходимости реконструкции. После обследования в 2014 г. было дано аналогичное заключение (расчет моста при этом не проводился). Первоначально движение пешеходов по мосту было ограничено, а после обрыва ряда подвесок окончательно прекращено.

Приведем результаты пространственного расчета указанного моста как без учета, так и с учетом имеющихся дефектов. Рассмотрим также вопрос о влиянии обрыва подвески на напряженно-деформированное состояние рядом расположенных элементов.

Ниже даны сведения о конструкции моста, необходимые для построения пространственной расчетной схемы.

Длина пролета $L=88$ м. Несущие кабели и растяжки представляют собой два металлических каната, состоящие каждый из семи прядей из 37 высокопрочных проволок диаметром 2.8 мм с модулем упругости $1.67 \cdot 10^5$ МПа. Стрела провисания кабеля $f=8.98$ м. Расстояние между кабелями 2.6 м. Длина растяжек $S_1=20.97$ м и $S_2=15.93$ м, углы наклона растяжек $\tau_1=17.51^\circ$ и $\tau_2=21.73^\circ$.

Подвески выполнены из гладких арматурных стержней класса А1 диаметром 22 мм. Расстояние между подвесками $d=4$ м.

Балка жесткости состоит из двух решетчатых ферм высотой 1.3 м. Пояса ферм представляют собой тавры, полученные из разрезанных пополам двутавров № 24. Стойки решетки, установленные с шагом 2 м, выполнены из швеллера №10. Между стойками расположены две диагональные и одна вертикальная связи, выполненные из прокатных равнополочных уголков 50x5 мм. Нижние пояса ферм соединены между собой системой ветровых связей, также выполненных из уголков сечением 50x5 мм, и поперечных связей из швеллера № 12 длиной 2.7 м. Устойчивость верхнего пояса фермы в горизонтальной плоскости обеспечивается устройством подкосов к участкам поперечных связей нижнего пояса, выходящих за пределы прогожей части. Изгибная жесткость балки равна $605 \text{ МН} \cdot \text{м}^2$.

Пилоны моста высотой $h=8.5$ м соединены с основанием при помощи шарниров и в расчетах предполагаются абсолютно жесткими.

Пешеходная часть шириной 1.8 м представляет собой однослойный деревянный настил из продольно уложенной на поперечные брусья сечением 100x150 мм обрезной доски толщиной 50 мм. Шаг установки брусьев 2 м.

Пространственная расчетная схема моста показана на рис. 2. Более подробно фрагмент балки жесткости приведен на рис. 3.

Расчёт выполнялся с использованием конечно-элементного комплекса Midas Civil. На начальном этапе для определения усилий преднапряжения в кабеле балка моделировалась пространственным стержнем эквивалентной жёсткости. Стержень, нагруженный постоянной нагрузкой интенсивности $g=1,5$ кН/м, соединялся с подвесками при помощи жёстких вставок, обеспечивающих совместные деформации элементов конструкции. Определение сил преднапряжения в кабеле производилось с использованием функции “Suspension Bridge Analysis Control”.

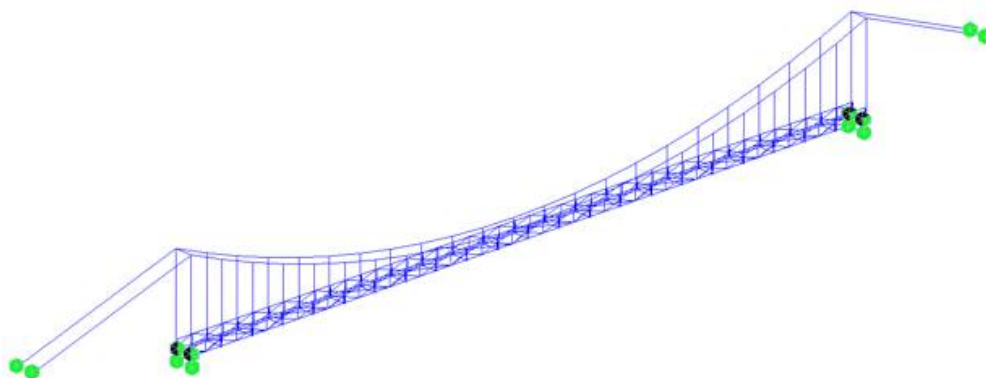


Рис. 2. Пространственная конечно-элементная расчётная схема моста

После определения усилий преднапряжения стержень, моделирующий балку жёсткости, заменялся пространственной стержневой конструкцией (рис. 2). Сечения

элементов задавались на основании результатов технического обследования моста, произведённого в 2014 г. Расчет на временную нагрузку от толпы пешеходов интенсивностью $q=4$ кПа выполнялся без учета и с учетом износа несущих элементов (снижение площади поперечного сечения кабелей на 18% с 15.948 см^2 до 13.077 см^2 и момента инерции балки жесткости на 50% с 0.00275 м^4 до 0.00137 м^4). Рассматривались загрузки всего и половины пролетного строения, начиная от опоры. Результаты расчетов приведены в табл. 1 и табл. 2, где M_{\max} – максимальный изгибающий момент в балке жесткости, V_{\max} – максимальный прогиб.

Таблица 1

Результаты расчетов при загрузении всего пролетного строения

Схема загрузки ($q+g$)			
			
Значения расчетных параметров	Без учёта дефектов	С учётом дефектов	Расхождение, %
M_{\max} , кН·м	257.6	153.6	40.4
V_{\max} , см	34.8	42.6	22.4

Полученные результаты подтверждают сделанный при обследовании вывод о неудовлетворительном техническом состоянии сооружения.

Отметим, что приведенные результаты могут быть получены при выполнении расчетов по плоской расчетной схеме, так как учитывались только дефекты, имеющие симметричный характер относительно продольной оси моста.

Таблица 2

Результаты расчетов при загрузении половины пролетного строения

Схема загрузки ($q+g$)			
			
Значения расчетных параметров	Без учёта дефектов	С учётом дефектов	Расхождение, %
M_{\max} , кН·м	789.7	652.9	17.3
V_{\max} , см	37.8	58.6	55

Далее рассмотрим влияние обрыва подвески с одной стороны моста на напряженно-деформированное состояние рядом расположенных элементов сооружения. В этом случае использование пространственного расчета является необходимым.

Заметим, что максимальное усилие в подвесках достигается при загрузке временной нагрузкой всего пролетного строения и составляет при расчете без учета дефектов примерно 17 кН. Усилие в подвесках, ближайших к оборвавшейся подвеске № 9, составляет 23.9 кН, что на 41% больше. Данный результат говорит об аварийном состоянии моста после разрыва подвесок. До разрыва подвесок движение пешеходов по мосту было существенно ограничено, после разрыва полностью закрыто.

Учитывая то, что разрушающая нагрузка для подвески из круглой арматуры класса А1 диаметром 22 мм составляет не менее 90 кН, можно предположить, что обрыв подвески произошёл вследствие нарушения условий эксплуатации (коррозия металла, деформация узла крепления, неодинаковое натяжение ветвей канатов и т.д.).

Максимальное сжимающее усилие в верхних сжатых поясах ферм пролетного строения достигается при загрузке временной нагрузкой половины пролетного строения и составляет 314 кН. Усилие в верхнем поясе фермы у оборвавшейся подвески № 9 по результатам расчетов равно 242.4 кН, что значительно меньше максимального значения. Более опасным с точки зрения увеличения усилий в поясах ферм является возможный обрыв подвески № 6, вблизи которой эти усилия максимальны.

Выводы. Описанная в работе методика позволяет выполнять пространственные расчеты висячих мостов различной конструкции. Результаты численных исследований состояния конструкций однопролетного висячего пешеходного моста через реку Репинка в г. Обнинске подтверждают сделанный при обследовании вывод о его аварийном техническом состоянии. Показано, что обрыв подвески оказывает существенное влияние на параметры напряженно-деформированного состояния расположенных рядом конструктивных элементов моста, что соответствует необходимости использования при проектировании подвесок сравнительно больших значений коэффициентов надежности.

Библиографический список

1. Смирнов В.А. Висячие мосты больших пролетов. М.: Высш. шк., 1975. 368 с.
2. Качурин В.К., Брагин А.В., Ерунов Б.Г. Проектирование висячих и вантовых мостов. М.: Транспорт, 1971. 280 с.
3. Кирсанов Н.М. Висячие и вантовые конструкции. М.: Стройиздат, 1981. 158 с.
4. Сафронов В.С. Расчет висячих и вантовых мостов на подвижную нагрузку. Воронеж: Изд-во Воронеж. ун-та, 1983. 195 с.
5. Бахтин С.А., Овчинников И.Г., Инамов Р.Р. Висячие и вантовые мосты. Проектирование, расчет, особенности конструирования: учеб. пособие. Саратов: Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та, 1999. 124 с.
6. Дмитриев Ю.В., Дороган А.С. Аналитические методы расчета висячих и вантовых мостов: учеб. пособие. Хабаровск: Изд-во ДВГУПС, 2008. 194 с.
7. Gimsing N.J., Georgakis C.T. Cable Supported Bridges. Concept and Design. 3rd Ed. Ltd John Wiley & Sons, 2012. 592 p.
8. Buonopane S.G., Billington D.P. Theory and history in suspension bridge design from 1823 to 1940 // Journal of Structural Engineering. 1993. Vol. 119(3). P. 954–977.
9. Яковлева Л.Г. Большие мосты: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во ГБОУ СПО СО ЕКТС, 2012. 131 с.
10. Чан Тхай Минь. Разработка методики и программы автоматизации проектирования висячих мостов с металлическими балками жесткости: дисс. ... канд. техн. наук. М., 2010. 152 с.
11. Cobo del Arco D., Aparicio A.C. Preliminary static of suspension bridges // Engineering Structures. Vol. 23, Iss. 9. 2001. P. 1096–1103.
12. Потапов В.Д., Папаев М.А. Об устойчивости висячих и вантовых мостов, находящихся под действием ветровых нагрузок, в детерминированной и

- стохастической постановках // Строительная механика и расчет сооружений. 2005. №6. С. 32–37.
13. Кадисов Г.М., Чернышов В.В. Конечно-элементное моделирование динамики мостов при воздействии подвижной нагрузки // Инженерно-строительный журнал. 2013. №9. С. 56–63.
 14. Резунов А.В., Раводин И.В. Анализ методов расчета висячих мостов на статическую нагрузку // Строительная механика и конструкции. 2019. № 3(22). С. 62–75.
 15. Кадисов Г.М., Чернышов В.В. Динамика вантового моста после обрыва ванты // Вестник Сибирской государственной автомобильно-дорожной академии. 2011. №22. С. 19–23.
 16. Guangrun W., Wenliang Q., Tianyu W. Nonlinear dynamic analysis of the self-anchored suspension bridge subjected to sudden breakage of a hanger // Engineering Failure Analysis. Vol. 97. 2019. P. 701–717.

References

1. Smirnov V.A. Hanging bridges of large spans. M.: Higher. school, 1975. 368 p.
2. Kachurin V.K., Bragin A.V., Erunov B.G. Design of suspension and cable-stayed bridges. Moscow: Transport, 1971. 280 p.
3. Kirsanov N.M. Hanging and cable-stayed structures. Moscow: Stroyizdat, 1981. 158 p.
4. Safronov V.S. Calculation of suspension and cable-stayed bridges for a moving load. Voronezh: Voronezh Publishing House. University, 1983. 195 p.
5. Bakhtin S.A., Ovchinnikov I.G., Inamov R.R. Suspension and cable-stayed bridges. Design, calculation, design features: textbook. Saratov: Publishing house of Saratov State Technical University, 1999. 124 p.
6. Dmitriev Yu.V., Dorogan A.S. Analytical methods for calculating suspension and cable-stayed bridges: textbook. Khabarovsk: FVGUPS Publishing House, 2008. 194 p.
7. Gimsing N.J., Georgakis C.T. Cable Supported Bridges. Concept and Design. 3rd Ed. Ltd John Wiley & Sons, 2012. 592 p.
8. Buonopane S.G., Billington D.P. Theory and history in suspension bridge design from 1823 to 1940. Journal of Structural Engineering. Vol. 119(3). 1993. Pp. 954-977.
9. Yakovleva L.G. Big bridges: textbook. Ekaterinburg: Publishing house GBOU SPO SO EKTS, 2012. 131 p.
10. Chan Thai Minh. Development of a methodology and program for the automation of design of suspension bridges with metal stiffening beams: Dissertation of Cand. tech. sciences. M., 2010. 152 p.
11. Cobo del Arco D., Aparicio A.C. Preliminary static of suspension bridges. Engineering Structures. Vol. 23. No. 9. 2001. Pp. 1096-1103.
12. Potapov V.D., Papaev M.A. On the stability of suspension and cable-stayed bridges under the influence of wind loads in deterministic and stochastic formulations. Building mechanics and calculation of structures. No. 6. 2005. Pp. 32–37.
13. Kadisov G.M., Chernyshov V.V. Finite-element modeling of the dynamics of bridges under the influence of a moving load. Engineering and construction journal. 2013. No. 9. Pp. 56–63.
14. Rezunov A.V., Ravodin I.V. Analysis of methods for calculating suspension bridges for static load. Building mechanics and structures. No. 3(22). 2019. Pp. 62–75.
15. Kadisov G.M., Chernyshov V.V. The dynamics of the cable-stayed bridge after the break of the cable. Bulletin of the Siberian State Automobile and Road Academy. No. 22. 2011. Pp. 19-23.

16. Guangrun W., Wenliang Q., Tianyu W. Nonlinear dynamic analysis of the self-anchored suspension bridge subjected to sudden breakage of a hanger. *Engineering Failure Analysis*. Vol. 97. 2019. Pp. 701-717.

SPATIAL CALCULATION OF THE HANGING BRIDGE ON STATIC LOAD

A. V. Rezunov¹, I. V. Ravodin²

Voronezh State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹ PhD of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics; Tel.: +7(910)7440700, e-mail: rezav1950@rambler.ru

² Graduate Student of the Department of Structural Mechanics; Tel.: +7(908)1308513, e-mail: iravodin@yandex.ru

Problem statement. To develop a method of spatial calculation of a suspension bridge, taking into account geometric nonlinearity, and with its help to study the influence of defects accumulated during operation on the parameters of the stress-strain state of a pedestrian suspension bridge.

Results. A spatial finite-element design scheme of the structure has been drawn up. The article describes a method of spatial calculation of a suspension bridge taking into account geometric nonlinearity by the finite element method using the Midas Civil program. On the example of calculating a single-span pedestrian bridge, a detailed numerical study of the effect of defects on the magnitude of the forces in the main bearing structures of the bridge, the magnitude of the bending moment, and deflections of the stiffening beam was carried out. The characteristic loadings of the superstructure with a uniformly distributed load are considered. The consequences of breaking one of the suspensions were studied separately.

Conclusions. The obtained results of numerical studies of the considered bridge indicate its emergency state, which confirms the conclusions made during the survey. Analysis of the effect of suspension breakage on the bearing capacity of a suspension bridge can be used to determine the dimensions of the suspension cross-section and the distance between the suspensions. The technique described in the work can be applied to perform spatial calculations of various suspension bridges.

Keywords: suspension bridge, geometric nonlinearity, spatial calculation, suspension breakage, finite element method.

**ОБЗОР ВОРОНЕЖСКИХ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ПО МОСТОВОЙ ТЕМАТИКЕ
(90-летию ВИСИ (ВГАСА, ВГАСУ) посвящается)**

В. С. Сафронов¹, Н. А. Барченкова², С. А. Осипов³, Н. С. Сова⁴

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

¹ Д-р техн. наук, профессор кафедры строительной механики, тел.: +7 (473) 2715230, e-mail: vss22@mail.ru

² Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +79038535563,
e-mail: barch_n@vgasu.vrn.ru

³ Ст. преподаватель кафедры строительной механики, тел.: +79155802819, e-mail: oss@vgasu.vrn.ru

⁴ Руководитель Центра обследования зданий и сооружений ВГТУ, тел.: +79529596209

Приводится обзор становления, развития и современного состояния научных исследований по мостовой тематике в Воронежском государственном техническом университете, строительный блок которого отмечает свое 90-летие. Обозначены достижения по развитию теории мостов, научной школы по динамическому воздействию автомобилей и практическому применению результатов научных исследований при проведении выполняемых на эксплуатируемых по всей территории Российской Федерации работ по диагностике, обследованиям, статическим и динамическим испытаниям.

Ключевые слова: теория автодорожных мостов, научная школа, теоретические достижения, натурные обследования, статические и динамические испытания, современное состояние

Интерес к мостовой тематике в Воронежском инженерно-строительном институте возник в 1954 году с появлением в Воронеже выпускников МАДИ В.М. Лисова и А.Г. Барченкова учеников ведущего в СССР специалиста-мостовика д-ра техн. наук, профессора Е.Е. Гибшмана.



Кандидат технических наук,
профессор В.М. Лисов



Доктор технических наук,
профессор А.Г. Барченков

Немалую роль в организации в ВИСИ исследований мостовых сооружений сыграл также выпускник Московской ВИА им. В.В. Куйбышева А.М. Иванов. Его активная работа совместно с В.М. Лисовым и А.Г. Барченковым по становлению на разных кафедрах ВИСИ экспериментальных и теоретических исследований мостовых сооружений привела к созданию в Воронеже известной в стране и за рубежом научной школы, которая привлекла большое количество молодых исследователей.

Сотрудники Воронежского инженерно-строительного института, преобразованного позднее в академию (ВГАСА), а затем - в университет (ВГАСУ), выполняли и успешно продолжают осуществлять по заказам производственных дорожных организаций работы по обследованию, статическим и динамическим испытаниям (рис. 1-4) мостовых сооружений на федеральных дорогах Москва-Минск, Москва-Нижний Новгород, Москва-Архангельск, Москва-Санкт-Петербург, Центральная, Москва-Бобруйск, Москва-Симферополь, Москва-Воронеж, Москва-Волгоград, Москва-Куйбышев, Москва-Харьков, Нижний Новгород-Уфа, Уфа-Челябинск, Воронеж-Ростов, Азово-Черноморская, Северо-Кавказская и территориальных автодорогах: Воронежской, Курской, Липецкой, Белгородской, Тамбовской, Нижегородской, Московской, Рязанской, Смоленской, Волгоградской, Тульской, Архангельской, Костромской, Ивановской, Магаданской, Южно-Сахалинской областей, Приморского края и Камчатки. В 1991-1994 годах, в 2001-2005 годах по заданию Минавтотранса РСФСР и Росавтотранса сотрудники ВИСИ-ВГАСА-ВГАСУ выполнили паспортизацию мостов на федеральных автодорогах, расположенных в республиках Чувашия, Башкортостан, Татарстан, Чечено-Ингушской, Дагестан, Карачаево-Черкессия, Калмыкия, Тульской, Рязанской, Воронежской, Ростовской, Волгоградской и Пензенской областей, в Ставропольском и Краснодарском краях.

Ученые ВГАСУ в семидесятые годы приняли участие в разработке ряда ведомственных дорожных нормативных документов по обследованию и испытаниям мостовых сооружений на автомобильных дорогах. За разработку конструкций скотопрогонов канд. техн. наук, профессором В.М. Лисовым [1] с учениками на ВДНХ СССР получена бронзовая медаль. В пятидесятых, шестидесятых и последующих годах преподавателями, научными сотрудниками и аспирантами весьма плодотворно выполнялись теоретические исследования, посвященные исследованиям поведения мостовых сооружений при статических и динамических воздействиях. По результатам этих исследований были защищены более 20 кандидатских и 5 докторских диссертаций (А.Г. Барченков, В.С. Сафронов, Н.А. Дементьев, Р.Х. Биджиев, С.Ю. Гриднев). В ВИСИ была создана известная в РФ и за рубежом научная школа, занимающаяся вопросами поведения разнообразных по конструкции, включая висячие и вантовые несущие системы мостовых сооружений, при воздействии на них детерминированных и случайных динамических нагрузок от движущегося автотранспорта.

К наиболее значимым результатам научных исследований, полученным в созданной под руководством проф. А.Г. Барченкова Воронежской научной школе по динамике транспортных сооружений, следует отнести следующие теоретические вопросы [2-4]:

- создана существенно дополняющая предложенные модели и алгоритмы в публикациях А.Н. Крылова, Виллиса, Стокса, В.В. Болотина, О.Б. Моргаевского и других известных механиков модель подвижной нагрузки на упругие системы. В новой постановке не только учитывалась инертность несущей конструкции и движущихся автомобилей, но и моделировалось упругое опирание при контакте с поддерживающей конструкцией;
- с использованием моделей стохастических систем транспортных сооружений для пропуска автомобилей разработана на основе теории стационарных случайных функций вероятностная методика расчета колебаний мостового сооружения совместно с движущимися с постоянной скоростью по проезжей части со случайно расположенными неровностями автомобилей;

- на основе теории выбросов стационарных случайных процессов предложена оригинальная схема прочностной оценки и определения остаточного ресурса в вероятностной постановке для несущих конструкций мостовых сооружений, которая учитывает его моральный износ и физическое старение;
- предложенные методики и разработанные на их основе алгоритмы и программы расчета транспортных сооружений на движущуюся нагрузку нашли применение в инженерной практике;
- ряд основанных на данных теоретических и экспериментальных исследованиях предложений включены в нормативные документы и используются для проектирования конструкций мостовых сооружений.

По итогам комплекса исследований статистической динамики автодорожных мостовых сооружений и результатам этой научной работы в 1976 г. А.Г. Барченков был награжден медалью Н.С. Стрелецкого.

Пройдя через тяжелые времена девяностых годов прошлого столетия, ВГАСУ не потерял свои научные и инженерные кадры. За это время учеными вуза было предложено новое направление по содержанию искусственных сооружений – ежегодный мониторинг мостов и путепроводов, находящихся в неудовлетворительном и предаварийном состоянии. В этом направлении высокую эффективность показало создание научно-производственных, инновационных комплексов. Учеными ВГАСУ разработаны и применены при усилении и восстановлении мостов и путепроводов, находящихся в аварийном состоянии, конструкций на основе прогрессивных материалов – полимербетонов и предложены новые технологии по восстановлению их несущей способности. За разработку и применение полимербетонов д-р техн. наук, профессор Иванов А.М. вместе с учениками был награжден серебряной медалью ВДНХ и удостоен «Диплома Чести» Интернационального комитета по применению полимеров в бетоне (ICPIC ЮНЕСКО) – сертификата научно-исследовательских работ международного уровня. За применение сталепolyмербетонных конструкций при ремонтно-восстановительных работах на аварийном мосту через реку Клязьма на 341 км а/д Москва-Н. Новгород ВГАСУ получил диплом выставки «Строительство» Минпромнауки РФ.



