

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

Научно-технический журнал

1 (16), 2018

- Строительная механика и сопротивление материалов
- Прикладные задачи механики деформируемого твердого тела
- Механика грунтов
- Расчет и проектирование металлических конструкций
- Расчет и проектирование железобетонных конструкций
- Расчет и проектирование конструкций из полимерных материалов
- Расчет и проектирование мостов и транспортных сооружений
- Расчет и проектирование оснований и фундаментов зданий и сооружений
- Прочность соединений элементов строительных конструкций
- Динамическое воздействие подвижной нагрузки на упругие системы
- Экспериментальные и натурные исследования конструкций и материалов

Воронеж

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

Scientific and Technical Journal

1 (16), 2018

- Structural Mechanics and Strength of materials
- Applied problems of solid body under deformation
- Soil Mechanics
- Calculation and design of metal structures
- Calculation and design of reinforced concrete structures
- Calculation and design from polymeric structures
- Calculation and design of bridges and transport structures
- Calculation and design of buildings and structures bases and foundations of
- Strength of joints of building structure units
- Mobile load dynamic affect on elastic system
- Pilot and field observations of structures and materials

Voronezh

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И КОНСТРУКЦИИ

Научно-технический журнал

Учредитель – Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный технический университет»

Издатель – Строительный факультет Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Воронежский государственный технический университет»

Редакционная коллегия журнала:

Главный редактор: Сафронов В.С., д-р техн. наук, проф.,

Воронежский государственный технический университет

Зам. главного редактора – Ефрюшин С.В., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Ответственный секретарь: Габриелян Г.Е., канд. техн. наук, доцент,

Воронежский государственный технический университет

Члены редколлегии:

Гриднев С.Ю., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Зверев В.В., д-р техн. наук, проф., Липецкий государственный технический университет

Кирсанов М.Н., д-р физ.-мат. наук, проф., Национальный исследовательский университет "МЭИ",
г. Москва

Козлов В.А., д-р физ.-мат. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Колчунов В.И., д-р техн. наук, проф., Юго-Западный государственный университет,
г. Курск

Леденев В.В., д-р техн. наук, проф., Тамбовский государственный технический университет

Нгуен Динь Хоа, канд. техн. наук, Национальный Строительный университет, Ханой, Вьетнам

Нугужинов Ж.С., д-р техн. наук, проф., научно-исследовательский, экспертный и изыскательский
«Казахстанский многопрофильный институт Реконструкции и Развития», Карагандинский государственный технический университет, Казахстан

Овчинников И.Г., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет

Пшеничкина В.А., д-р техн. наук, проф., Волгоградский государственный технический университет

Трещев В.А., д-р техн. наук, проф., Тульский государственный университет

Турищев Л.С., канд. техн. наук, доцент, Полоцкий государственный университет, Белоруссия

Шапиро Д.М., д-р техн. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Шимановский А.О., д-р техн. наук, проф., Белорусский государственный университет транспорта,
Белоруссия

Шитикова М.В., д-р физ.-мат. наук, проф., Воронежский государственный технический университет

Адрес редакции: 394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84, ком. 2211
тел./ факс: +7 (473) 2715230, E-mail: vss22@mail.ru

© ФГБОУ ВО «ВГТУ», 2018

STRUCTURAL MECHANICS AND STRUCTURES

Scientific and Technical Journal

Founder - State Educational Institute of Higher Education “Voronezh State Technical University”

Editor – Construction department of Federal State Government-financed Educational Institute of Higher Education “Voronezh State Technical University”

Editorial board:

Chief editor: Safronov V.S., Dr of Tech.Sc., professor,

“Voronezh State Technical University”

Deputy of chief editor – Efryushin S.V., PhD of Tech. Sc., associate professor,

“Voronezh State Technical University”

Senior Secretary - Gabrielyan G.E., PhD of Tech. Sc., associate professor

“Voronezh State Technical University”

Members of editorial board:

Gridnev S.Yu., Dr of Tech., prof., Voronezh State Technical University

Zverev V.V., Dr of Tech., prof., Lipetsk State Technical University

Kirsanov M.N., Dr of Physical –Mathematical Sc., prof., National research university "MEI", Moscow

Kozlov V.A., Dr of Physical and Mathematical Sc., prof., Voronezh State Technical University

Kolchunov V.I., Dr of Tech., prof., South-East State University, Kursk

Ledenyov V.V., Dr of Tech., prof., Tambov State Technical University

Nguyen Dinh Hoa, PhD of Tech. Sc., National Construction University, Hanoi, Vietnam

Nuguzhinov Zh. S., Dr of Tech., prof. Scientific –research, expert and exploration “Kazakhstan multisectoral institute of reconstruction and development”, Karaganda State Technical University , Kazakhstan

Ovchinnikov I.G., Dr of Tech., prof., Saratov State Technical University

Pshenichkina V.A., Dr of Tech., prof., Volgograd State Technical University

Treshchyov V.A., Dr of Tech., prof., Tula State University

Turishchev L.S., PhD of Tech.Sc., associate professor, Polotsk State University, Byelorussia

Shapiro D.M., Dr of Tech., prof., Voronezh State Technical University”

Shimanovsky A.O., Dr of Tech., prof., Byelorussian State University of Traffic, Byelorussia

Shitikova M.V., Dr of Physical and Mathematical Sc., prof., Voronezh State Technical University

Editorial office address: # 22211, 20-letie Oktyabrya, 84 Voronezh 394006 tel./ fax: +7 (473) 2715230,
E-mail: vss22@mail.ru

СОДЕРЖАНИЕ

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ	7
<i>Курсанов М.Н.</i> Формулы для расчета прогиба арочной фермы	7
<i>Осадченко Н.В.</i> Аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа	12
<i>Трещёв А.А.</i> Определяющие соотношения ползучести для изотропных материалов, механические характеристики которых зависят от вида напряженного состояния....	34
<i>Синозерский А.Н., Резунов А.В., Мухтаров Р.А.</i> Базовые и разрушающие усилия внецентренно сжимаемых призм из мелкозернистого бетона при эксцентриситетах в границах ядра сечения	40
РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ.....	54
<i>Сафронов В.С., Д.Т. Чан</i> Надежность несущего каркаса реконструируемого производственного здания при перепрофилировании	54
РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ.....	65
<i>Орлов А.С., Рубцова Е.Г., Щеглов А.С., Зибров С.Ю., Зиброва И.Ю.</i> Разработка технологии сварки при реставрации металлоконструкций XIX века	65
<i>Свентиков А.А., Кузнецов Д.Н.</i> Анализ влияния ребер жесткости на местную устойчивость стенки и устойчивость стальной рамы двутаврового переменного по высоте сечения	75
<i>Колодёжнов С.Н.</i> Разработка концепции наращивания мачтового сооружения связи	86
РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ	97
<i>Аверин А.Н.</i> Многопараметрические нитевые модели упругого основания	97
<i>Горбачев А.С., Леденев В.В.</i> Расчет заглубленного аккумулирующего резервуара очистных сооружений совместно с конструкцией «стена в грунте» методом конечных элементов.....	105
РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ.....	116
<i>Габриелян Г.Е., Варнавский В.С., Флавианов В.М., Голева Н.Ф.</i> Конечно-элементное моделирование напряженно-деформированного состояния несущей системы деревянного здания	116

CONTENT

STRUCTURAL MECHANICS AND STRENGTH OF THE MATERIALS.....	7
<i>M. N. Kirsanov</i>	
Formulas for calculation of the arch truss	7
<i>N.V. Osadchenko</i>	
Analytical solutions of problems on deflection of planar trusses of arch type	12
<i>A.A. Treshchev</i>	
Defining relation for isotropic materials the mechanical characteristics of which depend on the kind of stress state	34
<i>A.N. Sinozersky, A.V.Rezunov, R.A. Mukhtarov</i>	
Basic and destructive efforts of eccentrically compressed prisms from fine-grained concrete at eccentricity inside core section	40
CALCULATION AND DESIGN OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES	54
<i>V.S. Safronov, D.T. Chan</i>	
Reliability of reconstructed industrial building load –bearing framework at its line of business change.....	54
CALCULATION AND DESIGN OF METAL STRUTURES	65
<i>A.S. Orlov, E.G. Rubtsova, A.S. Scheglov, S.Yu. Zibrov, I.Yu. Zibrova</i>	
Development of welding technology during metal ware of XIX century restoration	65
<i>A.A. Sventikov, D.N. Kuznetsov</i>	
Analysis of stiffening bar influence on rib local stability and stability of steel frame of doubletee variable by height cross-section	75
<i>S.N. Kolodezhnov</i>	
Development of conception of communication mast heightening	86
CALCULATION AND DESIGN OF BUILDINGS AND STRUCTURES BASES AND FOUNDATIONS	97
<i>A.N. Averin</i>	
Multiparameter string models of elastic base	97
<i>A.S. Gorbachev, V.V. Ledenev</i>	
Design of treatment facilities buried storage tank together with construction of the «slurry wall» by finite elements method	105
CALCULATION AND DESIGN OF POLYMERIC STRUCTURES	116
<i>G.E. Gabrielyan, V.S. Varnavsky, V.M. Flavianov, N.F. Goleva</i>	
Finite element modulation of deflected mode of wood building load bearing system.....	116

СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

УДК 624.04

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЕТА ПРОГИБА АРОЧНОЙ ФЕРМЫ

М.Н. Кирсанов¹

Национальный исследовательский университет "МЭИ"
Россия, г. Москва

¹Д-р физ.-мат. наук, проф., тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: c216@ya.ru

В системе символьной математики Maple построена математическая модель деформирования плоской статически определимой арокной фермы. Рассмотрено действие нагрузки, равномерно распределенной по узлам нижнего пояса. Методом индукции на основе решения рекуррентных уравнений выведены формулы зависимости прогиба фермы от размеров и числа панелей и выражения для реакций опор и усилий в стержнях середины пролета. Использована формула Максвелла - Мора. Найдена квадратичная асимптотика решения.

Ключевые слова: арокная ферма, прогиб, метод индукции, Maple, точное решение

FORMULAS FOR CALCULATION OF ARCH TRUSS DEFLECTION

M. N. Kirsanov¹

National Research University "MPEI
Moscow, Russia

¹Dr of Physics and Mathematics, professor, tel.: +7(495)3627314; e-mail: c216@ya.ru

In the system of symbolic mathematics Maple a mathematical model of deformation of a planar statically determinate arched truss is constructed. The effect of a load uniformly distributed over the nodes of the lower belt is considered. By induction method, based on the solution of recurrent equations, formulas are derived for the dependence of the deflection of the truss on the dimensions and number of panels and the expressions for the reactions of supports and forces in the rods of the middle of the span. The Maxwell-Mora formula is used. The quadratic asymptotics of the solution is found.

Keywords: arched truss, deflection, induction method, Maple, exact solution

Рассмотрим арокную статически определимую плоскую ферму (рис. 1). Решетка фермы крестообразная, пояса параллельны. Ставится задача получить аналитическую зависимость прогиба фермы от числа панелей. Принимается, что число m панелей в боковых (опорных) частях фермы равно числу панелей n в половине ее средней горизонтальной части, $b=h$. Нагрузка равномерно распределена по узлам нижнего пояса ригеля. Ферма внешне статически неопределима. Для определения реакций опор необходимо составить и решить систему уравнений равновесия для всех узлов конструкции.

© Кирсанов М.Н., 2018

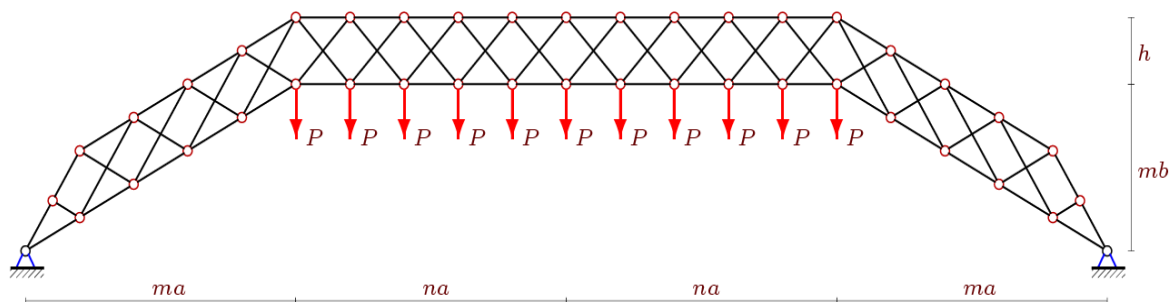


Рис. 1. Ферма при $n=m=5, k=3$

Всего в ферме $n_s = 8(n + m)$ стержней, включая четыре опорных стержня. Для определения аналитического выражения прогиба по формуле Максвелла - Мора необходимо вычислить усилия в стержнях в символьной форме. Решение системы уравнений равновесия узлов получается по программе [1], записанной в системе компьютерной математики Maple. Стержни и узлы нумеруются (рис. 2). Начало координат располагается в левой подвижной опоре.

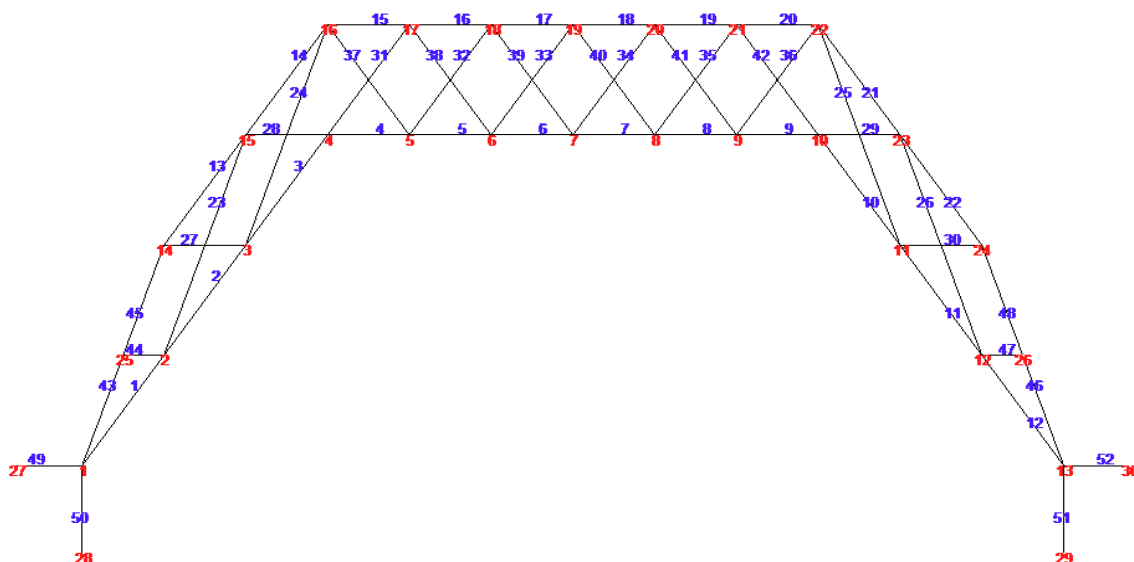


Рис. 2. Нумерация узлов и стержней при $n=m=3, k=2$

Фрагмент программы ввода координат имеет вид:

```
> r:=2*m+2*n+1;
> for i to m do
  y[i]:=(i-1)*b: y[i+m+2*n+1]:=m*b-(i-1)*b-b:
od:
> for i to 2*n+1 do y[i+m]:=m*b: od:
> for i to r do x[i]:=(i-1)*a: od:
> for i to r-2 do
  x[i+r]:=i*a: y[i+r]:=y[i+1]+h:
od:
> x[2*r-1]:=x[r+1]/2: y[2*r-1]:=y[r+1]/2:
> x[2*r]:=x[r]-a/2: y[2*r]:=y[2*r-1]:
```


Направляющие косинусы усилий в системе уравнений равновесия узлов определяются по координатам узлов и длинам стержней. Решение в системе Maple дает аналитические выражения для усилий во всех стержнях. Для расчета прогиба используется формула Максвелла – Мора в виде

$$\Delta = \sum_{i=1}^{n_s-4} S_i^{(P)} S_i^{(1)} l_i / (EF).$$

Обозначено: $S_i^{(P)}$ — усилия в стержнях от заданной нагрузки, l_i — длины стержней, $S_i^{(1)}$ — усилия от единичной силы, приложенной к середине нижнего пояса, E — модуль упругости, F — площадь сечения стержней. Считается, что жесткость EF всех стержней одинаковая.

Последовательный расчет прогиба для ферм с числом панелей $k=1,2,...14$ дает ряд коэффициентов в формуле для прогиба:

$$\Delta = \frac{P(A_k a^3 + C_k c^3 + D_k d^3)}{8h^2 k^2 EF}, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{a^2 + h^2}$, $d = \sqrt{a^2 + 4h^2}$. При поиске закономерности в последовательности коэффициентов при a^3 получены числа 9, 1276, 21011, 139910, 587917, 1868384, 4920631, 11320906, 23521745, 45129732, 81221659, 138699086. Оператор `rgf_findrecur` пакета `genfunc` системы Maple для этой последовательности (требуется четное число анализируемых чисел) дает следующее линейное однородное рекуррентное уравнение седьмого порядка

$$A_k = 7A_{k-1} - 21A_{k-2} + 35A_{k-3} - 35A_{k-4} + 21A_{k-5} - 7A_{k-6} + A_{k-7}.$$

Интересно заметить некоторую симметрию в закономерности образования средних (без общего множителя 7) коэффициентов с чередующимися знаками этого уравнения: 1, 3, 5, 5, 3, 1. Оператор `rsolve` позволяет решить полученное рекуррентное уравнение. Решение имеет вид полинома шестого порядка по k

$$A_k = (160k^6 - 256k^5 + 96k^4 + 28k^3 + 14k^2 - 21k + 6) / 3.$$

Аналогично, коэффициент C_k удовлетворяет уравнению

$$C_k = 5C_{k-1} - 10C_{k-2} + 10C_{k-3} - 5C_{k-4} + C_{k-5},$$

также полученному оператором `rgf_findrecur`, и имеет вид

$$C_k = 4k(20k^3 - 28k^2 + 13k - 2) / 3.$$

Коэффициент D_k получается из решения уравнения $D_k = 3D_{k-1} - 3D_{k-2} + D_{k-3}$ и имеет простой вид $D_k = k(2k - 1)$.

Зависимость безразмерного прогиба $\Delta' = EF\Delta / (P_{sum}L)$, вычисленного по (1) при постоянных длине пролета фермы $L=2(n+m)a=100$ м и ее высоте $H=mh$, построена на рис. 3. Суммарная нагрузка на ферму принимается постоянной, не зависящей от числа панелей $P_{sum} = (2n+1)P$. Принято $H=4$ м, $L=30$ м.

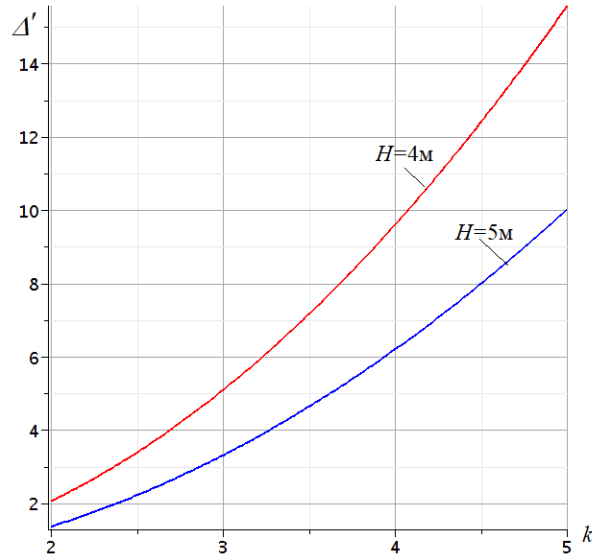


Рис. 3. Зависимость прогиба от числа панелей

Ход кривых подсказывает степенную асимптотику полученной зависимости. Вычисление предела $\lim_{k \rightarrow \infty} (\Delta' / k^2) = 5L^2 / (384H^2)$ свидетельствует о квадратичном росте прогиба с увеличением числа панелей в указанной постановке.

Для сравнения, опуская выкладки, приведем полученную аналогичным образом формулу для случая четных $n=m=2k$. Решение здесь удалось получить без ограничения на величины b и h :

$$\Delta = P(C_1 a^3 b^3 + C_2 a^3 b^2 h + C_3 h^3 (a^3 + c^3) + C_4 h^2 b (a^3 + c^3) + C_5 f^3 b^3) / (2b^3 h^2 EF), \quad (2)$$

где

$$C_1 = 4(10k^2 - 1)k^2 / 3, C_2 = 2(2 - 8k^2 - 3k)k / 3, C_3 = -2k, C_4 = 6k^2 + 2k, C_5 = 2k^2.$$

Сравнивая (1) и (2), замечаем отличительную и редкую в подобных задачах особенность решения (1). В знаменателе формулы стоит k^2 . В известных аналитических решениях [2 – 8] такого нигде нет. Для нахождения закономерности образования коэффициентов формулы с переменным значением знаменателя (фактически определителя системы уравнений равновесия, если вспомнить правило Крамера) задачу в общем случае надо раскладывать на две. Одна закономерность ищется для числителя, другая — для знаменателя. Определенной удачей в приведенном решении оказалось то, что знаменатель имеет простую форму. В большинстве же подобных задач аналитической зависимости получить не удастся.

Использованный индуктивный метод при поддержке операторов системы компьютерной математики Maple для вывода аналитических решений в задачах о фермах применялся в работах [2 – 8].

Библиографический список

1. Кирсанов М.Н. Maple и Maplet. Решения задач механики. СПб.: Изд-во Лань, 2012. 512 с.
2. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. Статический расчет двухраскосной балочной фермы // Интернет-журнал НАУКОВЕДЕНИЕ. 2016. Том 8, №6
3. Кирсанов М.Н., Маслов А.Н. Формулы для расчета прогиба балочной многорешетчатой фермы // Строительная механика и расчет сооружений. 2017. 2(271). С. 4–10.
4. Кирсанов М.Н. Статический анализ и монтажная схема плоской фермы // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2016. № 5 (39). С. 61-68.
5. Тиньков Д.В. Расчет прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решеткой // Постулат. 2017. № 12.
6. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12.
7. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92 – 99
8. Тиньков Д.В. Сравнительный анализ аналитических решений задачи о прогибе ферменных конструкций // Инженерно-строительный журнал. 2015. №5(57). С. 66–73.
9. Кирсанов М.Н., Заборская Н.В. Деформации периодической фермы с раскосной решеткой // Инженерно-строительный журнал. 2017. № 3(71). С. 61–67

References

1. Kirsanov M. N. Maple and Maplet. Solutions of mechanics problems. SP.: Publishing house LAN, 2012. 512 p.
2. Gridnev S.Yu., Kirsanov M.N., Ovchinnikov I.G. Static calculation of a double-beam girder truss // Internet-journal Naukovedenie. 2016. Volume 8, No. 6
3. Kirsanov M. N., Maslov A.N. The formula for the deflection of multiple lattice beam truss calculation // Structural mechanics and calculation of structures. 2017. 2(271). Pp. 4–10.
4. Kirsanov M. N. Sticheskiy analiz i montazhnaya skhema ploskoj fermy // Vestnik gosudarstvennogo universiteta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O. Makarova. 2016. No. 5 (39). Pp. 61-68
5. Tinkov D.V. Calculation of the deflection of a flat arch farm with a cross-shaped grid // Postulat. 2017. No. 12.
6. Osadchenko NV Calculation of the deflection of a flat, continuous, statically determinate truss with two spans // Postulat. 2017. No. 12.
7. Kirsanov M. N. A Precise Solution of the Task of a Bend in a Lattice Girder with a Random Number of Panels. Russian Journal of Building Construction and Architecture. 2018. No. 1(37). P.92 – 99
8. Tin'kov D.V. Sravnitel'nyj analiz analiticheskikh reshenij zadachi o progibe fermennykh konstrukcij // Magazine of Civil Engineering. 2015. №5(57). Pp. 66–73.
9. Kirsanov M.N., Zaborskaya N.V. Deformations of the periodic truss with diagonal lattice. Magazine of Civil Engineering. 2017. No. 3. Pp. 61–67. doi: 10.18720/MCE.71.7.

**АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ О ПРОГИБЕ ПЛОСКИХ ФЕРМ
АРОЧНОГО ТИПА**Н.В. Осадченко¹Национальный исследовательский университет “МЭИ”
Россия, г. Москва

¹Канд. физ.-мат. наук, доцент, тел.: +7(495)362-73-14; e-mail: osadchenkonv@yandex.ru

Дан обзор значительного числа публикаций последнего времени, посвящённых получению точных аналитических решений разнообразных задач о прогибе плоских ферм арочного типа. Такие решения, справедливые при произвольном числе панелей в ферме, были найдены методом индукции с привлечением системы компьютерной математики Maple (как в однопараметрическом, так и в двухпараметрическом вариантах). Аналитические решения задач о прогибе могут быть использованы при анализе и проектировании различных арочных конструкций (в частности, арочных мостов).

Ключевые слова: арка, плоская ферма, арочный мост, прогиб, метод индукции, Maple, аналитическое решение

**ANALYTICAL SOLUTIONS OF PROBLEMS ON THE DEFLECTION OF
PLANAR TRUSSES OF ARCH TYPE**N.V. Osadchenko¹*National Research University “MPEI”,
Russia. Moscow*

¹Assistant Professor tel.: +7(495)3627314; e-mail: osadchenkonv@yandex.ru

A review of a significant number of recent publications devoted to the obtaining accurate analytical solutions of various problems on the deflection of flat trusses of arch type is given. Such solutions, which are valid for an arbitrary number of panels in the truss, were found by the induction method involving the Maple computer mathematics system (both in one-parameter and two-parameter versions). Analytical solutions of the problems on deflection can be used in the analysis and design of various arch structures (in particular, arch bridges).

Keywords: arch, planar truss, arch bridge, deflection, induction method, Maple, analytical solution

Введение

Статья включает обзор ряда точных аналитических решений задач о прогибе плоских ферм арочного типа, характеризующихся регулярной структурой и произвольным числом n панелей (однотипных конструктивных ячеек). Сравнительный анализ некоторых публикаций по данной тематике был ранее дан Л.К. Кийко [1]; ещё две работы проанализированы в обзоре Д.В. Тинькова [2], где основное внимание уделено балочным и решётчатым фермам. Здесь мы рассматриваем ряд работ последнего времени, не вошедших в упомянутые обзоры.

Арки (как сплошные, так и образованные из ферм) – один из важнейших базовых элементов в несущих конструкциях зданий и сооружений (в частности, мостов) [3,4]. Их применения разнообразны; в порядке обсуждения практического значения арочных конструкций здесь мы наметим лишь некоторые этапы эволюции арочных мостов.

Использование арочных конструкций в строительстве восходит к древности: уже древним шумерам и египтянам был известен арочный свод. Римляне впервые стали возводить арочные конструкции значительных размеров; до наших дней дошло несколько сотен древнеримских арочных мостов и акведуков, включая построенный в I веке каменный акведук Пон-дю-Гар высотой 47 м – самое значительное арочное сооружение вплоть до конца XII века, когда во Франции был возведён мост Сен-Бенезе [5,6]. С начала I тысячелетия нашей эры строительство арочных каменных мостов было развёрнуто также в Китае; примером может служить построенный в самом начале VII века под руководством Ли Чуня пешеходный мост Аньцзи, отличавшийся рядом новаторских инженерных решений [7].

В России одним из старейших сохранившихся доныне арочных каменных мостов является построенный в 1516 г. шестипролётный Троицкий мост через реку Неглинная, обеспечивавший проход в Кремль; доступ к мосту прикрывала крепостная Кутафья башня. Среди каменных московских мостов позднейшего времени следует упомянуть и пятипролётный арочный Дворцовый мост через реку Яузу (построен в 1777 г. мастером Семёном Яковлевым; существенно реконструирован в 1940 г. и переименован в Лефортовский мост) [8].

Столь же длительную историю имеют и деревянные арочные мосты; при этом уже римляне начинают широко применять в мостостроении деревянные фермы (ярким примером служит многопролётный мост через Дунай, построенный в 104 г. Аполлодором Дамасским во время похода Траяна против даков) [8].

С 1779 года (когда по проекту архитектора Т. Притчарда был возведён чугунный однопролётный мост через реку Северн в западной Англии) началось строительство металлических арочных мостов. Во 2-й половине XIX века на смену чугуну приходит сталь; первым крупным стальным мостом (и самым длинным для своего времени арочным мостом) стал мост Идса через реку Миссисипи в американском городе Сент-Луисе (строительство моста, проходившее под руководством инженера Дж.Б. Идса, завершено в 1874 г.) [5].

Начиная с 40-х гг. XIX века, при строительстве металлических мостов начинают применять фермы (первые из них во многом копировали конструкцию современных им деревянных ферм). Задачи мостостроения сделали актуальной разработку обоснованных методов расчёта ферм, и в 1840-х – 1870-х годах основы теории ферм были заложены в трудах таких учёных, как С. Уиппл, Д.И. Журавский, И.В. Шведлер, А. Риттер, А. Клебш, Дж.К. Максвелл, К. Кульман, Л. Кремона, О. Мор, А. Кастильяно (заметим, что ещё в 1776 г. И.П. Кулибин выполнил математически корректный расчёт статически определимой ферменной конструкции применительно к предложенному им и оставшемуся нереализованным проекту деревянного арочного моста через Неву с пролётом около 300 м) [4, 8].

В 1875 г. изобретатель Ж. Монье впервые применил для строительства мостов железобетон: он построил небольшой (длиной 16 м) арочный пешеходный мост, перекинутый через ров замка маркиза де Тилиэра во французском городке Шазле [8]. В XX веке рекордными по длине нередко становились именно железобетонные мосты [5]; однако с мая 2010 г. крупнейшим в мире арочным мостом является стальной трёхпролётный мост Чаотьяньмэнь через реку Янцзы в Чунцине (КНР) с рекордной (552 м) длиной центрального пролёта (длина боковых пролётов – по 190 м, а общая длина моста с подъездными эстакадами составляет 1741 м). По двухъярусному полотну моста осуществляется железнодорожное и автомобильное движение, а над полотном расположена арочная ферма, середина которой поднята над полотном на 142 м (при этом края арки опущены ниже полотна) [9,10].

В России крупнейшим с октября 2014 г. является автомобильный Бугринский мост через реку Обь в Новосибирске. По типу мост является комбинированным, включая пойменные пролётные строения балочного типа и арочное русловое пролётное строение с длиной пролёта 380 м, которое состоит из плиты проезжей части, располагающейся по металлической затяжке арок, и двух слегка наклонённых друг к другу стальных арок высотой 70 м

каждая; арки объединены системой поперечных связей, а балки затяжки подвешены к аркам вантами. Общая длина моста – 2091 м [8,11].

В настоящее время завершается строительство Крымского моста через Керченский пролив. Его самыми габаритными элементами являются возведённые в 2017 г. арочные пролётные строения (железнодорожное и автодорожное) протяжённостью 227 м, каждое из которых является комбинацией из сквозной главной фермы (по которой движется транспорт) и арки высотой 45 м, выполняющей поддерживающую функцию. Ширина судоходного пролёта моста составляет 185 м, высота над водой – 35 м. Остальные пролётные строения моста – балочные, а общая длина всего мостового перехода равна 19 км [12,13].

Метод индукции

Вернёмся к проблеме расчёта арочных ферм. Как отмечают С.Н. Кривошапко и В.В. Галишникова, “в последнее время практически все расчёты оболочечных конструкций и стержневых структур выполняются численными методами”; при этом обычно используют программные комплексы общего назначения ANSYS, COSMOS, NASTRAN и подобные им, реализующие метод конечных элементов [3]. Однако численные расчёты не позволяют выявить скрытые возможности конструкции и не всегда обеспечивают требуемую точность для конструкций, содержащих большое число элементов. Этому недостатка лишены точные аналитические решения, получение которых для регулярных стержневых систем с произвольным числом n конструктивных ячеек стало возможным с появлением современных систем компьютерной математики (Maple, Mathematica, Maxima) [2].

В частности, применительно к плоским фермам регулярной структуры М.Н. Кирсановым в работе [14] был впервые использован метод индукции с привлечением системы Maple. Впоследствии данным методом было получено значительное число явных аналитических формул, дающих зависимость каких-либо характеристик исследуемого семейства ферм от числа n [15,16].

Рассматриваемый метод, согласно [14,15], включает:

- нумерацию узлов фермы и задание в программе для Maple структуры фермы и параметров задачи (геометрические параметры, жёсткости стержней и параметры, характеризующие внешнюю нагрузку);
- задание элементов матрицы G и столбца B записываемой в матричной форме $GS = B$ системы уравнений равновесия фермы, составляемой методом вырезания узлов (S – столбец усилий в стержнях);
- аналитическое решение при нескольких пробных (небольших) значениях n данной системы и получение по найденным выражениям для усилий формулы, определяющей зависимость искомой характеристики от параметров задачи (в частности, прогиб в исследуемом узле можно найти по формуле Максвелла – Мора);
- выявление структуры полученной формулы (последняя обычно имеет вид линейной комбинации нескольких выражений, зависящих от параметров задачи, с числовыми коэффициентами, изменяющимися от пробы к пробе) и получение с помощью оператора **rgf_findrecur** из пакета **genfunc** системы Maple рекуррентных уравнений для каждого из данных коэффициентов;
- решение с помощью оператора **rsolve** системы Maple полученных уравнений, что даёт для каждого из данных коэффициентов общий вид его аналитической зависимости от n .

Хорошо известно [4], что предметом исследования в строительной механике являются не сами реальные конструкции, а заменяющие их расчётные схемы – математические модели этих конструкций. Поэтому под “точным аналитическим решением” здесь понимается точное решение соответствующей математической задачи, постановка которой предполагает использование традиционных для строительной механики допущений. В применении к ре-

альным конструкциям решение, полученное методом индукции, даёт для инженеров-практиков лишь простую оценку (опираясь на которую, они могут выбрать, например, конкретное число n панелей конструкции и геометрические размеры её элементов).

Далее можно провести численный расчёт с учётом уточнённой математической модели – например, методом конечных элементов. Следует также проверить элементы конструкции на прочность, а сжатые – также и на устойчивость [2]. В некоторых случаях при расчёте приходится принимать во внимание эффекты геометрической и физической нелинейности [6]. В системе Maple имеются средства для проведения таких расчётов [17]; в работе [2] проверка формул, полученных методом индукции, выполнялась в многофункциональном программном комплексе Lira.

Коснёмся также вопроса терминологии. В строительной механике “арочной системой” называют системы криволинейного или ломаного очертания с несмещаемыми опорами, в которых от вертикальной нагрузки возникают наклонные реакции (горизонтальные составляющие последних именуют распорами) [3,4]. В практике же расчёта ферм данный термин нередко используют в более широком смысле, считая определяющим признаком арочной фермы наличие выраженного подъёма конструкции над горизонтальной линией, соединяющей опоры [1,18]. При такой трактовке данное понятие охватывает и некоторые балочные фермы (“безраспорные арочные фермы”, у которых одна опора неподвижная, а другая – подвижная), и ряд внешне статически неопределимых ферм, у которых число опор больше двух.

В нашем обзоре мы будем рассматривать и такие фермы; во избежание путаницы мы, однако, будем (следуя [19]) говорить о “фермах арочного типа”.

Однопараметрическая индукция

Рассмотрим некоторые публикации, в которых описанным в предыдущем разделе методом найдены точные аналитические решения задач о прогибе плоских ферм арочного типа. Заметим, что не во всех этих решениях параметр n обязательно (как предполагалось выше) совпадает с общим числом панелей в анализируемой ферме; в каждом конкретном случае мы будем указывать смысл данного параметра. В некоторых случаях мы, чтобы добиться большей унификации, изменяем использованные в оригинальных работах обозначения и при необходимости подвергаем формулы несложным алгебраическим преобразованиям.

В работе [20] получена формула для прогиба Δ в центральном узле трёхшарнирной арочной фермы, которая состоит из двух полуарок – ферм с треугольной решёткой, соединённых шарниром. Через n обозначено число панелей в каждой полуарке; жесткости EF стержней фермы одинаковы. Арочная ферма нагружена распределённой нагрузкой по нижнему поясу; подобная нагрузка здесь и в других работах моделируется равными силами, приложенными к узлам нижнего пояса (рис. 1).

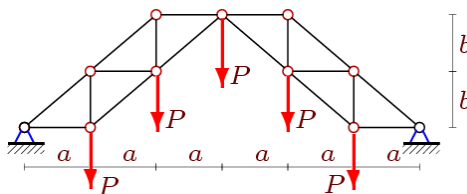


Рис. 1. Арочная ферма [20]: $n = 2$

После расчёта по методу индукции для прогиба получено выражение:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3) / (2nb^2), \quad (1)$$

где $A_n = (n+1)^2/n$, $B_n = 2n+1$, $C_n = (2n+1)(n+1)^2$; $c = \sqrt{a^2+b^2}$.

Особенность задачи – в том, что определитель матрицы G зависит от n , что и привело к появлению n в знаменателях выражений для Δ и A_n (это имело место и в более ранней работе [21], где решалась задача о прогибе данной фермы под действием единственной силы P , приложенной к центральному узлу). В подавляющем большинстве других рассматриваемых здесь решений задач о прогибе ферм зависимость Δ от n является полиномиальной.

При сравнении значений прогиба при разных n автор статьи [20], считая постоянными длину пролёта $L = 2na$ и модуль главного вектора сил нагрузки $P^s = (2n+1)P$, переходит к относительному прогибу $\Delta' = \Delta EF / P^s$ и строит график зависимости Δ' от n . Полученная функция с ростом n сначала убывает, потом возрастает; точное положение точки минимума зависит от значения b .

В работе [19] аналогичная задача решалась для безраспорной арочной фермы несколько иного очертания; n – число панелей в половине пролёта (рис. 2). По-прежнему расстояние между узлами по горизонтали обозначено a , по вертикали – b .

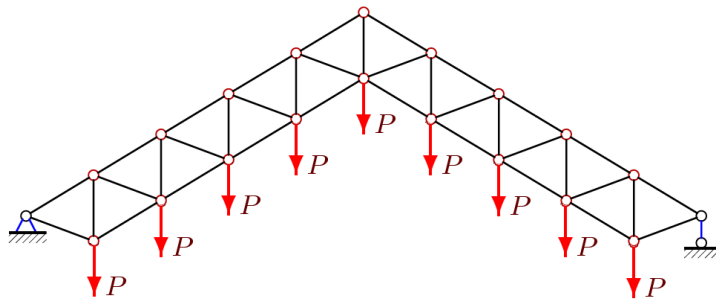


Рис. 2. Безраспорная арочная ферма [19]: $n = 5$

В данном случае для прогиба получено выражение:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n b^4 + B_n c b^3 + C_n c^4) / (8 b c^2), \quad (2)$$

где $A_n = 16n^3$, $B_n = 8n^2(5n^2+1)/3$, $C_n = 4n^2 - 10n + 11$.

Поведение относительного прогиба Δ' в зависимости от n было в этой задаче примерно таким же, как и в предыдущей задаче.

Автор работы [22] рассматривала безраспорную арочную ферму с треугольной решёткой несколько отличной формы под действием приложенной к центральному узлу силы P (рис. 3). Здесь n – по-прежнему число панелей в каждой полуарке.

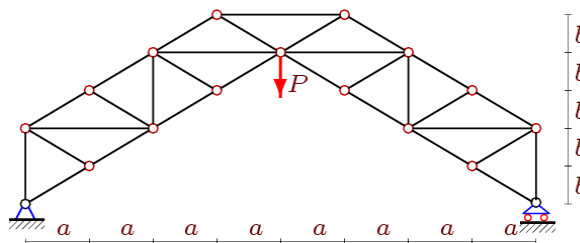


Рис. 3. Ферма [22]: $n = 2$

Найденная по методу индукции формула для Δ сходна с (1):

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + B_n b^3 + C_n c^3) / b^2, \quad (3)$$

но здесь $A_n = n(2n+1)$, $B_n = n$, $C_n = n(2n^2+1)/3$.

Относительный прогиб Δ' ведёт себя при возрастании n так же, как и в обсуждавшихся выше задачах.

Для той же фермы в работе [23] была решена о прогибе центрального узла при равномерном нагружении по верхнему поясу. Вновь решение описывалось формулой (3), но с такими коэффициентами: $A_n = 4n^3$, $B_n = 2n(n+1)$, $C_n = n(20n^3 - 8n^2 - 7n - 7)/12$.

Несколько отличная конструкция безраспорной арочной фермы, равномерно нагруженной по верхнему поясу, была рассмотрена в [24] (рис. 4). Вычисленный для центрального узла фермы прогиб также описывается формулой (3), но теперь $A_n = (3n-2)(4n^2-2n+1)$, $B_n = n(2n+1)$, $C_n = (20n^4 - 40n^3 + 43n^2 - 17n + 6)/12$. Относительный прогиб Δ' с возрастанием n в этой задаче растёт монотонно по кубическому закону.

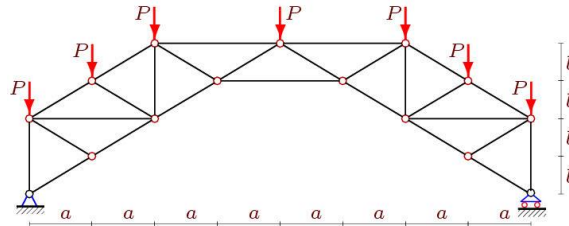


Рис. 4. Ферма [24,25]: $n = 2$

Заметим, что в работе [25] тем же методом для этой фермы была получена формула для горизонтального смещения подвижной опоры фермы. Правая часть данной формулы отличается от (3) лишь знаменателем (который теперь равен ab), а коэффициенты таковы: $A_n = 2(3n-2)(4n^2-2n+1)$, $B_n = 2n(2n+1)$, $C_n = (20n^3 - 24n^2 + 7n + 3)/6n$. Относительное смещение опоры при возрастании n также растёт монотонно по кубическому закону.

В работе [26] для той же фермы была решена задача о прогибе центрального узла при равномерном нагружении по нижнему поясу. Полученная формула совпала с (3), но коэффициенты оказались такими: $A_n = 4n^2(3n-2)$, $B_n = 2n^2$, $C_n = n(20n^3 - 32n^2 + 31n - 7)/12$. Для относительного прогиба Δ' в этом варианте задачи также имел место монотонный рост при увеличении n , но график зависимости имел в начальной части точку перегиба.

Прогиб безраспорной арочной фермы с треугольной решёткой из конгруэнтных прямоугольных треугольников был предметом анализа в работе [27] (рис. 5).

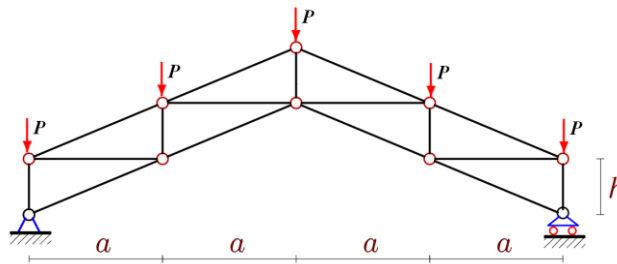


Рис. 5. Ферма [63]: $n = 2$

Методом индукции была получена формула, совпадающая с (2) с точностью до обозначений:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + B_n h^3 + C_n c^3) / h^2; \quad (4)$$

здесь $A_n = n^2/2$, $B_n = (2n+1)n^2/2$, $C_n = (5n^2+1)n^2/6$; $c = \sqrt{a^2+h^2}$.

Отметим, что в [27] данная формула приведена с двумя опечатками. Правильное выражение дано в работе [28], где указано также, что при возрастании n относительный прогиб

Δ' монотонно растёт по квадратичному закону. В статье [29] для этой же фермы была получена формула для горизонтального смещения подвижной опоры фермы; её анализ выявил монотонный рост относительного смещения опоры при возрастании n .

Вернёмся к работе [28]. В ней анализ изображённой на рис. 5 фермы проводился для сравнения, а основное внимание уделялось анализу безопорной арочной фермы с крестообразной решёткой (рис. 6). Ферма состоит из двух полуарок, соединённых шарниром и горизонтальным стержнем, длина которого определяет подъём фермы.

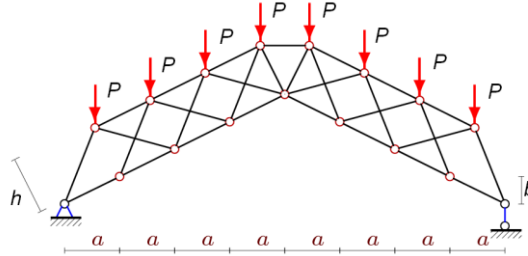


Рис. 6. Ферма № 1 из [62]: $n = 4$

Предполагается, что жёсткости всех стержней нижнего пояса равны EF_1 , стержней верхнего пояса – EF_2 , стержней решётки – EF_3 . В соответствии с этим выражение для прогиба Δ , даваемое формулой Максвелла – Мора, разделяется на три слагаемых, в которые входят усилия соответственно в нижнем и верхнем поясах и в решётке. Методом индукции получен следующий результат:

$$\Delta = \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3, \quad \Delta_1 = \frac{P}{EF_1} (C_1 a^2 c / h^2 - C_2 ab / h + C_3 b^2 / c),$$

$$\Delta_2 = \frac{2P}{EF_2} (C_4 a^2 c / h^2 - C_5 ab / h + C_6 cb / h - C_3 b^2 / a),$$

$$\Delta_3 = \frac{P}{EF_3} (C_7 a^2 g^3 / c^2 h^2 - C_8 ab / c + C_9 b^2 / h - C_{10} b^3 / ac + C_{11} a^2 h / c^2 + C_{12} b^2 h / c^2),$$

где $c = \sqrt{a^2 + b^2}$, $g = \sqrt{a^2 + h^2}$ – длины стержней в поясах и решётке. Коэффициенты здесь таковы:

$$C_1 = (10n^4 + 8n^3 + 14n^2 - 8n + 3 - 3(6n^2 + 1)(-1)^n) / 48,$$

$$C_2 = (20n^3 + 6n^2 + 16n - 3 + 3(1 - 4n)(-1)^n) / 24, \quad C_3 = n^2,$$

$$C_4 = (10n^4 + 8n^3 + 2n^2 - 8n + 3 + 3(6n^2 - 1)(-1)^n) / 96,$$

$$C_5 = (8n^3 - 6n^2 - 2n + 3 + 3(2n - 1)(-1)^n) / 48, \quad C_6 = n^2(n + 1) / 2,$$

$$C_7 = (6n^2 + 1 - (-1)^n) / 8, \quad C_8 = n^2(3(-1)^n - 1) / 8, \quad C_9 = n^2(n + 1) / 4,$$

$$C_{10} = n^2 / 2, \quad C_{11} = (n - 1)(1 - (-1)^n) / 8, \quad C_{12} = n((-1)^n - 1) / 4.$$

Сложность полученной для прогиба фермы формулы предопределена двумя факторами – зависимостью решения от трёх независимых геометрических параметров (a, b, h) и неодинаковой жёсткостью стержней.

Дальнейший анализ этой формулы выполнялся уже в предположении, что жёсткости всех стержней одинаковы. Оказалось, что (в отличие от фермы, изображённой на рис. 5) относительный прогиб Δ' при возрастании n монотонно убывает, и для большинства значений n ферма, представленная на рис. 6, является более жёсткой.

Задачи с двумя натуральными параметрами

Во всех перечисленных работах регулярно повторяющиеся панели ферм были однотипными. Начиная с 2017 года метод индукции с привлечением системы Maple стали приме-

нять для анализа прогиба таких ферм арочного типа, у которых повторяющиеся панели принадлежат к двум группам. Различия между панелями различных групп могут выражаться как в различных условиях нагружения, так и в геометрии или даже структуре конструктивных ячеек. В результате общее число панелей выражается через два независимых натуральных числовых параметра: m и n .

Начнём с анализа таких работ, в которых после описания конструкции фермы числу m придавалось конкретное значение, после чего индукция велась по параметру n уже рассмотренным способом; полученное решение носило, таким образом, частный характер.

Например, в работе [30] рассмотрена арочная ферма с крестообразной решёткой, нагруженная в центральном узле нижнего пояса силой P . Ферма включает по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в ригеле (рис. 7).

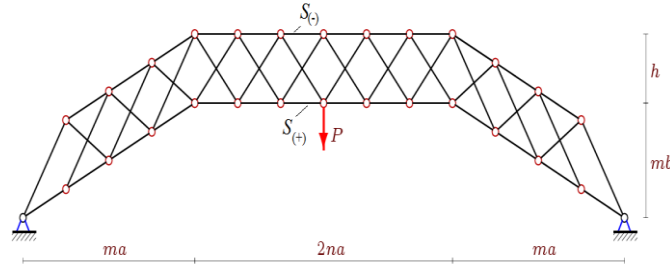


Рис. 7. Ферма [30]: $n = 3$, $m = 4$

Формулу для прогиба фермы автор работы получил индукцией по параметру n , придав m фиксированное значение: $m = 4$ (предполагалось также, что $h = b$). Она имеет вид:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + C_n c^3 + U_n u^3) / h^2; \quad (5)$$

здесь

$$A_n = n^3/3 - n^2(5(-1)^n - 1)/8 - (-1)^n n/16 + 35n/48 - 3((-1)^n/2 - 1)/16,$$

$$C_n = n/2 + (-1)^n/4 + 3/4, \quad U_n = (1 - (-1)^n)/16; \quad c = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad u = \sqrt{a^2 + 4b^2}.$$

Относительный прогиб Δ' при возрастании n в этой задаче сначала убывает, а затем растёт по линейному закону, обнаруживая небольшие колебания в зависимости от чётности-нечётности n .

В работе [31] была исследована раскосная ферма арочного типа с равномерной нагрузкой по верхнему поясу. В верхней части каждой полуарки число панелей равно n , в нижней – m (рис. 8).

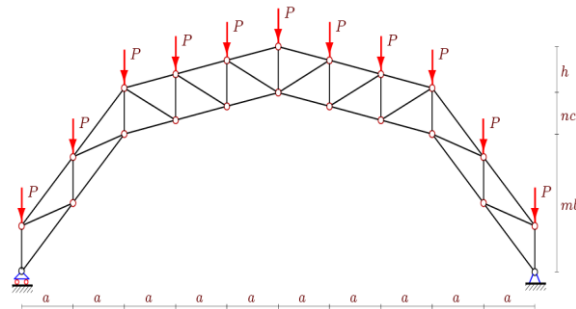


Рис. 8. Ферма [31]: $n = 3$, $m = 2$

Индукцию по параметру n автор работы провела, ограничившись случаем $m = 2$. В результате была получена следующая формула для прогиба:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n h^3 + B_n g^3 + C_n d^3 - D_n h^2 b + R_n h^2 c + Q_n (2hb^2 - 4hbc + v^3) + H_n hc^2 + J_n u^3) / h^2;$$

здесь

$$A_n = 4 + 3n + n^2/2, \quad B_n = n(5n^3 + 40n^2 + 121n + 92)/12, \quad C_n = 7 + 6n, \\ D_n = 3 + 4n, \quad R_n = 1 + 3n, \quad Q_n = 2(n + 1), \quad H_n = n^3 + 6n^2 + 16n + 12, \\ J_n = n^2/2; \quad d = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad g = \sqrt{a^2 + c^2}, \quad u = \sqrt{a^2 + (h - c)^2}, \quad v = \sqrt{a^2 + (h - b)^2}.$$

В данной задаче относительный прогиб Δ' при возрастании n обнаруживает небольшой участок убывания, а затем растёт монотонно.

Арочная ферма П-образной формы с крестообразной решёткой, нагруженная силой P в центральном узле нижнего пояса, была исследована в [32]. Ферма имеет по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в горизонтальной средней части (рис. 9).