Рис. 1. Сотрудники НИЦ «ДОРМОСТ» при ВГАСУ на статических испытаниях автодорожного моста через реку Дон в Воронежской области



Рис. 2. Установка испытательной нагрузки на приемочных статических испытаниях моста через реку Дон (2006)



Рис. 3. Сотрудники НИЦ «ДОРМОСТ» при ВГАСУ на приемочных испытаниях моста через р. Москву в Московской области (2011)



Рис. 4. Динамические испытания большепролетного моста через р. Москву в Московской области (2011)

Под руководством д-ра техн. наук, профессора В.С. Сафронова сотрудники научно-производственного центра «Дормост» при ВГАСУ в девяностые годы прошлого и 2000 годы настоящего столетия выполнили диагностику и испытания более 2000 мостовых сооружений на федеральных и региональных автодорогах. По результатам диагностики и испытаний ряда мостов были предупреждено их аварийное состояние, что позволило своевременно предотвратить обрушение элементов конструкций.

В успешно защищенной в МИИТе (1984 г.) докторской диссертации на тему «Актуальные задачи статики и динамики современных автодорожных мостов» В.С. Сафронов существенно развил теорию динамического расчета мостовых сооружений на действие подвижной нагрузки. Наиболее значимые научные результаты получены В.С. Сафроновым для мостов современных несущих систем с учетом нелинейности деформирования и влияния «обратной связи» с использованием теории случайных функций [7]. Разработаны и апробированы эффективные методы статистических испытаний, импульсных функций и числовых характеристик.

Применение метода статистических испытаний для нелинейно деформируемых висячих мостов позволили изучить особенности взаимодействия одиночных и колонн грузовых автомобилей при эксплуатации. Обнаружено существенное влияние перемещений балки жесткости под колесами движущихся транспортных средств на параметры случайных колебаний нагруженного мостового сооружения.

Методы импульсных функций и числовых характеристик основаны на корреляционной теории нестационарных случайных процессов. При реализации вычислений по методу импульсных функций выявлено, что применение этого метода целесообразно для мостов, у которых существенно влияние обратной связи. При этом в качестве возмущения рассматриваются случайные реализации микропрофиля проезжей части моста. С использованием этого метода можно оценить возможности возникновения резонансных колебаний пролетных строений при проезде автомобилей.

Для метода числовых характеристик используются авто- и взаимные корреляционные функции динамического давления движущихся транспортных средств. Условием для применения этого метода является малое влияние обратной связи, при которой динамические модели мостовых сооружений и транспортных средств могут рассматриваться изолированно. Разработанные по этому методу вычислительные алгоритмы апробированы для мостовых сооружений разнообразных несущих систем. К ним относятся железобетонные, сталежелезобетонные пролетные строения с разрезными и неразрезными статическими расчетными схемами.

Заметную роль в развитии теории динамического действия автомобилей на автодорожные мосты в университете выполнил доцент кафедры строительной механики А.И. Ананьин [5-6]. Работая по этой тематике, он смог получить решения по статическому расчету мостов различных несущих систем, уточнению классических задач расчета упругих систем на подвижную нагрузку, разработке вероятностных алгоритмов расчета колебаний экипажа на пневматических шинах при движении по случайным неровностям автодороги.

В мостовой тематике научных исследований университета, начиная с 1992 года после защиты докторской диссертации по нелинейным методам расчета засыпных устоев автодорожных мостовых сооружений, принял участие выпускник ВИСИ 1960 года ведущий специалист Воронежского филиала ГипродорНИИ доктор технических наук, заслуженный строитель РФ профессор Д.М. Шапиро В своих научных исследованиях он специализировался на развитии методов нелинейной механики для фундаментных конструкций и грунтовых оснований мостовых сооружений и объектов геотехники [8-9]. К сожалению, коронавирусная инфекция преждевременно остановила его активное участие в успешной инженерной деятельности, плодотворной научной и педагогической работе и подготовке квалифицированных кадров для дорожной отрасли. Ряд его учеников работают в качестве главных специалистов и руководителей проектных мостовых организаций Воронежа и Санкт-Петербурга. Они по примеру своего руководителя занимаются сложнейшими научными проблемами устойчивости оснований мостов и других дорожных сооружений методами нелинейной механики грунтов.

Описанию актуальных вопросов по различным проблемам теории мостов посвящены многочисленные публикации преподавателей, научных сотрудников и аспирантов университета 60-90-х гг. в сборниках трудов ВИСИ, ВГАСА и ВГАСУ [10-31]. Особенности развиваемой в Воронеже теории динамического расчета мостовых сооружений затронуты в статье [32]. В эти годы на заседаниях функционирующего в университете специализированного совета успешно были защищены ряд кандидатских диссертаций по мостовой тематике [33-34].

Новое развитие созданной в Воронеже теории динамического воздействия подвижной нагрузки на автодорожные мосты выполнено в защищенной в 2013 году докторской диссертации С.Ю. Гриднева [35], посвященной описанию нестационарных режимов движения специализированных транспортных средств. Рассматривались транспортирующие жидкие грузы многоосные автоцистерны, которые движутся с переменной скоростью по сооружениям разнообразных разрезных и неразрезных несущих систем с упругими опорными частями на жестких опорах или плавучими опорами в случае наплавных мостов.

Динамические модели автомобилей для описания неравномерного движения при разгоне или торможении построены в обычном виде. Они представляют собой механическую систему соединенных между собой и опирающихся на проезжую часть моста с помощью нелинейных упруго-диссипативных связей твердых тел. Уравнения движения учитывают возможность отрыва колес от проезжей части транспортного сооружения, а также нелинейность жесткостных параметров рессор и шин, микропрофиль колеи и прогибы пролетного строения под колесами автомобиля. Численные исследования показали, что при

режимах разгона и торможения по сравнению с равномерным движением происходит существенное перераспределение давлений колес автомобиля на путь. При этом ускорение движения существенным образом влияет на экстремальные значения давления на проезжую часть.

При описании колебаний автоцистерны учитываются колебания жидкости внутри кузова. Возмущением от механической части при рассмотрении колебаний жидкости является ускорение, сообщаемое при неравномерном движении автоцистерны. Для описания колебаний в строгой динамической модели автоцистерны с неполностью заполненным баком применяются два подхода. В первом - жидкий груз заменяется конечным набором твердых тел, а сила взаимодействия жидкости с стенками цистерны прямо пропорциональна относительным перемещениям составных частей полного объема. Во втором подходе для описания движения жидкости использовались стандартные дифференциальные уравнения механики сплошных сред в рамках «теории мелкой воды». При учете явления гидроудара после замачивания днища автоцистерны жесткость, полученная из уравнений механической модели, масштабируется по экспоненциальной зависимости. Численные расчеты показали, что максимальный динамический эффект при воздействии на проезжую часть моста от учета подвижности жидкости достигается при движении в режиме торможения автомобиля с ускорением в диапазоне от 6 до $6,5 \text{ м/с}^2$.

Для вычисления параметров инертности плавучих опор при бортовых и килевых колебаниях используются подходы, предложенные Дуайром и Г.Е. Павленко. Численное интегрирование уравнений движения дискретных элементов пролетного строения наплавного моста выполняется по методу Эйлера, а нелинейных уравнений пространственных колебаний отдельных плавучих опор – по методу Розенброка 2-го порядка и методу упругих решений. Выполненное сопоставление результатов натуральных измерений с использованием специальной фотометрической установки и вычислительных экспериментов показало удовлетворительное совпадение.

Мостовая тематика и в настоящее время находит широкое отражение в научных исследованиях магистрантов, аспирантов и молодых преподавателей на строительном и автодорожном факультетах университета [36-38].

С использованием накопленного научно-практического опыта по мостовой тематике и потенциала преподавателей и ученых с 2005 года во ВГАСУ начали подготовку инженеров-строителей по специальности «Мосты и тоннели». В 2003 году по результатам конкурса «Стройнаука 2003» «Лучший вуз года» Российское научно-техническое общество строителей присудило первое место ВГАСУ. В 2005 году Министерством транспорта РФ и Комитетом Государственной думы по энергетике, транспорту и связи ВГАСУ присуждена Национальная общественная премия транспортной отрасли России «Золотая Колесница» в номинации «Лидер Российской транспортной науки и образования».

В настоящее время среди ученых-мостовиков строительного блока ВГТУ трудятся 3 доктора технических наук, 12 кандидатов технических наук, один заслуженный деятель науки РФ, 4 почетных дорожника, 2 изобретателя СССР. Во всех регионах страны, многочисленных проектных, мостостроительных, эксплуатационных и научно-исследовательских организациях в дорожной отрасли работают подготовленные во ВГАСУ специалисты, которые с теплотой и уважением относятся к университету.

Мостовая тематика широко представлена в выпускаемом в ВГТУ с 2007 года рецензируемом научном журнале «Строительная механика и конструкции». В нем находят отражение научные исследования магистрантов, аспирантов, доцентов и профессоров не только ВГТУ, но и вузов Тамбова, Липецка, Тулы, Курска и других городов РФ. В настоящее время журнал включен в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора наук.

Библиографический список

1. Лисов В.М. Мосты и трубы. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1995. 328с.
2. Барченкова Н.А., Ефрюшин С.В., Сафронов В.С. Барченков А. Г. – основатель Воронежской научной школы по динамике автодорожных мостов // Строительная механика и конструкции. 2018. №2 (17). С. 7-17.
3. Барченков А.Г. Динамический расчет автодорожных мостов. М.: Транспорт, 1976. 198 с.
4. Ананьин А.И., А.Г. Барченков, Сафронов В.С. Динамический расчет специальных инженерных сооружений и конструкций. Динамика автодорожных мостов // Справочник проектировщика. М., 1986. С. 327 – 348
5. Ананьин А.И., Баранов В.А., Барченков А.Г. Динамика сооружений. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1987. 192 с.
6. Сафронов В.С., Барченкова Н.А. Научные достижения кандидата технических наук, доцента кафедры строительной механики ВГАСУ А.И. Ананьина // Научный вестник ВГАСУ. Сер. Современные методы статического и динамического расчета зданий и сооружений. 2004. № 1. С. 5-11.
7. Сафронов В.С. Расчет вантовых и висячих мостов на подвижную нагрузку. Воронеж, Изд-во ВГУ, 1983, 196с.
8. Шапиро Д.М. Теория и расчетные модели оснований и объектов геотехники. М.: Изд-во АСВ, 2016. -180с.
9. Шапиро Д.М. Нелинейная механика грунтов. Воронеж: ВГТУ, 2019. 118с.
10. Теория и испытание сооружений. Труды ВИСИ; науч. ред. В.С. Костромин. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1968. Т. 15. Вып. 4. 140 с.
11. Теория и испытание сооружений. Труды ВИСИ; науч. ред. В.С. Костромин. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1970. Т. 16. Вып. 3. 106 с.
12. Теория и испытание сооружений. Труды ВИСИ; науч. ред. В.С. Костромин. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1971. Т.17. Вып. 4. 128 с.
13. Теория и испытание сооружений. Труды ВГУ; науч. ред. В.С. Костромин. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1973. Вып. 1. 138 с.
14. Теория и испытание сооружений. Труды ВГУ; науч. ред. В.С. Костромин. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1975. Вып. 2. 136 с.
15. Теория и испытание сооружений; науч. ред. А.Г. Барченков. Воронеж: Изд-во ВГУ. 1980. Вып. 3. С.140 с.
16. Расчет прочности, устойчивости и колебаний элементов инженерных сооружений; науч. ред. А.Г. Барченков. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1981. 164 с.
17. Исследования по статике и динамике стержневых и тонкостенных систем. межвузовский сб. трудов. отв. ред. Барченков А.Г. – Воронеж, 1983. – 169 с.
18. Исследования по строительной механике конструкций. сб. трудов ВИСИ; отв. ред. А.Г. Барченков. Воронеж: Изд-во ВПИ, 1984. 168 с.
19. Инженерные задачи статики, динамики и устойчивости сооружений: межвуз. сб. тр.; отв. ред. А.Г. Барченков. Воронеж, 1985. 188 с.
20. Прикладные задачи статики и динамики мостов: межвуз. сб. тр.; отв. ред. А.Г. Барченков. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1988. 200 с.
21. Расчет прочности, устойчивости и колебаний сооружений: межвуз. сб. науч. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1990. 187 с.
22. Методы и алгоритмы расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. науч. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВПИ, 1990. 170 с.

23. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВИСИ, 1992. Вып.1. 162 с.
24. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: сб. науч. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВГАСА, 1993. Вып. 2. 162 с.
25. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. тр.; гл. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВГАСУ, 1994. Вып. 3. 166 с.
26. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций. Межвуз. сб. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВГАСА, 1998. Вып. 4. 194 с.
27. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: сб. науч. ст.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж: Изд-во ВГАСА, 2000. Вып.5. 160 с.
28. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: сб. науч. тр.; отв. ред. В.С. Сафронов. Воронеж, 2002. . Вып. 6. С.110
29. Научный вестник ВГАСУ. Сер. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций. 2004. Вып. 1. 168 с.
30. Научный вестник ВГАСУ. Сер. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций. 2005. Вып. 2. 133 с.
31. Научный вестник ВГАСУ. Сер. Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций. 2007. Вып. 3. 143 с.
32. Сафронов В.С., Ефрюшин С.В. Исследования по механике строящихся, реконструируемых и эксплуатируемых мостовых сооружений // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 9. С. 13-14.
33. Косенко М.В. Нелинейный деформационный расчет прочности и живучести применяемых в мостостроении железобетонных плитно-балочных систем с дефектами и повреждениями: дис. ... канд. техн. наук. Воронеж, 2006.
34. Зазвонов В.В. Развитие конструктивных форм и методов статического и динамического расчета грунтозасыпных мостовых сооружений: дис. ... канд. техн. наук. Воронеж, 2015.
35. Гриднев С.Ю. Развитие теории динамического расчета автодорожных мостов на подвижную нагрузку: дис. ... д-ра техн. наук. Воронеж, 2013.
36. Сафронов В.С., А.В. Антипов. Современные алгоритмы динамического расчета стержневых систем на подвижную подрессоренную нагрузку // Строительная механика и конструкции. 2018. № 3(18). С. 81-92
37. Осипов С.А. Расчет сталежелезобетонного пролетного строения с учетом податливости стыка между стальными балками и плитой методом суперэлементов // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2007. № 3. С. 14-22.
38. Тарасов А.А. Моделирование напряжённого состояния оснований и подземных частей бесконусных армогрунтовых устоев автодорожных мостов: дис. ... канд. техн. наук. Воронеж, 2020.
39. Сафронов В.С. Развитие научных исследований по проблемам строительной механики и механики грунтов // Нелинейная механика грунтов и численные методы расчетов в геотехнике и фундаментостроении: материалы науч.-техн. конф. с иностранным участием. 2019. С. 8-22.

References

1. Lisov V.M. Bridges and pipes. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1995. 328 p.
2. Barchenkova N.A., Efrushin S.V., Safronov V.S., Barchenkov A.G. Founder of the Voronezh scientific school on the dynamics of road bridges. Building mechanics and structures. Vol. 2. No. 17. 2018. Pp. 7-17.
3. Barchenkov A.G. Dynamic calculation of road bridges. M.: Transport, 1976. 198 p.
4. Ananin A.I., Barchenkov A.G., Safronov V.S. Dynamic calculation of special engineering structures and structures. Dynamics of Highway Bridges. Designer's Handbook. Moscow, 1986. Pp. 327-348.
5. Ananin A.I., Baranov V.A., Barchenkov A.G. Dynamics of structures. Voronezh. Voronezh State University Publishing House, 1987. 192 p.
6. Safronov V.S., Barchenkova N.A. Scientific achievements of the candidate of technical sciences, associate professor of the department of structural mechanics of VGASU A.I. Ananin. Scientific Bulletin of VGASU. Series: Modern methods of static and dynamic analysis of buildings and structures. No. 1. 2004. Pp. 5-11.
7. Safronov V.S. Calculation of cable-stayed and suspension bridges for a moving load. Voronezh. Voronezh State University Publishing House, 1983. 196 p.
8. Shapiro D.M. Theory and design models of foundations and geotechnical objects. M.: Publishing house ASV, 2016. 180 p.
9. Shapiro D.M. Nonlinear soil mechanics. FGBOU VO VSTU. Voronezh. Publishing house of VSTU, 2019. 118 p.
10. Kostromin V.S. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Vol. 15. Issue 4. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1968. P. 140.
11. Kostromin V.S. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Vol. 16. Issue 3. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1970. P. 106.
12. Kostromin V.S. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Vol. 17. Issue 4. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1971. P. 128.
13. Kostromin V.S. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Issue 1. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1973. P. 138.
14. Kostromin V.S. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Issue 2. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1975. P. 136.
15. Barchenkov A.G. Theory and testing of structures. VISI Proceedings. Issue 3. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1980. P. 140.
16. Barchenkov A.G. Calculation of strength, stability and vibrations of elements of engineering structures. Voronezh State University Publishing House. Voronezh, 1981. P. 164.
17. Barchenkov A.G. Research on the statics and dynamics of rod and thin-walled systems. Interuniversity collection works. Voronezh, 1983. P. 169.
18. Barchenkov A.G. Research on structural mechanics of structures. Works of VISI. Voronezh: VPI Publishing House, 1984. P. 168.
19. Barchenkov A.G. Engineering problems of statics, dynamics and stability of structures. Interuniversity collection of works. Voronezh, 1985. P. 188.
20. Barchenkov A.G. Applied problems of statics and dynamics of bridges. Interuniversity collection of works. Voronezh: Voronezh State University Publishing House, 1988. P. 200.
21. Safronov V.S. Calculation of strength, stability and vibration of structures. Interuniversity collection of scientific papers. Voronezh: Publishing house of Voronezh State University, 1990. P. 187.
22. Safronov V.S. Methods and algorithms for calculating structures and structures. Interuniversity collection of scientific papers. Voronezh: Publishing house VPI, 1990. P. 170.

23. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Interuniversity collection of works. Issue 1. Voronezh: VISI Publishing House, 1992. P. 162.
24. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Collection of Scientific Papers of VGASA. Issue 2. Voronezh: Publishing house of VGASA, 1993. P. 162.
25. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Interuniversity collection of works. Issue 3. Voronezh: Publishing house of VGASU, 1994. P. 166.
26. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Interuniversity collection of works. Issue 4. Voronezh: Publishing house of VGASA, 1998. P. 194.
27. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Collection of scientific articles. Issue 5. Voronezh: Publishing house of VGASA, 2000. P. 160.
28. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Collection of VGASU scientific works. Issue 6. Voronezh, 2002. P. 110.
29. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Scientific Bulletin of VGASU. Issue 1. Voronezh: Publishing house of VGASU, 2004. P. 168.
30. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Scientific Bulletin of VGASU. Issue 2. Voronezh: Publishing house of VGASU, 2005. P. 133.
31. Safronov V.S. Modern methods of static and dynamic analysis of structures and structures. Scientific Bulletin of VGASU. Issue 3. Voronezh: Publishing house of VGASU, 2007. P. 143.
32. Safronov V.S., Efryushin S.V. Research on the mechanics of bridge structures under construction, reconstructed and operated. Industrial and civil construction. No. 9. 2010. Pp. 13-14.
33. Kosenko M.V. Nonlinear deformation calculation of strength and survivability of reinforced concrete slabs used in bridge construction beam systems with defects and damage. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences. VGASU. Voronezh, 2006.
34. Zazvonov V.V. Development of constructive forms and methods for static and dynamic calculation of backfill bridge structures. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences. VGASU. Voronezh, 2015.
35. Gridnev S.Yu. Development of the theory of dynamic calculation of road bridges for a moving load. Dissertation for the degree of Doctor of Technical Sciences. VGASU. Voronezh, 2013.
36. Safronov V.S., Antipov A.V. Modern algorithms for dynamic calculation of rod systems for a movable sprung load. Structural Mechanics and Constructions. Vol. 3. No. 18. 2018. Pp. 81-92.
37. Osipov S.A. Calculation of a steel-reinforced concrete superstructure taking into account the compliance of the joint between steel beams and a slab by the method of superelements. Building mechanics of engineering structures and structures. No. 3. 2007. Pp. 14-22.
38. Tarasov A.A. Modeling the stress state of foundations and underground parts of cone-free reinforced soil abutments of road bridges. Dissertation for the degree of candidate of technical sciences. VGASU. Voronezh, 2020.

**REVIEW OF THE VORONEZH SCIENTIFIC RESEARCH ON BRIDGE TOPICS
(the 90th anniversary VISI, VGASA, VGASU is dedicated)**

V. S. Safronov¹, N. A. Barchenkova², S. A. Osipov³, N. S. Sova⁴

Voronezh State Technical University
Russia, Voronezh

¹ Dr. of Technical Sciences, Professor of the Department of Structural Mechanics,
Tel.: +7(473)2715230, e-mail: vss22@mail.ru

² PhD of Technical Sciences, Associate Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +79038535563,
e-mail: barch_n@vgasu@vrn.ru

³ Assistant Professor of the Department of Structural Mechanics, Tel.: +79155802819, e-mail: oss@vgasu.vrn.ru

⁴ Head of the Center for Inspection of Buildings and Structures of VSTU, Tel.: +79529596209

Abstract. The article provides an overview of the formation, development and the current state of scientific research on the topic of a bridge in celebrating the 90th anniversary of construction education at the Voronezh State Technical University. Achievements are noted in the development of the theory of bridges, the scientific school on the dynamic effect of cars and the practical application of the results of scientific research in carrying out diagnostics, examinations, static and dynamic tests carried out on the territory of the Russian Federation.

Keywords: theory of road bridges, scientific school, theoretical achievements, field surveys, static and dynamic tests, state of the art.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 624.042+624.072

РАСЧЁТНЫЙ АНАЛИЗ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УСИЛИЙ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ РАМНОМ КАРКАСЕ С УЧЁТОМ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ МАТЕРИАЛА

В. С. Варнавский¹, Г. Е. Габриелян², В. В. Востриков³

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Центр экспертизы строительных конструкций³
Россия, г. Воронеж

¹ Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230, e-mail: mailVVS@inbox.ru

² Канд. техн. наук, доцент кафедры строительной механики, тел.: +7(473)2715230,
e-mail: grayr2010@rambler.ru

³ Магистр, инженер, e-mail: vlad-vost2012@yandex.ru

С целью снижения материалоемкости строительных конструкций нормативные документы рекомендуют учитывать пластические свойства стали в прочностных расчётах. Это требует развития соответствующих методов расчёта с применением современного программного обеспечения.

Усовершенствована методика расчёта плоского стального рамного каркаса на статическую нагрузку на основе принципа предельного равновесия с применением программно-вычислительного комплекса ЛИРА. Исследован поэтапный характер разрушения конструкции при воздействии сверхнормативных нагрузок.

Показано, что применение пошагового метода нагружения позволяет моделировать поведение конструкции в ходе увеличения нагрузки. Проведённые исследования позволяют давать верхнюю оценку максимально возможной нагрузки, возникающей в исключительных условиях эксплуатации.

Ключевые слова: металлическая рама, прогрессирующее разрушение, несущая способность, предельное равновесие, программный комплекс ЛИРА

Введение

В настоящее время нормативные документы в строительстве допускают возникновение ограниченных пластических деформаций (величиной не превышающих 0.2%) в прочностных расчётах стальных конструкций на статическую нагрузку [1,2]. В данном исследовании рассматривается эксплуатация конструкции в экстремальных условиях при нагрузках значительно выше нормативных. Расчёт связан с применением принципа предельного равновесия, в котором предполагается появление пластических шарниров [3]. При таком допущении пластические деформации в стали существенно выше критерия ограниченных пластических деформаций (0.2%), обозначенного в нормативных документах. Расчёт в данной постановке задачи даёт возможность получить верхнюю границу предельной нагрузки, имеющей место в исключительных случаях эксплуатации.

© Варнавский В. С., Габриелян Г. Е., Востриков В. В., 2021

В большинстве известных работ, связанных с принципом предельного равновесия, применяются аналитические или близкие к ним методы, учитывающие только конечную стадию нагружения [4,5]. Однако в начале двухтысячных годов в зарубежных и российских нормативных документах [6,7,8] указывалось на необходимость обеспечить сопротивляемость строительных конструкций прогрессирующему разрушению в результате последовательного приложения аварийных нагрузок. В связи с этим начали формироваться соответствующие методы расчёта [9-14]. Данная работа связана с развитием одного из эффективных методов расчёта, позволяющего исследовать прогрессирующее разрушение стального каркаса. В ней уточняются и разрабатываются полученные ранее результаты для металлических каркасов более простой конструкции [15-18]. В представленном исследовании все расчёты выполняются с использованием широко известного метода конечных элементов (МКЭ) с помощью программно-вычислительного комплекса ЛИРА. Основой расчёта является метод пошагового нагружения, обеспечивающий моделирование процесса упругопластического деформирования стального каркаса в ходе увеличения нагрузки до разрушения элементов конструкции.

В связи с изложенным выше задача расчётного анализа распределения усилий в металлическом рамном каркасе здания на статическую нагрузку с учётом пластических деформаций материала является актуальной для оценки резервов несущей способности конструкции и повышения её экономичности.

Расчётный анализ распределения усилий в металлическом каркасе

Для упругопластического расчёта выбираем плоский металлический рамный каркас, являющийся частью пространственного каркаса производственного здания в г. Старый Оскол. Расчётная схема каркаса с нагрузкой и размерами показана на рис. 1, рис. 2. На рис. 1 представлены постоянные нагрузки (собственный вес конструкций, нагрузка от собственного веса прогонов, нагрузка от покрытия пола и кровли, снеговая нагрузка, нагрузка от собственного веса перегородок). На рис. 2 отмечены временные нагрузки (временная равномерно распределенная нагрузка, нагрузка от оборудования). Закрепление всех опорных узлов жёсткое.

Для физически нелинейного расчёта на основе метода конечных элементов должна быть обеспечена сходимость и достоверность численной расчётной схемы. Так как в программном комплексе ЛИРА для решения нелинейных задач применяется пошаговый метод нагружения, то результаты расчёта будут в общем случае зависеть как от плотности КЭ-сетки, так и от шага увеличения нагрузки. Следовательно, сходимость и достоверность имеют место при достижении близких результатов на вложенных КЭ-сетках и шагах нагрузки [13].

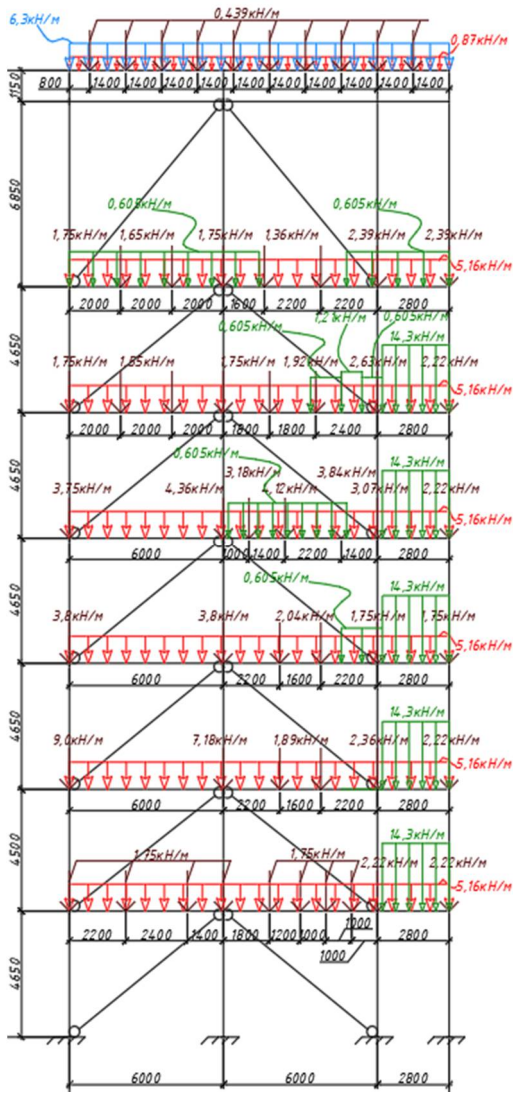
В ходе выполнения расчётов авторами была изучена зависимость их результатов от плотности применяемых КЭ-сеток и шагов нагружения. Однако в данной работе представлена часть исследований, посвящённых влиянию применяемых величин шагов нагрузки на характер расчётных результатов. Подобраны шаги нагрузки, позволяющие сделать вывод о сходимости и достоверности численной расчётной схемы.

В результате расчёта получены: локализация и порядок возникновения пластических шарниров в конструкции; величины нагрузок, приводящих к потере несущей способности стальной рамы или её частей.

Расчётная проектная нагрузка на раму выбирается в качестве первоначальной для расчёта с учётом пластических деформаций материала. При этом постоянная нагрузка не меняется в процессе нагружения. Временная нагрузка прямо пропорционально увеличивается. При оценке результатов учитывается только рост временной нагрузки.

Было реализовано несколько расчётов рамы для 5 шагов нагружения ΔF равные $0.1F_0$, $0.05F_0$, $0.01F_0$, $0.005F_0$, $0.001F_0$, где F_0 – первоначальная временная нагрузка. С целью определения величины нагрузки применяется параметр n , где $F=n \cdot F_0$.

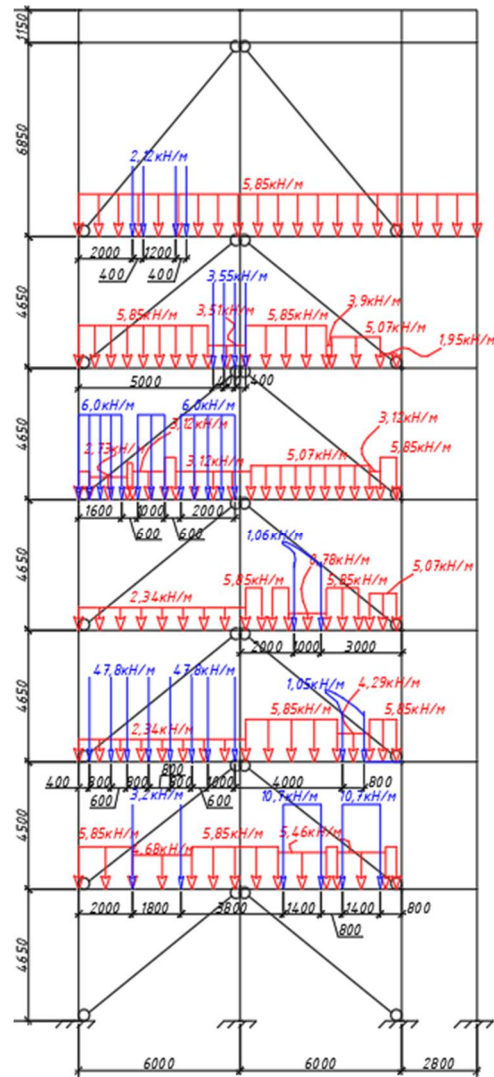
Исследование влияния шага нагружения проводилось для нескольких КЭ-сеток. Однако вследствие ограниченности объёма статьи здесь приводятся результаты только для одной из подобранных КЭ-сеток (рис. 3), обеспечивающих достоверные результаты расчётов. На рис. 3 отмечены номера конечных элементов и характеристики поперечных сечений колонн и ригелей каркаса. Расчёт выполнялся на совместное действие всей постоянной нагрузки (рис. 1) и всей временной нагрузки (рис. 2). В ходе нагружения временная нагрузка пропорционально на всей раме возрастала до разрушения значительной части рамы.



Условные обозначения:

- — — — — Нагрузка от собственного веса прогонов
- — — — — Нагрузка от покрытия пола и кровли
- — — — — Снеговая нагрузка
- — — — — Нагрузка от собственного веса перегородок

Рис. 1. Расчетная схема. Постоянные нагрузки



Условные обозначения:

- — — — — Временная равномерно-распределенная нагрузка
- — — — — Нагрузка от оборудования

Рис. 2. Расчетная схема. Временные нагрузки

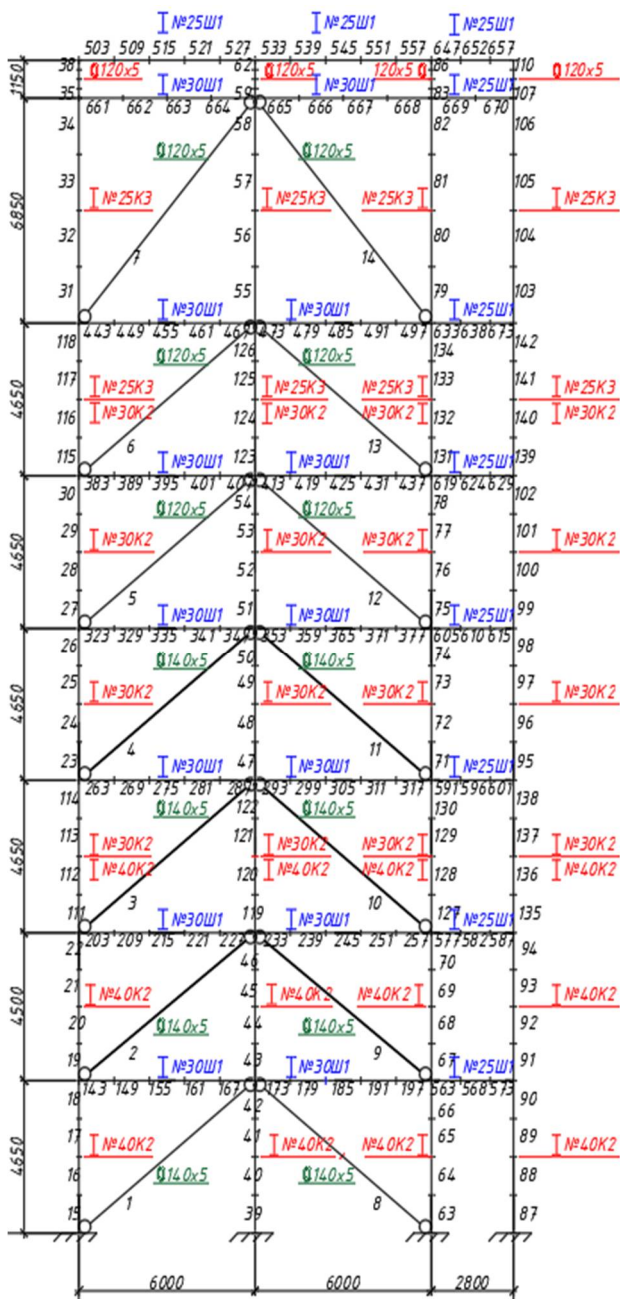


Рис. 3. КЭ-сетка с типами жесткостей

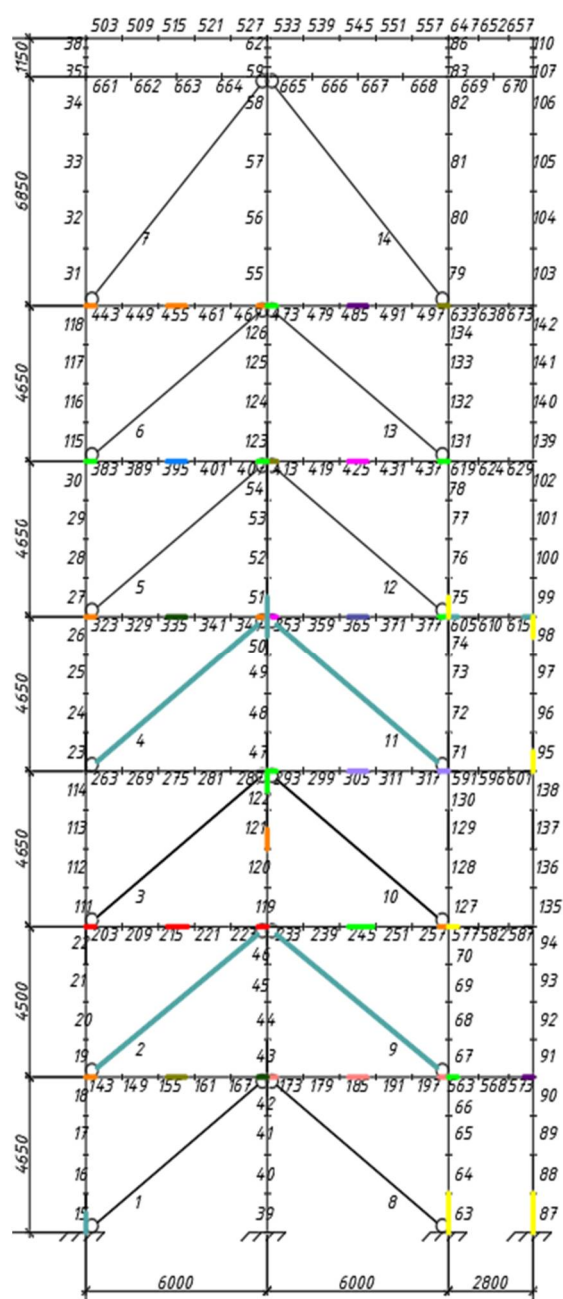


Рис. 4. Модель разрушения каркаса: $\Delta F=0.05F_0$













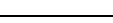
Результаты расчёта с использованием шага $\Delta F=0.1F_0$ существенно расходились с результатами расчёта для всех остальных шагов ΔF равных $0.05F_0$, $0.01F_0$, $0.005F_0$, $0.001F_0$. Различие наблюдалось как в схемах разрушения рамы, так и в величинах соответствующих нагрузок (на ряде стадий более 10-15%). Результаты расчёта с использованием шага $\Delta F=0.005F_0$ были близки по схемам разрушения рамы и по значениям соответствующих нагрузок к шагам ΔF равными $0.01F_0$, $0.001F_0$. Наиболее показательными для анализа и оценки достоверности являются результаты, полученные для шагов ΔF равных $0.05F_0$, $0.01F_0$, $0.001F_0$, которые приводятся в данной работе.

Модели разрушения конструкции в расчёте показаны на рис. 4 - рис. 6. Отмечены разрушаемые КЭ и локализация пластических шарниров в каркасе. Стадийность возникновения пластических шарниров иллюстрируется их цветом.

В таблицах соответственно определённому этапу разрушения указаны номера повреждённых КЭ, суммарный параметр нагружения $n = \sum n_i$ (где $F = n \cdot F_0$) и текущий параметр нагружения n_i , характеризующий приращение нагружения на данном этапе по отношению к предыдущему (т.е. $\Delta F_i = n_i \cdot F_0$).

Таблица 1

Результаты расчёта: $\Delta F = 0.05F_0$

№ этапа разрушения	n_i на i -м этапе	суммарный $n = \sum n_i$	№№ разрушаемых КЭ
1 	1,8	1,8	203, 215, 216, 217, 218, 219, 220, 232
2 	7,45	9,25	173, 186, 187, 188, 202
3 	5,1	14,35	121, 143, 262, 323, 352, 443, 457, 458, 472
4 	0,65	15,0	172, 337, 338
5 	1,45	16,45	157, 158, 413, 502
6 	2,65	19,1	122, 247, 248, 293, 382, 383, 412, 442, 473, 563
7 	0,6	19,7	487, 488, 576
8 	0,2	19,9	397, 398
9 	1,6	21,5	353, 426, 427, 428
10 	0,65	22,15	305, 306, 307, 322
11 	0,75	22,9	367, 368
12 	5,1	28,0	2, 4, 9, 11, 15, 50, 51, 605, 618
13 	0,35	28,35	63, 75, 87, 95, 98, 577

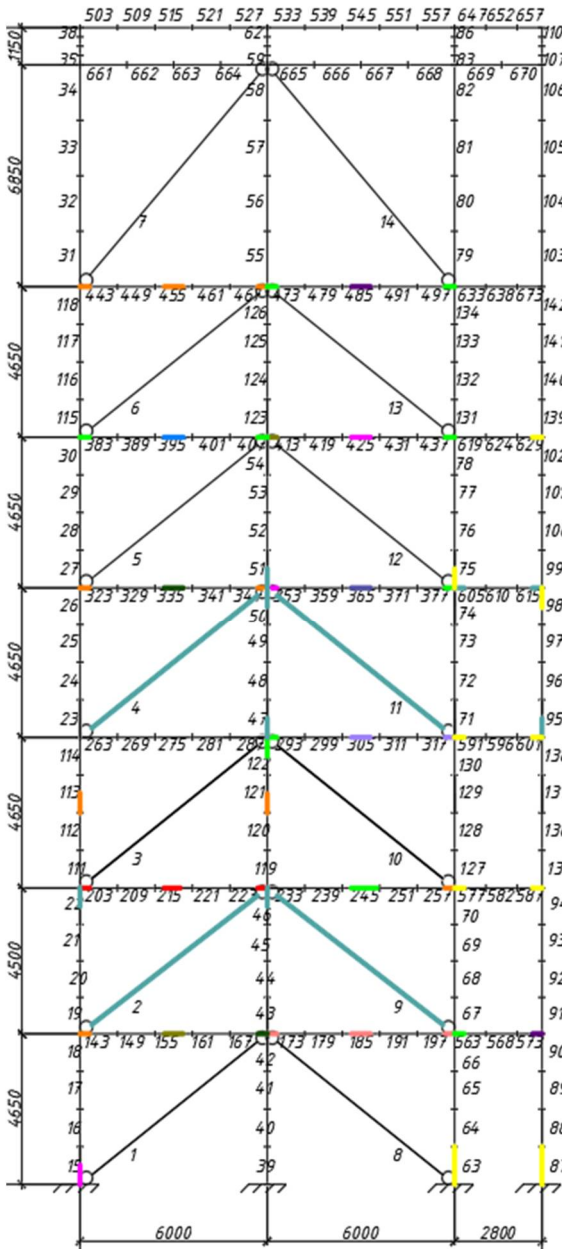


Рис. 5. Модель разрушения каркаса: $\Delta F=0.01F_0$

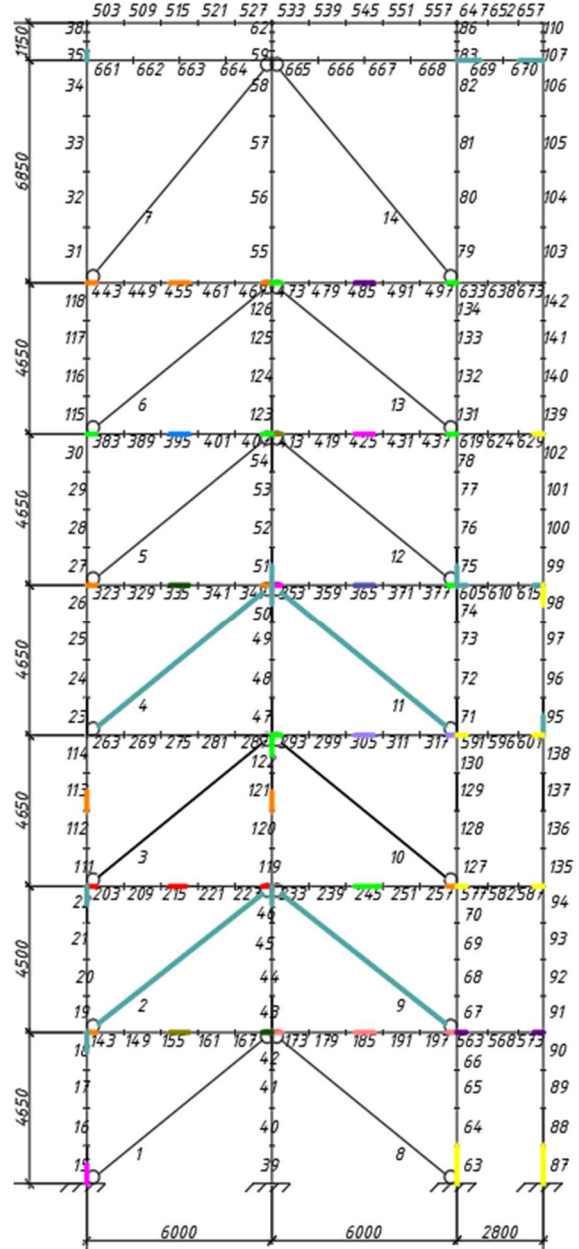


Рис. 6. Модель разрушения каркаса: $\Delta F=0.001F_0$

Таблица 2

Результаты расчёта: $\Delta F=0.01F_0$



























№ этапа разрушения	n_i на i -м этапе	суммарный $n=\sum n_i$	№№ разрушаемых КЭ
1 	1,77	1,77	203, 215, 216, 232
2 	7,41	9,18	173, 187, 188, 202
3 	5,08	14,26	113, 121, 143, 262, 323, 352, 443, 457, 458, 472
4 	0,6	14,86	172, 337, 338
5 	1,35	16,21	157, 158, 413
6 	2,53	18,74	122, 247, 248, 293, 382, 383, 412, 442, 473, 502, 563
7 	0,7	19,44	487, 488, 576
8 	0,21	19,65	397, 398
9 	1,49	21,14	15, 353, 426, 427
10 	0,6	21,74	304, 305, 322
11 	0,7	22,44	367, 368
12 	4,95	27,39	2, 4, 9, 11, 22, 46, 47, 50, 51, 95, 605, 618
13 	0,27	27,66	63, 75, 87, 98, 577, 590, 591, 604, 632

Таблица 3

Результаты расчёта: $\Delta F=0.001F_0$

№ этапа разрушения	n_i на i -м этапе	суммарный $n=\sum n_i$	№№ разрушаемых КЭ
1 	1,768	1,768	203, 215, 216, 217, 232
2 	7,395	9,163	173, 187, 188, 202
3 	5,075	14,238	113, 121, 143, 262, 323, 352, 443, 457, 458, 472
4 	0,586	14,824	172, 337, 338
5 	1,344	16,168	157, 158, 413
6 	2,461	18,629	1212, 247, 248, 293, 382, 383, 412, 442, 473, 502
7 	0,746	19,375	487, 488, 563, 576
8 	0,209	19,584	397, 398
9 	1,479	21,063	15, 353, 397, 398
10 	0,601	21,664	305, 306 307
11 	0,696	22,36	367, 368
12 	4,92	27,28	2, 4, 9, 11, 18, 22, 35, 46, 50, 51, 75, 95, 605, 618, 669, 670
13 	0,312	27,592	63, 87, 98, 577, 590, 591, 604, 632

По результатам расчёта (рис. 4-6 и табл. 1-3) можно сделать следующие выводы:

1) для всех этапов разрушения наибольшее различие между предельными нагрузками, вычисленными с шагом $\Delta F=0.05F_0$ и шагом $\Delta F=0.01F_0$, составляет $\Delta n=(28.35-27.66)/27.66*100\%=2.50\%$. Аналогичная разница в предельных нагрузках при сравнении шагов $\Delta F=0.01F_0$ и $\Delta F=0.001F_0$ равна 0.5%.