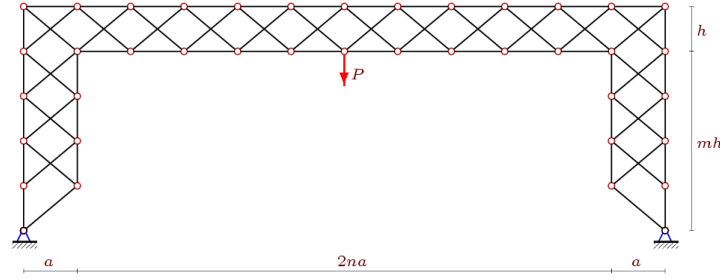


Рис. 9. Ферма [32]: $n = 5$, $m = 4$

При проведении индукции по n авторы работы ограничились случаем $m = 5$, получив такую формулу для прогиба:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + C_n c^3 + H_n h^3) / h^2, \quad (6)$$

где

$$A_n = (4n^3 - 15n^2 + 27(-1)^n n^2 + 83n - 69(-1)^n n - 48(-1)^n + 54) / 12, \\ C_n = (n - 10(-1)^n + 11) / 2, \quad H_n = (53 - 43(-1)^n) / 4; \quad c = \sqrt{a^2 + h^2}.$$

В этой задаче относительный прогиб Δ' с ростом n убывает, обнаруживая колебания в зависимости от четности-нечётности n .

В работе [33] рассмотрена внешне статически неопределимая ферма П-образной формы с четырьмя опорами, имеющая по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в ригеле и нагруженная силой P в центральном узле нижнего пояса (рис. 10).

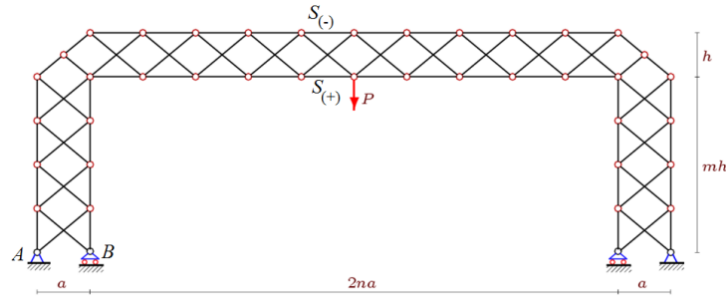


Рис. 10. Ферма [33]: $n = 5$, $m = 4$

При расчёте прогиба индукцию авторы работы проводили по n , ограничились случаем $m = 4$. Решение вновь выражается формулой (6), но с такими коэффициентами:

$$A_n = (4n^3 + 3n^2(1 - (-1)^n) + n(5 - 3(-1)^n) + 3 - 3(-1)^n) / 12, \\ C_n = (2n + 5 - 5(-1)^n) / 4, \quad H_n = 17 - 15(-1)^n.$$

Здесь относительный прогиб Δ' с ростом n возрастает; колебания в зависимости от четности-нечётности n также имеют место, причём они носят резкий характер.

Безраспорная арочная ферма П-образной формы с крестообразной решёткой, равномерно нагруженная по верхнему поясу, исследована в [34]. У этой фермы в нижнем поясе горизонтальной средней части имеется n панелей (причём n нечётно: $n = 2k - 1$), а в боковых частях – по m панелей (рис. 11).

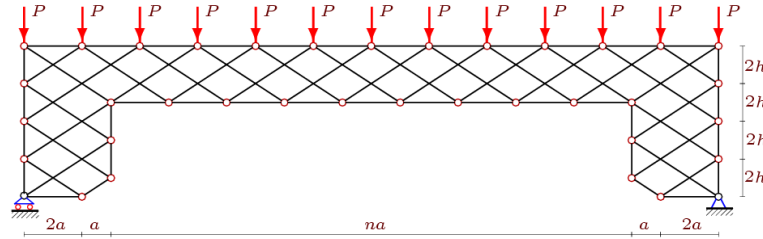


Рис. 11. Ферма [34]: $n = 9$, $m = 4$

При проведении индукции (авторы работы ограничились случаем $m = 4$) было обнаружено, что для ферм с k , кратным 3, определитель матрицы G обращается в нуль, и в этих случаях ферма превращается в кинематически изменяемую систему.

Случаи вырождения матрицы G при некоторых значениях числа панелей имеют место и для ряда других плоских ферм (например, для балочной фермы с ромбической решёткой и дополнительной подвижной опорой в центральном узле нижнего пояса, рассмотренной в статье [16], вырождение наступает при чётном числе панелей, а для решётчатой фермы с n панелями в половине пролёта и шестью опорами, изучавшейся в статье [35], вырождение происходит, если остаток от деления n на 3 равен 0 или 1).

С целью исключить случаи вырождения индукция в [34] велась по параметру j , пробегавшему значения 1, 2, 3, ... и связанному с k формулой $k = (6j - (-1)^j - 3) / 4$. Для прогиба фермы была получена формула, сходная с (6):

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_j a^3 + C_j c^3 + H_j h^3) / h^2, \quad (7)$$

где

$$\begin{aligned} A_j &= 15j^4/8 + 5(1 - (-1)^j)j^3/4 + (63 - 69(-1)^j)j^2/8 + 7(1 - (-1)^j)j + 9(1 - (-1)^j)/16, \\ C_j &= (39 - 36(-1)^j)j^2/4 + (69 - 81(-1)^j)j/4 + 3(1 - (-1)^j)/8, \\ H_j &= 8(3 - 2(-1)^j)j + 8 - 4(-1)^j. \end{aligned}$$

Поведение относительного прогиба Δ' при возрастании k обнаруживает значительные колебания. Фактически точки графика, соответствующие нечётным и чётным значениям j , ложатся на две различные плавные кривые; при этом кривая, отвечающая нечётным j , соответствует монотонной возрастающей функции, а кривая, отвечающая чётным j , располагается выше первой кривой и соответствует такой функции, которая первоначально убывает, а с дальнейшим увеличением j растёт.

В работе [36] выполнен анализ фермы арочного типа с крестообразной решёткой в горизонтальной средней части, содержащей $2n$ панелей, и треугольной решёткой в боковых частях, каждая из которых содержит m панелей. Нижний пояс фермы закреплён на вертикальных вантах, соединяющих его с затяжкой (при расчёте ванты и стержни затяжки моделируются стержнями той же жёсткости, что и стержни в решётках). К затяжке приложена распределённая нагрузка (рис. 12).

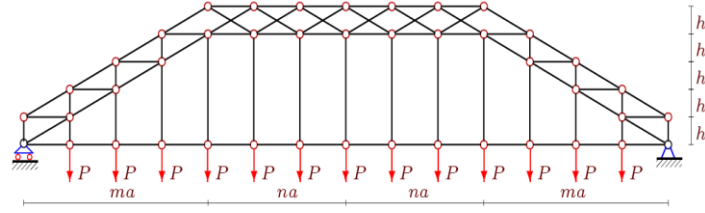


Рис. 12. Ферма [36]: $n = 3$, $m = 4$

Автор работы провёл индукцию по n , ограничившись сначала случаем $m = 4$. Полученная для прогиба формула совпала с (6); коэффициенты оказались такими:

$$A_n = (120n^4 + (30 - 96(-1)^n)n^3 - (3 - 27(-1)^n)n^2 + (1743 + 513(-1)^n)n + 2196 + 108(-1)^n) / 288,$$

$$C_n = (36n^2 + 9(39 + 5(-1)^n)n + 540 - 108(-1)^n) / 144, \quad H_n = (9(1 - (-1)^n)n + 576) / 144.$$

Относительный прогиб Δ' в этой задаче при увеличении n растёт по линейному закону, обнаруживая небольшие колебания в зависимости от четности-нечётности n .

Был рассмотрен также случай $m = 3$. Результаты оказались аналогичными, а коэффициенты в (6) имели вид:

$$A_n = (30n^4 + (10 - 28(-1)^n)n^3 - (10 - 8(-1)^n)n^2 + (311 + 109(-1)^n)n + 306 + 18(-1)^n) / 72,$$

$$C_n = (18n^2 + 16(8 + (-1)^n)n + 177 + 3(-1)^n) / 72, \quad H_n = (6(1 - (-1)^n)n + 216) / 72.$$

Задача о прогибе безраспорной арочной фермы с раскосной решёткой в горизонтальной средней части, содержащей $2n$ панелей, и треугольной решёткой в боковых частях, каждая из которых содержит m панелей, была рассмотрена в [37]. Ферма нагружена силой P в центральном узле нижнего пояса (рис. 13).

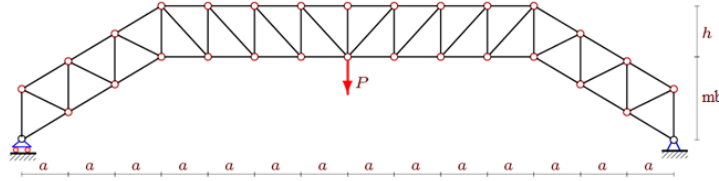


Рис. 13. Ферма [37]: $n = 4$, $m = 3$

Сначала автор работы провёл индукцию по параметру n , придав m фиксированное значение $m = 3$. Для прогиба в нагруженном узле была получена следующая формула:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_n a^3 + C_n c^3 + H_n h^3 + G_n g^3 + B) / h^2, \quad (8)$$

где

$$A_n = n(2n^2 + 18n + 55) / 6, \quad C_n = n/2, \quad H_n = (n + m) / 2, \quad G_n = m/2,$$

$$B = (9b^2h - 6bh^2 + 19f^3) / 2; \quad c = \sqrt{a^2 + h^2}, \quad f = \sqrt{a^2 + b^2}, \quad g = \sqrt{a^2 + (h - b)^2}.$$

Относительный прогиб Δ' в данной задаче с увеличением n монотонно растёт.

Затем были рассмотрены ещё два случая. При $m = 2$ получились такие коэффициенты:

$$A_n = n(2n^2 + 12n + 25) / 6, \quad C_n = n/2, \quad H_n = (n + m) / 2,$$

$$G_n = m/2, \quad B = (4b^2h - 4bh^2 + 6f^3) / 2.$$

В случае $m = 4$ выражения для этих коэффициентов оказались следующими:

$$A_n = n(2n^2 + 24n + 97) / 6, \quad C_n = n/2, \quad H_n = (n + m) / 2,$$

$$G_n = m/2, \quad B = (16b^2h - 8bh^2 + 44f^3) / 2.$$

Общего решения для прогиба, справедливого для произвольных m и n , и в этой работе найдено не было.

Двухпараметрическая индукция

Найти общие формулы для прогиба ферм арочного типа в задачах с двумя натуральными параметрами удалось в тех работах (появившихся в том же 2017 году), где была применена двухпараметрическая индукция. Такая индукция включает два этапа. На первом индукцию проводят по одному из параметров при фиксированном значении другого, получая частное решение задачи. Данный этап повторяют несколько раз, последовательно увеличивая значение фиксированного параметра, после чего по серии полученных частных решений выполняют индукцию по этому второму параметру, находя искомое общее решение.

Отметим, что впервые двухпараметрическая индукция такого типа с привлечением системы Maple была применена М.Н. Кирсановым в 2015 году при вычислении одного из коэффициентов формулы для прогиба в центральном узле фермы прямоугольного пространственного покрытия [38].

В работе [39] двухпараметрическая индукция проведена при расчёте безраспорной арочной фермы с треугольной решёткой, имеющей по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в нижнем поясе горизонтальной средней части. Ферма нагружена одной силой P в центральном узле нижнего пояса; прогиб в этом узле и подлежал вычислению (рис. 14).

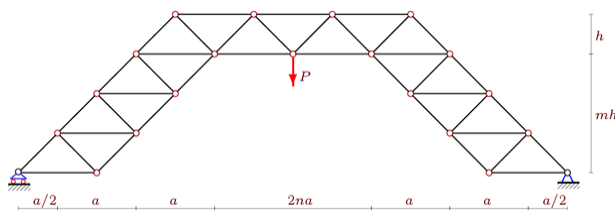


Рис. 14. Ферма [39]: $n = 1$, $m = 3$

При вычислении прогиба первоначально значение m фиксировалось, а индукция проводилась по параметру n . Обобщение полученных частных решений позволило при последующей индукции по m прийти к следующей общей формуле:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn} a^3 + C_{mn} c^3) / h^2, \quad (9)$$

где

$$A_{mn} = n(16n^2 + 24(m+2)n + 12m^2 + 48m + 50) / 48 + (m^2 + 6m + 6) / 16,$$

$$C_{mn} = n/8 + (m^3 + 6m^2 + 17m + 2) / 96; \quad c = \sqrt{a^2 + h^2}.$$

Относительный прогиб Δ' в данной задаче с увеличением n монотонно убывает.

Аналогичная безраспорная арочная ферма исследована и в [40], но здесь решётка в горизонтальной средней части – крестообразная с центральной стойкой; ферма равномерно нагружена по верхнему поясу (рис. 15).

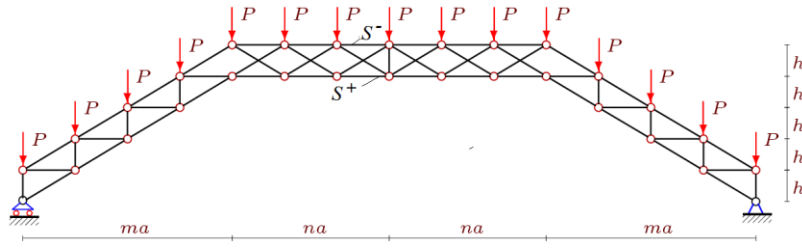


Рис. 15. Ферма [40]: $n = 3, m = 4$

Найденное двухпараметрической индукцией общее решение для прогиба имеет вид:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn} a^3 + B_{mn} h^3 + C_{mn} c^3) / h^2, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} A_{mn} &= (5n^4 + 20mn^3 + (54m^2 - 24m + 4)n^2 + 2(12m^3 - 3m^2 - m + 3)n + \\ &\quad + m(2m - 1) + 3(1 - (-1)^n)/2 + 3(-1)^n m) / 12, \\ B_{mn} &= (((2m - 1)((-1)^n - 1) + 4m^2)n + 2m^3 + (-1)^n(m^2 - 1) + 1) / 2, \\ C_{mn} &= ((24m^2 - 24m + 9)n^2 + 2(10m^3 - 3m^2 - 4m + 3)n + \\ &\quad + 5m^4 + m^2 - 3m + 3(1 - (-1)^n)/2 + 3(-1)^n m) / 12. \end{aligned}$$

При увеличении n относительный прогиб Δ' в данной задаче сначала убывает, а затем монотонно растёт по линейному закону. При увеличении же m относительный прогиб растёт по кубическому закону.

Ферма похожего вида (но уже арочная в собственном значении этого слова) была исследована в работе [41]. Первоначально был рассмотрен случай, когда ферма нагружена одной силой P , приложенной в центральном узле нижнего пояса (рис. 16).

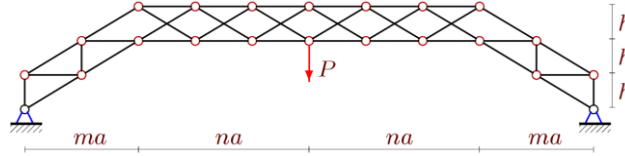


Рис. 16. Ферма [41]: $n = 3, m = 2$

Общее решение для прогиба, найденное двухпараметрической индукцией, в этой задаче также даётся формулой (10), но коэффициенты получились такими:

$$\begin{aligned} A_{mn} &= n^3/3 + (1 - (2m + 1)(-1)^n)n^2/(4m) + (1 + 8m^2/3 - (-1)^n)n/(4m^2) + (1 - (-1)^n)/4, \\ B_{mn} &= (1 - (-1)^n)/(4m), \quad C_{mn} = (6n + (5m^2 + 1)/m + (m^2 - 1)(-1)^n/m) / 12. \end{aligned}$$

Примечательно, что в этой задаче при стремлении n к бесконечности значение относительного прогиба Δ' стремится к конечному пределу; к конечному пределу (уже другому) оно стремится также, если, зафиксировав n , устремить к бесконечности параметр m .

Был рассмотрен также случай, когда данная ферма равномерно нагружена по верхнему поясу; однако в этом случае анализ удалось провести лишь для случая $m = n$. Коэффициенты в формуле (10) при этом оказались следующими:

$$\begin{aligned} A_{mn} &= (10n^5 - 2(3 + 4(-1)^n)n^4 + 2(18 + (-1)^n)n^3 - (9 + 13(-1)^n)n^2 + 4(2 - 5(-1)^n)n + \\ &\quad + 9(1 - (-1)^n)) / (24n), \quad B_{mn} = (1 - (-1)^n)(3n + 1) / (4n), \\ C_{mn} &= -((1 - (-1)^n)n^4 - 4(8 + (-1)^n)n^3 + 10n^2 + 2(1 + 2(-1)^n)n + 2(1 - (-1)^n)) / (24n). \end{aligned}$$

В работе [42] был проведён анализ раскосной фермы арочного типа с равномерной нагрузкой по верхнему поясу. У данной фермы в верхней части каждой полуарки число па-

нелей равно n , в нижней – m . Высота всех стоек фермы одинакова, а уклоны верхних и нижних частей различны (рис. 17).

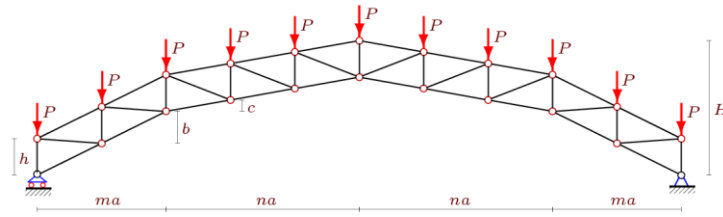


Рис. 17. Ферма [42]: $n = 3$, $m = 2$

Геометрия панелей этой фермы, как показано на рисунке, определяется 4 параметрами: a , b , c , h . Исследование, однако, проводилось в предположении, что $b = h$ и $c = h/2$.

При помощи двухпараметрической индукции было получено следующее общее решение для прогиба фермы:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn}a^3 + H_{mn}h^3 + D_{mn}d^3 + G_{mn}g^3) / h^2, \quad (11)$$

где

$$A_{mn} = 4m(2n+m)/8,$$

$$H_{mn} = (2n^3 + 2(3m+2)n^2 + 4(2m^2+1)n + m(3m^2+2m+1))/8,$$

$$D_{mn} = m(4(2m^2+1)n + m(5m^2+1))/12,$$

$$G_{mn} = n(5n^3 + 20mn^2 + (30m^2+7)n + 2m(6m^2-1))/96; \quad d = \sqrt{a^2+h^2}, \quad g = \sqrt{a^2+9h^2}.$$

В случае $m = n$ относительный прогиб Δ' при увеличении n сначала убывает, а затем монотонно растёт.

Арочная ферма с крестообразной решёткой, имеющая по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в ригеле и нагруженная одной силой P в центральном узле нижнего пояса, была рассмотрена в работе [43] (рис. 18).

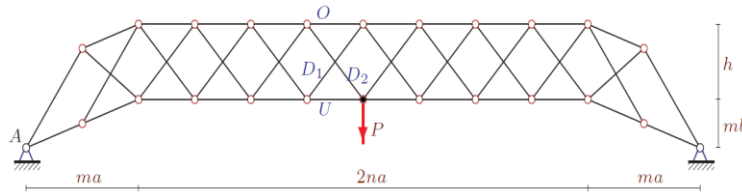


Рис. 18. Ферма [43]: $n = 4$, $m = 2$

Решение для прогиба фермы удалось получить двухпараметрической индукцией в предположении, что число панелей в половине пролёта является чётным: $n = 2k$. Оно оказалось таким:

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn}a^3bh + B_{mn}a^3b^2 + C_{mn}c^3h^2 + D_{mn}f^3b^2 + E_{mn}a^3h^2) / b^2h^2, \quad (12)$$

где

$$A_{mn} = -2k^2, \quad B_{mn} = k(8k^2+1)/3, \quad C_{mn} = m/2,$$

$$D_{mn} = E_{mn} = k; \quad c = \sqrt{a^2+b^2}, \quad f = \sqrt{a^2+h^2}.$$

Ферма П-образной формы с четырьмя опорами, исследованная в работе [44], статически определима, но относится к числу внешне статически неопределимых систем. Она имеет по m панелей в боковых частях и $2n$ панелей в ригеле; к центральному узлу нижнего пояса приложена сила P (рис. 19).

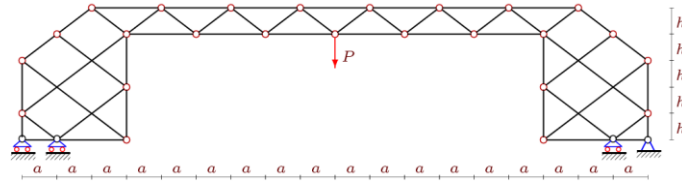


Рис. 19. Ферма [44] (вариант 1): $n = 3$, $m = 2$

Авторы работы обнаружили, что в случаях, когда остаток от деления m на 3 равен 1, определитель матрицы G обращается в нуль, так что ферма превращается в кинематически изменяемую систему; при этом изменение параметра n здесь (в отличие от ранее обсуждавшейся фермы из статьи [34]) на кинематическую изменяемость не влияет.

При проведении двухпараметрической индукции вместо индукции по m применялась (чтобы исключить случаи вырождения) индукция по параметру k , пробегавшему последовательно значения 1, 2, 3, ... и связанному с m формулой $m = (6k - (-1)^k + 1) / 4$. Для прогиба фермы была получена формула, сходная с (10):

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn} a^3 + B_{mn} h^3 + C_{mn} c^3) / h^2, \quad (13)$$

где

$$A_{mn} = (8n^3 + 24n^2 + 25n + 9) / 3, \quad B_{mn} = (5 + 14k - 5(-1)^k) / 4, \\ C_{mn} = (2n + 3 - (-1)^k + 6k) / 2; \quad c = \sqrt{a^2 + h^2}.$$

В работе [44] был также рассмотрен другой вариант конструкции этой фермы, отличающийся изменением положения двух опор (рис. 20).

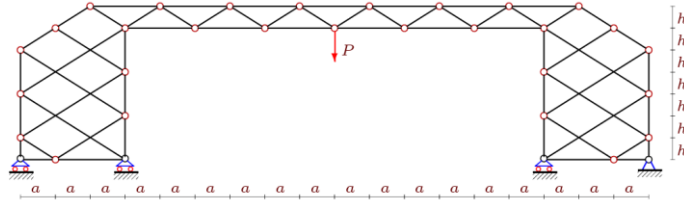


Рис. 20. Ферма [44] (вариант 2): $n = 3$, $m = 3$

Для этого варианта исчезают случаи кинематической изменяемости, а выражения для коэффициентов становятся такими:

$$A_{mn} = (8n^2 + 1)n / 3, \quad B_{mn} = m, \quad C_{mn} = n. \quad (14)$$

Вернувшись к варианту 1 фермы, авторы работы рассмотрели ещё случай, когда ферма равномерно нагружена по нижнему поясу ригеля. Коэффициенты в (13) приняли вид

$$A_{mn} = (10n^4 + 40n^3 + 35n^2 - 10n - 9) / 3, \\ B_{mn} = (5(2n - 1)(1 - (-1)^k) + 14k(2n - 1)) / 4, \\ C_{mn} = n^2 + (2m + 1)(2n - 1).$$

Сходная с изображённой на рис. 20 ферма, но отличающаяся иной геометрией решётки, была рассмотрена в работе [45] (рис. 21).

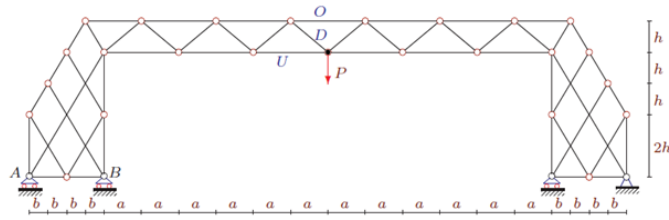


Рис. 21. Ферма [45] (вариант 1): $n = 3, m = 2$

Проведя двухпараметрическую индукцию для случая, когда ферма нагружена силой P в центральном узле нижнего пояса, автор работы установила, что для прогиба фермы также справедлива формула (13) с выражениями (14) для её коэффициентов.

Если же данная ферма равномерно нагружена по нижнему поясу ригеля, то коэффициенты в (13) оказываются такими:

$$A_{mn} = (10n^2 - 1)n^2/3, \quad B_{mn} = m(2n - 1), \quad C_{mn} = n^2.$$

В случае, когда распределённая нагрузка приложена ко всему верхнему поясу фермы (рис. 22), прогиб последней описывается уже формулой

$$\Delta = \frac{P}{EF} (A_{mn}a^3 + B_{mn}h^3 + C_{mn}c^3 + D_{mn}ba^2) / h^2, \quad (15)$$

где

$$A_{mn} = 2n^2(5n^2 + 1)/3, \quad B_{mn} = (-1 + 4(n + 2)m + (2m - 3)\cos 2\varphi - 4(\sin \varphi - \cos \varphi))/2, \\ C_{mn} = n^2, \quad D_{mn} = -8n^2(1 + (-1)^m); \quad \varphi = \pi m/2.$$

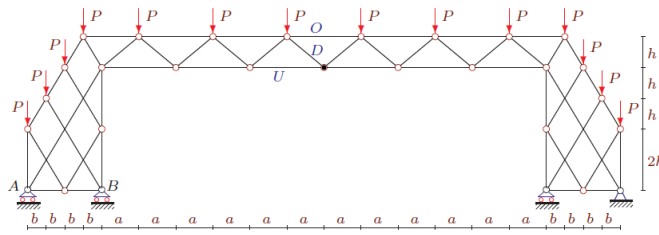


Рис. 22. Ферма [45] (вариант 2): $n = 3, m = 2$

Если же такая нагрузка приложена лишь к верхнему поясу ригеля, то коэффициенты в формуле (15) принимают вид

$$A_{mn} = 2n^2(5n^2 + 1)/3, \quad B_{mn} = 2(n + 1)m, \quad C_{mn} = n^2, \quad D_{mn} = -2n^2.$$

Заключение

В статье сделан обзор большого числа публикаций, авторы которых, используя метод индукции с привлечением системы компьютерной математики Maple, получили точные аналитические решения разнообразных задач о прогибе плоских ферм арочного типа. Собраны воедино основные результаты этих исследований, разбросанные по многочисленным изданиям, и для облегчения сопоставлений представлены в унифицированном виде.

Надо отметить, что получение общего решения таких задач для произвольного числа панелей в ферме, как правило, весьма трудоёмко, поскольку оно всякий раз предполагает решение в аналитическом режиме нескольких систем уравнений достаточно высокой размерности. Особенно это характерно для задач, решение которых зависит от двух натуральных параметров и требует проведения двухпараметрической индукции: здесь компьютер нередко работает “на пределе” своих возможностей. Эти трудности, однако, искупаются удобством работы с полученными в итоге формулами, а проверка результатов аналитического

исследования и дальнейший расчёт характеристик анализируемой конкретной системы (выполняемые уже в численном режиме системы Maple, который намного быстрее) не представляет особых трудностей и для ферм с несколькими десятками панелей (что типично для реальных задач).

Применение точных аналитических формул весьма эффективно, в частности, для большепролётных арочных конструкций, прямой численный расчёт которых связан с неизбежными погрешностями (появление последних связано, например, с приближённым характером применяемых методов, накоплением ошибок округления или плохой обусловленностью решаемых задач большой размерности).

Библиографический список

1. Кийко Л.К. Аналитическая оценка прогиба арочной фермы под действием ветровой нагрузки // Научный вестник. 2016. № 1 (7). С. 247–254. DOI: 10.17117/nv.2016.01.247
2. Тиньков Д.В. Анализ точных решений прогиба регулярных шарнирно-стержневых конструкций // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2015. № 6. С. 21–28.
3. Кривошапко С.Н., Галишникова В.В. Архитектурно-строительные конструкции. М.: Юрайт, 2015. 476 с. ISBN 978-5-9916-4821-9.
4. Шапошников Н.Н., Кристалинский Р.Е., Дарков А.В. Строительная механика. 13-е изд. СПб.: Лань, 2017. 692 с. ISBN 978-5-8114-0576-3.
5. Proske D., Lieberwirth P., van Gelder P. Sicherheitsbeurteilung historischer Steinbogenbrücken. Dresden: Dirk Proske Verlag, 2006. 310 S. ISBN 978-3-00-018131-3.
6. Юнусов А.С. Арочные конструкции, востребованные временем, в строительной науке и архитектуре // Инженерный вестник Дона. 2016. Т. 40, № 1 (40). Ст. 44 (15 с.)
URL: http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_27_Ayrat_Yunusov.pdf_09178f652b.pdf
7. Knapp R.G. Chinese Bridges: Living Architecture from China's Past. Singapore: Tuttle Publishing, 2008. 272 p. ISBN 978-0-8048-3884-9.
8. Саламахин П.М., Попов В.И. Автодорожные и городские мосты в России. М.: МАДИ, 2017. 124 с.
9. Xiang Zhongfu, Xu Wei, Wang Cunshu, Dong Ying. The construction technology of Chongqing Chaotianmen Bridge // Proceedings of the 6th International Conference on Arch Bridges – ARCH'10 (Fuzhou, October 11-13, 2010) / Ed. by Chen Baochun, Wei Jiangang. Fuzhou: Fuzhou University, 2010. P. 788–796.
10. Chen Wai-Fah, Duan Lian. Handbook of International Bridge Engineering. Boca Raton: CRC Press, 2013. 1394 p. ISBN 978-1-4398-1029-3.
11. Яшнов А.Н., Поляков С.Ю. Организация научно-инженерного сопровождения строительства внеклассного моста // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. 2015. № 1. С. 148–160.
12. Герцен А.А. Анализ технических проблем возведения Крымского моста // Молодёжь и научно-технический прогресс: Сборник докладов X Международной научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых учёных (Губкин, 20 апреля 2017 г.). Т. 4. Белгород: ООО «Ассистент плюс», 2017. С. 47–50.
13. Воробьёва А.Е., Игнатова А.В. Применение систем с повышенным демпфированием при строительстве Крымского моста через Керченский пролив // VII Всероссийский фестиваль науки: Сборник докладов (Нижний Новгород, 4–5 октября 2017 г.). Т. 1. Н. Новгород: Нижегородский гос. арх.-строит. ун-т, 2017. С. 336–339.

14. Кирсанов М.Н. Индуктивный анализ влияния погрешности монтажа на жёсткость и прочность плоской фермы // Инженерно-строительный журнал. 2012. Т. 31, № 5. С. 38–42. DOI: 10.5862/MCE.31.5
15. Гриднев С.Ю., Кирсанов М.Н., Овчинников И.Г. Статический расчёт двухраскосной балочной фермы // Интернет-журнал «Науковедение». 2016. Т. 8, № 6 (37). Ст. 99 (8 с.) URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>
16. Осадченко Н.В. Расчёт прогиба плоской неразрезной статически определимой фермы с двумя пролётами // Постулат. 2017. № 12. Ст. 28 (9 с.) URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/958/984>
17. Резниченко А.Ю., Эйрих Н.В. Вычисление монтажных напряжений в стержневых системах методом конечных элементов в системе Maple // Вестник Приамурского гос. ун-та им. Шолом-Алейхема. 2017. № 1 (26). С. 63–70.
18. Ибрагимов А.М., Кукушкин И.С. Сравнительный анализ вариантов конструктивных решений пологих арочных покрытий зданий // Вестник МГСУ. 2014. № 3. С. 59–66.
19. Кирсанов М.Н. Аналитическое исследование деформаций плоской фермы арочного типа // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. 2015. № 3 (31). С. 42–48. DOI: 10.21821/2309-5180-2015-7-3-42-48
20. Малянов И.Ю. Формула для прогиба арочной фермы под действием равномерной нагрузки по нижнему поясу // Вопросы образования и науки: теоретический и методический аспекты. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции (Тамбов, 30 июня 2015 г.). Том 1. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2015. С. 129–131.
21. Сайпулаев Г.Р. Расчёт регулярных стержневых систем на примере арочной фермы // Актуальные вопросы образования и науки: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции (Тамбов, 30 сентября 2014 г.). Часть 4. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком». 2014. С. 128–130.
22. Bolotina T.D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels // Bulletin of Scientific Conferences, 2016, no. 4-3 (8). P. 7–8.
23. Сметанин Д.А. Анализ решения задачи о прогибе арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу // Вестник научных конференций. 2015. № 4-1 (4). С. 152–153.
24. Бирбасов А.А. Аналитический расчёт прогиба плоской арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу // Научный альманах. 2016. № 6-2 (19). С. 198–201. DOI: 10.17117/na.2016.06.02.198
25. Макаров М.Д. Анализ смещения опоры плоской упругой арочной фермы, нагруженной по верхнему поясу // Научный альманах. 2016. № 6-2 (19). С. 257–259. DOI: 10.17117/na.2016.06.02.257
26. Трунов П.В. Аналитический расчёт прогиба симметричной арочной фермы, нагруженной по нижнему поясу // Вестник научных конференций. 2015. № 2-3 (2). С. 142–143.
27. Рябцев А.М. Прогиб безраспорной арочной фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции (Тамбов, 30 мая 2015 г.). Том 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2015. С. 107–109.
28. Кирсанов М.Н. Сравнительный анализ жёсткости двух схем арочной фермы // Строительство уникальных зданий и сооружений. 2015. № 9 (36). С. 44–55.
29. Поляков В.К. Формула для горизонтального смещения опоры безраспорной арочной фермы под действием равномерной нагрузки по верхнему поясу // Актуальные вопросы в научной работе и образовательной деятельности: сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции (Тамбов, 30 мая 2015 г.). Том 10. Тамбов: ООО «Консалтинговая компания Юком», 2015. С. 98–99.

30. Астахов С.В. Вывод формулы для прогиба внешне статически неопределимой плоской фермы под действием нагрузки в середине пролёта // Строительство и архитектура. 2017. Т. 5, № 2. С. 50–54. DOI: 10.12737/article_596f6d7da0eb38.03494133
31. Савиных А.С. Анализ прогиба арочной раскосой фермы, нагруженной по верхнему поясу // Строительство и архитектура. 2017. Т. 5, № 3. С. 159–161. DOI: 10.12737/article_59cd03d2d376e2.79712636
32. Белянкин Н.А., Бойко А.Ю., Кирсанов М.Н. Индуктивный вывод прогиба стержневой ограждающей конструкции в системе Maple // Научный альманах. 2017. № 4-3 (30). С. 194–197. DOI: 10.17117/na.2017.04.03.194
33. Горбунова А.С., Кирсанов М.Н., Лепетюха В.А. Индуктивный вывод формулы для деформации плоской стержневой модели покрытия промышленного здания // Моделирование и механика конструкций. 2017. № 5. Ст. 6 (7 с.)
URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomerazhurnala/no5/stroitelnyamehanika/5.6/at_download/file
34. Кирсанов М.Н., Орлов И.В. Математическая модель упругой работы стержневой конструкции покрытия промышленного здания // Моделирование и механика конструкций. 2017. № 5. Ст. 1 (10 с.)
URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/matematicheskoe-modelirovanie-chislennye-metody-i-kompleksy-programm/5.1/at_download/file
35. Кирсанов М.Н. Формула для прогиба и анализ кинематической изменяемости решётчатой фермы // Строительная механика и конструкции. 2017. Т. 2, № 15. С. 5–10.
36. Кирсанов М.Н. Аналитический расчёт деформаций и усилий в плоской вантовой ферме // Механизация строительства. 2018. № 1. С. 29–33.
37. Широков А.С. Индуктивный вывод зависимости прогиба и смещения опоры арочной фермы от числа панелей в системе Maple // Международный научный семинар “Нелинейные модели в механике, статистике, теории поля и космологии – GRACOS-17” (Казань, 4–6 ноября 2017 г.): Сборник трудов / Под ред. Ю.Г. Игнатьева. Казань: Академия наук Республики Татарстан, 2017. С. 267–272.
38. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба фермы прямоугольного пространственного покрытия // Инженерно-строительный журнал. 2015. № 1 (53). С. 32–38. DOI: 10.5862/MCE.53.4
39. Кирсанов М.Н., Лафицкова М.Г., Никитина А.С. Индуктивный вывод зависимости прогиба арочной фермы от числа панелей // Научный альманах. 2017. № 4-3 (30). С. 205–208. DOI: 10.17117/na.2017.04.03.205
40. Кирсанов М.Н., Степанов А.С. О зависимости деформаций плоской арочной фермы от числа панелей // Строительная механика и расчёт сооружений. 2017. № 5 (274). С. 9–14.
41. Кирсанов М.Н. Анализ прогиба арочной фермы // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2017. № 5. С. 50–55. DOI: 10.22363/1815-5235-5-50-55
42. Кирсанов М.Н. Аналитическая оценка прогиба и усилий в критических стержнях арочной фермы // Транспортное строительство. 2017. № 9. С. 8–10.
43. Тиньков Д.В. Расчёт прогиба плоской арочной фермы с крестообразной решёткой // Постулат. 2017. № 12. Ст. 74 (6 с.)
URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1004/1030>
44. Kirsanov M.N., Orlov I.V. The dependence of the deflection of the rod of a statically exterior indeterminate truss on the number of panels // Постулат. 2017. № 12. Ст. 75 (10 с.)
URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1005/1031>
45. Грибова О.В. Расчёт прогиба плоской внешне статически неопределимой стержневой рамы // Постулат. 2017. № 12. Ст. 116 (8 с.)
URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1046/1073>

References

1. Kiyko L.K. Analytical evaluation of deflection of arched trusses under the action of wind loads, *Nauchnyj vestnik* [Science Bulletin], 2016, no. 1 (7), pp. 247–254 (in Russ.). doi: 10.17117/nv.2016.01.247
2. Tin'kov D.V. The analysis of nice calculations for displacements of regular joint-and-rod structures, *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstrukcij i sooruzhenij* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings], 2015, no. 6, pp. 21–28 (in Russ.).
3. Krivoschapko S.N., Galishnikova V.V. *Arkhitekturno-stroitel'nye konstrukcii* [Architectural and building structures], Moscow: Publishing Urait, 2015, 476 p. ISBN 978-5-9916-4821-9.
4. Shaposhnikov N.N., Kristalinskii R.E., Darkov A.V. *Stroitel'naya mekhanika. 13-e izd.* [Structural Mechanics. 13th edition], St. Petersburg: Lan Publishing House, 2017. 692 p. ISBN 978-5-8114-0576-3.
5. Proske D., Lieberwirth P., van Gelder P. *Sicherheitsbeurteilung historischer Steinbogenbrücken* [Safety assessment of historical stone arch bridges], Dresden: Dirk Proske Verlag, 2006. 310 S. ISBN 978-3-00-018131-3.
6. Yunusov A.S. Arch designs demanded by the time in building sciences and architecture, *Inzhenernyj vestnik Dona* [Engineering journal of Don], 2016, vol. 40, no. 1 (40). Article 44 (15 p.) (in Russ.).
URL: http://ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_27_Ayrat_Yunusov.pdf_09178f652b.pdf
7. Knapp R.G. *Chinese Bridges: Living Architecture from China's Past*, Singapore: Tuttle Publishing, 2008. 272 p. ISBN 978-0-8048-3884-9.
8. Salamakhin P.M., Popov V.I. *Avtodorozhnye i stroitel'nye mosty v Rossii* [Road and city bridges in Russia], Moscow: Moscow state automobile and road techn. univ. (MADI), 2017. 124 p.
9. Xiang Zhongfu, Xu Wei, Wang Cunshu, Dong Ying. The construction technology of Chongqing Chaotianmen Bridge, in *Proceedings of the 6th International Conference on Arch Bridges – ARCH'10 (Fuzhou, October 11-13, 2010) / Ed. by Chen Baochun, Wei Jiangang*, Fuzhou: Fuzhou University, 2010. Pp. 788–796.
10. Chen Wai-Fah, Duan Lian. *Handbook of International Bridge Engineering*, Boca Raton: CRC Press, 2013. 1394 p. ISBN 978-1-4398-1029-3.
11. Iashnov A.N., Poliakov S.Iu. Organization of scientific and engineering support of construction the extracurricular bridge, *Transport. Transportnye sooruzheniya. Ekologiya* [Transport. Transport Facilities. Ecology], 2015, no. 1, pp. 148–160 (in Russ.).
12. Herzen A.A. Analysis of technical problems of the Crimean bridge construction, in *Youth and scientific and technical progress: Collected papers of the X International scientific and practical conference of students, postgraduates and young scientists (Gubkin, April 20, 2017). Vol. 4*, Belgorod: LLC “Assistant plus”, 2017. Pp. 47–50 (in Russ.).
13. Vorob'yova A.E., Ignatova A.V. Application of systems with increased damping during the construction of the Crimean bridge across the Kerch Strait, in *VII All-Russian festival of science: Collected papers (Nizhny Novgorod, 4–5 October 2017). Vol. 1*, Nizhny Novgorod: The Nizhny Novgorod state architect.-builds. univ., 2017. Pp. 336–339 (in Russ.).
14. Kirsanov M.N. Inductive analysis of the effect of mounting error on the stiffness and strength of a flat truss, *Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal* [Magazine of Civil Engineering], 2012, vol. 31, no. 5, pp. 38–42 (in Russ.). doi: 10.5862/MCE.31.5
15. Gridnev S.Yu., Kirsanov M.N., Ovchinnikov I.G. Static calculation of the two-brace trussed joist, *Internet-zhurnal “Naukovedenie”* [Scientific open access journal “Naukovedenie”], 2016, vol. 8, no. 6 (37). Article 99 (8 p.) (in Russ.).
URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN616.pdf>

16. Osadchenko N.V. Calculation of the deflection of a flat, statically determinate continuous truss with two spans, *Postulat* [Postulate], 2017, no. 12. Article 28 (9 p.) (in Russ.).
URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/958/984>
17. Reznichenko A.Yu., Eyrikh N.V. Calculation of mounting stresses in rod systems by the method of finite elements in the Maple system, *Vestnik Priamurskogo gos. un-ta im. Sholom-Aleikhema* [Herald of Sholom-Aleichem Priamursky state univ.], 2017, no. 1 (26), pp. 63–70 (in Russ.).
18. Ibragimov A.M., Kukushkin I.S. Comparative analysis of the construction solution variants for flat arch coverings of buildings, *Vestnik MGSU* [Proceedings of Moscow State University of Civil Engineering], 2014, no. 3, pp. 59–66 (in Russ.).
19. Kirsanov M.N. Analytical study of deformations of a flat truss arch type, *Vestnik gos. un-ta morskogo i rechnogo flota im. admirala S.O.Makarova* [Bulletin of Admiral S.O. Makarov State Univ. of the Marine and River Fleet], 2015, no. 3 (31), pp. 42–48 (in Russ.). doi: 10.21821/2309-5180-2015-7-3-42-48
20. Malyanov I.Yu. The formula for deflection of the arch truss under the action of a uniform load along the lower belt, in *Issues of education and science: theoretical and methodical aspects. Collection of scientific papers on the materials of the International scientific and practical conference (Tambov, June 30, 2015). Volume 1*, Tambov: LLC “Consulting company Ucom”, 2015. Pp. 129–131 (in Russ.).
21. Sajpulaev G.R. Calculation of regular rod systems for the arch truss, in *Actual issues of education and science: a collection of scientific papers on the materials of the International scientific and practical conference (Tambov, September 30, 2014). Part 4*, Tambov: LLC “Consulting company Ucom”, 2014. Pp. 128–130 (in Russ.).
22. Bolotina T.D. The deflection of the flat arch truss with a triangular lattice depending on the number of panels // *Bulletin of Scientific Conferences*, 2016, no. 4-3 (8), pp. 7–8.
23. Smetanin D.A. Analysis of the solution of the problem of the deflection of the arch truss loaded on the upper belt, *Vestnik nauchnykh konferencij* [Bulletin of Scientific Conferences], 2015, no. 4-1 (3), pp. 152–153 (in Russ.).
24. Birbasov A.A. Analytical calculation of the deflection of flat arched truss, loaded on the upper belt, *Nauchnyj al'manakh* [Science Almanac], 2016, no. 6-2 (19), pp. 198–201 (in Russ.). doi: 10.17117/na.2016.06.02.198
25. Makarov M.D. Analysis of displacement support plane elastic arch truss loaded at the upper belt, *Nauchnyj al'manakh* [Science Almanac], 2016, no. 6-2 (19), pp. 257–259 (in Russ.). doi: 10.17117/na.2016.06.02.257
26. Trunov P.V. Analytical calculation of the deflection of a symmetrical arch truss loaded on the lower belt, *Vestnik nauchnykh konferencij* [Bulletin of Scientific Conferences], 2015, no. 2-3 (2), pp. 142–143 (in Russ.).
27. Ryabcev A.M. The deflection of the arched girder without horizontal thrust under the action of a uniform load along the upper belt, in *Actual issues in scientific work and educational activities: a collection of scientific papers on the materials of the International scientific and practical conference (Tambov, May 30, 2015). Vol. 10*, Tambov: LLC “Consulting company Ucom”, 2015. Pp. 107–109 (in Russ.).
28. Kirsanov M.N. A comparative stiffness analysis of two schemes arched truss, *Stroitel'svo inikal'nykh zdaniy i sooruzhenij* [Construction of Unique Buildings and Structures], 2015, no. 9 (36), pp. 44–55 (in Russ.).
29. Polyakov V.K. The formula for horizontal displacement of the support of the arched girder without horizontal thrust under the action of a uniform load along the upper belt, in *Actual issues in scientific work and educational activities: a collection of scientific papers on the materials of the International scientific and practical conference (Tambov, May 30, 2015). Vol. 10*, Tambov: LLC “Consulting company Ucom”, 2015. Pp. 98–99 (in Russ.).
30. Astakhov S.V. The derivation of formula for deflection of statically indeterminate externally flat truss under load at midspan, *Stroitel'svo i arkhitektura* [Construction and Architecture], 2017, vol. 5, no. 2, pp. 50–54 (in Russ.). doi: 10.12737/article_596f6d7da0eb38.03494133

31. Savinykh A.S. Analysis of deflection of the arch truss loaded at the upper belt, *Stroitel'stvo i arkhitektura* [Construction and Architecture], 2017, vol. 5, no. 3, pp. 159–161 (in Russ.). doi: 10.12737/article_59cd03d2d376e2.79712636
32. Belyankin N.A., Boyko A.Yu., Kirsanov M.N. Inductive derivation of rod cladding structures deflection in the system Maple, *Nauchnyj al'manakh* [Science Almanac], 2017, no. 4-3 (30), pp. 194–197 (in Russ.). doi: 10.17117/na.2017.04.03.194
33. Gorbunova A.S., Kirsanov M.N., Lepetyukha V.A. Inductive derivation of formula for deformations of flat rod model coating industrial building, *Modelirovanie i mekhanika konstrukcij* [Modeling and Mechanics of Structures], 2017, no. 5. Article 6 (7 p.) (in Russ.). URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/stroitel'naya-mekhanika/5.6/at_download/file
34. Kirsanov M.N., Orlov I.V. A mathematical model of the elastic behavior of the rod coating construction of industrial building, *Modelirovanie i mekhanika konstrukcij* [Modeling and Mechanics of Structures], 2017, no. 5. Article 1 (10 p.) (in Russ.). URL: http://mechanics.pguas.ru/Plone/nomera-zhurnala/no5/matematicheskoe-modelirovanie-chislennye-metody-i-kompleksy-programm/5.1/at_download/file
35. Kirsanov M.N. The formula for the deflection and analysis of kinematic variability of the lattice truss, *Stroitel'naya mekhanika i konstrukcii* [Structural Mechanics and Structures], 2017, Vol. 2, no. 15, pp. 5–10 (in Russ.).
36. Kirsanov M.N. Analytical calculation of strain and forces in the flat cable truss // *Mekhanizatsiya stroitel'stva* [Mechanization of Construction], 2018, no. 1, pp. 29–33 (in Russ.).
37. Shirokov A.S. Inductive evaluation of dependence of deflection and shifting of support in arch truss from the number of panels in the Maple system, in *International science seminar "Non-linear models in the mechanics, statistics, theory field and cosmology" – GRACOS-17" (Kazan, 4–6 November 2017: Collected papers) / Ed. by Yu.G. Ignat'ev*, Kazan: Academy of Sciences of the Republic of Tatarstan, 2017. Pp. 267–272 (in Russ.).
38. Kirsanov M.N. Deflection analysis of rectangular spatial coverage truss, *Inzhenerno-stroitel'nyj zhurnal* [Magazine of Civil Engineering], 2015, no. 1 (53), pp. 32–38 (in Russ.). doi: 10.5862/MCE.53.4
39. Kirsanov M.N., Lafickova M.G., Nikitina A.S. An inductive derivation of the dependence of the arched truss deflection on the number of panels, *Nauchnyj al'manakh* [Science Almanac], 2017, no. 4-3 (30), pp. 205–208 (in Russ.). doi: 10.17117/na.2017.04.03.205
40. Kirsanov M.N., Stepanov A.S. On the dependence of the deformations of a flat arch truss on the number of panels, *Stroitel'naya mekhanika i raschyot sooruzhenij* [Structural Mechanics and Analysis of Constructions], 2017, no. 5 (274), pp. 9–14 (in Russ.).
41. Kirsanov M.N. Analysis of the deflection of the arched truss, *Stroitel'naya mekhanika inzhenernykh konstrukcij i sooruzhenij* [Structural Mechanics of Engineering Constructions and Buildings], 2017, no. 5, pp. 50–55 (in Russ.). doi: 10.22363/1815-5235-5-50-55
42. Kirsanov M.N. Analytical evaluation of deflection and forces in critical rods in arched truss, *Transportnoe stroitel'stvo* [Transport Construction], 2017, no. 9, pp. 8–10 (in Russ.).
43. Tin'kov D.V. Calculation of the deflection of a flat arched truss with a cross-shaped grid, *Postulat* [Postulate], 2017, no. 12. Article 74 (6 p.) (in Russ.). URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1004/1030>
44. Kirsanov M.N., Orlov I.V. The dependence of the deflection of the rod of a statically exterior indeterminate truss on the number of panels, *Postulat* [Postulate], 2017, no. 12. Article 75 (10 p.). URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1005/1031>
45. Gribova O.V. Calculation of the deflection of flat externally statically indefinable core frame, *Postulat* [Postulate], 2017, no. 12. Article 116 (8 p.) (in Russ.). URL: <http://e-postulat.ru/index.php/Postulat/article/view/1046/1073>

ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ СООТНОШЕНИЯ ПОЛЗУЧЕСТИ ДЛЯ ИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ, МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КОТОРЫХ ЗАВИСЯТ ОТ ВИДА НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ

А.А. Трещев¹

Тульский государственный университет
Россия, г. Тула

*1 Д-р техн. наук, проф., заведующий кафедрой «Строительство, строительные материалы и конструкции»
Тел.: 8(4872)25-71-08; e-mail: taa58@yandex.ru*

Предложена обобщенная форма потенциала ползучести для изотропных разносопротивляющихся материалов. Для этого использовано векторное пространство нормированных напряжений, связанное с октаэдрической площадкой, учтено влияние среднего напряжения на ползучесть материалов. Привлечение ассоциированного закона течения позволило сформулировать уравнения связи скоростей ползучести от уровня напряжений. Сформулированы энергетические ограничения на параметры потенциала ползучести.

Ключевые слова: ползучесть материалов, потенциал ползучести, пространство нормированных напряжений, вид напряженного состояния.

DEFINING RELATIONS OF CREEP FOR ISOTROPIC MATERIALS, THE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF WHICH DEPEND ON THE KIND OF STRESS STATE

A.A. Treshchev¹

Tula state university
Russia, Tula

*1 Dr. of Tech. Sc., professor, head of the department "Construction, building materials and structures"
Ph.: +7(4872)257108; e-mail: taa58@yandex.ru*

A generalized form of creep potential for isotropic materials with SD effect is proposed. For this purpose, there is used vector space of normalized stresses associated with octahedral plane, mean stress influence on materials creep is taken into account. The associated flow rule allowed formulating equations of the creep rates dependence on the stress level. Energy restrictions of creep potential parameters are formulated.

Keywords: material creep, creep potential, normalized stresses space, type of stress state.