2) следовательно, наибольшая точность определения предельных нагрузок достигается при использовании шагов $\Delta F=0.01F_0$ и $\Delta F=0.001F_0$, для которых предельные нагрузки отличаются на всех этапах нагружения не более чем на 0.5%.

3) локализация мест разрушения (т.е. мест образования пластических шарниров) стержней рамы для всех трёх шагов практически одинаковая. Незначительные расхождения в локализации не оказывают влияния на характер разрушения рамы. Моменты разрушения всех элементов рамы в большинстве случаев совпадают между собой независимо от выбираемого шага по нагрузке ΔF . Отличие в моментах разрушения части элементов рамы находится в пределах интервала двух соседних стадий.

4) следовательно, в случае всех четырёх шагов ΔF равных $0.05F_0$, $0.01F_0$, $0.005F_0$, $0.001F_0$ имеет место хорошее совпадение локализации и порядка возникновения пластических шарниров.

Выводы

1. В представленной работе показано, что при численном расчёте плоского стального каркаса с учётом упругопластических деформаций материала методом конечных элементов и применении метода пошагового нагружения для обеспечения достоверности численной схемы расчёта требуется наличие не только сходимости по параметру «точность КЭ-сетки», но и по параметру «шаг приращения нагрузки ΔF ».

2. Предлагаемая методика расчёта предоставляет возможность моделировать процесс постадийного разрушения конструкции в процессе упругопластического деформирования рамы при увеличении нагрузки.

3. В результате анализа работы металлической рамы в физически нелинейной постановке:

- определены и проанализированы локализация и последовательность возникновения пластических шарниров в стержнях конструкции до превращения всего рамного каркаса или крупных его частей в геометрически изменяемую систему, то есть до потери конструкцией или крупными её частями своей несущей способности;
- на основе принципа предельного равновесия получены значения для предельной временной нагрузки, вызывающей потерю несущей способности конструкции или её частей; эти значения значительно превышают соответствующие проектные нагрузки и позволяют оценить способность конструкции сопротивляться разрушению в исключительных условиях эксплуатации.

Библиографический список

1. СП 16.13330.2017 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81* (с Поправкой, с Изменением №1). М.: АО «Кодекс», 2017. 148 с.
2. Рекомендации по расчету стальных конструкций на прочность по критериям ограниченных пластических деформаций. М.: ЦНИИПСК, 1985. 48 с.
3. Ржаницын А.Р. Строительная механика: учеб. пособие для вузов. М.: Высш. шк., 1982. 400 с.

4. Кац А.С. Расчет неупругих строительных конструкций. Л.: Стройиздат, 1989. 168 с.
5. Теория и методы оптимизации упругопластических систем / А.А. Чирас, А.Э. Чирас, Р.П. Боркаускас, А.А. Каркаускас. Л.: Стройиздат, 1974. 279 с.
6. СП 56.13330.2011 Промышленные здания. М., 2011.
7. Comite Europeen de Normalisation (2002), Draft prEN 1991-1-7: March 2002, Eurocode 1: Actions on Structures. Part 1.7: General Actions - Accidental actions due to impact and explosions. First Project Team (stage 32) draft, Amended version 8, Brussels.
8. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse. The Unified Facilities Criteria(UFC) 4-023- 03, Department of Defense, Approved for public release. - 2003, 176p.
9. Алмазов В.О. Проблемы прогрессирующего разрушения // Строительство и реконструкция. 2014. № 6 (56). С. 3-10.
10. Расчёт плоских стержневых систем из идеального упругопластического материала методом конечных элементов в форме смешанного метода / В.Д. Раков, Ф.А. Красина, Л.Е. Путеева, Б.А. Тухфатуллин // Инновации технических решений в машиностроении и транспорте: сб. тр. VI Всерос. науч.-техн. конф. для молодых ученых и студентов с междунар. участием; под общ. ред. В.В. Салмина. Пенза, 2020. С. 161-163.
11. Factors influencing the progressive collapse resistance of rc frame structures / I. Azim, J. Yang, S. Bhatta, F. Wang, Q.-F. Liu // Journal of Building Engineering. 2020. T. 27. С. 100986.
12. Kirk A. Marchand, Farid Alfawakhive. Blast and Progressive Collapse. AISC, 2005.
13. Progressive collapse of framed building structures: current knowledge and future prospects / F. Kiakojour, M.R. Sheidaii, De V. Biagi, B. Chiaia // Engineering Structures (incorporating Structural Engineering Review). 2020. T. 206. С. 110061.
14. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss – part II: Application / A.G. Vlassis, B.A. Izzudin, A.Y. Elghazouli, D.A. Nethercot // Engineering Structures. 2008. Vol. 30(5). P.1424–1438.
15. Варнавский В.С., Поворин А.С. Определение несущей способности металлического рамного каркаса с применением программного комплекса Лира // Строительная механика и конструкции. 2011. № 2(3). С. 113-121.
16. Варнавский В.С., Болотов А.О. Численное исследование несущей способности металлической рамы на основе программного комплекса Лира // Строительная механика и конструкции. 2014. № 1(8). С. 117-125.
17. Варнавский В.С., Габриелян Г.Е., Мартынова М.М. Расчёт плоского стального каркаса на статическую нагрузку с учётом пластических деформаций материала // Строительная механика и конструкции. 2018. Т. 3. № 3 (18). С. 51-60.
18. Варнавский В.С., Габриелян Г.Е., Востриков В.В. Расчёт плоского стального каркаса на постоянную и временную нагрузку с учётом пластических деформаций материала // Строительная механика и конструкции. 2019. № 3(22). С. 76-86.

References

1. SP 16.13330.2017 Steel structures. Updated version of SNiP II-23-81* (as amended, with Amendment No. 1). Moscow: JSC "Codex", 2017. 148 p.
2. Recommendations for the calculation of steel structures for strength according to the criteria of limited plastic deformations. Moscow: TsNIIPSK, 1985. 48 p.

3. Rzhantsyn A.R. Construction mechanics: textbook. manual for universities. M.: High School, 1982. 400 p.
4. Katz A.S. Calculation of inelastic building structures. L.: Stroyizdat, 1989. 168 p.
5. Chiras A.A., Chiras A.E., Barkauskas R.P., Karkauskas A.A. Theory and methods of optimization of elastic-plastic systems. L.: Stroyizdat, 1974. 279 p.
6. SP 56.13330.2011 Industrial buildings. Moscow, 2011.
7. Comite Europeen de Normalisation (2002), Draft prEN 1991-1-7: March 2002, Eurocode 1: Actions on Structures. Part 1.7: General Actions - Accidental actions due to impact and explosions. First Project Team (stage 32) draft. Amended version 8. Brussels.
8. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse. The Unified Facilities Criteria(UFC) 4-023- 03. Department of Defense. Approved for public release. 2003. 176 p.
9. Almazov V.O. Problems of progressive destruction. Construction and reconstruction. 2014. No. 6(56). Pp. 3-10.
10. Rakov V.D., Krasina F.A., Puteeva L.E., Tukhfatullin B.A. Calculation of flat rod systems from an ideal elastic-plastic material by the finite element method in the form of a mixed method. In the collection: Innovations of technical solutions in mechanical engineering and transport. Collection of articles of the VI All-Russian Scientific and Technical Conference for Young Scientists and Students with international participation. Under the general editorship of V.V. Salmin. 2020. Pp. 161-163.
11. Azim I., Yang J., Bhatta S., Wang F., Liu Q.-F. Factors influencing the progressive collapse resistance of rc frame structures. Journal of Building Engineering. 2020. T. 27. C. 100986.
12. Kirk A. Marchand, Farid Alfawakhive. Blast and Progressive Collapse. AISC, 2005.
13. Kiakojouri F., Sheidaii M.R., De Biagi V., Chiaia B. Progressive collapse of framed building structures: current knowledge and future prospects. Engineering Structures (incorporating Structural Engineering Review). Vol. 206. 2020. Pp. 110061.
14. Vlassis A.G., Izzudin B.A., Elghazouli A.Y., Nethercot D.A. Progressive collapse of multi-storey buildings due to sudden column loss. Part II: Application. Engineering Structures. No. 30(5). 2008. Pp. 1424–1438.
15. Varnavsky V.S., Povorin A.S. Determination of the bearing capacity of a metal frame with the use of the Lira software package. Construction mechanics and structures. Vol. 2. No. 3. 2011. Pp. 113-121.
16. Varnavsky V.S., Bolotov A.O. Numerical study of the bearing capacity of a metal frame based on the Lira software package. Construction mechanics and structures. Vol. 1. No. 8. 2014. Pp. 117-125.
17. Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Martynova M.M. Calculation of a flat steel frame for static load taking into account plastic deformations of the material. Construction mechanics and structures. Vol. 3. No. 18. 2018. Pp. 51-60.
18. Varnavsky V.S., Gabrielyan G.E., Vostrikov V.V. Calculation of a flat steel frame for a constant and temporary load taking into account plastic deformations of the material. Construction mechanics and structures. Vol. 3. No. 22. 2019. Pp. 76-86.

CALCULATED ANALYSIS OF EFFORT DISTRIBUTION IN A METAL FRAME FRAME TAKING INTO ACCOUNT THE PLASTIC DEFORMATION OF THE MATERIAL

V. S. Varnavsky ¹, G. E. Gabrielyan ², V. V. Vostrikov ³

Voronezh State Technical University ^{1,2}
Building structures expertise center ³
Russia, Voronezh

¹ PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230,
e-mail: mailVVS@inbox.ru

² PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of Department of Structural Mechanics, Tel.: +7(473)2715230,
e-mail: grayr2010@rambler.ru

³ Master of Science , Engineer, e-mail: vlad-vost2012@yandex.ru

In order to reduce the material consumption of building structures, regulatory documents recommend taking into account the plastic properties of steel in strength calculations. This requires the development of appropriate calculation methods using modern software.

The method of calculating a flat steel frame structure for the static load on the basis of the principle of limiting equilibrium using the design-computational complex LIRA has been improved. The gradual nature of structural failure under the influence of excessive loads is studied.

It is shown that the application of the step-by-step loading method makes it possible to model the behavior of the structure during an increase in load. The conducted studies allow us to give an upper estimate of the maximum possible load that occurs under exceptional operating conditions.

Keywords: metal frame, progressive destruction, load-bearing capacity, limiting equilibrium, design-computational complex LIRA

ЖИВУЧЕСТЬ СТАЛЬНОГО КУПОЛА С РЕШЕТКОЙ ИЗ ШЕСТИГРАННИКОВ

А. А. Свентиков¹, Д. Н. Кузнецов²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹ Д-р техн. наук, профессор кафедры металлических и деревянных конструкций,
тел.: +7(473)2715924, e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

² Ст. преподаватель кафедры металлических и деревянных конструкций,
тел.: +7(910)3468912, e-mail: kuznecov82@bk.ru

В статье представлено численное исследование живучести стального купола покрытия с решеткой из шестигранников с учетом выключения отдельных стержней при аварийных воздействиях и без учета коэффициентов динамичности. Геометрия рассмотренного в статье купола ранее создана в среде программы Revit. В вычислительном комплексе SCAD Office выполнены линейный статический расчет и расчет устойчивости купольной конструкции методом конечных элементов. Представлены шесть расчетных схем, а именно: одна исходная схема (первичная) и пять схем (вторичных) с учетом удаления отдельных стержневых элементов и групп элементов. Две аварийные расчетные ситуации получены итерационно, по результатам поиска системы: 1) с наименьшей живучестью без трех стержней, 2) теряющей устойчивость при минимальном числе удаленных опорных стержней. Рассмотрены расчетные ситуации от совместного действия только симметричной вертикальной нагрузки: постоянная (собственный вес), временная (снеговая). Во вторичных расчетных схемах по геометрической оси удаленных стержней к узлам их примыкания прикладывались продольные силы одинаковой величины и обратного знака по отношению к усилиям, действующим в соответствующих стержнях первичной схемы. Для шести указанных схем выполнен анализ величин полученных коэффициентов запаса устойчивости для первых трех форм и показан геометрический вид первой формы потери устойчивости. Полученные деформированные схемы из среды вычислительного комплекса SCAD Office экспортированы в приложение Advance Steel, где выполнена их трехмерная визуализация.

По результатам численного исследования можно отметить высокую живучесть рассмотренной купольной конструкции покрытия при удалении из механической системы отдельных одиночных элементов. Наиболее опасной из числа рассмотренных является выявленная комбинация внезапного (аварийного) выключения трех стержней одновременно. Результаты численных решений, представленные в данной статье, могут быть полезны для разработки конструкций покрытий, обладающих высокой живучестью при аварийных воздействиях. Представленные в статье результаты способствуют разработке стратегии конструирования и расчета купольных конструкций, включая расчет на прогрессирующее обрушение.

Ключевые слова: численное исследование живучести, сетчатый стальной купол, живучесть конструкций, аварийные воздействия, прогрессирующее обрушение, устойчивость стержней, расчет на устойчивость.

Введение

При проектировании зданий и сооружений различного назначения решается задача о недопущении предельных состояний несущих конструкций на протяжении всего срока службы и в период монтажа. В последние десятилетия значительные усилия инженеров и исследователей направлены на предотвращение возможного прогрессирующего обрушения (ПО) несущих строительных конструкций [1-10] при аварийных ситуациях для зданий и сооружений повышенного уровня ответственности. Для повышения надежности строительных конструкций проделана значительная работа, вышли в свет новые нормативные документы, содержащие предписывающие методики расчета: 296.1325800.2017 «Здания и сооружения. Особые воздействия»; СП 385.1325800.2018 «Защита зданий и сооружений от прогрессиру-

ющего обрушения. Правила проектирования. Основные положения». Причины, запускающие механизм ПО конструкций, могут носить различный характер: механические повреждения отдельных элементов, воздействие агрессивной среды, ошибки при проектировании, террористическая атака и другие. Наиболее активно исследования в области ПО стали выполняться после террористической атаки, совершенной 11.09.2001 на северную и южную башни Всемирного торгового центра в г. Нью-Йорк (США). На территории Российской Федерации можно упомянуть разрушение несущих конструкций спортивно-развлекательного комплекса в «Трансвааль-парке», произошедшее 14.02.2004 в г. Москва.

В советское время проводились обширные исследования по строительной механике в области расчета конструкций на устойчивость [11, 12] и по теории расчета конструкций в упруго-пластической стадии [13, 14]. Исследования, выполненные в указанных областях, связаны с поиском действительных механизмов разрушения конструкций и являются ценным материалом для разработки и совершенствования действующих методик расчета на ПО. Проектные решения конструктивного комплекса зданий и сооружений имеют различную структурно-компоновочную организацию и тем самым определяют пространственное взаимодействие элементов в реальных конструкциях. В простом изложении устойчивость конструкций к ПО зависит от конструктивного решения.

Конструктивное решение покрытия в виде сферического купола с ячеистой решеткой имеет много преимуществ перед прочими покрытиями: небольшой собственный вес, выразительный архитектурный облик, возможность хорошей инсоляции пространства внутренних помещений, хорошие аэродинамические характеристики и другие [15, 16]. Но кроме перечисленных преимуществ, купольная конструкция с ячеистой решеткой имеет равномерное распределение внутренних силовых факторов между элементами [17]. Можно предположить, что подобное пространственное взаимодействие элементов придает купольной конструкции высокую живучесть. Но число исследований, посвященных живучести именно купольных конструкций, невелико [18, 19], а применительно к куполам с шестигранной решеткой, их выявить не удалось. Под живучестью понимается свойство объекта сохранять ограниченную работоспособность при воздействиях, не предусмотренных условиями эксплуатации, а также при наличии повреждений и/или отказе несущих элементов. Повреждение и/или отказ отдельных несущих элементов может произойти внезапно, но если подобные события учтены в расчетных ситуациях при проектировании, тогда обрушение всей конструкции не произойдет. В данной статье приводится численное исследование устойчивости к ПО конструкции покрытия купольного вида в случае внезапного выключения отдельных элементов из механической системы.

1. Метод исследования живучести стального сферического купола

Объектом исследования является ранее спроектированная и рассмотренная в работе [17] купольная конструкция покрытия с высотой подъема верхнего полюса 2.4 м и диаметром опорного кольца 11.35 м (рис. 1). Геометрия купола построена в среде программы Revit из сферы диаметром 16 м. Геометрическая решетка сетчатого купола назначена в виде фактальных шестигранников. Подробно с особенностями проектирования и геометрическими параметрами рассматриваемого купола можно познакомиться в работе [17]. Купольной конструкции назначены геометрические граничные условия (отличные от работы [17]) с ограничением линейных перемещений в десяти узлах расчетной схемы, согласно рис. 2, а. Статический линейный расчет стержневой модели купола на совместное действие собственного веса и симметричной снеговой нагрузки выполнен в вычислительном комплексе (БК) SCAD Office методом конечных элементов (МКЭ). Собственный вес купольной конструкции учтен по назначенным профилям (см. табл. 1) с помощью функции, встроенной в среде SCAD Office. Коэффициент надежности собственного веса для учета ограждающего покрытия в виде ETFE пленки и элементов крепежа назначен 1.1. Снеговая нагрузка собрана для третьего снегового

района (полное расчетное значение нагрузки, прикладываемой непосредственно на стержневые элементы купола в равномерно распределенном виде), постоянная (усредненная) погонная интенсивность $q=2.207$ кН/м (рис. 2, б); на стержни опорного кольца прикладывается снеговая нагрузка по величине интенсивности меньше в два раза, по сравнению с ранее указанной.

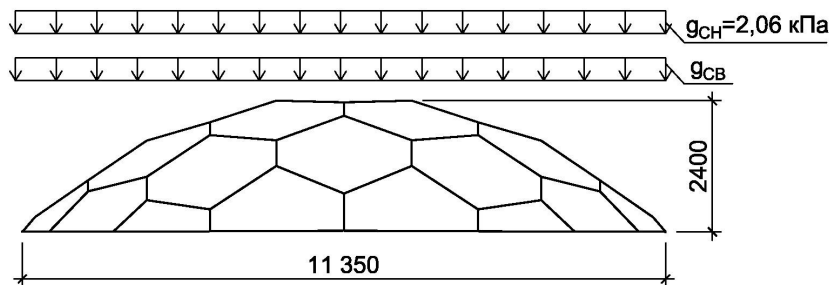


Рис. 1. Вид спереди расчетной модели купола

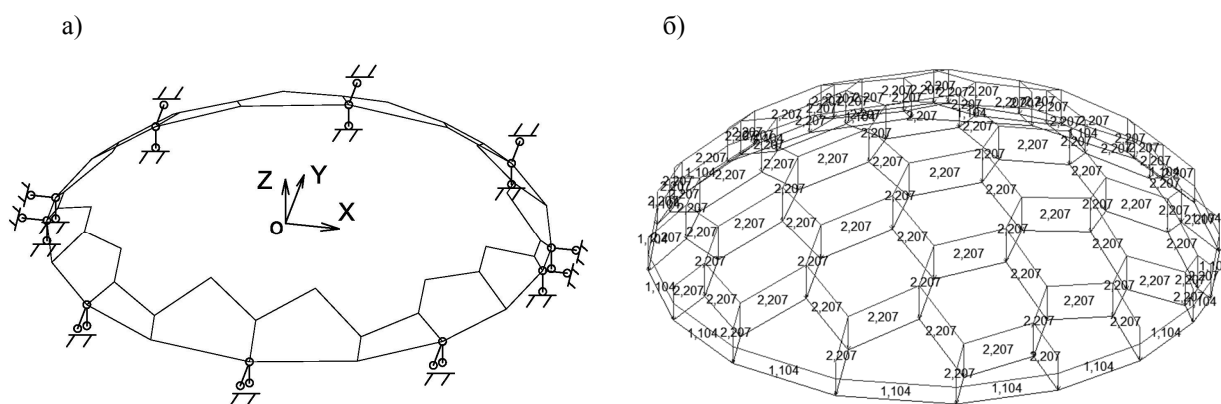


Рис. 2. Общий вид расчетной модели купола:

а) условия закрепления купола; б) нагружение симметричной снеговой нагрузкой

По результатам первой итерации статического расчета подобраны поперечные сечения (см. табл. 1). Далее повторно назначены поперечные сечения стержневых элементов и выполнен перерасчет внутренних усилий.

Таблица 1

Поперечные сечения элементов купола

Элемент	Поперечное сечение
Опорное кольцо	I 25Ш1 (С255Б)
Элементы решетки	O 63x3 (С255)

На устойчивость состояния равновесия (УСР) рассчитаны шесть расчетных схем: исходная первичная схема, схема с удалением одного опорного стержня (рис. 3, а), схема с удалением одного стержня решетки из средней части меридиональной плоскости (рис. 3, б), схема с удалением участка из двух стержней опорного кольца (рис. 3, в), схема с комбинированным (подобранным) сочетанием трех удаленных стержней (рис. 3, г), схема с пятью удаленными опорными стержнями (рис. 3, д).

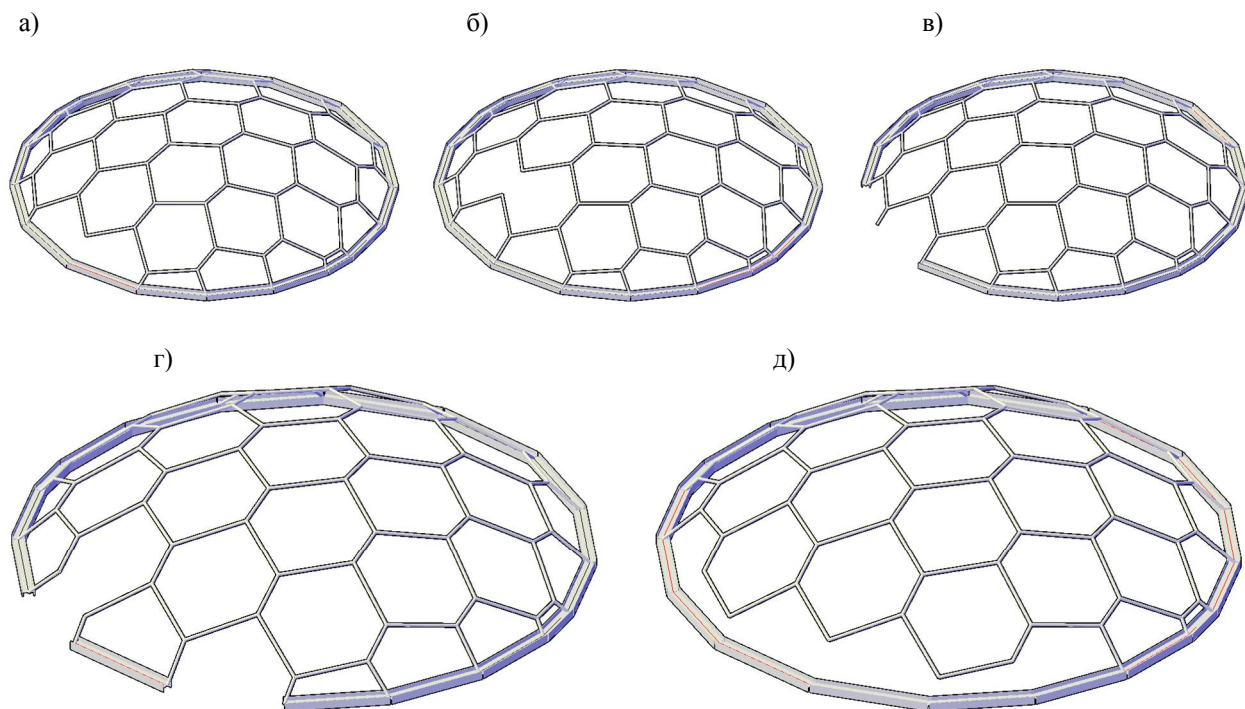


Рис. 3. Общий вид вторичных моделей купола:

- а) модель с удаленным опорным стержнем; б) модель с удаленным стержнем решетки;
- в) модель с удаленным участком опорного кольца; г) модель с тремя удаленными стержнями;
- д) модель с пятью удаленными опорными стержнями

Вторичные расчетные схемы приняты из первичной, с удалением стержневых элементов и добавлением сосредоточенной нагрузки в узлы, равной по величине продольной силе (рис. 4, а) и обратной по знаку в отношении к усилиям, действующим в первичной схеме, в соответствующих удаленных стержнях (рис. 4, б). Прочие силовые факторы к узлам удаленных стержней не прикладывались, так как они имеют значения, на порядок меньшие по величине, чем продольные силы. Хотя кроме сжатия/растяжения стержни купола испытывают изгиб в двух плоскостях. Авторы полагают, что, если мы имеем в виду возможную потерю устойчивости стержня, более корректной является расчетная модель, содержащая разность усилий в момент потери устойчивости и в последующих состояниях равновесия системы, так как в реальных конструкциях отдельные элементы очень редко могут полностью исчезнуть из системы. Но усилия, действующие в деформированных стержнях, определить затруднительно. Модели с тремя комбинированными или с пятью опорными, удаленными стержнями назначены итерационным методом. Итерационный метод заключался в подборе вариантов системы с минимальным числом удаленных стержней, при котором происходит потеря УСР механической системы купола. Но для одной системы поиск выполнен с удалением любых стержней, а для другой - с удалением только опорных. Удаление каждого стержня позволяет обеспечить кинематическую свободу узлам по направлению его оси. Но, если стержень теряет устойчивость, а не ликвидирован полностью, тогда указанная кинематическая свобода есть только в направлении действия напряжений сжатия, а на растяжение стержень может включаться в работу при определенном перестроении силовых потоков в деформированной системе. Как видно из рис. 4 а и 4, в, ряд стержней купола разгружаются при удалении опорного стержня и меняют направление осевого усилия со сжатия на растяжение. Таким образом, иногда мы можем наблюдать не «динамическое догружение», а «динамическое разгружение» некоторых элементов системы. Но дополнительная кинематическая свобода отрицательно сказывается на устойчивости всей рассматриваемой механической системы.

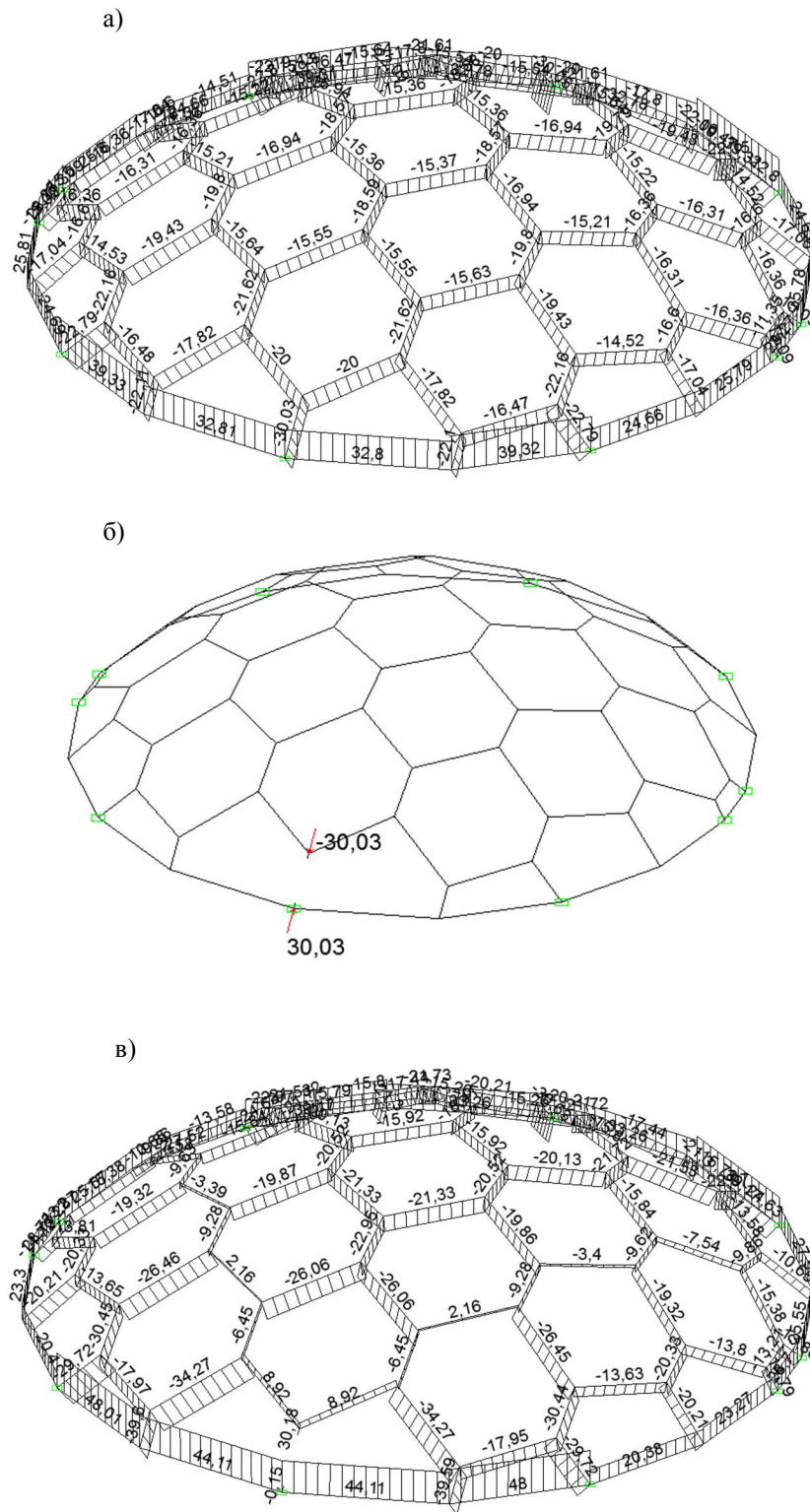


Рис. 4. Общий вид модели купола:

- а) продольные силы в первичной схеме в, кН; б) вторичная схема с удаленным опорным стержнем
- в) продольные силы во вторичной схеме, с удаленным опорным стержнем в, кН

Количественным критерием оценки устойчивости механической системы является значение коэффициента запаса по устойчивости (КЗУ), полученное численным решением в BK SCAD Office. КЗУ численно описывает, во сколько раз необходимо увеличить расчетную

нагрузку по отношению к критической, чтобы произошла потеря устойчивости. Под критической подразумевается нагрузка, при которой начинается быстрое увеличение деформаций и истощение несущей способности конструкции купола. Если значение КЗУ больше единицы, тогда механическая система купола устойчива и имеет запас по устойчивости. Так как в КЭ-модели задается расчетная схема с идеальной геометрией и с поперечными сечениями, перемещающимися как абсолютно жесткий диск, значение критической силы, посчитанное численным методом, можно назвать верхним теоретическим значением. В действительных условиях работы конструкций критическая сила может быть меньше посчитанной при численном решении. Но сравнивая величины КЗУ, мы можем судить об изменениях в устойчивости системы при утрате отдельных частей (стержней). В данной статье вычислены КЗУ шести моделей купола для первых трех форм потери УСП. Первые полученные геометрические формы потери устойчивости купольной системы экспортированы из BK SCAD Office в файл с расширением «dxf». Далее в приложении Advance Steel деформированные модели системы визуализированы (рис. 5) с выдержанными масштабами линейных размеров и поперечных сечений элементов, но без детализации узлов.

2. Результаты и обсуждение

Количественные результаты численного решения задачи устойчивости стержневой механической системы купола представлены в табл. 2. Вычислены КЗУ для первых трех форм потери устойчивости шести расчетных моделей (рис. 5). Значения КЗУ решетчатой стержневой системы без учета неидеальностей и без исключения стержней получены высокими. Механические системы без удаления элементов (рис. 5, а) с удалением одного опорного стержня (рис. 5, б) и одного элемента решетки из средней части меридиональной плоскости купола (рис. 5, в) показывают близкие значения КЗУ. Дополнительная кинематическая свобода в направлении удаленных стержней незначительно снижает КЗУ, по сравнению с устойчивостью модели купола без удаления элементов. Можно сделать вывод, что опорные стержни в купольных конструкциях не имеют такого высокого влияния на надежность механической системы, как например, в плоских фермах. Необходимо отметить существенное снижение значений КЗУ при удалении части опорного кольца (рис. 5, г) между узлами закрепления купола, причем значительное снижение КЗУ наблюдается для первых двух форм потери устойчивости (см. табл. 2, рис. 5, г). Из чего следует вывод, что более частое закрепление узлов опорного кольца способствует увеличению надежности купольной конструкции.

Далее итерационно из различных комбинаций удаления стержней получена наихудшая комбинация без трех стержневых элементов (рис. 5, д): с удалением двух стержней опорного кольца в смежных панелях (через один стержень) и одного нижнего раскоса шестигранника. КЗУ для данной системы получен ниже, чем при удалении пяти опорных стержней (рис. 5, е). Причем указанный вариант выключения трех стержней может быть реализован, если, например, покрытие будет протекать и произойдет ослабление жесткости в смежных панелях опорного кольца по причине коррозии, тогда для потери УСП купола достаточно выключить лишь третий стержень – нижний раскос шестигранника.

Таблица 2

Значения коэффициентов запаса по устойчивости купола

Модель	Коэффициенты запаса по устойчивости		
	1-я форма	2-я форма	3-я форма
см. рис. 5, а	3.52	3.82	4.35
см. рис. 5, б	3.16	3.39	3.50
см. рис. 5, в	3.22	3.41	3.61
см. рис. 5, г	2.63	2.95	3.67
см. рис. 5, д	0.69	2.03	2.75
см. рис. 5, е	0.81	1.12	1.16

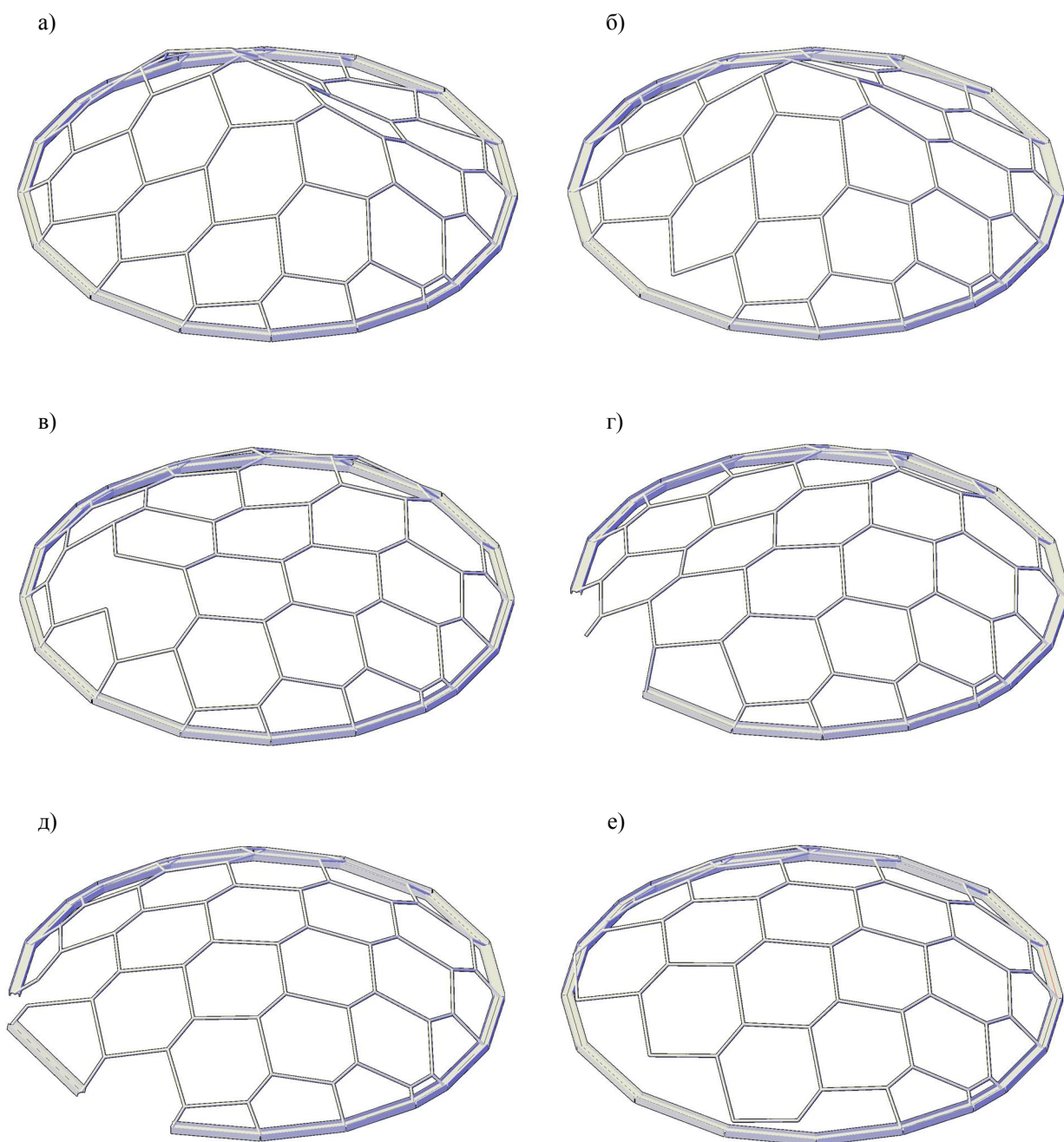


Рис. 5. Общий вид первой геометрической формы потери устойчивости механической системы купола:

- а) первичная модель; б) модель с удаленным опорным стержнем;
- в) модель с удаленным стержнем решетки; г) модель с удаленным участком опорного кольца;
- д) модель с тремя удаленными стержнями; е) модель с пятью удаленными опорными стержнями

Исследования живучести строительных конструкций во многом основываются на решении задач из области устойчивости [20]. Современная практика проектирования предполагает численное решение широкого круга задач строительной механики [21-24], но, несмотря на стремительное развитие прикладных программ, применительно к расчетам устойчивости существуют сложности в поиске точного численного решения [25]. Так, например, во многих ВК заявлена возможность поиска свободных длин элементов системы, но, как правило, численное решение содержит длины полуволн, по которым искривляются оси стержней, а не свободные длины элементов. Возможны совпадения значений длины полуволны и свободной длины элемента, но только для наименее устойчивого элемента рассматриваемой си-

стемы. Прикладывая расчетную нагрузку, различную по величине и направлению, в ВК мы получаем изменения длин полуволн, тогда как свободная длина не зависит от нагрузки (или усилия), а определяется лишь условиями закрепления концов элементов.

Для стальных стержней ферменных конструкций значения коэффициентов свободной длины нормированы в зависимости от типа элемента (элемент решетки, элемент пояса, опорный элемент), и мы теоретически точно можем выполнять инженерные расчеты ферм аналитическим методом. Но для стержней сетчатых купольных конструкций аналогичного нормирования в настоящее время не выполнено. Мы можем рассматривать устойчивость каждого стержня системы в отдельности, но УСР стержня зависит от податливости прочих узлов сложной структурно-компоновочной организации системы купола, а форму потери УСР купола без численного решения предвосхитить затруднительно. Ситуация осложняется тем, что если у стальных ферм решетка имеет вид треугольных замкнутых контуров, то у купольных конструкций она (решетка) может быть образована из треугольников, трапеций, ромбов, шестигранников.

Выводы

На основании изложенных выше материалов статьи можно сделать следующие общие выводы:

1. По результатам численного решения устойчивости рассмотренного в статье стального купола с учетом полной геометрии и с исключением отдельных элементов установлено, что:

а) при выключении отдельных элементов (одного или двух) решетки рассматриваемый стальной купол имеет незначительное уменьшение величин КЗУ в новых формах равновесия системы;

б) происходит существенное снижение КЗУ в первых двух формах потери УСР при удалении из системы элементов участка (из двух стержней) опорного кольца купола;

в) выключение трех стержней при комбинации двух стержней опорного кольца и одного нижнего раскоса является опасным сочетанием и приводит к потере УСР по форме с изменением геометрии всего купола и низким значением КЗУ (0.69);

г) система купола сохраняет УСР при потере до четырех опорных стержней включительно, а при удалении пятого опорного стержня формируется новая форма равновесного состояния системы.

2. В целом рассмотренная в статье купольная конструкция имеет высокую живучесть при удалении отдельных элементов из расчетной модели. Стальной купол с решеткой из шестигранников является перспективной и конкурентоспособной конструктивной формой покрытия с точки зрения соответствия высоким требованиям к живучести конструкции.

Библиографический список

1. Алмазов В.О. Проблемы прогрессирующего разрушения // Строительство и реконструкция. 2014. № 6 (56). С. 3-10.
2. Колчунов В.И., Федорова Н.В. Некоторые проблемы живучести железобетонных конструктивных систем при аварийных воздействиях // Вестник НИЦ «Строительство». 2018. № 1 (16). С. 115-119.
3. Травуш В.И., Федорова Н.В. Расчет параметра живучести рамно-стержневых конструктивных систем // Научный журнал строительства и архитектуры. 2017. № 1 (45). С. 21-28.
4. Сафронов В.С., Доманов Д.И. Исследование изменения динамических параметров разрезных косых пролетных строений мостов при потере контакта крайней балки с опорой // Научный вестник ВГАСУ. Строительство и архитектура. 2014. № 2 (34). С. 105-112.