В современной технике и в строительстве получили широкое распространение материалы, реологические свойства которых не соответствуют классическим представлениям о процессах деформирования твердых тел. В общепринятых теориях ползучести изначально постулируется реологическая несжимаемость реономных материалов и принимается за основу гипотеза единой кривой деформирования во времени [1, 2]. Однако, как показало большинство

экспериментальных исследований, проведенных на бетонах, полимерных и композитных материалах, величина давления может существенно изменить характер и механизмы деформационных процессов, вызывая чувствительность параметров ползучести к гидростатическому давлению [3, 4] и к виду напряженного состояния [5-18]. К таким материалам относится полиметилметакрилат (ПММА), политетрафторэтилен (ПТФЭ) и полиэтилен высокой плотности (ПЭВП) [3]. Дилатация для таких материалов является функцией времени, развиваясь в процессе ползучести в зависимости от вида напряженного состояния. Влияние гидростатического давления на деформацию сдвига не может быть учтено классическими теориями ползучести.

Автор данной работы предлагает к рассмотрению уточненный вариант связи скоростей деформаций ползучести с напряжениями, вытекающий из формулировки энергии рассеивания деформирования для изотропных дилатирующих материалов, реологические свойства которых зависят от вида напряженного состояния. Этот подход приводит к необходимости существования потенциала ползучести.

Для описания процесса ползучести изотропных разносопротивляющихся материалов при отсутствии упрочнения будем использовать потенциал скорости деформаций в виде [19 – 24]

$$W = (A + B\xi + C\eta)\tau^n, \quad (1)$$

где A, B, C, n – константы потенциала ползучести, определяемые в результате обработки экспериментальных данных по исследованию процессов деформирования материала при одноосном растяжении, сжатии и простом сдвиге; $\xi = \sigma / S_0$, $\eta = \tau / S_0$ – нормированные нормальные и касательные напряжения на октаэдрической площадке; $S_0 = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$ – норма пространства; $\sigma = \delta_{ij}\sigma_{ij}/3$ – средние напряжения; $\tau = \sqrt{S_{ij}S_{ij}/3}$ – октаэдрическое касательное напряжение; $S_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij}\sigma$ – девиатор тензора напряжения; δ_{ij} – символы Кронекера; $i, j = 1, 2, 3$.

В результате использования методики ассоциированного закона течения применительно к представленному потенциалу (1) устанавливаются зависимости между скоростями деформаций и напряжениями:

$$\dot{e}_{ij} = \frac{\partial W}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{\partial W}{\partial \sigma} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial \sigma_{ij}} + \frac{\partial W}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (2)$$

которые могут быть положены в основу исследования ползучести изотропных материалов, чувствительных к виду напряженного состояния. Здесь $\dot{e}_{ij} = e_{ij,t}$ – компоненты тензора скоростей деформаций; t – текущее время.

Применив формулы Кастильяно (2) к потенциалу вида (1), получим:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ij} = [nA + B\xi(n - \eta^2) + C\eta(n + \xi^2)]\tau^{n-2} \cdot S_{ij} / 3 + \\ + [(B\eta + C\xi)\tau\eta^2]\delta_{ij}\tau^{n-2} / 3, \end{aligned} \quad (3)$$

где $\dot{e}_{ij} = \dot{\gamma}_{ij}/2$; $\dot{\gamma} = \sqrt{4\dot{e}_{ij}\dot{e}_{ij}/3}$ – скорость деформаций октаэдрического сдвига при ползучести; $\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij} - \delta_{ij}\dot{\theta}/3$ – девиатор тензора скоростей деформаций ползучести; $\dot{\theta} = \delta_{ij}\dot{e}_{ij}$ – скорость изменения объема при ползучести.

При определении констант потенциала (1) из экспериментов по одноосному растяжению имеем: $\xi = \sqrt{3}/3$, $\eta = \sqrt{6}/3$; по одноосному сжатию: $\xi = -\sqrt{3}/3$, $\eta = \sqrt{6}/3$; при чистом сдвиге: $\xi = 0$, $\eta = 1$. Показатель степени n (1) определяется характером нелинейной зависимости между скоростями деформаций и напряжениями путем обработки диаграмм по методу наименьших квадратов.

При определении констант потенциала ползучести необходимо проводить проверку его энергетической непротиворечивости в соответствии с требованиями постулата Друкера [25]:

$$\delta \dot{\epsilon}_{ij} \delta \sigma_{ij} = \frac{\partial^2 W}{\partial \sigma_{km} \partial \sigma_{ij}} \delta \sigma_{km} \delta \sigma_{ij} \geq 0. \quad (4)$$

Ограничения вида (4) согласно критерию Сильвестра сводятся к положительной определенности квадратичных форм:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 W}{\partial \sigma^2} &\geq 0; & \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} &\geq 0; \\ \frac{\partial^2 W}{\partial \sigma^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \sigma \partial \tau} \right)^2 &\geq 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Выводы

Таким образом, на основе методики нормированных пространств напряжений, связанных с октаэдрической площадкой, предложены уравнения связи скоростей деформаций ползучести с уровнем действующих напряжений для изотропных материалов, реологические свойства которых зависят от вида напряженного состояния. Указана система экспериментальных исследований для однозначного определения констант потенциала ползучести. Сформулированы ограничения, накладываемые на константы потенциала ползучести условием единственности в малом, то есть условием выпуклости поверхности потенциала.

Библиографический список

1. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
2. Ржаницын А.Р. Теория ползучести / А.Р. Ржаницын. – М.: Стройиздат, 1968. – 416 с.
3. Гольдман А.Я. Нелинейное вязкоупругое поведение полимерных и композитных материалов, свойства которых зависят от гидростатического давления / А.Я. Гольдман // Механика композитных материалов. – 1984. – №1. – С. 21-34.
4. Малинин Н.Н. Влияние шарового тензора напряжений на ползучесть металлов / Н.Н. Малинин, Г.М. Хажинский // Механика деформируемых тел и конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – С. 280–285.
5. Амбарцумян С.А. Разномодульная теория упругости / С.А. Амбарцумян. – М.: Наука, 1982. – 320 с.
6. Амбарцумян С.А. Об одной модели наследственно-упругого тела, разнсопротивляющегося растяжению и сжатию / С.А. Амбарцумян // ПММ. – 1971. – Т. 35. – Вып. 1. – С. 49–60.

7. Бойков В.Н. Кратковременная ползучесть материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению-сжатию / В.Н. Бойков, Э.С.Лазаренко // Изв. вузов. Машиностроение. – 1976. – №11. – С. 8–14.
8. Бойков В.Н. Кратковременная ползучесть сплава Д16Т в условиях чистого сдвига / В.Н. Бойков, Э.С. Лазаренко // Изв. вузов. Машиностроение. – 1976. – №10. – С. 13–15.
9. Гордеев Б.В. О построении уравнений ползучести для материалов с разными свойствами на растяжение и сжатие / Б.В. Гордеев, В.В. Рубанов, О.В. Соснин // ПМТФ. – 1979. – №4. – С. 121–128.
10. Горев Б.В. К ползучести материалов с разными характеристиками на растяжение и сжатие / Б.В. Горев, А.Ф. Никитенко // Динамика сплошной среды. – Новосибирск: Ин-т гидродинамики СО АН СССР, 1970. – Вып. 6. – С. 105–111.
11. Горев Б.В. О ползучести материалов с различными свойствами на растяжение и сжатие / Б.В. Горев, В.В. Рубанов, О.В. Соснин // Проблемы прочности. – 1979. – №7. – С. 62–67.
12. Еремичев А.Н. Определяющие уравнения материала, деформирование которого зависит от вида напряженного состояния / А.Н. Еремичев // МВТУ им. Н.Э.Баумана. – М., 1984. – 20 с. – Деп. в ВИНТИ 21.01.84, №2356-84.
13. Золочевский А.А. Об учете разнсопротивляемости в теории ползучести изотропных и анизотропных материалов / А.А. Золочевский // ПМТФ. – 1982. – №4. – С. 140–144.
14. Матченко Н.М. О связи между напряжениями и деформациями в разномодульных изотропных средах / Н.М. Матченко, Л.А. Толоконников // Инж. журн. МТТ. – 1968. – №6. – С. 108–110.
15. Никитенко А.Ф. О влиянии третьего инварианта девиатора напряжений на ползучесть неупрочняющихся материалов / А.Ф. Никитенко // ПМТФ. – 1969. – №5. – С. 102–103.
16. Радченко В.А. Ползучесть жаропрочных сплавов ВЖЛ-12У и ЖС6У, учет разнсопротивляемости, оценка времени до разрушения / В.А. Радченко, И.А. Холмянский // САДИ им. В.В. Куйбышева. – Омск, 1986. – 17 с. – Деп. в ВИНТИ 01.10.86, №7496-В86.
17. Розовский М.И. О деформации вязкоупругих тел, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию / М.И. Розовский // Изв. АН СССР. МТТ. – 1975. – №3. – С. 99–103.
18. Цвелодуб И.Ю. О некоторых возможных путях построения теории установившейся ползучести сложных сред / И.Ю. Цвелодуб // Изв. АН СССР. МТТ. – 1981. – №2. – С. 48–55.
19. Трещев А.А. Деформационные особенности дорожных многослойных одежд с учетом ползучести их материалов / А.А. Трещев, Д.В. Минаков // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии. Сборник материалов 4-й Международной конференции. – Тула: ТулГУ, 2003. – С. 71–72.
20. Трещев А.А. Ползучесть материалов, свойства которых зависят от гидростатического давления / А.А. Трещев // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии. Сборник материалов 4-й Международной конференции. – Тула: ТулГУ, 2003. – С. 74–75.
21. Трещев А.А. К описанию ползучести материалов, чувствительных к виду напряженного состояния / А.А. Трещев // Вопросы планировки и застройки городов. Материалы 10 Международной научно-практической конференции. – Пенза: ПГАСА, 2003. – С. 286–287.
22. Трещев А.А. Вариант теории ползучести материалов чувствительных к виду напряженного состояния / А.А. Трещев // Вестник БГТУ. – Белгород: БГТУ, 2003. – №5. – Ч.2. – С. 447–449.

23. Трещев А.А. Ползучесть композитных материалов, свойства которых зависят от гидростатического давления / А.А. Трещев // Сборник научных трудов Международной научно-технической конференции: «Композиционные строительные материалы. Теория и практика». – Пенза: ПГУАС, 2004. – С. 309–310.
24. Трещев А.А. Потенциал ползучести для материалов, свойства которых зависят от вида напряженного состояния и от гидростатического давления / А.А.Трещев, И.А.Захарова // Актуальные проблемы строительства и строительной индустрии: сб мат. 9-й Международной конференции. – Тула: ТулГУ, 2008. – С. 78.
25. Трещев А.А. Теория деформирования и прочности материалов с изначальной или наведенной чувствительностью к виду напряженного состояния. Определяющие соотношения / А.А. Трещев. – Москва – Тула: РААСН – ТулГУ, 2016. – 328 с.

References

1. Rabotnov Yu. N. Creep of structural elements / Yu.N.Rabotnov. - Moscow: Science, 1966. - 752 p.
2. Rzhantsyn A. R. Theory of creep / A. R. Rzhantsyn. – M.: Stroyizdat, 1968. - 416 p.
3. Goldman A. J., Nonlinear viscoelastic behavior of polymeric and composite materials, the properties of which depend on hydrostatic pressure / by A. J. Goldmann // Mechanics of composite materials. - 1984. -No. 1. – S. 21-34.
4. Malinin N. N. The influence of the stress tensor on the creep of metals/N. N. Malinin, G. M. Khazhinsky // Mechanics of deformable bodies and structures. - Moscow: Mechanical Engineering, 1975. – P. 280-285.
5. Ambardzumyan S. A. multi-Modulus theory of elasticity / S. A. Ambardzumyan. - Moscow: Science, 1982. - 320 p.
6. Ambardzumyan S. A. on one model of a hereditary elastic body, which is resistant to stretching and compression / S. A. Ambardzumyan // AMMM. 1971. – Vol. 35. – Vol. 1. – P. 49-60.
7. Boikov V. N. Short-term creep of materials, different resistance to tension-compression / V. N. Boikov, E. S. Lazarenko // Izv. higher educational. Engineering. 1976. -No. 11. - P. 8-14.
8. Boikov V. N. Short-term creep of alloy D16T under conditions of pure shear / V. N. Boikov, E. S. Lazarenko // Izv. higher educational. Engineering. 1976. -No. 10. – P. 13-15.
9. Gordeev B. V. construction of the equations of creep for materials with different properties in tension and compression / B. V. Gordeev, V. V. Rubanov, O. V. Sosnin // AMTF. 1979. – No. 4. – P. 121-128.
10. Gorev B. V. To creep of materials with different characteristics in tension and compression / Gorev B. V., Nikitenko A. F. // Dynamics of continuous medium. – Novosibirsk: Institute of hydrodynamics of SB as USSR, 1970. – Vol. 6. - Pp. 105-111.
11. Gorev B. V. on the creep of materials with different properties of tensile and compression / B. V. Gorev, V. V. Rubanov, O. V. Sosnin // Problems of Strength. 1979. - No. 7. – Pp. 62-67.
12. Eremichev A. N. Defining equations of the material, deformation of which depends on the type of stress state / A. N. Eremichev // MHTU. - M., 1984. - 20 p. – DEP. in VINITI 21.01.84, № 2356-84.
13. Zolochovsky A. A. on the account of diversity in creep theory of isotropic and anisotropic materials / A. A. Zolochovsky // AMTF. - 1982. – No. 4. – P. 140-144.
14. Marchenko, N. M. On the relationship between stress and strain in isotropic heterogeneous environments / N. M.Marchenko, L. A. Tolokonnikov // Engineering Journal MSB. 1968. - No. 6. - Pp. 108-110.

15. Nikitenko A. F. on the influence of the third stress deviator invariant on the creep of non-decreasing materials / A. F. Nikitenko // AMTF. 1969. -No. 5. - Pp. 102-103.
16. Radchenko V. A. Creep of heat-resistant alloys WIL-12U and JS6U, given raznonapravlennost, estimation of time to failure / V. A. Radchenko, I. A. kholmyanskii // SADI. - Omsk, 1986. - 17 p. – DEP. 01.10.86 at VINITI, No. 7496-B86.
17. Rozovski, M. I. On the deformation of viscoelastic bodies with different resistance to tension and compression / M. I. Rozovskii, Izv. USSR ACADEMY OF SCIENCES. MSB. - 1975. - No. 3. – Pp. 99-103.
18. Tselodub, I. Y., some possible ways of constructing a theory of steady state creep in complex environments / I. Y. Tselodub, Izv. USSR ACADEMY OF SCIENCES. MSB. - 1981. -No. 2. – Pp. 48-55.
19. Treshchev A. A., Deformation characteristics of the road layered garments with the creep of their materials / A. A. Treshchev, D. V. Minakov // Actual problems of building and construction industry. Proceedings of the 4-th international conference. – Tula: TulSU. - 2003. – Pp. 71–72.
20. Treshchev A. A., Creep of materials, properties of which depend on hydrostatic pressure / A. A. Treshchev // Actual problems of building and construction industry. Proceedings of the 4th international conference. – Tula: TulSU. - 2003. - Pp. 74-75.
21. Treshchev A. A., To the description of creep of materials that are sensitive to the kind of the stress state / A. A. Treshchev // Questions of planning and building cities. Proceedings of the 10 international scientific and practical conference. – Penza: SCIENTIFIC. - 2003. – Pp. 286-287.
22. Treshchev A. A., a Variant of theory of creep of materials sensitive to the type of stress state / A. A. Treshchev // Herald BSTU. – Belgorod: BSTU. - 2003. -No. 5. – Part 2. – Pp. 447-449.
23. Treshchev A. A., Creep of composite materials, the properties of which depend on hydrostatic pressure / A. A. Treshchev // Collection of scientific works of International scientific-technical conference: "Composite building materials. Theory and practice". – Penza: PSU-AB. - 2004. – Pp. 309-310.
24. Treshchev A. A., Potential of creep for materials whose properties depend on the type of the stress state from hydrostatic pressure / A. A. Treshchev, A. I. Zakharova // Actual problems of building and construction industry. Proceedings of the 9-th international conference. – Tula: TulSU. - 2008. - P. 78.
25. Treshchev A. A Theory of deformation and strength of materials with initial or induced sensitivity to the state of stress. The governing relations / A. A. Treshchev // Moscow – Tula: RAABS/ – TulSU, 2016. - 328 p.

БАЗОВЫЕ И РАЗРУШАЮЩИЕ УСИЛИЯ ВНЕЦЕНТРЕННО СЖИМАЕМЫХ ПРИЗМ ИЗ МЕЛКОЗЕРНИСТОГО БЕТОНА ПРИ ЭКСЦЕНТРИСИТЕТАХ В ГРАНИЦАХ ЯДРА СЕЧЕНИЯ

А.Н. Синозерский¹, А.В. Резунов², Р.А. Мухтаров³

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3}
Россия, г. Воронеж

¹ Канд. техн. наук, проф. кафедры строительной механики

² Канд. физ.-мат. наук, доц. кафедры строительной механики

³ Ст. преподаватель кафедры строительной механики, тел.: 8(473) 271-52-30, e-mail: rinat19611 @rambler.ru

Показано, что определяемые с помощью установленной по опытам на центральное сжатие зависимости « $\sigma - \varepsilon$ » максимальные равнодействующие внутренних сил N_B внецентренно нагружаемых элементов из мелкозернистого бетона составляют менее 0,94 от экспериментальных разрушающих нагрузок $\bar{F}_u$. Коэффициент увеличения $\bar{K}_\mu$ усилия N_B по сравнению с $\bar{F}_u$ является функцией относительных эксцентриситета e и скорости нагружения $\dot{\theta}$. Установлена эмпирическая формула $K_\mu(\dot{\theta}, e)$ с минимальной суммой квадратов отклонений от результатов опытов.

Ключевые слова: внецентренное сжатие, мелкозернистый бетон.

BASIC AND DESTRUCTIVE EFFORTS OF ECCENTRICALLY COMPRESSED PRISMS FROM FINE-GRAINED CONCRETE AT ECCENTRICITY INSIDE CORE SECTION

A.N. Sinozersky¹, A.V.Rezunov², R.A. Mukhtarov³

Voronezh state technical university^{1,2,3}

Voronezh, Russia

¹ Phd of Tech. Sc., Prof. of department of Structural Mechanics

² Phd of Physical and Mathematical Sc., associate prof. of department of Structural Mechanics

³ Lecturer of department of Structural Mechanics tel.: +7(473)2715230, e-mail: rinat19611 @rambler.ru

It is shown that maximal resultants of internal forces N_B of eccentrically compressed elements from fine-concrete determined by tested dependence on central compression « $\sigma - \varepsilon$ » is less than 0, 94 from experimental destructive loads $\bar{F}_u$. Magnification factor $\bar{K}_\mu$ forces N_B in comparison with $\bar{F}_u$ is the function of relative to eccentricity e and loaded speed $\dot{\theta}$. Correlation formula $K_\mu(\dot{\theta}, e)$ with minimal sum of square deviation from tests results is defined.

Keywords: eccentric compression, fine-grained concrete.

Введение

Исходя из упругопластических свойств бетона для описания напряжённого состояния изгибаемых и нагружаемых внецентренно элементов предлагались устанавливаемые по результатам испытаний на центральное растяжение и сжатие:

$$\text{зависимости параболическая [1, 14]} \quad \sigma = \alpha \cdot \varepsilon + \beta \cdot \varepsilon^2 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{и} & \quad \text{степенная [2]} & \sigma = A \cdot \varepsilon^{1/n}; & (2) \\ \text{функция [3], [4]} & & \sigma = a \cdot \varepsilon^3 - b \cdot \varepsilon^2 + c \cdot \varepsilon; & (3) \\ \text{формула [5]} & & \sigma = E \cdot K_v \cdot \varepsilon & (4) \end{aligned}$$

с эмпирическим коэффициентом K_v .

Предельные усилия определялись с помощью условных диаграмм напряжений σ и деформаций ε [6, 7, 13], СНиП 2.03.01-84 и т.д.

Обнаружено [8, 9] существенное влияние режима нагружения на соотношение « $\sigma - \varepsilon$ ». Изучению зависимости разрушающих усилий не только от эксцентриситета e , но и от скорости $\dot{\theta}$ изменения равнодействующей внешних сил посвящается настоящая работа.

Исходные данные

По результатам опытов на центральное сжатие коротких элементов $h \cdot b \cdot l = 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,4$ м из мелкозернистого бетона со скоростями нагружения $\dot{F}_1 = 3923 \text{ Н} \cdot \text{с}^{-1}$, $\dot{F}_2 = 392,3 \text{ Н} \cdot \text{с}^{-1}$, $\dot{F} = 39,23 \text{ Н} \cdot \text{с}^{-1}$ установлены функции напряжений σ от деформаций ε [10]:

$$\sigma(\dot{\theta}_j) = E \cdot \varepsilon - \alpha_j \cdot (\varepsilon)^{\beta_j}, \quad (5)$$

где $j = 1, 2, 3$; $\dot{\theta}_j$ – относительная скорость нагружения, вычисляемая по формуле

$$\dot{\theta}_j = \dot{F}_j \cdot 10^{-6} / b \cdot h \cdot \dot{\sigma}_{1,00}; \quad (6)$$

$E = 31390$ МПа – начальный модуль упругости бетона; $\dot{\sigma}_{1,00} = 1,00$ МПа $\cdot$ с $^{-1}$; зависящие от $\dot{\theta}_j$ параметры:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= 15880500 \text{ МПа и } \beta_1 = 2,08100, \\ \alpha_2 &= 2764700 \text{ МПа и } \beta_2 = 1,80358, \\ \alpha_3 &= 733140 \text{ МПа и } \beta_3 = 1,58300. \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Максимальные значения $\sigma(\dot{\theta}_j)$ по (5) равны призмным пределам прочности:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{u1} &= 26,09 \pm 1,47 \text{ МПа,} \\ \bar{\sigma}_{u2} &= 25,51 \pm 0,69 \text{ МПа,} \\ \bar{\sigma}_{u3} &= 23,64 \pm 1,37 \text{ МПа,} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

при деформации:

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{u1} &= 1600 \cdot 10^{-6}, \\ \bar{\varepsilon}_{u2} &= 1824 \cdot 10^{-6}, \\ \bar{\varepsilon}_{u3} &= 2045 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Средние экспериментальные разрушающие нагрузки $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ с границами доверительных интервалов $\pm \Delta \bar{F}_u$ для вероятности 0,95 и относительными эксцентриситетами $e = y_f/h$ положения $\bar{F}_u$ [10] представлены в табл. 1. С помощью функций (5) были определены приведённые в табл. 1 максимальные (базовые) равнодействующие внутренних сил $N_B(\dot{\theta}_j, e)$. Эти усилия составляют менее 0,941 от $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$. Наибольший коэффициент

$$K_\mu(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = N_\mu(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) / N_B(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) \quad (10)$$

имеет место при ядровом эксцентриситете $e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_1)$ [11].

Таблица 1

j	$\dot{\theta}_j \cdot 10^3$	e	$\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) \pm \Delta \bar{F}_u$, кН	Базовые усилия $N_B(\dot{\theta}_j, e)$	$K_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ по (40)
1	2	3	4	5	6
1	392,3	0,050	236,3 $\pm$ 17,7	222,25	1,0632
		0,100	207,9 $\pm$ 14,7	193,5	1,0744

Окончание табл. 1

j	$\dot{\theta}_j \cdot 10^3$	e	$\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) \pm \Delta \bar{F}_u$, кН	Базовые усилия $N_B(\dot{\theta}_j, e)$	$K_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ по (40)
1	2	3	4	5	6
2	39,23	0,050	234,4±18,6	217,75	1,0765
		0,100	207,9±10,8	190,20	1,0931
3	3,923	0,045	222,6±15,7	205,10	1,0853
		0,090	204,0±13,7	181,60	1,1233

В (10): $\dot{\theta}_1 \cdot 10^3 = 392,3$; $N_B(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ и $N_\mu(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ – базовая и условная предельная равнодействующие в случае $e = e_{яс}$.

Поставим задачу:

привлекая методики [10, 12], найти ядровые эксцентриситеты $e_{яс}(\dot{\theta}_j)$, усилия $N_\mu(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ и соответствующие показатели $K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{яс})$;

выбрать функцию $K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{яс})$ при $e \leq e_{яс}(\dot{\theta}_j)$ и вычислить

$$N_\mu(\dot{\theta}_j, e_{яс}) = K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{яс}) \cdot N_B(\dot{\theta}_j, e_{яс}). \quad (11)$$

1. Определение характеристик базовых ядровых состояний

Рассматривается внецентренное нагружение стержня приложенной в точке f (рис. 1) с координатами $y_f, z_f = 0$ силой F .

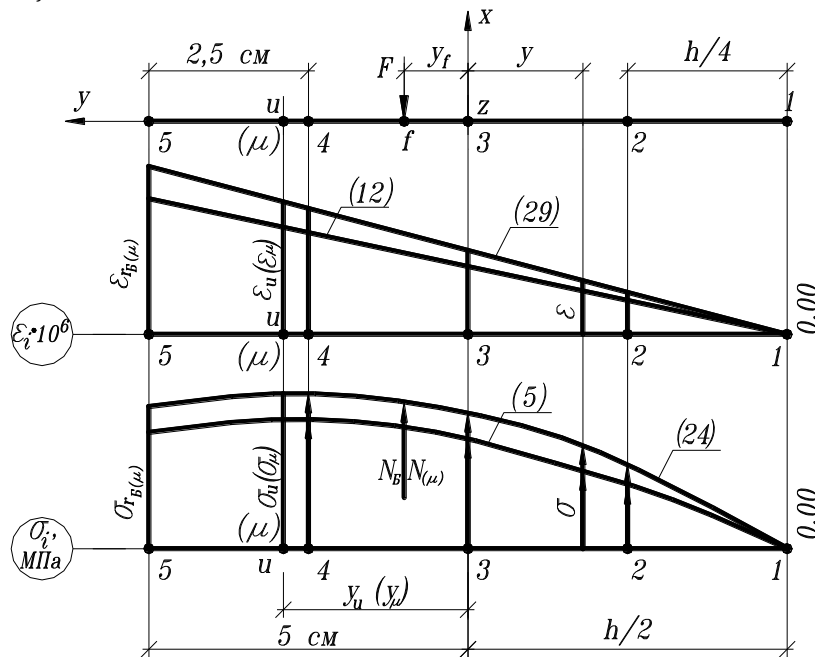


Рис. 1. НДС при внецентренных воздействиях

Здесь и в дальнейшем все компоненты тензора напряжений кроме $\sigma_x = \sigma$ считаются равными нулю, а сжимающие σ, ϵ, F и N_B, N_μ берутся по модулю. Влияние сил инерции и гибкости на результаты расчёта исключается.

Принимаем:

- напряжение (5) деформациями $\epsilon(y) = B(\dot{\theta}_j, e) \cdot (y - 0,5 \cdot h) + \epsilon_r(\dot{\theta}_j, e)$, (12)

где $B(\dot{\theta}_j, e)$ – параметр функции (12), m^{-1} ; $\epsilon_r(\dot{\theta}_j, e)$ – наибольшая деформация в сечении, определяемая по формуле $\epsilon_r(\dot{\theta}_j, e) = \bar{\epsilon}_{uj} \cdot r(\dot{\theta}_j, e)$; (13)

$r(\dot{\theta}_j, e) > 1$ – коэффициент увеличения $\varepsilon_r(\dot{\theta}_j, e)$ по сравнению с $\bar{\varepsilon}_{uj}$ (9) по причине неоднородного напряжённого состояния;

- для растягивающих " $\sigma - \varepsilon$ " зависимость

$$\sigma(\dot{\theta}_j) = E \cdot \varepsilon + \alpha_j \cdot (\varepsilon)^{\beta_j}, \quad (14)$$

где α_j, β_j – параметры, те же, что и в (1); деформации ε – отрицательные и при вычислении $(\varepsilon)^{\beta_j}$ берутся по модулю;

- базовое усилие $N_B(e_\pi)$ равным максимальной равнодействующей внутренних сил, соответствующей задаваемому e_π ;

- ядровый эксцентриситет $e_{яс}(\dot{\theta}_j) = e_\pi(\dot{\theta}_j)$, при котором в точке 1 с $y_1 = -h/2$ выполняется условие

$$|\varepsilon_1(\dot{\theta}_j, e)| \leq 5 \cdot 10^{-8}. \quad (15)$$

Здесь на этапе π :

- назначают e_π и

коэффициенты

$$r_m(\dot{\theta}_j, e_\pi) = 1 + \Delta \cdot m, \quad (16)$$

например, с шагом $\Delta = 0,05$ и показателями $m = 0, 1, 2, \dots, k$;

- для каждого из m , последовательно уточняя параметр $B_m(\dot{\theta}_j, e_\pi)$, определяют из интегральных уравнений равнодействующую $N_m(\dot{\theta}_j, e_\pi)$ и момент $M_{zm}(\dot{\theta}_j, e_\pi)$ внутренних сил, при которых

$$|M_{zm}(\dot{\theta}_j, e_\pi) - y_{f\pi} \cdot N_m(\dot{\theta}_j, e_\pi)| = \Phi_m(\dot{\theta}_j, e_\pi) \leq 1 \cdot 10^{-9} \text{ МН} \cdot \text{м}. \quad (17)$$

$$\text{В интервале } [k-2, k] \text{ с } m = k \text{ и } N_{k-2}(\dot{\theta}_j, e_\pi) < N_{k-1}(\dot{\theta}_j, e_\pi) > N_k(\dot{\theta}_j, e_\pi) \quad (18)$$

имеет место экстремум функции $N_m(\dot{\theta}_j, e_\pi) - r_m(\dot{\theta}_j, e_\pi)$. Привлекая квадратичную интерполяцию [10], находим соответствующие этому случаю базовые характеристики:

коэффициент увеличения $r_B(\dot{\theta}_j, e_\pi)$;

наибольшую деформацию $\varepsilon_{r_B}(\dot{\theta}_j, e_\pi)$ по (13);

параметр $B_B(\dot{\theta}_j, e_\pi)$, при котором удовлетворяется требование (17);

$$\text{усилие } N_B(\dot{\theta}_j, e_\pi) = \int_A \sigma \cdot b \cdot dy; \quad (19)$$

деформацию $\varepsilon_1(\dot{\theta}_j, e_\pi)$ по формуле (12) при $B_B(\dot{\theta}_j, e_\pi)$, $y_1 = -h/2$, $\varepsilon_{r_B}(\dot{\theta}_j, e_\pi)$.

Вычисление продолжим до выполнения критерия (15).

Полученные на последних этапах расчётов результаты сведены в табл. 2.

Таблица 2

$\dot{\theta} \cdot 10^3$	$e_{яс}(\dot{\theta})$	$\bar{\sigma}_u(\dot{\theta})$, МПа	$\bar{\varepsilon}_u(\dot{\theta}) \cdot 10^6$	Параметр		m	r_m	$\varepsilon_{r_m} \cdot 10^6$	$B_m(\dot{\theta}) \cdot 10^2$, М ⁻¹	$N_m(\dot{\theta})$, кН
				$\alpha(\dot{\theta})$, МПа	$\beta(\dot{\theta})$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
392,3	0,10730	26,09	1600	15880500	2,08100	4	1,20	1920,0	1,89329186	189,443
						5	1,25	2000,0	1,99369671	189,867
						6=k	1,30	2080,0	2,09594219	189,756
						Б	1,26463	2023,408	2,02342392	189,890
						$\varepsilon_1(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = -1,59 \cdot 10^{-8} < 5 \cdot 10^{-8}$				
39,23	0,10129	25,51	1824	2764700	1,80358	5	1,25	2280,0	2,26772506	189,516
						6	1,30	2371,2	2,38202953	189,534
						7=k	1,35	2462,4	2,49799234	189,106
						Б	1,27702	2329,285	2,32928981	189,582
						$\varepsilon_1(\dot{\theta}_2, e_{яс}) = -4,8 \cdot 10^{-9} < 5 \cdot 10^{-8}$				
3,923	0,095625	23,67	2045	733140	1,58300	5	1,25	2556,25	2,53801286	178,950
						6	1,30	2658,50	2,66405333	179,048
						7=k	1,35	2760,75	2,79155285	178,784
						Б	1,28854	2635,064	2,63503572	179,058
						$\varepsilon_1(\dot{\theta}_3, e_{яс}) = 2,83 \cdot 10^{-8} < 5 \cdot 10^{-8}$				

Здесь, например, в случае $\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_1)$ и $m=k=6$ выполняется требование (18)

$$N_4 = 189,443 < N_5 = 189,867 > N_6 = 189,756,$$

а следовательно, в интервале $[r_{m=4}, r_{m=6}]$ имеет место экстремум функции

$$N_m(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = A_0 + A_1 \cdot u + A_2 \cdot u^2$$

при независимой безразмерной переменной $u = (r - r_4)/\Delta$ с узловыми значениями $u = 0, 1, 2$ и коэффициентами:

$$\left. \begin{aligned} A_0 &= N_4 = 189,443 \text{ кН}, \\ A_1 &= 0,5 \cdot (-3 \cdot N_4 + 2 \cdot N_5 - N_6) = 0,6915 \text{ кН}, \\ A_2 &= 0,5 \cdot (N_4 - 2 \cdot N_5 + N_6) = -0,2675 \text{ кН}. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Далее вычисляем:

положение экстремума

$$u_3(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = -A_1/2 \cdot A_2 = -0,6915/2 \cdot (-0,2675) = 1,292523; \quad (21)$$

$$\text{максимальное усилие } \max N(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = A_0 + A_1 \cdot u_3 + A_2 \cdot u_3^2 = 189,890 \text{ кН}; \quad (22)$$

коэффициент увеличения

$$r_B(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = r_4 + \Delta \cdot u_3 = 1,20 + 0,05 \cdot 1,292523 = 1,26463; \quad (23)$$

по (13) деформацию $\varepsilon_{r_B}(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = 1600 \cdot 10^{-6} \cdot 1,26463 = 2023,408 \cdot 10^{-6}$;

соответствующий $\varepsilon_{r_B}(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}})$ параметр $B_B(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = 2,02342392 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1} \cdot \text{с}$

$\Phi_B(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = 0 \text{ МН} \cdot \text{м}$ и $N_B(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = 189,890 \text{ кН}$;

при $y_f = -0,5 \cdot h = -0,050 \text{ м}$, привлекая функцию (12) в виде

$$\varepsilon(y) = 2,02342392 \cdot 10^{-2} \cdot (y_f - 0,5 \cdot 0,1) + 2023,408 \cdot 10^{-6},$$

деформацию $\varepsilon_1(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = -1,59 \cdot 10^{-8}$, которая не превосходит установленную условием (15).

Замечание. Растягивающие напряжения определяем с учётом (10), а в расчётных формулах в этих случаях выражения $(\varepsilon_{r_m} - B_m \cdot h)^\beta, (\varepsilon_{r_m} - B_m \cdot h)^{\beta+1}, (\varepsilon_{r_m} - B_m \cdot h)^{\beta+2}$ заменяем соответственно на $(B_m \cdot h - \varepsilon_{r_m})^\beta, (B_m \cdot h - \varepsilon_{r_m})^{\beta+1}, (B_m \cdot h - \varepsilon_{r_m})^{\beta+2}$.

2. Предельные ядровые состояния

Проведём исследования НДС при $e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ и равнодействующих $N_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) > N_B(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ с эксцентриситетами $e_{\text{яс}}$ и усилиями N_B по табл. 2.

В приближениях $p=0, 1, 2, \dots$ назначаем:

коэффициент $K_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) > 1$;

$$\text{функцию} \quad \sigma(\dot{\theta}_j) = E \cdot \varepsilon - \alpha_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \cdot (\varepsilon)^{\beta_{\mu}(\dot{\theta}_j)} \quad (24)$$

$$\text{с экстремальными напряжением} \quad \sigma_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = K_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \cdot \bar{\sigma}_{uj}, \quad (25)$$

$$\text{деформацией} \quad \varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = K_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \cdot \bar{\varepsilon}_{uj}, \quad (26)$$

$$\text{коэффициентами} \quad \beta_{\mu}(\dot{\theta}_j) = \beta_j, \quad (27)$$

$$\alpha_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = \frac{E}{\beta_j \cdot [\varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})]^{\beta_j - 1}}; \quad (28)$$

$$\text{зависимость} \quad \varepsilon(\dot{\theta}_j) = B_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \cdot (y - 0,5 \cdot h) + \varepsilon_{r_{\mu}}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \quad (29)$$

$$\text{с параметром } B_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}), \text{ м}^{-1}, \text{ деформацией } \varepsilon_{r_{\mu}}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = \varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \cdot r_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) \quad (30)$$

и показателем $r_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) > 1$.

Найдём коэффициенты $K_{\mu p}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$, при которых:

в точке 5 с координатой $y_5 = h/2$ (см. рис. 1) напряжение

$$\sigma_{5\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = \bar{\sigma}(\dot{\theta}_j) \quad (31)$$

и выполняется не только требование (15), но и

$$\Delta\sigma_{5\mu}(\dot{\theta}_j, e_{яс}) = |\sigma_{5\mu}(\dot{\theta}_j, e_{яс}) - \bar{\sigma}(\dot{\theta}_j)| < 0,001 \text{ МПа}, \quad (32)$$

$$\text{где } \bar{\sigma} - \text{среднее арифметическое пределов прочности } \bar{\sigma}(\dot{\theta}_j) = 0,5 \cdot (\bar{\sigma}_{uj} + \bar{\sigma}_{us}), \quad (33)$$

$$- \text{стандартная по ГОСТ 10180-90 «Методы определения прочности по контрольным образцам» (Госстрой СССР.-М., 1990.-с.8-9) скорость нагружения } \dot{\theta}_s = \dot{\theta}_1. \quad (34)$$

Если принять $r_\mu(\dot{\theta}_j, e_{яс}) = r_B(\dot{\theta}_j, e_{яс})$, то в нулевом приближении можно задаваться

$$K_{\mu p=0}(\dot{\theta}_j, e_{яс}) = \frac{\bar{\sigma}(\dot{\theta}_j) \cdot \beta(\dot{\theta}_j)}{E \cdot \bar{\varepsilon}_{uj} \cdot r_B(\dot{\theta}_j, e_{яс}) \cdot \{\beta_j - [r_B(\dot{\theta}_j, e_{яс})]^{\beta_j-1}\}}, \quad (35)$$

а при $\dot{\theta}_1$ [11]

$$K_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = \frac{\beta_1 - 1}{r_B(\dot{\theta}_1, e_{яс}) \cdot \{\beta_1 - [r_B(\dot{\theta}_1, e_{яс})]^{\beta_1-1}\}}. \quad (36)$$

2.1. Случай $e_{яс}(\dot{\theta}_1) = 0,10730$

В приближении 0, привлекая формулу (36) и данные о $\beta_1, r_B(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ из табл. 2, назначим

$$K_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = \frac{1,0810}{1,26463 \cdot (2,0810 - 1,26463^{1,0810})} = 1,07916. \quad (37)$$

Тогда будем иметь:

$$\text{напряжение (25) - } \sigma_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = 1,07916 \cdot 26,09 = 28,155 \text{ МПа};$$

$$\text{деформацию (26) - } \varepsilon_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = 1,07916 \cdot 1600 \cdot 10^{-6} = 1726,66 \cdot 10^{-6};$$

$$\text{параметры (27) - } \beta_1 = 2,0810,$$

$$(28) - \alpha_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = 31390/2,0810 \cdot (1726,66 \cdot 10^{-6})^{1,0810} = 14625000 \text{ МПа};$$

при $m=4, 5, 6$

$$\text{коэффициенты (16) - } r_4 = 1,20, r_5 = 1,25, r_6 = 1,30;$$

$$\text{деформации (13) - } \varepsilon_{r_4} = 1726,66 \cdot 10^{-6} \cdot 1,20 = 2071,990 \cdot 10^{-6}; \varepsilon_{r_5} = 2158,325 \cdot 10^{-6};$$

$$\varepsilon_{r_6} = 2244,660 \cdot 10^{-6};$$

соответствующие параметры $B_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ и усилия $N_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс})$ в табл. 3.

Таблица 3

$\dot{\theta}_1 \cdot 10^3$	$e_{яс}$	p	$K_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$	$\sigma_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$ МПа	$\varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$ $\cdot 10^6$	Параметр		m	r_m	$\varepsilon_{r_m} \cdot 10^6$	$B_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$ $10^2, \text{ м}^{-1}$	$N_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$ кН
						$\alpha_{\mu p}(\dot{\theta}_1, e)$	$\beta_\mu(\dot{\theta}_1, e)$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
392,3	0,1073	0	1,07916	28,155	1726,66	14625000	2,081	4	1,20	2071,990	2,04316548	204,440
								5	1,25	2158,325	2,15152097	204,898
								6 = k	1,30	2244,660	2,26186288	204,778
								μ	1,26462	2183,569	2,18357972	204,922
								$\varepsilon_{1p}(\dot{\theta}_1, e) = -1,07 \cdot 10^{-8} < 5 \cdot 10^{-8},$ $\sigma_{5p}(\dot{\theta}_1, e) = 26,0898 \text{ МПа},$ $\Delta\sigma_{5p}(\dot{\theta}_1, e) = -0,0002 \text{ МПа} < 0,001 \text{ МПа}.$				

Установлены:

коэффициент $r_\mu = 1,26462$ для случая экстремума функции " $N_m - r_m$ " в интервале $[r_4, r_6]$;

наибольшая деформация в сечении $\varepsilon_{r_\mu=0}(\dot{\theta}_1, e_{яс}) = 2183,569 \cdot 10^{-6}$ по (30);

показатель $B_{\mu p=0}(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = 2,18357972 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$;
 равнодействующая внутренних сил $N_{\mu p=0} = 204,922 \text{ кН}$;
 по (10) коэффициент $K_{\mu}(\dot{\theta}_1, e_{\text{яс}}) = N_{\mu p=0}/N_6 = 204,922/189,890 = 1,07916$, равный (37);
 зависимости $\varepsilon_{ip=0} = 2,18357972 \cdot 10^{-2} \cdot (y_i - 0,5 \cdot h) + 2183,569 \cdot 10^{-6}$,
 $\sigma_{ip=0} = 31390 \cdot \varepsilon_{ip=0} - 14625000 \cdot (\varepsilon_{ip=0})^{2,08100}$,
 напряжение $\sigma_{sp=0} = 26,0898 \text{ МПа}$ и по (33) среднее арифметическое
 $\bar{\sigma}(\dot{\theta}_1) = 26,09 \text{ МПа}$;
 деформация $\varepsilon_{1p=0} = -1,07 \cdot 10^{-8}$ и отклонение
 $\Delta\sigma_{sp=0} = \sigma_{sp=0} - \bar{\sigma}(\dot{\theta}_1) = -0,0002 \text{ МПа}$, при которых удовлетворяются требования (15) и (32).
 Если условие (32) не выполняется, то расчёт следует продолжить в приближениях $p=1, 2, \dots$, привлекая, например, изложенную в п. 2 [12] методику.

Исходные данные по:

(8) – призмные пределы прочности $\bar{\sigma}_{u2} = 25,51 \text{ МПа}$ и, с учётом (30), $\bar{\sigma}_{us} = \bar{\sigma}_{u1} = 26,09 \text{ МПа}$;
 (33) – среднее арифметическое $\bar{\sigma}(\dot{\theta}_2) = 0,5 \cdot (25,51 - 26,09) = 25,80 \text{ МПа}$;
 (7) и (9) – соответственно параметр $\beta_2 = 1,80358$ и деформация $\bar{\varepsilon}_{u2} = 1824 \cdot 10^{-6}$;
 табл. 2 – коэффициент $r_B(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 1,27702$.

В приближении 0, привлекая формулу (35), назовём

$$K_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = \frac{25,80 \cdot 1,80358}{31390 \cdot 1824 \cdot 10^{-6} \cdot 1,27702 \cdot [1,80358 - (1,27702)^{0,80358}]} = 1,0852. \quad (38)$$

Продолжая расчёт, получим:

напряжение (25) - $\sigma_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 1,0852 \cdot 25,51 = 27,683 \text{ МПа}$;

деформацию (26) - $\varepsilon_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 1,0852 \cdot 1824 \cdot 10^{-6} = 1979,400 \cdot 10^{-6}$;

параметр (28) –

$$\alpha_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 31390 / [1,80358 \cdot (1979,40 \cdot 10^{-6})^{0,80358}] = 2588850 \text{ МПа};$$

при $m=5, 6, 7$

коэффициенты (16) - $r_5 = 1,25, r_6 = 1,30, r_7 = 1,35$;

деформации (13) - $\varepsilon_{r_5} = 1979,40 \cdot 10^{-6} \cdot 1,25 = 2474,25 \cdot 10^{-6}, \varepsilon_{r_6} = 2573,22 \cdot 10^{-6},$

$$\varepsilon_{r_7} = 2672,19 \cdot 10^{-6};$$

соответствующие параметры $B_{mp=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}})$ усилия $N_{mp=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}})$ в табл. 4.

Определены:

коэффициент $r_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 1,27707$, при котором в интервале $[r_5, r_7]$ существует экстремум функции " $N_m - r_m$ ";

деформация (30) - $\varepsilon_{r_{\mu}}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 2527,832 \cdot 10^{-6}$;

параметр $B_{\mu p}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 2,52784922 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$;

Таблица 4

$\dot{\theta}_2 \cdot 10^3$	$e_{\text{яс}}$	p	$K_{\mu p}(\dot{\theta}_2, e)$	$\sigma_{\mu p}(\dot{\theta}_2, e)$, МПа	$\varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_2, e)$ $\cdot 10^6$	Параметр		m	r_m	$\varepsilon_{r_m} \cdot 10^6$	$B_{mp}(\dot{\theta}_2, e)$ $\cdot 10^2, \text{ м}^{-1}$	$N_{mp}(\dot{\theta}_2, e),$ кН
						$\alpha_{\mu p}(\dot{\theta}_2, e),$ МПа	$\beta_{\mu}(\dot{\theta}_2, e)$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
39,23	0,10129	0	1,08520	27,683	1979,40	2588850	1,80358	5	1,25	2474,25	2,46091686	205,666
								6	1,30	2573,22	2,58495885	205,686
								7 = k	1,35	2672,19	2,71080041	205,222
								μ	1,27707	2527,832	2,52784922	208,738
									$\varepsilon_{1p}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = -1,72 \cdot 10^{-8} < 5 \cdot 10^{-8},$ $\sigma_{5p}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 25,7991 \text{ МПа},$ $\Delta\sigma_{5p}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = -0,0009 \text{ МПа} < 0,001 \text{ МПа}$			

максимальное усилие $N_{\mu p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 205,738$ кН и по (10) –
 $K_{\mu}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = 205,738/189,582 = 1,08520$, совпадающий с (38);
 зависимости $\varepsilon_{ip=0} = 2,52784922 \cdot 10^{-2} \cdot (y_i - 0,5 \cdot h) + 2527,832 \cdot 10^{-6}$,
 $\sigma_{ip=0} = 31390 \cdot \varepsilon_{ip=0} - 2588850 \cdot (\varepsilon_{ip=0})^{1,80358}$,
 деформация $\varepsilon_{1p=0} = -1,72 \cdot 10^{-8}$;
 напряжение $\sigma_{5p=0} = 25,7991$ МПа и отклонение $\Delta\sigma_{5p=0}(\dot{\theta}_2, e_{\text{яс}}) = \sigma_{5p=0} - \bar{\sigma}(\dot{\theta}_2) = -0,0009$ МПа.

Дальнейшие вычисления заканчиваем, так как условия (15) и (32) выполняются.

2.2. Случай $e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_3) = 9,5625 \cdot 10^{-2}$

Исходные данные:

призмный предел прочности $\bar{\sigma}_{u3} = 23,64$ МПа по (8) и, с учётом (34), $\bar{\sigma}_{us} = \bar{\sigma}_{u1} = 26,09$ МПа;

среднее арифметическое $\bar{\sigma}(\dot{\theta}_3) = 0,5 \cdot (23,64 + 26,09) = 24,865$ МПа по (33);

параметр $\beta_3 = 1,58300$ и деформация $\bar{\varepsilon}_{u3} = 2045 \cdot 10^{-6}$ соответственно по (7) и (9);

коэффициент $r_B(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 1,28854$ из табл. 2.

В приближении 0, назначаем, см. (35),

$$K_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = \frac{24,865 \cdot 1,58300}{31390 \cdot 2045 \cdot 10^{-6} \cdot 1,28854[1,58300 - (1,28854)^{0,58300}]} = 1,1231. \quad (39)$$

Вычисляем:

напряжение (25) - $\sigma_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 1,1231 \cdot 23,64 = 26,55$ МПа;

деформацию (26) - $\varepsilon_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 1,1231 \cdot 2045 \cdot 10^{-6} = 2296,740 \cdot 10^{-6}$;

параметр (28) - $\alpha_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 31390/[1,5830 \cdot (2296,740 \cdot 10^{-6})^{0,58300}] = 685150$ МПа;

при $m=5, 6, 7$ коэффициенты $r_5 = 1,25$, $r_6 = 1,30$, $r_7 = 1,35$ и деформации $\varepsilon_{r_5} = 2870,92 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_{r_6} = 2985,76 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_{r_7} = 3100,60 \cdot 10^{-6}$ по (16) и (13);

представленные в табл. 5 характеристики $B_{mp=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}})$ и $N_{mp=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}})$.

Затем определяем:

коэффициент $r_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 1,28864$, при котором в интервале $[r_5, r_7]$ имеет место экстремум функции " $N_m - r_m$ ";

деформация (30) - $\varepsilon_{r_{\mu}}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 2959,671 \cdot 10^{-6}$;

параметр $B_{\mu p}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 2,95967358 \cdot 10^{-2} \text{ м}^{-1}$;

наибольшее усилие $N_{\mu p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 201,106$ кН и по (10) –

$K_{\mu}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 201,106/179,058 = 1,1231$, совпадающий с (39).

Таблица 5

$\dot{\theta}_3 \cdot 10^3$	$e_{\text{яс}}$	p	$K_{\mu p}(\dot{\theta}_3, e)$	$\sigma_{\mu p}(\dot{\theta}_3, e)$ МПа	$\varepsilon_{\mu p}(\dot{\theta}_3, e) \cdot 10^6$	Параметр		m	r_m	$\varepsilon_{r_m} \cdot 10^6$	$B_{mp}(\dot{\theta}_3, e) \cdot 10^2, \text{ м}^{-1}$	$N_{mp}(\dot{\theta}_3, e), \text{ кН}$
						$\alpha_{\mu p}(\dot{\theta}_3, e), \text{ МПа}$	$\beta_{\mu}(\dot{\theta}_3, e)$					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
3,923	0,095625	0	1,1231	26,55	2296,740	685150	1,58300	5	1,25	2870,92	2,85041761	200,984
								6	1,30	2985,76	2,99197613	201,095
								7 = k	1,35	3100,60	3,13517336	200,799
								μ	1,28864	2959,671	2,95967358	201,106
								$\varepsilon_{1p}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = -2,6 \cdot 10^{-9} < 5 \cdot 10^{-8}$, $\sigma_{5p}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = 24,8641 \text{ МПа}$, $\Delta\sigma_{5p}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = -0,0009 \text{ МПа} < 0,001 \text{ МПа}$				

Получаем:

$$\text{зависимости } \varepsilon_{ip=0} = 2,95967358 \cdot 10^{-2} \cdot (y_i - 0,5 \cdot h) + 2959,671 \cdot 10^{-6},$$

$$\sigma_{ip=0} = 31390 \cdot \varepsilon_{ip=0} - 685150 \cdot (\varepsilon_{ip=0})^{1,58300},$$

$$\text{деформацию } \varepsilon_{1p=0} = -2,6 \cdot 10^{-9};$$

$$\text{напряжение } \sigma_{5p=0} = 24,8641 \text{ МПа и отклонение } \Delta\sigma_{5p=0}(\dot{\theta}_3, e_{\text{яс}}) = \sigma_{5p=0} - \bar{\sigma}(\dot{\theta}_3) = -0,0009 \text{ МПа.}$$

Условия (15) и (32) выполняются, поэтому расчёт заканчиваем.

3. Выбор функции $K_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ при $e \leq e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$

Привлекая средние опытные разрушающие нагрузки $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ и базовые усилия $N_B(\dot{\theta}_j, e)$, находим представленные в табл. 1 значения коэффициентов увеличения:

$$\bar{K}_\mu(\dot{\theta}_j, e) = \bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) / N_B(\dot{\theta}_j, e). \quad (40)$$

Полагаем, что функция $K_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ в области $0 \leq e \leq e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$:

является непрерывной и имеет непрерывную производную;

при $e = e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ достигает максимального значения $K_\mu(\dot{\theta}_j, e)$, а производная

$$dK_\mu(\dot{\theta}_j, e)/de = 0.$$

Подчиняя этим требованиям зависимости

$$K_{\mu I}(\dot{\theta}_j, e) = 1 + a_{Ij} \cdot e + b_{Ij} \cdot e^2, \quad (41)$$

$$K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e) = (e_n)^{a_{IIj} \cdot e + b_{IIj} \cdot e^2}, \quad (42)$$

$$K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e) = 1 + a_{IIIj} \cdot e \cdot (e_n)^{b_{IIIj} \cdot e}, \quad (43)$$

найдем постоянные $a_{\chi j}$, $b_{\chi j}$ и суммы квадратов отклонений:

$$[\Delta K_{\mu\chi}(\dot{\theta}_j, e)]^2 = [K_{\mu\chi}(\dot{\theta}_j, e) - \bar{K}_\mu(\dot{\theta}_j, e)]^2, \quad (44)$$

где $e_n = 2,7182 \dots$ - основание натуральных логарифмов; $j = 1, 2, 3$; $\chi = I, II, III$; $\bar{K}_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ – по (40), см. табл. 1.

3.1. Функция $K_{\mu I}(\dot{\theta}_j, e)$

Исходные данные (здесь и далее) по табл. 3, 4, 5:

ядровые эксцентриситеты

$$\left. \begin{aligned} e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_1) &= 0,10730, \\ e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_2) &= 0,10129, \\ e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_3) &= 0,95625 \cdot 10^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

коэффициенты увеличения (37), (38), (39).

Для зависимости (41) из условий существования максимума будем иметь при скорости нагружения $(\dot{\theta}_j)$

$$K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = 1 + a_{Ij} \cdot e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j) + b_{Ij} \cdot e_{\text{яс}}^2(\dot{\theta}_j); \quad a_{Ij} = -2 \cdot b_{Ij} \cdot e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j).$$

Откуда

$$a_{Ij} = \frac{2 \cdot [K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) - 1]}{e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)}, \quad b_{Ij} = \frac{1 - K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})}{[e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)]^2}$$

и, следовательно, получим:

постоянные

$$a_{I1} = \frac{2 \cdot [1,07916 - 1]}{0,10730} = 1,4755 \text{ и } b_{I1} = \frac{1 - 1,07916}{0,10730^2} = -6,8755,$$

$$a_{I2} = \frac{2 \cdot [1,08520 - 1]}{0,10129} = 1,6823 \text{ и } b_{I2} = \frac{1 - 1,08520}{0,10129^2} = -8,3044,$$

$$a_{I3} = \frac{2 \cdot [1,12310 - 1]}{0,095625 \cdot 10^{-1}} = 2,5746 \text{ и } b_{I3} = \frac{1 - 1,12310}{0,095625^2} = -13,4622 ;$$

функции

$$\left. \begin{aligned} K_{\mu I}(\dot{\theta}_1, e) &= 1 + 1,4755 \cdot e - 6,8755 \cdot e^2, \\ K_{\mu II}(\dot{\theta}_2, e) &= 1 + 1,6823 \cdot e - 8,3044 \cdot e^2, \\ K_{\mu III}(\dot{\theta}_3, e) &= 1 + 2,5746 \cdot e - 13,4622 \cdot e^2. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Вычисленные по формулам (46) коэффициенты $K_{\mu I}(\dot{\theta}_j, e)$ с отклонениями $\Delta K_{\mu I}(\dot{\theta}_j, e)$, квадратами отклонений и их суммой приводим в табл. 6.

Таблица 6

$\dot{\theta}_j$	$e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ по (45)	$K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ по (37), (38), (39)	e	Коэффициент		$\Delta K_{\mu l}(\dot{\theta}_j, e) =$ $= [K_{\mu l}(\dot{\theta}_j, e) - \bar{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)]$ $\cdot 10^3$	$[\Delta K_{\mu l}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ $\cdot 10^6$
				$\bar{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ из табл.1	$K_{\mu l}(\dot{\theta}_j, e)$ по (46)		
1	2	3	4	5	6	7	8
$\dot{\theta}_1$	0,10730	1,07916	0,050	1,0632	1,0566	-6,6075	43,6591
			0,100	1,0744	1,0788	4,4200	19,5364
$\dot{\theta}_2$	0,10129	1,08520	0,050	1,0765	1,0634	-13,1460	172,8173
			0,100	1,0931	1,0852	-7,9140	62,6314
$\dot{\theta}_3$	0,095625	1,12310	0,045	1,0853	1,0886	3,2960	10,8639
			0,090	1,1233	1,1227	-0,6298	0,3965
							$\Sigma = 309,9047$

3.2. Функция $K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)$

В случае $b_{IIj} < 0$ зависимость (42) возрастает от 0 до максимума

$$K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}}) = (e_n)^{a_{IIj} \cdot e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j) + b_{IIj} \cdot [e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)]^2}$$

с постоянной $a_{IIj} = -2 \cdot b_{IIj} \cdot e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$.

Откуда после преобразований будем иметь

$$a_{IIj} = \frac{2 \cdot \ln[K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})]}{e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)} \text{ и } b_{IIj} = -\frac{\ln[K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})]}{[e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)]^2},$$

а, с учётом (45) и (37), (38), (39), получим:

постоянные

$$a_{II1} = \frac{2 \cdot \ln[1,07916]}{0,10730} = 1,4200 \text{ и } b_{II1} = -\frac{\ln[1,07916]}{0,10730^2} = -6,6170,$$

$$a_{II2} = \frac{2 \cdot \ln[1,08520]}{0,10129} = 1,6145 \text{ и } b_{II2} = -\frac{\ln[1,08520]}{0,10129^2} = -7,9695,$$

$$a_{II3} = \frac{2 \cdot \ln[1,12310]}{0,095625} = 2,4281 \text{ и } b_{II3} = -\frac{\ln[1,12310]}{0,095625^2} = -12,6959 ;$$

функции

$$\left. \begin{aligned} K_{\mu II}(\dot{\theta}_1, e) &= (e_n)^{1,4200 \cdot e - 6,6170 \cdot e^2}, \\ K_{\mu II}(\dot{\theta}_2, e) &= (e_n)^{1,6145 \cdot e - 7,9695 \cdot e^2}, \\ K_{\mu II}(\dot{\theta}_3, e) &= (e_n)^{2,4281 \cdot e - 12,6959 \cdot e^2}. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Коэффициенты $K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)$, вычисленные по формулам (47), и отклонения $\Delta K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)$, квадраты отклонений, $\sum [\Delta K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ записываем в табл. 7.

Таблица 7

$\dot{\theta}_j$	$e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ по (45)	$K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ по (37), (38), (39)	e	Коэффициент		$\Delta K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e) =$ $= [K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e) - \bar{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)]$ $\cdot 10^3$	$[\Delta K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ $\cdot 10^6$
				$\bar{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ из табл.1	$K_{\mu II}(\dot{\theta}_j, e)$ по (47)		
1	2	3	4	5	6	7	8
$\dot{\theta}_1$	0,10730	1,07916	0,050	1,0632	1,0560	-7,2324	52,3077
			0,100	1,0744	1,0788	4,3792	19,1771
$\dot{\theta}_2$	0,10129	1,08520	0,050	1,0765	1,0627	-13,8123	190,7801
			0,100	1,0931	1,0852	-7,9101	62,5696
$\dot{\theta}_3$	0,095625	1,12310	0,045	1,0853	1,0871	1,8453	3,4053
			0,090	1,1233	1,1227	-0,6497	0,4221
							$\Sigma = 328.6619$

3.3. Функция $K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)$

При $a_{IIIj} > 0$ и $b_{IIIj} < 0$ коэффициент $K_{\mu III}$ принимает только положительные значения с максимумом

$$K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{яс}) = 1 + a_{IIIj} \cdot e_{яс}(\dot{\theta}_j) \cdot (e_n)^{b_{IIIj} \cdot e_{яс}(\dot{\theta}_j)}$$

и постоянными $a_{IIIj} = \frac{K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{яс}) - 1}{e_{яс}(\dot{\theta}_j) \cdot (e_n)^{-1}}$ и $b_{IIIj} = -\frac{1}{e_{яс}(\dot{\theta}_j)}$.

Таким образом, с учётом (45) и (37), (38), (39) будем иметь:
параметры

$$a_{III1} = \frac{1,07916 - 1}{0,10730 \cdot 0,36788} = 2,0054 \text{ и } b_{III1} = -\frac{1}{0,10730} = -9,3197,$$

$$a_{III2} = \frac{1,08520 - 1}{0,10129 \cdot 0,36788} = 2,2865 \text{ и } b_{III2} = -\frac{1}{0,10129} = -9,8726,$$

$$a_{III3} = \frac{1,12310 - 1}{0,095625 \cdot 0,36788} = 3,4993 \text{ и } b_{III3} = -\frac{1}{0,095625} = -10,4575;$$

функции

$$\left. \begin{aligned} K_{\mu III}(\dot{\theta}_1, e) &= 1 + 2,0054 \cdot (e_n)^{-9,3197 \cdot e}, \\ K_{\mu III}(\dot{\theta}_2, e) &= 1 + 2,2865 \cdot (e_n)^{-9,8726 \cdot e}, \\ K_{\mu III}(\dot{\theta}_3, e) &= 1 + 3,4993 \cdot (e_n)^{-10,4575 \cdot e}. \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Установленные по формулам (48) коэффициенты $K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)$, с отклонениями $\Delta K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)$, $[\Delta K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ и $\sum [\Delta K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ представлены в табл. 8.

Таблица 8

$\dot{\theta}_j$	$e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ по (45)	$K_{\mu}(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ по (37), (38), (39)	e	Коэффициент		$\Delta K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e) =$ $= [K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e) - \overline{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)]$ $\cdot 10^3$	$[\Delta K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ $\cdot 10^6$
				$\overline{K}_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ из табл.1	$K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)$ по (47)		
1	2	3	4	5	6	7	8
$\dot{\theta}_1$	0,10730	1,07916	0,050	1,0632	1,0629	-0,2789	0,0778
			0,100	1,0744	1,0790	4,5681	20,8674
$\dot{\theta}_2$	0,10129	1,08520	0,050	1,0765	1,0698	-6,7153	45,0948
			0,100	1,0931	1,0852	-7,9059	62,5029
$\dot{\theta}_3$	0,095625	1,12310	0,045	1,0853	1,0984	13,0604	170,5732
			0,090	1,1233	1,1229	-0,4213	0,1775
							$\Sigma = 229,2936$

Наименьшая из сумм $\sum [\Delta K_{\mu\chi}(\dot{\theta}_j, e)]^2$ имеет место, см. табл. 6, 7, 8, для привлекаемых в дальнейших исследованиях зависимостей (48).

4. Расчёт разрушающих усилий

Найдём (табл. 9):

предельные усилия $N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e) = K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e) \cdot N_{\text{Б}}(\dot{\theta}_j, e);$ (49)

абсолютные $\Delta N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e) = N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e) - \bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ (50)

и относительные $\delta_{N_{\mu}}(\dot{\theta}_j, e) = [\Delta N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e) / \bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)] \cdot 100 \%$ (51)

ОТКЛОНЕНИЯ.

Таблица 9

$\dot{\theta}_j$	e	$K_{\mu III}(\dot{\theta}_j, e)$ по (48)	Усилия, кН			Отклонения	
			$N_{\text{Б}}(\dot{\theta}_j, e)$ по табл. 1	$N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ по (49)	$\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) \pm \Delta \bar{F}_u$ по табл. 1	$\Delta N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$, кН по (50)	$\delta_{N_{\mu}}(\dot{\theta}_j, e)$, % по (51)
1	2	3	4	5	6	7	8
$\dot{\theta}_1$	0,050	1,0629	222,5	236,23	$236,3 \pm 17,7$	-0,07	-0,03
	0,100	1,0790	193,50	208,79	$207,9 \pm 14,7$	0,89	0,43
$\dot{\theta}_2$	0,050	1,0698	217,75	232,95	$234,4 \pm 18,6$	-1,45	-0,62
	0,100	1,0852	190,20	206,41	$207,9 \pm 10,8$	-1,49	-0,72
$\dot{\theta}_3$	0,045	1,0984	205,10	225,28	$222,6 \pm 15,7$	2,68	1,20
	0,090	1,1229	181,60	203,92	$204,0 \pm 13,7$	-0,08	-0,04

Расхождения между расчётными равнодействующими внутренних сил $N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ и средними опытными разрушающими нагрузками $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ составляет от -0,72 % до 1,20 %.

Усилия $N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$ располагаются (см. рис. 2) в границах доверительных интервалов $[\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) - \Delta \bar{F}_u, \bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e) + \Delta \bar{F}_u]$ с погрешностями $\Delta \bar{F}_u$ при вероятности $p = 0,95$.

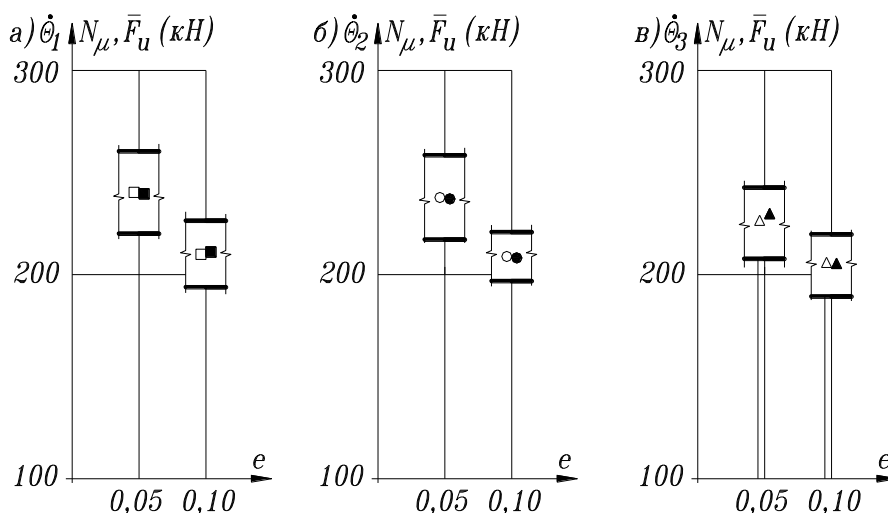


Рис.2

Здесь : $\square, \circ, \Delta$ - средние опытные разрушающие силы $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$;

$\blacksquare, \bullet, \blacktriangle$ – предельные расчётные усилия $N_{\mu}(\dot{\theta}_j, e)$;

$\square, \circ, \Delta$ - границы доверительных интервалов $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ при вероятности $p = 0,95$.

Выводы

Назначены коэффициенты увеличения $K_\mu(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ базовых усилий $N_B(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ по сравнению с предельными $N_\mu(\dot{\theta}_j, e_{\text{яс}})$ ядровых состояний.

На основании выполненных исследований при эксцентриситетах $e \leq e_{\text{яс}}(\dot{\theta}_j)$ выбрана функция

$$K_\mu(\dot{\theta}_j, e) = 1 + a_j \cdot e \cdot (e_n)^{b_j \cdot e} \quad (43)$$

с зависимостями от скорости нагружения $\dot{\theta}_j$ параметрами a_j, b_j по (48).

Определены равнодействующие внутренних сил

$$N_\mu(\dot{\theta}_j, e) = K_\mu(\dot{\theta}_j, e) \cdot N_B(\dot{\theta}_j, e), \quad (49)$$

которые располагаются в границах доверительных интервалов средних опытных разрушающих нагрузок $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ при вероятности $p = 0,95$, а относительные отклонения $N_\mu(\dot{\theta}_j, e)$ от $\bar{F}_u(\dot{\theta}_j, e)$ составляют -0,72 %, ..., 1,20 %.

Полученные результаты могут найти применение для оценки предельных усилий элементов из мелкозернистого бетона при стандартных условиях нагружения.

В дальнейшем полагается предложить методику определения разрушающих нагрузок внецентренно сжимаемых коротких стержней с учётом сопротивления материалов растянутой части сечения.

Библиографический список

1. Столяров Я.Б. Введение в теорию железобетона/ Столяров Я.Б. –М.-Л.: Стройиздат, 1941. - 447 с.
2. Остроменцкий Ю.Ц. Сложное сопротивление нелинейно-упругого стержня прямоугольного сечения/ Остроменцкий Ю.Ц.// Расчёт пространственных систем и сооружений, взаимодействующих с грунтом: сб. тр. МИСИ. - М., 1968. - №53
3. Лекишвили Г.Л. Работа внецентренно сжатых бетонных коротких элементов при малых эксцентриситетах: дис. на соиск. канд техн. наук/ Лекишвили Г.Л. - Тбилиси, 1967
4. . Пирадов А.В. К расчёту несущей способности внецентренно сжатых элементов/ А.В. Пирадов, В.И. Аробелидзе, А.Г. Хуцишвили// Бетон и железобетон. – М., 1988. - №6. – С. 43-44.
5. Урзун И.А. Реализация диаграмм деформирования бетона при однородном и неоднородном напряжённых состояниях/ И.А. Урзун// Бетон и железобетон. – М., 1991. С. 19-20.
6. Гениев Г.А. Некоторые задачи расчёта стержней при общей нелинейной зависимости напряжений и деформации/ Г.А. Гениев// Исследования по вопросам строительной механики и теории пластичности; ЦНИИПС. - М., 1956.
7. Гвоздев А.А. Основные направления развития теории железобетона/ А.А. Гвоздев, О.Я. Берг // Бетон и железобетон. – М.,1970. - №4.
8. Яшин А.В. Прочность и деформации бетона при различных скоростях нагружения/А.В. Яшин// Воздействие статических, динамических и многократно повторяющихся нагрузок на бетон и элементы железобетонных конструкции; НИИЖБ. - М.: Стройиздат, 1972. – С. 23-39.
9. Синозерский А.Н. Анализ эмпирических зависимостей деформация-напряжение, учитывающих скорость нагружения при центральной сжатии мелкозернистого бетона/ А.Н. Синозерский // Современные методы статического и динамического расчёта сооружений и конструкций.- Воронеж, 2002. - Вып.6. - С. 30-34.
10. Синозерский А. Н. Определение базовых усилий и напряжённо-деформированного состояния призм из мелкозернистого бетона при внецентренной сжатии / А. Н. Синозерский, Р. А. Мухтаров // Научно-технический журнал ВГАСУ. Строительная механика и конструкции. Воронеж–2012. – Вып. №1(4). – С.72-83.
11. Синозерский, А. Н. Базовые и предельные ядровые состояния внецентренно сжатых коротких бетонных элементов квадратного сечения / А. Н. Синозерский, Р. А. Мухтаров // Научно-

технический журнал ВГАСУ. Строительная механика и конструкции. Воронеж– 2014. – Вып. №2(9). – С.64-72.

12. Синозерский, А. Н. Оценка напряжённо-деформированного состояния внецентренно сжимаемых со стандартной скоростью призм из мелкозернистого бетона/ А. Н. Синозерский, Р. А. Мухтаров, А.В. Козлова // Научно-технический журнал ВГАСУ. Строительная механика и конструкции. Воронеж– 2016. – Вып. №1(12). – С.29-38.
13. Goschy B. Using the ultimate strength theory in design eccentrically loaded rectangular concrete columns, "Civil Engineering and Public Works Review", March 1961, v. 56, №656.
14. Viest J. M., Elstner R. C., Hognestad E., Sustained load strength of eccentrically loaded short reinforced concrete columns, "Journal of the American Concrete Institute", March, №7, 1956.

Reference

1. Stolyarov Ya.B. Introduction into the reinforced concrete theory. –М.-Л.: Stroiizdat, 1941. - 447 p.
2. Ostromensky Yu.Tz. Complicated resistance of non-linear elastic rod of square section. Calculation of spatial systems and structures interacting with ground. Collection of works MISI. - М., 1968. - №53
3. Lekishvily G.L. Eccentrically compressed bituminous short elements operation at small eccentricities: PhD thesis. – Tbilisi, 1967.
4. Piradov A.V., Arobelidze V.I., Khutzheshvily A.G. For calculation of bearing capacity of eccentrically compressed elements. Concrete and reinforced concrete. – М., 1988. - №6. – 43-44 p.
5. Urzun I.A. Realization of concrete deformation diagrams at homogeneous and nonhomogeneous stressed modes. Concrete and reinforced concrete. – М., 1991. 19-20 p.
6. Geniev G.A. Some problems of rods design at total nonlinear dependence of stresses and deformations. Researches on problems of structural mechanics and theory of elasticity; TzNIIPS. - М., 1956.
7. Gvozдов A.A., Berg O.Ya. Main directions of the development of the theory of reinforced concrete – М.,1970. - №4.
8. Yashin A.V. Concrete durability and strain at different load rates. Statistic, dynamic and repetitive loads effect on concrete and reinforced structures; NIIZHB. - М.: Stroiizdat, 1972. – 23-39p.
9. Sinozersky A.N. Analysis of empirical dependences strain- stress considering load rate at eccentrically compression of fine-grained concrete. Modern methods of statistic and dynamic design of structures and constructions.- Voronezh, 2002. - Issue.6. - 30-34p.
10. Sinozersky A.N., Mukhtarov R.A. Definition of basic forces and deflected mode of prisms from fine-grained concrete at eccentrically compression, Scientific- Technical journal of VGASU. Structural Mechanics and structures. Voronezh– 2012. – Issue. №1(4). – 72-83p.
11. Sinozersky A.N., Mukhtarov R.A. Basic and limited core states of eccentrically compressed short concrete elements of square sections. Scientific-technical journal of VGASU. Structural Mechanics and structures. Voronezh– 2014. – Issue. №2(9). – 64-72p.
12. Sinozersky A.N., Mukhtarov R.A. Kozlova A.V. Assessment of deflected mode of eccentrically compressed with standard rate prisms from fine-grained concrete. Scientific-technical journal of VGASU. Structural Mechanics and structures. Voronezh– 2016– Issue №1(12). –.29-38 p.
13. Goschy B. Using the ultimate strength theory while designing eccentrically loaded rectangular concrete columns, "Civil Engineering and Public Works Review", March 1961, v. 56, №656.
14. Viest J. M., Elstner R. C., Hognestad E., Sustained load strength of eccentrically loaded short reinforced concrete columns, "Journal of the American Concrete Institute", March, №7, 1956.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 669.01(075.8)

НАДЕЖНОСТЬ НЕСУЩЕГО КАРКАСА РЕКОНСТРУИРУЕМОГО ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ЗДАНИЯ ПРИ ПЕРЕПРОФИЛИРОВАНИИ

В.С. Сафронов¹, Д.Т. Чан²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}

Россия, г. Воронеж

¹ Д-р техн. наук, проф. кафедры строительной механики, тел.: +7 (473) 2715230, e-mail: vss22@mail.ru

² Магистрант кафедры строительной механики

Предлагается и апробируется на реальном объекте методика расчета параметров надежности несущей системы длительно эксплуатируемого одноэтажного многопролетного здания, подвергаемого перепрофилированию с изменением внутреннего технологического процесса и нагруженности конструктивных элементов каркаса. Количественные параметры надежности несущей системы определяются по вероятностным показателям отказа составляющих элементов конструктивной схемы здания. Разброс прочностных характеристик материалов и грунта основания, а также действующих постоянных и временных нагрузок принимается по нормальному закону с математическим ожиданием и коэффициентом вариации, зависящими от рекомендуемых действующими нормами коэффициентов надежности. Приводятся результаты численных исследований надежности составляющих конструктивных элементов несущей системы реконструируемого здания в зависимости от способов их объединения.

Ключевые слова: производственное здание, перепрофилирование, несущая система, надежность отдельных конструкций, ферма, колонна, фундамент, грунт основания, расчетный алгоритм, пример расчета, логарифмический показатель надежности.

RELIABILITY OF RECONSTRUCTED INDUSTRIAL BUILDING LOAD-BEARING FRAMEWORK AT ITS LINE OF BUSINESS CHANGE

V.S. Safronov¹, D.T. Chan²

Voronezh State Technical University^{1,2}

¹ Dr of Tech. Sc., professor of department of Structural Mechanics, tel.: +7 (473) 2715230, e-mail: vss22@mail.ru

² Undergraduate of Structural Mechanics

The calculation method of load bearing system reliability parameters of long term operated one storied multi-span building under restructure with change of inner technological process and structural members work load is suggested. Quantitative parameters of load bearing system reliability are determined according to the probabilistic failure rate of building structural layout constituent elements. Range of strength property of materials and bottom soil and also constant and temporary loads is taken due to the normal law with mathematical expectation and constant of variation depending on reliability coefficient recommended by operational standards. Numerical researches results of reconstructed building structural elements load bearing system reliability in dependence on their conjunction methods are presented.

Keywords: industrial building, line of business change, load bearing system, reliability of separate structures, truss, column, foundation, bottom soil, calculation algorithm, calculation example, logarithmic reliability coefficient

© Сафронов В.С., Чанг Д.Т., 2018

Введение

В соответствии с положениями введенного в РФ в 2015 году регламентирующего общие принципы обеспечения надежности строительных конструкций и оснований стандарта ГОСТ 27751-2014 и действующих нормативных документов на нагрузки и воздействия СП 20.13330.2016 по проектированию железобетонных конструкций СП 63.13330.2012 рекомендуется в расчетах при проектировании новых или реконструкциях существующих зданий и сооружений вместо косвенного учета изменчивости прочностных характеристик материалов и действующих нагрузок с помощью коэффициентов надежности по материалу, нагрузкам и ответственности сооружения применять вероятностные методики.

Вычислительные алгоритмы для определения надежности конструкций, имеющих значительные сроки эксплуатации и существенный износ, при перепрофилировании должны учитывать указанные факторы. При превращении бескрановых производственных цехов в оснащенные крановым оборудованием логистические комплексы необходимо также выполнение ряда технологических требований по организации удобного подъезда транспорта, оперативного приема товаров, оптимальной схемы размещения изделий на стеллажах для их хранения, а также оптимальное перемещение продукции по складу.

В настоящем исследовании на примере перепрофилирования расположенного в г. Воронеже ремонтного трамвайно-троллейбусного завода в логистический центр предлагается и апробируется в соответствии с положениями теории надежности и теории риска [4-6] методика расчета надежности длительно эксплуатируемой несущей системы здания при минимальных перестройках. Примером применения такой вероятностной постановки является приведенные в работе [7] исследования по оценке остаточного ресурса длительно эксплуатируемого покрытия здания производственного назначения.

1. Объект исследования и принятые допущения

Объектом исследований является выведенный из эксплуатации в 1994 году и длительное время находящийся без технического обслуживания главный производственный корпус трамвайно-троллейбусного ремонтного завода в г. Воронеже. Общий вид здания снаружи и несущей системы с внутренней стороны после демонтажа производственного оборудования представлены соответственно на рис. 1 и 2. При длительной эксплуатации корпуса под влиянием атмосферных воздействий в несущих конструкциях появились различные дефекты, снижающие их долговечность и несущую способность. При перспективном использовании в качестве логистического центра возникла необходимость оценки технического состояния изношенных и поврежденных несущих конструкций и всего здания в целом.

Исследования, представленные в настоящей статье, являются продолжением опубликованных нами ранее [8] результатов вероятностного прогнозирования рисков разрушения сборной железобетонной фермы покрытия с учетом уменьшения поперечного сечения рабочей арматуры в растянутых и сжатых стержнях вследствие ее коррозии при длительной эксплуатации.

Несущая система рассматриваемого здания представляет собой пространственную одноэтажную железобетонную пяти пролётную раму. Жесткость рамы в поперечном направлении обеспечивается жесткой заделкой колонн в фундаментах, а в продольном направлении – жесткостью пространственного диска покрытия, состоящего из смонтированных на железобетонные стропильные фермы ребристых плит покрытия.



Рис. 1. Торцевой фасад главного корпуса трамвайно-троллейбусного ремонтного завода



Рис. 2. Общий вид несущей системы изнутри здания с железобетонным несущим каркасом

Рассматриваемое здание прямоугольной в плане формы с пятью пролетами по 18 м и длиной 496 м. Шаг среднего ряда колонн в продольном направлении – 12 м, шаг колонн в крайних рядах – 6,0 м. Высота от пола до низа стропильных ферм составляет 6,99 м.

Покрытие здания выполнено из железобетонных стропильных ферм с горизонтальным нижним поясом и верхним поясом полигонального очертания. По сборным железобетонным фермам смонтированы ребристые железобетонные панели покрытия. Стены здания выполнены из керамзитобетонных панелей толщиной 24 см, прикрепленных к железобетонным колоннам крайнего ряда каркаса здания.

Для построения методики вероятностных расчетов введем следующие гипотезы:

- прочностные характеристики бетона железобетонных несущих конструкций и грунта основания принимаются случайными, распределенными по нормальному закону в соответствии с измеренными при обследовании средними и стандартами прочности;
- прочностные характеристики арматуры также считаются случайными, распределенными по нормальному закону, числовые характеристики которого принимаются по проектным данным и в

соответствии действующими на момент строительства коэффициентами надежности и вариации прочности арматуры;

- изменения прочностных характеристик бетона и арматуры во времени не учитываются;
- геометрические параметры конструктивных железобетонных элементов здания считаются неизменными начиная с момента строительства в 1969 году. Исключением являются диаметры рабочей арматуры, которые принимаются в соответствии с измеренными при обследовании;
- постоянные и временные нагрузки, включая снеговые, также считаются случайными с распределением, отвечающим закону Гаусса.

2. Описание методики расчета надежности

Плоскую расчетную схему несущего каркаса пяти пролетного одноэтажного цеха (рис. 3) для оценки надежности представим в виде рамной системы из заземленных в фундаментах стоек и опирающихся шарнирно на колонны стропильных ферм.

Под отказом несущей системы в соответствии с терминологией теории надежности [4-6] будем считать предельное состояние по прочности хотя бы в одном из пролетов несущей рамы здания, поэтому рассмотрим фрагмент рамы, включающий один крайний и прилегающую половину среднего пролета (рис. 4). При этом возникновение предельных состояний в несущих элементах соседних пролетов будем считать независимыми.

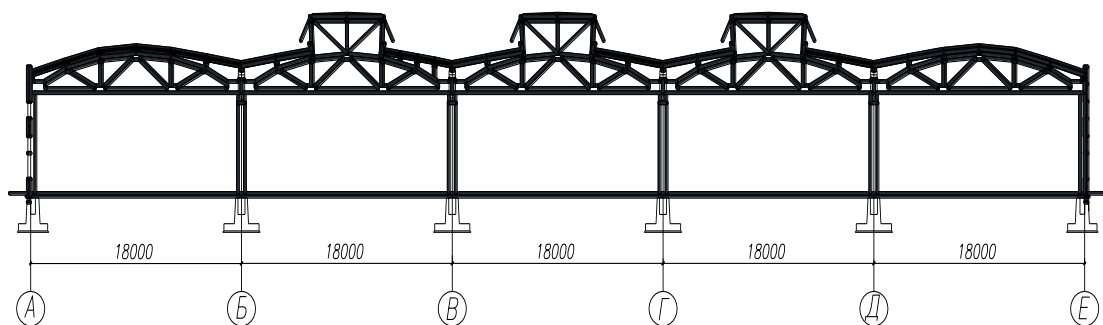


Рис. 3. Плоская расчетная схема несущего каркаса цеха

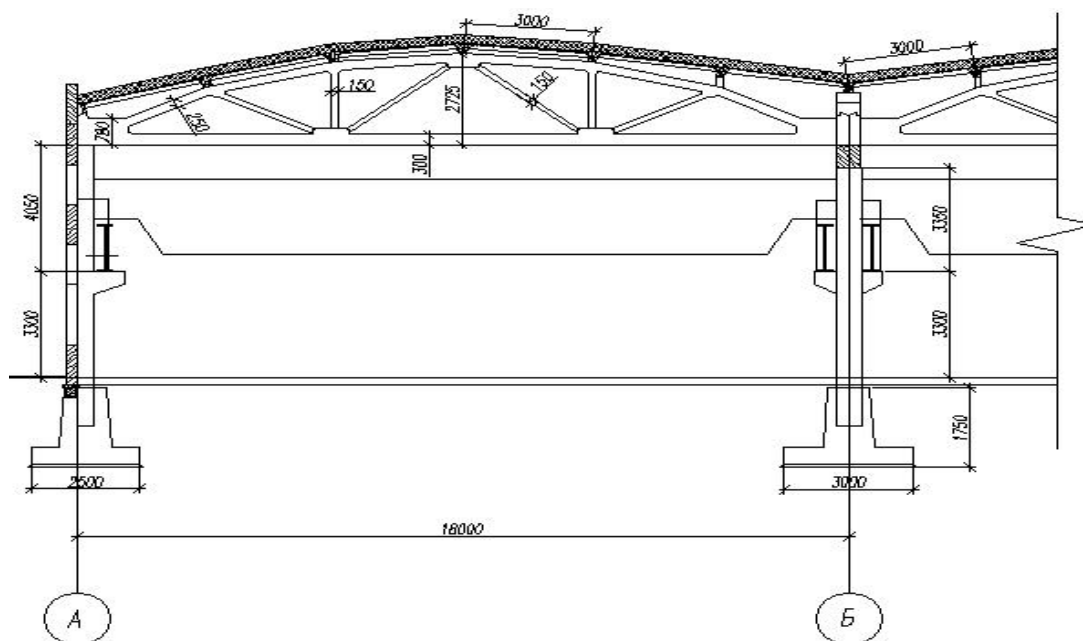


Рис. 4. Расчетный фрагмент несущего каркаса

Учитывая типовую структуру несущего каркаса цеха для крайних и средних пролетов определим надежность несущей системы в соответствии с теоремой умножения независимых случайных событий по формулам:

для крайних пролетов цеха:

$$H_K = H_{K\Phi} \cdot H_{HK} \cdot H_{BK} \cdot H_{\Phi K} \cdot H_{ГK}; \quad (1)$$

для средних пролетов цеха:

$$H_C = H_{C\Phi} \cdot H_{HK} \cdot H_{BK} \cdot H_{\Phi C} \cdot H_{ГC}, \quad (2)$$

где $H_{K\Phi}, H_{HK}, H_{BK}, H_{\Phi K}, H_{ГK}$ и $H_{C\Phi}, H_{HK}, H_{BK}, H_{\Phi C}, H_{ГC}$ – вероятности безотказного функционирования элементов соответственно стропильных ферм, нижних и верхних частей колонн, железобетонных фундаментов стаканного типа, грунтового основания под фундаментами в крайних и средних рядах колонн.

Далее по вычисленным параметрам надежности можно определить удобные для практического использования логарифмические показатели надежности крайних и средних пролетов цеха из выражений:

$$\rho_K = \log(1/(1 - H_K)); \quad (3)$$

$$\rho_C = \log(1/(1 - H_C)). \quad (4)$$

Параметры, оценивающие надежность отдельных i -х элементов несущего каркаса, вычисляются с помощью функции Лапласа из предположения нормальности распределения резерва прочности:

$$H_i = 0,5 + \Phi(\beta_i), \quad (5)$$

где β_i – характеристика безопасности, равная отношению математического ожидания к стандарту резерва прочности, которая равна

$$\beta_i = \frac{(m_{S_{пред}} - m_{S_{max}})}{\sqrt{(\sigma_{S_{пред}}^2 + \sigma_{S_{max}}^2)}}. \quad (6)$$

Здесь $m_{S_{пред}}, m_{S_{max}}$ и $\sigma_{S_{пред}}, \sigma_{S_{max}}$ представляют собой математические ожидания и стандарты предельных и максимальных усилий.

Нагрузочные параметры рассчитываются по максимальным величинам усилий от каждой из действующих на элемент несущей системы нагрузок. Средние значения m_{ij} и стандарты усилий σ_{ij} i – м элементе несущей системы от нагрузки j -го типа находятся по формулам:

$$m_{ij} = S_{ij} / \gamma_{fj}, \quad (7)$$

$$\sigma_{ij} = m_{ij} \cdot v_{fi}. \quad (8)$$

В формулах (1) и (2) введены следующие обозначения:

S_{ij} – расчетное усилие в i -м элементе несущей системы здания от нагрузки j -го типа,

v_{fi} – коэффициент вариации действующей постоянной или временной нагрузки, который вычисляется с помощью нормативного коэффициента надежности по учитываемой в расчетах нагрузке j -го типа из выражения:

$$v_{fj} = \frac{\gamma_{fj} - 1}{1,64}. \quad (9)$$

Статистические характеристики усилий в i -м элементе несущей системы здания от совместного действия постоянных и временных нагрузок вычисляются без учета корреляции между ними из следующих формул:

$$m_i = \sum_{j=1}^n m_{ij}, \quad (10)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n \sigma_{ij}^2}. \quad (11)$$

В численных расчетах надежности несущей системы учитывались следующие виды нагрузок с нормативными значениями коэффициентов надежности:

- постоянные нагрузки от собственного веса несущих конструкций цеха: $\gamma_{f1} = 1.1$;

- постоянные нагрузки от веса кровли: $\gamma_{f2} = 1.2$;
- временные нагрузки от снега на покрытии: $\gamma_{f3} = 1.4$;
- крановые нагрузки: $\gamma_{f4} = 1.2$;
- ветровой напор: $\gamma_{f5} = 1.4$.

3. Результаты расчетов надежности несущей системы реконструируемого цеха

Описанная методика определения надежности конструктивных элементов реконструируемого цеха реализована в виде вычислительной программы, позволяющей определять показатели надежности отдельных конструктивных элементов несущей системы одного из крайних и средних пролетов цеха. Ниже на рис. 5 – 8 представлены схемы рассматриваемых конструкций с указанием геометрических размеров, характерных сечений и армирования следующих элементов несущей системы рассматриваемого здания: железобетонной стропильной фермы покрытия, железобетонных колонн и фундаментов столбчатого типа.

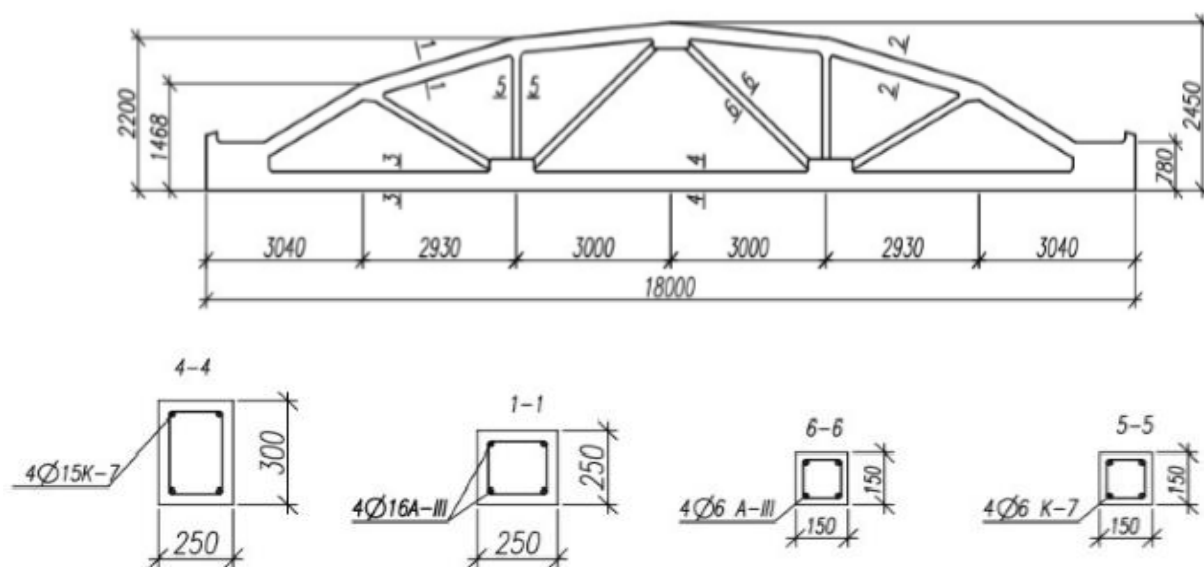


Рис. 5. Геометрическая схема, поперечные сечения и армирование фермы

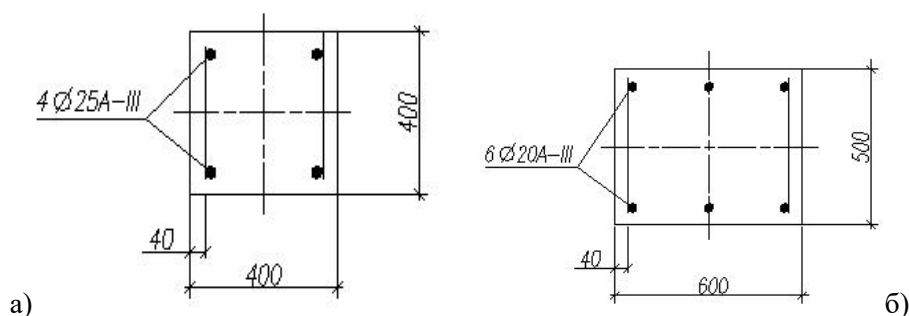


Рис. 6. Сечения и армирование крайних (а) и средних (б) колонн каркаса

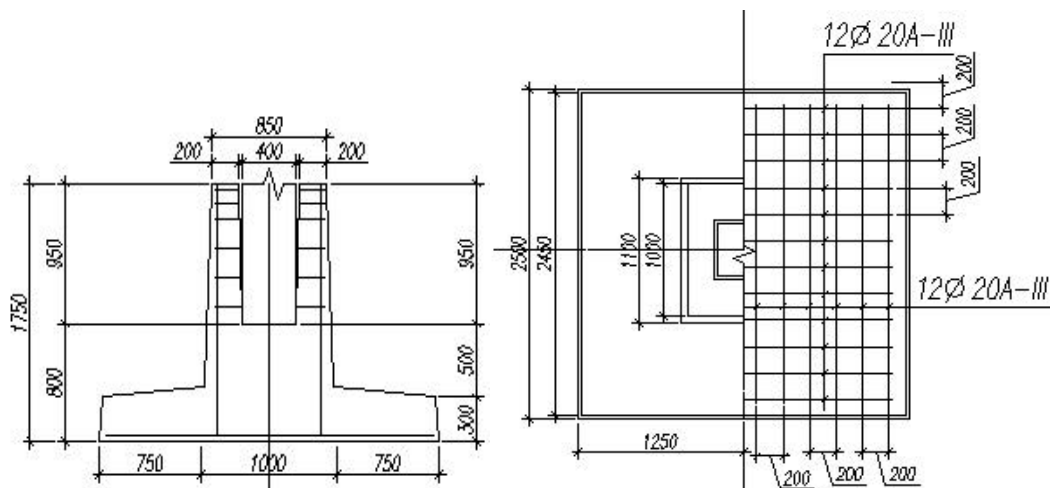


Рис. 7. Геометрические размеры и армирование железобетонного фундамента под крайние ряды колонн каркаса

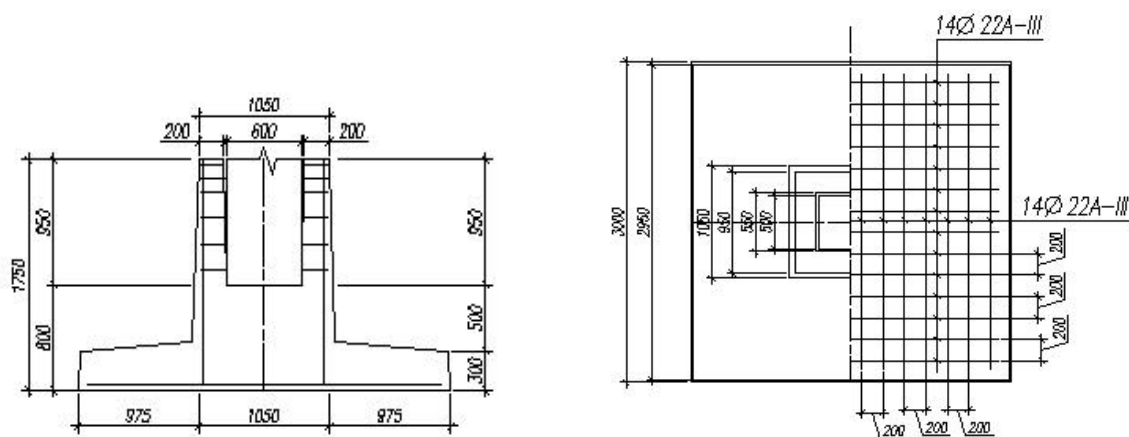


Рис. 8. Геометрические размеры и армирование железобетонного фундамента под средние ряды колонн каркаса.

При выполнении расчетов надежности отдельных конструктивных элементов несущей системы рассматриваемого здания использовались следующие критерии:

- для железобетонных стропильных ферм покрытия - прочность средних элементов нижних поясов (рис. 5), которые по данным, приведенных в работе [6] расчетов типовой стропильной фермы, являются наименее надежными. В качестве расчетного показателя принимается усилие растяжения, воспринимаемого только рабочей арматурой в нижнем поясе;
- для характерных сечений колонн каркаса – прочность внецентренно сжатых железобетонных стержней прямоугольного поперечного сечения (рис. 6) с двойным армированием. Расчетный показатель представляется изгибающим моментом M , равным произведению нормальной сжимающей силы N на эксцентриситет $e = M/N$;
- для железобетонных фундаментов под колонны – прочность на изгиб перпендикулярных поперечным осям здания опорных сечений консольных элементов фундаментной плиты (рис. 7 – 8). Расчетный показатель отвечает максимальному изгибающему моменту в этом сечении;
- для грунтовых оснований под фундаментами колонн – прочность грунта на наиболее нагруженном краю фундаментной плиты.

Количественные значения нагрузочных факторов для всех элементов несущей системы здания вычислялись для основного сочетания эксплуатационных воздействий, который включает постоянные и временные нагрузки от снега, ветра и крановых воздействий. Их количественные значе-

ния, а также статистические характеристики приведены в табл. 1. Там же даны средние (математические ожидания) и стандарты предельных значений принятых в вероятностных расчетах надежности прочностных показателей рассматриваемых элементов несущей системы здания.

Из анализа данных, приведенных в табл. 1, количественные значения параметров, которые характеризуют надежность различных элементов несущего каркаса здания, видно, что они существенно отличаются друг от друга.

Таблица 1

Расчетные показатели надежности несущей системы реконструируемого здания

Элемент несущей системы	Наименование параметра	Описание количественного параметра	Размерность	Значения для элемента несущей системы здания	
				в крайнем пролете	в среднем пролете
Железобетонная стропильная ферма	Нормальное усилие от нагрузок	максимальный расчетный	кН	720,08	775,73
		математическое ожидание	кН	581	627
		стандарт	кН	63	74
	Предельное усилие	математическое ожидание	кН	940	940
		стандарт	кН	42	42
	Логарифм. показатель надежности		ρ_{kf} ρ_{sf}	5,9	4,91
Надкрановая часть железобетонной колонны	Изгибающий момент от нагрузок	максимальный расчетный	кНм	169,26	152,14
		математическое ожидание	кНм	149,95	125,44
		стандарт	кНм	12,78	14,1
	Предельный изгиб. момент	математическое ожидание	кНм	357,75	1803,71
		стандарт	кНм	54,61	322,66
	Логарифм. показатель надежности		$\rho_{нкк}$ $\rho_{нкс}$	3,98	7,23
Подкрановая часть железобетонной колонны	Изгибающий момент от нагрузок	максимальный расчетный	кНм	120,20	114,34
		математическое ожидание	кНм	107,10	93,94
		стандарт	кНм	9,13	10,3
	Предельный изгиб. момент	математическое ожидание	кНм	541,15	1553,52
		стандарт	кНм	82,60	278,14
	Логарифм. показатель надежности		$\rho_{вкк}$ $\rho_{вкс}$	7,05	7,1
Опорное сечение консоли фундаментной плиты	Изгибающий момент от нагрузок	максимальный расчетный	кНм	140	410
		математическое ожидание	кНм	87,5	256,25
		стандарт	кНм	17,5	51,25
	Предельный изгиб. момент	математическое ожидание	кНм	360,4	508,63
		стандарт	кНм	18,02	25,43
	Логарифм. показатель надежности		$\rho_{фк}$ $\rho_{фс}$	12	5,3
Грунтовое основание под фундаментом	Нормальное напряжение от нагрузок	максимальный расчетный	кПа	235,3	340
		математическое ожидание	кПа	147,06	212,5
		стандарт	кПа	29,41	42,5
	Предельное напряжение	математическое ожидание	кПа	866,15	916,87
		стандарт	кПа	130,00	137,53
	Логарифм. показатель надежности		$\rho_{гк}$ $\rho_{гс}$	7,48	6,3

Для более наглядного представления этого различия в табл. 2 представлено графическое сопоставление логарифмических показателей надежности составляющих элементов и несущей системы в целом рассматриваемого здания. При этом красным цветом показаны значения логарифмических показателей надежности для конструкций, обеспечивающих целостность крайних пролетов здания, а синим цветом - значения логарифмических показателей надежности для конструкций, обеспечивающих целостность средних пролетов здания

Таблица 2

Графическое сопоставление логарифмических показателей надежности составляющих элементов и несущей системы в целом рассматриваемого здания

Элемент несущей системы	Тип пролета несущей системы	Логарифмический показатель в белых											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Железобетонная стропильная ферма	крайний												
	средний												
Надкрановая часть железобетонной колонны	крайний												
	средний												
Подкрановая часть железобетонной колонны	крайний												
	средний												
Опорное сечение консоли фундаментной плиты	крайний												
	средний												
Грунтовое основание под фундаментом	крайний												
	средний												
Несущая система здания в целом	крайний												
	средний												

Наиболее низкие логарифмические показатели надежности рассматриваемого здания после его перепрофилирования (в диапазоне от 4 до 5 белов) имеют железобетонные стропильные фермы покрытия в средних пролетах и верхние участки несущих колонн каркаса в крайних пролетах. Другие характерные элементы несущей системы здания: фундаменты под несущие колонны, стропильные фермы в крайних пролетах и грунтовые основания - обладают повышенной надежностью с логарифмическими показателями надежности, превышающими 5 - 6 белов.

Принятое в проекте перепрофилирования здания конструктивное решение несущей системы с последовательной схемой соединения отдельных несущих элементов приводит, несмотря на наличие высоконадежных элементов несущей системы, к следующим невысоким логарифмическим показателям надежности:

- для крайних пролетов - $\rho_k = 3,98$;
- для средних пролетов - $\rho_c = 4,75$,

что позволяет не только дать положительную оценку принятого проектного решения, но и наметить конструктивные мероприятия для повышения надежности несущей системы в дальнейшем.

Выводы

Описанная в настоящей статье методика расчета надежности несущей системы одноэтажного многопролетного здания производственного назначения апробирована при проектировании реконструкции существующего длительно эксплуатируемого цеха.

По результатам численных расчетов с учетом регламентируемых действующими нормативными документами параметров разброса прочностных характеристик материалов и действующих нагрузок по основному сочетанию получены различные уровни надежности разных конструктивных элементов несущей системы здания.

Для определения надежности несущей системы реконструируемого цеха в целом с учетом изменения нагруженности отдельных конструктивных элементов при введении дополнительного кранового оборудования необходимо учитывать технологические особенности новых производственных процессов.

Долговечность и остаточный ресурс несущей системы здания без проведения ремонтно-восстановительных работ на изношенных несущих конструкциях следует осуществлять в зависимости от количественных показателей надежности отдельных конструкций в крайних и средних пролетах здания. В первую очередь они должны осуществляться на конструктивных элементах, имеющих меньшие логарифмические показатели надежности.