5. Ефрюшин С.В., Саражинский А.С. Расчетный анализ конструктивных мероприятий по повышению устойчивости каркасного здания к прогрессирующему обрушению // Строительная механика и конструкции. 2018. № 2 (17). С. 97-110.
6. Расчет строительных конструкций на прогрессирующее обрушение: нормативные требования / И.И. Ведяков, П.Г. Еремеев, П.Д. Одесский, Н.А. Попов, Д.В. Соловьев // Промышленное и гражданское строительство. 2019. № 4. С. 16-24.
7. Свентиков А.А. Оценка прогрессирующего разрушения пространственных висячих стержневых покрытий // Строительная механика и расчет сооружений. 2010. № 5 (232). С. 34-38.
8. Improving collapse-resistance performance of steel frame with openings in beam web / B. Meng, J. Hao, W. Zhong, Z. Tan, S. Duan // Structures. Elsevier, 2020. Vol. 27, No. January. P. 2156–2169. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.08.009>
9. . Effects of infilled wall opening on load resisting capacity of RC frames to mitigate progressive collapse risk / K. Qian, D.-Q. Lan, F. Fu, B. Li // Engineering Structures. Elsevier, 2020. Vol. 223, No. July. P. 111196. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111196>
10. Performance of practical beam-to-SHS column connections against progressive collapse / W. Wang, C. Fang, X. Qin, Y. Chen, L. Li // Engineering Structures. Elsevier Ltd, 2016. Vol. 106. P. 332–347. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.10.040>
11. Геммерлинг А.В. Определение расчетных длин колонн многоэтажных зданий // Строительная механика и расчет сооружений. 1974. № 2. С. 64-66.
12. Геммерлинг А.В. Различные формы потери устойчивости рам // Строительная механика и расчет сооружений. 1978. № 6. С. 31-36.
13. Куприянов В.В. Расчет упруго-пластических рам на подвижную нагрузку в упругой и упруго-пластической стадиях // Исследования по строительной механике: сб. ст.; под ред. А.Р. Ржаницына. М., 1962. Вып. V. С. 108-128.
14. Рабинович И.М. К расчету стержневых систем наименьшего веса // Исследования по теории сооружений: сб. ст. М., 1965. Вып. XIV. С. 131-141.
15. Туполев М. С. Тригонометрические параметры схем геодезических и кристаллических куполов // Строительная механика, расчет и конструирование сооружений. 1971. № 3. С. 13-22.
16. Ибрагимов А.М., Попова Н.В. Складной сетчатый купол: постановка задачи и построение поверхности // Промышленное и гражданское строительство. 2018. № 5. С. 18-21.
17. Кузнецов Д.Н. Малый стальной сферический купол с решеткой из шестигранников // Строительная механика и конструкции. 2020. № 3 (26). С. 53-64.
18. Blachut J. Buckling of multilayered metal domes // Thin-Walled Structures. 2009. Vol. 47, No. 12. Pp. 1429–1438. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.07.011>
19. Identification of critical members for progressive collapse analysis of single-layer latticed domes / S. Yan, X. Zhao, K. J. R. Rasmussen, H. Zhang // Engineering Structures. Elsevier, 2019. Vol. 188, No. September 2018. P. 111–120. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.027>
20. Sventikov A.A., Kuznetsov D.N. Numerical study of the effect of the wall thickness of a steel I-beam on the form of loss of local stability // International science conference Far East Con 2019: Materials Science and Engineering. Vol. 753. Chapter 2. 2020. P. 1-6. 032035 DOI: 10.1088/1757-899X/753/3/032035
21. Шитикова М.В., Канду В.В. Численный анализ вынужденных колебаний нелинейных пластинок в вязкоупругой среде при наличии внутреннего резонанса один к одному // Изв. вузов. Сер. Строительство. 2018. № 12 (720). С. 9-22
22. Козлов В.А. Векторная форма метода конечных разностей в задачах теории тонких оболочек // Строительная механика и конструкции. 2019. № 4 (23). С. 34-43.
23. Гриднев С.Ю., Сотникова О.А., Прокшиц Е.Е. Численные исследования влияния параметров тонкостенных купольных оболочек при их оптимизации // Научный журнал строительства и архитектуры. 2020. № 4 (60). С. 11-21.

24. Кузнецов Д.Н., Беляева С.Ю., Сазыкин В.Г. Метод расчета стальных двутавровых балок с учетом частичного защемления в опорном узле // Транспортные сооружения. 2020. № 3. С. 1-19. <https://t-s.today/PDF/09SATS320.pdf> (доступ свободный).
25. Кузнецов Д.Н. Устойчивость состояния равновесия несущих конструкций в составе конечно-элементных систем // Строительная механика и конструкции. 2019. № 4 (23). С. 75-85.

References

1. Almazov V.O. The problems of progressive collapse. Building and reconstruction. Vol. 56. No. 6. 2014. Pp. 3-10.
2. Kolchunov V.I., Fedorova N.V. Current problems of reinforced concrete structural systems survivability at emergency impacts. Bulletin of SRC «Stroitelstvo». Vol. 16. No. 1. 2018. Pp. 115-119.
3. Travush V.I., Fedorova N.V. Survivability parameter calculation for framed structural systems. Russian Journal of Building Construction and Architecture. Vol. 45. No. 1. 2017. Pp. 21-28.
4. Safronov V.S., Domanov D.I. Investigation of dynamic parameters of split skewed bridge spans in case of loss of contact between end beam and its support. Scientific herald of the VGASU. Construction and Architecture. Vol. 34. No. 2. 2014. Pp. 105-112.
5. Efruyushin S.V., Sarazhinsky A.S. Calculation analysis of constructive measures for increasing frame building resistance to progressing collapse. Structural mechanics and structures. Vol. 17. No. 2. 2018. Pp. 97-110.
6. Vedyakov I.I., Ereemeev P.G., Odesskiy P.D., Popov N.A., Solovyev D.V. Regulatory Requirements for the Design of Building Structures for Progressive Collapse. Industrial and Civil Engineering. No. 4. 2019. Pp. 16-24. DOI: 0.33622/0869-7019.2019.04.16-24
7. Sventikov A.A. Evaluation of progressive destruction of spatial hanging rod coverings. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. Vol. 232. No. 5. 2010. Pp. 34-38.
8. Meng B., Hao J., Zhong W., Tan Z., Duan S. Improving collapse-resistance performance of steel frame with openings in beam web. Structures. Elsevier. Vol. 27, No. January. 2020. Pp. 2156–2169. <https://doi.org/10.1016/j.istruc.2020.08.009>
9. Qian K., Lan D.-Q., Fu F., Li B. Effects of infilled wall opening on load resisting capacity of RC frames to mitigate progressive collapse risk. Engineering Structures. Elsevier. Vol. 223. No. July. 2020. P.111196. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2020.111196>
10. Wang W., Fang C., Qin X., Chen Y., Li L. Performance of practical beam-to-SHS column connections against progressive collapse. Engineering Structures. Elsevier. Vol. 106. 2016. Pp. 332–347. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.10.040>
11. Gemmerling A.V. Determination of the calculated column lengths of multi-storey buildings. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. No 2. 1974. Pp. 64-66.
12. Gemmerling A.V. Various forms of frame buckling. Structural Mechanics and Analysis of Constructions. No. 6. 1978. Pp. 31-36.
13. Kupriyanov V.V. Calculation of elastic-plastic frames for a moving load in the elastic and elastic-plastic stages. Research in structural mechanics: collection of articles. Issue V ed. A.R. Rzhaniysyn. Moscow, 1962. Pp. 108-128.
14. Rabinovich I.M. To the calculation of rod systems of the least weight. Research on the theory of structures: collection of articles. Issue XIV. Moscow, 1965. Pp. 131-141.
15. Tupolev M.S., Morozov Yu.A. Trigonometric parameters of geodetic and crystal dome schemes. Construction mechanics, calculation and design. No. 3. 1971. Pp. 13-22.
16. Ibragimov A.M., Popova N.V. Folding Mesh Dome: Statement of the problem and Surface Construction. Industrial and Civil Engineering. No. 5. 2018. Pp. 18-21.
17. Kuznetsov D.N. Small steel spherical dome with hexagon grid. Structural mechanics and structures. Vol. 26. No. 3. 2020. Pp. 53-64.
18. Blachut J. Buckling of multilayered metal domes. Thin-Walled Structures. 2009. Vol. 47. No. 12. Pp. 1429–1438. <https://doi.org/10.1016/j.tws.2009.07.011>

19. Yan S., Zhao X., Rasmussen K.J. R., Zhang H. Identification of critical members for progressive collapse analysis of single-layer latticed domes. *Engineering Structures*. Elsevier. 2019. Vol. 188, No. September 2018. Pp. 111–120. <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.03.027>
20. Sventikov A.A., Kuznetsov D.N. Numerical study of the effect of the wall thickness of a steel I-beam on the form of loss of local stability. *International science conference Far East Con 2019: Materials Science and Engineering*. Vol. 753. Chapter 2. 2020. Pp. 1-6. 032035 DOI: (eng). 10.1088/1757-899X/753/3/032035
21. Shitikova M.V., Kandu V.V. Force driven nonlinear vibrations of a thin plate in one to one internal resonance in a fractional viscoelastic medium. *News of higher educational institutions. Construction*. Vol. 720. No. 12. 2018. Pp. 9-22.
22. Kozlov V.A. Vector form of finite difference method in the problems of thin shell theory. *Structural mechanics and structures*. Vol. 23. No 4. 2019. Pp. 34-43.
23. Gridnev S.Yu., Sotnikova O.A., Prokshits E.E. Numerical studies of the influence of the parameters of thin-shell dome structure on their optimization from the position of spatial stability. *Russian Journal of Building Construction and Architecture*. Vol. 60. No. 4. 2020. Pp. 11-21. DOI: 10.36622/VSTU.2020.60.4.001
24. Kuznetsov D.N., Belyaeva S.Yu., Sazykin V.G. Steel I-joists calculating method with the heel joint partial restraint. *Russian Journal of Transport Engineering*. No. 3(7). 2020. Pp. 1-19. <https://t-s.today/PDF/09SATS320.pdf> DOI: 10.15862/09SATS320
25. Kuznetsov D.N. Stability of the equilibrium state of bearing structures in composition of finite element systems. *Structural mechanics and structures*. Vol. 23. No. 4. 2019. Pp. 75-85.

DURABILITY OF STEEL SPHERICAL DOME WITH LATTICE FROM HEXAGONS

A. A. Sventikov¹, D. N. Kuznetsov²

Voronezh State Technical University ^{1,2}
Russia, Voronezh

¹ Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(473)2715924, e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

² Assistant Professor of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(910)3468912, e-mail: kuznecov82@bk.ru

The article presents a numerical study of the survivability of a steel dome of a coating with a lattice of hexagons, taking into account the shutdown of individual rods during emergency impacts and without taking into account the dynamism coefficients. The geometry of the dome discussed in the article was previously created in the Revit environment. In the computing complex SCAD Office, a linear static calculation and calculation of the stability of the dome structure were performed using the finite element method. Six design schemes are presented, namely: one initial scheme (primary) and five schemes (secondary), taking into account the removal of individual rod elements and groups of elements. Two emergency design situations were obtained iteratively, based on the results of searching for a system: 1) with the lowest survivability without three rods, 2) losing stability with the minimum number of remote support rods. Calculated situations from the joint action of only symmetrical vertical load are considered: constant (dead load), temporary (snow). In the secondary design schemes, along the geometric axis of the remote rods, longitudinal forces of the same magnitude and opposite sign were applied to the nodes of their abutment with respect to the forces acting in the corresponding rods of the primary scheme. For the six indicated schemes, an analysis of the values of the obtained safety factors for the first three forms is carried out, and the geometric view of the first form of buckling is shown. The resulting deformed diagrams from the SCAD Office environment were exported to the Advance Steel application, where their three-dimensional visualization was performed.

According to the results of a numerical study, it is possible to note the high survivability of the considered dome structure of the coating when individual single elements are removed from the mechanical system. The most dangerous of those considered is the identified combination of the sudden (emergency) shutdown of three rods simultaneously. The results of numerical solutions presented in this article can be useful for the development of coating structures with high survivability under emergency impacts. The results presented in the article contribute to the development of a strategy for the design and calculation of dome structures, including the calculation for progressive collapse.

Keywords: numerical study of durability, mesh steel dome, durability of structures, emergency impacts, progressive collapse, stability of rods, calculation for stability.

ПРОЧНОСТЬ СОЕДИНЕНИЙ ЭЛЕМЕНТОВ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 624.014

УСИЛЕНИЕ РАМНЫХ БАЛОК ПРИ РЕКОНСТРУКЦИИ

С. Ю. Беляева¹, П. А. Григорова², А. В. Ляшенко³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹Канд. техн. наук, доцент кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(909)2173110, e-mail: svetboy@yandex.ru

²Магистрант кафедры металлических и деревянных конструкций, тел.: +7(950)7607501, poly.grigорова@yandex.ru

³Студент, тел.: +7(962)3262924, e-mail: sanya.lyashenko.98@mail.ru

Рассматриваются и обобщаются вопросы, связанные с усилением стальных балок перекрытий рамно-связевых каркасов зданий различного назначения. Анализируются наиболее часто используемые решения и действительная работа сварных и болтовых рамных узлов балочных конструкций с точки зрения возможности усиления. Для конкретной практической задачи разбираются варианты усиления балок в условиях значительного увеличения нагрузки. Предлагается конструкция усиления, в том числе и с внесением изменений в сварной жесткий узел, анализируется несущая способность усиливаемых элементов. Приводятся условные схемы распределения усилий в рамном опорном узле и упрощенный способ оценки уровня напряжений в сварных швах, находящихся в сложном напряженном состоянии.

Ключевые слова: двутавровая балка перекрытия, жесткий узел, усиление стальных конструкций, изменение конструктивной схемы, сварные швы, болтовое соединение, ферма.

Введение

Вопросы, связанные с усилением конструкций в ходе перевооружения производства или в результате накопленных при эксплуатации аварийных повреждений, актуальны всегда, так как в большинстве случаев реконструкция существующих предприятий экономически более оправдана, чем возведение новых конструктивных комплексов. При реконструкции необходимо выявить резервы несущей способности элементов и выбрать вариант их усиления, по возможности обеспечивая целостность реализованных и компактность подводимых конструкций. Сложность и стесненность условий, в которых проходит реконструкция, в некоторых случаях не позволяет реализовывать хорошо изученные конструктивные решения усиления элементов [1, 2 - 7], что требует поиска новых или модернизации существующих способов усиления. Между тем анализ причин повреждений, полученных конструкциями зданий и сооружений, дает представление о факторах, формирующих напряженно-деформированное состояние элементов в эксплуатационной стадии, а освещение в специальной литературе практических способов усиления расширяет спектр технических решений, позволяющих повысить несущую способность и надежность существующих конструкций. Таким образом, обмен опытом в области усиления конструкций имеет огромное значение не только для реконструкции, но и для нового проектирования и для развития строительной науки в целом.

В отношении изгибаемых элементов в специальной литературе в основном рассматриваются способы усиления разрезных статически определимых конструкций [2 - 7].

© Беляева С.Ю., Григорова П.А., Ляшенко А.В., 2021

В ранее опубликованной работе [1] авторами рассматривались способы усиления балок с фланцевыми жесткими узлами. Данная статья посвящена проблемам усиления балок со сварными рамными узлами и несколько расширяет вопросы усиления рамных балок с жесткими узлами на болтах.

1. Анализ конструктивных решений рамных узлов. Краткое описание объекта исследования

Большинство каркасов зданий различного функционального назначения выполняется по рамно-связевой схеме с жесткими узлами крепления ригелей к колоннам в плоскости поперечных рам. Рамные узлы должны ограничивать свободный поворот опорного сечения ригеля, обеспечивая передачу на колонны каркаса поперечных, продольных сил и изгибающих моментов.

Рассмотрим наиболее распространенные конструктивные решения сварных и болтовых рамных узлов с учетом возможности их усиления.

Болтовые сопряжения чаще всего проектируются фланцевыми с вутами и без них по серии 2.440-2 (рис.1). В таких узлах поперечная сила передается на опорный столик колонны через торцы фланцев, изгибающий момент и продольная сила - через фланцы и высокопрочные болты на полку и стенку колонны. Несущую способность фланцевого узла определяют условия пластичности фланца, полки и стенки колонны, прочность наиболее растянутых болтов [9, 11], а также конструктивное решение опорной части колонны в пределах узла [8].



Рис. 1. Фланцевый жесткий узел сопряжения колонны с ригелем рамы, выполненный согласно серии 2.440:
а) без вута; б) с вутом

В сварных рамных узлах опорный момент и продольные силы воспринимаются в основном горизонтальными накладками, а поперечная сила – вертикальными планками (рис. 2, а, б). Нижняя сжатая накладка приваривается к полке колонны на заводе стыковым швом, верхняя растянутая - на монтаже швом с полным проваром и подваркой корня шва. Ширина накладки выбирается такой, чтобы обеспечить нижнее положение сварных швов сопряжения накладки с поясом балки. Стенка балки приваривается к полке колонны посредством вертикальных планок. Полка колонны в узле сжата вдоль и растянута поперек проката, вследствие чего необходимо контролировать относительное сужение в пределах опорного узла. Кроме того, существенным недостатком является сложность качественного выполнения верхнего стыкового шва с полным проваром в условиях строительной площадки.

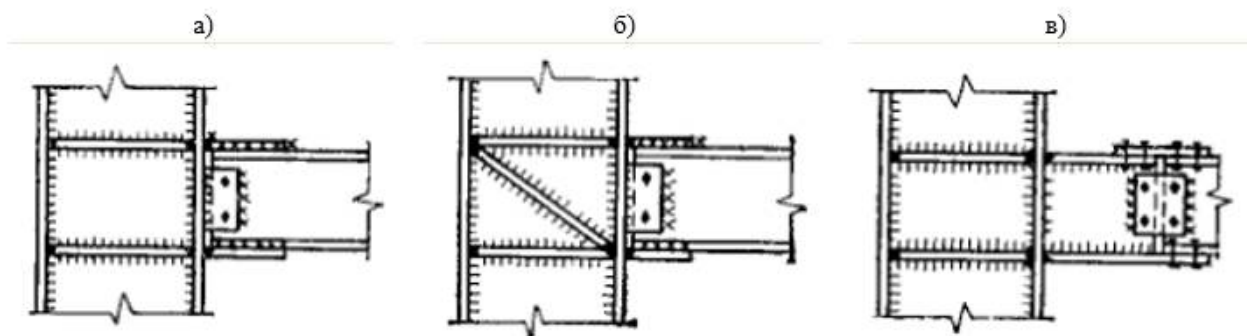


Рис. 2. Жесткое сопряжение балок с колоннами на сварке:

а) на накладках; б) на накладках при постановке в стенке колонны диагонального ребра; в) выносной стык

Разновидностью сварного рамного узла является узел с выносным стыком (рис. 2, б). Болтовой стык, как правило, располагают в точке перелома эпюры моментов и могут решать как фланцевым, так и на накладках. Преимуществом данного конструктивного решения является выполнение ответственных сварных швов, расположенных в зоне действия максимальных узловых усилий, в заводских условиях с надлежащим контролем технологии сварки и качества швов, а более технологичных болтовых соединений – на монтаже. Однако по условиям транспортировки такой узел является более крупногабаритным и, исходя из условий доставки конструкций на стройплощадку, выносной стык не всегда удастся разместить в сечении с нулевым моментом.

Напряженное состояние стенки колонны в пределах узла не зависит от конструктивного решения опорной части балки. Помимо нормальных напряжений в стенке возникают значительные касательные напряжения от момента и поперечной силы в колонне, вследствие чего ее укрепляют ребрами жесткости, размещение которых, как показали численные исследования [8], значительно влияют на несущую способность узла в целом.

Ввиду сложного напряженно-деформированного состояния элементов рамных узлов наиболее рациональным и зачастую единственно технически возможным способом увеличения прочностных показателей балок в ходе реконструкции представляется изменение конструктивной схемы за счет введения элементов, максимально использующих несущую способность существующих конструкций и узловых сопряжений и вместе с тем позволяющих отрегулировать усилия, снижая их значения в опорной части балок и увеличивая в пролете, где относительно проще при необходимости выполнить усиление.

Конструктивное решение сварного рамного узла с вутом и выносным фланцевым стыком (рис. 3) было принято при выполнении проекта реконструкции производственного корпуса в многофункциональный торгово-офисный центр. Многоэтажная разноуровневая надстройка над существующим железобетонным каркасом выполнена по рамно-связевой схеме с обеспечением пространственной жесткости и неизменяемости в поперечном

направлении рамами, в продольном направлении вертикальными связями и горизонтальными дисками железобетонных междуэтажных перекрытий и покрытий по стальному профлисту.



Рис. 3. Принципиальное решение принятого сварного рамного узла с вугом

Изначально в надстроенной части предполагалось размещение офисов и служебных помещений. Однако уже после монтажа каркаса и выполнения перекрытий было принято решение изменить функциональное назначение ряда помещений и устроить на отм.+34,8 м небольшой кинотеатр площадью 486 м² (рис. 4), что повлекло за собой необходимость устройства трибун и стен зрительных залов, опирающихся на существующие конструкции, а также технологических помещений с оборудованием, не предусмотренным ранее выполненным проектом надстройки. Как следствие, не только выросли нагрузки на перекрытие, но и изменилась схема их приложения, что поставило под сомнение обеспечение несущей способности элементов каркаса и надежность их узловых сопряжений.

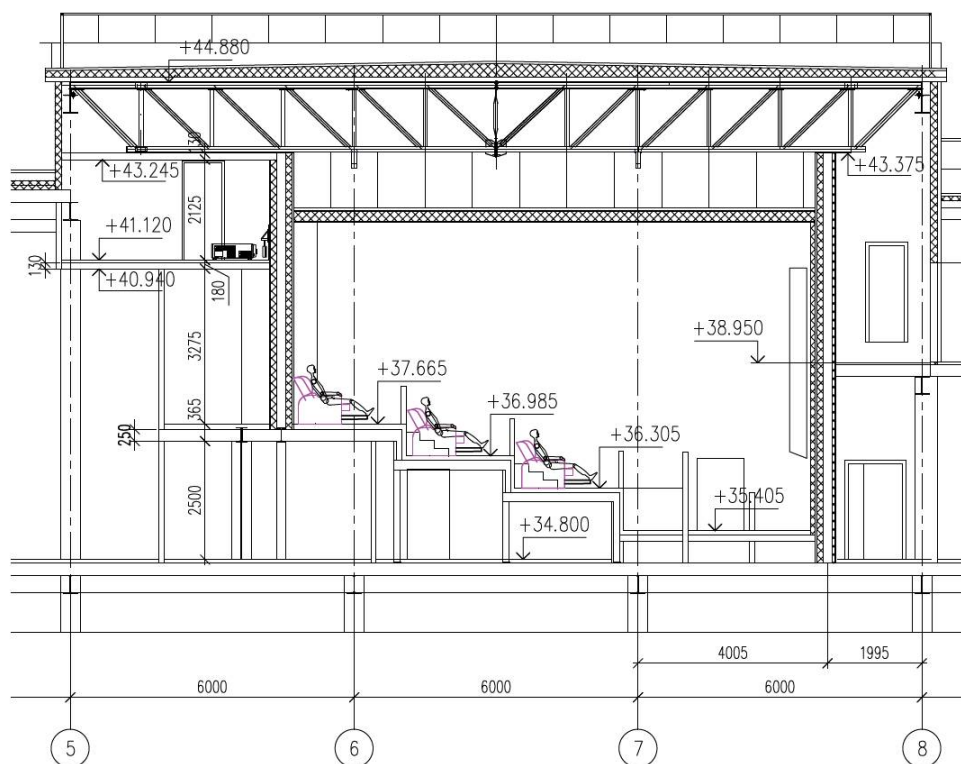


Рис. 4. Изменение функционального назначения надстройки

2. Обоснование выбора конструктивного решения усиления

Для оценки напряженно-деформированного состояния исследуемых балок перекрытия была разработана расчетная схема наиболее нагруженной рамы. Шаг рам в направлении цифровых осей составил 6 м (рис. 4). Собственный вес перекрытий, вес инженерных систем, конструкций зрительного зала, полезная нагрузка определялись по требованиям СП 20.13330.2016 и составили в сумме 1350 кг/м^2 . Кроме того, прикладывались сосредоточенные нагрузки от веса перегородок и трибун (рис. 5, а). Расчет стержневой модели характерной поперечной рамы кинотеатра выполнялся в программном комплексе Лира САПР 2013. Эпюры внутренних усилий, полученных в балках в результате расчета, приведены на рис. 5, б, в.