Библиографический список

1. Байков В.Н. Железобетонные конструкции. Общий курс/ В.Н. Байков, Е.Е Сигалов. - М., 1991, 767 с.
2. Лычев А.С. Вероятностные методы расчета строительных элементов и систем: учеб пособие/А. С. Лычев. – М.: АСВ, 2008. – 184 с.
3. Райзер В.Д. Теория надежности сооружений/ В.Д. Райзер. – М.: АСВ, 2010. – 252 с.
4. Сеницын А.П. Расчет конструкций по теории риска/ А.П. Сеницын. – М.: Стройиздат, 1985. – 304 с.
5. Пшеничкина В.А. Оценка остаточного ресурса основного корпуса Р-1 ОАО «ВОЛТАЙР-ПРОМ» как сложной системы//В.А. Пшеничкина, К.Н. Сухина// Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. - 2016 - № 1. - С. 60-65.
6. Сафронов В.С. Прогнозирование риска разрушения длительно эксплуатируемой железобетонной фермы покрытия здания/ /В.С.Сафронов, Д.Т.Чан //Строительная механика и конструкции. - 2016. - Т. 2. - № 13 (13). - С. 45-54.
7. Сафронов В.С. Вероятностная оценка риска возникновения предельных состояний в сечениях изгибаемых железобетонных балок//В.С.Сафронов, Нгуен Динь Хоа. Научный вестник Воронеж. гос. арх.-строит. ун-та// Строительство и архитектура. – 2010. - №1. - С 152-166
8. Сафронов В.С. Оценка риска разрушения нормальных сечений железобетонных балок произвольной формы//В.С. Сафронов, Д.И. Доманов// Механика разрушения бетонов, железобетонов и других строительных материалов: Сб. ст. по мат. 7-й Международной научной конференции: в двух томах. – 2013 - С. 31-38.
9. Сафронов В.С. Применение теории риска для оценки вероятности трещинообразования при стесненном кручении железобетонных мостовых балок//В. С. Сафронов, Доманов Д.А. // Строительная механика и конструкции. – 2013 - №2. - С 47-52
10. Сафронов В. С. Вероятностная оценка грузоподъемности эксплуатируемого путепровода // В. С. Сафронов, Е. А Опабола// Строительная механика и конструкции. – 2015. - Т. 1. - С. 57-67
11. Сафронов В. С. Расчет несущей способности внецентренно сжатого стержня из железобетона с использованием деформационной модели// В. С. Сафронов, А.Л. Катембо // Строительная механика и конструкции. – 2016. - Т. 1. - №12. - С. 64-74

References

1. Baikov V.N., Sigalov E.E. Concrete reinforced structures. General course. -M., 1991, 767 p.
2. Lychyov A.S. Probabilistic methods of building members and system design. Tutorial. – М.: ААВ, 2008. – 184 p.
3. Raizer V.D. Theory of structures ratability. М.: ASV, 2010. – 252 p.
4. Sinitsin A.P. Design of structures according to the risk theory. – М.: Stroiizdat, 1985. – 304 p.
5. Pshenichkina V.A., Sukhina K.N. Assessment of residual resource of main carcass. Structural Mechanics of engineering constructions and structures. - 2016 - № 1. -. 60-65p.

6. Safronov V.S., Chan D.T. Prediction of destruction risk of long term operated concrete reinforced truss of building cover. Structural Mechanics and constructions. - 2016. - V. 2. - № 13 (13). - 45-54p.
7. Safronov V.S., Nguen Ding Hoa, Probabilistic assessment of origin risk of limiting state in bended concrete reinforced beams sections. Scientific bulletin. Voronezh. State university of Architecture and Civil engineering. Construction and Architecture – 2010. - №1. - 152-166 p
8. Safronov V.S., Domanov D.I. Assessment of destruction risk of normal sections of reinforced concrete beams of arbitrary form// Mechanics of concrete, concrete reinforced and other building materials disintegration: Collection of articles on Math. 7th International scientific conference in two volumes. – 2013 - 31-38p.
9. Safronov V.S., Domanov D.I Application of risk theory for assessment of cracks formation probability at restricted torsion of reinforced concrete bridge beams. Structural Mechanics and Constructions.– 2013 - №2. - 47-52p
10. Safronov V.S., Opabola E.A., Probabilistic assessment of operated viaduct carrying capacity. Structural Mechanics and Constructions. – 2015. - T. 1. - 57-67p
11. Safronov V.S., Katembo A.L. Design of bearing capacity of eccentrically loaded bar from reinforced concrete with use of deformation mode. Structural Mechanics and structures. – 2016. - V. 1. - №12. - 64-74p

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

УДК 669.01(075.8)

РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ СВАРКИ ПРИ РЕСТАВРАЦИИ МЕТАЛЛОКОНСТРУКЦИЙ XIX ВЕКА

А.С. Орлов¹, Е.Г. Рубцова², А.С. Щеглов³, С.Ю. Зибров⁴, И.Ю. Зиброва⁵

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3,4,5}
Россия, г. Воронеж

¹ Д-р техн. наук, проф. кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

² Канд. техн. наук, доц. кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

³ Канд. техн. наук, доц. кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

⁴ Заведующий лабораториями кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

⁵ Магистрант кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве

Тел.: +7(473) 278-30-15, e-mail: alex@mk.vrn.ru

Статья посвящена актуальной проблеме ремонта металлических конструкций при реставрации объектов архитектурного наследия. На основании изучения свойств и структуры металла фермы, изготовленной в XIX веке, установлены значительный разброс показателей механических свойств, структурных составляющих и химическая неоднородность в пределах одной конструкции. Все это учитывалось при выборе способа и режима сварки для ремонта «исторических» конструкций.

Ключевые слова: архитектурное наследие, археометаллография, микроанализ, стилоскопирование, сварка.

DEVELOPMENT OF WELDING TECHNOLOGY DURING METALWARE OF XIX CENTURY RESTORATION

A.S.Orlov¹, E.G. Rubtsova², A.S. Shcheglov³, S.Yu. Zibrov⁴, I.Yu. Zibrova⁵

Voronezh State Technical University^{1,2,3,4,5}

¹ Dr. of Tech. Sc., professor of the department of metalwares and welding in construction

² PhD of Tech. Sc, associate professor of the department of metalwares and welding in construction

³ PhD of Tech. Sc associate professor of the department of metalwares and welding in construction

⁴ Head of laboratories of the department of metalwares and welding in construction

⁵ Undergraduate of the department of metalwares and welding in construction

Тел.: +74732783015, e-mail: alex@mk.vrn.ru

The article is devoted to the actual problem of metalwares rehabilitation during the restoration of architectural heritage sites. Based on the study of the properties and structure of the metal frame made in the XIX century, a significant spread of indicators of mechanical properties, structural components and chemical heterogeneity within a single farm was ascertained. All this was taken into account at choosing the welding method and mode for "historical" structures rehabilitation

Keywords: architectural heritage, archaeological metallography, microanalysis, styloscopy, welding.

Введение

В отличие от других областей строительства реставрационные технологии более консервативны, а применение новых материалов и конструкций допускается в том случае, если это не вредит памятнику и не искажает его первоначальный вид [4].

© Орлов А.С., Рубцова Е.Г., Щеглов А.С., Зибров С.Ю., Зиброва И.Ю., 2018

В обширной литературе по реставрации деревянных и каменных культовых сооружений содержится множество сведений и практических наработок [3, 10, 12, 13, 17, 18], однако очень мало данных приводится по исследованию и реставрации металлических конструкций сооружений, построенных в последние два-три столетия. Атрибуция физико-механических характеристик материалов для определения прочности и расчетного сопротивления кирпичной кладки, металла и дерева входит в обязательный перечень работ при комплексном обследовании памятников архитектуры наряду с историко-архивными, инженерно-геологическими и геофизическими изысканиями, обмерными и геофизическими работами, проверочными расчетами зданий [9]. Поэтому работа по изучению структуры, состава и свойств материала металлических конструкций представляется достаточно важной и в дальнейшем позволит рекомендовать способы восстановления, ремонта или реставрации конструкций без потери аутентичности и несущей способности конструкции.

Одним из основных методов в изучении внутреннего строения и свойств металлических артефактов с выходом на технологию производства является метод археологической металлографии (археометаллографии), разработанный Б.А. Колчиным и его учениками [6, 8, 11]. В принципе археометаллографии лежит определение на основании микроскопических данных технологической схемы изготовления изделия. Массовый структурный анализ железных изделий Древней Руси обнаружил два вида стали, который применяли русские кузнецы: цементованная (томленая) сталь с однородным строением и равномерно распределенным по всей массе металла углеродом и сталь сварочная неоднородного строения с ферритной структурой. С большим сожалением следует отметить, что изученные железные артефакты относятся к периоду до XV века, данные об исследованиях изделий, и особенно металлических конструкций более поздних веков, нам не встречались.

«Исторические» металлические конструкции условно можно разделить на две группы. К одной отнести в основном литые или кованые элементы, выполняющие не только несущие функции, но и обладающие художественной ценностью и являющиеся предметами охраны. К другой – исключительно несущие конструкции, выполненные из кованых профилей и, скорее всего, не обладающие художественной ценностью. Инженерная реставрация металлоконструкций первой группы подразумевает замену и воссоздание поврежденных элементов, тем более современные технологии позволяют «состарить» свежий металл под любую эпоху. А вот несущие конструкции второй группы подлежат проверочному расчету и при необходимости усилению.

Самым распространёнными повреждениями металлических конструкций старинных зданий являются: нарушение или отсутствие защитного покрытия, коррозия [16] (может быть самого разного типа и вызываться разными причинами), различные механические и усталостные повреждения, потеря устойчивости [15]. При определенных условиях все эти повреждения могут вызвать хрупкое разрушение конструкции, и в конечном итоге обрушение стены, части здания или здания целиком.

При проведении реставрации и ремонта старинных зданий (особенно представляющих историческую ценность, памятников архитектуры) существует несколько, скажем так, морально-технических проблем. Во-первых, необходимо по максимуму сохранить аутентичность конструкции и всего сооружения в целом (т.е. по возможности минимизировать вмешательство, чтобы сохранить замысел древнего зодчего); во-вторых, максимально укрепить конструкции, чтобы сохранить и для будущих поколений и для возможного использования в настоящем (особенно здания религиозного культа) [14].

В работе была поставлена задача: определить возможность ремонта конструкций из кричного кованного железа ручной дуговой сваркой. С этой целью был проведен ряд исследований материала исходной конструкции (фермы), снятой при очередном ремонте со здания бывшей семинарии (ныне Воронежский монтажный техникум), дата постройки предположительно 1812 год (рис. 1). Конструкция находилась в защитном козырьке над входом в здание,

была демонтирована из кирпичной кладки, по возможности очищена от известкового раствора и перевезена в лабораторию кафедры сварки и металлических конструкций. Для изучения была выделена небольшая часть профиля с петлей (ширина 42-48 мм, толщина 23-30 мм). В комплекс исследований входили: макроанализ, микроанализ (археометаллография), стило-скопирование, механические испытания.



Рис. 1. Вид металлической конструкции

Методика проведения исследований

Макроанализ. На поверхности конструкции визуально наблюдается толстый слой окислов железа (ржавчины) рыжего цвета переменной толщины до 2-3 мм. Образцы для макроанализа вырезались в поперечном направлении по сечению профиля. Макрошлифы готовились по стандартной технологии (шлифование, полирование), травление в данном случае не требовалось, т.к. внимание в основном уделялось внутренним макродефектам. Невооруженным глазом и с использованием небольшого увеличения (2-3-кратное) хорошо видны продольные крупные неметаллические включения темного цвета, которые придают всей макроструктуре характерную полосчатость. Наличие таких включений (шлаковых, оксидных или углеродных) связано с технологией проковки железных полос, применявшейся в XIX веке (т.н. кузнечная сварка). Аналогичные дефекты наблюдались при изучении металла кованых каркасов глав Спасо-Преображенского собора в г. Муроме [16]. В настоящее время наличие таких дефектов считается недопустимым и подобные изделия бракуются.

Микроанализ. Образцы для микроанализа также были приготовлены по стандартной технологии. При травлении в реактиве «ниталь» проявляется микроструктура и происходит очень сильное растравливание включений.

Структура металла конструкции очень неоднородна по сечению профиля, если рассматривать микроструктуру по поперечному срезу от поверхности к середине образца, то последовательно залегают следующие слои:

- на поверхности находится цементированный слой на глубину до 2,5 мм;
- перлитная структура с наличием сетки цементита вторичного по границам зерен перлита (структура заэвтектоидной стали), толщиной ≈ 1 мм;
- видманштеттова структура (структура перегрева), ее наличие связано с превышением температурыковки;
- ферритно-перлитная структура с включениями цементита по границам зерен перлита (рис. 2);

- ферритная структура с «островками» третичного цементита по границам зерен (соответствует структуре технического железа);
- ферритная структура (минимальное количество углерода до 0,006 %)

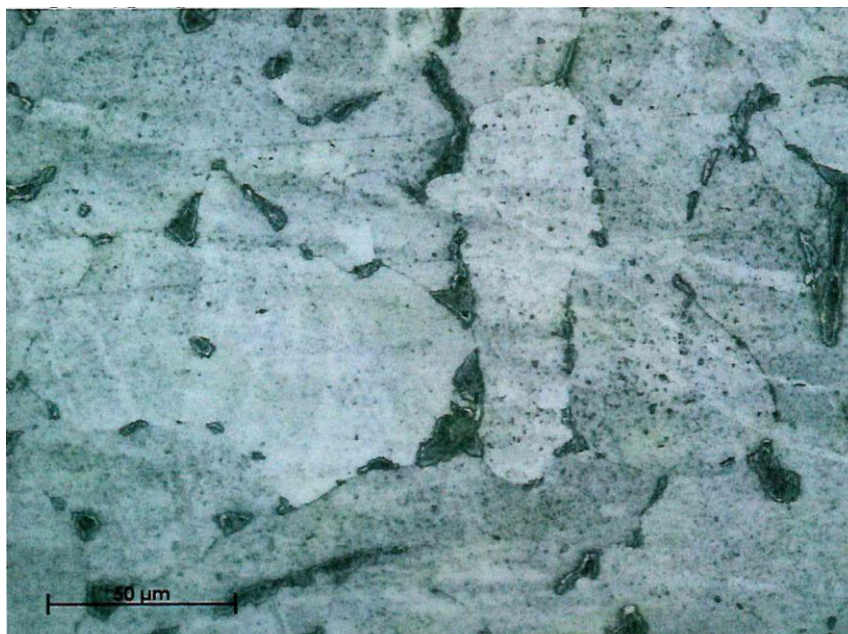


Рис. 2. Вид феррито-перлитной структуры с цементитной сеткой

Наблюдается значительная разнотернистость металла по сечению: от 1 балла в средней части образца до 5 баллов по периферии.

Такое различие фазового и структурного строения металла по сечению свидетельствует о разном содержании углерода в слоях изучаемого сплава железа. Поверхность сплава обогащена углеродом (содержание до 2 %), далее происходит постепенное уменьшение его содержания к середине изучаемого образца (меньше 0,02 %).

Также на микрошлифах наблюдаются участки шлаковых включений (типа сульфидов) с эвтектическим (скелетообразным) строением, свидетельствующем о частичном их переходе в жидкое состояние. Такое явление в современной теорииковки носит название «красноломкость» и связано с повышенным количеством серы в структуре стали. Таким образом, нагрев под деформацию (ковку) проводился без применения защитных сред, кроме того поверхность металлической фермы не была специально подготовлена, о чем свидетельствует наличие большого количества шлаковых включений. Технология подогрева под ковку соответствует существующей в XIX веке [1, 2]: неоднократный нагрев в горне на поверхности горящего древесного угля (отсюда и науглероживание поверхностных слоев) и многократная проковка молотом с запрессовкой частичек угля и окислов с поверхности.

Химический анализ исследуемого сплава выполнен методом отбора стружки по сечению образца. Результаты исследований представлены в табл. 1.

Химический анализ, выполненный по объему (усредненный для всего изучаемого образца), показал соответствие сплава среднеуглеродистой стали марки 35 ГОСТ 1050.

Был проведен еще один качественный анализ на наличие примесей в металле образцов – стилоскопирование. Так как анализ выполнялся на образцах, вырезанных из разных

частей конструкции, и выборка велась на разных точках по сечению образцов, то наблюдается значительный разброс данных и по количеству углерода (от 2 до 0,01 %), фосфор (от 0,01 до 0,57 %), сера (0,01 до 0,25 %), в сплаве присутствует небольшое количество марганца и кремния.

Таблица 1

Химический состав металла (усредненный)

Материал	Химический состав, %		
	С	S	P
Изучаемый сплав	0,35	0,004	0,01
Сталь марки 35 ГОСТ 1050	0,32-0,40	< 0,04	< 0,035

Химический состав исследованных образцов сильно отличается от муромских [16]. По данным авторов в образцах из каркаса глав собора углерода содержится 0,001 %, и металл определяют как химически чистое железо (что в корне неверно, так как такой сплав – технически чистое железо). И в то же время по современной классификации считают, что образцы соответствуют марке стали Ст0, что опять неверно, так как по ГОСТ 380 в Ст0 содержание углерода не более 0,23 %.

Такой разброс данных по углероду, полученный методом химического анализа, связан с технологией изготовления конструкции и подтверждается данными микроскопического анализа. Сера и фосфор в сплавах железа часто образуют сегрегации (скопления), что подтверждается наличием крупных неметаллических включений. Так как в XIX веке рафинирование металлов не применялось, то повышенные количества примесей в разных участках по сечению профиля вполне возможны.

Механические свойства. Для оценки механических свойств исследуемого сплава были проведены следующие исследования: испытания на растяжение, испытания на ударный изгиб и измерение твердости.

Для изучения прочности и пластичности при растяжении согласно ГОСТ 6996 были изготовлены образцы тип XIII в продольном направлении (вдоль проковки) со снятием корродированного слоя. Результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты испытаний образцов на статическое растяжение (ГОСТ 6996)

Материал	Предел прочности, МПа	Предел текучести, МПа	Относительное удлинение, %	Относительное сужение, %
Исследуемый сплав	430-460	250-380	10-20	30-40

В зоне разрушения наблюдается значительное расслоение металла вследствие наличия крупных неметаллических включений (рис. 3.). Прочность исследуемого металла примерно соответствует прочности поковок из стали марок 30 или 35 (ГОСТ 8479), пластичность несколько снижена. В образцах из Муром [16] прочность на растяжение не превышает 160 МПа, характеристики пластичности не указаны.



Рис. 3. Внешний вид поверхности разрушения после испытаний на статическое растяжение

Испытания на ударный изгиб проводились на образцах с U-образным надрезом (ГОСТ 9454-78). Ударная вязкость понижена от 50 до 100 Дж/см². Фрактографический анализ изломов показал, что изломы, в основном, смешанные (от 60 до 20 % волокна в изломе), крупнозернистые, хрупкая составляющая представлена крупными межкристаллитными фасетками сколов (рис. 4). Низкая ударная вязкость обусловлена хрупкими включениями, динамические нагрузки такой конструкции противопоказаны.

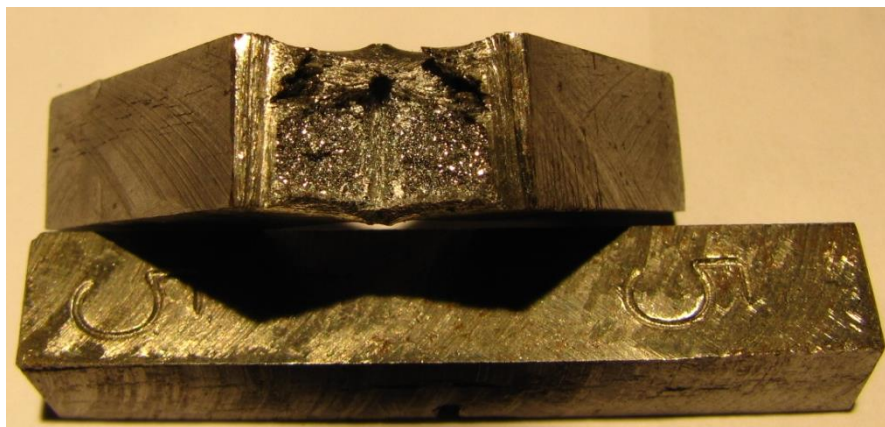


Рис. 4. Вид излома образца после испытаний на ударную вязкость

Изучение твердости проводили методом Бринелля с использованием образцов необходимой толщины и подготовленной поверхностью (шлифование). В соответствии с ГОСТ 19807-91 выбирался диаметр индентора, усилие вдавливания и время выдержки под нагрузкой. НВ 10/3000/10 примерно 150-160, что соответствует горячекатаной стали марок 15 или 20.

Результаты исследований и их обсуждение. Таким образом, суммируя данные всех исследований металлической конструкции, изготовленной в XIX веке, можно сделать следующие выводы.

1. Значительный разброс данных по химическому составу исследуемого материала по поперечному сечению и по разным частям конструкции, т.е. соединение в процессековки разных заготовок с разным составом (возможно и разных плавок).
2. Сильная коррозия на поверхности фермы требует глубокой и тщательной очистки.
3. Большое количество неметаллических включений, загрязняющих металл и понижающих механические свойства (особенно ударную вязкость) и пластичность.
4. Высокая структурная неоднородность металла по сечению, наличие на поверхности участков цементации.

При проведении ремонтно-реставрационных работ необходимо учитывать все эти факторы и с особой тщательностью проводить выбор технологии сварки и сварочных материалов, при этом решать следующие задачи:

1. Определение показателей качества (критерии оптимальности) способов сварки.
2. Подбор оптимального способа сварки.
3. Исследование закономерностей образования дефектов при формировании сварного шва.
4. Исследование механические свойства сварного соединения.
5. Использование полученных результатов для проектирования технологии сварки кованых изделий при реставрации.

Есть мнение [16] о несовместимости прогрессивных новых материалов с древними системами. В т.ч. речь идет об использовании при ремонте кованых изделий электросварки покрытыми плавящимися электродами, т.к. «под дугой металл кипит, шов не качественный», а лучший результат, по мнению авторов, дает газовая сварка. Мы абсолютно с этим не согласны. Газовая сварка дает более сильный нагрев по площади и температуре по сравнению с дуговыми методами, применяется для ремонта изделий из тонколистовой стали толщиной 1-3 мм, не применима для труднодоступных мест.

Восстановление металлоконструкций происходит чаще всего непосредственно на объектах культурного наследия. Объекты расположены в различных местах, где может отсутствовать техническая инфраструктура. Поэтому реставрацию и ремонт целесообразнее производить ручной дуговой сваркой. На выбор способа сварки оказали влияние условия выполнения ремонтных работ, цена и сложность использования дополнительного оборудования [7]. Применение механизированного способа затруднено при работе в «полевых условиях» и труднодоступным пространственным положением узлов конструкции.

Ремонт изделия проводился в соответствии с ГОСТ 5264-80 (Ручная дуговая сварка. Соединения сварные.). Исходя из вида изделия и его толщины было принято решение использовать соединение С17 с применением электродов типа Э-50 марки УОНИ 13/55, так как данные электроды используются для особо ответственных конструкций из углеродистых и низколегированных сталей, когда к металлу швов предъявляют повышенные требования по пластичности и ударной вязкости. Было выполнено соединение - кованое железо + кованое железо (рис. 5.). На рисунке хорошо видно, что сварной шов плотный, без видимых пор и других дефектов (в отличие от основного металла). В процессе сварки никакого «кипения» не наблюдалось.

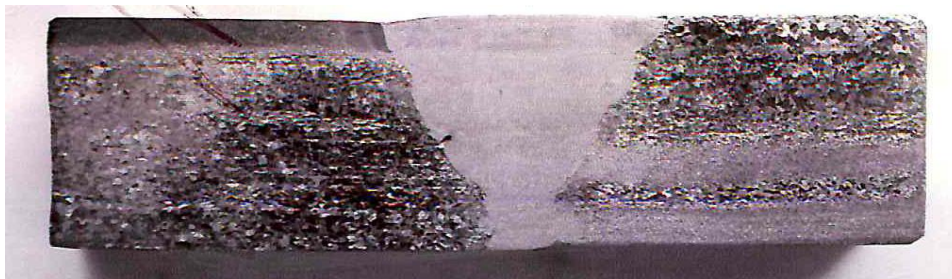


Рис. 5. Вид сварного шва в соединении кованое железо + кованое железо

В результате испытаний на статическое растяжение произошло разрушение образцов по основному металлу (кованому железу). Структура разрушенной зоны имеет неоднородный характер с вкраплениями углерода в виде древесного угля. Соответственно, прочность металла шва и околошовной зоны выше прочности основного металла.

Твердость, измеренная методом Бринелля, составила примерно 160-170 - основной металл, 200-220 - сварной шов. Таким образом, механические свойства сварного соединения выше свойств основного металла – кованого «исторического» железа.

Выводы

1. Металл в постройках разного времени и разной территориальной принадлежности сильно отличается по качеству и составу (условия выплавки, век и т.д.).
2. При реставрации металлических конструкций старинных зданий обязательно нужно проводить комплексный анализ металла конструкций с использованием металлографического и химического анализа, испытания механических свойств. По результатам комплексного анализа осуществляется подбор метода ремонта металлической конструкции, по возможности минимизируя вмешательство в древние системы.
3. Ручная дуговая сварка – наиболее подходящий процесс для ремонта металлоконструкций с определенной толщиной профиля зданий архитектурного наследия, позволяющий с минимальным вмешательством в историческую конструкцию производить восстановления целостности и повышение прочности для дальнейшей эксплуатации исторических объектов.

Библиографический список

1. Августин Е.А. Из истории развития металлообрабатывающей промышленности Воронежского края/ Е.А. Августин // Актуальные проблемы социально-гуманитарных наук: межвуз. сб. науч. тр. Вып. XX. – Воронеж, 2000. - С. 41-44.
2. Августин Е.А. Становление и развитие металлургической промышленности Черноземного Юга России в конце XVII-XVIII веках: дисс. ... канд.ист.наук/ Е.А. Августин. - Воронеж, ВГТУ, 2001. – 267 с.
3. Бондарчук В.Г. Обзор литературы по реставрации каменных памятников культовой архитектуры/ В.Г. Бондарчук // Государственный музей-памятник «Исаакиевский собор». – 2006. - № 2.

4. Густов Ю.И. Исследование механических свойств и структуры металлов реставрируемых строительных объектов/ Ю.И. Густов, А.А. Пятницкий. И.О.Махов // Вестник МГСУ.- 2014. - № 11. – С. 90-97.
5. Ивашко Ю.В. Проблемы реставрации памятников архитектуры и реставрационные технологии/ Ю.В. Ивашко // БудМайстер. 2003. - № 4. - С. 22-24.
6. Завьялов В.И. Борис Александрович Колчин: металлография на службе археологии/ В.И. Завьялов, Н.Н. Терехова // Российская археология, 2014.- № 4.- С. 155-161.
7. Зибров С.Ю. Разработка технологии ремонтной сварки МК архитектурного наследия XIX века: дисс. ... магистр техники и технологии/ С.Ю Зибров. - Воронеж, Воронежский ГАСУ. - 2016. - 79 с.
8. Колчин Б.А. Черная металлургия и металлообработка в древней Руси. (Домонгольский период)/ Б.А. Колчин. – М.: Изд-во Академии Наук СССР. - 1953. - 196 с.
9. Котов В.И., Кунин Ю.С. Комплексное обследование памятников архитектуры для разработки проекта реставрации/ В.И. Котов, Ю.С. Кунин// Обследование, испытание, мониторинг и расчет строительных конструкций зданий и сооружений: сб. науч. тр. - 2011. - С. 97-100.
10. Михайловский Е.В. Реставрация памятников архитектуры. Развитие теоретических концепций/ Е.В. Михайловский. - М.: Стройиздат, 1971. - 96 с.
11. Очерки русской культуры XIII -XV веков: в 2 ч. Ч. 1. Материальная культура / ред. А.В. Арциховский [и др.]. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1969. – 477 с.
12. Пашкин Е.М., Бессонов Г.Б. Диагностика деформации памятников архитектуры/ Е.М. Пашкин, Г.Б. Бессонов. - М.: Стройиздат, 1984. - 151 с.
13. Подъяпольский С.С. Реставрация памятников архитектуры/ С.С. Подъяпольский, Г.Б. Бессонов, Л.А. Беляев. - М.: Стройиздат, 1988. - 264 с.
14. Федотова Л.А. Религиозный туризм как путь возрождения историко-культурного наследия/ Л.А. Федотова // Промышленное и гражданское строительство. - 2012. - № 9. - С. 41-42.
15. Щеглов А.С. Инженерная реставрация памятников архитектуры/ А.С. Щеглов, А.А. Щеглов. - М.: Мир, 2015. - 520 с.
16. Щелоков О.О. Строительная техника кованых каркасов глав на примере храмовых сооружений Владимирской губернии. Размещение в библиотеке «РусАрх»: 2006 г. <http://rusarch.ru/shelokov1.htm>.
17. Ashurst, J., Ashurst, N. Practical Building Conservation. Vol. 2.-Halsted Press, 1988.
18. Bovo, M., Mazzotti, C., Savoia, M. (2014) Structural behaviour of historical stone arches and vaults: Experimental tests and numerical analyses. Engineering Materials. 2014. No. 628. pp. 43-48.

References

1. Avgustin E.A. From the history of metalworking industry of Voronezh region. Actual problems of socially - humanities. Interun. Collected scientific papers. Issue XX. – Voronezh, 2000. - P. 41-44.
2. Avgustin E.A. Formation and development of metallurgical industry in Chernozym South of Russia at the end of the XVII-XVIII century: thesis of PhD of Hist. Sc. - Voronezh, VGTU, 2001. – 267 p.
3. Bondarchuk V.G. Survey of the literature on religious architecture stone monuments. State museum-memorial “Isaak Cathedral”. - 2006. - № 2.
4. Gustov Yu.I., Pyatnitsky A.A., Makhov I.O. Investigation of mechanical properties and structure of metal restored building objects. Herald of MGSU. – 2014. - № 11. - P. 90-97.

5. Ivashko Yu.V. Problems of architectural monuments restoration and restoration technologies. *BudMaister*. 2003. № 4. P. 22-24.
6. Zaviyalov V.I., Terekhova N.N., Boris Alexandrovich Kolchin.: metallography in archeology. *Russian archeology*, 2014. - № 4. - P. 155-161.
7. Zibrov S.Yu. Development of technology of repair welding of architectural heritage of XIX century: thesis... undergraduate of technology. Voronezh, Voronezh GASU. – 2016. – 79 p.
8. Kolchin B.A.. Black metallurgy and metal working in ancient Russia. (Pre-Mongolian period).- M.: Pub. House of Academy of Science of USSR. - 1953. – 196 p.
9. Kotov V.I., Kunin Yu.S. Complex observation of architectural monuments for restoration design development. Inspection, testing, monitoring and calculation of building structures: *Sc. Papers Collection*. 2011. P. 97-100.
10. Mihkailovsky E.V. Restoration of architectural memorials. Development of theoretical conceptions. M.: Stroiizdat, 1971. - 96 p.
11. Sketches of Russian culture of XIII -XV centuries: in two parts P. 1. Material culture. Issued by A.V. Artsikhovskiy [and others]. - M. : Pub. House of Moscow University 1969. – 477 p.
12. Pashkin E.M., Bessonov G.B. Diagnostics of archeological monuments deformation. - M.: Stroiizdat, 1984. 151 p.
13. Podjyapolsky S.S., Bessonov G.B., Belyaev L.A. Architectural monuments restoration. M.: Stroiizdat, 1988. - 264 p.
14. Fyodorov L.A. Religious tourism as a way of renaissance historical-cultural heritage. *Industrial and civil building*. 2012. № 9. P. 41-42.
15. Scheglov A.S., Scheglov A.A. Engineering restoration of architectural monuments. - M.: Mir, 2015. 520 p.
16. Shelokov O.O. Constructional technique of forged cupola frames on the example of temples of Vladimir province. Placing in the library «RusArh»: 2006. <http://rusarch.ru/shelokov1.htm>.
17. Ashurst, J., Ashurst, N. *Practical Building Conservation*. Vol. 2.-Halsted Press, 1988.
18. Bovo, M., Mazzotti, C., Savoia, M. (2014) Structural behavior of historical stone arches and vaults: Experimental tests and numerical analyses. *Engineering Materials*. 2014. No. 628. pp. 43-48.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РЕБЕР ЖЕСТКОСТИ НА МЕСТНУЮ УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕНКИ И УСТОЙЧИВОСТЬ СТАЛЬНОЙ РАМЫ ДВУТАВРОВОГО ПЕРЕМЕННОГО ПО ВЫСОТЕ СЕЧЕНИЯ

А.А. Свентиков¹, Д.Н. Кузнецов²

Воронежский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹ Д-р техн. наук, проф. кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве
Тел.: +7(473) 2715924, e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

² Ст. преподаватель кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве
Тел.: +7(910) 3468912, e-mail: kuznecov82@bk.ru

Выполнен расчет стальной рамы двутаврового переменного по высоте сечения в вычислительном комплексе SCAD Office на основе метода конечных элементов. Расчетная модель создана с использованием пластинчатых конечных элементов с общим количеством 6886. Рамная конструкция модели имеет следующие основные параметры: пролет 18 м, высота стойки 7,280 м, уклон кровли 0,1. Из плоскости конструкция раскреплена узловыми неподвижными связями, шаг связей назначен в соответствии с серийным решением. Нагрузки собраны для климатических условий г. Воронежа. На примере компьютерной модели рассматриваются задачи расчета и конструирования стальной рамы двутаврового переменного по высоте сечения: вычислены коэффициенты надежности по устойчивости системы в целом, выполнен анализ влияния ребер жесткости на местную устойчивость стенки рамы, установлено влияние местной устойчивости стенки рамы на общую устойчивость системы, показано изменение напряженно-деформированного состояния через распределение энергии. Установлены и приведены формы потери устойчивости рамной конструкции. Получены выводы по результатам анализа влияния ребер жесткости на местную устойчивость стенки и устойчивость плоской формы изгиба стальных рам переменной жесткости. Исследования выполнены для четырех вариантов конструктивного решения узла сопряжения ригеля и стойки: без ребер жесткости, с диагональными ребрами, с поперечными ребрами и комбинированный вариант.

Ключевые слова: стальная рама, компьютерная модель стальной рамы, рама переменного сечения, проверка устойчивости системы, проверка местной устойчивости.

ANALYSIS OF STIFFENING BAR INFLUENCE ON RIB LOCAL STABILITY AND STABILITY OF STEEL FRAME OF DOUBLETEE VARIABLE BY HEIGHT CROSS- SECTION

A.A. Sventikov¹, D.N. Kuznetsov²

Voronezh State Technical University^{1,2}

¹ Dr. of Tech. Sc., professor of department of Metal constructions and welding in construction, ph.: 7(473) 2715924, e-mail: svarka@vgasu.vrn.ru

² Senior Lecturer of department of Metal constructions and welding in construction, ph.: +7(910) 3468912, e-mail: kuznecov82@bk.ru

Steel frame of doubletee variable by height cross- section was designed with the help of the finite element method by SCAD office computational complex. The design model was created using the plate-like finite elements with a total number of 6886. Frame structure has the following main parameters: 18m span, 7,280m pillar height, 0.1 roof slope. From the plane, the structure is unfastened by nodal non-mobile links; the link pitch is assigned in accordance with the serial solution. The loads are collected for the climatic conditions of Voronezh. On the computer model example, there are analyzed: the problems of calculation and construction of a steel frame of doubletee variable by height cross- section: reliability coefficients of the system stability in toto; stiffening bar effect of the rib frame local stability on the total system stability, the change of deflected mode by energy distribution. The conclusions are obtained from the analysis of the stiffeners influence on the local stability of the wall and the stability of the flat shape of the bending

of steel frames of variable stiffness. The investigations were carried out for four variants of the structural solution of the crossbar and rack interface: without stiffeners, with diagonal ribs, with transverse ribs and a combined version. There were found and given the forms of frame structure collapse. The conclusions according to the results of analysis of stiffening bar effect of the rib frame local stability and the stability of the flat shape of the bending of steel frames of variable stiffness were obtained. The investigations were carried out for four variants of the structural solution of the crossbar and rack interface: without stiffeners, with diagonal ribs, with transverse ribs and a combined version.

Keywords: steel frame, computer model of a steel frame, frame with variable by height cross-section, verification of system's stability, verification of local stability

Введение

На современном этапе одним из наиболее эффективных видов стальных конструкций являются рамные системы [5, 7]. Их отличительная особенность - тонкостенность. В связи с этим возникает необходимость рассмотрения вопросов обеспечения местной устойчивости элементов и общей устойчивости рамных конструкций в целом. Наиболее актуально изучение указанных вопросов в рамах переменной жесткости из-за значительной неравномерности их напряженно-деформированного состояния (НДС). Одним из эффективных конструктивных решений по обеспечению устойчивости тонкостенных рам является постановка ребер жесткости в наиболее характерных участках стенки рамы.

Важно отметить, что вопросы местной устойчивости стенки стальной рамы двутаврового переменного по высоте сечения и вопросы устойчивости плоской формы изгиба элементов рамы в методиках СП 16.13330.2017 «СНиП II-23-81* Стальные конструкции» отдельно не рассматриваются. Нормативная методика проверки изначально предполагает ряд допущений, справедливых для прямоугольных пластин, но не отвечающих особенностям работы стенки рамы переменного сечения, что описывается в трудах [1, 3, 4, 6, 8]. Вопросы расчета отсеков стенки, ограниченных диагональными ребрами жесткости, в СП 16.13330.2017 и [10, 11] не регламентируются.

Настоящая работа посвящена вопросам влияния ребер жесткости на местную устойчивость стенки и устойчивость плоской формы изгиба стальных рам переменной жесткости.

1. Методика оценки и принципы моделирования

В основе моделирования стальной рамы переменного сечения лежит ее представление в виде конечно-элементной расчетной модели. Расчетная модель создавалась в среде вычислительного комплекса SCAD Office (Версия 21.1.1.1). Элементы рамы (стенка, пояса, ребра жесткости) моделировались с использованием следующих пластинчатых конечных элементов (КЭ): тип 42 - универсальный треугольный трехузловой конечный элемент оболочки, тип 44 - универсальный четырехугольный четырехузловой КЭ оболочки с учётом работ [3, 9]. В узлах элементов принято по шесть степеней свободы: три линейных перемещения и три угла поворота вокруг координатных осей. Раскрепляющие элементы представлены в виде неподвижных узловых связей накладываемых из плоскости рамы, что позволяет моделировать горизонтальные связевые элементы, запроектированные по типу Серии 1.420.3-37.06 «Каркасы стальные. УНИМАРК-Р1». Можно отметить, что податливые связи более достоверно обеспечивают раскрепление каркаса, однако количественная величина податливости таких связей - это отдельная задача, которая не решалась в рамках данной работы.

Критерием оценки местной устойчивости и устойчивости рамы является значение коэффициента надежности по устойчивости системы в целом. В соответствии с пунктом 4.3.2 СП 16.13330.2017 коэффициент надежности по устойчивости численно описывает, во сколько раз необходимо увеличить расчетную нагрузку по отношению к критической, чтобы произошла потеря устойчивости. В СП 16.13330.2017 минимальное значение коэффициента надежности по устойчивости системы в целом $\gamma_5=1,3$ для расчетов с использованием сертифи-

цированных вычислительных комплексов. Система может иметь несколько форм потери устойчивости, в описанном расчете было учтено три формы потери устойчивости. В комплексе SCAD проверка устойчивости равновесия выполняется по теории Эйлера для упругой системы.

Энергетический постпроцессор вычислительного комплекса SCAD позволяет выполнять анализ распределения энергии при деформировании по форме устойчивости. Так как распределение энергии построено с учетом влияния матрицы геометрической жесткости, то возможно отдельные конечные элементы системы относить к классу удерживающих или к классу толкающих, согласно главе 12.6 [2]. Под удерживающими элементами приняты элементы, способствующие сохранению устойчивости равновесия системы, энергия таких КЭ больше нуля, положительная. Толкающие элементы имеют отрицательную энергию и побуждают систему к потере устойчивости. Анализ картины локализации КЭ с отрицательной энергией позволяет принимать конструктивное решение для обеспечения местной устойчивости элементов и общей устойчивости рамных конструкций в целом. Таким решением может быть изменение геометрических характеристик сечения или постановка дополнительного ребра жесткости, если, например, КЭ с отрицательной энергией расположены в одном отсеке.

2. Исследование влияния ребер жесткости на НДС рамы

Для выполнения численных исследований стальных рам переменной жесткости использована известная конструктивная система [6] со следующими основными параметрами: пролет 18 м, высота стойки 7,280 м, уклон кровли 0,1 (рис. 1). Ригель и стойки рамы выполнены из сварных двутавров и имеют переменное сечение. Конструкции стальной рамы отвечают требованиям ГОСТ 23118-2012 «Конструкции стальные строительные. Общие технические условия».

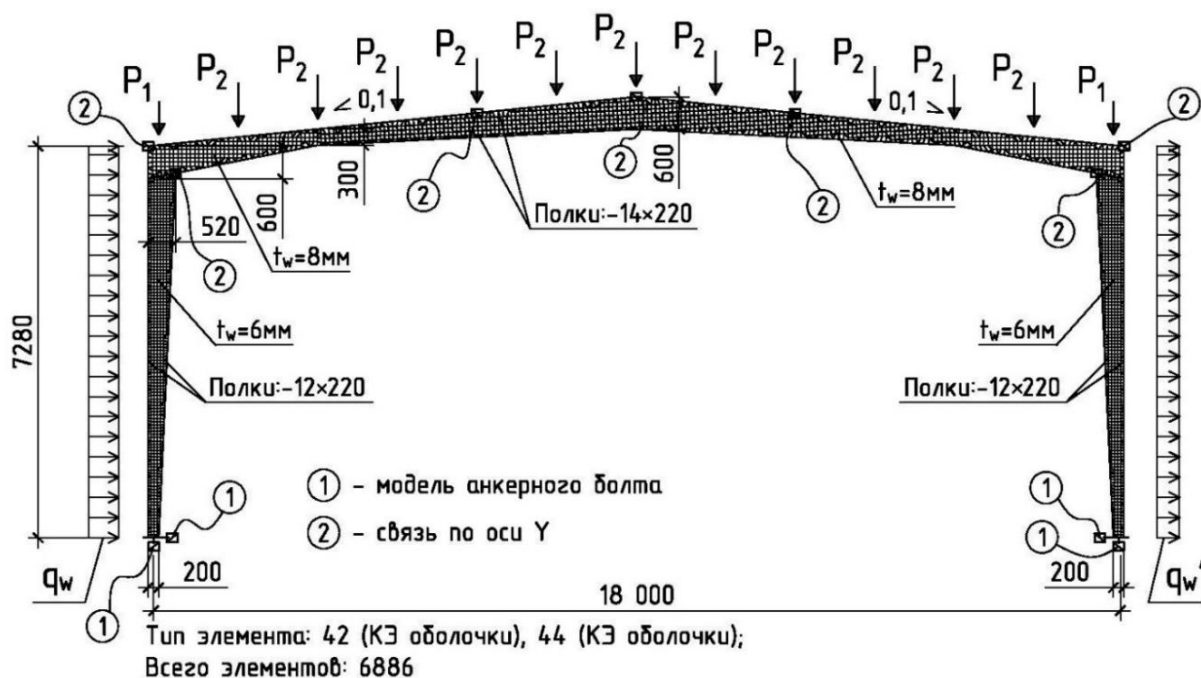


Рис. 1. Общий вид конечно-элементной расчетной схемы

Нагрузки собраны для климатических условий г. Воронежа в соответствии с требованиями СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия. Актуализированная редакция СНиП 2.01.07-85*». Вертикальная нагрузка на раму передается сосредоточенно, через прогоны с шагом 1,5 м. Горизонтальная нагрузка прикладывалась в виде равномерно распределенной

эквивалентной нагрузки от действия ветра. Предварительный подбор поперечных сечений выполнен с использованием стержневой конечно-элементной модели.

Ввиду того что наиболее характерное критическое состояние в стальных рамах возникает в узле сопряжения ригеля со стойкой, в настоящей работе изучено влияние ребер жесткости на НДС в данном узле. Рассмотрим четыре варианта конструктивного решения узла сопряжения ригеля и стойки. В исходной модели отсутствуют ребра жесткости. Ниже также рассмотрены два варианта узла, наиболее часто встречающиеся в типовых решениях, и комбинированный вариант с тремя парами ребер жесткости. Ребра жесткости моделировались с использованием пластинчатых конечных элементов и установлены с обеих сторон стенки. Важно отметить, что ребра жесткости установлены в двух узлах сопряжения ригеля и стойки для сохранения геометрической симметрии расчетной модели.

Первоначально рассматривалось конструктивное решение узла сопряжения без установки ребер жесткости. На рис. 2 показано распределение энергии при деформировании по форме потери устойчивости и схема деформирования узла. На фрагментах модели синим цветом обозначены КЭ с отрицательной энергией, а красным цветом - КЭ с положительной энергией.

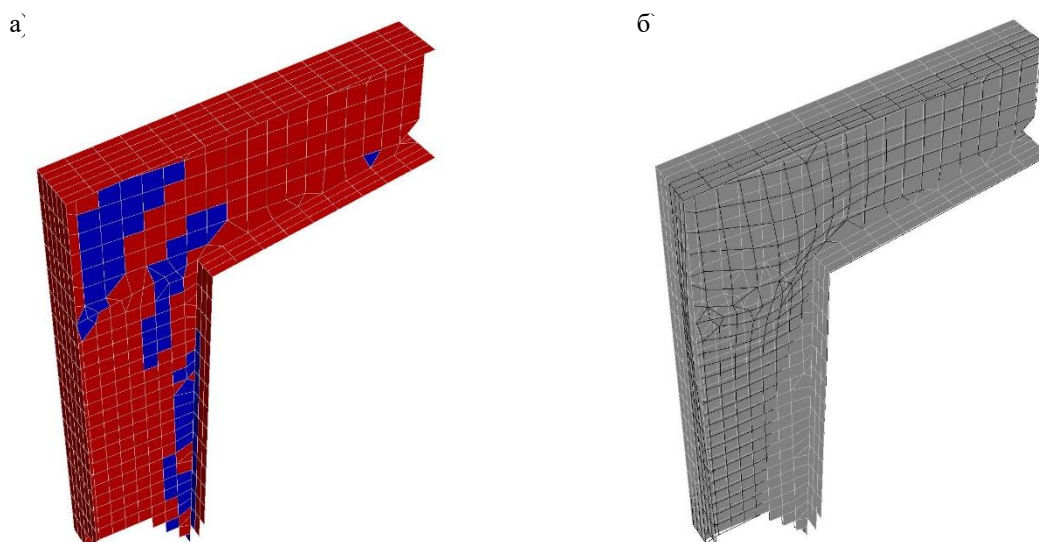


Рис. 2. Схемы узла модели из SCAD, вариант без ребер жесткости
(первая форма потери устойчивости, правый узел, повернуто на 180°):
а - схема распределения энергии в конечных элементах; б – схема деформирования узла

Из анализа представленной схемы деформирования (рис. 2, б) видно, что нарушение плоской формы изгиба сопровождается выпучиванием конечных элементов стенки узла сопряжения ригеля и стойки на достаточно большой площади стенки узла. Для стойки наблюдается возникновение крутильной формы потери устойчивости (рис. 4, а). Установлено, что коэффициент надёжности по устойчивости системы (первая форма) оказался менее допустимого по пункту 4.3.2 СП 16.13330.2017: $k=0,97 < 1,3$. Так как по результатам проверки требование норм не выполнено, далее изучим три наиболее эффективных конструктивных решения с использованием ребер жесткости:

- первый вариант: установка диагонального ребра
- второй вариант: установка вертикального и горизонтального ребер жесткости в узле сопряжения ригеля и стойки рамы (рис. 3, в, г);
- третий вариант: комбинированный вариант первых двух конструктивных решений (рис. 3, д, е).

Ниже показаны (рис. 3) результаты численных исследований аналогично рассмотренному решению без ребер жесткости.

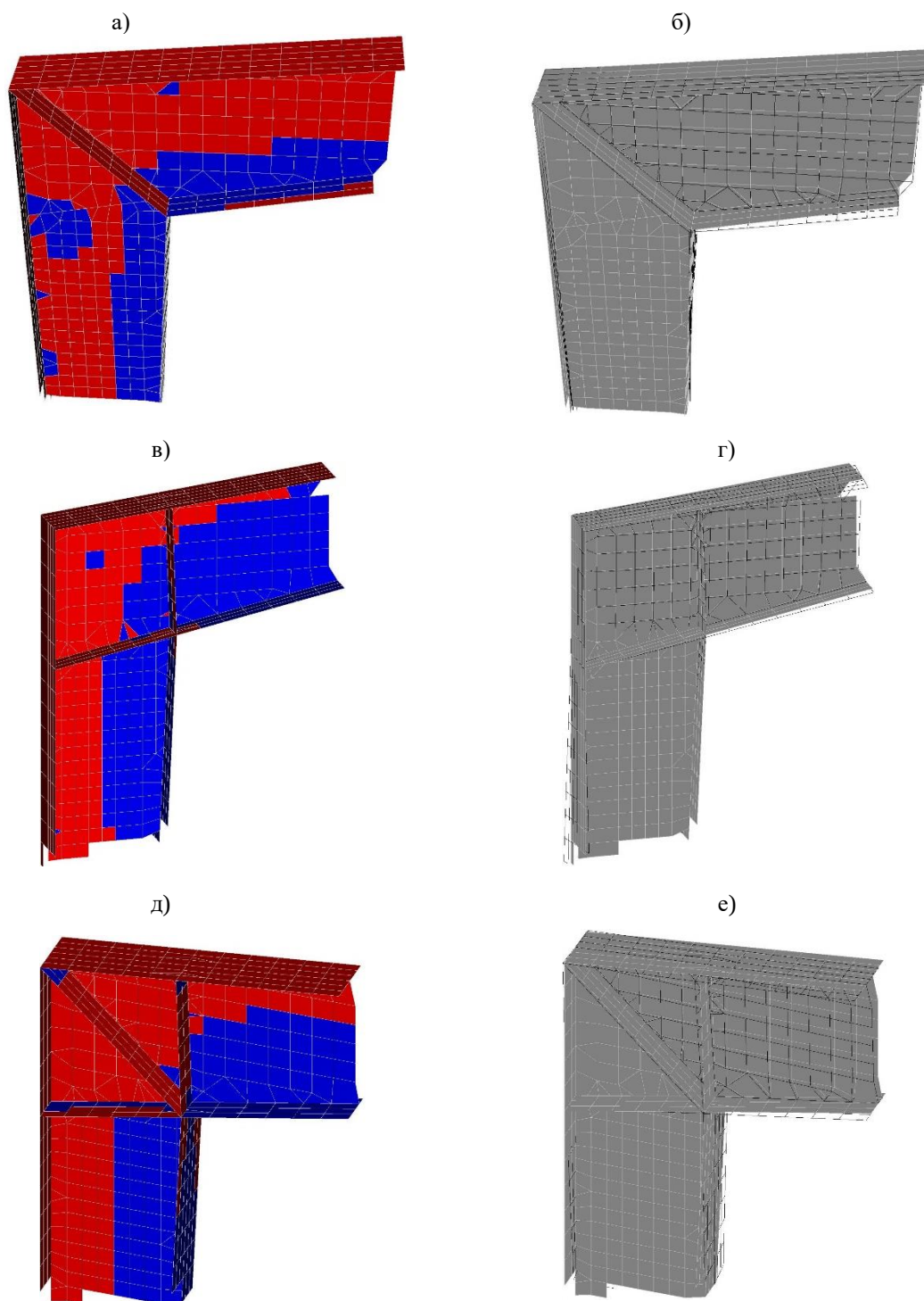


Рис. 3. Схемы узла модели из SCAD варианты с одним диагональным, двумя поперечными и тремя ребрами жесткости (первая форма потери устойчивости, правый узел, повернуто на 180°): а, в, д – схемы распределения энергии в конечных элементов; б, г, е – схемы деформирования узла

Установлено, что для случая с диагональным ребром жесткости нарушение плоской формы изгиба (рис. 5) не сопровождается выпучиванием конечных элементов стенки узла

сопряжения ригеля и стойки (см. рис. 3, б). Потери местной устойчивости стенки не происходит. Конечные элементы с отрицательной энергией локализованы во внутренних полках, а в стенке расположены в нижней части узла и доходят до ребра жесткости. Коэффициент надежности по устойчивости системы для варианта с диагональным ребром жесткости соответствует требованиям норм: $k=2,27 > 1,3$.