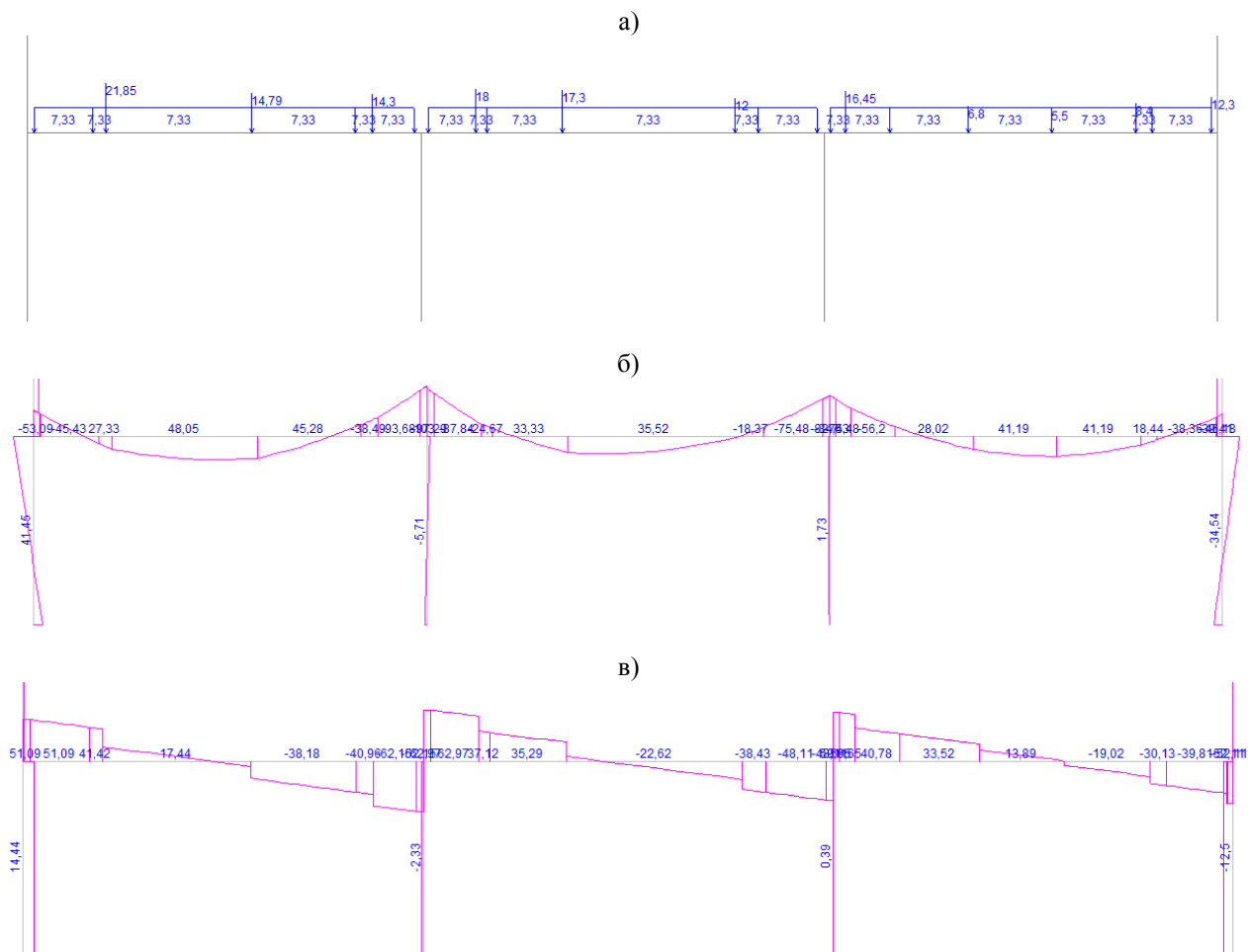


Рис. 5. Схема загрузки перекрытия и эпюры внутренних усилий в балках характерной поперечной рамы кинотеатра:

а) схема загрузки балок перекрытия, т, т/м; б) изгибающие моменты M_y , т*м; в) поперечные силы Q_z , т

Колонны и балки, входящие в состав поперечных рам каркаса, выполнены в виде сварных двутавров из стали класса С255. Сечения рассматриваемых балок перекрытий пролетом 9 м приняты симметричными с размерами стенки $-10x358 (t_w \times h_w)$, поясов $-14x298 \text{ мм} (b_{pt})$. Проверочные расчеты несущей способности показали, что опорные сечения установленных балок в начале вута, а также на самой опоре с включением в расчетное сечение вута не проходили по требованиям прочности СП 16.13330.2016 для изгибаемых элементов. Так, на средних опорах с максимальными изгибающими моментами и

поперечными силами, условия прочности сечения в начале вута не выполнялись с перенапряжениями в 1,3 раза по касательным и в 2 раза по нормальным напряжениям. На крайних опорах в расчетном сечении балки у начала вута касательные напряжения превышали расчетное сопротивление срезу $R_s = 0.58R_y = 13.92 \text{ кН/см}^2$ в 1,1 раза, а нормальные напряжения ниже расчетного сопротивления стали по пределу текучести $R_{y\sigma} = 24 \text{ кН/см}^2$. В наиболее загруженном пролете уровень нормальных напряжений на крайних волокнах сечения в 1,3 раза выше допустимого значения, при этом прогибы балок, составившие 33 мм, укладываются в нормативные требования СП 20.13330.2016.

В реализованном узле весь комплекс усилий с балки на колонну передают стыковые и угловые сварные швы (рис. 6), которые относятся к первой категории согласно СП 53-101-98 и подлежат 100% контролю качества неразрушающими методами. В классической расчётной схеме узла условно считают, что момент и продольные силы передаются через равнопрочные основному металлу стыковые швы поясов балки и вута, а угловые швы сопряжения с полкой колонны работают только на условный срез от поперечной силы. Результаты расчета по данной схеме показали, что напряжения в швах на средней опоре превышали допустимый уровень в 1,9 раза, а с учетом возможности исполнения узла с неполным контролем качества швов, т.е. при расчетном сопротивлении шва $0,85R_y$, - в 2,2 раза; угловые швы обладают достаточной несущей способностью, имея даже более низкие расчетные прочностные характеристики, чем у основного металла.

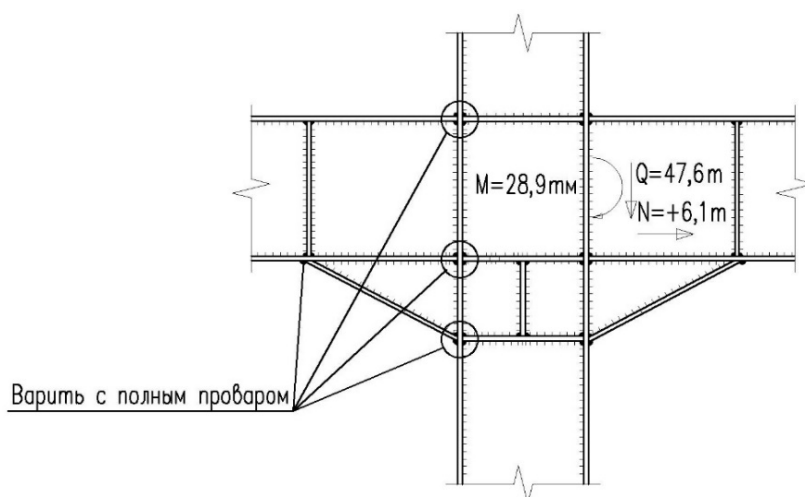


Рис. 6. Рамный узел балки по проекту с расчетными усилиями

Наиболее часто применяемыми в практике реконструкции способами усиления изгибаемых элементов, являются постановка подкосов, выполняющих функции промежуточных опор, и усиление шпренгелями, которые в значительной степени увеличивают жесткость пролетной части рамных балок, что приводит к перераспределению усилий в них [1]. Применение подкосов является наиболее простым и эффективным способом снижения моментов и поперечных сил на опоре, однако в общественных зданиях неприемлемо по эстетическим соображениям. Вариант усиления балок шпренгелями трапецеидального вида с ограниченной по архитектурным требованиям высотой 600 мм (рис. 7, таблица) позволил снизить изгибающий момент на средней опоре на 15%, однако в сложившихся условиях нагружения этого явно недостаточно для выполнения условий прочности как расчетного сечения балки, так и сварных швов ее крепления к полке колонны.

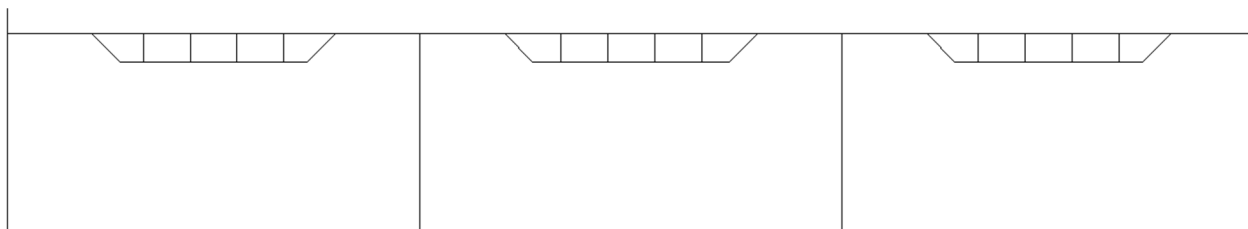


Рис. 7. Схема усиления балок шпренгельными системами

Усилия в опорных узлах рамных балок перекрытия после увеличения нагрузки при различных конструктивных схемах усиления

Вариант усиления	Средняя опора (по осям 6, 7)			Крайняя опора (по осям 5, 8)		
	М, т*м	N, т	Q, т	М, т*м	N, т	Q, т
Без усиления	104,00	13,33	62,97	53,09	13,33	53,09
Шпренгельная система	88,00	10,30	62,88	39,03	11,50	51,45
Ферма усиления	46,00	77,00	40,00	12,70	15,5	11,54

В результате поиска решения окончательный вариант усиления был принят в виде фермы, верхним поясом которой служит существующая балка перекрытия (рис. 8), преобразованная из преимущественно изгибаемого во внецентренно-растянутый элемент в приопорной зоне (таблица) или сжато-изгибаемый в пролете, что позволило обеспечить требуемую прочность, а устойчивость при незначительной расчетной длине не определяла несущую способность двутавра. Минимально возможная габаритная высота конструкции усиления 600 мм определила уровень напряженно-деформированного состояния всей конструкции в целом и ее узлов. Решение конструкции усиления в виде фермы, как будет показано ниже, дало возможность существенно уменьшить напряжения в реализованном жестком узле сопряжения балки с колонной.

3. Методика прочностного анализа предлагаемого варианта усиления

Переход к ферменной конструкции обуславливает необходимость раскрепления верхнего и нижнего поясов фермы в боковом направлении. И если верхний пояс усиливаемой балки имеет детали сопряжения с железобетонной плитой перекрытия, то для раскрепления нижнего пояса понадобилась постановка вертикальных связей, которые подводились к диску перекрытия (рис. 9, разрез 1-1). Несущая способность выносного стыка на болтах М36 класса 8.8 по результатам расчета на увеличившиеся в сравнении с проектными продольные силы и моменты оказалась достаточной.

Подбор сечений элементов усиления из парных уголков, составленных тавром, а также расчет сварных швов их крепления к узловым фасонкам выполняется на расчетные усилия по требованиям СП 16.13330.2017 и не вызывает затруднений.

При выполнении проекта усиления основная задача состоит в обеспечении несущей способности опорных сечений, в которых возникают наиболее значительные усилия. При изменившихся в сравнении с исходными соотношениями изгибающих моментов, продольных и поперечных сил (табл.1) прочность расчетных сечений, усиленных вутом, по нормальным и касательным напряжениям выполнена как на средней, так и на крайней опоре. Наименьшие недонапряжения при расчете прочности по приведенным напряжениям составили 11% на промежуточной опоре по оси Б.

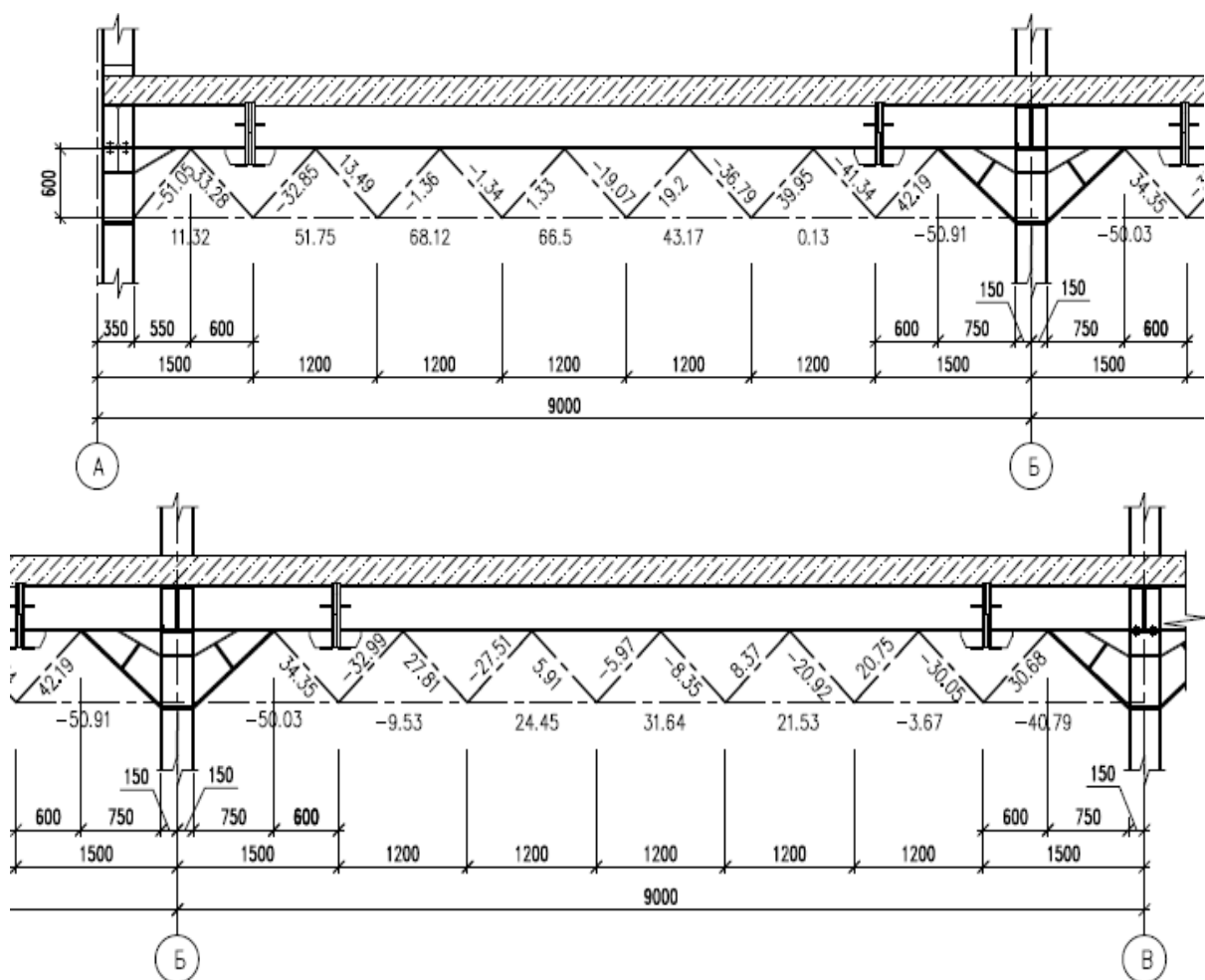


Рис. 8. Распределение продольных усилий в элементах ферм усиления, т

Однако наиболее слабым и ответственным местом рамного узла являются узловые сварные швы, имеющие, как было сказано выше, пониженные расчетные сопротивления в сравнении с основным металлом. Принятые конструктивные решения узлов со схемами приложения действующих усилий приведены на рис. 9, 10. При расчете швов расчетное сечение можно представить в виде составного двутавра с промежуточным поясом на уровне нижней полки балки и нижним поясом в уровне низа вута, а размеры полок и стенки двутавра соответствуют расчетным катетам и длинам сварных швов.

Расчет швов узла на крайней опоре сводится к двум задачам:

- расчет существующих угловых и стыковых швов с полным проваром на усилия, возникающие в рамном узле верхнего пояса фермы (таблица). Принята следующая схема распределения усилий между швами: узловой момент раскладывается на две силы с плечом внутренней пары, равной расстоянию между осями верхнего пояса балки и пояса вута, продольная сила воспринимается поясами существующей балки, поперечная - вертикальными угловыми швами;

- расчет новых швов крепления узловой фасонки в уровне нижнего пояса фермы усиления к полке колонны Ш1 (рис. 9). Эти швы должны воспринять горизонтальную силу в уровне нижнего пояса N_n и горизонтальную $N_{нг}$ составляющую усилия в опорном раскосе, внецентренно приложенные к середине шва, а также вертикальную составляющую усилия в раскосе $N_{рс}$. Под действием этих усилий швы работают на изгиб и на срез в двух направлениях и должны рассчитываться на равнодействующее напряжение:

$$\sqrt{(\sigma_{N_{\text{пр}}} + \sigma_{M_{\text{H}}} + \sigma_{M_{\text{пр}}} + \sigma_{N_{\text{H}}})^2 + \tau_{N_{\text{рв}}}^2} \leq R_{wf(z)} \gamma_{wf(z)} \gamma_c, \quad (1)$$

где $\sigma_{N_{\text{пр}}}$, $\sigma_{M_{\text{пр}}}$, $\sigma_{M_{\text{H}}}$, $\sigma_{N_{\text{H}}}$ – напряжения в сварном шве от горизонтальных сил и изгибающих моментов, учитывающих внецентренное приложение данных сил по отношению к середине шва;

$\tau_{N_{\text{рв}}}$ – напряжения в сварном шве от вертикальной составляющей усилия в опорном раскосе;

$R_{wf(z)} \gamma_{wf(z)} \gamma_c$ – расчетное сопротивление металла углового сварного шва или границы сплавления с учетом коэффициентов условий работы, определяемые по СП 16.13330.2017.

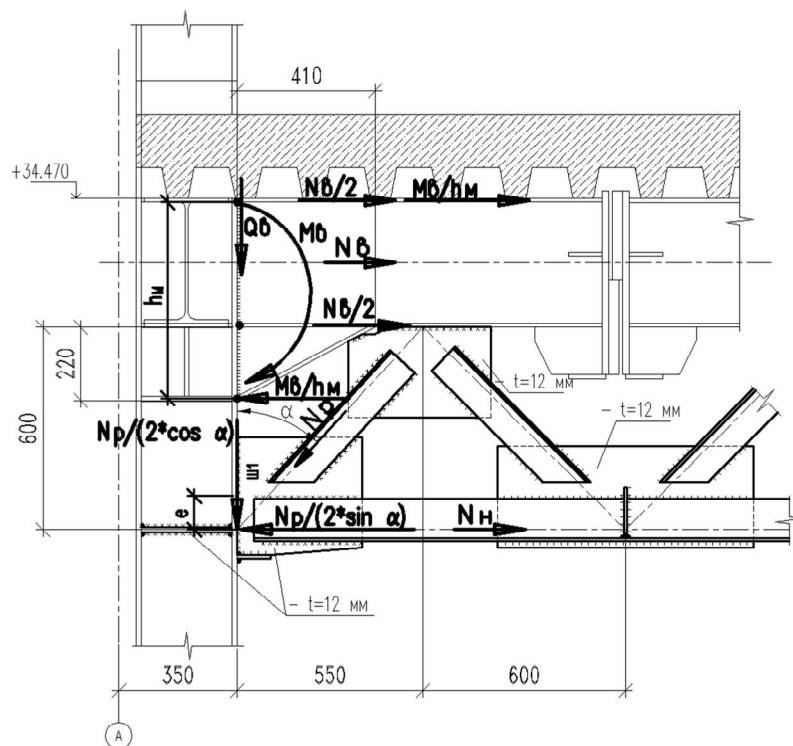


Рис. 9. Схема распределения усилий в сварных швах крайнего узла после усиления

Расчет швов среднего опорного узла с учетом вышеизложенной схемы распределения усилий показал, что напряжения растяжения в существующем стыковом шве в уровне верхнего пояса балки Ш1 (рис. 10) превышает расчетное сопротивление шва $0,85R_y$. Для уменьшения усилий, передающихся на шов от узлового момента, требуется увеличение плеча внутренней пары сил. В результате опорный раскос был заменен конструкцией усиления таврового сечения, привариваемой к существующему вуту. При этом с некоторым запасом можно считать, что усилие раскоса на сварные швы передают только полки вутов. В расчете узла условно принято, что на вертикальную и горизонтальную составляющие усилия в раскосе работают существующий шов Ш3, выполненный с полным проваром, и нижние угловые швы Ш4. Напряжения в швах определяются по аналогии с условием (1). Наибольшее равнодействующее напряжение (с недонапряжениями 14%) получено в нижнем шве Ш4, поскольку помимо части усилия от раскоса шов воспринимает усилия, приходящиеся от нижнего пояса фермы и пары сил, на которые разложен узловой момент. Наименее нагружен шов Ш2, работающий только на продольное растягивающее усилие в

поясе балки. Опорная реакция балки передается на заводские вертикальные угловые швы, как и при расчете крайнего узла.