Для варианта с двумя поперечными ребрами жесткости выявлено, что нарушение плоской формы изгиба не сопровождается выпучиванием конечных элементов стенки непосредственно в самом узле сопряжения ригеля и стойки (см. рис. 3, г). Потери местной устойчивости стенки не происходит. Коэффициент надежности по устойчивости системы для варианта с двумя ребрами жесткости соответствует требованиям норм: $k=2,58 > 1,3$.

Представлены результаты поиска форм потери устойчивости в графическом виде:

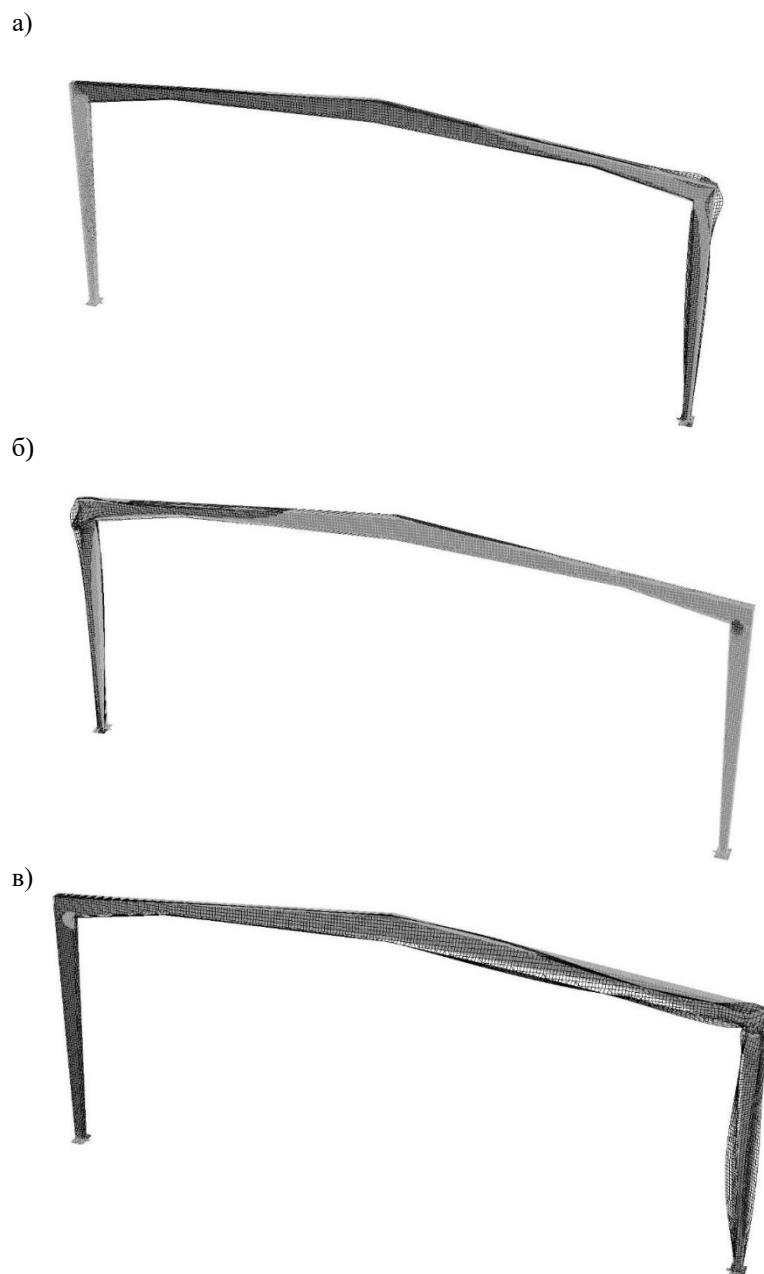


Рис. 4. Схемы форм потери устойчивости, вариант №1 (без ребер жесткости):
а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма

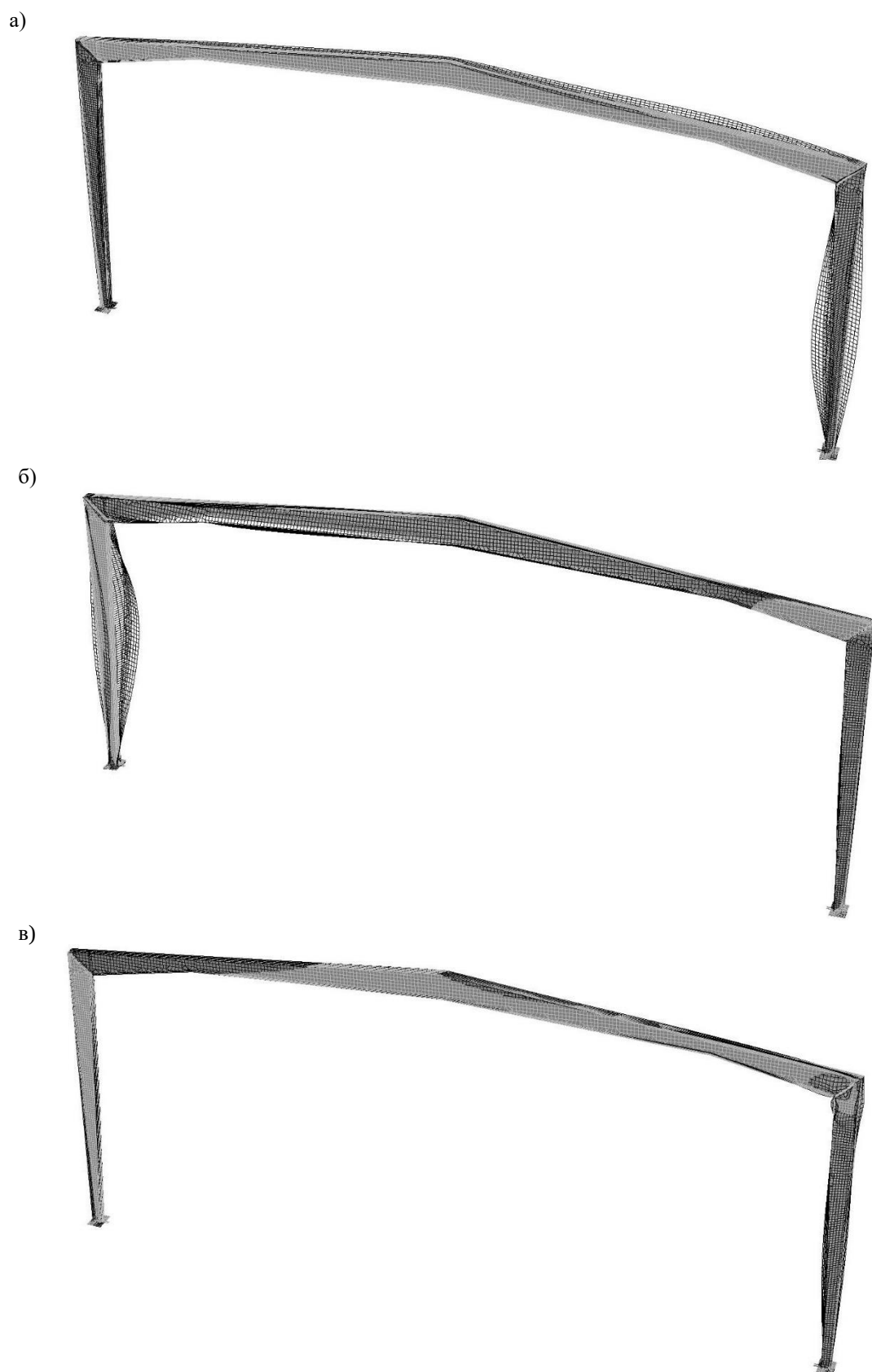


Рис. 5. Схемы форм потери устойчивости, вариант №2 (с одним диагональным ребром жесткости):
а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма

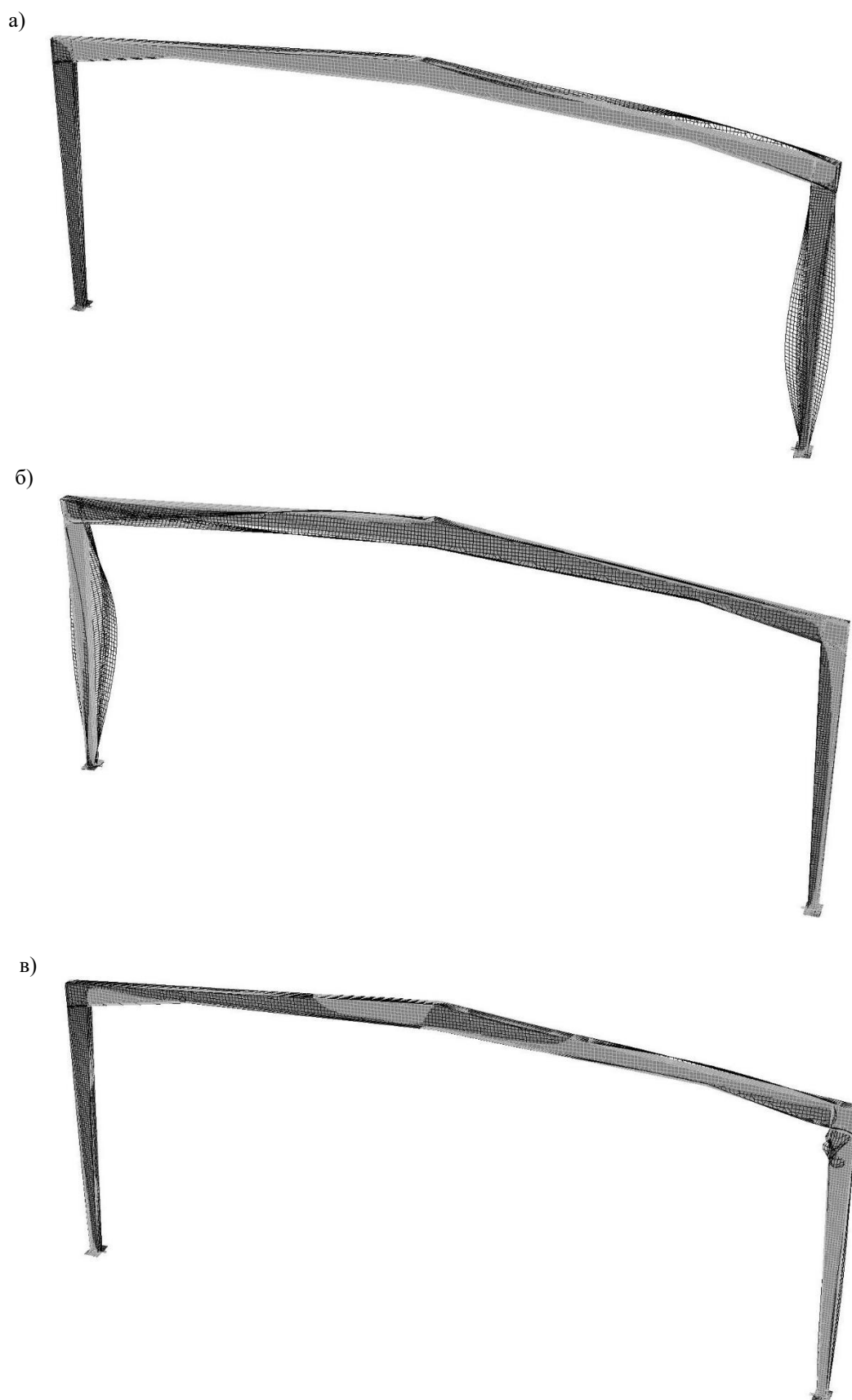


Рис. 6. Схемы форм потери устойчивости, вариант №3 (с двумя поперечными ребрами жесткости):
а – первая форма; б – вторая форма; в – третья форма

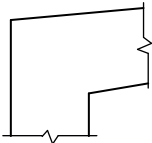
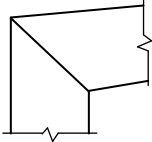
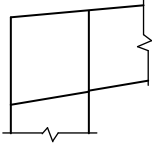
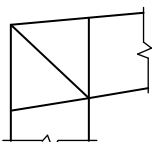
Отметим, что, для всех рассмотренных вариантов в первых двух формах потеря устойчивости рамы сопровождается кручением стойки.

Для комбинированного узла (присутствуют все три пары ребер жесткости: горизонтальные, вертикальные и диагональные) на схеме деформирования (см. рис. 3, е) выявлено, что нарушение плоской формы изгиба не сопровождается выпучиванием конечных элементов стенки в зоне узла. Кроме этого, потеря местной устойчивости стенки не происходит. В сравнении с другими вариантами КЭ стенки с отрицательной энергией находятся в месте с более низким уровнем напряжений - за пределами узла. Формы потери устойчивости для четвертого варианта геометрически близки к варианту с двумя поперечными ребрами (см. рис. 6), поэтому отдельно в работе не представлены. Внутри отсеков конечные элементы с отрицательной энергией (синий цвет) не выявлены (см. рис. 3, д). Коэффициент надежности по устойчивости системы (первая форма) для варианта с тремя ребрами жесткости соответствует требованиям норм: $k=2,80>1,3$ и является самым большим из числа рассмотренных вариантов.

Результаты расчета на устойчивость системы для четырех рассмотренных вариантов конструкции узла сопряжения ригеля и стойки представлены в таблице.

Таблица

Описание результатов расчетов на устойчивость системы

Но- мер вари- анта	Схема конструктивного решения узла	Коэффициент надежности по устойчивости 1-я форма	Коэффициент надежности по устойчивости 2-я форма	Коэффициент надежности по устойчивости 3-я форма	По СП 16.13330.2017, коэффициент надежности по устойчивости, γ_s
1		0,97	1,12	1,54	1,3
2		2,27	2,69	3,01	1,3
3		2,58	2,92	3,95	1,3
4		2,80	3,24	4,17	1,3

На основании данных таблицы можно отметить, что варианты конструктивного решения №2, №3 и №4 дают близкие результаты при проверке общей устойчивости. В инженерных расчетах при выполнении условия неравенства для значения коэффициента надежности по устойчивости увеличение детализации расчетной модели за счет постановки всех ребер

жесткости конструкции не требуется. Однако данное уточнение не распространяется на случаи решения задач местной устойчивости стенки.

Выводы

1. Предложенные принципы моделирования с использованием плоских оболочечных конечных элементов рам переменной жесткости позволяют получить достаточно полную информацию об их НДС для осуществления анализа как общей устойчивости системы в целом, так и местной устойчивости элементов.

2. Моделирование рамной системы и ребер жесткости с использованием пластинчатых КЭ на примере рассмотренных вариантов моделей позволило выявить связь между местной устойчивостью и устойчивостью системы. Такая связь была показана с помощью анализа распределения энергии в стенке рамы и значений коэффициентов надежности по устойчивости системы, а также по геометрии форм потери устойчивости.

3. Вариант с диагональным ребром жесткости в узле сопряжения ригеля и стойки в сравнении с вариантом постановки вертикальных и горизонтальных ребер жесткости имеет отличия в НДС, однако анализ результатов моделирования показал близкие значения коэффициентов надежности по устойчивости рамы для обоих вариантов.

4. По результатам анализа НДС вариантов моделирования рассмотренной рамы применение вертикальных и горизонтальных ребер жесткости в узле сопряжения ригеля со стойкой является наиболее рациональным конструктивным решением с точки зрения местной устойчивости стенки внутри отсека узла сопряжения ригеля со стойкой.

5. Использование комбинированного варианта с одновременным наличием вертикальных, горизонтальных и диагональных ребер жесткости не дает существенного улучшения НДС по сравнению с использованием горизонтальных и вертикальных ребер. Исходя из этого данное конструктивное решение необходимо применять только при соответствующем технико-экономическом обосновании.

Библиографический список

1. Беляева С.Ю. Сравнительный анализ методик проверки местной устойчивости стенки стальной рамы двутаврового переменного по высоте сечения на частном примере/ С.Ю. Беляева, Д.Н. Кузнецов, И.А. Ковылина //Современное строительство и архитектура. – 2017. – №. 3 (07). – С. 30-34. DOI: <https://doi.org/10.18454/mca.2017.07.11>.
2. Карпиловский В.С. Вычислительный комплекс SCAD/ В.С. Карпиловский В.С., Э.З. Криксунов, А.А. Маляренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 592 с.
3. Власов В.З. Тонкостенные упругие стержни/ В.З. Власов. - М.: Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1959. – 568 с.
4. Катюшин В.В. Здания с каркасами из стальных рам переменного сечения (расчет, проектирование, строительство)/ В.В. Катюшин. – М.: ОАО Издательство «Стройиздат», 2005 . – 656 с.
5. Кириллова Н.А. Актуальность применения стальных рам переменного сечения в строительстве/ Н.А Кириллова//Наука сегодня: опыт, традиции, инновации – 2017. – 25 с.
6. Кузнецов Д.Н. Расчет и конструирование стальных рам переменного сечения: магистерская диссертация/ Д.Н.Кузнецов. – Воронеж, 2013 – 76 с.
7. Металлические конструкции: В 3 т. Т.2. Конструкции зданий: учеб. для строит. ВУЗов/ В.В. Горев, Б.Ю. Уваров, В.В. Б.И. Белый.; Под ред. В.В. Горева. – 3-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2004. – 551 с.

8. Новиньков А.Г. Устойчивость стенки в элементах рамных конструкций переменного по высоте двутаврового сечения./Новиньков А.Г., Себешев В.Г.//Известия ВУЗов. Строительство и архитектура. 1990. №9. - С. 109-113.
9. Теплых А.В. Применение оболочечных и объемных элементов при расчетах строительных стальных конструкций в программах SCAD и Nastran с учетом геометрической и физической нелинейности/ А.В. Теплых//Инженерно-строительный журнал. – 2011. – №. 3. – С. 4-20.
10. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings: EN 1993-1-1:2005. – Supersedes ENV 1993-1-1:1992. – Brussels : CEN, 2005. – 91 p.
11. SCI P358 Joints in Steel Construction: Simple Joints to Eurocode 3, 2014. – 183 p.

References

1. Belyaeva S.Yu., Kuznetsov D.N., Kovilina I.A., Belyeva S.Y., Comparative analysis of test methods of steel frame doubletee variable by height cross- section local stability on a particular example. Periodical theoretical and scientific-practical journal. Modern construction and architecture. – Yekaterinburg 2017. - №3 (07) 2017. August. – 37-41 p. DOI: <https://doi.org/10.18454/mca.2017.07.11>.
2. Karpilovsky V.S., Kryksunov E.Z., Maliarenko A.A., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A., System SCAD – Moscow: Publishing House ASV, 2007. – 2007. – 592 p.
3. Vlasov V.Z. Thin-walled elastic rods. M.: State Publishing House of Physical and Mathematical Literature, 1959. – 568 p.
4. Katyushin V.V. Buildings with carcasses of steel frames of variable section (calculation, design, construction) / M.: OAO Publishing house «Stroiizdat», 2005 . – 656 p.
5. Kirillova N. A. Relevance of application of steel frames of variable section in construction. Science today: experience, tradition, innovation – 2017. – 25 p.
6. Kuznetsov D.N. Calculation and design of steel frames of variable section: master's thesis – Voronezh, 2013 – 76 p.
7. Gorev V.V., Uvarov B.Yu., Uvarov V.V., Belyi B.I.; Metal structures. V 3 t. T.2. Structures of buildings. Textbook for construction universities. – Third issue. – M.: High school, 2004. – 551 p.
8. Novinkov A.G., Sebeshev V.G. Stability of the wall of frame constructions of a variable I-height cross-section elements. News of high schools. Construction and Architecture. 1990. №9. - 109-113. p.
9. Teplykh A. V. Application the cladding and volume elements when calculating building steel structures in the SCAD and Nastran programs with accounting of geometrical and physical nonlinearity. Journal of construction. – 2011. – №. 3. – 4-20 p.
10. Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings: EN 1993-1-1:2005. – Supersedes ENV 1993-1-1:1992. – Brussels: CEN, 2005. – 91 p.
11. SCI P358 Joints in Steel Construction: Simple Joints to Eurocode 3, 2014. – 183 p.

РАЗРАБОТКА КОНЦЕПЦИИ НАРАЩИВАНИЯ МАЧТОВОГО СООРУЖЕНИЯ СВЯЗИ

С.Н. Колодежнов¹

Воронежский государственный технический университет
Россия, г. Воронеж

¹ Канд. техн. наук, доц. кафедры металлических конструкций и сварки в строительстве,
тел.: +79102444683, e-mail: kolsen@list.ru

При эксплуатации сооружений связи возникает необходимость модернизации антенно-фидерного оборудования, связанного с изменением его состава, весовых характеристик, наветренной площади, изменением отметок их фазовых центров. При изменении некоторых из перечисленных параметров в большую сторону требуется наращивание существующей опоры. Рассмотрены возможные мероприятия, обеспечивающие несущую способность наращенного мачтового сооружения связи. С этой целью возможно введение в конструктивную схему дополнительных ярусов оттяжек для надстроенной части ствола с использованием существующих анкерных фундаментов. В случае необеспеченности несущей способности элементов ствола мачты или оттяжек возможно увеличение проекции оттяжек дополнительных ярусов на горизонтальную поверхность земли, предусмотрев для них новые анкерные фундаменты, или применение для надстроенной части ствола усиленных профилей, а также применение для оттяжек канатов с увеличенной площадью сечения. Для принятия принципиального решения о возможности наращивания мачтового сооружения предлагается выполнять расчет по линейной схеме. Для этого достаточно рассмотреть два предельных варианта. Первый моделирует оттяжки без предварительного натяжения с их полным исключением из работы с подветренной стороны. Второй предполагает предварительное натяжение оттяжек, которые с подветренной стороны из работы не исключаются. Величину предварительного натяжения оттяжек каждого яруса предлагается моделировать дополнительным приложением к ним пониженной температуры, меняя которую можно добиться их невыключаемости с подветренной стороны при температурном максимуме. Наращивание ствола мачты следует считать невозможным, если в принятых допущениях ее несущая способность не обеспечивается.

Ключевые слова: мачтовое сооружение связи, наращивание существующей опоры, оттяжки, прессованный алюминиевый профиль, стальной оцинкованный канат, ветровая нагрузка, предварительное натяжение оттяжек.

DEVELOPMENT OF CONCEPTION OF COMMUNICATON MAST HEIGHTENING

S.N. Kolodezhnov

Voronezh State Technical University

¹ PhD of Tech. Sc. associate professor of the department of metal constructions and welding building,
ph.: +79102444683, e-mail: kolsen@list.ru

Antenna-feeder equipment modernization concerning its content, weight characteristics and windward area changing is necessary during communication mast operation. It is also required to change its stage centers marks. At some listed above parameters greater changing there is needed the heightening of the existing footing. Possible activities for providing load-bearing capacity of heightened mast construction are considered. For that it is possible to include the additional tier of cable stays into construction diagram for heightened body part with application of existing anchor foundations. If there is lack of mast body load bearing capacity or cable stays it is possible to magnify the projection of cable stays of additional tiers onto horizontal ground surface providing new anchor foundation for them, or use of reinforced profiles for heightened body part and for span ropes with increased cross section. It is suggested to make calculation according to linear circuit in order to take principle decision about the possibility to heighten mast construction, For that it is not enough to analyze two ultimate options.

© Колодежнов С.Н., 2018

The first one simulates the cable stay without pretension with their complete phasing out from leeward. The second one assumes the pretension of cable stays which are not phasing out from leeward.

The pretension magnitude of every tire of cable stays is supposed to be simulated with additional application of lower temperature which change gives the possibility not to phase out them from leeward at temperature maximum. The mast body heightening is considered to be impossible if its load bearing capacity is not provided in adopted assumption.

Keywords: mast communication, heightening of existing footing, cable stays, compresses aluminium shape, steel zinc-coated cable, wind load, cable stay pretension,

При эксплуатации сооружений связи возникает необходимость модернизации антенно-фидерного оборудования, связанной с изменением его состава, весовых характеристик и наветренной площади антенн и даже изменением отметок их фазовых центров. При этом некоторые или все из указанных параметров требуется изменить в большую сторону, что вызывает необходимость замены соответствующей опоры на более высокую. В ряде случаев оказывается достаточным нарастить существующую опору с усилением или без такового отдельных ее несущих элементов.

Настоящая работа ориентирована на оценку возможности наращивания мачтового сооружения связи с установкой на нем дополнительного антенно-фидерного оборудования.

В качестве прототипа для исследования выбрана мачта номинальной высотой 40 м с трехгранным сквозным решетчатым стволом из алюминиевого сплава, удерживаемым оттяжками, расположенными в плане на угловых расстояниях около 120° друг от друга в два яруса с номинальной проекцией на горизонтальную плоскость 25 м.

Целью является разработка концепции наращивания мачты исходной номинальной высотой 40 м до номинальной отметки +73,000 м, а фактической +73,740 м, включая выбор возможных конструктивных решений и моделирование основных нагрузок и воздействий. Сам расчет металлоконструкций мачты и анализ его результатов в настоящей работе не рассматривается.

На практике нередко встречаются мачтовые сооружения с несимметрично расположенными оттяжками, то есть анкерные фундаменты оттяжек находятся на разных расстояниях от оси ствола, что обычно вызывается стесненными условиями площадки застройки или иными причинами. Поэтому в каждом конкретном случае даже для практически номинально одинаковых исходных конструкций, но с несколько различной геометрией и с разным набором антенно-фидерного оборудования ответы на вопрос о возможности наращивания их высоты могут оказаться противоположными.

Геометрическая схема мачты представлена на рис. 1. На рис. 2 изображена схема размещения элементов мачты в плане.

Металлическая мачта имеет трехгранный сквозной решетчатый ствол номинальной высотой 40 м с постоянной по всей высоте шириной каждой грани 0,88 м. На отметках +14,800 м и +34,500 м ствол подкреплен тремя оттяжками, расположенными в плане на угловых расстояниях около 120° друг от друга. За отметку 0,000 м принят уровень верхнего обреза фундамента в основании ствола мачты. Ствол в верхнем сечении содержит технологическую площадку.

Пояса ствола мачты посекционно изготовлены из прессованного алюминиевого профиля шириной сечения 111 мм. Параметры сечения уголкового элемента поясов из алюминиевого сплава со значениями основных геометрических характеристик представлены на рис. 3 и в табл. 1.

Соединительная решетка из раскосов и распорок также выполнена из алюминиевого сплава в виде круглой трубы $\varnothing 35 \times 3$ мм.

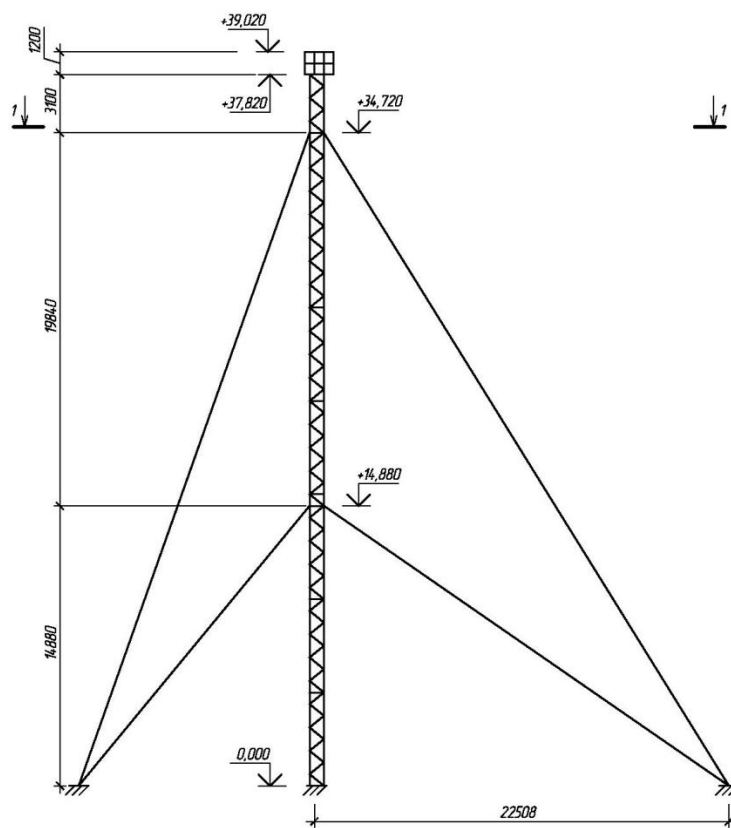


Рис. 1. Схема мачты

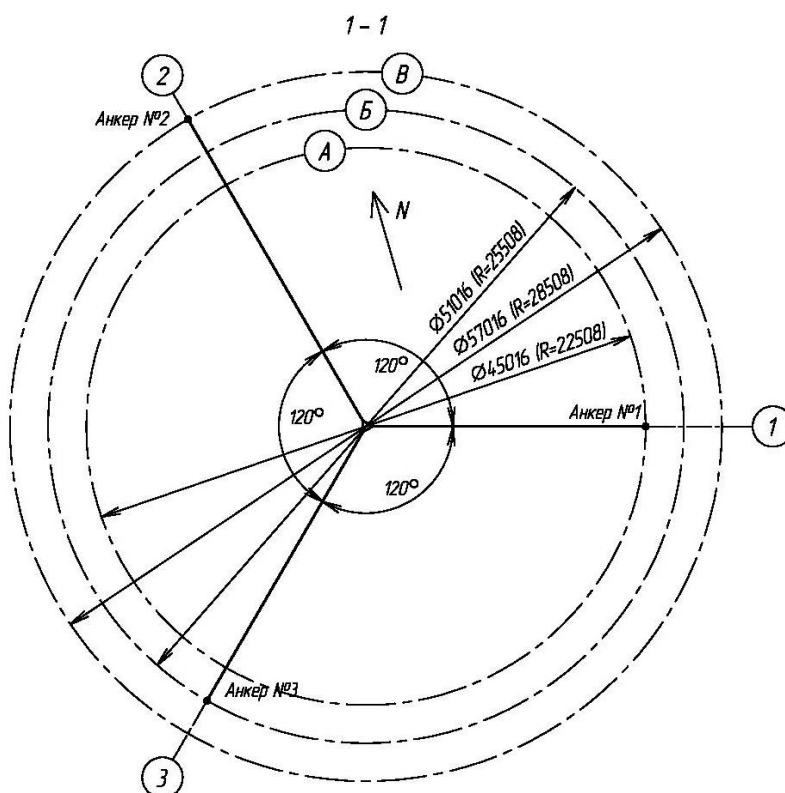


Рис. 2. Схема размещения элементов мачты в плане
(ссылку на разрез 1-1 см. на рис.1)

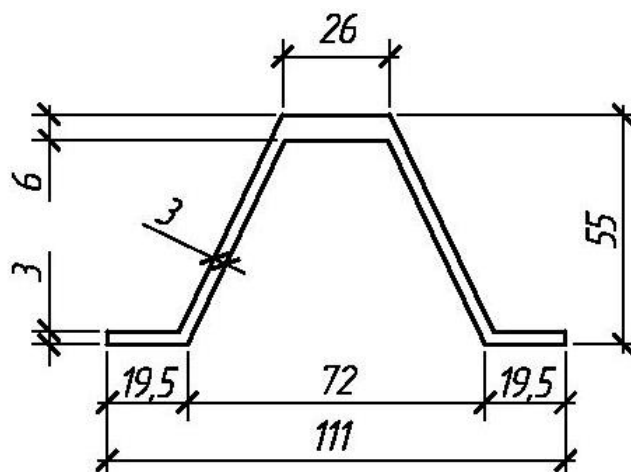
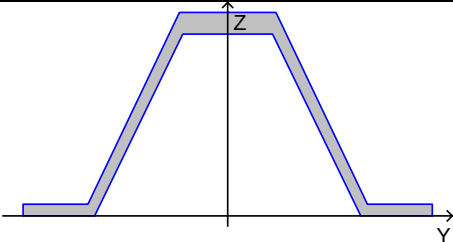


Рис. 3. Сечение элемента пояса

Таблица 1

			
Геометрические характеристики			
	Параметр	Значение	Единицы измерения
A	Площадь поперечного сечения	6,361	см ²
I _y	Момент инерции относительно центральной оси Y	25,454	см ⁴
I _z	Момент инерции относительно центральной оси Z	50,501	см ⁴
i _y	Радиус инерции относительно оси Y	2	см
i _z	Радиус инерции относительно оси Z	2,818	см
W _{u+}	Максимальный момент сопротивления относительно оси U	9,099	см ³
W _{u-}	Минимальный момент сопротивления относительно оси U	9,099	см ³
W _{v+}	Максимальный момент сопротивления относительно оси V	8,917	см ³
W _{v-}	Минимальный момент сопротивления относительно оси V	9,479	см ³

По результатам испытания образца на химический состав выявлено, что алюминиевый сплав, примененный для элементов ствола мачты, наиболее близок сплаву АВ или АД35 с упрочнением закалкой и естественно состаренный (обозначение состояния – Т).

Соединения секций ствола между собой выполнены с помощью накладок из уголкового алюминиевого профиля аналогичного примененному в поясах. Все соединения - на стальных оцинкованных болтах М16. Ходовая лестница отсутствует.

Сопряжение каждого пояса ствола с фундаментом по расчетной схеме является шарнирно неподвижным.

Оттяжки обоих (нижнего и верхнего) ярусов изготовлены из стального оцинкованного каната одинарной свивки с линейным касанием проволок в прядях типа ЛК-О конструкции 1×7(1+6) по ГОСТ 3062-80* диаметром 9,2 мм.

При наращивании ствола мачты до требуемой отметки целесообразно применить схему решетки и технологической площадки, а также расстояния между ярусами оттяжек по аналогии с существующей.

В результате увеличения высоты мачты возрастают усилия в ее элементах, в том числе существующего ствола, из-за увеличения веса и ветровой нагрузки. Поэтому в новую конструктивную схему следует ввести, по крайней мере, два дополнительных яруса оттяжек,

расчленяющих надстраиваемую часть на три участка. Подобная схема соответствует известным конструкциям аналогичной высоты.

На рис. 4 представлена геометрическая схема наращенной мачты с использованием существующих анкерных конструкций для крепления нижних концов оттяжек двух вновь устроенных верхних ярусов. Схема размещения элементов мачты в плане (разрез 1-1, ссылка на который имеется на рис. 4) соответствует изображенной на рис. 2.

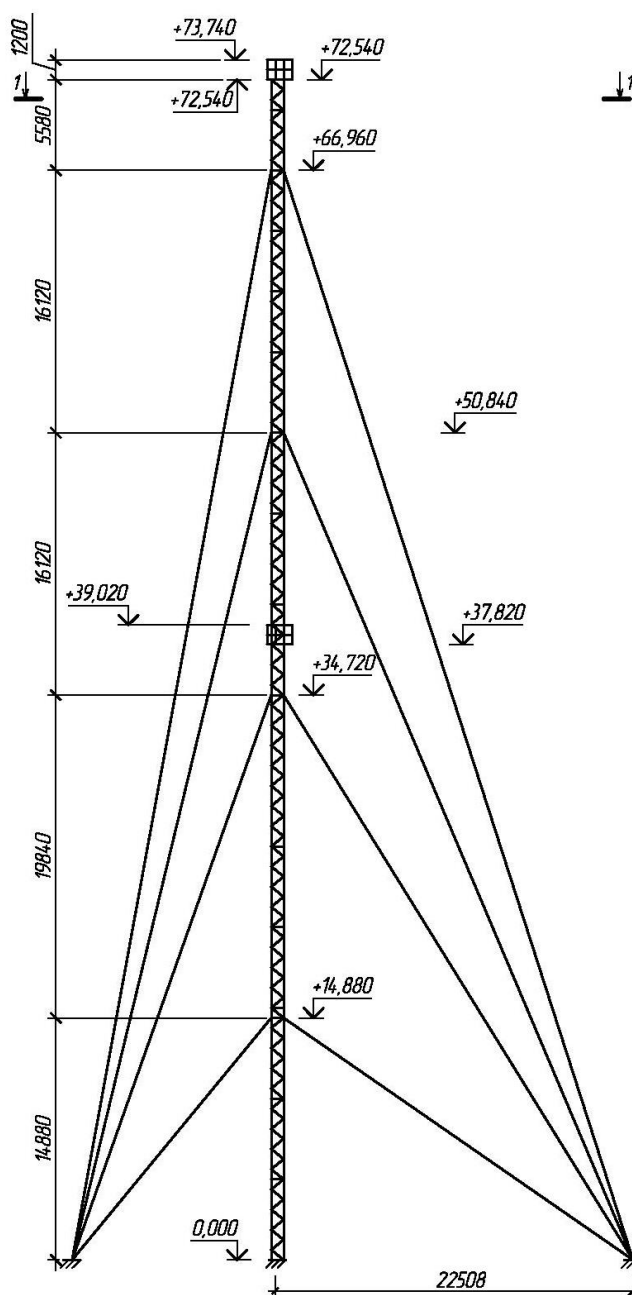


Рис. 4. Схема наращенной мачты с использованием существующих анкерных конструкций для закрепления нижних концов оттяжек двух верхних ярусов

Если несущая способность элементов ствола мачты или оттяжек не будет обеспечена, возможны следующие мероприятия:

3. Для оттяжек ствола применить канат с увеличенной площадью сечения, например, канат двойной свивки Ø 15 мм типа ЛК-О конструкции 6×7(1+6)+1×7(1+6) по ГОСТ 3066-80*.

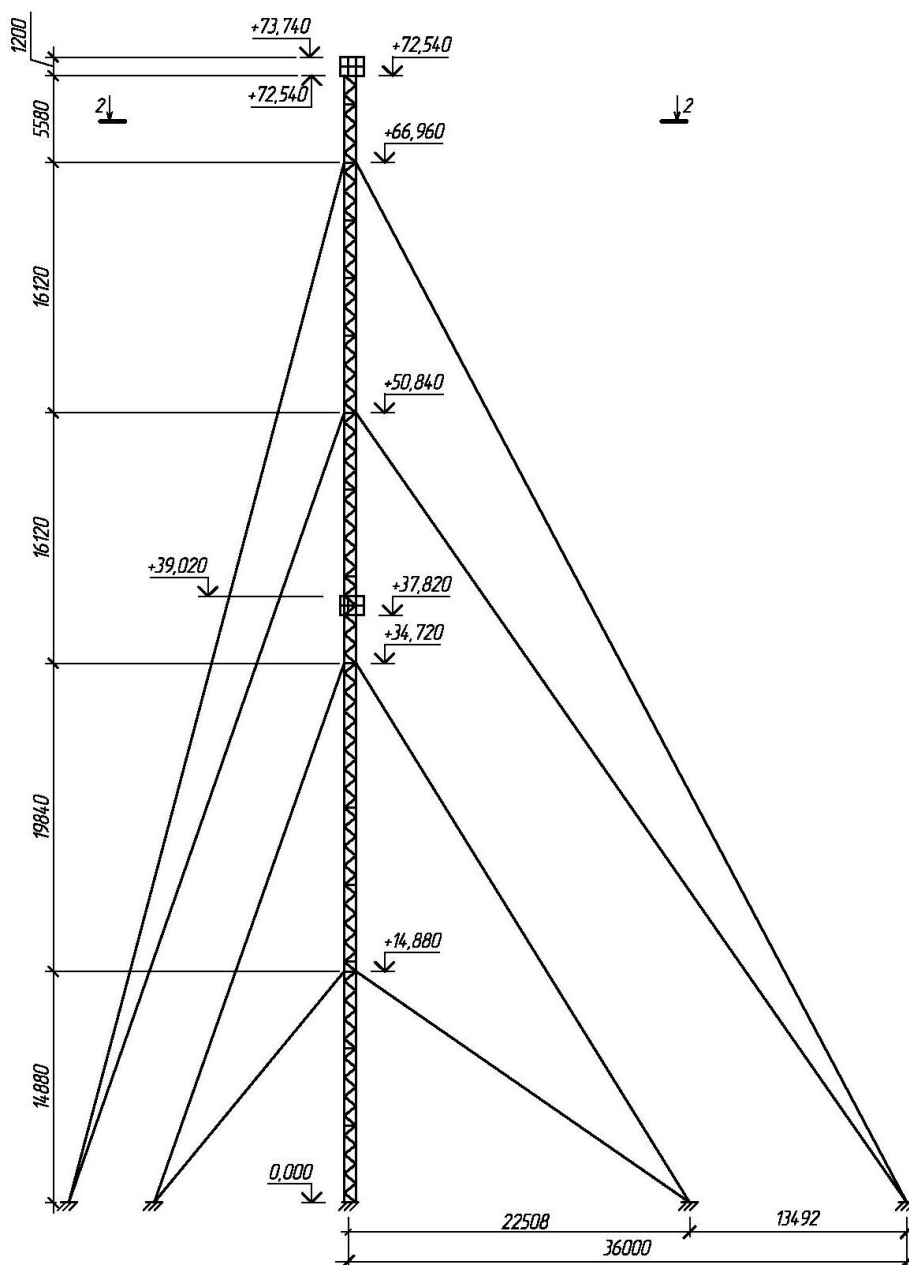


Рис. 5. Схема наращенной мачты с использованием новых анкерных фундаментов для закрепления нижних концов оттяжек двух верхних ярусов

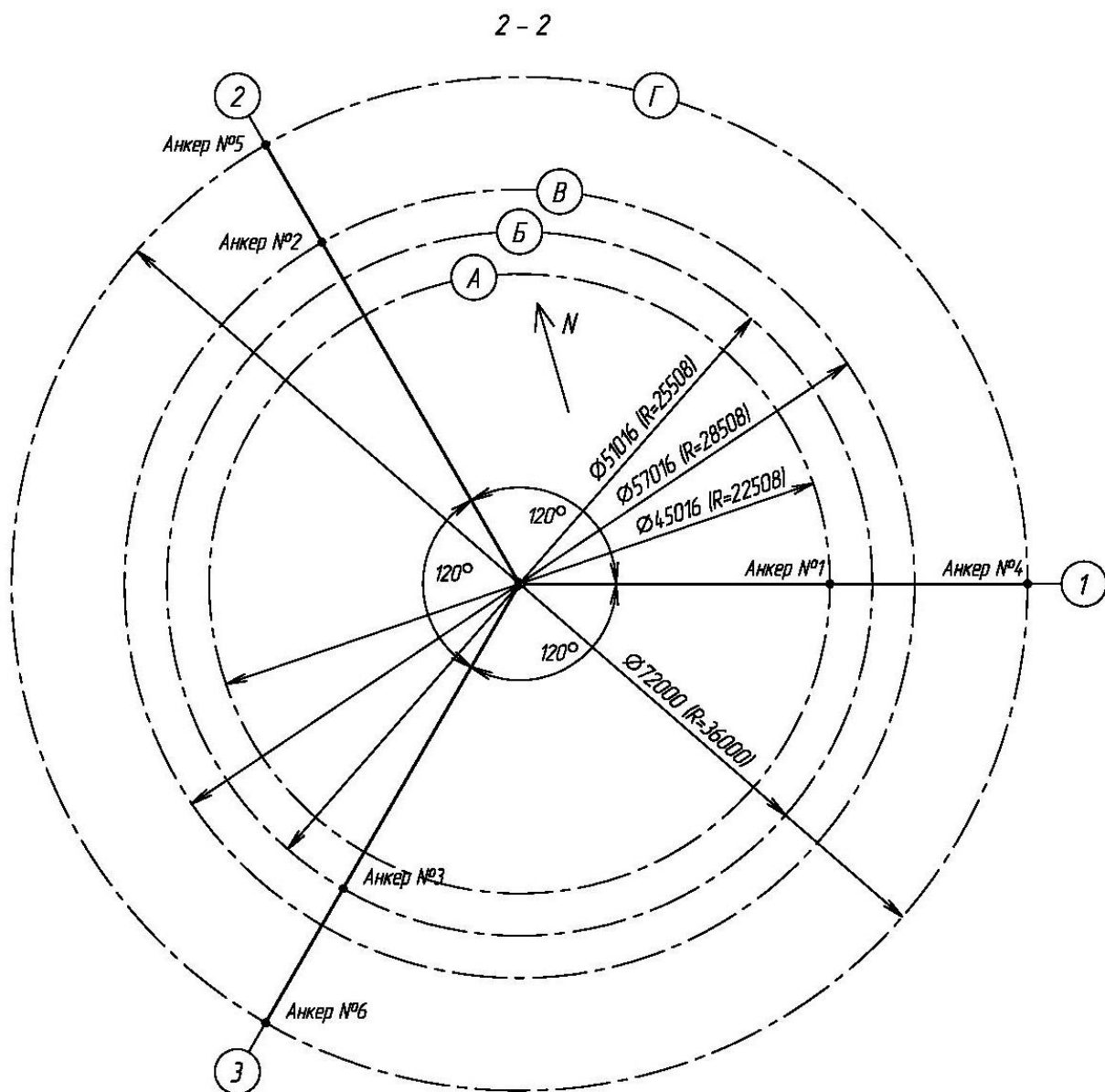


Рис. 6. План наращенной мачты с использованием новых анкерных фундаментов для закрепления нижних концов оттяжек двух верхних ярусов

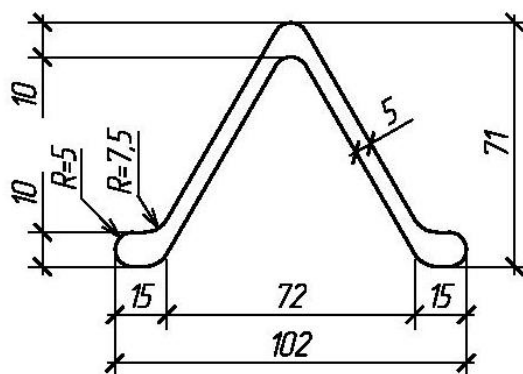
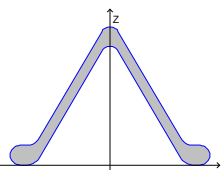


Рис. 7. Усиленное сечение элемента пояса

			
Геометрические характеристики			
	Параметр	Значение	Единицы измерения
A	Площадь поперечного сечения	9,98	см ²
I_y	Момент инерции относительно центральной оси Y	46,514	см ⁴
I_z	Момент инерции относительно центральной оси Z	82,97	см ⁴
i_y	Радиус инерции относительно оси Y	2,159	см
i_z	Радиус инерции относительно оси Z	2,883	см
W_{U+}	Максимальный момент сопротивления относительно оси U	16,269	см ³
W_{U-}	Минимальный момент сопротивления относительно оси U	16,269	см ³
W_{V+}	Максимальный момент сопротивления относительно оси V	11,369	см ³
W_{V-}	Минимальный момент сопротивления относительно оси V	15,453	см ³

4. Ввести в конструктивную схему дополнительные промежуточные ярусы оттяжек для существующей части ствола, что может привести к обеспечению устойчивости элементов ее поясов. Однако подобное решение существенно усложнит или сделает невозможной регулировку усилий предварительного натяжения оттяжек. Поэтому настоящее мероприятие не целесообразно и не рассматривается.

Мероприятия по повышению несущей способности наращенной мачты в целом или ее отдельных элементов в частности, перечисленные в первых трех пунктах, могут применяться каждое в отдельности или в комплексе до достижения желаемого эффекта.

Целью расчета мачты является необходимость оценки возможность ее дорастивания до высоты 73,74 м с установкой на ней дополнительного антенно-фидерного оборудования. В расчетах должны учитываться действительные геометрические параметры сечений элементов объекта и фактический состав установленных на нем антенн.

Определение расчётных нагрузок на мачту должно выполняться в соответствии с СП 20.1333.2016 «Нагрузки и воздействия». При учете ветровой нагрузки обязательно должна приниматься во внимание ее пульсационная составляющая.

Расчет возможно выполнять для двух предельных вариантов:

1) мачта с оттяжками без предварительного натяжения, при этом допускается полное исключение из работы оттяжек с подветренной стороны;

2) мачта с предварительно натянутыми оттяжками, при этом полное или частичное исключение из работы оттяжек с подветренной стороны не достигается.

В рамках каждого из этих двух вариантов при определении ветровой нагрузки на ствол мачты следует рассматривать три схемы действия ветра: на его ребро (на одну группу оттяжек), на его грань (на две группы оттяжек) и перпендикулярно одной из групп оттяжек. Таким образом, надлежит рассмотреть шесть схем приложения ветровой нагрузки:

- ветровая нагрузка на ребро ствола мачты без предварительного натяжения оттяжек (схема 1-1);
- ветровая нагрузка на грань ствола мачты без предварительного натяжения оттяжек (схема 2-1);
- ветровая нагрузка перпендикулярно группе оттяжек без их предварительного натяжения оттяжек (схема 3-1);
- ветровая нагрузка на ребро ствола мачты с предварительно натянутыми оттяжками (схема 1-2);

- ветровая нагрузка на грань ствола мачты с предварительно натянутыми оттяжками (схема 2-2).
 - ветровая нагрузка перпендикулярно группе оттяжек с их предварительным натяжением (схема 3-2);
- Схемы приложения ветровой нагрузки для каждого варианта представлены на рис. 8.

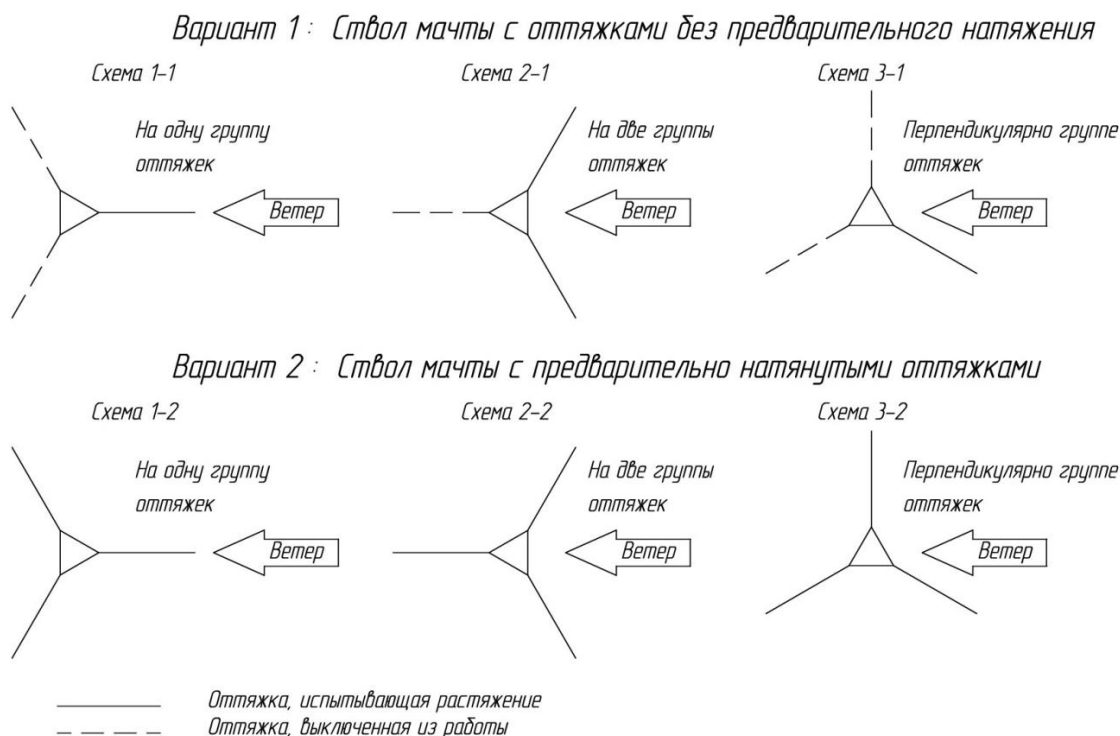


Рис. 8. Схемы приложения к мачте ветровой нагрузки

Полное выключение оттяжек с подветренной стороны из работы может быть учтено исключением их из расчетной схемы, что на рис. 8 обозначено штриховыми линиями.

При расчете мачтовых сооружений с тремя группами оттяжек в плане обычно рассматривается третья, промежуточная, схема приложения ветровой нагрузки: перпендикулярно одной из групп оттяжек (схемы 3-1 и 3-2 на рис. 8). При исключении в этом случае из расчетной схемы выключаемых оттяжек (схема 3-1) вся система оказывается геометрически изменяемой. Однако при отрицательном результате исследования по любой из первых двух схем рассмотрение третьей уже не требуется. Поэтому первоначально в расчете эта схема может не рассматриваться.

В литературе недостаточно освещена проблема реконструкции антенно-мачтовых сооружений, связанной с необходимостью их наращивания. Поэтому при анализе возможности увеличения их высоты следует руководствоваться результатами расчета новой геометрической схемы, в том числе с новыми сечениями существующих элементов. Так как изменение в сторону увеличения параметров сечения элементов существующей части ствола мачты нецелесообразно, что равносильно строительству новой мачты, то речь может идти лишь о замене оттяжек с увеличенной продольной жесткостью.

Проблемам расчета конструкций с реализацией метода конечных элементов (КЭ) посвящено множество работ. При расчете мачтового сооружения по рассмотренным выше схемам предполагается использование вычислительного комплекса SCAD, сертифицированного к применению в Российской Федерации [1]. Указанный комплекс имеет весьма развитую библиотеку (КЭ), включая так называемый вантовый элемент, представляющий собой стер-

жень, способный воспринимать растягивающие усилия и выключающийся из работы при сжатии [2, 3]. Введение в расчетную схему подобных элементов порождает геометрическую нелинейность и существенно усложняет расчет. Общие вопросы расчета, проектирования и строительства рассмотрены в [4-8, 11]. Возможные методы решения подобных нелинейных задач рассмотрены также в [9].

Для принятия решения о принципиальной возможности наращивания мачтового сооружения связи с измененным составом радиопередающего оборудования вполне достаточными могут оказаться результаты расчета по линейной схеме. В этом случае вантовые элементы можно смоделировать обычными стержневыми.

Усилия предварительного натяжения оттяжек при монтаже должно обеспечивать их невыключаемость из работы с подветренной стороны при температурном максимуме. При температурном же минимуме должна быть обеспечена несущая способность оттяжек с наветренной стороны. Усилия натяжения оттяжек каждого яруса зависит от климатических условий монтажа, то есть от температуры замыкания конструкции в законченную систему. Вопросы регулирования натяжения оттяжек рассмотрены в [10]. Однако на стадии анализа влияния изменения температуры на распределение усилий в элементах мачты в качестве температуры замыкания можно условно принять 0 °С, так как нас интересует принципиальная возможность наращивания ствола мачты до требуемой отметки.

Если температура эксплуатации конструкции превышает температуру ее замыкания в законченную систему, то происходит ослабление натяжения оттяжек вплоть до их полного выключения из работы при достижении температурного максимума, что моделируется предельным состоянием с исключенными из расчетной схемы оттяжками. Понижение же температуры конструкции по сравнению с температурой замыкания вплоть до температурного минимума, наоборот, влечет повышение натяжения оттяжек и уровня напряженного состояния ствола.

Величину предварительного натяжения оттяжек можно задать дополнительным приложением к стержням, моделирующим оттяжки каждого яруса, пониженной температуры, меняя которую можно добиться их невыключаемости с подветренной стороны при температурном максимуме. Сама величина требуемого предварительного натяжения оттяжек соответствующего яруса определяется расчетом при следующей комбинации воздействий:

- постоянная нагрузка, включая вес антенно-фидерного оборудования;
- температурное для каждого яруса оттяжек, обеспечивающее их невыключаемость с подветренной стороны при температурном максимуме;
- температурное для всей конструкции, соответствующее не условной, а фактической температуре замыкания конструкции в законченную систему, что позволяет при отсутствии ветра определить монтажное предварительное натяжение оттяжек каждого яруса.

Обычно при расчете подобных систем в соответствии с п. 12.3 СП 20.13330.2016 «Нагрузки и воздействия» рассматривается комбинация, включающая нагрузки: постоянную, гололедную и ветровую (с учетом пульсаций) интенсивностью 60 % от нормативной. Следует отметить, что ветровая нагрузка в конструкциях рассматриваемого типа вносит основной вклад в напряженно-деформированное состояние как всей системы в целом, так и каждого отдельного ее стержневого элемента. Комбинация нагрузок, включающая гололедную, зачастую дает уровень напряженно-деформированного состояния заметно ниже комбинации постоянной нагрузки только с ветровой при ее полной расчетной величине. Поэтому в предварительном анализе результатов расчета мачтового сооружения комбинация нагрузок, включающая гололедную, к рассмотрению не предполагается.

Если в принятых допущениях обеспечения несущей способности мачты в целом или составляющих ее элементов достичь не удастся, то следует считать наращивание ствола до требуемой отметки невозможным.

Библиографический список

1. Карпиловский В.С. Вычислительный комплекс SCAD/ В.С. Карпиловский, Э.З. Криксунов, А.А. Маляренко, А.В. Перельмутер, М.А. Перельмутер. – М.: Изд-во АСВ, 2007. – 592 с.
2. Перельмутер А.В. SCAD Office. Расчет мачт на оттяжках/ А.В. Перельмутер. – Киев.: Изд-во ООО SCAD Soft, 2004. – 44 с.
3. Перельмутер А.В., Сливкер В.И. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа/ А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. - М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2011. 710 с.
4. Дривинг А.Я. Устойчивость мачт на оттяжках/ А.Я. Дривинг. – М.: Изд-во Стройиздат, 1964. 112 с.
5. Савицкий Г.А. Антенные устройства/ Г.А. Савицкий. - М.: Изд-во Связьиздат, 1961. 480 с.
6. Савицкий Г.А. Ветровая нагрузка на сооружения/ Г.А. Савицкий. - М.: Изд-во Связьиздат, 1972. - 111 с.
7. Савицкий Г.А. Расчёт антенных сооружений. (Физические основы)/ Г.А. Савицкий. – М.: Изд-во Связь, 1978. - 152 с.
8. Соколов А.Г. Металлические конструкции антенных устройств/ А.Г. Соколов. – М.: Изд-во Стройиздат, 1971. 240 с.
9. Нугуманова А.Д. Расчет вантовых конструкций на примере оттяжек мачты / А.Д. Нугуманова, Г.Г. Кашеварова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Строительство и архитектура. – 2015. – № 3. – С. 103-110.
10. Губанов В.В., Межинская И.В. Совершенствование методики расчета начального натяжения оттяжек мачт / В.В. Губанов, И.В. Межинская // Металлические конструкции.– Украина, Макеевка. – 2012. №1 (18). С. 41–48.
11. Smith, Brian W. Communication structures. London : Thomas Telford Publishing, 2006. – 338 p.

References

1. Karpilovsky V.S., Kryksunov E.Z., Maliarenko A.A., Perelmuter A.V., Perelmuter M.A. Computer system SCAD. – Moscow: Publishing House ASV, 2007. – 592 p.
2. Perelmuter A.V. SCAD Office. Calculation of mast cable stays. Kiev: Pub. SCAD Soft Ltd, 2004. – 44 p.
3. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Computational models of structures and their analysis. Kiev: Pub. SCAD Soft, 2011. – 710 p.
4. Driving A.Y. Stability of masts on cable stays. – Moscow: Pub. Stroiizdat, 1964. 112 p.
5. Savitsky G.A. Antenna facilities. Moscow: Svyazizdat, 1961, 480 p.
6. Savitsky G.A. Wind loads onto constructions. Moscow: Svyazizdat, 1972, 111 p.
7. Savitskiy G.A. Calculation of antenna systems. (Physical foundations)]. Moscow: Svyaz, 1978. 152 p.
8. Sokolov A.G. Metal structures of antenna devices. Moscow: Stroiizdat, 1971. 240 p.
9. Nugumanova A.D., Kashevarova G.G. Computation of cable-stayed structures on the example of mast cable stays. Bulletin of Perm National Research Polytechnic University. Construction and Architecture. – 2015. – № 3. –103-110 p..
10. Gubanov V.V., Meginskaya I.V. Perfection of design of initial mast cable stays. Metal Constructions Journal. Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture. – Ukraine, Makeyevka – 2012. №1 (18).. 41-48p.
11. Smith, Brian W. Communication structures. London: Thomas Telford Publishing, 2006. – 338 p.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ ОСНОВАНИЙ И ФУНДАМЕНТОВ ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ

УДК 624.042

МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ НИТЕВЫЕ МОДЕЛИ УПРУГОГО ОСНОВАНИЯ

А.Н. Аверин¹

Воронежский государственный технический университет

Россия, г. Воронеж

¹ Канд. техн. наук, доц. кафедры строительной механики, тел.: +(473) 271-52-30, e-mail: AN_Averin@mail.ru

Рассматривается опорная нить, перекинутая через блок с подвешенным контргрузом и соединяющая верхние концы непрерывно расположенных пружин с распределенной жесткостью. Строится дискретная модель нити в виде цепи, состоящей из отдельных стержней, соединенных между собой шарнирами. В узлах цепи располагаются упругие связи. На основе уравнений равновесия узлов цепи и уравнений совместности деформаций ее звеньев формируется система разрешающих уравнений относительно неизвестных проекций усилий в звеньях цепи. Полученная система дополняется уравнением, обеспечивающим работу нити, при которой поддерживается постоянным усилие в первом звене цепи за счет регулирования длины выпускаемой в пролет части нити. Показывается, что все неизвестные усилия в системе могут быть выражены через проекции усилий в первом звене цепи и решение задачи сводится к системе уравнений с двумя неизвестными. Разработанный алгоритм используется для расчета гибкой нити, представляющей ламинарную модель упругого основания. Предложена нитевая модель упругого основания с двумя параметрами в виде предварительно напряженной нити конечной жесткости. В качестве нитевой модели с тремя параметрами предлагается использовать предварительно напряженную жесткую нить.

Ключевые слова: гибкая нить постоянного тяжения, упругое основание, дискретная расчетная схема гибкой нити, ламинарная модель упругого основания.

MULTIPARAMETER STRING MODELS OF ELASTIC BASE

A.N. Averin¹

Voronezh state technical university

Voronezh, Russia

¹ PhD of Tech. Sc. of department of Structural Mechanics, tel.: +7(473) 2715230, e-mail: AN_Averin@mail.ru

Supporting thread thrown over the block with suspended counterweight and connecting upper ends of continuously located spring with distributed stiffness is analyzed. Thread discrete model as a chain consisting of separate rods joined with each by other hinges is constructed. Elastic bonds are in chain nodes. Based on equations of chain node equilibrium and its chains deformation interoperability the system of resolving equations of relative to unknown projections in chain links are formed. The obtained system is added by equation providing thread operation at which the force in the first chain link is sustained constantly due to the regulation of the thread length released in span. It is shown that the unknown forces in the system can be expressed by the forces projections in the first chain link and the solution of the problem comes down to the solution of the equations with two unknowns. The developed algorithm for calculation of the flexible thread as an elastic base laminar model is used. Elastic base thread model with two parameters as a finished rigidity of the prestressed thread is suggested. A prestressed rigid thread is suggested to be used as thread model with three parameters.

Keywords: flexible thread of constant stress, elastic base, discrete design scheme of flexible thread, laminar model of elastic base.

© Аверин А.Н., 2018

Рассмотрим опорную нить, перекинутую через блок с подвешенным контргрузом P и соединяющую верхние концы непрерывно расположенных пружин с распределенной жесткостью C (рис. 1).

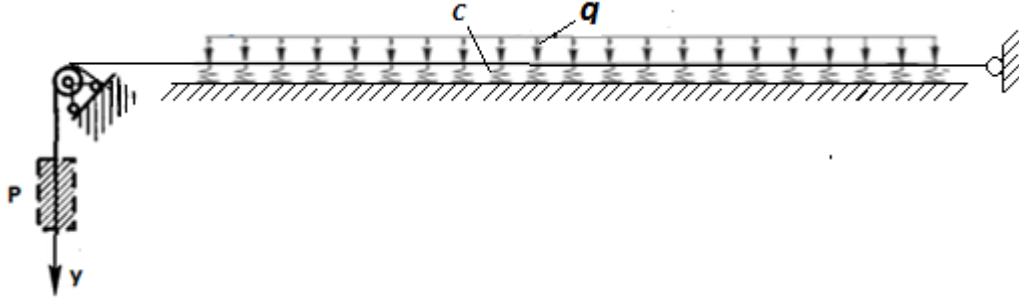


Рис. 1

Наряду с континуальной моделью нити (рис.1) будем рассматривать её дискретную модель в виде цепи, состоящей из отдельных стержней, соединенных между собой шарнирами [1] (рис. 2). В узлах соединения звеньев цепи приложены узловые силы P_i^x , P_i^y и реакции упругих связей.

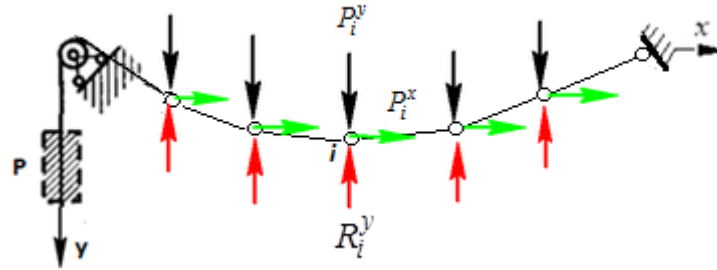


Рис. 2. Дискретная модель гибкой нити

Получим разрешающие уравнения для представленной дискретной модели. Удаляем упругие связи, а их действие на систему заменяем реакциями R_i^y .

Составляем уравнения равновесия узлов цепи:

$$\begin{aligned} -N_i \cos(\alpha_i) + N_{i+1} \cos(\alpha_{i+1}) + P_i^x &= 0, \\ -N_i \cos(\beta_i) + N_{i+1} \cos(\beta_{i+1}) + P_i^y - R_i^y &= 0, \quad (i = 1..n-1). \end{aligned} \quad (1)$$

В уравнениях (1) приняты следующие обозначения: n - число звеньев цепи; N_i - усилие в i -м звене цепи; $\cos(\alpha_i)$, $\cos(\beta_i)$ - направляющие косинусы i -го звена; P_i^x , P_i^y - проекции узловой нагрузки, $R_i^y = C_i \cdot y_i$ - реакция в упругой связи, C_i - приведенная жесткость упругой связи, y_i - вертикальное перемещение i -го узла цепи.

Обозначим через X_i, Y_i ($i = 1..n$) проекции на координатные оси продольной силы в звеньях цепи:

$$X_i = N_i \cos(\alpha_i), \quad Y_i = N_i \cos(\beta_i), \quad N_i = \sqrt{X_i^2 + Y_i^2}. \quad (2)$$

Тогда уравнения (1) примут вид:

$$-X_i + X_{i+1} + P_i^x = 0, \quad (3)$$

$$-Y_i + Y_{i+1} + P_i^y - R_i^y = 0, \quad (i = 1..n-1).$$

В дальнейшем шарнирно стержневую цепь будем рассматривать как ломаную, состоящую из направленных отрезков (звеньев). Проекцией ломаной на ось называется величина направленного отрезка, началом которого является проекция начальной точки проектируемой ломаной, а концом – проекция конечной точки этой ломаной. Проекция направленной ломаной равна сумме проекций ее звеньев.

Обозначим через $[x_k - x_n, y_k - y_n]$ проекции на координатные оси направленного отрезка, соединяющего точку касания нити блока и точку закрепления нити. Составим уравнения совместности деформаций всей цепи как сумму проекций длин звеньев на координатные оси.

Систему (3), содержащую $2 \cdot (n-1)$ уравнений, дополним двумя уравнениями совместности деформаций звеньев цепи:

$$\sum_{i=1}^n (l_i + \Delta l_i) \cdot \cos(\alpha_i) = x_k - x_n, \quad \sum_{i=1}^n (l_i + \Delta l_i) \cdot \cos(\beta_i) = y_k - y_n. \quad (4)$$

В уравнениях (4) $l_i = L/n$ – длина i -го звена цепи; L – длина выпускаемой части нити; Δl_i – абсолютное удлинение звена нити, определяемое по закону Гука:

$$\Delta l_i = \frac{N_i \cdot l_i}{EA}, \quad (i = 1..n), \quad (5)$$

где EA – жесткость нити на растяжение.

После подстановки Δl_i в уравнения (4) с учетом обозначений (2) получим:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n l_i \cdot \left(\cos(\alpha_i) + \frac{X_i}{EA} \right) &= x_k - x_n, \\ \sum_{i=1}^n l_i \cdot \left(\cos(\beta_i) + \frac{Y_i}{EA} \right) &= y_k - y_n. \end{aligned} \quad (6)$$

Из уравнений (2) следуют два очевидных выражения:

$$\cos(\alpha_i) = \frac{X_i}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}, \quad \cos(\beta_i) = \frac{Y_i}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}}. \quad (7)$$

После подстановки выражений (7) в уравнения (6) будем иметь

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n l_i \cdot X_i \left(\frac{1}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}} + \frac{1}{EA} \right) &= x_k - x_n, \\ \sum_{i=1}^n l_i \cdot Y_i \left(\frac{1}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}} + \frac{1}{EA} \right) &= y_k - y_n. \end{aligned} \quad (8)$$

Реакцию в i -й упругой связи R_i^y также выразим через проекции усилий в звеньях цепи:

$$R_i^y = c_i \cdot y_i = c_i \left(\sum_{j=1}^i (l_j + \Delta l_j) \cdot \cos(\beta_j) \right) = c_i \cdot \left(\sum_{j=1}^i l_j \cdot Y_j \left(\frac{1}{\sqrt{X_j^2 + Y_j^2}} + \frac{1}{EA} \right) \right). \quad (9)$$

Уравнения равновесия узлов (3) и уравнения совместности деформаций (8) образуют систему $2 \cdot n$ уравнений относительно проекций усилий X_i, Y_i ($i = 1..n$) в звеньях цепи. Покажем, что полученная система уравнений может быть сведена к системе двух нелинейных уравнений относительно неизвестных проекций усилий в первом звене цепи X_1, Y_1 .

Действительно, пусть проекции усилия в первом звене цепи X_1, Y_1 известны. Тогда реакция в первой упругой связи определяется по формуле

$$R_1^y = l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right). \quad (10)$$

Уравнения равновесия 1-го узла примут вид

$$\begin{aligned} -X_1 + X_2 + P_1^x &= 0, \\ -Y_1 + Y_2 + P_1^y - c \cdot l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (11)$$

Из уравнений (11) выражаем X_2, Y_2 через проекции X_1, Y_1 :

$$\begin{aligned} X_2 &= X_1 - P_1^x, \\ Y_2 &= Y_1 - P_1^y + c \cdot l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Рассмотрим 1-е уравнение равновесия 2-го узла $-X_2 + X_3 + P_2^x = 0$, откуда получим $X_3 = X_2 - P_2^x$. С учетом (12) будем иметь

$$X_3 = X_1 - P_1^x - P_2^x. \quad (13)$$

Реакция во 2-й упругой связи определяется по формуле

$$R_2^y = l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right) + l_2 \cdot Y_2 \left(\frac{1}{\sqrt{X_2^2 + Y_2^2}} + \frac{1}{EA} \right). \quad (14)$$

С учетом (12) выражаем R_2^y через X_1, Y_1 примет вид

$$\begin{aligned} R_2^y &= l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right) + \\ &+ l_2 \cdot Y_2 \left(\frac{1}{\sqrt{[X_1 - P_1^x]^2 + [Y_1 - P_1^y + c \cdot l_1 \cdot Y_1 \left(\frac{1}{\sqrt{X_1^2 + Y_1^2}} + \frac{1}{EA} \right)]^2}} + \frac{1}{EA} \right) \end{aligned} \quad (15)$$

Из 2-го уравнения равновесия 2-го узла находим:

$$-Y_2 + Y_3 + P_2^x - R_2^y = 0, \quad Y_3 = Y_2 - P_2^y + R_2^y = Y_1 - P_1^y - P_2^y + R_2^y. \quad (16)$$

Выражение усилия Y_3 через X_1, Y_1 примет вид

$$Y_3 = Y_1 - P_1^y - P_2^y + R_1^y + R_2^y. \quad (17)$$

В уравнении (17) R_1^y, R_2^y определяются по формулам (10) и (15) соответственно.

Таким образом, проекции усилий во всех звеньях цепи X_i, Y_i ($i = 2..n$) выражаются через проекции усилий в первом звене цепи. В результате уравнения (8) можно рассматривать как систему 2-х нелинейных уравнений относительно неизвестных X_1, Y_1 .

Далее необходимо рассмотреть работу нити, в которой поддерживается постоянным усилие в первом звене цепи за счет регулирования длины L выпускаемой в пролет части нити [2].

Введем обозначения: L_0 - длина заготовки всей нити, L - длина выпускаемой части нити, q - погонный вес нити, n - число звеньев цепи, $l_i = \frac{L}{n}$ - длина звена цепи, P - вес груза, $P_0 = q \cdot L_0$ - вес нити, $q \cdot (L_0 - L)$ - вес участка нити между блоком и грузом.

Продольная сила в первом звене цепи равна

$$N_1 = \sqrt{X_1^2 + Y_1^2} = P + q \cdot (L_0 - L). \quad (18)$$

Тогда

$$L = \frac{\hat{P} - \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}{q}, \quad (19)$$

где $\hat{P} = P + q \cdot L_0$ - суммарный вес груза и заготовки нити.

В результате система искомых уравнений примет вид [2]:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \frac{L}{n} \cdot X_i \left(\frac{1}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}} + \delta \right) &= x_k - x_n, \\ \sum_{i=1}^n \frac{L}{n} \cdot Y_i \left(\frac{1}{\sqrt{X_i^2 + Y_i^2}} + \delta \right) &= y_k - y_n, \\ L &= \frac{\hat{P} - \sqrt{X_1^2 + Y_1^2}}{q}. \end{aligned} \quad (20)$$

В уравнениях (20) через параметр

$$\delta = \frac{1}{EA} \quad (21)$$

обозначена податливость нити. При $\delta = 0$ уравнения (20) описывают работу абсолютно жесткой нити.

Так как L - длина выпускаемой части нити явно выражается через X_1, Y_1 , то напряженно-деформированное состояние нити полностью определяется из решения системы двух нелинейных уравнений. Численное решение системы (20) выполняется методом Ньютона.

В качестве примера, подтверждающего эффективность предложенного алгоритма, рассмотрим расчет гибкой нити, представляющей ламинарную модель упругого основания (рис. 3).

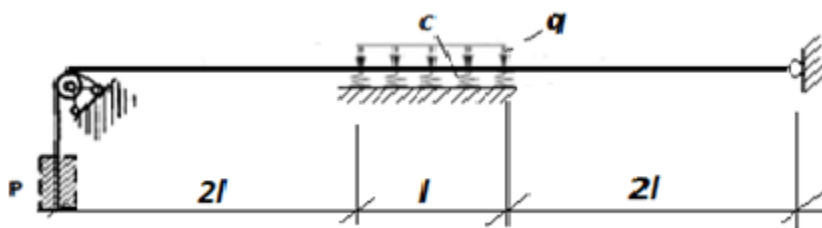


Рис. 3

Нить, представленную на рис. 3, можно рассматривать как модель упругого основания с двумя параметрами (одномерный случай) [3]. Совокупность пружин жесткостью C характеризует жесткость основания на сжатие, а параметр P характеризует жесткость основания на сдвиг. При этом неограниченная в обе стороны нить считается абсолютно жесткой.

В дальнейших расчетах дискретная модель нити представляется шарнирно стержневой цепью, состоящей из 100 звеньев. Нить считается абсолютно жесткой, поэтому параметр податливости $\delta = \frac{1}{EA}$ в уравнениях (20) полагается равным нулю. Длина выпускаемой в пролет нити равна $L = 5l$. Длина нити между грузом и блоком равна $0,1 \cdot L$.

На центральном участке длиной l в узлах цепи расположены упругие связи. Вектор жесткостей упругих связей задается в уравнениях (20) в виде списка $C = [0, \dots, 0, C_{40}, C_{41}, \dots, C_{60}, 0, \dots, 0]$. Точка касания нити блока и точка закрепления нити расположены на достаточном удалении ($2 \cdot l$) от нагруженной части основания.

Опишем этапы построения нитевой модели упругого основания.

1. Задаем приведенную жесткость упругих связей, величину постоянной нагрузки, q - погонный вес нити. Выполняем расчет нити с жестко закрепленными концами (рис. 4) на постоянную нагрузку q_{noc} . Определяем проекции продольной силы в первом звене цепи: X_1 - горизонтальная составляющая (распор) и Y_1 - вертикальная составляющая. Соответствующая форма нити показана на рис. 5 (кривая 1 - красный цвет).

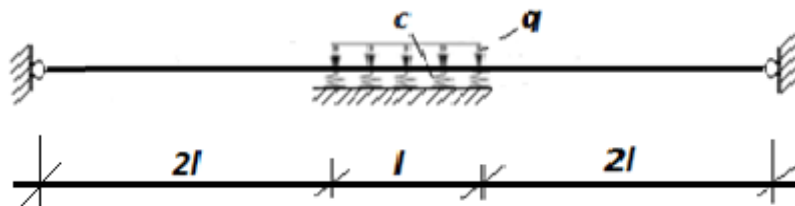


Рис. 4

2. Выполняем расчет нити с перекинутым через блок грузом (рис. 5). Длина нити между грузом и блоком равна $0,1 \cdot L$. Величину груза задаем в долях к распору $P = \alpha \cdot X_1$ (в нашем случае $\alpha = 0,9$). Расчет нити производим на постоянную и временную нагрузки $q_{noc} + q_{вр}$. Нагрузки распределены на участке длиной l . Форма нити показана на рис. 5 (кривая 2 - розовый цвет).
3. Задаем временную нагрузку интенсивностью $q_{вр}$ на участке $\frac{l}{2}$. Расчет нити выполняем на нагрузку $q_{noc} + q_{вр}$. Форма нити показана на рис. 5 (кривая 3 - синий цвет).

Рассмотренная модель нити демонстрирует распределительную способность грунта. Усилие в начале нити поддерживается постоянным за счет изменения длины L выпускаемой в пролет части нити.

Отметим, что нитевую модель упругого основания с двумя параметрами можно строить и для нити конечной жесткости [4]. На первом этапе рассчитывается нить конечной жесткости длиной L с жестко закрепленными концами на постоянную нагрузку (см. рис. 4).

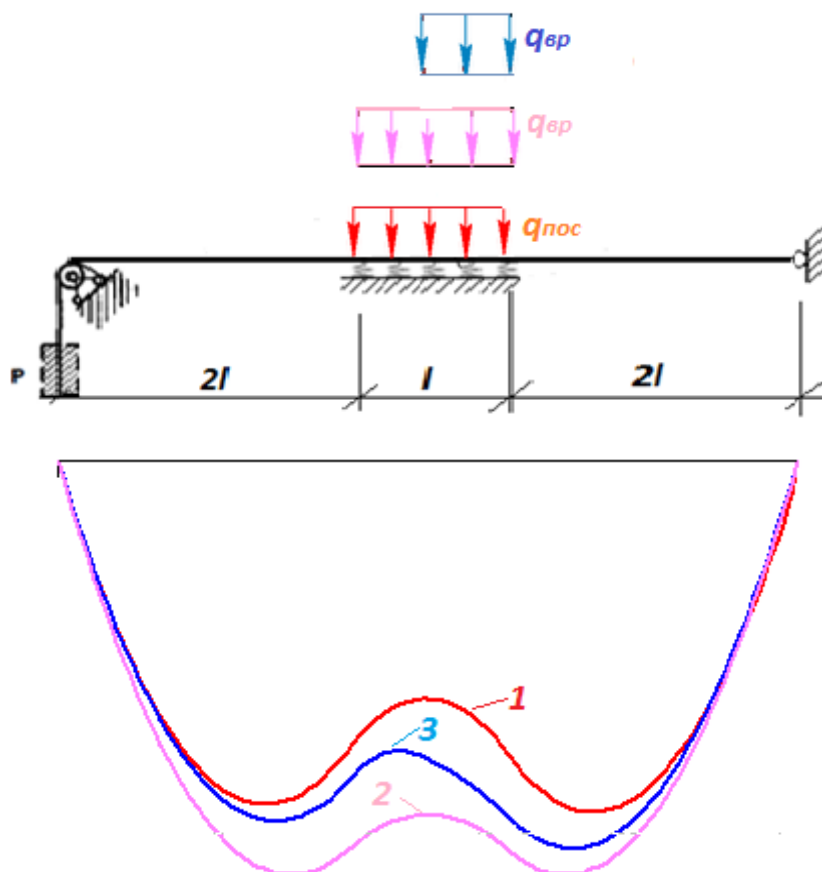


Рис. 5

Определяется распор X_1 . Вычисляется абсолютное удлинение нити $\Delta l = \frac{X_1 \cdot L}{EA}$. На втором этапе рассчитывается нить длиной $(L - \Delta l)$ на нагрузку $q_{noc} + q_{ер}$. Задание длины нити меньше длины пролета позволяет создать в нити предварительное натяжение, равное величине распора X_1 от постоянной нагрузки.

Нитевую модель упругого основания с тремя параметрами можно построить на основе дискретной модели жесткой нити [5]. Жесткая нить представляется шарнирно стержневой цепью с упругими вставками, моделирующими работу нити на изгиб. На первом этапе рассчитывается жесткая нить длиной L на постоянную нагрузку (см. рис. 4). Определяется распор X_1 . Вычисляется абсолютное удлинение нити $\Delta l = \frac{X_1 \cdot L}{EA}$. На втором этапе рассчитывается жесткая нить длиной $(L - \Delta l)$ на нагрузку $q_{noc} + q_{ер}$. Задание длины нити меньше длины пролета позволяет создать в нити предварительное натяжение, равное величине распора X_1 от постоянной нагрузки. Таким образом, нитевая модель упругого основания харак-

теризуется тремя параметрами: $EА$ - жесткостью на растяжение, EJ - жесткостью на изгиб, силой предварительного натяжения X_1 (распором) от постоянной нагрузки.

Библиографический список

1. Аверин А.Н. Уравнения гибкой нити/ А.Н. Аверин // Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. науч. тр. / ВИСИ. – Воронеж, 1992. – Вып. 1. – С. 117–121
2. Аверин А.Н. Расчет гибкой нити постоянного тяжения/. А.Н. Аверин, С.В. Ефрюшин // Технология текстильной промышленности. - № 5(371) - 2017. - С. 242-245
3. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа/ А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. - М.: Изд-во СКАД СОФТ, 2011. - 710 с.
4. Аверин А.Н. Конечный элемент гибкой нити / А.Н. Аверин// Современные методы статического и динамического расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. науч. тр. / ВИСИ. – Воронеж, 2002. - С. 34-38.
5. Аверин А.Н. Вариант уравнений жесткой нити / А.Н. Аверин// Методы и алгоритмы расчета сооружений и конструкций: межвуз. сб. науч. тр. - Воронеж, 1990. - С. 160-166.

References

1. Averin A.N. Flexible thread equation. Modern methods of static and dynamic design of buildings and structures: enter - inst. scientific collection of works. / VISI. – Voronezh, 1992. – Issue 1. – 117–121p.
2. Averin A.N., Efryushin S.V. Flexible thread of constant tension calculation. Textile industry technology. - № 5(371) - 2017. - 242-245p.
3. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Design models of structures and their analysis possibility, В.И. М.: Pub. House SKAD SOFT, 2011. - 710 p.
4. Averin A.N. Finite element of flexible thread. Modern methods of static and dynamic design of buildings and structures: enter - inst. scientific collection of works. VISI. – Voronezh, 2002. - 34-38 p.
5. Averin A.N. Variant of rigid thread equation. Methods and algorithms of structures and constructions design. enter - inst. Scientific collection of works. - Voronezh, 1990. . - Pp. 160-166.

**РАСЧЕТ ЗАГЛУБЛЕННОГО АККУМУЛИРУЮЩЕГО РЕЗЕРВУАРА
ОЧИСТНЫХ СООРУЖЕНИЙ СОВМЕСТНО С КОНСТРУКЦИЕЙ
«СТЕНА В ГРУНТЕ» МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

А.С. Горбачев¹, В.В. Леденев²

Тамбовский государственный технический университет^{1,2}
Россия, г. Воронеж

¹ Канд. техн. наук, магистрант кафедры "Конструкции зданий и сооружений"

² Д-р техн. наук, проф. кафедры "Конструкции зданий и сооружений"

Тел.: +7-905-048-74-30, e-mail: gor1981@bk.ru

Приводится анализ конструирования, проектирования и строительства заглубленного железобетонного резервуара с использованием эффективного способа строительства «стена в грунте». Изложен порядок расчета несущих элементов резервуара методом конечных элементов на действующие нагрузки и их неблагоприятные сочетания по двум группам предельных состояний. Разработаны рекомендации по обеспечению требуемой жесткости соединений несущих элементов – «стена в грунте» и наружной стенки резервуара.

Ключевые слова: резервуар; «стена в грунте»; железобетон; нагрузки; расчеты; метод конечных элементов.

**DESIGN OF TREATMENT FACILITIES BURIED STORAGE TANK TOGETHER
WITH CONSTRUCTION OF THE «SLURRY WALL» BY FINITE ELEMENTS METHOD**

A.S. Gorbachev¹, V.V. Ledenev²

Tambov State Technical University^{1,2}
Russia, Voronezh

¹ PhD of Tech. Sc., undergraduate of the department "Buildings and structures construction"

² Dr of Tech. Sc., professor of the department "Buildings and structures construction"

tel.: +7 905 048 74 30, e-mail: gor1981@bk.ru

There is presented the analysis of engineering, design and construction of buried reinforced concrete tank with application of effective method of "slurry wall" construction. There is given the order of calculation of tank bearing elements on the active loads and their unfavorable combination according to two limiting states groups by the finite elements method. The recommendations for guarantee of demanded bearing elements joints stiffness – "Slurry wall" and external wall of the tank is developed.

Keywords: tank; «slurry wall»; reinforced concrete; loads, calculations; finite elements method.

В последнее время актуальны вопросы, связанные с восстановлением и развитием жилищно-коммунального хозяйства, в том числе в строительстве при реконструкции сооружений систем водоочистки и водоподготовки. Широкое распространение здесь получили железобетонные сооружения - резервуары подземного (заглубленного) типа. Проектирование их вызывает трудности из-за сложности учета конструктивных решений, инженерно-геологических и гидрологических условий.

При строительстве заглубленных резервуаров в сложных геологических условиях, в том числе в водонасыщенных грунтах с водоносными горизонтами и так называемыми «верховодками», эффективным методом строительства является метод «стена в грунте».

При реализации которого возникает ряд вопросов, связанных с расчетом строительных конструкций резервуара, в том числе с учетом совместной работы прижимных стен резервуара с конструкцией «стена в грунте». Рассмотрим пример проектирования такого резервуара.

Проектируемый аккумулирующий резервуар представляет собой железобетонное монолитное сооружение, заглубленное ниже уровня планировочной отметки земли на глубину 12 м (рис. 1). За относительную отметку 0,000 м принята отметка верха аккумулирующего резервуара. Габаритные размеры резервуара в плане составляют 23,2х26,2 м. Сооружение состоит из горизонтальных и вертикальных монолитных железобетонных конструкций, которые формируют отдельные отсеки резервуара. К горизонтальным конструкциям относятся нижняя фундаментная плита толщиной 600 мм и верхняя плита покрытия толщиной 400 мм. К вертикальным конструкциям относятся наружные стены общей толщиной 1 100 мм (800 мм+300 мм) и внутренние стены толщиной 400 и 300 мм. Все монолитные конструкции выполняются из бетона класса В30 на гранитном щебне. Марка бетона по морозостойкости F150, по водопроницаемости W6.

Гидрогеологические условия площадки строительства характеризуются наличием двух водоносных горизонтов: аллювиального и основного надъюрского водоносного комплекса. Подземные воды аллювиального водоносного горизонта вскрыты практически с поверхности, на глубине 0,1 м. Подземные воды надъюрского водоносного комплекса вскрыты на глубинах 3,8 - 4,4 (на момент проведения изысканий).

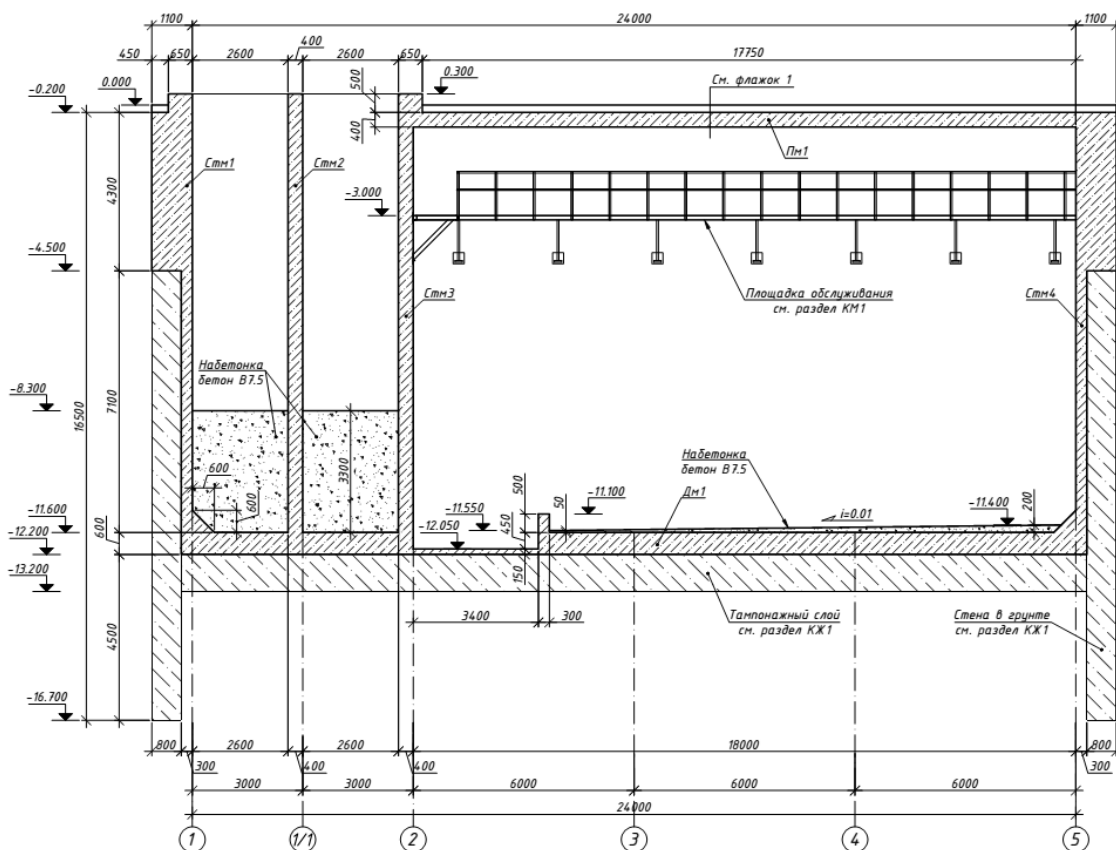


Рис. 1. Заглубленный ж/б резервуар. Разрез

Возведение наружных стен резервуара предполагается выполнять методом «стена в грунте». Устройство конструкции осуществляется с уровня естественного рельефа, что ниже отметки верха перекрытия резервуара на 4,5 м. На начальном этапе производится отрывка траншеи под слоем глинистого раствора. Общая глубина траншеи составляет 12 метров, ши-

рина принимается равной 800 мм. Основанием стены является глина серовато-черная, полутвердая, тяжелая с прослоями суглинка твердого, слюдистая, слабонабухающая. Заглубление «стен в грунте» в водонепроницаемый слой грунта будет способствовать созданию водонепроницаемого экрана, исключив тем самым приток грунтовых вод в котлован и всплытие конструкций резервуара в период строительства.

Стена возводится отдельными захватками длиной не более 6 м. После устройства контура котлована осуществляется разработка грунта с устройством распорок в верхней части стен. Затем методом подводного бетонирования устраивается тампонажный слой бетона толщиной 1м. После отвердевания бетона днища вода из котлована откачивается.

На втором этапе выполняется устройство дна резервуара поверх тампонажного слоя бетона, возведение внутренних стен, прижимных стенок резервуара, наружных стен резервуара в продолжение «стен в грунте» и перекрытия. Устройство внутренних прижимных стен осуществляется посредством выпусков арматуры из днища аккумулирующего резервуара, а продолжение наружных стен резервуара - путем устройства выпуска арматурных каркасов из «стен в грунте» и арматуры прижимных стен. Сопряжение конструкции днища резервуара с прижимными стенами выполняется жестким. Для совместной работы прижимных стен со «стеной в грунте» предполагается на внутренней поверхности «стен в грунте» выполнить бетонные шпонки с дополнительным устройством закладных деталей и удерживающих арматурных скоб (рис. 2). В расчетной модели данные мероприятия выполнены установкой устройства коротких стержней, имитирующих работу бетонных шпонок. Узлы сопряжения внутренних стен между собой, с прижимными стенами и перекрытием резервуара выполнены жесткими с устройством анкерующей арматуры.

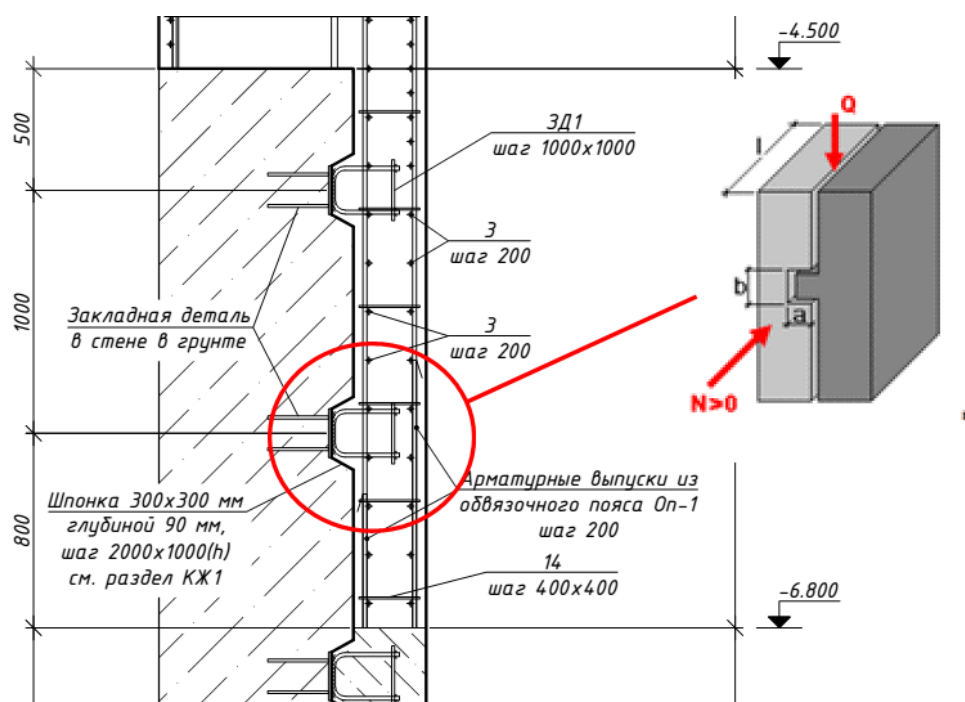


Рис. 2. Узлы сопряжения наружной стенки резервуара со стеной в грунте

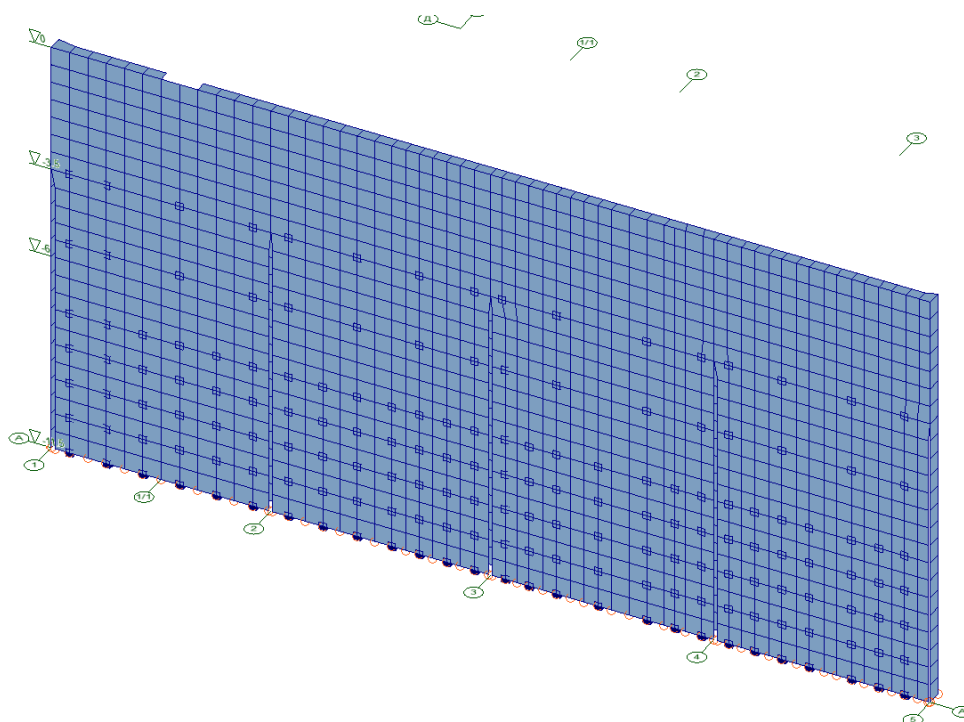


Рис. 3. Схема расположения бетонных шпонок для обеспечения совместной работы «стены в грунте» и прижимной стены в оси А

Неизменяемость конструкции «стены в грунте» в период строительства котлована обеспечивается за счет установки распорок в верхней части стены и заглубления нижней части стены ниже планировочной отметки дна котлована. Глубина заделки «стены в грунте» определяется расчетом. Кроме того, жесткость и неизменяемость нижней части «стены в грунте» в период строительства аккумулирующего резервуара и в период его эксплуатации обеспечивается за счет устройства «распорки» в уровне низа резервуара представленной в виде конструкции дна резервуара и тампонажного слоя бетона. В период эксплуатации жесткость наружных стен также обеспечивает устройство жестких узлов сопряжения с монолитным перекрытием, представляющим собой жесткий диск покрытия.

На перекрытии аккумулирующего резервуара монтируются станции очистки ливневых стоков. Монтаж станций осуществляется посредством закладных деталей, выполняемых в перекрытии аккумулирующего резервуара.

На конструкции сооружений действуют нагрузки [3],[4]: собственный вес конструкций, горизонтальное давление грунта с учетом временной нагрузки от транспорта и складированного материала, нагрузки от станции обработки вод на перекрытие резервуара, заполнение резервуара водой, снеговой нагрузки, ветровой нагрузки, подпора воды, позволяющий всплытие резервуара. Значения действующих нагрузок определены в соответствии с СП 20.13330.2016 Нагрузки и воздействия и СП 22.13330.2016 Основания зданий и сооружений.

Расчетная схема несущих конструкций аккумулирующего подземного ж/б резервуара выполнялся при помощи программного комплекса SCAD Office 11.5. Теоретической основой ПК «SCAD Office» является метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в форме перемещений. Расчетная модель железобетонных конструкций аккумулирующего резервуара представляет собой пространственную систему из пластинчатых и стержневых элементов проектной толщины (рис. 4). Нижняя и верхняя плиты, стены и перегородки резервуара рассчитаны с применением универсального прямоугольного конечного элемента для расчета оболочек КЭ 44.

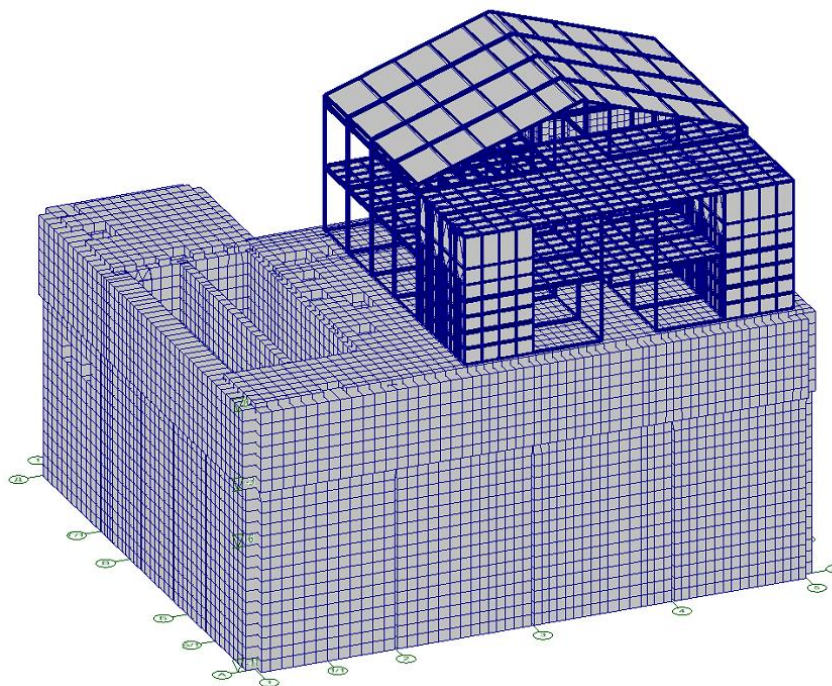


Рис. 4. Общий вид расчетной модели

В расчетной модели конструкция «стены в грунте» выполнена до уровня днища резервуара в предположении образования в данном месте пластического шарнира. Образование пластического шарнира обуславливается невозможностью контроля качества бетонирования «стены в грунте» с наружной стороны и, как следствие, наличие коррозии арматуры растянутой зоны бетона в период эксплуатации сооружения.

Технология строительства «стены в грунте» предполагает выполнение работ отдельными захватками, в связи с этим в расчетной модели для наружных стен было введено разделение узлов пластинчатых элементов на участки, приближенно равные длинам захваток. По данным узлам в расчетной модели введены «объединения перемещений» по направлениям осей X и Y для учета их совместной работы в соответствующем направлении.

По контуру наружных стен в узлах добавлены связи конечной жесткости (КЭ 51) по направлению оси Z, имитирующие опирание «стены в грунте» на основание. На 1 м/п приходится 2 конечных элемента КЭ51. Таким образом, жесткость связей принята равной 300 т/м, соответствующая осадке в 17 мм для участка стены толщиной 800 мм и длиной 1000 мм при приложении нагрузки 10 т. По контуру наружных стен введены связи в узлах по направлениям осей X и Y с учетом того, что под сооружением выполняется тампонажный слой бетона, исключающий перемещения «стены в грунте» по данным направлениям. Прижимная стенка смоделирована пластинчатыми конечными элементами КЭ44. Для моделирования совместной работы конструкции «стены в грунте» и прижимной стенки в отдельных местах в расчетной модели выполнено объединение перемещений узлов пластин «стены в грунте» и прижимной стенки.

Подбор и проверка сечений элементов резервуара произведена сравнениями допускаемых усилий с усилиями, полученными при расчете на наиболее неблагоприятные комбинации загрузок. При проверке сечений в «SCAD» был учтен тип элемента и данные, необходимые для расчета в соответствии с СП 52-101 -2003. Расчет производился на действие расчетных сочетаний усилий, вычисленных в БК «SCAD Office». Подбор армирования для всех элементов резервуара производился в постпроцессоре «Железобетон «SCAD Office». Результаты расчетов представлены графически в виде карт требуемого сечения арматуры для

всех элементов резервуара. Грунтовое основание резервуара в расчетной схеме принято соответствующим модели Винклера. Коэффициенты постели определены в программном модуле «КРОСС «SCAD Office» с учетом действующих усилий под фундаментной плитой, грунтовых условий площадки строительства и интегрированы в расчетную модель резервуара.