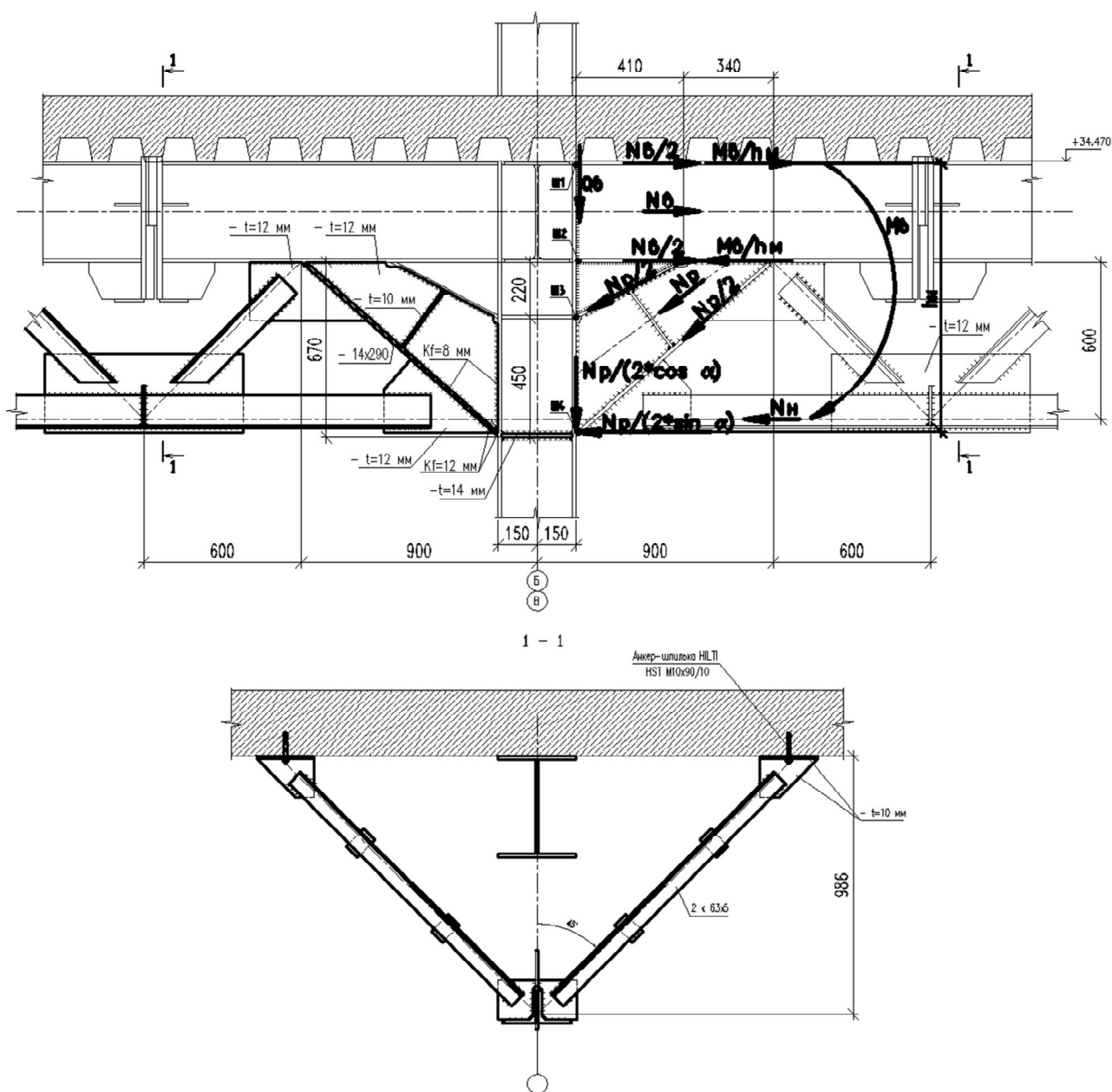


Рис. 10. Схема распределения усилий в сварных швах среднего узла после усиления

Принятый подход обеспечивает некоторый запас несущей способности узла, поскольку не учитывает вклад угловых швов на стенке таврового усиления в восприятие узловых усилий, однако позволяет упростить расчет швов, находящихся в сложном напряженном состоянии. Более явную картину распределения напряжений может дать численное моделирование узла в расчетных программных комплексах, реализующих метод конечных элементов. Результаты расчетов позволили оценить несущую способность существующих швов, которая оказалась в допустимых нормах пределах, а также подобрать параметры швов, выполняемых при усилении. Ответственные швы усиления необходимо выполнять полуавтоматической сваркой с применением неразрушающих методов контроля качества.

Следует отметить, что увеличение допустимой высоты усиления приведет к снижению катетов и напряжений в швах, а также позволит избежать усиления вута. При значительном увеличении нагрузки разработанная схема усиления крайнего узла, не предусматривающая развития высоты вута, применима не только для сварных жестких узлов, но и для фланцевых.

Стенку колонны в пределах узла достаточно укреплять только поперечными ребрами, так как при приведенном способе усиления значительно увеличивается высота рабочей зоны стенки, а следовательно, ее сопротивление сдвигу [8].

Выводы

1. Ввиду сложного напряженно-деформированного состояния элементов жестких узлов одним из наиболее рациональных способов повышения прочностных показателей рамных балок в ходе реконструкции является изменение их конструктивной схемы за счет введения элементов, максимально использующих несущую способность существующих конструкций и узловых сопряжений и вместе с тем позволяющих отрегулировать усилия в изгибаемом элементе с целью снижения их значений в наиболее нагруженной опорной части.

2. Предложенный вариант усиления путем преобразования рамной балки в ферменную конструкцию значительно изменяет напряженно-деформированное состояние усиливаемого элемента, разгружает детали опорных узлов и может быть рекомендован в случае значительного увеличения нагрузки на перекрытие или при ужесточении в ходе перевооружения требований по ограничению прогибов балок.

3. Предложенный способ позволяет выполнить усиление ригелей многопролетных рам как со сварными, так и с фланцевыми жесткими узлами, практически без изменения существующих конструкций. В случае узлов на высокопрочных болтах реализация приведенного решения возможна, если крепление нижнего пояса фермы усиления будет выполнено ниже деталей фланцевого узла.

4. Приведенный подход к расчету рамного узла позволяет достаточно просто, с использованием известных зависимостей, оценить уровень напряжений в сварных узловых швах, находящихся в сложном напряженном состоянии. Действительный характер распределения напряжений может дать численное моделирование узла в расчетных программных комплексах с использованием плоских оболочечных конечных элементов. Однако вследствие высокой трудоемкости и значительных временных затратах численное моделирование узлов не всегда реализуемо в практике проектирования.

Библиографический список

1. Беляева С. Ю., Кузнецов Д. Н., Сазыкин В. Г. Выбор конструктивного решения усиления стальных балок покрытия // Строительная механика и конструкции. 2018. № 3. С. 73-80.
2. Бельский М.Р. Усиление металлических конструкций под нагрузкой. Киев: Будивельник, 1975. 120 с.
3. Беляев Б.И., Корниенко В.С. Причины аварий стальных конструкций и способы их устранения. М.: Стройиздат, 1968. 206 с.
4. Валь В.Н., Горохов Е.В., Уваров Б.Ю. Усиление стальных каркасов одноэтажных производственных зданий при их реконструкции. М.: Стройиздат, 1987. 220 с.
5. Ребров И.С. Усиление стержневых металлических конструкций: проектирование и расчет. Л.: Стройиздат. Ленингр. отд-ние, 1988. 228 с.

6. РСН 342-86. Технология усиления строительных конструкций на реконструируемых предприятиях. Киев, 1987. 182 с.
7. Топчий В.Д., Гребенник Р.А., Клименко В.Г. Реконструкция промышленных предприятий; под ред. В.Д. Топчия, Р.А. Гребенника. М.: Стройиздат, 1990. 591 с.
8. Беляева С. Ю., Ляшенко А.В. Проектирование рамных узлов в случае разной высоты примыкающих к колонне балок // Строительная механика и конструкции. 2020. № 4 (27). С. 62-73.
9. Серия 2.440-2. Вып.7. Болтовые фланцевые рамные соединения балок с колоннами стальных каркасов зданий и сооружений. М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1989. 83 с.
10. Криксунов Э.З., Перельмутер А.В., Юрченко В.В. Проектирование фланцевых соединений рамных узлов // Промышленное и гражданское строительство. 2010. № 2. С. 33-37.
11. Рекомендации по расчету, проектированию, изготовлению и монтажу фланцевых соединений стальных строительных конструкций. М: СО Стальмонтаж, ВНИПИ Промстальконструкция; ЦНИИПСК им.Мельникова, 1988. 83 с.

References

1. Belyaeva S.Yu., Kuznetsov D.N., Sazykin V.G. The choice of a constructive solution for reinforcing steel beams of the coating. Structural Mechanics and Constructions. No. 3. 2018. Pp. 73-80.
2. Belsky M.R. Strengthening metal structures under load. Kiev: Budivelnik, 1975. 120 p.
3. Belyaev B.I., Kornienko V.S. Causes of accidents in steel structures and ways to eliminate them. Moscow: Stroyizdat, 1968. 206 p.
4. Val V.N., Gorokhov E.V., Uvarov B.Yu. Strengthening the steel frames of one-story industrial buildings during their reconstruction. Moscow: Stroyizdat, 1987. 220 p.
5. Rebrov I.S. Reinforcement of steel bar structures: design and calculation. Leningrad: Stroyizdat, 1988. 228 p.
6. RSN 342-86. Strengthening technology of building structures at reconstructed enterprises. Kiev, 1987. 182 p.
7. Topchiy V.D., Grebennik R.A., Klimenko V.G. Reconstruction of industrial enterprises. Moscow: Stroyizdat, 1990. 591 p.
8. Belyaeva S. Yu., Lyashenko A.V. Design of frame joints in the case of different heights of beams adjacent to the column. Structural Mechanics and Structures. No. 4. 2020. Pp. 62-73.
9. Series 2.440-2. Issue 7. Bolted flange frame joints of beams with columns of steel frames of buildings and structures. Moscow: TsITP Gosstroy USSR, 1989. 83 p.
10. Kriksunov E.Z., Perelmuter A.V., Yurchenko V.V. Design of flange connections of frame units. Industrial and civil construction. No. 2. 2010. Pp. 33-37.
11. Recommendations for the calculation, design, manufacture and installation of flange connections of steel building structures. M: SO Stal'montazh, VNIPI Promstalkonstruktsiya, TsNIIPSK named after Melnikov, 1988. 83 p.

REINFORCEMENT OF FRAME BEAMS DURING RECONSTRUCTION

S. Yu. Belyaeva¹, P. A. Grigorova², A. V. Lyashenko³

Voronezh State Technical University^{1,2,3}
Russia, Voronezh

¹ PhD of Tech. Sciences, Associate Professor of Department of Metal and Wooden Structures,
Tel.: + 7(909)2173110, e-mail: svetboy@yandex.ru

² MA Student of the Department of Metal and Wooden Structures, Tel.: +7(950)7607501,
poly.grigorova@yandex.ru

³ Student, Tel.: +7(962)3262924, e-mail: sanya.lyashenko.98@mail.ru

The article considers and summarizes the issues related to the reinforcement of steel beams of ceilings of frame-braced frames of buildings for various purposes. The most frequently used solutions and the actual operation of welded and bolted frame joints of beam structures are analyzed from the point of view of the possibility of reinforcement. For a specific practical task, options for strengthening the beams under conditions of a significant increase in load are analyzed. A reinforcement design is proposed, including changes to the welded rigid assembly, the bearing capacity of the reinforced elements is analyzed. Conditional schemes of distribution of forces in a frame support unit and a simplified method for assessing the level of stresses in welded joints in a complex stressed state is given.

Keywords: I-beam, rigid assembly, reinforcement of steel structures, structural change, welds, bolted connection, truss.

К СТОЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ПРОФЕССОРА Н.М. КИРСАНОВА

А. А. Свентиков

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

Д-р техн. наук, профессор кафедры металлических и деревянных конструкций,
тел.: +7(473)2715924, e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

В 2020 году исполнилось 100 лет со дня рождения выдающегося ученого и педагога в области проектирования строительных металлических конструкций профессора Н.М. Кирсанова.

Николай Михайлович Кирсанов родился 15 июня 1920 года в г. Москве. В 1938 г. после окончания средней школы он поступил в Московский инженерно-строительный институт им. В.В. Куйбышева. В самом начале войны Николай Михайлович ушел добровольцем на фронт как боец саперной роты народного ополчения. В августе 1941 г. он был направлен слушателем ускоренных курсов Военно-инженерной академии, после окончания которой был направлен на Западный фронт на должность командира саперного взвода. В сентябре 1943 года в бою под г. Рославль Смоленской области Н.М. Кирсанов получил тяжелое ранение, которое не позволило ему вернуться в строй. После длительного лечения в мае 1944 года Николай Михайлович демобилизовался и вернулся в МИСИ для завершения обучения.



Рис. 1. Доктор технических наук, профессор Кирсанов Николай Михайлович (1920-1999 гг.)

В октябре 1946 года Н.М. Кирсанов получает диплом с отличием по специальности «Промышленное и гражданское строительство», после чего Николай Михайлович поступает в аспирантуру к член-корреспонденту Академии наук СССР основоположнику советской школы в области металлических конструкций Николаю Станиславовичу Стрелецкому. Именно в годы прохождения аспирантуры сформировалось основное направление научной деятельности Н.М. Кирсанова - висячие конструкции. В 1951 году Николай Михайлович в МИСИ блестяще защищает диссертацию «Анализ работы висячих мостов малых и средних пролетов» на соискание ученой степени кандидата технических наук.

После окончания аспирантуры Николай Михайлович Кирсанов в августе 1950 г. был направлен на педагогическую работу в Воронежский инженерно-строительный институт, с которым была связана вся его дальнейшая жизнь.

В 1954 г. решением ВАК СССР Н.М. Кирсанову присвоено ученое звание доцента. В сентябре 1954 года Н.М. Кирсанов по конкурсу избирается на должность заведующего кафедрой стальных и деревянных конструкций. Впоследствии в 1960 году из неё была выделена кафедра металлических конструкций, которой Николай Михайлович руководил вплоть до 1992 года.

Н.М. Кирсанов проводил большую педагогическую и методическую работу. Им были разработаны общий и специальный курсы по металлическим конструкциям. По его инициативе в институте была открыта и успешно функционировала на строительном факультете специализация «Металлические конструкции».



Рис. 2. Кафедра «Металлические конструкции» ВИСИ, под руководством профессора Н.М. Кирсанова (в центре)

В 1974 г. Николай Михайлович Кирсанов в совете МИСИ защитил докторскую диссертацию на тему «Исследование способов увеличения жесткости висячих комбинированных систем». В 1977 г. Н.М. Кирсанову присвоено ученое звание профессора по кафедре металлических конструкций.

Николай Михайлович Кирсанов являлся известным ученым в области строительных конструкций: был членом рабочей комиссии по пространственным конструкциям национального комитета международной организации ИАСС, председателем отделения

ЦЧР по пространственным конструкциям, членом головного совета Минвуза РСФСР, членом специализированного совета по защите диссертаций при ВИСИ.

Н.М. Кирсанов - автор многих монографий и учебных пособий. Важнейшие из них: «Висячие системы повышенной жесткости» (М.: Стройиздат, 1973 г.), «Висячие и вантовые конструкции» (М.: Стройиздат, 1982 г.), «Висячие покрытия производственных зданий» (М.: Стройиздат, 1990 г.). Под руководством Николая Михайловича в ВИСИ много лет издавался сборник научных трудов, посвященный металлическим конструкциям.

При участии Н.М. Кирсанова и благодаря его методикам был спроектирован и построен ряд сооружений с использованием висячих конструкций, в том числе: висячий мост вблизи г. Кривой Рог пролетом 130 м и мост через р. Печера пролетом 80 м; газопроводный переход пролетом 200 м. Также он принимал участие по заданию Госстроя СССР в разработке «Руководства по проектированию висячих конструкций».



Рис. 3. Монографии профессора Н.М. Кирсанова



Рис. 4. Изобретения Н.М. Кирсанова и его учеников

Николаем Михайловичем Кирсановым на кафедре металлических конструкций ВИСИ была создана научная школа по висячим конструкциям, которая неоднократно упоминается в учебниках по металлическим конструкциям. Под руководством Н.М. Кирсанова защитили свои диссертации несколько десятков ученых.

Особое место в исследованиях научной школы Н.М. Кирсанова занимают висячие комбинированные конструкции покрытий зданий и сооружений. Б.К. Немчинов рассмотрел вопросы проектирования висячих конструкций с использованием нитей конечной жесткости. В.Ф. Никофоровым и Л.А. Луневым изучены процессы нелинейного деформирования висячих комбинированных конструкций применительно к плоскостным строительным системам, а также предложены аналитические критерии оценки их прогибов. С.Н. Колодежновым и И.П. Сигаевым рассмотрены вопросы использования плоских висячих поперечников в составе пространственных перекрестно-стержневых каркасах зданий. Отметим, что данные работы были первыми в направлении изучения пространственных висячих конструктивных систем покрытий зданий. Н.И. Уваровым рассмотрен каркас здания с мембранным цилиндрическим покрытием, подкрепленным через подвески системой балок жесткости. А.С. Щеглов исследовал использование в качестве основной несущей конструкции систему перекрестных нитей, так называемую висячую сетчатую конструкцию. Р.М. Гарифулин рассмотрел создание так называемых висячих структур, создаваемых с использованием двояко-наклонных подвесок. С.Н. Николаев и А.А. Свентиков исследовали различные способы стабилизации многопролетных висячих комбинированных покрытий. В.Ф. Бахтин изучил пространственное покрытие с использованием двояко-наклонных вант.

Некоторые из учеников Николая Михайловича впоследствии создали свои научные школы в других городах страны: В.Ф. Никифоров (г. Ярославль); Г.А. Нехаев (г. Тула); Л.А. Лунев (г. Грозный, г. Старый Оскол); М.А. Жандаров (г. Вятка). Также двое аспирантов Н.М. Кирсанова успешно защитили докторские диссертации: Л.А. Лунев (2001 г.), А.А. Свентиков (2014 г.)

Выдающиеся заслуги Н.М. Кирсанова отмечены многими правительственными наградами: орденом Отечественной войны I-й степени, орденом «Знак Почета», медалью «За отвагу», медалью «За победу над Германией в Великой Отечественной войне», медалью «Двадцать лет Победы в Великой Отечественной войне 1941-1945 гг.», медалью «100 лет со дня рождения В.И. Ленина», знаком «Изобретатель СССР».

Умер Николай Михайлович Кирсанов 11 апреля 1999 г. Решением ученого совета вуза лаборатории металлических конструкций присвоено имя Н.М. Кирсанова

В настоящее время на кафедре металлических и деревянных конструкций ВГТУ, преемнице кафедры металлических конструкций ВИСИ-ВГАСА-ВГАСУ, продолжают работы по созданию новых эффективных висячих и вантовых конструктивных систем, а также исследованию их действительной работы на различных стадиях функционирования сооружения.

Сборники научных трудов, изданные на кафедре «Металлические конструкции» ВИСИ под редактированием профессора Н.М. Кирсанова:

- Вопросы проектирования висячих и вантовых конструкций, 1971 г.
- Вопросы проектирования висячих комбинированных конструкций, 1972-1973 гг.
- Вопросы проектирования висячих комбинированных конструкций, 1975 -1976 гг.
- Исследование несущих элементов висячих конструкций, 1978-1980 гг.
- Исследование висячих конструкций покрытий и мостов, 1982-1983 гг.
- Висячие комбинированные конструкции, 1984 г.
- Висячие покрытия и мосты, 1986 г.
- Висячие конструкции покрытий и мостов, 1988 г.
- Исследование висячих конструкций, 1989 г.
- Сооружения с висячими несущими элементами, 1991 г.

ПРАВИЛА ОФОРМЛЕНИЯ СТАТЕЙ

1. К рассмотрению принимаются научные статьи общим объемом от 8 до 16 страниц. Материал статьи следует представить в редакцию в электронном и печатном виде.

2. Формат страницы – А4. Поля: верхнее – 2, нижнее – 3, правое и левое – 2 см.

Шрифт текста – Times New Roman с одинарным интервалом. Размер шрифта основного текста – 12 пт. Аннотация, ключевые слова, подрисуночные подписи, информация об авторах – 10 пт. Абзацный отступ – 1,25 см.

3. Структура статьи:

3.1. УДК (приводится в левом верхнем углу);

3.2. Название статьи (шрифт – 12 пт., жирный);

3.3. Имя, отчество, фамилия автора (-ов);

3.4. Сведения об авторе(-ах): ученая степень, ученое звание, занимаемая должность, место работы, город, контактная информация;

3.5. Аннотация (основная информация о статье и полученных результатах исследования; требуемый объем аннотации – от 100 до 250 слов);

3.6. Ключевые слова (основные понятия, рассматриваемые в статье);

3.7. Текст статьи;

3.8. Библиографический список (на русском и английском языках);

3.9. Пункты 3.2–3.6 на английском языке. Предлагаемый перевод должен полностью соответствовать тексту на русском языке;

3.10. Сведения о финансировании (если есть).

4. Основной текст статьи должен быть структурирован (введение, постановка задачи, методы исследования, результаты, выводы или заключение и т.п.).

5. Рисунки и таблицы располагаются по мере их упоминания в тексте. Рисунки в виде ксерокопий из книг и журналов, а также плохо отсканированные не принимаются.

6. Ссылки на литературу в статье указываются в квадратных скобках (например, [1]).

Библиографический список приводится в конце статьи (по порядку упоминания в тексте) и оформляется по ГОСТ Р 7.05-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила составления». Самоцитирование не более 30 %.

7. Для публикации статьи необходимо выслать на почтовый адрес редакции внешнюю рецензию. Обращаем внимание авторов на то, что наличие внешней рецензии не отменяет внутреннего рецензирования и не является основанием для принятия решения о публикации.

8. Все представленные в редакцию материалы проверяются в программе «Антиплагиат». Автор несет ответственность за научное содержание статьи и гарантирует оригинальность представляемого материала.

9. Редакция имеет право производить сокращения и редакционные изменения текста рукописи.

ПО ВСЕМ ВОПРОСАМ,
СВЯЗАННЫМ С ПУБЛИКАЦИЕЙ СТАТЕЙ, ОБРАЩАТЬСЯ:

главный редактор – Сафронов Владимир Сергеевич, д-р техн. наук, проф.,
зам. главного редактора – Козлов Владимир Анатольевич, д-р физ.-мат. наук, проф.,
ответственный секретарь – Габриелян Грайр Егисеевич, канд. техн. наук, доцент.

Почтовый адрес редакции: 394006 г. Воронеж, ул. 20-летия Октября, д. 84, ком. 2211.
Тел./факс: +7(473)271-52-30, e-mail: vss22@mail.ru.