В результате расчета были определены вертикальные и горизонтальные перемещения конструктивных элементов станции ЛОС и аккумулирующего резервуара и проведен анализ перемещений на соответствие нормативным значениям (рис. 5).

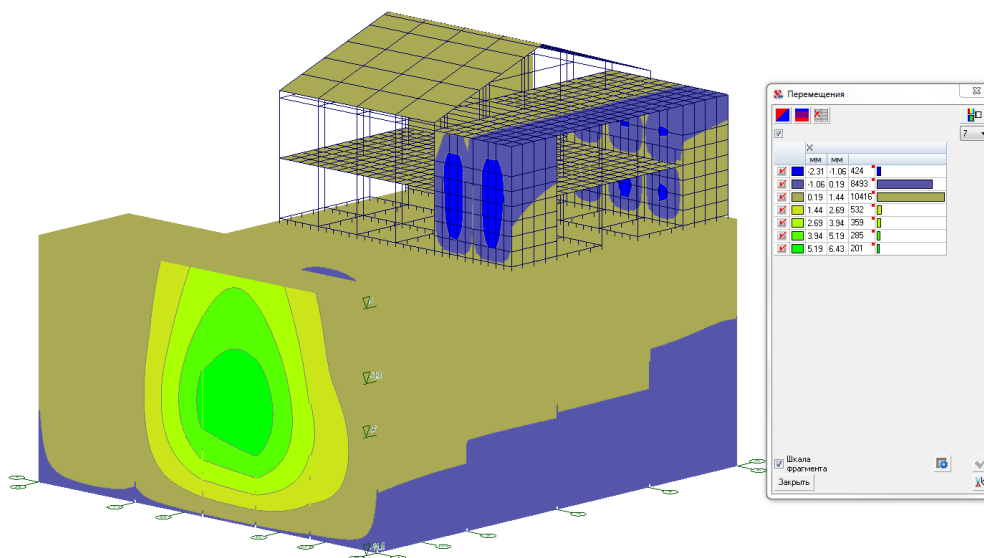


Рис. 5. Перемещения системы по направлению оси X при комбинации нагрузок

Максимальные относительные вертикальные перемещения элементов перекрытия резервуара составили 6мм, горизонтальные перемещения элементов стен резервуара от давления грунта составили 10 мм (рис. 6), горизонтальные перемещения внутренних стен от заполнения резервуара водой составили 3мм. Предельно допустимые значения вертикальных прогибов конструкций при пролете 6м составляют 30 мм.

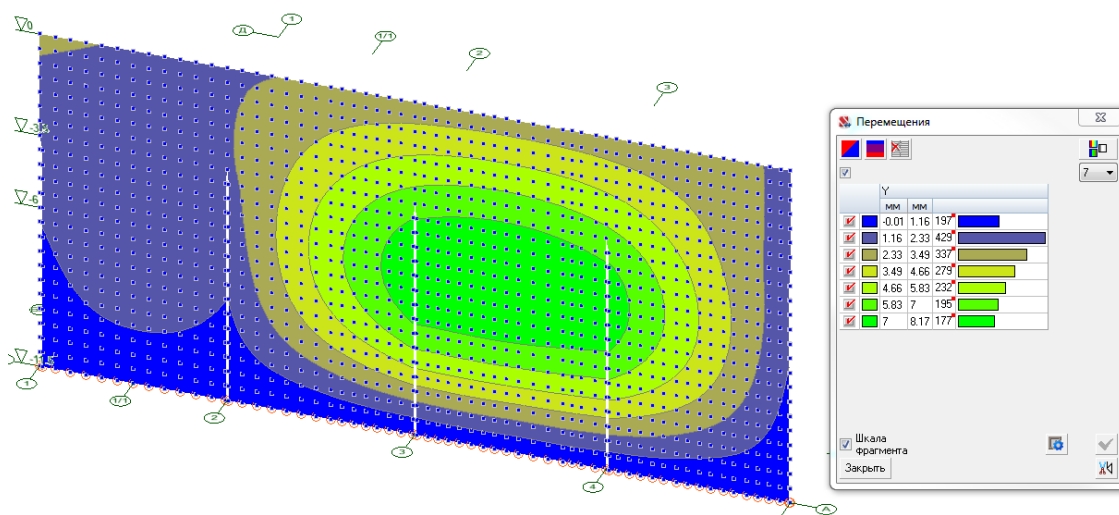


Рис. 6. Перемещения стены резервуара по оси A по направлению оси Y

Совместная работа «стены в грунте» и прижимных стенок обеспечивается за счет устройства бетонных шпонок в теле «стены в грунте» и обвязочного пояса, в виде общей стены толщиной 1100мм, располагаемого с отметки -4,500 м до низа перекрытия на отметке

-0,600м. Бетонные шпонки выполняются размером 250х250 мм и глубиной 90 мм. Шаг шпонок с отметки -12,000 м до отметки -8,000 м в горизонтальном и вертикальном направлениях составляет 1м, с отметки -8,000 до отметки -5,000 м – 1,5 м. Для исключения отрыва прижимной стены от «стены в грунте» в местах устройства шпонок предусмотрены сварные соединения закладных деталей и скоб из арматурных стрежней. Величины возникающих в шпонках усилий приведены на рис. 7, 8.

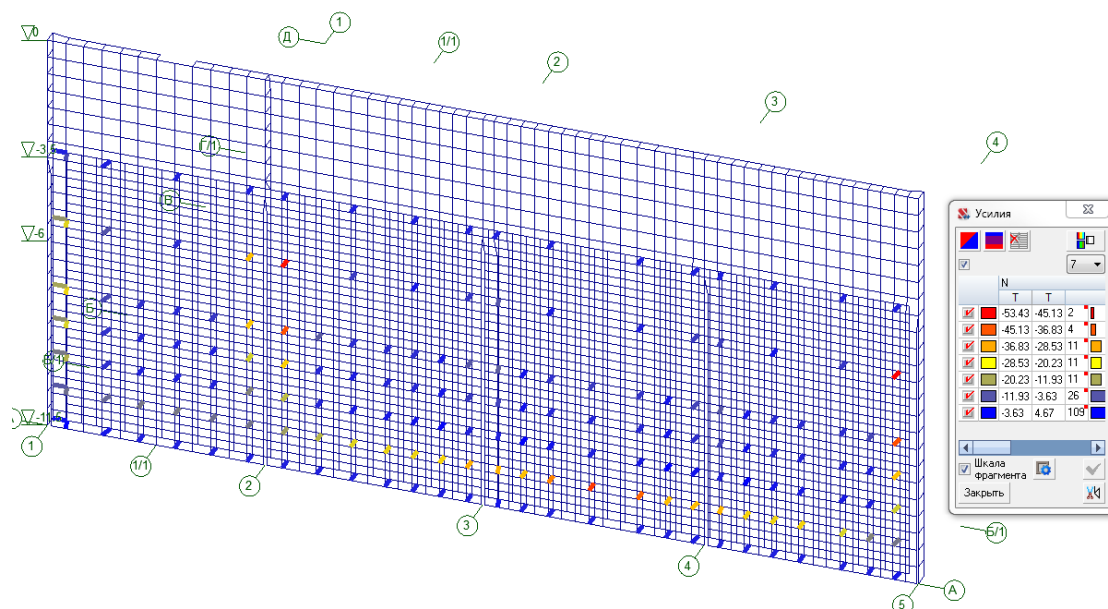


Рис. 7. Схема усилий N в бетонных шпонках в стене по оси A при действии постоянных и временных нагрузок

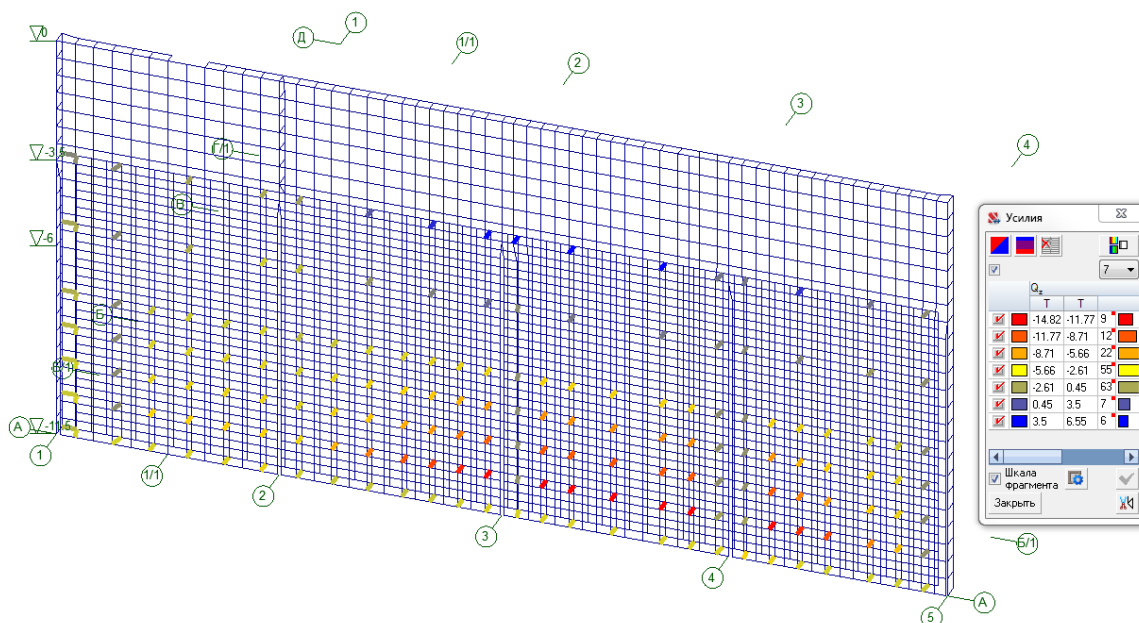


Рис. 8. Схема усилий Q по направлению оси Z в бетонных шпонках в стене по оси A при действии постоянных и временных нагрузок

В результате расчета железобетонных элементов определено армирование конструкций перекрытия, стен и днища [1], [2] (рис. 9-13).

Днище толщиной 0,6 м. Верхние и нижние арматурные сетки выполнены из арматуры периодического профиля диаметром 16 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм (рис. 9). Дополнительное армирование выполняется стержнями диаметром 16 и 20 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм.

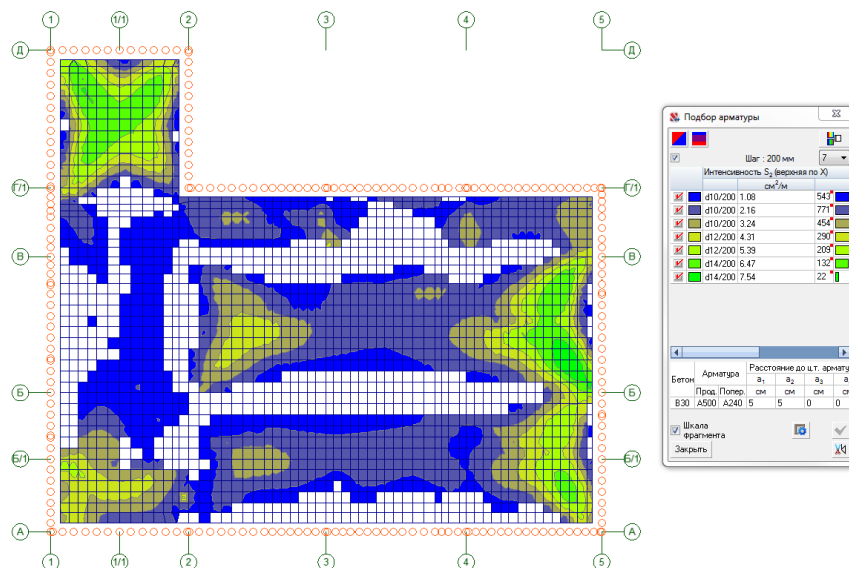


Рис. 9. Верхнее армирование дна резервуара по направлению оси X (от оси 1 к оси 5)

Толщины наружных стены приняты по 0.8 м. Вертикальное армирование стены со стороны резервуара выполняется из парных стержней Ø25 и 20 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006с шагом 150 мм, горизонтальное армирование выполняется арматурными стержнями Ø25 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006с шагом 200 мм (рис. 10). Со стороны грунта вертикальное армирование выполняется арматурными стержнями Ø20мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006с шагом 150 мм, горизонтальное - арматурными стержнями Ø12 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006с шагом 200 мм. В местах локальных напряжений устраивается дополнительное армирование арматурными стержнями Ø20 мм А500С. С учетом аварийной ситуации армирование внутренней части «стены в грунте» принято завышенным на 15 % по сравнению со стандартной ситуацией.

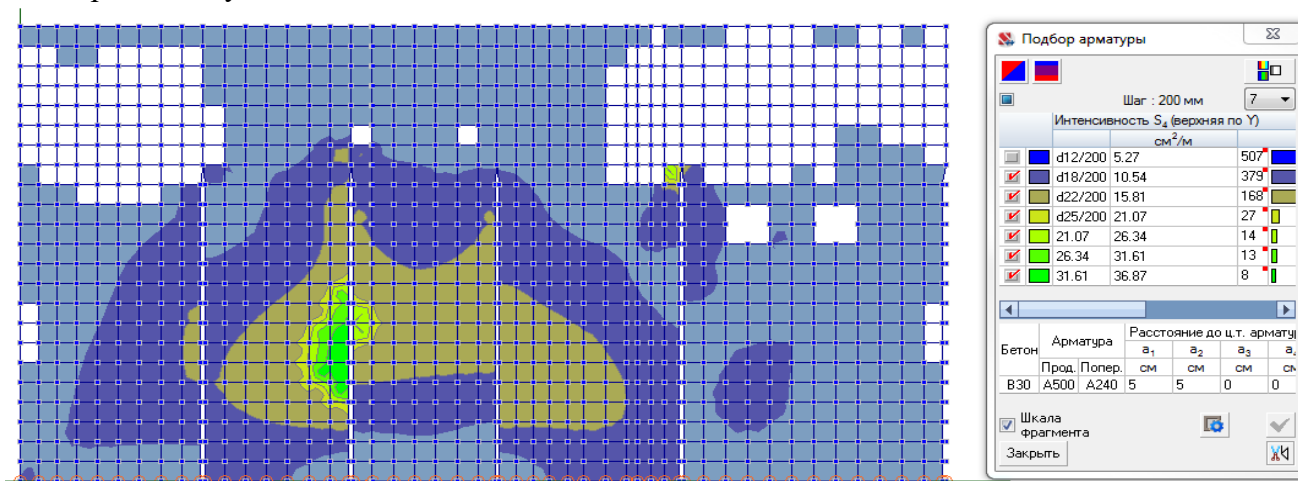


Рис. 10. Верхнее армирование «стены в грунте» по оси А (со стороны резервуара) по направлению Y (вертикальная) слева ось А, справа ось Д

Толщина прижимных стенок принята равной 0,3 м. Основной фон армирования данных стен осуществляется арматурными стержнями Ø16 А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм (рис. 11). Дополнительное армирование в местах концентрации напряжений производится стержнями Ø20 и 25 мм с шагом 200 мм. Выпуски из фундаментной плиты выполняются арматурными стержнями Ø25 мм с шагом 100 мм.

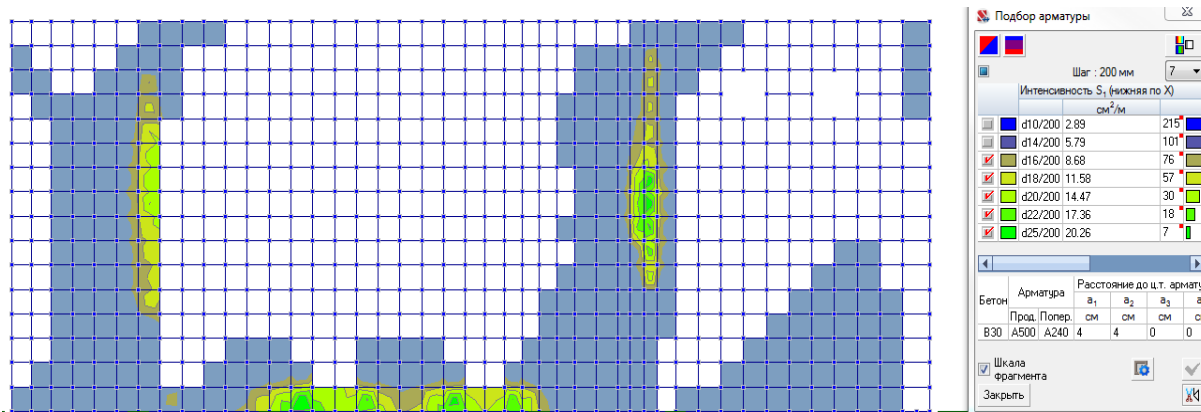


Рис. 11. Нижнее армирование прижимной стены по оси А (со стороны грунта) по направлению X (горизонтальная) слева ось А, справа ось Д

Толщины внутренних стен приняты по 0,4 м. Во внутренних стенах: вертикальные стержни диаметром 16 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм, а горизонтальные - приняты диаметром 16 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм (рис. 12). Дополнительное горизонтальное и вертикальное армирование выполнено стержнями диаметром 16 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм.

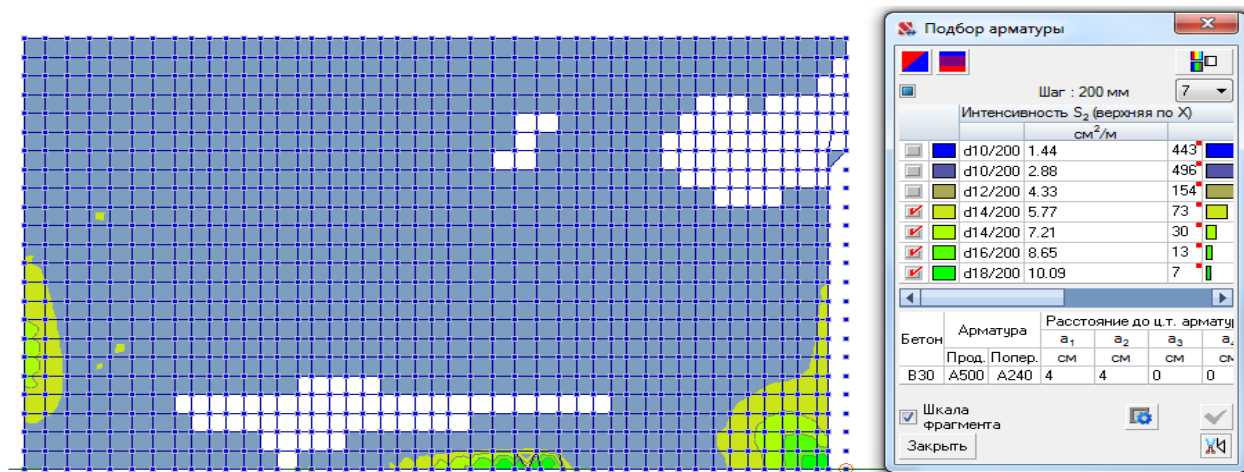


Рис. 12. Верхнее и нижнее армирование стены по оси Б по направлению X (горизонтальная) ось 2 слева ось 5 справа

Верхняя плита покрытия принята толщиной 0,4 м и армируется стержнями диаметром 16 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм (рис. 13). Дополнительное армирование выполнено стержнями диаметром 20 мм А500С по ГОСТ Р 52544-2006 с шагом 200 мм.

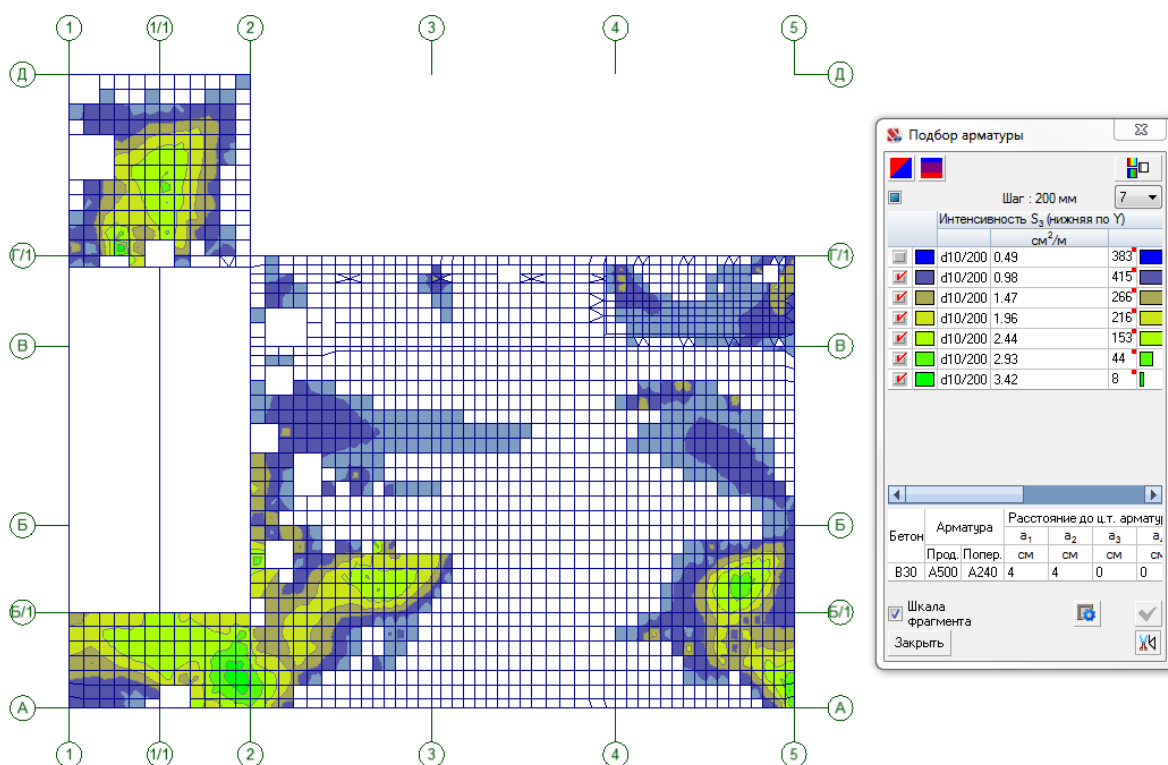


Рис. 13. Нижнее армирование перекрытия резервуара по направлению Y (от оси А к оси Д)

Выводы

Предложенная на примере расчета железобетонного аккумулирующего резервуара методика позволяет учесть совместную работу прижимных стен резервуара с конструкцией «стена в грунте» за счет устройства бетонных шпонок и дополнительного устройства закладных деталей и удерживающих арматурных скоб. В расчетной модели данный метод реализован за счет устройства коротких стержней, имитирующих работу бетонных шпонок.

Библиографический список

1. Кельнер А.Г. Проектирование сборного железобетонного цилиндрического резервуара: метод. указания к практическим занятиям по дисциплине «Железобетонные инженерные сооружения»/ А.Г. Кельнер. - Омск: СибАДИ, 2011. – 72 с.
2. Пособие по проектированию бетонных и железобетонных конструкций из тяжелого бетона без предварительного напряжения арматуры (к СП 52-101 -2003)/ ЦНИИ-ПРОМЗДАНИЙ, НИИЖБ. - М., 2004.
3. Проектирование железобетонных резервуаров: учебник для вузов/ В.А. Яров, О.П. Медведева. - М.: Изд-во АСВ, 1997. – 160 с.
4. Примеры расчета и конструирования железобетонных конструкций по СП 52-101-2003: учеб. пособие/ Б.С. Соколов, Г.П. Никитин, А.Н. Седов. – Казань: КГАСУ.
5. Расчет и конструирование специальных инженерных сооружений: учеб. пособие/ В.В. Леденев, В.Г. Однолько, А.В. Худяков. – Тамбов : Изд-во Тамбов. гос. техн. ун-та, 2007. – 128 с.

References

1. Kelner A.G. Design of precast reinforced concrete cylindrical tank: methodical instructions for practical trainings on discipline "Reinforced Concrete Engineering structures"/ A.G. Kelner. - Omsk: SibADI, 2011. – 72 p.
2. A manual for concrete and reinforced concrete structures from heavy concrete without pre-stress reinforcement (SP 52-101 -2003)/], TzNIIPROM-ZDANIY, NIIZHB, - Moscow, 2004.
3. Yarov V.A., Medvedeva O.P. Design of reinforced concrete tanks. Textbook for high schools. - M.: Publishing house ASV, 1997. – 160 p.
4. Sokolov B.S., Nikitin G.P. Sedov A.N. Examples of calculation and design for reinforced concrete structures. Building Acts 52-101-2003. Textbook. Kazan:KGASU.
5. Ledenev V.V., Odnolko V.G., Khudyakov A.V. Calculation and design of special engineering structures. Textbook. Tambov: Publishing house of Tambov state technical university, 2007. – 128 p.

РАСЧЕТ И ПРОЕКТИРОВАНИЕ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ МАТЕРИАЛОВ

УДК 624.011.1:539.3

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НЕСУЩЕЙ СИСТЕМЫ ДЕРЕВЯННОГО ЗДАНИЯ

Г.Е. Габриелян¹, В.С. Варнавский², В.М. Флавианов³, Н.Ф. Голева⁴

Воронежский государственный технический университет^{1,2,3,4}

Россия, г. Воронеж

¹ Канд. тех. наук, доцент кафедры строительной механики

² Канд. тех. наук, доцент кафедры строительной механики

³ Ст. преподаватель кафедры строительной механики, e-mail: flav@inbox.ru

⁴ Ст. преподаватель кафедры строительной механики

На основе метода конечных элементов (МКЭ) выполнено численное моделирование конструкций несущей системы деревянного здания сельскохозяйственного назначения (свинокомплекса), которая представляет собой совокупность стропильных ферм и стоек, объединенных вертикальными и горизонтальными связями. Расчетная модель несущей системы представляет собой пространственную стержневую модель. Произведено сравнение результатов численных исследований с данными натурных испытаний. Натурные испытания были выполнены Липецким академическим научно-творческим центром строительства и архитектуры в соответствии с требованиями «Рекомендаций по проектированию и изготовлению дощатых конструкций с соединениями на металлических зубчатых пластинах». По результатам анализа численного моделирования и натурных испытаний выявлены особенности напряженно-деформированного состояния, сформулированы выводы о корректности расчетной схемы МКЭ и необходимости внесения конструктивных изменений в несущие элементы каркаса здания.

Ключевые слова: деревянные конструкции, ферма; натурные испытания, компьютерная модель, напряженно-деформированное состояние, устойчивость, коэффициент использования.

FINITE ELEMENT MODULATION OF DEFLECTED MODE OF WOOD BUILDING LOAD BEARING SYSTEM

G.E. Gabrielyan¹, V.S. Varnavsky², V.M. Flavianov³, N.F. Goleva

Voronezh state technical university^{1,2,3,4}

Voronezh, Russia

¹ PhD of Tech.Sc., associate professor of department of Structural Mechanics

² PhD of Tech.Sc., associate professor of department of Structural Mechanics

³ Senior lecturer of department of Structural Mechanics, e-mail: flav@inbox.ru

⁴ Senior lecturer of department of Structural Mechanics

Numerical modeling of structures of wood building carrying system was performed based on the finite elements method. Intensive farming wood girder carrying system is the complex of trusses and piers joined with vertical and horizontal connections. Computational model of carrying system is a spatial truss model. The results of numerical investigations were compared with the data of full-scale tests. Full-scale tests were executed by Lipetsk academic scientific creativity center of construction and architecture according to the requirements "Recommendations for design and fabrication of woodworks with connections on metal toothed plates". Due to the results of numerical modeling analysis and full-scale tests there were founded the peculiarities of deflected mode, formulated the conclusions about the correctness of computational scheme and the necessity of structural changes in building frame carrying members.

Keywords: wood structures; truss; full-scale tests; computational model, deflected mode, stability, utilization factor.

© Габриелян Г.Е., Варнавский В.С., Флавианов В.М., Голева Н.Ф., 2018

Введение

Для решения физических и инженерных задач при проектировании несущих конструкций сложных сооружений в строительной отрасли используют численные методы, среди которых наиболее распространенным и эффективным является МКЭ. Ведущее положение этого метода объясняется широкой областью и относительной простотой его применения: независимостью расчета от типа конструкции и физических свойств применяемых материалов, упрощенной системой учета взаимодействия расчетных конструкций с окружающей их средой, возможностью автоматизации расчета на любом его этапе. Сравнительному анализу результатов численных исследований на основе МКЭ и данных натурных испытаний каркаса здания посвящена эта статья. Натурные испытания были выполнены Липецким академическим научно-творческим центром строительства и архитектуры в соответствии с требованиями «Рекомендаций по проектированию и изготовлению дощатых конструкций с соединениями на металлических зубчатых пластинах», а также СП 64.13330.2011. «Деревянные конструкции». Руководство испытаниями осуществлялось проф. В.В. Зверевым. Компьютерное моделирование выполнено авторами настоящей работы.

Краткая характеристика конструкций несущей системы здания

Деревянная несущая системы фермы свинокомплекса представляет собой совокупность стропильных ферм и стоек, объединенных вертикальными и горизонтальными связями [1 - 4]. Опираение фермы по наружной стороне выполнено на стойки из трех досок сечением 50×150 мм². По внутренней стороне - на стойки из двух досок сечением 50×150 мм² [2, 4]. Соединения несущих элементов выполнено с помощью металлических зубчатых пластин, выполненных по технологии MiTek [2, 5 - 6]. Материал конструкций – сосна 1-го сорта. Расчетная схема несущей рамы каркаса представлена на рис. 1.

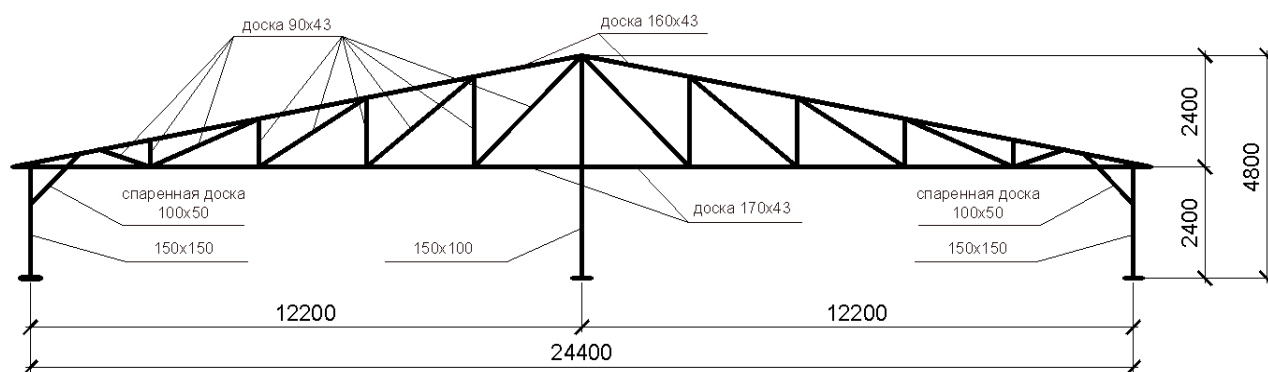


Рис. 1. Схема несущей рамы каркаса

Схема деревянного каркаса по верхнему поясу ферм представлена на рис. 2. Кроме системы горизонтальных и вертикальных связей объединение несущих рам осуществляется прогонами с шагом 1,2 м по верхнему поясу ферм и шагом 0,6 м – по нижнему поясу.

Нагрузки (от ограждающих конструкций и оборудования, снеговая, ветровая) приняты в соответствии с техническим заданием и с требованиями СП 20.13330.2011. «Нагрузки и воздействия». Проектирование несущих конструкций велось по рекомендациям СП 64.13330.2011. «Деревянные конструкции».

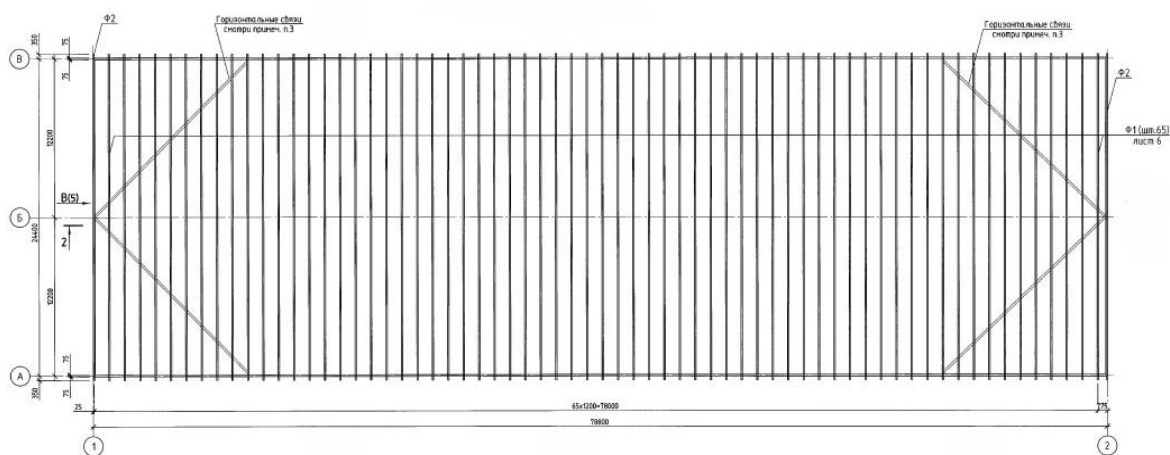


Рис. 2. Схема деревянного каркаса по верхнему поясу строительных ферм

Компьютерное моделирование деревянной несущей системы здания и её расчет

Расчетная модель несущей системы представляет собой пространственную стержневую модель, состоящую из 3245 узлов 5430 стержней [7 – 9]. Для моделирования несущей системы здания использованы конечные элементы №1 – «Стержень фермы», №5 – «Стержень пространственной рамы» [7, 10]. Соединения стержней стоек и фермы жесткие. Элементы поясов стропильных ферм замоделированы КЭ №5. Элементы решетки - КЭ №1. Данное сочетание конечных элементов позволяет получить наиболее корректную модель, учитывающую особенности напряженно-деформированного состояния ферменных конструкций, а также наличие внеузловых нагрузок на пояса стропильной фермы [7 – 10]. Модуль упругости материала принят равным 12,6 ГПа, коэффициент Пуассона – 0,3. Моделирование несущей системы здания проводилось в линейной постановке без учета ползучести материала [9]. Данный подход подтвердили результаты натурных испытаний. Остаточные деформации в стропильных фермах носили незначительный характер. Основной их причиной послужило обмятие элементов в соединениях [1, 3].

Вид модели представлен на рис. 3 - 4.

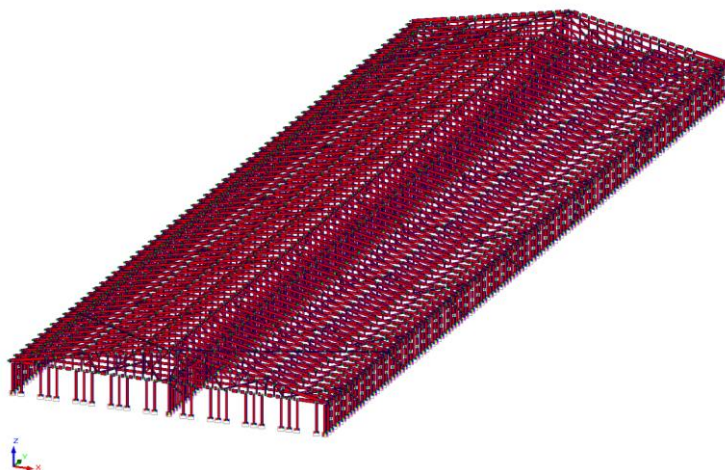


Рис. 3. Общий вид расчетной модели

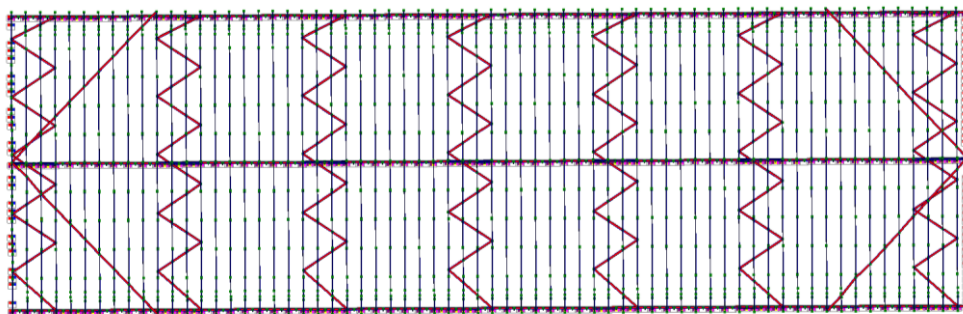


Рис. 4. Расчетная модель в плоскости XOY

В результате численных исследований НДС были получены значения усилий и перемещений элементов модели, выделена стропильная ферма с наибольшими усилиями и перемещениями [7 – 10]. По полученным значениям усилий были выполнены расчеты на прочность и устойчивость элементов ферм и стоек с вычислением коэффициентов запаса устойчивости и определены формы потери устойчивости для элементов каркаса здания [8, 10]. На основе анализа коэффициентов запаса устойчивости выявлена недостаточная устойчивость несущей системы здания в целом и отдельных стропильных ферм в плоскости XOY (коэффициент запаса устойчивости для наиболее неблагоприятной комбинации нагрузок составил **0,4275**, что меньше единицы). Следует отметить, что в расчетной модели конструкции прогонов и обрешетки учтены в виде внеузловой нагрузки и, следовательно, не учитывается их влияние на общую устойчивость системы [9]. Наличие прогонов по верхнему и нижнему поясу стропильных ферм увеличивает устойчивость системы в целом.

Деформированная схема и формы потери устойчивости в плоскости XOY приведены на рис. 5 и 6.

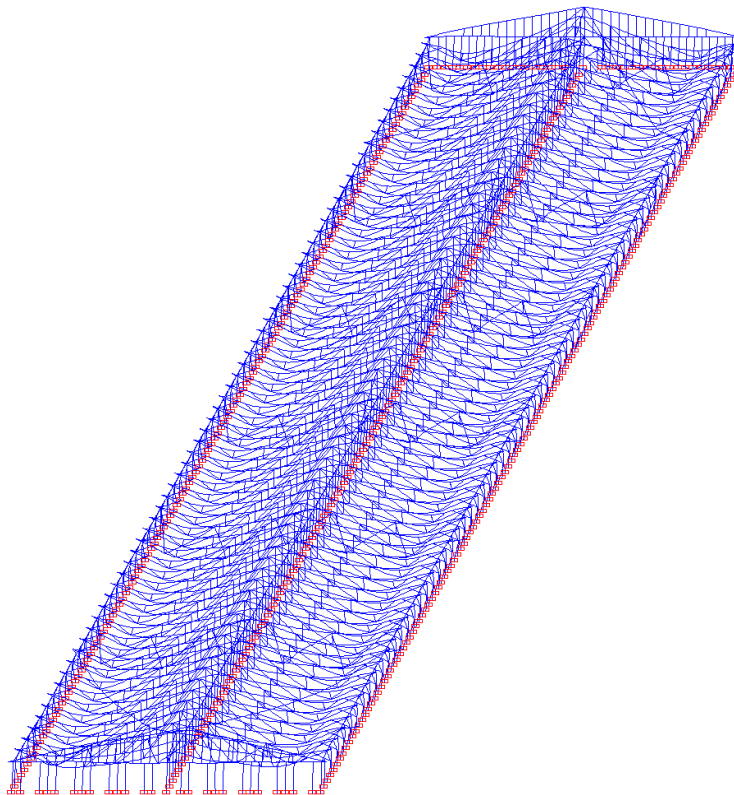


Рис. 5. Деформированная схема

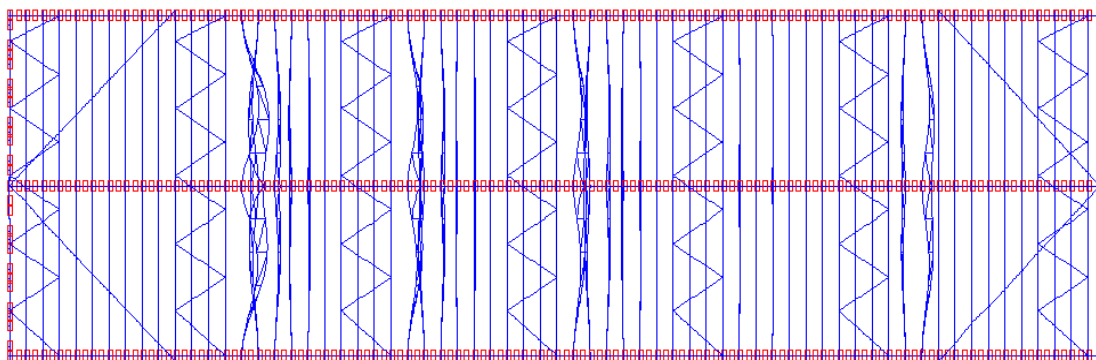


Рис. 6. Формы потери устойчивости в плоскости XOY

Численные исследования НДС показали, что несущая система здания удовлетворяет требованиям СП 64.13330.2011 «Деревянные конструкции» по прочности, но обладает недостаточной устойчивостью в направлении цифровых осей. Направления и формы потери устойчивости приведены на рис. 6. Расчетный коэффициент запаса устойчивости несущей системы составляет $K_y=0,4275 < 1$. Также выявлено, что элементы стропильных ферм не удовлетворяют требованиям СП 64.13330.2011 «Деревянные конструкции» по гибкости и устойчивости из плоскости фермы.

Наиболее неблагоприятные значения коэффициента использования, оценивающего прочность и устойчивость конструкций, были получены для центральной стойки стропильной фермы. Не удовлетворяют требованиям эксплуатации по гибкости и устойчивости из плоскости фермы элементы стоек. Анализ показал, что требуется произвести усиление элементов ферм, обладающих недостаточной устойчивостью и гибкостью, а также изменение схемы раскрепления стропильных ферм из плоскости по верхнему и нижнему поясам [1 – 4].

Методика и результаты натурных испытаний

При испытаниях для измерения деформаций использовались прогибомеры ПАО-6 с ценой деления 0,01 мм. Схема расстановки измерительных приборов приведена на рис. 7.

Испытания проводились на строительной площадке в составе несущей системы зданий.

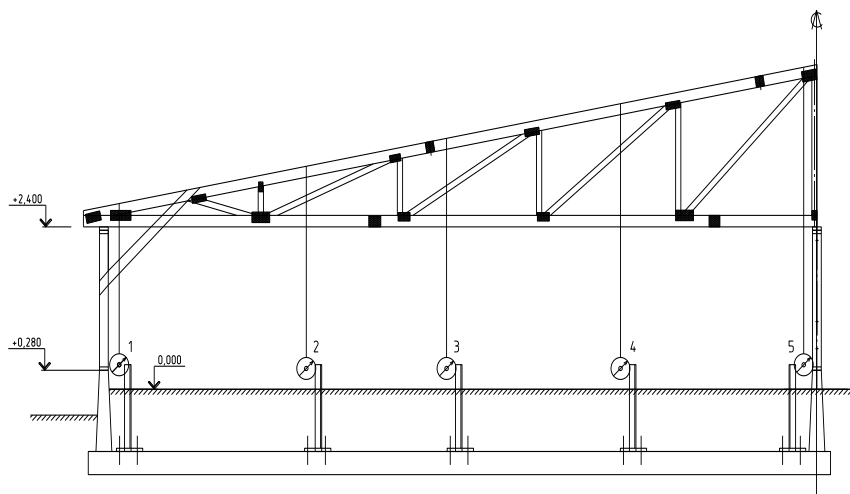


Рис. 7. Схема расстановки измерительных приборов

В качестве груза при испытании использовался силикатный кирпич. Масса груза составляла 150 кг в узел, что соответствовала предполагаемой расчетной нагрузке.

Способ нагружения фермы при помощи подвески грузов отвечает требованиям данных испытаний, так как обеспечивает передачу нагрузки в узел опирания обрешетки на ферму, что соответствует фактической работе конструкции [1, 2].

При проведении испытаний нагрузка прикладывалась ступенями величиной 10...20 % от предполагаемой эксплуатационной нагрузки. После каждого этапа производилась выдержка не менее 15 мин с последующим снятием показаний приборов. В случае если за данный промежуток времени показания приборов не стабилизировались, выполнялась повторная выдержка.

Испытания ферм производились в 2 этапа.

В процессе проведения первой серии испытаний уделялось особое внимание выявлению дефектов и повреждений конструкции, возникающих в процессе монтажа, и устранению их влияния в последующих испытаниях. Производилась корректировка способа передачи нагрузки на ферму.

Первый этап – изучение работы ферм при нагружении. Конструкция не доводилась до разрушения. Нагружение носило кратковременный характер.

Второй этап – проведение длительных испытаний. Выдержка конструкции под нагрузкой не менее 1 недели с повторным снятием отсчетов и сравнением с результатами кратковременных испытаний. Учет кратковременности действия нагрузки учитывался увеличением нагрузки на 50 %.

При испытании фермы имел место ее прогиб в плоскости. В течение всего эксперимента деформации изменялись равномерно. На первом этапе нагружение осуществлялось до нагрузки 45 кг в узел для обжатия элементов. Во второй серии испытаний изучалась работа ферм при первом нагружении. Было испытано две фермы.

Эксперимент показал, что деформативность ферм при кратковременном приложении нагрузки соответствует друг другу и не превышает допустимые значения (1/300 пролёта).

Далее к испытываемой ферме была приложена нагрузка, равная 131 % от предполагаемой. При этой нагрузке наблюдалась деформация опорной стойки фермы.

Дальнейшего загрузки не производилось. При выдержке конструкции в течение двух дней произошла потеря устойчивости фермы в результате выхода из плоскости верхнего пояса с деформацией уголков (рис. 8, 9). В результате данных деформаций произошло частичное разрушение узлов (рис. 10) (вырыв металлических зубчатых пластин, скол древесины в месте расположения сучков) [5, 6].



Рис. 8. Потеря устойчивости фермы



Рис. 9. Искривление нижнего пояса



Рис. 10. Разрушение узла

Снятие нагрузки осуществлялось ступенями в обратной последовательности. После разгрузки конструкции наблюдался незначительный остаточный прогиб. Остаточный прогиб конструкции после разгрузки является следствием обмятий элементов в соединениях.

Анализ натурных испытаний показал, что при монтаже ферм и их проектировании необходимо обратить особое внимание на обеспечение устойчивости верхнего и нижнего пояса из плоскости [2], соосность верхнего и нижнего пояса (монтаж по кондуктору) [5, 6], обеспечение устойчивости опорной стойки фермы и работу опорного узла на смятие [3, 4].

Выводы

1. Выбранная методика компьютерного моделирования деревянных несущих конструкций является корректной.
2. Формы потери устойчивости, полученные при компьютерном моделировании (см. рис. 6), практически точно повторили результаты испытания реальной конструкции.
3. Значения перемещений, полученные при натурных испытаниях и численных расчетах (таблица), близки.

Таблица

Прогибы пролетов несущей стропильной фермы

	Прогиб от предполагаемой расчетной нагрузки, мм	Прогиб от сверх-предполагаемой нагрузки (131%), мм
Компьютерная модель	9,23	28,3
Натурные испытания	10	24,8

4. Проведенные исследования позволили внести необходимые изменения в конструктивные элементы стропильных ферм, связевых элементов, систем вертикальных и горизонтальных связей.

Библиографический список

1. Зубарев Н. Конструкции из дерева и пластмасс: учеб. пособие для студ. вузов / Зубарев Н. Бойтемиров Ф.А., Головина В.М., Ковликов В.И., Улицкая Э.М.; под ред. Ю.Н.Хромца. — 3-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательский центр «Академия», 2004. — 304 с.
2. Журавлев А.А. Пространственные деревянные конструкции/ А. А. Журавлев, Г.Б. Вержбовский, Н.Н. Еременко. – Ростов н/Д.: ОАО ИПФ «Малыш», 2003. – 518 с.
3. Хрулев В.М. Деревянные конструкции и детали (Справочник строителя)/ В.М. Хрулев, К.Я. Мартынов, С.В. Лукачев, С.М. Шутов; под ред. В.М. Хрулева. — 2-е изд., доп. и перераб. — М.: Стройиздат, 1983. — 288 с.—
4. Отрешко А.И. Деревянные конструкции. Справочник проектировщика/ А.И. Отрешко. - М., 1957. – 264 с.
5. Rakesh Gupta, Milan Vatovec, Thomas H. Miller Metal-Plate-Connected Wood Joints. - Forestry Publications Office Oregon State University 227 Forest Research LaboratoryCorvallis, OR 97331-7401. – 1996
6. Beineke L.A., and S.K. Suddarth . 1979. Modeling joints made with light-gage metal connector plates. Forest Products Journal 29(8):39-45.
7. Перельмутер А.В. Расчетные модели сооружений и возможность их анализа/ А.В. Перельмутер, В.И. Сливкер. - 4-е изд., перераб. – М.: СКАД СОФТ, 2011. – 736 с.
8. Шапиро Д.М. Метод конечных элементов в строительном проектировании: Монография/ д.м. Шапиро. – М.: Изд-во АСВ, 2015. - 176 с.

9. Барабаш М.С. Современные технологии расчета и проектирования металлических и деревянных конструкций / М.С. Барабаш и др. - М.: АСВ, 2008. - 328 с.
10. Габриелян Г.Е. Расчетный анализ напряженно-деформированного состояния элементов каркаса промздания с применением пространственных конечно-элементных моделей/ Г.Е.Габриелян , В.М. Флавианов, Коромы Муса// Строительная механика и конструкции.- 2017. - № 1 (14). – С. 72-87.

References

1. Zubarev N., Boitemirov F.A., Golovina V.M, Kovlikov V.I., Ulitskaya E.M. Structures from wood and plastic: teaching aid for students edited by Yu.N. Khromtsa. Third edition, updated and supplemented. — M.: Pub. Center “Academiya”, 2004. — 304 p.
2. Zhuravlyov A.A., Verzhbovsky G.B., Eryomenko N.N. Spatial wood structures. – Rostov – on -Don: Ltd IPF«Malish», 2003. – 518 p.
3. Khrulyov V.M., Martinov K.Y., Lukachev S.V., Shutov S.M. Wood structures and members (Builder’s handbook)/ edited by V.M., Khrulyov. — Second edition updated and supplemented. — M.: Stroiizdat, 1983. — 288 p.—
4. Otreshko A.I. Wood structures. Designer’s handbook. - M., 1957. – 264 p.
5. Rakesh Gupta, Milan Vatovec, Thomas H. Miller Metal-Plate-Connected Wood Joints. - Forestry Publications Office Oregon State University 227 Forest Research Laboratory Corvallis, OR 97331-7401. – 1996
6. Beineke L.A., and S.K. Suddarth . 1979. Modeling joints made with light-gage metal connector plates. Forest Products Journal 29(8):39-45.
7. Perelmuter A.V., Slivker V.I. Computational model of buildings and their analysis possibility. Forth edition, updated. – M.: SKAD SOFT, 2011. – 736 p.
8. Shapiro D.M. Finite element method in construction design: Monograph. – M.: Pub. House ASV, 2015. - 176 p.
9. Barabash M.S. Modern methods of calculation and design of metal and wood structures. M.: ASV, 2008. - 328 p.
10. Gabrielyan G. E., Flavianov V.M., Koroma Musa. Computational analysis of deflected mode of frame members of industrial buildings with application of spatial finite element models. Structural Mechanics and structures.- 2017. - № 1 (14). 72-87p.

Научное издание

**СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
И КОНСТРУКЦИИ**

Научно-технический журнал

Выпуск №1 (16), 2018

Редактор Аграновская Н.Н.

Подп. в печать 15.03. 2018. Формат 60х84 1/8. Уч.-изд. л. 13,3. Усл.-печ. л. 15,6.
Бумага писчая. Тираж 200 экз. Заказ № .

ФГБОУ ВО «Воронежский государственный технический университет»
394026, Воронеж, Московский проспект, 14

Отдел оперативной полиграфии ВГТУ
394006 Воронеж, ул. 20-летия Октября, 84